



---

### A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO- APRENDIZAGEM DE FÍSICA

Ednilson Sergio Ramalho de Souza<sup>1</sup>

[edseram@yahoo.com.br](mailto:edseram@yahoo.com.br)

Mestrando do PPGECCM/NPADC-UFPA.

Adilson Oliveira do Espírito Santo<sup>2</sup>

[adilson@ufpa.br](mailto:adilson@ufpa.br)

Docente do PPGECCM-NPADC/UFPA

#### Resumo

Neste artigo procuraremos mostrar uma proposta de ensino de Física utilizando a modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem. Para que isso seja possível é necessário que o professor de Física conheça as principais características dessa metodologia, pois é durante a dinâmica da modelagem matemática que os conceitos físicos vão sendo introduzidos na bagagem cognitiva do aluno. Essa proposta de ensino de Física, além de torná-lo significativo, possui um caráter interdisciplinar e contextualizado. Concluímos que a modelagem matemática aplicada ao ensino de Física pode dar mais motivação aos alunos, além de se conseguir um ponto de convergência entre essas duas disciplinas.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática; Ensino de física; Interdisciplinaridade; Contextualização.

---

<sup>1</sup> Professor de Física e Mestrando em Educação em Ciências e Matemáticas do Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do NPADC/UFPA.

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia Elétrica pela UNICAMP e docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do NPADC/UFPA.



### Introdução

O Ensino de Física comumente é realizado de maneira desarticulada com o mundo vivencial dos alunos. Isso vai de encontro ao que recomendam as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN +), o qual afirma que é preciso

“(...) considerar o mundo em que o jovem está inserido, não somente através do reconhecimento de seu cotidiano enquanto objeto de estudo, mas também de todas as dimensões culturais, sociais e tecnológicas que podem ser por ele vivenciadas na cidade ou região em que vive” (Brasil, 2000, p.83).

Assim, é necessário que o professor de Física comece a refletir em sua prática de ensino, no sentido de buscar novas metodologias que possam fazer o ensino de Física ficar mais próximo da realidade do aluno. É nesse sentido que o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia de ensino de Física através da modelagem matemática de um fenômeno físico.

Começaremos fazendo um breve estudo sobre modelagem matemática. Vamos ver alguns conceitos sobre o que vem a ser um modelo, algumas definições de modelo matemático e, por fim, alguns conceitos de modelagem matemática. Vamos ver também como ocorre o processo de modelagem matemática. Utilizaremos como autores de apoio Rodney Bassanezi (2004) e Maria Biembengut & Nelson Hein (2003).

A seguir, daremos um exemplo de atividade de como o professor de Física poderá trabalhar o tema *Energia* em sala de aula, utilizando como metodologia a modelagem matemática. O exemplo foi estruturado em quatro etapas, mas nada impede que o professor faça as adaptações peculiares a cada turma. Será mostrado que o aluno é levado a *descobrir* uma equação para se calcular a Energia Mecânica, e também perceber o caráter conservativo da energia. Deste modo, o ensino de Física fica mais significativo e contextualizado.

Terminaremos essa pesquisa fazendo um relato de experiência de sala de aula onde a atividade proposta foi colocada em prática, após isso exporemos algumas reflexões a respeito do método proposto.



---

#### O que é modelagem matemática?

Antes de responder a essa pergunta, temos que, primeiramente, responder a outras duas: O que é um modelo? E o que é um modelo matemático?

Biembengut e Hein (2003) dizem que a formulação de modelos interpretativos dos fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. Os mesmos autores, citando Granger (1969) dizem que

“(...) o modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções” (p. 11).

Bassanezi (2004) diz que se cria o modelo quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre ela (a realidade).

Assim, entendemos por modelo a representação de algo que foi compreendido e expresso de alguma maneira que se possa fazer relações com o mundo ao redor, através de predições, explicações, manipulações, formulações.

O conhecimento físico tem se desenvolvido recorrendo-se constantemente a modelos. Elabora-se um modelo simples, que represente uma parte da realidade e após refletir, deduzir, experimentar o modelo, elabora-se outro modelo mais sofisticado que represente uma porção maior da realidade (Pinheiro, 2001). Bunge (1974) chama a atenção para o fato de que “(...) todo modelo é parcial, já que a observação, a intuição e a razão, que são componentes do trabalho científico não permitem, por si mesmas, o reconhecimento do real” (apud Pinheiro, 2001, p. 36).

