

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

GUARAPUAVA

2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE, UNICENTRO-PR

**A MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE
ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO
ENSINO FUNDAMENTAL: AÇÕES E INTERAÇÕES**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

GUARAPUAVA, PR

2017

MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM
DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: AÇÕES E INTERAÇÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Dionísio Burak

Orientador

GUARAPUAVA, PR

2017

Catálogo na Publicação
Biblioteca Central da Unicentro, Campus Cedeteg

K81m

Komar, Marcelo Fabricio Chociai

A modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental: ações e interações / Marcelo Fabricio Chociai Komar. -- Guarapuava, 2017.

xii, 127 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2017

Orientador: Dionísio Burak

Banca examinadora: Márcio André Martins, Sani de Carvalho Rutz da Silva, Dionísio Burak

Bibliografia

1. Ciências Naturais. 2. Matemática. 3. Educação básica. 4. Modelagem matemática. 5. Ensino e aprendizagem. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 500.7

MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM
DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: AÇÕES E INTERAÇÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 28 de novembro de 2017.


Prof. Dr. Dionisio Burak

Universidade Estadual do Centro-Oeste -UNICENTRO
Orientador


Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR


Prof. Dr. Márcio André Martins

Universidade Estadual do Centro-Oeste -UNICENTRO

GUARAPUAVA, PR

2017

*"Tudo neste mundo tem seu tempo, cada coisa
tem sua ocasião". Eclesiaste 3, 1-8.*

AGRADECIMENTOS

A DEUS pela dádiva da vida, por Ele ser nossa Força e Fortaleza.

A minha amada esposa JECYLENA pela paciência, apoio, carinho, por estar comigo sempre incentivando.

A nossa querida filha ANA CLARA por ser o amor de nossa vida.

Aos meus pais PAULO e SÔNIA pela dedicação com que me fizeram crescer e acreditar em meus objetivos.

Aos meus avós: ALINE (in memoriam) e AUGUSTO (in memoriam).

Aos meus familiares pela compreensão do meu esforço e ausência, especialmente tia MARLY e tio LUIZ.

Ao meu orientador Prof. Dr. Dionísio Burak pela honra e oportunidade de ser seu estudante/orientando. Saiba que todo seu conhecimento não será esquecido por mim e sempre será lembrado e mediado com meus estudantes.

A sua esposa MARIZA, pelo acolhimento em sua casa nas orientações, sempre com alegria e otimismo.

Aos professores da banca examinadora, professor Dr. Márcio André Martins e professora Sani de Carvalho Rutz da Silva, pelo apoio e por contribuírem com sugestões para esta dissertação.

Aos meus queridos(as) amigos(as): ANTONIO, FRANCINI, SAMUEL, ÉLIDA, FERNANDO, DRIELLE, JULIANA, LAYARA, ROSÂNGELA e CAROLINI, pelo apoio e amizade durante todo o curso.

A secretária do Curso JOSEMARA e coordenadora ANA LÚCIA pelo apoio e incentivo.

A(o)s queridas(os) PROFESSORAS(ES): MARIA JOSE, ELAINE, MICHELE, ADRIANA, SANDRO, RODRIGO e JOSE HENRIQUE (UFRGS), pelo apoio e incentivo durante o curso.

A todos os AMIGOS por fazerem parte de minha trajetória, em especial ao MAURO, ANTONIO CARLOS e EMERSON.

A todos os meus ALUNOS do 9º A que participaram e contribuíram para que a pesquisa pudesse ser realizada.

A toda a equipe do Colégio Estadual Alberto de Carvalho, por oportunizar que minhas atividades fossem desenvolvidas, em especial ao amigo diretor professor MOACIR e diretora auxiliar NELLEN.

SUMÁRIO

Lista de Figuras e Imagens.....	i
Lista de Quadros e Tabelas.....	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO I. MOVIMENTOS QUE INFLUENCIAM O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL.....	16
1.1 Movimento da Matemática Moderna.....	16
1.2 Movimento da Educação Matemática.....	18
CAPÍTULO II. MODELAGEM MATEMÁTICA SUAS CONCEPÇÕES E UTILIZAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	22
2.1 Concepções de Modelagem Matemática	22
2.1.1 Modelagem para Barbosa.....	22
2.1.2 Modelagem para Bassanezi.....	23
2.1.3 Modelagem para Biembengut.....	24
2.1.4 Modelagem para Caldeira.....	25
2.1.5 Modelagem para Almeida.....	26
2.1.6 Modelagem para Burak.....	26
2.1.7 Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática.....	29
2.2 A Modelagem Matemática na Educação Básica.....	30
2.3 A Modelagem na Educação Matemática – concepção assumida.....	33
CAPÍTULO III. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO	35
3.1 Natureza e delineamento da investigação.....	35
3.2 Etapas e procedimentos da investigação.....	36
3.3 Do Local, nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação.....	37
3.4 Dos participantes.....	37
3.5 Da coleta de dados.....	37
3.6 Da metodologia do tratamento de dados.....	38
3.7 Do Produto Educacional.....	38
CAPÍTULO IV. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ANÁLISES	40
4.1 Considerações iniciais.....	40
4.2 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: Reciclagem.....	40
4.2.1 Pesquisa exploratória.....	40
4.2.2 Levantamento dos problemas.....	44
4.2.3 Resolução do(s) problema(s).....	45
4.2.4 Análise crítica das soluções.....	55
4.2.5 Análise e interpretação dos dados da atividade.....	57
4.3 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: Decomposição de	

materiais na natureza.....	63
4.3.1 Pesquisa exploratória.....	63
4.3.2 Levantamento dos problemas.....	66
4.3.3 Resolução do(s) problema(s).....	66
4.3.4 Análise crítica das soluções.....	72
4.3.5 Análise e interpretação dos dados da atividade.....	72
4.4 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: <i>Fast food</i>	75
4.4.1 Pesquisa exploratória.....	75
4.4.2 Levantamento dos problemas.....	76
4.4.3 Resolução do(s) problema(s).....	77
4.4.4 Análise crítica das soluções.....	83
4.4.5 Análise e interpretação dos dados da atividade.....	84
4.5 Considerações gerais sobre as atividades.....	87
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	92
APÊNDICES.....	96
APÊNDICE 1 - Questionário para alunos do Ensino Fundamental.....	97
APÊNDICE 2 - Diário de Campo.....	99
APÊNDICE 3: Pesquisa dos estudantes grupo E.....	101
APÊNDICE 4: Expressão matemática criada pelos estudantes grupo E.....	101
APÊNDICE 5: Cálculo da quantidade de recicláveis encontrada pelos estudantes do Grupo E.....	101
APÊNDICE 6: Gráfico da coleta de recicláveis pelos estudantes grupo E.....	101
APÊNDICE 7: Gráfico da coleta de recicláveis grupo E.....	102
APÊNDICE 8 (a): Análise dos estudantes grupo E.....	102
APÊNDICE 9: Construção do " <i>curral ecológico</i> " estudantes grupo D.....	102
APÊNDICE 10: Fase de preparação dos pneus para o " <i>curral ecológico</i> ".....	103
APÊNDICE 11: Modelo do " <i>curral ecológico</i> ".....	103
APÊNDICE 12: estimativa do custo para a construção do " <i>curral ecológico</i> ".....	103
APÊNDICE 13: " <i>Cardápio da saúde semanal</i> ".....	104
APÊNDICE 14: Quantidade de calorias nos alimentos da alimentação básica.....	104
ANEXOS	106
ANEXO 1: Carta anuência da Direção.....	107
ANEXO 2: Carta anuência Chefia do NRE - Irati.....	108
ANEXO 3: Check List Documental.....	109
ANEXO 4: Folha de Rosto Plataforma Brasil.....	111
ANEXO 5: Comprovante Envio Projeto Plataforma Brasil.....	112
ANEXO 6: Parecer aprovação do projeto.....	113
ANEXO 7: Parecer autorização SEED-PR.....	118
ANEXO 8: Termo de autorização de publicação junto a SEED-PR.....	119
ANEXO 9: TCLE (Pais ou responsáveis).....	120
ANEXO 10: TCLE.....	123
ANEXO 11: Termos de Assentimento.....	126

LISTA DE FIGURAS E IMAGENS

FIGURA 1. TETRAEDRO DE HIGGINSON.....	19
FIGURA 2. PIRÂMIDE DE BASE HEXAGONAL.....	20
FIGURA 3. CONFIGURAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE BURAK E KLÜBER (2008).....	21
FIGURA 4. PESQUISA EXPLORATÓRIA COM O SUBTEMA RECICLAGEM.....	41
FIGURA 5. ATIVIDADE NO LABORATÓRIO.....	43
FIGURA 6. PESQUISA EXPLORATÓRIA SOBRE A DECOMPOSIÇÃO DE MATERIAIS NA NATUREZA - GRUPO D.....	65
FIGURA 7. PESQUISA EXPLORATÓRIA COM O SUBTEMA <i>FAST FOOD</i> - GRUPO B.....	76
IMAGEM 1. RESULTADO DAS MEDIDAS EM G (GRAMAS) ENCONTRADAS.....	44
IMAGEM 2. EXPRESSÃO MATEMÁTICA CRIADA PELOS ESTUDANTES DO GRUPO E.....	51
IMAGEM 3. CÁLCULO DA QUANTIDADE DE RECICLÁVEIS ENCONTRADA PELOS ESTUDANTES DO GRUPO E.....	52
IMAGEM 4. GRÁFICO DA COLETA DE RECICLÁVEIS PELOS ESTUDANTES.....	54
IMAGEM 5. GRÁFICO DA COLETA DE RECICLÁVEIS.....	55
IMAGEM 6(a). ANÁLISE REALIZADA PELOS ESTUDANTES DO GRUPO E.....	60
IMAGEM 6(b). ANÁLISE REALIZADA PELOS DOS ESTUDANTES DO GRUPO E.....	60
IMAGEM 7: DECOMPOSIÇÃO DE MATERIAIS NA NATUREZA.....	64
IMAGEM 8: CONSTRUÇÃO DO " <i>CURRAL ECOLÓGICO</i> " ESTUDANTES GRUPO D.....	67
IMAGEM 9: FASE DE PREPARAÇÃO DOS PNEUS PARA O " <i>CURRAL ECOLÓGICO</i> ".....	67
IMAGEM 10: LEITURA DO PNEU 185/60 R14.....	68
IMAGEM 11: MODELO DO " <i>CURRAL ECOLÓGICO</i> ".....	70
IMAGEM 12: PIRÂMIDE ALIMENTAR.....	77
IMAGEM 13: TMB - EQUAÇÃO DE HARRIS-BENEDICT.....	81
IMAGEM 14: TMB X NÍVEL DA ATIVIDADE FÍSICA.....	82

LISTA DE QUADROS E TABELAS

QUADRO 1. COMPARATIVO ENTRE AS CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	29
QUADRO 2. QUANTIDADE DE MATERIAL RECICLADO COLETADO 1º DIA.....	45
QUADRO 3. ESTIMATIVA DO CUSTO PARA A CONSTRUÇÃO DO " <i>CURRAL ECOLÓGICO</i> "	71
QUADRO 4. "CARDÁPIO DA SAÚDE SEMANAL"	78
QUADRO 5. QUANTIDADE DE CALORIAS NOS ALIMENTOS DA ALIMENTAÇÃO BÁSICA.....	80

RESUMO

Marcelo Fabricio Chociai Komar. **Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental: ações e interações.**

O presente trabalho apresenta aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, capazes de constituir-se em alternativa para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito do Ensino Fundamental da Educação Básica. O foco da nossa investigação centrou-se na seguinte questão: Que elementos da Modelagem Matemática, na concepção da Educação Matemática, se constituem nos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental? O objetivo geral consiste em estabelecer a Modelagem como uma metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da análise dos elementos proporcionados pelas ações e interações dos estudantes e professor, no desenvolvimento de atividades de Modelagem. A partir do objetivo geral delimitamos os objetivos específicos: identificar e analisar aspectos pedagógicos, psicológicos e comportamentais percebidos nos estudantes quando envolvidos nas atividades de Modelagem Matemática. Também observar em que medida a atitude do professor favorece aprendizagem envolvendo a Modelagem Matemática. Para cumprimento da questão e objetivos esta investigação é concebida na perspectiva qualitativa/interpretativa, com delineamento na perspectiva de Lüdke e André (1986). O tratamento dos dados segue a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994). Buscamos nesse delineamento compreender, a partir dos dados coletados, sob o ponto de vista docente, a possibilidade de o professor pesquisar o processo do ensino, e sob a ótica dos estudantes, ações e procedimentos capazes de favorecer a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e aprendizagens de outros campos do conhecimento, uma vez que podem indicar caminhos e estratégias e, sugerir questionamentos que beneficiam ao estudante assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento, antes tratado de maneira cartesiana e tradicional. Os resultados desta pesquisa apontam que a Modelagem Matemática, na perspectiva assumida oportuniza a capacidade de desenvolvimento da autonomia decorrentes da ação de pensar, refletir, buscar dados, levantar e encontrar solução para os problemas proporcionados pela coleta de dados, em relação ao tema escolhido. A interação entre os participantes, professores e estudantes, revelou-se como um elemento potencializador do desenvolvimento das atividades e de aprendizagens, tanto do conteúdo matemático como de outros aspectos não matemáticos que se relacionam ao desenvolvimento de um tema, proporcionando o desenvolvimento de ações que favorecem o pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

Palavras-Chave: Educação Básica; Modelagem Matemática; Ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

Marcelo Fabricio Chociai Komar. **Mathematical Modelling in the teaching and learning process of Mathematics in Elementary School: actions and interactions.**

The present work presents aspects of Mathematical Modelling in Mathematics Education, capable of being an alternative to the teaching and learning processes of Mathematics in the scope of Basic Education of Basic Education. The focus of our research focused on the following question: What elements of Mathematical Modelling, in the conception of Mathematics Education, are constituted in the teaching and learning processes of Elementary School students? The general objective is to establish Modelling as a teaching and learning methodology of Mathematics, based on the analysis of the elements provided by the actions and interactions of the students and teacher, in the development of Modelling activities. From the general objective we delimit the specific objectives: to identify and to analyze pedagogical, psychological and behavioral aspects perceived in the students when involved in the activities of Mathematical Modelling. Also observe to what extent the teacher's attitude favors learning involving Mathematical Modelling. For the fulfillment of the question and objectives this research is conceived in the qualitative/interpretive perspective, with a design from the perspective of Lüdke and André (1986). The treatment of the data follows the perspective of Bogdan and Biklen (1994). In this outline we intend to understand, from the collected data, from the point of view of the teacher, the possibility of the teacher researching the teaching process, and from the perspective of the students, actions and procedures able to favor the learning of the mathematical contents and learning of other fields of knowledge, since they may indicate ways and strategies and suggest questions that benefit the student to take an active role in the construction of their knowledge, previously treated in a Cartesian and traditional way. The results of this research point out that Mathematical Modelling, from the perspective assumed, allows for the capacity to develop autonomy resulting from the action of thinking, reflecting, searching for data, raising and finding solutions to the problems provided by data collection, in relation to the chosen theme. The interaction between the participants, teachers and students, has proved to be a potentiating element in the development of activities and learning, both in mathematical content and in other non-mathematical aspects related to the development of a theme, providing the development of actions that critical and reflective thinking of students.

Keywords: Basic Education; Mathematical Modelling; Teaching and learning.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática na escola nos dias atuais, principalmente no âmbito do Ensino Fundamental, parece estar cada vez mais distante do contexto do dia a dia do estudante. A grande demanda de informações cotidianas promovida pela tecnologia da informação e comunicação TIC, e os equívocos pedagógicos presentes na forma de apresentação dos conteúdos matemáticos, em muitos casos, pode tornar a matemática abstrata e incompreensível. Essa constatação feita por meio da observação do cotidiano da escola, na qualidade de professor da Educação Básica, e das discussões com colegas adicionadas ao noticiado pelo MEC, em relação aos resultados da Prova Brasil¹, tem gerado discussões por parte do coletivo escolar.

Nesse contexto a Matemática tem ocupado o centro das atenções, pois muitas vezes esses resultados que apontam fracasso dos estudantes, escondem e mascaram os problemas relativos ao seu ensino que implicam a falta de aprendizagem.

Em nossa atualidade, o grande desafio para o ensino da Matemática é superar a dicotomia existente entre a matemática ensinada de forma tradicional, que contempla a memorização de algoritmos e regras, bem como a resolução de exercícios mecânicos e a matemática que busca atribuir significados ao processo de ensino com vistas à aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, urge a necessidade de o conhecimento matemático ser concebido com o propósito de ser ensinado e aprendido. A obra e o pensamento do matemático teórico implicam nessa necessidade de se rever essa prática que, ainda persiste na escola, principalmente no âmbito da Educação Básica. É a necessidade de ver “nos objetos de ensino, novas metodologias para a formação e construção complexa do ensino de matemática no aluno” (PCN's,1997, p.30).

Compete-nos, ainda ressaltar que conforme levantamentos observados nos resultados da Prova Brasil, com as turmas de 9º ano do Ensino Fundamental, efetivadas nos dados dos anos de 2009, 2011, 2013 e 2015, apontam a fragilidade dos resultados dos estudantes, tais como: na compreensão do pensamento matemático para interpretar e resolver problemas, bem como na aprendizagem da geometria.

Surge, portanto, a necessidade de aproximar, relacionar e formalizar a Matemática estudada em âmbito escolar, a partir do cotidiano do estudante. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática apresenta-se como uma possibilidade.

A Modelagem Matemática na concepção de Burak (1992, 2008, 2012, 2013), Burak e

¹ A Prova Brasil é uma avaliação censitária das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino.

Klüber (2007, 2008, 2012) e Burak e Martins (2015), busca pautar o ensino de Matemática a partir de situações de interesse do estudante, não como uma receita pronta para a aprendizagem, mas como um conjunto de procedimentos, envolvendo ações e interações, capazes de favorecer a formação de conceitos e a construção de conhecimentos matemáticos e outros.

Assim, a conduta do estudante, favorecida pela Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática, requer uma mudança de paradigma, por parte do professor, na forma de pensar e conduzir o ensino da Matemática. Essa mudança na maneira de conceber o ensino tem outra característica que traduz a diferença entre a Matemática na perspectiva apenas das Ciências Naturais e a Matemática na Educação Matemática da qual a Modelagem adita sua natureza e o arquétipo epistemológico que direcionam suas ações e procedimentos, buscando constituir o conhecimento escolar do estudante, interpondo ao conhecimento científico em aula, características como conhecimentos sociais, envolvendo fatores sociais, culturais, econômicos, entre outros.

Neste sentido a presente dissertação pretende destacar aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, capazes de constituir-se em alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito do 9º Ano do Ensino Fundamental da Educação Básica.

Como foco de investigação foi elencado a seguinte questão: Que elementos da Modelagem Matemática, na concepção da Educação Matemática, se constituem no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental?

No intuito de refletir sobre a questão citada, elencamos os objetivos:

O objetivo geral é estabelecer a Modelagem como uma metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da análise dos elementos proporcionados pelo desenvolvimento de atividades em sala de aula.

Como objetivos específicos, identificar e analisar aspectos pedagógicos, psicológicos e comportamentais percebidos nos estudantes quando envolvidos nas atividades de Modelagem Matemática. Também examinar em que medida a atitude do professor favorece a aprendizagem envolvendo a Modelagem Matemática.

Nesse encaixe, esta investigação é concebida na perspectiva qualitativa/interpretativa, com delineamento em Lüdke e André (1986), cujos pressupostos se apoiam em Bogdan e Biklen (1982), ao tratar das características da investigação qualitativa. Segundo Lüdke e André (1986), consiste em: (a) observar como o fenômeno de estudo é compreendido no contexto onde ocorre; (b) a descrição das atividades, como fotografias, entrevistas,

depoimentos, produções dos estudantes com o tema sugerido por eles; (c) a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa; (d) nos dados pesquisados e diálogos dos participantes destacar as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo e; (e) a análise dos dados segue um processo indutivo através da inter-relação entre professor e estudantes.

Esta dissertação está estruturada em quatro capítulos a partir da introdução. No primeiro capítulo, trazemos uma breve revisão bibliográfica sobre os movimentos que influenciam o ensino da Matemática no Brasil, com referência ao Movimento da Matemática Moderna e Movimento da Educação Matemática (MEM), de modo a conhecer as suas características.

O segundo capítulo trata de uma revisão da literatura, embasada em teses e dissertações que tiveram como foco a Modelagem Matemática, suas concepções e utilização na Educação Básica. Diferencia também as concepções sobre a Modelagem Matemática assumidas pelos autores Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Caldeira, Almeida e Burak.

No terceiro capítulo tratamos dos encaminhamentos metodológicos da investigação, com algumas considerações a respeito do problema e dos objetivos da investigação, da sua natureza e delineamento, que se caracteriza como pesquisa qualitativa/interpretativa. São descritas as etapas e também os procedimentos adotados. Também são descritos a coleta e o tratamento dos dados, e apresentamos as considerações em relação ao Objeto Educacional que complementa este trabalho.

No quarto capítulo estão contidas as descrições dos temas e subtemas desenvolvidos, bem como a análise e a interpretação.

CAPÍTULO I.

MOVIMENTOS QUE INFLUENCIAM O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL

1.1 Movimento Matemática Moderna

Um dos fatores que veio a contribuir para o avanço em relação ao ensino da Matemática em âmbito nacional foi a instauração do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que tinha por objetivo a modernização do ensino, e para isso, pretendia aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a matemática produzida pelos pesquisadores da área. As propostas desse movimento inseriam no currículo conteúdos matemáticos que até então não faziam parte da grade curricular das escolas, são exemplos disso: teoria dos conjuntos, transformações geométricas e topologia, que de certo modo deveriam ser atribuídas ao processo industrial do período (ARRUDA, 2008, p. 775-776).

No início da década de 70 organizações como a *Comission Internatienale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM)*, a *Comission Internationale de l'Enseignement Mathématique (CIEM)*, OCDE e UNESCO estavam estabelecidos na ideia de um movimento internacional de renovação do ensino, que veio a ser conhecido como “Nova Matemática” ou “Matemática Moderna”, termo que tinha origem na evolução da matéria no último século e na incitação da necessidade de uma atualização do ensino (BURIGO, 1989, p. 75-76).

Podemos definir o início dos estudos ligados ao MMM a organização e estrutura das atividades matemáticas de pesquisa e ensino, que segundo Dias (2008), promoveram seu processo de institucionalização iniciado no século XIX, com uma série de inovações, mudanças e transformações que puderam repercutir sobre os resultados de produção e reprodução do saber matemático. Para o autor, o MMM no Brasil teve sua contribuição nos anos 1960, até 1970, em que a Matemática perdeu seu caráter preponderantemente informativo e pragmático.

Neste período houve a introdução de elementos unificadores nos campos da aritmética, da álgebra e da geometria, como também a linguagem dos conjuntos e das estruturas algébricas, sendo considerada como base para a construção lógica matemática (DIAS, 2008). Também houve um grande destaque para a álgebra, com os avanços da matemática desde o século XVIII, resultada na algebrização da matemática clássica, a tornando mais rigorosa, precisa e abstrata. A aritmética ganha prestígios no estudo dos conjuntos numéricos,

ordenados segundo sua complexidade estrutural. A preocupação com o processo pragmático de ensino antes concebido poderia ser entendida com a necessidade de resolver problemas, assim em sua nova conjectura, coloca-se a ênfase na precisão matemática de conceito e na linguagem adequada para resolvê-la (DIAS, 2008).

Assim, segundo Dias (2008), o MMM pode ser concebido historicamente como uma série de iniciativas para a reforma do ensino escolar da matemática que congregou autoridades educacionais, matemáticos e educadores de diversos países, notadamente nos Estados Unidos da América (EUA) e na Europa, mas também na América Latina. O autor reconhece que essas iniciativas associaram-se aos interesses corporativos e profissionais dos matemáticos, isto é, certas referências matemáticas "modernas" institucionalizadas entre os matemáticos, desde o século XIX, causando prejuízos aos currículos escolares.

Nos anos entre 1950 e 1960 as práticas didáticas padrões eram a utilização de giz, quadro-negro e, quando disponíveis, livros-texto, e os currículos davam prioridade para as matérias de ciências, onde as aulas de matemática não passavam de três horas por semana (BURIGO, 1989).

No Brasil, o MMM começou a ser discutido pelos educadores nacionais no III Congresso Nacional de Ensino de Matemática, em 1959, onde o já conceituado Professor Osvaldo Sangiorgi orientou as discussões sobre a modernização do ensino de matemática, o que teve um peso importante para que outros profissionais seguissem esse novo caminho (CLARAS; PINTO, 2008).

Em 1961 foram criados os Sistemas Estaduais de Ensino, pela primeira vez os estados tinham autonomia na criação dos currículos escolares, o que incentivou propostas de renovações pedagógicas e surgiram muitos movimentos em prol da educação, entre eles, o Movimento de Cultura Popular de Recife, a Campanha Pé no Chão e o Movimento de Educação de Base (BURIGO, 1989). Nesse mesmo ano muitos grupos de estudo direcionados a educação matemática foram criados, Núcleo de Estudo do Ensino de Matemática (NEDEM), Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), Grupo de Estudos de Ensino da Matemática (GEPEM), Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), liderado pelo professor Osvaldo Sangiorgi (GOMES, 2012).

Devido a política intervencionista dos EUA, e a ampliação da rede de educação pela Aliança, muitos acordos de "cooperação técnica" entre o Brasil e os EUA, incentivavam, entre outras coisas, o treinamento de professores brasileiros por técnicos norte-americanos (TAVARES, 1980 apud BURIGO, 1989).

No Brasil o MMM recebeu muitas críticas, entre elas, a falta de compreensão das

matérias por parte dos alunos, devido ao despreparo dos professores para ensinar a nova matemática. O comentário de Di Pierro Netto elucida bem a imagem que o MMM deixava.

queremos deixar claro que não estamos querendo falar dos exageros e muitas tolices que se fizeram em nome do que se chamava 'moderna' e as pobres crianças ficavam girando em torno de inutilidades quando mal conduzidas. E quase sempre eram (DI PIERRO NETTO, 1988, p. 45).

A preocupação com aprendizagem e o ensino da Matemática se tornou mais evidente somente com o declínio da matemática moderna. Assim, o fracasso do Movimento da Matemática Moderna, possibilitou educadores, matemáticos, a estimular a criação de grupos de estudos e pesquisa e contribuiu para o que hoje chamamos de Educação Matemática.

1.2 Movimento Educação Matemática

Segundo Burak (2012) algumas preocupações importantes deixaram de ser consideradas pelo Movimento da Matemática Moderna, mas que sensibilizavam os educadores-pesquisadores, e que desencadeou na década de 1970 o Movimento de Educação Matemática (EM), sendo elas:

[...] i) dar suporte às ações do professor em sala de aula, (ii) levar em consideração a experiência do estudante, (iii) prover o ensino de situações que pudessem contribuir para desenvolver no aluno a tão desejada autonomia, (iv) buscar formas de melhor observar e acompanhar o desenvolvimento do estudante em sala de aula (BURAK, 2012, p.64).

No sentido de tentar evidenciar historicamente a trajetória da EM, Kilpatrick (1996) destaca três fatos que deram origem a Educação Matemática: o primeiro está relacionado a preocupação dos próprios matemáticos e professores quanto a qualidade do ensino da Matemática as futuras gerações; o segundo, é atribuído a iniciativa de universidades europeias em formar professores secundários, o que promoveu o surgimento de especialistas em ensino da Matemática; e o terceiro está vinculado a pesquisas referentes a como se dá a aprendizagem de conceitos matemáticos por crianças americanas e europeias.

Diferentemente do MMM, o Movimento da EM se preocupa com o sujeito que aprende, e leva em consideração que as dificuldades em compreender a natureza da Matemática começam a partir das variações culturais. E não foca em unificar níveis cada vez mais elevados de linguagem matemática, sem se preocupar se está sendo entendido ou se cada conteúdo é apropriado as idades dos alunos para os quais estão sendo ensinados.

O objeto de estudo da EM, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.10), envolve as

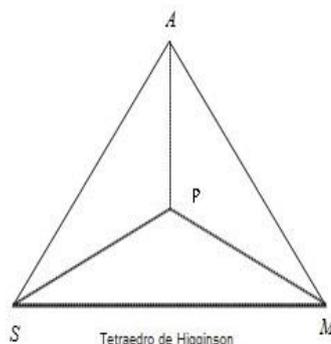
múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático, em um contexto sociocultural específico. Assim o objeto da EM pode ser visto de ângulos diferentes do que da própria matemática. Os objetivos da investigação em EM, são múltiplos e difíceis de serem categorizados, mas podemos destacar dois objetivos básicos: o primeiro de natureza pragmática, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática; e um segundo de cunho científico que tem em vista o desenvolvimento da EM enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos.

Ainda em relação aos objetivos supracitados, Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam que existem dois tipos básicos de perguntas sobre a pesquisa em EM; as que surgem diretamente da prática de ensino e aquelas geradas a partir de investigações ou estudos precedentes ou da própria literatura.

Não há um ponto de vista único, segundo Rius (1989a), mas diversas tentativas de explicar a natureza da Educação Matemática. Apesar das diferenças entre os enfoques, é possível, segundo Wain (1978), *apud* Rius (1989a), que todos coincidam em considerar a Educação Matemática como uma atividade operacional fundamentada numa variedade de áreas de estudo, cujo objetivo fundamental é a análise da comunicação em Matemática (BURAK e KLÜBER, 2008, p.95).

Para análise sobre a natureza da EM, vemos a construção do chamado Modelo do tetraedro idealizado por Higginson (1980), o qual segundo Rius (1989a) proporciona não apenas um marco de referência, mas sendo este amplo e sólido para a explicação das áreas envolvidas no estudo (BURAK e KLÜBER, 2008). Segundo Higginson em Rius (1989a), os elementos fundamentais para a EM são descritas pela Matemática, Psicologia, Filosofia e também a Sociologia. O qual ele representa por meio da Figura 1:

Figura 1. Tetraedro de Higginson



Fonte: Burak e Klüber, 2008, p.95

Podemos observar que cada disciplina corresponde a uma fase do tetraedro, pois

segundo Higginson *apud* Rius (1989a), estas disciplinas são necessárias e suficientes para definir a natureza da EM.

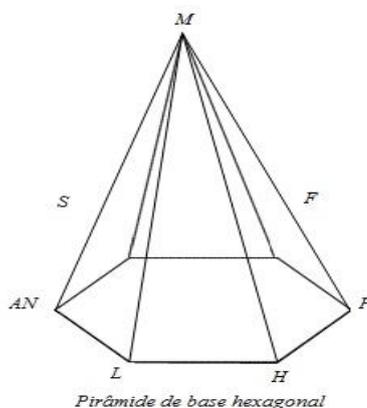
Cada fase do tetraedro MAPS, corresponde a uma disciplina, A corresponde à filosofia, M corresponde à Matemática, P corresponde à psicologia e S corresponde à sociologia, e cada aresta corresponde a iteração entre duas áreas do conhecimento, por exemplo: a aresta PS é a área onde estão relacionados os interesses da Psicologia e da Sociologia; MP representa as relações entre a Matemática e a Psicologia; e MAP, a área de interesse da Matemática, Filosofia e da Psicologia.

Higginson foi brilhante quando considerou a construção do Tetraedro, o que nos faz acreditar que iniciava nesta época, um legado para os estudos e discussões da EM.

Em consonância com Burak e Klüber (2008), nessa perspectiva, é razoável admitir que a interação referida somente é possível se consideramos a EM, uma perspectiva que não se prende especificamente à visão da Ciências Naturais e Exatas, mas que busque diálogo com outras áreas do conhecimento à luz das Ciências Humanas e Sociais. Porém, a EM esta em processo de desenvolvimento e por isso não é uma entidade estática no tempo, e sua própria evolução histórica vem sendo um fator crucial para a sua formação.

Assim, uma ampliação para o modelo de Higginson, que pode expressar a inclusão de novas áreas do conhecimento pode tomar a forma de uma pirâmide de base pentagonal, hexagonal, heptagonal, conforme as áreas do conhecimento que a ele se agregam, de maneira que no vértice da pirâmide teríamos a matemática e na base outras áreas do conhecimento como a Antropologia, a Língua Materna, a História da Matemática, a Epistemologia dentre outras. Podemos tomar como exemplo a Figura 2:

Figura 2. Pirâmide de base hexagonal

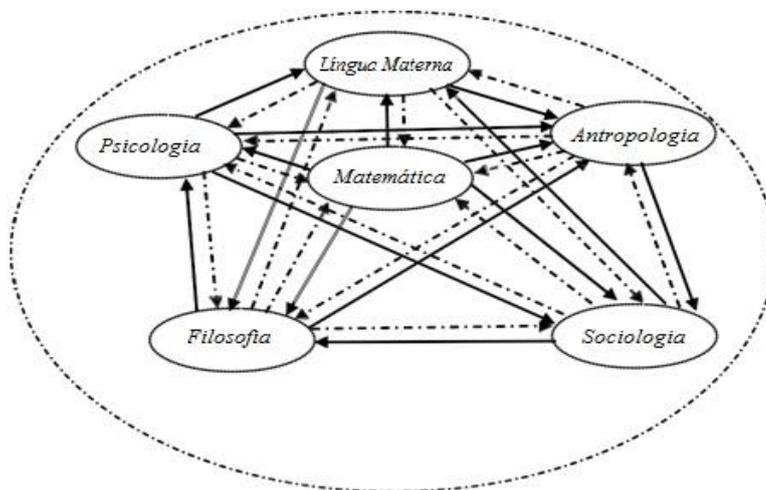


Fonte: Burak e Klüber, 2008, p.97

Como podemos perceber, a EM envolve muitas áreas do conhecimento, e vislumbra

um contexto que permita múltiplas interações entre as diferentes áreas do conhecimento. De acordo com Burak e Klüber (2008), a configuração que representa momentaneamente essa configuração da EM pode ser caracterizada pela Figura 3:

Figura 3. Configuração da Educação Matemática na perspectiva de Burak e Klüber (2008)



Fonte: Burak e Klüber, 2008, p.98

Ainda de acordo com os autores, nessa configuração a Matemática parece interagir com as outras áreas do conhecimento, contribuindo para um entendimento de considerá-la como adjetivação, sendo a substantivação a Educação, ou seja formação crítica e reflexiva do cidadão.

Seja em forma de pirâmide ou por meio deste novo modelo de representar a EM, ainda pode haver diferentes entendimentos sobre a sua concepção.

Podemos observar nitidamente, que tanto no tetraedro quando na pirâmide de base hexagonal, que a Matemática aparece enfatizada nas representações, enquanto que nesta última figura, a matemática parece interagir com as outras áreas do conhecimento.

O Movimento Educação Matemática, que se deu logo após esse declínio, caracteriza-se como um processo imerso na totalidade concreta e se desenvolve segundo uma natureza que envolve fundamentos capazes de dar sustentação ao processo de ensino e aprendizagem. Por meio dela se pretende dar conta de um conjunto de práticas ligadas à justificação e à argumentação, sem esquecer-se das relações sociais manifestadas na realidade concreta. Embora a Matemática se caracterize pela abstração e formalismo, o conhecimento matemático é reforçado através da construção das interações entre o indivíduo e o meio e de uma relação equilibrada entre teoria e prática.

CAPÍTULO II.

MODELAGEM MATEMÁTICA SUAS CONCEPÇÕES E UTILIZAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo iremos apresentar as concepções de Modelagem Matemática, Modelagem Matemática na Educação Básica e Modelagem Matemática na Educação Matemática.

2.1. Concepções de Modelagem Matemática

Segundo Huf (2016), atualmente no Brasil são encontrados vários autores que desenvolvem estudos e pesquisas sobre Modelagem Matemática com diferentes concepções. Em sua pesquisa, considera o estudo dessas concepções, destacando Barbosa (2001, 2004), Bassanezi (2002, 2011), Biembengut (1999, 2009), Biembengut e Hein (2003), Caldeira (2009), Almeida e Brito (2005), Almeida e Ferruzzi (2009), Almeida e Dias (2004), Almeida e Vertuan (2010), Burak (1987, 1992, 1998, 2004), Burak e Klüber (2008), Burak e Aragão (2012).

Cada um dos autores assume um ponto de vista diferenciado sobre a metodologia da Modelagem Matemática, com formas diferenciadas de conceber e encaminhar as atividades. Embora concordem que esta metodologia pode ser um grande diferencial no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A seguir apresentamos resumidamente, seis concepções de Modelagem Matemática assumida pelos autores.

2.1.1 Modelagem para Barbosa

Jonei Cerqueira Barbosa é Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Brasil (2001), atualmente como professor e professor orientador de Mestrado e Doutorado da Universidade Federal da Bahia. Barbosa (2004a) considera que a Modelagem Matemática muitas vezes é conceituada, como mera aplicação de um conteúdo matemático. Para Barbosa (2004) isso pode ser visto como uma limitação teórica e admite que a “Modelagem é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo. Com isso, não quero dizer que exista a necessidade de se ter fronteiras claras, mas de se

ter maior clareza sobre o que chamamos de Modelagem” (BARBOSA, 2004a, p. 73).

O autor defende que a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p.6). Sugere, do ponto de vista pedagógico, que o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, em sala de aula, podem ser desenvolvidas em três casos:

Caso 1: O professor propõe o problema, traz todas as informações necessárias para resolução, ficando para o aluno a responsabilidade de construir o modelo e encontrar a solução do problema.

Caso 2: O professor traz o problema que geralmente é de áreas distintas, ou seja, diferentes áreas do conhecimento que não pertence à Matemática, cabendo aos alunos a busca pelos dados para resolver o problema.

Caso 3: Este é um pouco diferente, pois, aqui o tema pode ser escolhido pelo professor ou pelos alunos. Os alunos têm um pouco mais de participação, pois, trazem o problema e integram-se em todas as etapas para resolver o problema, isto é, buscam informações que possibilitem a criação do modelo bem como a validação deste (BARBOSA, 2001 p.4).

Barbosa (2004) ainda considera que existem hipóteses, ou lacunas que orientam as relações do saber-fazer da Modelagem no contexto escolar, apontando dois domínios a serem percorridos para a formação dos professores em relação à Modelagem, ou seja, a experiência do aluno em experimentar várias situações de atividades com Modelagem Matemática e a experiência como aluno e a experiência como professor, no que diz respeito ao desenvolvimento de tais atividades.

2.1.2 Modelagem para Bassanezi

Rodney Carlos Bassanezi é Doutor em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas, Brasil (1977), professor titular desta e orientador de Doutorado. Em sua experiência com Modelagem Matemática, acredita que o gosto pela matemática pode ser aumentado quando ocasionado por interesses ou estímulos externos, que considera como "mundo real", oportunizado pelas ações de atividades desenvolvidas pela matemática aplicada, por meio de um modelo matemático.