A autora acima citada faz uma observação a respeito do uso dos modelos no processo ensino-aprendizagem de Física, afirmando que

“A estreita relação entre a produção do conhecimento e modelos faz com que eles se tornem elementos que devem ser considerados no processo de ensino-aprendizagem de Física. Isso porque a compreensão e a reflexão sobre os papéis e as funções dos modelos podem contribuir para a compreensão de



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

que aprender Física oportuniza a apreensão de uma forma de representação e interpretação da realidade” (op. cit. p. 33).

Se usarmos um conjunto de símbolos e relações matemáticas a fim de traduzir um fenômeno ou problema real, estaremos utilizando um modelo matemático (Biembengut e Hein, 2003), pois, como afirma Bassanezi (2004),

“Um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno – este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou outro modelo matemático” (p. 174).

Segundo Kneller (1980, apud Pinheiro, 2001) a construção de modelos e teorias utiliza a Matemática de três maneiras:

- 1- construir um formalismo matemático e posteriormente interpretá-lo fisicamente;
- 2 - buscar entre as funções matemáticas já conhecidas uma que atenda a uma idéia ou hipótese física, o que significa dizer que o cientista tem uma previsão sobre o comportamento de determinado fenômeno e busca uma forma de representar matematicamente seu modelo interpretativo;
- 3- construir uma função matemática que represente matematicamente o fenômeno físico.

Estamos, agora, em condições de responder a nossa pergunta principal: O que é modelagem matemática?

De acordo com D’Ambrósio (1986) “modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (apud Júnior e Espírito Santo, 2004).

Para Biembengut e Hein modelagem matemática é a “arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações problema de nosso meio (...)” (2003, p. 8).

Na visão de Bassanezi (2004) a modelagem possui duas funções principais: obtenção e validação de modelos



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

“Modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (p. 24).

No entender de Chaves e Espírito Santo (2004)

“Modelagem Matemática é um processo que transforma, uma situação/questão escrita na linguagem corrente e/ou proposta pela realidade, em linguagem simbólica da matemática, fazendo aparecer um modelo matemático que, por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade que se está questionando” (p. 579).

Desta maneira, entendemos por modelagem matemática um conjunto de procedimentos que visam abstrair, da realidade a nossa volta, um modelo matemático representativo desta realidade, o qual nos permite compreender melhor a relação entre os acontecimentos e o mundo, através de: análises, reflexões, deduções, previsões. Este modelo deverá ser testado de diferentes maneiras para verificar em que grau corresponde à realidade analisada.

#### **A dinâmica do processo de modelagem matemática**

De acordo com Biembengut e Hein (2003) o processo de modelagem matemática pode ser realizado, basicamente, em três fases:

- a) *Interação*: É o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.
- b) *Matematização*: Formulação do problema (hipótese) e resolução do problema em termos do modelo. É aqui que se dá a *tradução* da situação problema para a linguagem matemática. O objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou



representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

c) *Modelo Matemático*: Interpretação da solução e validação do modelo (avaliação). Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização.

#### **Um exemplo de atividade de modelagem: energia mecânica**

A maioria dos livros de Ensino Médio começa a abordar este assunto colocando diretamente a fórmula  $E_m = E_c + E_p$  (Carron, 1999, p. 191) e, a partir daí, propõem vários exercícios repetitivos para aplicação da equação dada. No exemplo de modelagem proposto nesta seção, o professor poderá perceber que, com o uso da modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem de Física, o aluno é levado a (re) descobrir um modelo (equação matemática) para o cálculo da Energia Mecânica. Ficando o ensino, deste modo, contextualizado e significativo.

O professor poderá notar, também, que os conceitos físicos são trabalhados durante o processo de modelagem. Diferentemente da maneira como ocorre no ensino tradicional – onde se segue o esquema: definição (conceitos) → fórmula → aplicação (exercícios) – usando a modelagem como método de ensino, a parte conceitual da Física é mostrada durante a tecitura do modelo. Isso faz com que haja uma ruptura no esquema tradicional em prol de uma maneira *diferente* de se ensinar Física.