Para o autor, as situações-problemas envolvendo a realidade cotidiana, seriam um elemento motivador para o aprendizado dos estudantes. Destaca que

a Modelagem Matemática é um processo que alia teoria e prática, propiciando entender a realidade em busca de meios para transformá-la. Tal concepção está compreendida como “um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão” (BASSANEZI, 2002, p. 17).

Bassanezi (2011) apresenta seis passos para construir um modelo matemático, oportunizados por: “Experimentação; Abstração; Resolução; Validação; Modificação e Aplicação”. A seguir pode ser destacado cada um dos passos, conforme descrito:

Experimentação: fase na qual são levantadas as variáveis envolvidas e obtido os dados necessários para a fase da resolução.

Abstração: fase que o autor separa em vários passos por meio dos quais é criado o modelo matemático referente ao problema. Segue os seguintes passos: Seleção das variáveis – A distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema; Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; A formulação de hipóteses – As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas. A geração de hipóteses se dá de vários modos: observação dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal do modelador, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas etc; Simplificação – não são raras as situações em que o modelo dá origem a um problema matemático que não apresenta a mínima possibilidade de estudo devido à sua complexidade. Neste caso, a atitude será voltar ao problema original e tentar restringir as informações incorporadas ao modelo a um nível que não desfigure irremediavelmente o problema original, mas que resulte em um problema matemático tratável.

Resolução: fase que ocorre a transformação das hipóteses naturais em um modelo matemático.

Validação: fase na qual o modelo é aceito ou rejeitado, pois é analisado se o modelo proposto para resolução do problema é válido ou não.

Modificação e aplicação: nessa fase, caso ocorra a rejeição, é reformulado o modelo proposto, em que novas informações podem aparecer e o modelo pode ser ajustado e até mesmo refeito se necessário (BASSANEZI, 2001 pp.28-29).

Cabe destacar que esta concepção de Modelagem, por Bassanezi, está voltada principalmente para o Ensino Superior e Pós-Graduação, devido a sua preocupação na natureza formativa dos sujeitos, sua estratégia de aprendizagem e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos sistematizados e aplicados.

2.1.3 Modelagem para Biembengut

Maria Salett Biembengut é Doutora em Engenharia de Produção de Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil 1997 e atualmente é professora da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Brasil.

Biembengut (1999) destaca que

a criação de modelos para interpretar fenômenos naturais e sociais é inerente do ser humano. A própria noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Geografia, Literatura, Matemática. Aliás, a história da Ciência é testemunha disso (BIEMBENGUT 1999, p.11).

Para que ocorra a interação entre estes modelos, se faz necessário alguns procedimentos, em que Biembengut e Hein (2003) destacam três etapas: interação, situação em que se reconhece a situação-problema e familiaridade com o estudo a ser modelado; Matematização, etapa em que se formula o problema e o resolve em termos de modelo; Modelo Matemático, etapa final da solução e validação. Para implementar a Modelagem Matemática na prática do ensino da Matemática Biembengut e Hein (2003) nos sugerem cinco passos: diagnóstico sobre os alunos, escolha do tema, desenvolvimento do conteúdo programático, orientações de modelagem e avaliação do processo.

A Modelagem Matemática concebida e defendida por Biembengut (1999) consiste em desenvolvê-la em consonância com a proposta de ensino ou currículo escolar, a partir de temas que explorem os conteúdos programáticos estabelecidos, sendo desenvolvidos continuamente ano após ano.

2.1.4 Modelagem para Caldeira

Ademir Donizetti Caldeira é Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas, Brasil (1998), atualmente professor da Universidade Federal de São Carlos, Brasil, e sugere que a Modelagem Matemática

não é apenas um método de ensino e aprendizagem, mas uma concepção de educação matemática possível de incorporar as práticas de professores e professoras podendo despertar no estudante a capacidade de enfrentar sua realidade e lutar contra ela se for necessário (CALDEIRA, 2009, p.01).

Suas argumentações sobre a Modelagem Matemática são separadas em três partes: a Matemática que está relacionada com a cultura, diferente da defendida pela escola pitagórica²; Os pressupostos epistemológicos, na linha da Racionalidade das Ciências Modernas, pregam que sempre existe um sujeito que conhece e um objeto que é conhecido; E os aspectos didático-pedagógicos, presentes nos currículos escolares, como algo pronto, como lista de conteúdos e exercícios.

Assim, Caldeira (2009) sustenta a visão de Modelagem Matemática, que pretendem romper com esta linearidade. O autor ainda sugere que o estudante ao problematizar, elaborar suas próprias perguntas, pode desenvolver-se por meio da pesquisa e refletir sobre suas próprias conclusões, estabelecendo uma possível ordem que dá sentido a vida.

² Influente corrente filosófica grega, fundada por filósofos pré-socráticos que defendia a matemática apoiada a processos de abstrações e demonstrações.

2.1.5 Modelagem para Almeida

Lourdes Maria Werle de Almeida é Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil (1999). Atualmente é professora da Universidade Estadual de Londrina, iniciando suas atividades no ano de 1985.

Para Almeida, em Almeida e Brito (2005), a Modelagem Matemática constitui-se em uma alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático, que pode mostrar aplicações da Matemática em diferentes áreas do conhecimento (ALMEIDA E BRITO, 2005).

Almeida (2009) destaca que "a aula de matemática constitui-se de um espaço investigativo, relacional e comunicativo, no qual pode existir a construção do conhecimento" (ALMEIDA e FERRUZZI, 2009, p.118).

Assim, o termo modelagem matemática para a autora

refere-se à busca de uma representação matemática para um objeto ou um fenômeno que pode ser matemático ou não. Neste sentido, trata-se de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar as características essenciais do objeto ou fenômeno que pretende representar (ALMEIDA e FERRUZZI, 2009, p.120).

A autora considera que o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de ações cognitivas com a oportunidade de identificar e estudar situações-problema de sua realidade. Ações estas como: buscar informações, identificar possíveis variáveis e selecioná-las, elaborar hipóteses, simplificar, obter um modelo matemático (representação matemática) e resolver o problema por meio de procedimentos adequados, analisando a solução, validando ou refutando sua aceitabilidade.

2.1.6 Modelagem para Burak

Dionísio Burak é Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas, Brasil (1992). Atualmente é professor do Curso de Doutorado em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) e professor do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO), bem como orientador de Mestrandos e Doutorandos, disseminando seus conhecimentos ligados a Modelagem Matemática na Educação, na perspectiva da linha cognitiva.

Seus estudos revolucionaram e revolucionam a maneira de pensar e agir diante do ensino e aprendizagem da Matemática, por meio da concepção de Modelagem Matemática

assumida. É pioneiro nos estudos da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica, como alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, apresentados por sua dissertação de mestrado (1987) e comprovado por sua Tese de Doutorado (1992). Assume a perspectiva de que a Educação Matemática se relaciona com outras Ciências, Humanas e Sociais, principalmente em nível de Educação Básica destaca a importância de relacionar os conteúdos matemáticos em outros contextos como: econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos.

Após a fase da sua tese, a partir dos estudos envolvendo a Educação Matemática, Burak passou a construir uma concepção de Modelagem Matemática. Para isso, a concebe numa perspectiva de Educação Matemática que tem nas Ciências Humanas e Sociais seus pilares considerando a educação, principalmente em nível da Educação Básica, em um sentido mais amplo, que envolve além do matemático outros contextos.

Sua preocupação no mestrado (1987) era a de oferecer uma proposta de ensino da Matemática, diferente da concepção cartesiana e iluminista do ensino tradicional, esta que poderia ter significado às experiências vividas pelos estudantes, ou seja, buscar uma matemática com significado de modo a favorecer a sua aprendizagem, partindo do interesse do estudante e da sua motivação por um tema ou situação-problema.

Em sua Tese de doutorado Burak (1992) corrobora sua perspectiva de Modelagem com dois princípios para o desenvolvimento de um trabalho: 1) o interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Nessa fase, Burak “leva em conta os sujeitos, o ambiente social, cultural e outras variáveis” (BURAK e KLÜBER, 2008, p.20).

Na concepção de Burak (1992) a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62), e considera que

na perspectiva da Modelagem Matemática o processo de ensino e aprendizagem é alicerçado "nas teorias da cognição, constituída principalmente por uma visão construtivista, sócio-interacionista e de aprendizagem significativa que consideram o estudante como um agente da construção do próprio conhecimento" (BURAK, 2010, p.18).

Para Burak (1998, 2004, 2010), Klüber e Burak (2008), Burak e Aragão (2012) a "modelagem para fins de encaminhamento didático pode ocorrer a partir de cinco etapas, sendo elas: Escolha do tema; Pesquisa exploratória; Levantamento dos problemas; Resolução

dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e Análise crítica das soluções" (HUF, 2016, p.28).

Assim, as cinco etapas podem ser sugeridas por Burak (1987,1992, 1998), Klüber e Burak (2008) como:

Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nessa fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.

Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.

Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades.

Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente.

Análise crítica das soluções – etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam (KLÜBER e BURAK, 2008, p.21-22).

Por meio da Modelagem o estudante tem a possibilidade de atribuir sentido e significado aos conteúdos estudados, estimulando sua satisfação pessoal em suprir necessidades do seu interesse, formando atitudes positivas em relação à sua concepção sobre Matemática (BURAK e MARTINS, 2015).

Neste sentido, Burak (1987,1992,1998), considera que a Modelagem Matemática parte do interesse do grupo ou dos grupos, escolhendo o que gostariam de estudar, com a oportunidade de se manifestar, discutir, propor, desenvolver o interesse e a interação colaborativa entre o grupo de trabalho, partindo de temas propostos pelo próprio grupo.

2.1.7 Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática

O Quadro 1 a seguir sintetiza seis concepções de Modelagem Matemática assumidas pelos autores, os encaminhamentos dos conteúdos e suas opções pelos níveis de ensino.

Quadro 1. Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática

Autores	Concepção de Modelagem	Encaminhamento dos conteúdos (etapas)	Opção por níveis de Ensino
Barbosa	Constitui-se de um ambiente de aprendizagem matemática no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar sobre situações de sua realidade. Educação Matemática e Crítica.	Não sugere etapas. É realizado um convite aos alunos, para que participem ou não. O professor realiza o encaminhamento inicial, de maneira antropológica, em virtude da necessidade da atividade.	Ensino Fundamental, Médio e Formação de Professores.
Bassanezi	Processo dinâmico para obtenção e validação de modelos matemáticos. Matemática Aplicada.	Apresenta seis passos/etapas para construir um modelo matemático: experimentação; abstração; resolução; validação; modificação e aplicação.	Ensino Superior e Pós-graduação.
Biembengut	Processo que envolve a obtenção de um modelo, sem explicitar sua relação com as teorias da aprendizagem.	Sugere etapas de acordo com o processo da modelagem, que possui como objetivo a obtenção de modelo. As etapas seguem os modelos usuais da modelagem, utilizados na matemática aplicada.	Ensino Fundamental, Médio e Superior. Formação de Professores.
Caldeira	Sistema de aprendizagem oriundo da Educação Matemática.	Não sugere etapas, é considerada um sistema com perspectivas antropológicas.	Ensino Fundamental e Médio. Formação de professores.
Almeida	Constitui-se em uma alternativa pedagógica na	Ações cognitivas que visam identificar situações-	Ensino Fundamental, Médio e Superior.

	aplicação da Matemática em diferentes áreas do conhecimento.	problema, possíveis variáveis, de modo a obter um modelo matemático, que pode ser validado ou refutado.	Formação de Professores.
Burak	O objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Considerando seus estudos na linha cognitivista, em oposição as resistentes, cômodas, aversivas e ineficientes formas de ensino que existem no conhecimento matemático.	Cinco etapas: a escolha livre do tema, a pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções.	Educação Básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio. Formação dos Professores.

Fonte: O autor, 2017 – adaptado de BURAK e KLÜBER (2008), e de HUF (2016).

Este Quadro mostra diferentes perspectivas para o trabalho com a Modelagem Matemática na Educação. Tais perspectivas refletem trajetórias profissionais distintas, opções por distintos níveis de ensino e concepções epistemológicas distintas.

2.2. A Modelagem Matemática na Educação Básica

Nas últimas décadas, a Modelagem Matemática tem-se constituído como importante alternativa metodológica para o ensino de Matemática no âmbito da Educação Básica. Tal reflexão pode promover a construção do pensamento crítico e reflexivo nos estudantes, com a ação mediadora do professor.

O trabalho pioneiro que embasa a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica foi apresentado por Burak em sua dissertação de mestrado (1987), e aprofundada no seu doutorado (1992). Após considerar que seus estudos não teriam mais sentido na Modelagem que se pauta na perspectiva da Matemática Aplicada, seus estudos se

fundamentam, além da Matemática nas Ciências Humanas e Sociais, e seu foco principal é a Educação Básica, no qual busca uma abrangência transdisciplinar.

Em sua trajetória acadêmica em Modelagem Matemática, na condição de estudos para dissertação de mestrado, Burak (1987) procurou apresentar e discutir essa forma de metodologia para o ensino de Matemática, realizada com professores de 5ª série do Ensino Fundamental, no aspecto da avaliação, sendo que foram constatadas algumas dificuldades encontradas pelo grupo como: "a falta de vivência de um trabalho na forma proposta; a necessidade de abandonar a seqüência rígida dos conteúdos; fazer um uso diferenciado do livro; a insegurança de desenvolver um trabalho mais solto, mais dinâmico e mais significativo para o aluno" (BURAK E KLÜBER, 2007, p.04).

Assim, para Burak (1987), este estudo proporcionou as reflexões em relação ao emprego da Modelagem Matemática no ensino de Matemática, possibilitando a análise e a discussão de alguns pontos que subsidiaram, um novo estudo, em sua tese de Doutorado(1992), como

O respeito às diferenças dos participantes;
A liberdade como uma condição para desenvolver a criatividade;
Como avaliar o trabalho na Modelagem Matemática;
A contribuição das discussões e das reflexões com os professores;
Avaliação do curso (BURAK E KLÜBER, 2007, p.05).

Para os autores, os encontros realizados ensejaram efeito, em sua grande maioria, na vontade de mudança da parte metodológica dos professores, mesmo considerando também uma resistência bastante acentuada. Nas discussões e depoimentos dos professores participantes, foi possível perceber, segundo Burak e Klüber (2007), que essa resistência tinha como origem a insegurança para a adoção de uma nova metodologia de trabalhar com a Matemática, oportunizando assim um curso de Modelagem que teve como tema proposto pelo grupo a construção de uma maquete de uma casa, dividida em três etapas: planta baixa, construção das paredes e a cobertura, objetivando prever, por conta dos cursistas o desenvolvimento das atividades dos tópicos abordados, noções da planta baixa o trabalho com as medidas de comprimento, escala, e outros tópicos de conteúdos envolvidos na atividade, sendo que cada etapa da maquete da casa foi discutido os conteúdos que poderiam ser abordados, sua conveniência ou não para a série e a profundidade da abordagem, com discussões coletivas e reorientação dos conteúdos, oportunizando uma excelente aceitação entre todos os envolvidos.

Há também alguns pontos levantados por Burak (1992): "qual a compatibilidade da Modelagem Matemática com as teorias mais atuais da Psicologia que tratam do ensino e da aprendizagem da Matemática? Qual a concepção ou as concepções de ensino e de

aprendizagem refletem as preocupações sentidas pelo pesquisador? Como se dá essa prática em sala de aula? Quais seriam os reflexos dessas mudanças no trabalho do professor, no ensino da Matemática, no livro didático, nos pais, nos alunos e na própria escola?" (BURAK E KLÜBER, 2007, p.06).

Nessa perspectiva o trabalho de Doutorado de Burak (1992) se desenvolveu em duas etapas: a primeira com um curso de 40 horas, envolvendo professores interessados na experiência com a Modelagem Matemática, e na segunda etapa como elaboração e desenvolvimento de um projeto envolvendo a Modelagem Matemática em sala de aula, por um grupo de sete professores participantes da primeira etapa.

Os objetivos propostos e a questão norteadora do trabalho, segundo Burak e Klüber (2007), encaminharam reflexões sobre o procedimento metodológico a ser adotado, com a atenção aos princípios da pesquisa voltados ao interesse do grupo de pessoas envolvidas e a obter os dados e as informações diretamente no ambiente de interesse do grupo, com a decisão da escolha do tema livre, por parte dos estudantes.

No âmbito da Educação Básica, Penteado (2015) relaciona estudos e avaliações externas sobre a falta dos saberes matemáticos que são ensinados, parte integrante de sua qualificação como mestre, intitulado: *As práticas de Modelagem Matemática na Educação Básica do Estado do Paraná*, apontou que dos 65 relatos apresentados em cinco edições do EPMEM, evento em Modelagem Matemática, apenas 28 práticas foram desenvolvidas em nível de Educação Básica, destas, 75% ocorreram em horários regulares das aulas. A autora comenta sobre o pequeno número de atividades práticas envolvendo a Modelagem Matemática, concluindo que: “pode-se inferir que estas práticas também não se constituem em práticas efetivas no ensino de Matemática no âmbito considerado da Educação Básica” (PENTEADO, 2015, p.58).

Magnus (2012), desenvolveu sua pesquisa intitulada: *Modelagem Matemática em sala de aula: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação*, em que propõe responder sobre os principais obstáculos e dificuldades relatados pelos professores de matemática ao trabalharem, ou não, com Modelagem. Com a aplicação de um questionário, via e-mail, a 250 professores da rede pública no estado de Santa Catarina, a autora obteve como resposta apenas 43 questionários, que passaram a constituir a base de sua pesquisa. A análise dos dados obtidos revelou a falta de conhecimento e o despreparo dos professores, moldados por uma resistência tradicional de ensino, voltada a repetição e memorização dos conteúdos matemáticos.

Por outro lado Caldeira, Silveira e Magnus (2012) descrevem a experiência com o

trabalho em modelagem, nas séries finais do Ensino Fundamental, em que o tema escolhido emergiu do interesse dos alunos, partindo da sua realidade e interesse, considerando que não há uma receita para uma aula atraente, mas com pouco entendimento desta metodologia, pode superar os obstáculos encontrados no ensino de modo a favorecer a aprendizagem dos alunos.

2.3 A Modelagem na Educação Matemática – concepção assumida

A Modelagem Matemática na Educação Matemática, tem como pressuposto a construção do conhecimento matemático e outros decorrentes do tema escolhido, tendo como premissas: 1) partir do interesse do grupo ou dos grupos e 2) a coleta dos dados, sempre que possível, se dá no local onde reside o interesse do grupo ou dos grupos. Para construção do presente trabalho, adotando a Modelagem Matemática, que tem seus fundamentos, segundo Burak (1992). Segundo o autor, o desenvolvimento, os procedimentos adotados e os encaminhamentos dados às questões dos conteúdos buscam, na Modelagem Matemática, manter-se no foco concebido para o trabalho em nível da Educação Básica.

Para Burak e Klüber (2007), as leituras que envolvem Psicologia, Filosofia e Pedagogia, Educação, Criatividade e História da Matemática permitem amadurecer o significado de Educação e refletir sobre as várias formas pedagógicas adotadas nas escolas. Neste sentido a interação com outras ciências é fundamental para a reflexão sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e sua conseqüente adoção no ensino e aprendizagem da Matemática.

Na elaboração das atividades com a Metodologia da Modelagem Matemática, observou-se, com base nos autores, "que o conteúdo parte do interesse do próprio grupo, de modo que possa existir um diálogo entre os professores e estudantes, tornando o professor um agente "mediador" neste processo" (BURAK e KLÜBER, 2008, p.21).

Cabe destacar que os estudos evidenciados por Burak (1987, 1992) têm apoio na dimensão da Psicologia das teorias cognitivistas, tendo como suporte a teoria Construtivista de Jean Piaget, Sócio interacionista de Vygotsky, da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e Bruner, com a aprendizagem por descoberta e o currículo em espiral. Os motivos dessa escolha, segundo Burak e Klüber (2008) foram que elas se constituem nas mais difundidas no âmbito das teorias cognitivistas e todas têm papel importante na aprendizagem e em conseqüência para a Educação. Além dessa dimensão, a Modelagem Matemática na Educação Matemática está sustentada pela Filosofia, e por uma epistemologia que busca superar o paradigma da ciência moderna, um paradigma de conhecimento que envolve o

pensamento complexo, uma pedagogia³ de educação transformadora e uma visão de matemática construída na interação social.

Nessa perspectiva foi aperfeiçoada a Metodologia da Modelagem Matemática por Burak (1992), com o objetivo de oportunizar aos professores a discussão de novos procedimentos e perspectivas para o ensino de Matemática, ganhando aceitação pela possibilidade de aprofundar os conhecimentos matemáticos por meio da interação, da troca de experiências, da motivação dos estudantes em estudar um conteúdo de seu interesse, das ações e as interações que ocorrem no desenvolvimento de um trabalho, do impacto no currículo, da mudança de postura do professor, da importância do trabalho em grupo, da importância da contextualização, da importância da prática dentre outras.

Fundamentado em Burak (1992,1998) e na sua perspectiva de Modelagem Matemática, como forma de conceber o processo de ensino e aprendizagem do estudante, viabilizamos as ações necessárias para desenvolver o presente trabalho, nas séries finais do Ensino Fundamental, cuja metodologia é descrita no próximo capítulo.

³ Significando a Ciência da educação que estuda as práticas, métodos e princípios da educação. Prática de educar, ensinar.

CAPÍTULO III.

ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

3.1 Natureza e delineamento da investigação

Com vistas a seguinte questão: que elementos da Modelagem Matemática, na concepção da Educação Matemática, se constituem no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes?

E, ainda, tendo como objetivo principal: estabelecer a Modelagem como alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da análise dos subsídios proporcionados pelo desenvolvimento de atividades do interesse dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. O objetivo geral e a questão norteadora ensejam uma pesquisa de natureza capaz de descrever elementos que possam subsidiar as análises e as interpretações,

Para Lüdke e André (1986), busca-se nesse tipo de delineamento compreender, com a coletada dos dados, sob o ponto de vista docente a possibilidade de o professor pesquisar o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, a partir de ações e interações capazes de favorecer a aprendizagem dos conteúdos e, também aprendizagens de outros campos do conhecimento, uma vez que a mediação pode indicar caminhos e estratégias, e sugerir questionamentos que beneficiem e possibilitem ao estudante assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento.

Tal decisão centrou-se no alcance do objetivo dessa investigação, que busca responder a questão “para que” estou fazendo essa investigação, o que pretendo com ela, para que ela dará acolhida? Desse modo, essa investigação será conduzida no âmbito da sala de aula, ambiente natural dos sujeitos envolvidos, estudantes e professor, com suas linguagens e formas de comunicação familiares.

Pelo exposto essa investigação possui natureza qualitativa/interpretativa e segundo os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), (a) observando como o fenômeno de estudo é compreendido no contexto onde ocorre; (b) a descrição das atividades, podendo ser fotografias, entrevistas, depoimentos, produções dos alunos com o tema sugerido por eles; (c) preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa; (d) os dados pesquisados devem demonstrar as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo e; (e) a análise dos dados deve seguir um processo indutivo através da inter-relação entre professor e estudantes.

3.2 Etapas e procedimentos da Investigação

Essa investigação previu a realização das atividades em 4 etapas, descritas a seguir:

A primeira etapa constituiu a revisão bibliográfica mediante leitura sistemática, com fichamento de cada obra, de dissertação ou tese que tratassem sobre o tema em foco: a Modelagem no Ensino fundamental. Seguindo orientações da abordagem qualitativa/interpretativa, tentar compreender, através dos dados coletados, a oportunidade de novas descobertas, de novas aprendizagens em Modelagem Matemática, uma vez que poderia indicar caminhos e estratégias e, sugerir questionamentos que levem o aluno a assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento.

A segunda etapa consistiu no desenvolvimento da experiência inicial do Professor Pesquisador (PP), com essa metodologia com estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública Estadual do município de Prudentópolis. A atividade teve início com uma breve abordagem utilizando slides sobre a trajetória histórica do Movimento da Matemática Moderna no Brasil - MMM, do Movimento da Educação Matemática e na sequência algumas teorias cognitivas da aprendizagem. Por fim, o PP apresentou aos estudantes a concepção de Modelagem Matemática, na Educação básica, proposta por Burak (1987,1992,1998), ressaltando as premissas e as etapas sugeridas para os encaminhamentos pedagógicos em sala de aula.

Na sequência, foi oportunizado aos estudantes montar 8 grupos com no máximo 04 alunos, denominados grupos A, B, C, D, E, F, G e H. Cabe destacar também a participação da professora titular da turma (PE1), como coadjuvante neste processo de ensino e aprendizagem. Após a escolha dos grupos, deixamos os estudantes livres para que pudessem escolher os temas de sua preferência.

Os estudantes formados em pequenos grupos sugeriram os seguintes temas: moto, música, comida, como são produzidos os filmes?, moda, animais, tecnologia e meio ambiente, e através de sorteio. Os estudantes escolheram 02 temas gerais, Alimentos e Meio Ambiente, os quais produziram 08 subtemas cada um: Tema 1: Alimentos, Subtemas: IMC, carne, pastel, pizza, *milk shake*, leite, *fast food* e fabricação de linguiça (defumados) e Tema 2: Meio Ambiente, subtemas: reciclagem, mata ciliar, Floresta Amazônica, poluição, plantas, flores, extinção da fauna-flora e decomposição de materiais na natureza. A análise dos dados coletados foi sistematizada a partir das ações de mediação do professor e o envolvimento coletivo dos estudantes.

A terceira etapa foi constituída pelo desenvolvimento das atividades, descrição das atividades, coleta, tratamento e análise dos dados.

A quarta etapa consistiu na elaboração de um produto educacional, como subsídios aos professores da Educação Básica, resultante do trabalho desenvolvido na escola. Este consistiu em um vídeo que apresenta uma atividade envolvendo a metodologia da Modelagem Matemática, com o tema Meio Ambiente, subtema: Reciclagem.

3.3 Do Local e nível de ensino e duração do desenvolvimento da investigação

A presente pesquisa foi realizada no 9º ano A de um Colégio Estadual, no município de Prudentópolis-PR. As atividades com a turma foram desenvolvidas em Outubro, Novembro e Dezembro de 2016, num total de 30 horas relógio ou 40 horas/aula, subdivididas em 20 horas/aula para cada Tema Geral proposto pelos estudantes.

3.4 Dos participantes

Os estudantes da turma que atuaram na pesquisa, estavam na faixa etária média de 14 anos, que em grande parte do seu tempo procuraram realizar leituras, utilizar tecnologias como celular, computadores e que desejam cursar o Ensino Superior.

A proposta de pesquisa foi submetida, inicialmente, ao Comitê de Ética da UNICENTRO, que após sua aprovação pelo parecer 1.753.444 (ANEXO 7), de 28 de setembro de 2016, foi enviada ao Núcleo de Irati, obtendo o protocolo 14.287.414-8 (ANEXO 8), que foi autorizada pela Superintendente da Educação SEED-PR, datada de 31 de outubro de 2016.

Após autorização da SEED-PR, foi solicitado aos estudantes e responsáveis o preenchimento das fichas de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLEs) (ANEXOS 9 e 10) e Assentimento (ANEXO 11).

Em seguida, coube ao PP solicitar aos estudantes que respondessem um questionário (APÊNDICE 1), de modo que pudesse conhecer o perfil dos estudantes, e que sua posição antes, como professor efetivo da turma, não interferisse na pesquisa. Respeitou-se a todo o momento a oportunidade metodológica concebida para o Ensino de Matemática.

3.5 Da coleta de dados

Os dados da investigação foram constituídos pelas produções dos estudantes durante a realização das atividades, as entrevistas com estudantes e PE1, os depoimentos espontâneos e as filmagens. Também constituiu parte dos dados o Diário de Campo, um instrumento

acadêmico na busca da identidade profissional, apontando críticas e reflexões da ação profissional, revendo limites e desafios. O diário apresentou um caráter "descritivo, analítico, investigativo e de sínteses reflexivas como o registro completo e preciso das observações dos fatos concretos, acontecimentos, relações verificadas, experiências pessoais, reflexões e comentários. Também facilitou a reflexão sobre o hábito de observar, descrever e refletir com atenção aos acontecimentos do dia de trabalho e, consistiu em uma construção do conhecimento profissional e do agir de registros quantitativos e qualitativos [...]" (LEWGOY, ARRUDA, 2004, p123-124).

Por essa condição, ele é considerado um dos principais instrumentos científicos de observação e registro, e ainda uma importante fonte de informação. Os fatos devem ser registrados no diário o quanto antes após o observado para garantir a fidedignidade do que se observa (FALKEMBACH, 1987).

De acordo com Lewgoy (2009), o conteúdo deste diário foi descrito como: registro processual de todas as atividades realizadas para o desenvolvimento do trabalho, como o que? quando? como? com quem? por quê? para que? para quem? Foi utilizado como roteiro do planejamento: a ação de como foi desenvolvido, os sujeitos envolvidos e o desenvolvimento da atividade. Todas as dúvidas e questionamentos foram anotados, bem como a avaliação da instrumentalidade, sentimentos, e quanto aos resultados esperados e alcançados (APÊNDICE 2). Cada atividade desempenhada serviu como orientação para a ação pedagógica futura.

3.6 Da metodologia do tratamento de dados

O tratamento dos dados coletados seguiu os pressupostos por Bogdan e Biklen (1994), como: (a) observação do fenômeno de estudo e compreensão no contexto onde ocorre; (b) a descrição das atividades, com fotografias, entrevistas, depoimentos, produções dos estudantes com o tema sugerido por eles; (c) preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de maneira interativa; (d) os dados pesquisados devem demonstrar as perspectivas do trabalho no ambiente colaborativo e; (e) a análise dos dados seguir um processo indutivo através da inter-relação entre professor e estudantes.

3.7 Sobre o Produto Educacional

O Produto Educacional desenvolvido, um vídeo, servirá como meio de divulgar o resultado desta investigação, como material de apoio pedagógico ao professor que esteja disposto a adotar a Modelagem Matemática, na Educação Matemática, na sua prática

educativa. Apresenta elementos que podem nortear o professor da Educação Básica, no desenvolvimento de atividades envolvendo a metodologia da Modelagem Matemática, em 5 passos, descritos por Burak e Klüber (2008). Consta de uma breve introdução, um referencial, em que esta metodologia assumida tem seus fundamentos que validam as ações e os encaminhamentos propostos. Descreve algumas atividades desenvolvidas, seguidas de comentários e imagens, bem como apresenta referências que podem ajudar na atualização e se constituir numa forma de autoformação continuada do professor de Matemática.

A seguir, no capítulo 4, descrevemos a realização e as análises das atividades vivenciadas.

CAPÍTULO IV.

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ANÁLISES

4.1 Considerações Iniciais

Ao iniciar as atividades com Modelagem Matemática, a experiência inicial do PP mostrou-se centrada na aprendizagem dos estudantes do 9º ano A do Ensino Fundamental (período da manhã), de um Colégio Estadual, no município de Prudentópolis-PR. Tal escolha se deu por entender a importância na aprendizagem de Matemática nesta faixa etária, e por encontrar na proposta de Burak (1987,1992,1998) uma forma de mediar a construção dos conhecimentos com os estudantes.

Com esse intuito, a seguir serão apresentadas 3 atividades de modelagem matemática, com os subtemas: Reciclagem, Decomposição de materiais na natureza e *Fast food*.

4.2 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: Reciclagem.

4.2.1 Pesquisa exploratória

Os estudantes do grupo E, responsáveis pelo subtema reciclagem, foram orientados a promover uma discussão sobre o subtema que norteou em alguns apontamentos, entre eles: a quantidade de lixo produzida no mundo, no Brasil, no Paraná, ou mesmo em nosso município.

Após pesquisarem em revistas, jornais e em sites, com a mediação do PP e PE1, os estudantes constataram que o homem gera cerca de 300g a 1kg de lixo por dia, conforme vídeo Semana Nacional do Meio Ambiente, 2013. Os dados da pesquisa⁴, esclarecem também que o lixo é uma das possíveis causas do aumento da poluição ambiental. As consequências para a humanidade, e o meio ambiente com o acúmulo de lixo, segundo o vídeo proposto são: as alterações climáticas, fome, doenças, destruição da fauna e da flora.

Ao discutirem os resultados encontrados, os estudantes levantaram algumas possibilidades para a diminuição dessa poluição, dentre elas: a coleta seletiva e a reciclagem do lixo produzido no colégio. Além disso, discutiram sobre a importância da reciclagem dos materiais e ainda, a possibilidade de comercialização, de modo a gerar recursos para a compra de materiais didáticos.

Como parte resultante da pesquisa, o grupo E produziu e apresentou *slides* sobre o tema aos demais grupos, o que ensejou reflexões coletivas entre todos. Cabe destacar que os

⁴ Vídeo: Semana Nacional do Meio Ambiente 2013, disponível em < <http://www.brasil.gov.br/meio-ambiente/2013/08/semana-nacional-do-meio-ambiente-2013>>

grupos A, B, C, D, F, G e H também produziram *slides* sobre seus subtemas propostos, contribuindo com perguntas e discussões durante as apresentações, tornando a atividade colaborativa, conforme descreve a Figura 4.

Figura 4. Pesquisa exploratória com o subtema reciclagem



Fonte: O autor 2016.

Diante das conversas e debates coletivos, o grupo E sugeriu medir ou quantificar o lixo reciclável produzido no ambiente do colégio, durante o período de 03 dias, no recreio escolar, o que motivou ainda mais a ação do grupo. Estas discussões despertaram também a participação de outros grupos, como o caso do grupo H, que também decidiu colaborar com a coleta dos materiais recicláveis, que ocorreu após o intervalo do período da manhã. A proposta foi levada ao conhecimento da direção, que autorizou a realização desta mediação.

Dentre os materiais recicláveis recolhidos pelos estudantes, pôde ser observado que eram vendidos na Cantina Comercial⁵ da APMF⁶. Foram encontrados na coleta: pacotes de barra de cereal, pacotes de salgadinho, papéis de bolo, guardanapos, garrafinhas de suco, embalagens de cachorro quente, copos descartáveis. Os estudantes recolheram o material reciclável, durante 10 minutos e retornaram imediatamente a sala de aula.

Com o material reciclado recolhido, coube ao PP promover questionamentos sobre o subtema, aos estudantes, como por exemplo: para que servem os materiais recicláveis? quais os cuidados que os estudantes deveriam ter com estes materiais?

Cabe destacar que nesta turma havia ainda uma estudante deficiente visual, que a todo

⁵ A Cantina Comercial da APMF obedece a Resolução nº 2969/92 de 10 de setembro de 1992. Segue rigorosamente as instruções de venda de alimentos com normas de orientação da SEED-PR e com verificação constante da Vigilância Sanitária e NRE de Irati, com restrição a venda de frituras, refrigerantes, doces, balas e qualquer tipo de alimentação que possa colocar em risco a saúde dos estudantes, tentando prevenir também a obesidade e o diabetes.

⁶ APMF (Associação de Pais, Mestres e Funcionários), um dos órgãos Colegiado do Colégio Estadual Alberto de Carvalho.

o momento participou das atividades e mostrou-se entusiasmada. A estudante ouvia com muita atenção o relato dos colegas de turma e registrava em uma máquina Braille⁷ todas as ações do grupo. Embora o PP não possuísse conhecimento específico sobre a máquina Braille, atentamente sentava ao lado da estudante, motivando-a através de sua audição, bem como possibilitando o manuseio de instrumentos táteis como embalagens de reciclados, colaborando com a sua aprendizagem. Também foi muito importante a ação coletiva do grupo, que a todo o momento se manteve unido e motivado.

Na sequência das discussões e debates sobre os materiais recicláveis colhidos pelos estudantes, houve também a participação do grupo B, com a pergunta aluno B3: *o que vamos fazer professor com este material reciclado que foi colhido pelos colegas?[sic]*. A posição do professor pesquisador enquanto mediador estava em não dar as respostas prontas, e sim promover nos estudantes desafios, reflexões, a partir de questionamentos, como *o que vocês acham que poderíamos fazer? [sic]*. Foi então que a aluna D3, do grupo D comentou: *será que podemos vender estes materiais e arrecadar fundos para a APMF do Colégio? [sic]*.

O questionamento foi bem aceito pelo grupo E, que prontamente pensou na possibilidade de venda de materiais recicláveis, respondendo: *temos que achar uma maneira de pesar isso então?[sic]*. Neste momento foi percebido o acolhimento da sugestão e também o pronto envolvimento dos demais estudantes. Como sugestão do pesquisador foi feito o seguinte questionamento: *Como poderemos encontrar então, uma medição com o material coletado?[sic]*. A resposta dos estudantes foi unânime com relação a pergunta efetuada pelo PP, ou seja, *precisamos de algo para pesar, como uma balança [sic]*. Em consenso, grupo E e pesquisador solicitaram ao diretor tal informação, ou seja, de como conseguir uma balança no Colégio. Participaram desta atividade 3 estudantes do grupo C. Os estudantes foram orientados, pelo Diretor, que perguntassem a uma das Agentes Educacionais I, membro da APMF, responsável pela Cantina Comercial, a qual chamavam de *Tia Tere*, que prontamente atendeu os estudantes.

Neste exato momento passava por ali uma professora de Ciências, que atuava no laboratório de ciências do Colégio. A Tia Tere pediu ajuda a professora, com a solicitação de uma balança, pois a referida professora trabalhava também como laboratorista de um dos Cursos Técnicos do Colégio: Técnico em Farmácia. Prontamente a professora de ciências mencionou: *temos um balança de precisão do Curso Técnico de Farmácia, será que pode ajudar vocês? Estou em hora-atividade, posso ajudar[sic]*. Tal atitude gerou ainda mais

⁷ A máquina de escrever em Braille nacional é constituída de 9 teclas, sendo uma tecla de espaço, uma tecla de retrocesso, uma tecla de avanço de linha e 6 teclas correspondentes aos pontos. Esta máquina tem a capacidade de escrever 23 linhas e 42 colunas, utilizando o papel padrão de dimensões: 27,94cm x 29,21cm x 0,018cm (sulfite A4 120g).

motivação nos estudantes, pois retornaram à sala de aula entusiasmados com o subtema proposto e, assim prontamente nos dirigimos até o laboratório do Colégio. De modo que não existisse tumulto no laboratório, participaram da atividade apenas 7 estudantes, 4 do grupo E (responsáveis pelo subtema) e 3 do grupo C, acompanhados pelo PP e também pela professora de Ciências, que no momento estava em seu horário de hora/atividade e decidiu contribuir com a pesquisa, orientando os alunos com o uso da balança de precisão.

A *Tia Tere* da cantina também colaborou com o processo de análise, de modo que trouxe as embalagens reais, sem consumo para averiguar as diferenças entre a embalagem consumida e não consumida, comentando também sobre o consumo diário da cantina. Esta informação foi muito útil aos estudantes. Cabe destacar que a estudante deficiente visual também fez parte do trabalho como um todo, utilizando sua audição e o tato para tocar e reconhecer os objetos, sentindo as formas dos materiais recicláveis encontrados, que foram registrados posteriormente em suas fichas, utilizando a máquina Braille.