O exemplo proposto foi elaborado para ser trabalhado em quatro etapas, podendo o professor efetuar as modificações peculiares a cada turma. O conteúdo abordado terá como objetivos:

- Verificar algumas formas de energia existentes na natureza;
- Conceituar Energia Cinética ( $E_c$ );
- Conceituar Energia Potencial Gravitacional ( $E_p$ );



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

- Mostrar o processo de transformação de energia;
- Expressar um modelo matemático que caracterize a Energia Mecânica (Em);
- Mostrar o caráter conservativo da Energia Mecânica;
- Enunciar a lei da conservação da Energia.

#### Primeiro passo

O professor deverá pedir para que os alunos formem grupos de três a cinco componentes (Biembengut e Hein, 2003). Deve-se então dar<sup>3</sup> o tema *Energia* para que os grupos discutam entre si, com base nas seguintes perguntas provocativas:

- 1) Quais formas de energia você conhece?
- 2) Que tipo de energia você mais utiliza no seu dia-a-dia?
- 3) Como é produzida a energia que você mais utiliza no seu cotidiano?
- 4) Você acha que, de alguma maneira, podemos “criar” energia?

Após o professor discutir com os alunos sobre o tema, ele deverá pedir para que os grupos pesquisem sobre o assunto em livros, revistas, Internet e tragam a pesquisa na próxima aula.

Essa primeira parte da modelagem é chamada de Interação, pois como afirma Biembengut e Hein (2003),

“Uma vez delineada a situação problema que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direto, *in loco* (por meio de experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área” (p. 13).

#### Segundo passo

---

<sup>3</sup> Alguns autores dizem que, com o tempo, após se ter experiência na dinâmica da modelagem é possível deixar que os alunos escolham o tema para ser modelado.



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

Nesta aula, o professor deverá escrever no quadro as respostas dadas pelos alunos para a primeira pergunta, por exemplo, energia elétrica, solar, nuclear, etc. O professor poderá, então, fazer alguns comentários sobre essas formas de energia, relacionado aspectos como: uso industrial; uso doméstico; poluição ambiental; custos de produção; problemas ecológicos; e outros. Neste momento, o professor terá que explicar para os alunos que existem duas outras formas de energia bastante utilizadas na Física (desde que não tenham sido citadas, é claro): a energia potencial gravitacional e a energia cinética.

O professor deverá deixar claro para os alunos que a Energia Potencial Gravitacional (E<sub>pg</sub>) está relacionada à posição do objeto em relação a certo referencial e a Energia Cinética (E<sub>c</sub>), ao seu movimento (Gaspar, 2002, p. 117-119). É muito importante que o professor ainda não mostre fórmulas para a energia potencial e cinética em sua explicação, pois, o que importa, no momento, é que os alunos associem E<sub>pg</sub> à altura do objeto e E<sub>c</sub> a sua velocidade.

Terceiro passo

O professor deve, agora, trabalhar com a terceira pergunta: como é produzida a energia que você mais utiliza no seu dia-a-dia?

Considerando que a resposta seja *energia elétrica*, o professor poderá falar um pouco sobre o funcionamento de uma usina hidrelétrica. Nesse momento é importante abordar alguns aspectos, por exemplo, que o Brasil possui um grande potencial hídrico e que mais de noventa por cento (90%) da eletricidade produzida no país provém de geradores hidráulicos (Moreira, 2002, p. 407). Porém o prejuízo para o ecossistema provocado pela área inundada pela represa é incalculável.

O professor deverá desenhar no quadro um esquema de uma usina hidrelétrica, assinalando alguns pontos (A, B, C, D), como mostrado no desenho abaixo,



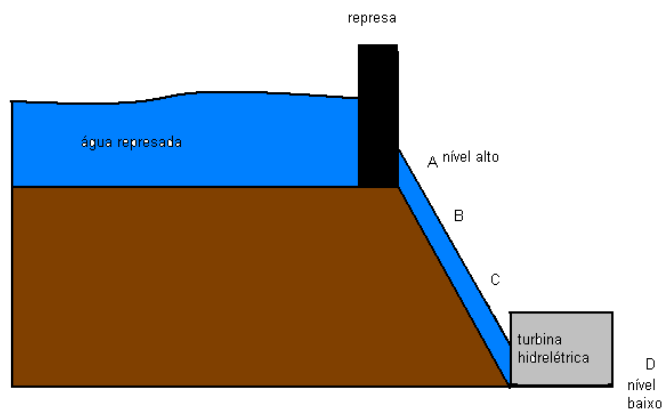


Figura 1- Desenho esquemático de usina hidrelétrica

Com base no desenho, o professor deverá fazer algumas perguntas:

Em que ponto a  $E_c$  é máxima?