Para a verificação das medidas, foi utilizado um balança de precisão modelo BK4000 do Curso Técnico em Farmácia, aferindo as reais medições realizadas pelos estudantes, como mostra a Figura 5:

Figura 5. Atividade no laboratório



Fonte: O autor 2016.

Os estudantes consideraram importantes as explicações da professora de ciências e puderam fazer a medição de massa de cada um dos recicláveis, sendo: pacotes de barra de cereal, pacote de salgadinho, papel de bolo, guardanapo, garrafinha de suco, embalagem de cachorro quente, copo descartável. Ainda que não conhecessem a diferença entre massa e

peso, chamaram de peso total a embalagem sem consumo providenciada pela Tia Tere, peso líquido o conteúdo da embalagem e por fim, pela decisão dos estudantes, com o apoio do processo de subtração entre o peso total e peso líquido, a massa da embalagem, que chamaram de peso da embalagem, conforme Imagem 1:

Imagem 1. Resultado das medidas em g (gramas) encontradas

Item	Peso Líquido (g)	Peso Total (g)	Peso Embalagem (g)
+ Biscoito de Leved	25	27,31	2,31
+ Biscoito de Mel	35	40,3	5,3
+ Papel de Toalha	13,86	14,4	0,54
+ Guardanapo	-	0,9	-
+ Guardanapo de Suco	450	486,44	36,44
+ Embalagem de Cachaça Quente	-	0,84	-
+ Copo	-	1,6	-

Fonte: Estudantes - 2016

Os estudantes acharam importantes as explicações da professora de ciências, agradecendo também o apoio da Tia Tere. Ao terminar a atividade prontamente retornaram a sala de aula, para que pudessem comentar e socializar com os colegas da classe, toda informação e orientação recebidas.

Embora não tivesse sido possível levar os demais grupos de estudantes no laboratório, para observarem as medições e auxiliarem o grupo E, devido ao espaço do laboratório e a indisponibilidade de horário da professora de ciências, todos os alunos puderam ouvir o relato do grupo E e alguns estudantes do grupo C, que indagaram: *muito massa!*[sic]., ou seja, mostraram-se interessados.

4.2.2 Levantamento dos problemas

Em sala de aula, após o retorno dos estudantes dos grupos E e C, os responsáveis pelo grupo E, foram orientados a promover discussões acerca do conteúdo trabalhado e a identificar relações matemáticas possíveis.

Assim, foi oportunizado aos estudantes do grupo E que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada no laboratório, conforme Figura 5 e Imagem 1, dentre essas questões: Qual a quantidade de material reciclável através do consumo da cantina comercial da APMF é dispensada no intervalo do recreio, no período da manhã? Que expressões matemáticas podem representar tais situações?

4.2.3 Resolução do(s) problema(s)

Para resolver o problema da quantidade (gramas) de material reciclável da Cantina Comercial APMF produzida no Colégio, coube ao PP lembrar alguns conceitos sobre subtração, razão e proporção, bem como funções ou equações do 1º grau, respeitando o conhecimento prévio dos estudantes, como destacamos a seguir.

O PP sugeriu aos estudantes que pudessem sistematizar os dados recolhidos pela coleta dos recicláveis, evidenciando a quantidade coletada, bem como aproveitando os dados produzidos pela Imagem 1, que rescitou no Quadro 2:

Quadro 2. Quantidade de material reciclado coletado no 1º dia

Material reciclado (embalagens)	Quantidade recolhida	Peso líquido (g)	Peso total (g)	Peso embalagem (g)
Barra Cereal	10	25	27,31	2,31
Pacote de salgadinho	07	35	40,3	5,3
Papel de bala	03	3,86	4,00	0,14
Guardanapo	12	0,9	0,9	0,9
Garrafinha de suco	04	450 mL	486,44	???????
Embalagem de cachorro-quente	00	0,84	0,84	0,84
Copo descartável	03	1,6	1,6	1,6

Fonte: Estudantes - 2016

Na construção do quadro 2, os estudantes utilizaram as seguintes denominações: peso total para a massa maior, peso líquido para a massa menor e por fim o peso da embalagem. Utilizaram a calculadora para determinar a diferença entre o peso total e o peso líquido, encontrando assim o peso da embalagem.

A atividade proporcionou ao PP fazer os seguintes questionamentos aos estudantes, como: *o que vocês entendem como peso, alguém pode sugerir algo? [sic]*. O estudante E2 do grupo E comentou: *peso é alguma coisa a mais que a massa, pois tem algo como gravidade, isso professor? [sic]*. Assim, o PP questionou, *como você sabe isso? [sic]*. E2 respondeu: *a professora de ciências da turma havia mostrado uma experiência entre lançar uma folha de papel, uma borracha e uma caneta, algo assim [sic]*.

Com o relato, o PP abriu discussões com toda turma e percebeu que o conhecimento prévio dos estudantes oportunizou reflexões acerca de E1: *tipo assim professor, o peso é*

quando lançamos algo, um objeto e, o objeto tem gravidade, isso? [sic]. O PP comentou: isso mesmo estudantes, o objeto não tem gravidade, mas sofre a ação dela. A gravidade é a força que atrai dois corpos um para o outro. Por causa dela, maçãs caem em direção ao solo, e os planetas do nosso sistema orbitam o sol. Quanto maior a massa de um objeto, mais forte sua atração gravitacional. Mas me digam: como podemos chegar nesta relação matemática, alguém sabe? [sic]. Neste sentido, com base nos relatos dos estudantes, ficou evidente que não possuíam conhecimento teórico sobre o assunto, apenas a experiência oportunizada pela professora.

De imediato o PP solicitou aos estudantes que procurassem explicações em sites de pesquisa, e que trouxessem para a próxima aula tais observações. Apenas orientou: *lembrem-se que o peso refere-se ao produto entre a massa e a gravidade. Isso passa a ideia do quê para vocês? [sic].*

No período da tarde, alguns estudantes do grupo E utilizaram sites de pesquisa e também redes sociais, como o *Facebook*, para pedir novas orientações e encaminhamentos ao PP, que puderam ser discutidos na aula seguinte.

Então, com base no relato dos estudantes, foi apresentada a seguinte relação matemática, conforme observa-se na equação (1):

$$\mathbf{P = m.g} \tag{1}$$

em que m representa a massa e g a gravidade.

Foram feitos questionamentos com os estudantes sobre a relação obtida na pesquisa, e se esta relação tinha conexão com a atividade efetuada no laboratório de ciências. Neste momento, houve dúvidas por parte dos estudantes. Novamente foi necessária a mediação do PP, no sentido de questionar os estudantes: *no laboratório vocês procuraram determinar o peso ou a massa, dos objetos recicláveis recolhidos? [sic].*

E2: *verdade professor, acredito que erramos ao colocar em nossas anotações peso, deveria ser a massa[sic].*

PP: *expliquem como? [sic].*

E1 C4: *tipo assim, peso relaciona massa e gravidade e no laboratório encontramos apenas a massa, isso professor[sic].*

PP: *perfeito, caros estudantes!![sic].*

Coube ao professor fazer uma breve orientação com base no conhecimento prévio dos estudantes, comentando que um corpo quando está em queda livre, apresenta o comportamento de peso, pois sofre a ação da gravidade. Também comentou que a gravidade da terra poderia estar entre 9,8 ou 10 m/s², dependendo da precisão a ser considerada, o qual recomendou aos estudantes uma melhor leitura sobre o tema. Tal orientação serviu de

estímulo e incentivo aos estudantes, oportunizando lembrar o conceito da Física, como um padrão de medidas do *S.I.* (Sistema Internacional), haja vista que os estudantes estavam abordando tais conceitos com a professora de Ciências da turma.

Como continuidade da atividade proposta, coube ao PP questionar os estudantes: *e se tentássemos calcular quanto por cento representa o peso da embalagem em relação ao peso total o que vocês podem dizer?[sic]*.

Os estudantes do grupo E tiveram a possibilidade propor ações e com o auxílio da calculadora e celular⁸, aplicativo calculadora, utilizaram o princípio da razão entre dois elementos, utilizando o levantamento de dados obtidos pelo Quadro 2 e fizeram o seguinte comentário: *podemos dividir o peso da embalagem pelo peso total, isso né professor? [sic]*.

PP: *sim, mas não esqueçam que se trata de massa e não peso, certo? Também necessitamos de algo a mais, pois queremos a porcentagem, como poderemos fazer isso?[sic]*.

Com base nos dados apresentados pelos estudantes ao utilizarem a calculadora, pode ser percebido que fizeram a divisão da massa da embalagem pela massa total, como se segue a relação de fração estabelecida:

$$\text{massa da embalagem} : \text{massa total} = \text{resultado}$$

Para o item barra de cereal, os estudantes apresentaram o seguinte resultado:

$$\text{Barra Cereal: } \text{massa da embalagem} : \text{massa total} = 2,31 : 27,31 = 0,084$$

No entanto coube ao PP o seguinte comentário: *e agora, como chegar na porcentagem? [sic]*. Naquele momento, os estudantes se mostraram atônitos⁹ com o desafio e indagaram: *como assim professor?[sic]*.

A ação de mediação foi a de pedir que os estudantes imaginassem a massa total, como uma expressão de porcentagem, ou seja, a massa total só poderia ser de 100%. Assim houve a intenção de promover no estudante o pensamento crítico e reflexivo, além do uso da ferramenta calculadora, o que puderam indagar: *pode ser uma regra de três professor? [sic]*.

PP: *isso mesmo mostrem como? [sic]*.

Assim, os estudantes puderam, através da regra de três simples, conforme observa-se na equação (2):

$$\begin{array}{rcl} \text{massa total} & - & 100\% \\ \text{massa embalagem} & - & x \end{array} \quad (2)$$

Ou seja, para o caso da barra de cereal, a equação (3):

$$27,31 \quad - \quad 100\% \quad (3)$$

⁸ Com autorização do diretor do colégio, respeitando a Lei 18118, de 24 de junho de 2014, sobre a utilização do celular para fins pedagógicos.

⁹ Mostraram-se interessados com o desenvolvimento da atividade.

$$2,31 \quad - \quad x$$

Com as informações, pelos estudantes, foi possível perceber a seguinte relação matemática: proporção é a igualdade de razões.

$$27,31 \cdot x = 2,31 \cdot 100\%$$

Os estudantes puderam comentar: *professor e o 100%?*[sic].

PP: *o que vocês entendem por 100%?*[sic].

E1E2: *100% é o total de alguma coisa, isso professor?*

PP: *Isso mesmo, então como retiramos a forma de % do 100%?*[sic].

E1: *Podemos fazer o número dividido por ele mesmo, que dá um isso professor?* [sic].

PP: *Perfeito caros estudantes, pensem assim, temos um bolo, o que representa ele?*[sic].

Os estudantes do grupo E responderam, *1 bolo, ele é 100%* [sic].

PP: *mostrem como?* [sic].

Assim os estudantes utilizaram a expressão $100:100 = 1$, ou seja a fração correspondente a 100%, apresentando a seguinte relação matemática:

$$27,31 \cdot x = 2,31 \cdot 100:100$$

ou seja

$$27,31 \cdot x = 2,31 \cdot 1$$

PP: *E agora terminem?* [sic].

E1: *Como assim?* [sic].

PP: *Vocês tem que isolar algo?* [sic].

E2: *Ah, o x?* [sic].

PP: *Isso?Façam.* [sic].

Então, os estudantes ao isolar o valor de x, chegaram na seguinte condição:

$$x = 2,31:27,31$$

ou seja:

$$x = 0,084$$

E: *Mas professor, é o mesmo resultado que encontramos?* [sic].

PP: *Isso mesmo?Vocês comprovaram o que fizeram com a calculadora. Ok?* [sic].

No entanto foi necessária a mediação, para responder a pergunta proposta e encontrar o resultado da massa da embalagem em valores %, e coube a seguinte pergunta ao grupo E:

PP: *como encontraram este resultado?* [sic].

E3: *acho que multiplicamos por 100 professor, pelo menos aprendi assim, isso?* [sic].

PP: *Expliquem?* [sic].

E3: *Pode nos ajudar professor?* [sic].

PP: *Sim. Quando dividimos um número menor em relação a sua quantidade maior, encontramos um número decimal. Como este número decimal é uma proporção do número maior, e ao multiplicamos por 100, teremos este valor em porcentagem. Vocês entenderam? [sic].*

E: *hum!!! [sic].*

PP: *dois, rsrsr [sic].*

Assim os estudantes propuseram-se a sistematizar os dados obtidos pelo Quadro 2, de modo que pudessem perceber qual a porcentagem que representava a massa menor da embalagem encontrada (embalagem vazia), em relação a sua massa total (embalagem com o alimento), chegando nas seguintes considerações:

Barra Cereal: $\text{massa embalagem/massa total} = 2,31\text{g}:27,31\text{g} = 0,084$ ou seja $0,084 \times 100 = 8,4\%$, que corresponde a % da massa do reciclado.

Na sequencia, os estudantes obtiveram as demais relações, de modo a identificar os demais materiais recicláveis, isto é,

Pacote de salgadinho: $\text{massa embalagem/massa total} = 5,3 \text{ g}:40,3 \text{ g} = 0,13 \times 100 = 13\%$, que corresponde a % da massa do reciclado.

Papel de bala: $\text{massa embalagem/massa total} = 0,14\text{g}:4,00\text{g} = 0,03 \times 100 = 3\%$, que corresponde a % da massa do reciclado.

Guardanapo: $\text{massa embalagem/massa total} = 0,9\text{g}:0,9\text{g} = 1$.

Nesta parte da atividade foi necessário a mediação do PP, pois os estudantes apresentaram dúvidas com o resultado obtido ser 1, ou seja, PP: *quando dividimos um certo número, por ele mesmo, o resultado é 1, notem que também vocês estão dividindo gramas/gramas, tornando o resultado encontrando com característica adimensional¹⁰, vocês entenderam? E se fosse zero/zero, o que vocês fariam? [sic].* E: *não teríamos divisão professor. [sic].* PP: *Isso mesmo. Não pertenceria ao conjunto dos números reais [sic].*

Garrafinha de suco: $\text{massa embalagem/massa total} = 36,44\text{g}:486,44\text{g} = 0,074 \times 100 = 7\%$, que corresponde a % da massa do reciclado. Conforme constatado pelo estudante B4, professor, *a garrafinha de suco tem mL e não massa, como calculamos? [sic].*

No caso do suco, foi necessário questionar o estudante sobre o que entendiam sobre densidade, ou seja,

PP: *qual a diferença entre mililitros e gramas? [sic].*

Neste sentido, os estudantes do grupo E, com o uso do celular, pesquisaram em sites como Google as seguintes informações: *ao consideramos o elemento água na pesquisa, com*

¹⁰ Sem dimensão naquele momento.

relação a sua massa¹¹ podemos concluir que 1 mL em materiais líquidos corresponde a 1g, 100 mL = 100g, ou seja 450 mL = 450 g, porque a densidade da água é encontrada pela razão de 1g/mL, da equação da Densidade (4):

$$D = m.v \quad (4)$$

PP: *Isso mesmo. Parabéns ao grupo[sic].*

Embalagem de cachorro-quente: *massa embalagem:massa total = 0,84g:0,84g = 1*, ou seja, o mesmo caso do guardanapo, novamente foi necessário orientar o estudante de que esse valor correspondia mesma massa da embalagem, ou seja, o 1 refere-se a 100% do reciclado.

Copo descartável: *massa da embalagem:massa total = 1,6:1,6 = 1*, idem guardanapo e garrafinha de suco, que corresponde a 100% da massa do reciclado.

A partir das considerações dos grupos, a iniciativa final da atividade foi a de apresentar uma relação matemática que pudesse dar sustentação a atividade dos estudantes.

PP: *O que vocês podem perceber com os dados obtidos no Quadro 2 da pesquisa? [sic].*

O estudantes do grupo E comentaram: *Professor podemos tentar fazer um gráfico?[sic].*

PP: *Como vocês pensam neste gráfico, utilizando os dados do Quadro 2?Será que é uma função ou uma equação?[sic].*

A partir do levantamento do Quadro 2 realizado pelos estudantes, surgiu inicialmente alguns questionamentos por parte do PP, como: *o que vocês acham? Como podemos saber?*

E: *professor, achamos que pode ser uma função do 1º grau [sic].*

PP: *Vamos tentar representar esta função?Como vocês pensam a respeito disso? [sic].*

E1 E2 E4: *Vamos colocar um x multiplicando cada valor encontrado?[sic].*

Foi assim que surgiram as seguintes relações matemáticas:

Barra Cereal: 2,31x
Pacote de salgadinho: 5,3x
Papel de bala: 0,14x
Guardanapo: 0,9x
Garrafinha de suco: 36,44x
Embalagem de cachorro-quente: 0,84x
Copo descartável: 1,6x

Fonte: Estudantes - 2016

PP: *E agora? Refaçam as operações, tudo bem? [sic].*

A1: *Professor, podemos juntar tudo?[sic].*

¹¹ Existe um pequena variação do material dado.

PP: *tentem, vamos ver o que resulta? [sic].*

Assim, foi criado pelos estudantes uma expressão matemática conforme descrito na expressão (5):

$$F(x) = 2,31x + 5,3x + 0,14x + 0,9x + 36,44x + 0,84x + 1,6x \quad (5)$$

Esta, segundo os estudantes, foi a função resultante na observação do Quadro1, ou seja, a quantidade x de cada produto reciclado, relacionado com a proporção estabelecida anteriormente.

Neste momento, o PP observando o erro dos estudantes: *esta quantidade x é igual para todos os recicláveis? [sic].*

E1: *Nossa!!! Não professor, se refere a cada reciclável? [sic].*

PP: *Hum, então temos que corrigir. Mas como? [sic].*

G1 D2 E1 F4¹²: *Pode nos ajudar professor? [sic].*

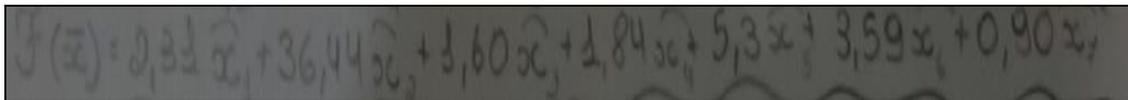
PP: *Que tal chamarmos de outro valor cada x , como poderíamos fazer? Mas cuidado, tem que respeitar cada x denominado, o que vocês acham? [sic].*

E2: *Tudo bem professor. Vamos chamar então de x_1, x_2, x_3, \dots cada um dos valores encontrados? Pode ser? [sic].*

PP: *Pode sim, vocês tem total liberdade de escolha [sic].*

Assim, redefinido pelos estudantes a função ganhou uma nova configuração, conforme Imagem 2:

Imagem 2. Expressão matemática criada pelos estudantes grupo E


$$F(x) = 2,31x_1 + 36,44x_2 + 1,60x_3 + 0,84x_4 + 5,3x_5 + 0,14x_6 + 0,90x_7$$

Fonte: Estudantes - 2016

Que foi descrita pela expressão (6):

$$F(x) = 2,31x_1 + 36,44x_2 + 1,6x_3 + 0,84x_4 + 5,3x_5 + 0,14x_6 + 0,9x_7 \quad (6)$$

em que $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$, correspondem a cada quantidade encontrada pela coleta dos recicláveis descritos: *Barra Cereal x_1 , Garrafinha de suco x_2 , Copo descartável x_3 , Embalagem de cachorro-quente x_4 , Pacote de salgadinho x_5 , Papel de bala x_6 , Guardanapo x_7 .*

Neste momento, novamente o PP percebeu outro erro cometido pelos estudantes, orientando a atividade da seguinte maneira:

PP: *Será que podemos chamar $F(x)$ de função, ou será que é uma equação linear, o que vocês acham? [sic].*

¹² G1 D2 E1 F4 referem-se aos estudantes que auxiliaram o grupo E e pediram auxílio a atividade, G1: estudante 1 do grupo G, D2: estudante 2 do grupo D, E1: estudante 1 do grupo E e F4: estudante 4 do grupo F.

E1: *Como assim professor?[sic].*

PP: *O correto é uma equação linear que vocês não estudaram ainda, irão ver somente no Ensino Médio, mas vamos adiantar de maneira simples. Equação linear é a do tipo $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + \dots + a_nx_n = b$. No caso este b vocês podem chamar de m_n (massa) total dos recicláveis encontrados, em que n representa os dias de coleta dos recicláveis.*

E1: *Como assim professor?[sic].*

PP: *Pensem hipoteticamente que cada reciclado representa uma expressão do tipo a_nx_n , ou seja, uma equação do 1º grau. Então se somarmos todas elas teremos o total da massa pesquisada para cada dia, tudo bem? Temos que considerar ainda o período de tempo com a realização da coleta, ou seja, 1º dia, 2º dia, ..., e $n \in \mathbb{N}^*$ (n pertence ao conjunto dos números naturais diferentes de zero, para n variando de 1 a 3, ou seja $1 \leq n \leq 3$ (três dias)), então teremos a soma da equação linear massa (m_n) para cada dia. Vamos calcular então? [sic].*

E1 E2 E3 E4: *Ok professor![sic].*

PP: *E agora? Com base na expressão matemática que vocês encontraram, qual a quantidade (gramas) de material reciclado encontrado neste dia? Vamos fazer os cálculos? [sic].*

Os dados encontrados pelos estudantes em relação a quantidade de embalagens foram: Barra Cereal: $x_1 = 10$ unidades, Garrafinha de suco: $x_2 = 04$ unidades, Copo descartável: $x_3 = 03$ unidades, Embalagem de cachorro-quente: $x_4 = 0$ unidades, Pacote de salgadinho: $x_5 = 07$ unidades, Papel de bala: $x_6 = 03$ unidades, Guardanapo: $x_7 = 12$ unidades.

Assim a quantidade de recicláveis analisada pelos estudantes, com o Quadro 2 foi calculada pela Imagem 3:

Imagem 3. Cálculo da quantidade de recicláveis encontrada pelos estudantes grupo E

The image shows handwritten mathematical work on a grid background. At the top, it is titled "Equação de reciclável". Below the title, there are several equations arranged in a grid. The equations are as follows:

$B_c(x) = 2,32x$	$C(x) = 3,60x$	$Q(x) = 0,84x$	$S(x) = 36,44x$
$B_c(x) = 2,33.5$	$C(x) = 3,60.3$		$S(x) = 36,44.4$
$C(x) = 3,55$	$C(x) = 4,2$		$S(x) = 345,76$
$P_s(x) = 5,3x$	$B(x) = 0,34x$	$G(x) = 0,90x$	
$P_s(x) = 5,3.7$	$B(x) = 0,34.3$	$G(x) = 0,90.32$	
$P_s(x) = 37,1$	$B(x) = 0,42$	$G(x) = 30,8$	

Fonte: Estudantes - 2016

Ou ser descrita, de maneira reorientada aos estudantes, para o primeiro dia de análise m_1 como a equação (7):

$$m_1 = 2,31(5) + 36,44(4) + 1,6(3) + 0,84(0) + 5,3(7) + 0,14(3) + 0,9(12) \quad (7)$$

$$m_1 = 11,55 + 145,76 + 4,8 + 0,0 + 37,1 + 0,42 + 10,8$$

$$\underline{m_1 = 210,43 \text{ g}}$$

No 2º dia, m_2 o valor encontrado pelos estudantes foi de *Barra Cereal*: $x_1 = 03$ unidades, *Garrafinha de suco*: $x_2 = 07$ unidades, *Copo descartável*: $x_3 = 02$ unidades, *Embalagem de cachorro-quente*: $x_4 = 1$ unidades, *Pacote de salgadinho*: $x_5 = 07$ unidades, *Papel de bala*: $x_6 = 03$ unidades, *Guardanapo*: $x_7 = 12$ unidades, conforme equação (8):

$$m_2 = 2,31(3) + 36,44(7) + 1,6(2) + 0,84(1) + 5,3(7) + 0,14(0) + 0,9(8) \quad (8)$$

$$m_2 = 6,93 + 255,08 + 3,2 + 0,84 + 37,1 + 7,2$$

$$\underline{m_2 = 310,35 \text{ g}}$$

Por fim, no 3º dia, m_3 , o valor encontrado pelos estudantes foi de *Barra Cereal*: $x_1 = 01$ unidades, *Garrafinha de suco*: $x_2 = 03$ unidades, *Copo descartável*: $x_3 = 02$ unidades, *Embalagem de cachorro-quente*: $x_4 = 1$ unidades, *Pacote de salgadinho*: $x_5 = 07$ unidades, *Papel de bala*: $x_6 = 03$ unidades, *Guardanapo*: $x_7 = 12$ unidades, conforme equação (9):

$$m_3 = 2,31(1) + 36,44(2) + 1,6(2) + 0,84(1) + 5,3(7) + 0,14(3) + 0,9(12) \quad (9)$$

$$m_3 = 2,31 + 72,88 + 3,2 + 0,84 + 17,1 + 0,42 + 10,8$$

$$\underline{m_3 = 107,55 \text{ g}}$$

O PP também oportunizou a discussão com os estudantes sobre a possibilidade de construção de sistemas lineares¹³, conteúdo que será abordado no 2º ano do Ensino Médio, ou seja, consideraria cada massa encontrada pela coleta dos recicláveis efetuada pelos estudantes como $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, \dots, m_n$, e em contrapartida a análise da quantidade coletada como $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7, x_n$, em uma relação expressa pelo produto¹⁴ entre as seguintes matrizes¹⁵ (10):

$$[m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4 \ m_5 \ m_6 \ m_7] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Foi verificado com os estudantes que para uma multiplicação entre as matrizes ocorrer é necessário fazer a análise entre as duas matrizes, em que $A_{m \times n} \cdot B_{n \times q} = C_{m \times q}$, desde que o número de colunas (n) de A seja igual ao número de linhas de B (n), ou seja no caso a massa dos recicláveis (A) por sua quantidade (B) seria: $A_{1 \times 7} \cdot B_{7 \times 1} = C_{1 \times 1}$, logo a resultante desta multiplicação seria os extremos $m \times q$, ou seja $C_{1 \times 1}$, uma linha por uma coluna como pode ser

¹³ Sistemas lineares é um conjunto de equações lineares, com m equações e n incógnitas. A solução de um sistema linear é a solução de todas as equações lineares.

¹⁴ Refere-se a multiplicação entre a matriz linha pela matriz coluna.

¹⁵ As matrizes são muito utilizadas para a resolução de sistemas de equações lineares e transformações lineares.

ilustrado na expressão (11):

$$[m_1.x_1 + m_2.x_2 + m_3.x_3 + m_4.x_4 + m_5.x_5 + m_6.x_6 + m_7.x_7] \quad (11)$$

Com os valores coletados pelos estudantes para o 1º dia, concluímos:

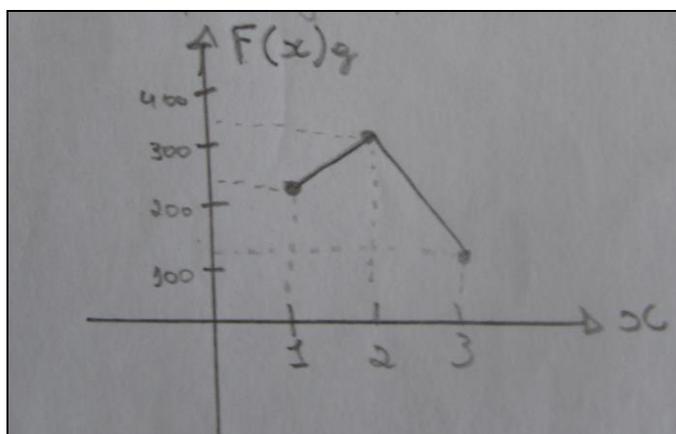
$$[2,31.(5) + 36,44.(4) + 1,6.(3) + 0,84.(0) + 5,3.(7) + 0,14.(3) + 0,9.(12)]$$

Ou seja [210,43g].

A atividade ganhou destaque na aprendizagem dos estudantes, pois naquele momento, o conteúdo matrizes, ainda não havia sido estudado e pode ser explorado por meio da multiplicação e adição de números reais.

Com base nos dados levantados, os estudantes sugeriram construir um gráfico, após a experiência de 3 dias de observação, do grupo E, pela Imagem 4:

Imagem 4. Gráfico da coleta de recicláveis pelos estudantes



Fonte: Estudantes - 2016

Na análise dos estudantes, tem-se que $F(x)$ é a quantidade em gramas (g) produzida pela coleta de recicláveis e x (os dias de observação), ou seja, 1º, 2º e 3º dias, conforme definido pelo grupo E.

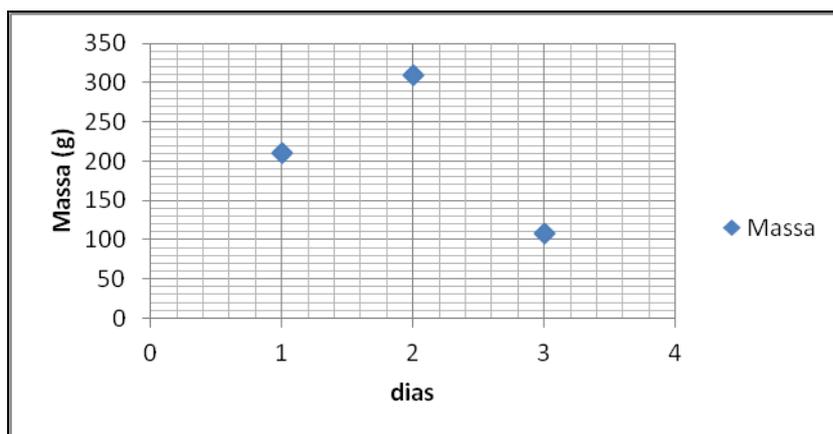
Percebemos de imediato que houve equívoco por parte dos estudantes, em apresentar uma mediação gráfica, bem como, os dias com quantidades discretas¹⁶ e a massa (g) com quantidade contínua¹⁷, o que não tornaria uma função e sim, uma relação.

Com isso, o PP mediu com os estudantes a construção correta do gráfico, comentando que se tratava de uma relação, e não de uma função, que os dias estavam relacionados com quantidades discretas e a massa (g) com quantidade contínua, que foi novamente reconstruído pelos estudantes, com a devida mediação, como demonstra a Imagem 5:

¹⁶ Quando as quantidades medidas são sempre um número inteiro;

¹⁷ Quando as quantidades medidas podem não ser um número inteiro;

Imagem 5. Gráfico da coleta de recicláveis



Fonte: Estudantes - 2016

Tal mediação foi condicionada como breve reflexão, pela transformação de unidades, oportunizando discussão com os estudantes, que resultou em um novo gráfico. Cabe destacar que a análise discreta deste gráfico só foi possível devido a coleta dos materiais recicláveis ser efetuada pelos estudantes durante três dias consecutivos.

4.2.4 Análise crítica das soluções

Com base nos diálogos dos estudantes, sobre as questões que dizem respeito à solução dos problemas levantados, foram feitas observações, comentários e discussões relativas a atividade reciclagem.

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como conceito de subtração foram bem associadas pelos estudantes, com a análise interpretação do Quadro 2, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, como a diferença entre dois elementos na seguinte situação: $a - b$, com $a > b$, haja vista, que se faz necessário subtrair da massa (g) maior a menor para obter a massa (g) de cada reciclado tratado.

Na atividade que envolvia reciclagem, os estudantes inicialmente não possuíam o entendimento da diferença entre peso e massa. De forma colaborativa entre professor e estudantes, foram discutidas informações que diferenciavam o entendimento de peso, massa e densidade. No sentido de observar a reação dos estudantes sobre os conceitos de peso e massa, foi satisfatória a afirmação dos estudantes E1 e C4: *tipo assim, peso relaciona massa e gravidade e no laboratório encontramos apenas a massa, isso professor[sic]*, bem como um breve relato sobre a gravidade da terra, que poderia estar entre 9,8 ou 10 m/s^2 , oportunizado pela mediação com o grupo.

Em outra situação ao utilizar os conceitos da razão entre dois números, com o levantamento de dados obtidos pelo Quadro 2, foi perceptível o envolvimento dos estudantes,

os quais conjecturaram, com o uso da calculadora, o valor da divisão da massa embalagem pela sua massa total, sendo verificada pelos estudantes, pela interpretação da regra de três, com a relação 100%, obtida como $100:100 = 1$.

A pesquisa sobre a densidade da água realizada pelos estudantes oportunizou conhecer os aspectos físicos e químicos dos materiais em estudo, no caso mL e g, e a relação entre elas, que para compostos líquidos, seria 1 mL (mililitro) para 1 g (grama).

Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a construção da expressão matemática, oportunizada pela análise do Quadro 2, quando houve um equívoco, por parte dos estudantes, em admitir a expressão $F(x) = 2,31x + 5,3x + 0,14x + 0,9x + 36,44x + 0,84x + 1,6x$, haja vista, que a variável quantidade x não representa todos os reciclados, por exemplo, barra cereal, garrafinha de suco, copo descartável, embalagem de cachorro quente, pacote de salgadinho, papel de bala e guardanapo.

Tal situação foi mediada e reconstruída pelos estudantes que nominaram novamente as variáveis como x_1, x_2, x_3, \dots cada um dos valores encontrados, ficando com a expressão $F(x) = 2,31x_1 + 36,44x_2 + 1,6x_3 + 0,84x_4 + 5,3x_5 + 0,14x_6 + 0,9x_7 \dots$ na qual $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$, correspondem a cada quantidade encontrada pela coleta dos recicláveis evidenciados na pesquisa do Quadro 2, sendo: *Barra Cereal*: x_1 , *Garrafinha de suco*: x_2 , *Copo descartável*: x_3 , *Embalagem de cachorro-quente*: x_4 , *Pacote de salgadinho*: x_5 , *Papel de bala*: x_6 , *Guardanapo*: x_7 , conforme evidenciada na Imagem 2. Tal mediação do PP implicou também em explicar aos estudantes que tratava-se de uma equação linear e não uma função, ficando a expressão final do tipo $m(n)$.

Para o cálculo da quantidade encontrada pelos estudantes no Quadro 2, o resultado se mostrou correto e apresentou para o 1º dia de coleta de embalagens o valor de 210,43 g. Tal compreensão pode ser reafirmada quando se oportunizou apresentar um conteúdo novo, sistemas lineares e matrizes que, embora não fosse conteúdo do 9º Ano repercutiu bem entre os estudantes, quando no desenvolvimento do processo que envolvia a multiplicação e adição.

Além disso, na atividade que tratava sobre a construção do gráfico, a qual se propôs a determinar a quantidade de recicláveis, coletada durante 03 dias foi possível observar o equívoco na compreensão do grupo E, o qual considerou $F(x)$ a quantidade em gramas (g) produzida pela coleta de recicláveis e x (os dias de observação). Tal mediação foi admitida pelo estudante com a apresentação do PP do tema equações lineares.

Tal construção resultou do entendimento, por parte dos estudantes, em relacionar os dias e a massa(g) como quantidades contínuas, o que não deveria, pois dias seriam quantidades discretas, o que tornaria o domínio uma variável discreta e não constituiria uma função e sim, uma relação, conforme Imagem 06 e reconstruída pelos estudantes, com a

mediação do professor pesquisador pela Imagem 07.

Assim, com base nos estudos oportunizados pelos estudantes, constatou-se pela análise e pesquisas realizadas no Colégio, que em média, se produz entre 100 a 350 gramas por dia, de materiais recicláveis da Cantina Comercial APMF, podendo resultar em aproximadamente 4,5 kg por mês.

A seguir procederemos à análise e interpretação dos dados da atividade.

4.2.5 Análise e interpretação dos dados da atividade

A análise e interpretação dos dados nessa atividade se expressam pela experiência vivida pelo professor pesquisador, pela professora regente e pelos estudantes envolvidos. O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática possibilitou realizar, dentre outras, reflexões sobre o papel docente, antes assumido com centralizador, não favorecendo a expressão dos estudantes tomando as decisões, prescrevendo as ações dos estudantes, sobre o que ler, o que fazer e, como fazer. Hoje, após estudos reflexões e discussões nas disciplinas cursadas, durante o curso, e com a realização de leituras orientadas, possibilitaram uma outra perspectiva docente.

O conhecimento, ainda que de forma elementar sobre aspectos epistemológicos em relação ao conhecimento, orientado e favorecido pela natureza da Educação Matemática, podendo diferenciar características das teorias de aprendizagem presentes no âmbito da escola e outros fundamentos importantes da educação, como o diálogo, o interesse do estudante, sobre o ser do estudante como um sujeito único, reconhecendo a importância de suas experiências anteriores e fazendo uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, cujos fundamentos tornam o ambiente escolar colaborativo, nos permite visualizar com clareza um processo de ensino com vistas à aprendizagem. E também por alcançar o entendimento das palavras de Freire (2000, p.32) quando diz “não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino”. O processo de ensino e aprendizagem não pode ser linear, pois ainda segundo Freire (2002, p. 12) “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”, e ainda que não há docência sem discência”.

Essa configuração de conceber e realizar o ensino de matemática mostrou os estudantes mais entusiasmados, em todos os momentos, durante a realização das atividades que foram construídas de modo colaborativo, desde a escolha dos temas e subtemas e as pesquisas realizadas, em todas as etapas da Modelagem.

Esse entusiasmo durante a realização das atividades pode ser percebido por expressões como: “*o grupo E produziu e apresentou slides sobre o tema aos demais grupos, o que ensejou reflexões coletivas entre todos*”, bem como, outros conceitos e ideias

matemáticas. Ainda, o entusiasmo pode ser percebido na expressão do professor pesquisador em um dos momentos da atividade quando expressa: *“Os estudantes consideraram importantes as explicações da professora de ciências e puderam fazer a medição de massa cada um dos recicláveis”*.

Outro aspecto constatado foi a utilização de recursos que, muitas vezes, não consideramos importante para caracterizar uma situação. Na atividade a apresentação de recursos como o vídeo, conforme expresse a seguir durante as discussões dos dados da pesquisa realizada pelos estudantes, quando professor pesquisador e professora titular da turma, apresentam considerações em que se constatou que *“o homem gera cerca de 300g a 1kg de lixo por dia, conforme vídeo Semana Nacional do Meio Ambiente 2013”*, confere a aula outra dinâmica. Além disso mostra que mesmo não tendo as melhores condições para a realização de atividades que extrapolam as que rotineiramente se fazem presentes em sala de aula, ainda assim, se mostraram entusiasmados como mostra o excerto: todos os alunos puderam ouvir o relato de experiências do grupo E e alguns estudantes do grupo C que indagaram: *“muito massa”*. Esse depoimento refere-se a uma situação em que não foi possível a participação de todos os estudantes, por limitação de espaço no laboratório da escola. Também quando se possibilitou a utilização da calculadora, do celular em certa atividade, como mostra o excerto *“assim, com o auxílio da calculadora do celular, utilizaram o princípio da razão entre dois elementos, utilizando o levantamento de dados obtidos”*.