Em que ponto a  $E_{pg}$  é nula?

Em que ponto a  $E_c$  é nula?

O que acontece com a energia cinética e potencial nos pontos B e C?

Quarto passo

O professor deverá propor para os grupos a seguinte situação problema:

Na figura 1 considere que a velocidade de certa massa de água no ponto A seja zero (velocidade nula) e que a  $E_{pg}$  neste mesmo ponto seja 100 unidades de energia. Responda as questões que seguem e complete a tabela a seguir.

Quanto vale a  $E_c$  no ponto A?

Quanto vale a  $E_{pg}$  no ponto B?

Quanto vale a  $E_c$  no ponto C?

Quanto vale a  $E_{pg}$  no ponto D?

	A	B	C	D
$E_c$		20		100
$E_{pg}$	100		50	
$E_m$		100	100	



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

Após ter auxiliado aos alunos a completarem a tabela, o professor deverá pedir para que os mesmos proponham um modelo matemático (equação) para se calcular a Energia Mecânica do sistema,

Em =
------

De posse do modelo proposto pelos alunos, o professor deverá pedir para que os mesmos digam o que eles entendem por energia mecânica. De acordo com as respostas o docente deverá fazer as complementações necessárias.

A metodologia proposta concorda com o caso 1 de Barbosa, como afirmam Chaves e Espírito Santo “No caso 1, o professor apresenta o problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos (...), acompanhados pelo professor, (...) a tarefa de resolver o problema” (p. 581).

#### **Reflexões sobre a metodologia proposta**

Pelo que foi exposto, pode-se notar que a modelagem matemática como metodologia aplicada ao ensino de Física torna-o mais contextualizado e significativo, uma vez que o aluno retira da realidade ao seu redor as informações necessárias para (re) criar um modelo matemático, pois como afirma Júnior e Espírito Santo (2004),

“A modelagem oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da Matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o tratamento formal que é predominante no modelo tradicional. Esta ligação da Matemática escolar com a Matemática da vida cotidiana do aluno faz um papel importante no processo de escolarização do indivíduo, pois dá sentido ao conteúdo estudado, facilitando sua aprendizagem e tornando-a mais significativa” (p. 78).

O caráter interdisciplinar entre Física e Matemática fica evidente quando o professor utiliza a modelagem para o ensino de Física. Assim, o ponto de convergência e a complementaridade, citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) entre as disciplinas é alcançado durante o processo de modelagem do fenômeno físico,



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

“A interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de complementaridade, convergência ou divergência” (Brasil, 2000, p. 21)

O ensino de Física com o uso da modelagem matemática faz com que os alunos sintam-se mais motivados, pois, além de estarem construindo o saber com informações de sua própria realidade, nota-se que há uma ruptura na seqüência normalmente utilizada no ensino: definição → exemplo → exercício → problema. Bassanezi (2004) diz que um teorema deveria ser ensinado se acordo com o seguinte esquema: motivação → formulação de hipóteses → validação das hipóteses → novos questionamentos → enunciado, pois “Estariamos assim reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem” (p. 36).

O papel do professor também se altera. Usando a modelagem como metodologia de ensino na aprendizagem de Física, o professor passa a ser um orientador, mediador do conhecimento. Isso modifica profundamente o paradigma vigente no ensino de Física, onde o professor é o centro do processo ensino-aprendizagem,

“(...) o professor assume características diferentes, tem o papel de mediador da relação ensino-aprendizagem, deve orientar o trabalho tirando dúvidas e colocando novos pontos de vista em relação ao problema tratado e outros aspectos que permitam aos alunos pensarem sobre o assunto (...)” (Júnior e Espírito Santo, 2004, p. 79).