Tal reflexão estão embasada nos dados coletados pelos estudantes, nas produções e manifestações individuais e dos grupos, durante a realização das atividades descritas e concebidas na perspectiva qualitativa/interpretativa, norteados pelos passos de Lüdke e André (1986), que mostram a importância e a forma de pesquisar, quando os dados são mais descritivos, o que exige estratégias e algum domínio de busca em *sites* e literaturas à coleta dos dados, informações mais atualizadas e de abrangência maior que as encontradas no livro texto. Isso se manifesta pela expressão *“Após concluírem as pesquisas em revistas, jornais e mesmo em sites de pesquisa”*.

Buscou-se nesse delineamento compreender, a partir dos dados coletados, sob o ponto de vista docente, a possibilidade de o professor pesquisar o processo de ensino e sob a ótica dos estudantes, ações e procedimentos capazes de favorecer a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e aprendizagens e de outros campos do conhecimento, uma vez que podem indicar caminhos e estratégias e, sugerir questionamentos que beneficiem ao estudante assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento.

Ainda, em relação aos estudantes pôde-se perceber durante a realização das atividades com o subtema reciclagem, o comprometimento com a aprendizagem.

Entende-se, então, por comprometimento com a aprendizagem a relevância dada ao como aprender, isto é, a variedade e intensidade de meios utilizados para tal, como também o tempo disponibilizado para esse fim, ou seja, “o comprometimento do estudante com a aprendizagem é o envolvimento individual com atividades relevantes que são instrumentais para sua aprendizagem (ENGERS; MOROSINI, 2007, p. 99).

Esse comprometimento se faz presente nos questionamentos, como por exemplo em pequenas intervenções quando os estudantes expressam: *“tipo assim, peso relaciona massa e gravidade e no laboratório encontramos apenas a massa, isso professor”* ou como também em quando se busca meios para se conhecer a resposta de um problema: *“temos que achar uma maneira de pesar isso então?”* Isso também se constata na manifestação *“além de calcular a estimativa de lixo reciclável no ambiente escolar, poderíamos também calcular a estimativa de lixo reciclável em nossa residência, e também se quisermos e nos interessarmos mais, poderíamos calcular o quanto de lixo é produzido no município”*.

Também foi oportunizada a estudante deficiente visual¹⁸ o contato com a atividade, podendo usar dos recursos táteis nos materiais recicláveis, a audição e o registro na máquina Braille dos objetos recicláveis, oportunizando sua inserção ou inclusão escolar¹⁹, que pela dinâmica proporcionada pela Modelagem Matemática, pode participar de muitas ações como favorecer o desenvolvimento de outros sentidos, como a audição e o tato, em que Bruner (1999) atribui a como a “independência crescente da resposta em relação à natureza imediata do estímulo” e baseia-se em “absorver eventos, em um sistema de armazenagem que corresponde ao meio ambiente” (BRUNER apud MOREIRA, 1999, p.82).

Os estudantes utilizaram a ferramenta calculadora para encontrar a diferença entre o peso total e o peso líquido, quando expressam uma relação de comunicação entre os integrantes do grupo, como por exemplo: *“como fica mais fácil quando usamos a calculadora hein professor. Bem que podiam deixar sempre nós usarmos a calculadora”*. Com este propósito assumido pelos estudantes foi possível encontrar a massa da embalagem, que oportunizou o uso das TIC no ambiente escolar, organizando cognitivamente a informação mental e cerebral, aportadas por Vygotsky (1991,1994).

Embora, houvesse o erro com a denominação de função e construção gráfica por parte do grupo E, a (re)construção foi mediada, na medida em que se compreendeu o equívoco por parte dos estudantes, oportunizando o diálogo, a discussão e interação entre o grupo. Nesta relação entre a teoria e a experiência cabe destacar que, nenhum método, seja experimental,

¹⁸ Deficiente visual é quando acuidade visual é igual ou menor que 20/200 no melhor olho, após a melhor correção, ou campo visual inferior a 20° (tabela de Snellen), ou ocorrência simultânea de ambas as situações.

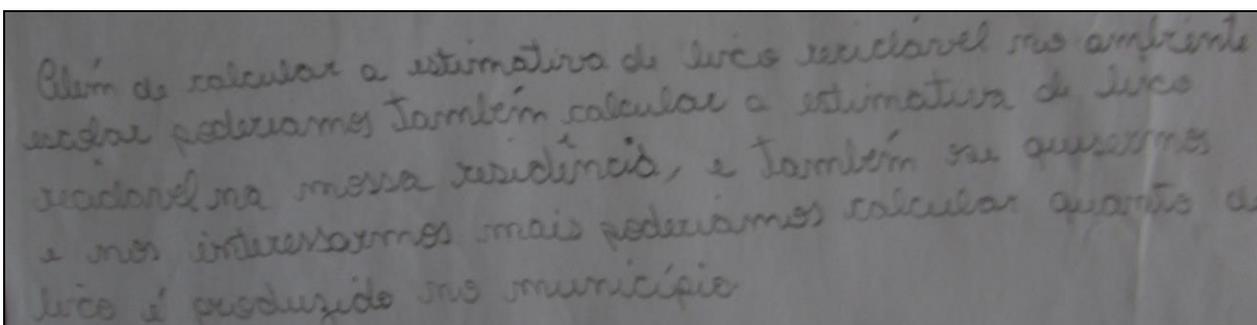
¹⁹ Para Rodrigues (2005), a inclusão é o crescimento de todos no respeito à diferença, no convívio com a diversidade. Trata-se de um longo caminho que se inicia.

racional, não está seguro de manter seu valor. Então, um método excelente acaba por perder sua fecundidade se não se renova seu objeto (BACHELARD, 1995, p.15).

A partir das ideias de Bachelard (1995) procuramos mediar esta relação de aprendizado, mediando a reconstrução do conhecimento prévio do estudante, em um novo gráfico construído colaborativamente.

Ainda, "nada nem ninguém pode ensinar o aluno aprender, sem ele se empenhar no processo de aprendizagem" (TARDIF, 2002, p.132). Tal situação se expressa com algumas das declarações dos próprios estudantes, a partir dos seguintes questionamentos, conforme Imagem 6(a):

Imagem 6(a). Análise dos estudantes grupo E

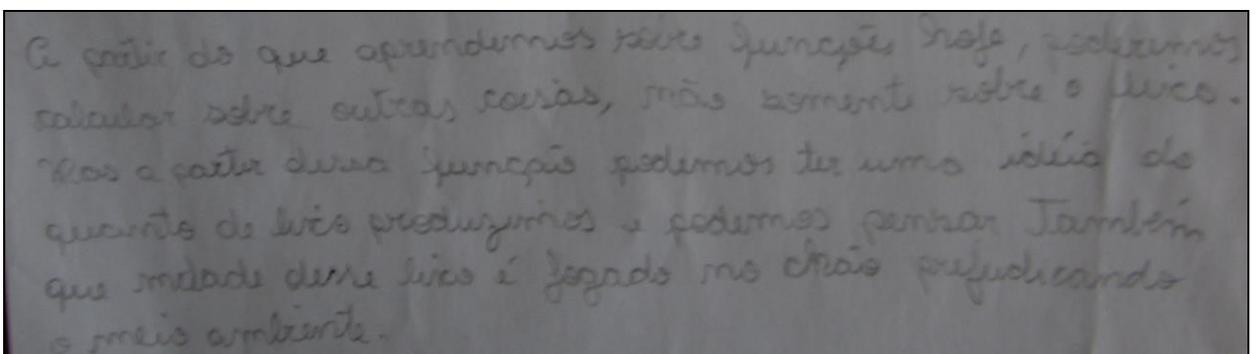


Fonte: Estudantes - 2016

Em sua descrição *"além de calcular a estimativa de lixo reciclável no ambiente escolar, poderíamos também calcular a estimativa de lixo reciclável em nossa residência, e também se quisermos e nos interessarmos mais, poderíamos calcular o quanto de lixo é produzido no município"*[sic].

Outra afirmação muito pertinente à pesquisa pode ser observada pela Imagem 6(b), conforme descrita abaixo:

Imagem 6(b). Análise dos estudantes grupo E



Fonte: Estudantes - 2016

Em outra manifestação dos estudantes participantes realçam a importância do

aprendizado, quando manifestam: "*a partir do que aprendemos sobre funções hoje, poderemos calcular sobre outras coisas, não somente sobre o lixo. Mas a partir dessa função poderemos ter uma ideia de quanto de lixo produzimos e podemos pensar também que metade deste lixo é jogado no chão, prejudicando o meio ambiente*" [sic]. Estas ações motivaram os estudantes, juntamente com a APMF e o Grêmio Estudantil²⁰ promoverem ações voltadas a preservação do meio ambiente (LAMPERT *et al*, 1999), como colocação de lixos recicláveis, bem como reunir os recursos e procurar vender para contribuir com a compra de materiais aos estudantes carentes do colégio, motivando assim, a educação para o exercício da cidadania, apresentando uma aprendizagem significativa, destacada por Ausubel (1918-2008), como um modelo mental, uma imagem denominada subsunçor ou ideia âncora.

Mas, tal constatação só foi possível pela observação dos registros efetuados pelo PP em um Diário de Campo, "como um instrumento capaz de possibilitar a reflexão de sua ação profissional cotidiana, apresentando um caráter descritivo – analítico, investigativo e de síntese [...]" (LEWGOY, ARRUDA, 2004, p123-124). Consistiu também no registro completo e preciso das observações das experiências pessoais do PP e principalmente dos estudantes, observando e descrevendo com detalhes os acontecimentos. Os fatos foram registrados no diário, após o observado para garantir a fidedignidade do que se observa [...] (FALKEMBACH, 1987).

Também foi constatada na observação do compromisso dos estudantes em assumir o papel de cada um em suas atividades, expressa pelas suas leituras, pela curiosidade, pela motivação em que tentavam buscar respostas para o subtema, suas ações provenientes no trabalho em grupo na coleta dos materiais reciclados, suas produções assumidas nas medições junto ao laboratório de ciências, as relações matemáticas utilizadas na matematização da função dos recicláveis, que oportunizaram conhecimentos não apenas da matemática, mas, sociais, econômicos, ambientais²¹ (LAMPERT *et al*, 1999), cognitivos numa perspectiva transdisciplinar, ou seja, a forma de pensar descrito por Piaget (1972), que pode se promover a interação e reciprocidade entre as disciplinas.

A esta transdisciplinaridade, cabe a organização entre a interação das ciências, a busca pelas estratégias que reúnem as possibilidades de produção do conhecimento multidisciplinar, envolvendo a interação com demais ciências do conhecimento. Quando negamos as ligações óbvias entre algumas delas, ou das mais complexas, negamos a curiosidade e dizemos inconscientemente a frase de Sócrates, "só sei que nada sei", e nunca saberemos de tudo, pois, "(...) o conhecimento nunca estará completo e a racionalidade tem limites" (MORIN, 2007,

²⁰ Órgãos Colegiados do Estabelecimento de Ensino.

²¹ Com referência a educação ambiental presentes no livro de LAMPERT, E. *et. al. Educação para a cidadania*. Sulina, Porto Alegre, 1999.

p.27).

Esta mediação também pode ser atribuída a Vygotsky *apud* Richiti (2004), como o processo pelo qual a ação do sujeito sobre o objeto é mediada por um determinado instrumento, a ação professor mediador, com o conhecimento descentralizado e fluido a partir de diversas linguagens e meios de comunicação, que deixa de ser um transmissor de conhecimentos para se posicionar como um mediador de diversas linguagens e oportunidades educativas.

Vygotsky considera o professor como um informante fundamental, em que sua informação ou mediação com o estudante, deve ser tratada com responsabilidade, pois é tratada como "verdadeira e segura" (VYGOTSKY,1991, p.89).

Cabe destacar, que os estudantes, ao discutirem os resultados encontrados com o subtema Reciclagem, levantaram algumas possibilidades de diminuição das consequências, dentre elas: a coleta seletiva, reciclagem do lixo produzido no colégio. Além disso, comentaram sobre a importância da reciclagem dos materiais e ainda, a possibilidade de comercialização, de modo a gerar recursos para a compra de materiais didáticos.

A atividade proporcionou ao professor/pesquisador a função de mediador, problematizador que, a todo tempo desafiava os estudantes a pensar sobre o assunto desenvolvendo as capacidades metacognitivas dos estudantes, como reconhecer a importância de uma consciência ambiental no Colégio, a partir da coleta e do estudo dos materiais recicláveis, relacionando seus processos de pensamento, administrando ou gerindo a tarefa matemática (SCHOENFELD *apud* BORALHO, 1994).

Mas tal atitude só pode ser construída através do diálogo, em que o fator afetivo tem relevância na interação professor-aluno em seu fato psicológico, como o vínculo entre os aspectos cognitivos e as ações concretas (PIAGET,1997, p.166)²².

Tais considerações, remetem a indicações sobre os estágios adequados para serem ensinados determinados conteúdos às crianças, sem desrespeitar suas reais possibilidades mentais, ou seja, de acordo com o seu desenvolvimento intelectual e afetivo (BESSA, 2011, p. 65), o que motivou os estudantes a juntamente com a APMF e o Grêmio Estudantil promoverem ações voltadas a preservação do meio ambiente, como colocação de lixos recicláveis, bem como reunir os recursos e procurar vender para contribuir com a compra de materiais aos estudantes carentes do colégio, motivando assim, a educação para o exercício da cidadania.

Na perspectiva de Burak (1992) a Modelagem Matemática oportuniza a formação de

²² Quando ocorre na adolescência em diante, a partir do 11 anos de idade, caracterizado pelo pensamento abstrato, raciocínio dedutivo, planejamento, imaginação.

estudantes autônomos com capacidade para pensar, refletir e encontrar a melhor solução para os problemas rotineiros que se deparam na vivência diária. Assim, quando o professor se propõe a mediar o ensino, não como centralizador e sim potencializando as atividades desenvolvidas pelos estudantes, ações que objetivam projetar indivíduos integrantes da sociedade com pensamento críticos e reflexivos sobre sua capacidade de decisão.

Ainda segundo o autor, o desenvolvimento, os procedimentos adotados e os encaminhamentos dados às questões dos conteúdos buscam, na Modelagem Matemática, manter-se no foco concebido para o trabalho em nível da Educação Básica. Particularmente nessa vertente de concepção do ensino de Matemática e na perspectiva geral da Educação Matemática, compreende-se que "a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões" (BURAK, 1992, p.62).

Assim, ao terminamos esta atividade, percebemos que com a mediação correta, acreditando em Burak (1992), podemos possibilitar os sonhos dos estudantes, que não serão mais meros aprendizes, mas que tem um lugar especial, como protagonistas da aprendizagem, esta que não está vinculada apenas a Matemática, mas de maneira transdisciplinar com outras ciências e principalmente com a Psicologia, Sociologia, Filosofia, como destacada inicialmente por Higginson em Rius (1989a) e posteriormente com novos avanços e perspectivas na linguagem de Burak e Klüber (2008).

4.3 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: Decomposição de materiais na natureza.

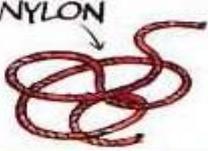
4.3.1 Pesquisa exploratória

Os quatro estudantes do grupo D, D1, D2, D3 e D4, responsáveis pelo subtema decomposição de materiais na natureza, foram orientados a promover a discussão sobre o subtema que norteou para alguns apontamentos, entre eles a decomposição de materiais do tipo plástico e borracha na natureza.

Após pesquisarem em revistas, jornais e mesmo em sites, os estudantes constataram que o plástico pode levar mais de 100 anos para se decompor.

No caso da borracha dos pneus, o tempo de decomposição pode ser indeterminado, conforme Imagem 7:

Imagem 7: Decomposição de materiais na natureza

 <p>DE 3 A 6 MESES</p>	 <p>MAIS DE 30 ANOS</p>
 <p>DE 6 MESES A UM ANO</p>	 <p>MAIS DE 100 ANOS</p>
 <p>5 ANOS</p>	 <p>MAIS DE 100 ANOS</p>
 <p>5 ANOS</p>	 <p>TEMPO INDETERMINADO</p>
 <p>13 ANOS</p>	 <p>1 MILHÃO DE ANOS</p>

Fonte: <http://www.portalsaofrancisco.com.br>

Os dados da pesquisa obtidos pelos estudantes esclarecem que o tratamento do lixo doméstico é considerado um fracasso. O Brasil produz cerca de 241.614 toneladas de lixo por dia²³, 76% são depositados a céu aberto e lixões, 13% em aterros controlados, 10% em aterros sanitários, 0,9% compostados em usinas e 0,1% incinerados. Com os dados pesquisados, os estudantes observaram como ocorre esta forma de poluição ambiental. Compreenderam que a falta de consciência e preservação ambiental geram consequências graves para a humanidade e o meio ambiente. Além disso, discutiram sobre a importância da preservação do meio ambiente, tentando evitar esta forma de poluição, que se apresenta de maneira inorgânica (resíduos sólidos), para que não sejam descartados no solo ou em rios e mares, que devido ao tempo indeterminado de sua decomposição polui o solo e contamina inclusive o lençol freático por muitos anos.

Como parte resultante da pesquisa, o grupo D produziu e apresentou slides sobre o tema aos demais grupos, o que proporcionou reflexões coletivas entre todos, conforme descreve a Figura 6:

²³ Pesquisa efetuada pelos estudantes no site <http://www.portalsaofrancisco.com.br/meio-ambiente/decomposicao-do-lixo>.

Figura 6. Pesquisa exploratória sobre a decomposição de materiais na natureza - grupo D



Fonte: O autor 2016.

Ao discutirem os resultados da pesquisa encontrada, os estudantes do grupo D levantaram algumas possibilidades de diminuição dessa forma de poluição, escolhendo um dos elementos da decomposição dos materiais na natureza (Imagem 7) para o estudo, a borracha de pneus.

Tal escolha realizada pelos estudantes refere-se a realidade de nosso município, considerando-se sua vasta extensão territorial rural, utilizando o descarte destes pneus no uso de cercas para animais da espécie bovina, chamadas de currais. Os estudantes do grupo D definiram como "*curral ecológico*" [sic].

De imediato o PP sugeriu aos estudantes que procurassem explicações em sites de pesquisa e que trouxessem para a próxima aula o que seria necessário para a construção do "*curral ecológico*". Apenas orientou: *lembrem-se que vocês precisam apurar todos os dados necessários, por exemplo, palanques, dimensões, tudo bem?* [sic].

D3: *Tudo bem professor!!* [sic].

No período da tarde, alguns estudantes do grupo D solicitaram orientações ao PP pelas redes sociais, como o Facebook. Assim sugeriu o site do *Google* para encaminhamentos como vídeos, imagens e textos, que seriam apresentados na aula seguinte. Então, com base no relato dos estudantes, foi apresentado um estudo sobre como construir um "*curral ecológico*", com um vídeo²⁴ do programa Minas Rural, da EMATER-MG (Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural de Minas Gerais).