Segundo Barbosa (apud Chaves e Espírito Santo, 2004) a modelagem dá novo perfil ao trabalho do professor no momento em que ele deixa de ser detentor do conhecimento e transmissor do saber e passa a ser percebido como aquele que está conduzindo, participando das atividades. (p. 79)

#### **Relato de experiência em sala de aula**

O exemplo de atividade proposto neste trabalho foi realizado em uma turma com aproximadamente vinte alunos de um curso comunitário preparatório para o vestibular, no bairro do Guamá em Belém-Pa.



Apesar de ser um curso pré-vestibular, a receptividade por parte dos alunos foi satisfatória; pôde-se notar que a metodologia proposta mudou o ambiente de sala de aula, tornando-o mais dinâmico.

O trabalho em grupo, que quase não ocorre nas aulas tradicionais de Física, foi um dos itens que mais chamou a atenção dos discentes. Um aluno chegou a relatar que *...a aula estava mais interessante...*, outro disse que começara *...a gostar mais de Física...*

Alguns alunos solicitaram que os outros assuntos considerados *difíceis* da Física fossem explicados através da modelagem matemática. Esse pedido dos alunos chamou a atenção, pois, pôde-se perceber que a modelagem fez com que um assunto *difícil* ficasse mais *fácil* para os alunos. Isso, talvez, deveu-se; porque durante o processo de modelagem, o aluno começa a *descobrir* a Física ao seu redor, ou seja, os conceitos físicos não são impostos pelo professor de forma pronta e acabada, mas retirados da situação-problema pelos próprios alunos. Desta maneira, os conceitos físicos fazem sentido para o aluno, tornando o ensino, assim, mais *prazeroso*.

O relato dos alunos parece concordar com o argumento de aprendizagem citado por Bassanezi (2004) para a inclusão da modelagem nos cursos regulares, o qual afirma que a modelagem “garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados (...)” (p. 37).

#### **Considerações finais**

Neste trabalho, procuramos abordar a modelagem matemática como uma possibilidade metodológica para o ensino-aprendizagem de física. Vimos que as aulas de física, normalmente consideradas *chatas*, ganharam *nova roupagem*, motivando o aluno a participar da aula, pois, nessa metodologia, o discente faz parte do processo, sendo ativo e deixando de ser um mero expectador, rompendo o modo tradicional de ensino de física, onde muitas vezes o aluno é passivo e apenas escuta sem poder expressar seus raciocínios, sem poder explicitar para o professor suas dificuldades e potencialidades.

Vimos também que a modelagem matemática possui um caráter interdisciplinar, o qual fez com que, nas aulas de física, fossem abordados temas transversais, como: poluição ambiental, racionamento de energia elétrica e de água, problemas ecológicos e outros.



## IV EPAEM

### Encontro Paraense de Educação Matemática

Porém, entendemos que para explorar o potencial da modelagem matemática, é preciso que essa tendência em educação matemática faça parte do cotidiano do professor, pois é modelando que se aprende a modelar (Bassanezi, 2004) e é criando situações passíveis à modelagem matemática que o professor percebe que a modelagem também é uma arte (Biembengut e Hein, 2003).

#### Referências bibliográficas

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004, 389p.

BIEMBENGUT, M. S; Hein, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2003, 127p.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio – Brasília: Ministério da Educação, 2000.

CARRON, W.; Guimarães, O. **As Faces da Física**. São Paulo: Moderna, 1999, 672p.

CHAVES, M. I. A; Espírito Santo, A. O. **Um modelo de modelagem matemática para o Ensino Médio**. In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste de Educação em Ciências e Matemática, Belém, 8 a 11 de dez. 2004.

GASPAR, A. **Física**. São Paulo: Ática, 2002, 496p.

JÚNIOR, A. G.; Espírito Santo, A. O. **A modelagem como caminho para “fazer matemática” na sala de aula**. In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste de Educação em Ciências e Matemática, Belém, 8 a 11 de dez. 2004.

MOREIRA, I. **O Espaço Geográfico**: geografia geral e do Brasil. 47 ed. São Paulo: Ática, 2002, 455p.

PINHEIRO, T. F. **Modelização de variáveis**: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In: Pietrocola, M. (org.). **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: UFSC, 2001. p. 33-52.