O vídeo permitiu aos estudantes uma maior compreensão sobre a construção do "*curral ecológico*". Foram feitos questionamentos com os estudantes em relação as informações recebidas, que apresentaram as seguintes considerações:

²⁴ Vídeo disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=MUTHIxChzqg>

D2: *professor, gostamos muito do vídeo que encontramos, pois esclareceu as nossas ideias [sic].*

PP: *expliquem como, que tipo de ideias? [sic].*

D1 D2: *o agricultor explicou como fazer a construção de um curral ecológico. Pense professor gastou apenas R\$200,00 [sic].*

PP: *nossa, muito bom mesmo. Mas como ele construiu? Qual a metragem da construção? O que ele utilizou de materiais? Expliquem? [sic].*

D1 D2: *ele utilizou palanques de eucalipto de sua própria fazenda e 100 pneus velhos de caminhões coletados pela Prefeitura local. Cortavam as laterais dos pneus com motosserra. Parece que a construção era de 300 m²!! [sic].*

PP: *Muito bom? Agora vocês conseguem traduzir os elementos desta construção em linguagem matemática? [sic].*

D3: *Como assim professor? [sic].*

PP: *Vocês conseguem expressar estas relações matemáticas? Por exemplo a área, perímetro, o que vocês acham? [sic].*

D3: *Vamos tentar professor [sic].*

PP: *Tudo bem!!!Então vamos aos problemas!!! [sic].*

4.3.2 Levantamento dos problemas

Em sala de aula, os responsáveis pelo grupo D, foram orientados a promover discussões dos dados, com o intuito de levantar questões matemáticas ou não.

Assim, foi oportunizado aos estudantes do grupo D que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada, dentre as questões levantadas: Qual a quantidade de pneus de carros utilitários cuja leitura é 185/60 R14 são necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas? Qual o custo necessário para o construção do curral de pneus com leitura 185/60 R14, incluindo materiais como palanques, parafusos, dobradiças e mão de obra?

4.3.3 Resolução do(s) problema(s)

Para resolver o problema da quantidade de pneus 185/60 R14 de carros utilitários necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas, os estudantes foram incentivados a discutir inicialmente sobre os conceitos de perímetro e área.

A atividade proporcionou o seguinte questionamento aos estudantes, como:

PP: *o que vocês entendem como perímetro e área? [sic].*

D1: *perímetro são os lados? E a área é a região dentro dos lados, isso professor?*

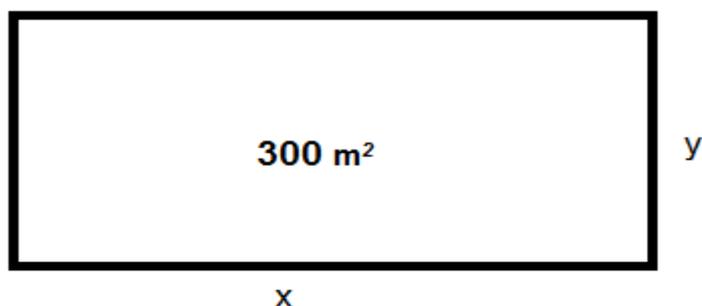
[sic]. PP: *isso mesmo estudantes, apenas acrescento que perímetro são as medidas destes lados e a área a superfície delimitada por estes lados. Um exemplo simples é olharmos para este quadro negro, o que é o perímetro e o que é a área para vocês?*[sic].

D1 D2²⁵: *perímetro são os lados do quadro e a área a parte de dentro, isso professor?*[sic].

PP: *isso mesmo estudantes, parabéns!!!*

Os estudantes do grupo D tiveram a possibilidade de propor ações que pudessem expressar seu conhecimento prévio, com os dados obtidos através do diálogo sobre área e perímetro. Assim, os estudantes puderam construir o seguinte desenho, conforme descreve a Imagem 8:

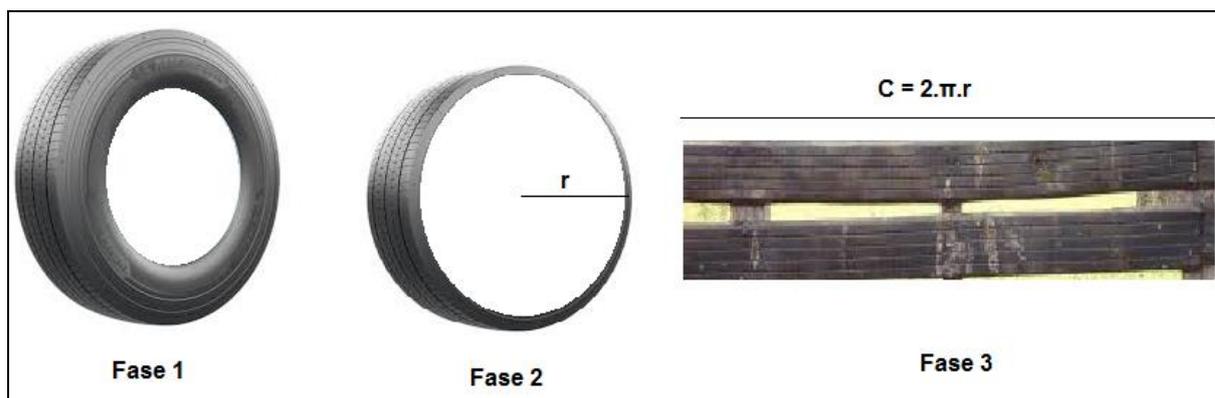
Imagem 8: Construção do "Curral Ecológico" estudantes grupo D



Fonte: Estudantes - 2016

No caso dos pneus, o PP orientou os estudantes para que desenvolvessem algumas fases da preparação do pneu para o "curral ecológico", de modo que pudessem visualizar melhor a atividade, o que foi apresentado pelos estudantes através da Imagem 9:

Imagem 9: Fase de preparação dos pneus para o "curral ecológico"



Fonte: Estudantes - 2016

Com base na leitura da Imagem 9, os estudantes ainda explicaram como ocorre as fases de preparação do pneu, apresentando as seguintes considerações:

²⁵ D1 e D2 referem-se aos estudantes do Grupo D.

D2 D3: *No caso da fase 1 seria a fase de coleta dos pneus 185/60 R14 de carros utilitários, podendo ser nas borracharias ou procurando no pátio de máquinas da prefeitura. Na fase 2, seria a preparação dos pneus por um profissional, utilizando motosserra que deverá retirar as laterais. Nesta fase o pneu apresenta o formato de uma circunferência e na fase 3 ele é esticado e revela o comprimento da circunferência, isso professor? [sic].*

PP: *isso mesmo, parabéns. Pelo que percebi vocês conhecem o conceito de comprimento da circunferência, muito bem. Apenas acrescento, o que vocês acham de pesquisar sobre o que significa as medidas 185/60 R14, acredito que possa existir alguma relação destas medidas com o comprimento da circunferência, tudo bem? [sic].*

D1 D2: *tudo bem professor, vamos procurar!! [sic].*

Com base na mediação os estudantes motivaram-se a buscar respostas sobre o que seria a leitura do pneu 185/60 R14, obtendo através da pesquisa no site do *Google* a seguinte Imagem 10:

Imagem 10: Leitura do pneu 185/60 R14



Fonte: <http://www.aldeiadapedra.com.br>

Com base na pesquisa, os estudantes resolveram encontrar qual o comprimento de cada pneu com leitura 185/60 R14, utilizando a fórmula (12) do comprimento da circunferência:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (12)$$

Os estudantes lembraram que $2 \cdot r$ refere-se a fórmula do diâmetro, ou seja, (13):

$$D = 2 \cdot r \quad (13)$$

Resolveram substituir a fórmula (13) em (12) ficando com (14):

$$C = D \cdot \pi \quad (14)$$

Tal atitude apresentada pelos estudantes reforça o entendimento do diâmetro apresentado pela Imagem 10, no entanto coube aos estudantes, para o cálculo do comprimento de cada pneu, considerar ainda as seguintes informações:

O diâmetro interno do pneu R14 é dado por 14 polegadas. Como cada polegada equivale a 2,54 cm, os estudantes encontraram $14 \cdot (2,54) = 35,56$ cm para o diâmetro interno. Porém não esqueceram de somar também para o diâmetro total (D) a altura da banda (medida superior + medida inferior), que corresponde a 60% da largura do pneu, que tem dimensões 185 mm, ou seja, 111 mm ou 11,1 cm. Assim o diâmetro (D) foi apresentado pelos estudantes com a seguinte soma $D = 35,56 + 11,1 + 11,1$, perfazendo um total de 57,76 cm. Então para calcular o comprimento do pneu 185/60 R14 os estudantes aplicaram na fórmula (14), considerando o valor de $\pi = 3,14$, como se segue:

$$C = 57,76 \cdot 3,14$$

$$C \approx 181,36 \text{ cm ou}$$

$$C \approx 1,81 \text{ m}$$

Que corresponde a medida do comprimento do pneu na fase 3, conforme Imagem 9.

No entanto, os estudantes ainda precisavam responder a pergunta de quantos pneus 185/60 R14 seriam necessários para a construção de um "curral ecológico" de perímetro 70 metros, área 300 m² e altura de 1,80 metros com 05 faixas. Estabeleceram as seguintes relações matemáticas de área e perímetro, (15) e (16), respectivamente:

$$x \cdot y = 300 \tag{15}$$

$$2x + 2y = 70 \tag{16}$$

PP: *como encontraram este resultado? Expliquem? [sic].*

D3: *como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y, ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso? [sic].*

PP: *Muito bem. gostaria que vocês calculassem o resultado, tudo bem? [sic].*

Os estudantes dividiram por 2 a equação (16), obtendo a seguinte expressão (17):

$$x + y = 35 \tag{17}$$

Em seguida, isolaram o valor de x (17), obtendo $x = 35 - y$ e substituíram na expressão (15),

obtendo $(35 - y) \cdot y = 300$, ou seja (18):

$$y^2 - 35y + 300 = 0 \tag{18}$$

que apresentou como solução, utilizando-se da regra da soma e produto de uma equação do 2º grau, obtendo $y' = 15$ ou $y'' = 20$.

Retornando a equação (15), ao substituírem $y' = 15$ ou $y'' = 20$, os estudantes obtiveram os seguintes resultados para x :

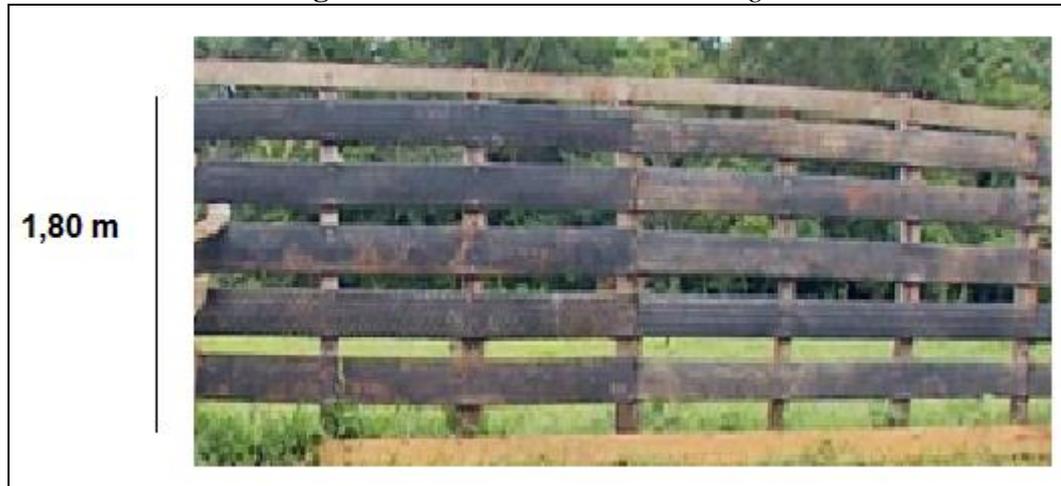
$$\text{se } y' = 15, x' = 20 \text{ e}$$

$$\text{se } y'' = 20, x'' = 15$$

Por fim, decidiram coletivamente que as medidas do "curral ecológico" terá as dimensões de $x = 20$ e $y = 15$ metros, conforme observado pelas dimensões da Imagem 8.

Os estudantes também construíram um esboço do "curral ecológico", conforme a Imagem 11:

Imagem 11: Modelo do "curral ecológico"



Fonte: Estudantes - 2016, adaptado vídeo "curral ecológico" EMATER-MG

Assim concluíram que a quantidade de pneus necessárias para um perímetro de 70 metros, com 5 faixas poderia ser descrito pela seguinte operação:

[Perímetro:(comprimento de cada pneu)].(5 faixas)

$$[70:(1,81)].(5), \text{ ou seja}$$

$$\approx 193 \text{ pneus}$$

PP: neste caso as expressões estão corretas, muito bem, parabéns!!!

Na sequência o PP orientou os estudantes a responder o segundo problema, qual o custo necessário para a construção do curral de pneus com leitura 185/60 R14, incluindo materiais como palanques, parafusos, dobradiças e mão de obra? Tudo bem? [sic].

Após a orientação, os estudantes fizeram uma pesquisa exploratória em três borracharias da cidade, três madeireiras e duas lojas de materiais de construção. Adotaram a leitura do pneu 185/60 R14. Com base na pesquisa concluíram que a prefeitura municipal do município realiza a coleta seletiva de recicláveis, mas no momento não tinham informações sobre a reciclagem dos pneus. Os estudantes pesquisaram o valor de cada palanque de eucalipto (tratado) em três madeireiras, sendo que apenas uma realiza este tipo de comércio, e que o valor de cada palanque, com medidas de 2,5 m de comprimento, medindo 10x10 cm, sairia em torno de R\$10 o metro linear, ou seja R\$25,00 o valor unitário.

Constataram ainda que o custo de venda que cada borracharia entrega as empresas de

coleta de outras cidades, seria de R\$20 cada, conforme disponibilidade e encomenda antecipada. No caso dos parafusos para fixação nos palanques de eucalipto, o menor preço orçado (modelo utilizado em Eternit de 8 mm) seria o de 11,5 cm de comprimento com borracha de vedação, com custo de R\$0,50 cada (necessário dois em cada um). Ainda orçaram quatro dobradiças grandes, com o valor unitário de R\$8,00 cada uma, para o portão de entrada e portão de saída, lembrando que o "curral ecológico" seria apenas um espaço aberto, sem divisões, para o controle e manejo do rebanho. Como mão de obra, orçaram por "empreita" o valor de R\$4.000,00

Percebe-se que a atividade ganhou um novo rumo significativo de aprendizagem, pois até o momento não havia custo para os palanques de eucalipto e pneus. Neste sentimento, coube aos estudantes apresentar o Quadro 3 seguinte:

Quadro 3. estimativa do custo para a construção do "curral ecológico"

Discriminação	Custo Unitário	Quantidade	Valor R\$
Palanques eucalipto ²⁶ 2,5 m (10x10 cm)	R\$25,00	eixo $x = 22$ <i>eixo $y = 16$</i>	R\$950,00
Pneus 185/60 R14	R\$20,00	193	R\$3.860,00
Parafusos ²⁷ (11,5 cm)	R\$0,50	380	R\$190,00
Dobradiças	R\$8,00	04	R\$32,00
Mão de obra	R\$4.000,00	01	R\$4.000,00
		TOTAL	R\$9.032,00

Fonte: Estudantes - 2016

Assim, conforme construído pelos estudantes, Quadro 3, o custo estimado para a construção do "curral ecológico" é de aproximadamente R\$9.032,00.

Com base na expressão matemática concluíram que D: *o menor custo incide quando o agricultor possui sua plantação de eucaliptos nativa e dentro da legislação sobre reflorestamento e que também necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais de nosso município, no caso da coleta dos pneus recicláveis [sic].*

²⁶ Utilizou-se a distância de 1,81 m para cada palanque de eucalipto, conforme medida encontrada pelos estudantes no comprimento do pneu, ou seja para a medida de $x=20$ metros seria necessário aproximadamente 11 palanques (total 22) e para a medida de $y =15$ metros aproximadamente 8 palanques (total 16). Então um total geral de 38 palanques de eucaliptos, Imagem 8.

²⁷ Cada palanque de eucalipto terá 05 faixas de pneu, cada faixa com 02 parafusos, ou seja 10 parafusos por palanque. Como o total de palanques é 38 então são necessários 380 parafusos.

4.3.4 Análise crítica das soluções

Com base nos diálogos dos estudantes, sobre as questões que dizem respeito à solução dos problemas levantados, foram feitas observações, comentários e discussões relativas a atividade decomposição de materiais na natureza, com a utilização de pneus recicláveis para a construção do "curral ecológico".

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como conceito de perímetro e área foram bem associadas pelos estudantes, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, como o produto entre duas variáveis relacionando a área e o perímetro relacionando o custo mínimo para a construção do "curral ecológico", sendo satisfatória a afirmação do estudante D3: *como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y, ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso? [sic].*

Com base nos encaminhamentos sobre o conceito de área e perímetro, os estudantes produziram as fases de preparação dos pneus, utilizando-se também da expressão matemática do comprimento da circunferência, dada por $C=2 \cdot \pi \cdot r$, para linearizar o comprimento de cada pneu reciclado expressando o valor de $\approx 1,81$ m, bem como encontrar a solução das medidas dos lados do "curral ecológico" através das expressões matemática $x \cdot y = 300$ (área) e $2x + 2y = 70$ (perímetro), permitindo assim que a quantidade dos pneus seria de ≈ 193 pneus.

Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a pesquisa dos estudantes sobre o custo de um "curral ecológico". Tal situação gerou um desafio nos estudantes, em pesquisar informações em três borracharias da cidade, três madeireiras, duas lojas de materiais de construção, a mão de obra, bem como na prefeitura municipal do município, chegando ao valor de R\$9.032,00, permitindo aos estudantes a pesquisa e investigação sobre o tema.

A seguir procederemos à análise e interpretação dos dados da atividade.

4.3.5 Análise e interpretação dos dados da atividade

A análise e interpretação dos dados nessa atividade se expressam pela experiência vivida pelo professor pesquisador e pelos estudantes envolvidos. Essa configuração de conceber e realizar o ensino de matemática através da atividade subtema decomposição mostrou os estudantes mais entusiasmados, aguçando a sua curiosidade e sua intuição. E também por alcançar o entendimento das palavras de Freire (2000, p.54) quando diz "nenhuma formação docente verdadeira pode fazer-se alheada, de um lado, do exercício da criticidade que implica a promoção da curiosidade ingênua, à curiosidade epistemológica, e de outro, sem o reconhecimento do valor das emoções, da sensibilidade, da afetividade, da

intuição ou adivinhação".

Esse reconhecimento das emoções durante a realização das atividades pode ser percebido por expressões como: "*o agricultor explicou como fazer a construção de um curral ecológico. Pense professor gastou apenas R\$200,00*" [sic], bem como, outros conceitos e ideias matemáticas. Ainda, o entusiasmo pode ser percebido na expressão do professor pesquisador em um dos momentos da atividade quando expressa: "*nossa, muito bom mesmo. Mas como ele construiu? Qual a metragem da construção? O que ele utilizou de materiais? Expliquem*"?

Outro aspecto constatado foi a utilização de recursos que, muitas vezes, não consideramos importante para caracterizar uma situação. Na atividade a pesquisa realizada pelos estudantes, resultou em um vídeo, que permitiu aos estudantes uma maior compreensão sobre a construção do "*curral ecológico*". Foram feitos questionamentos com os estudantes sobre a relação obtida nesta pesquisa, e se esta relação tinha conexão com a construção do "*curral ecológico*", da atividade subtema decomposição dos materiais na natureza. Os estudantes apresentaram considerações: *professor, gostamos muito do vídeo que encontramos, pois esclareceu as nossas ideias*, conferindo a aula outra dinâmica.

Além disso mostra que mesmo não tendo as melhores condições para a realização de atividades que extrapolam as que rotineiramente se fazem presentes em sala de aula, ainda assim, se mostraram entusiasmados como mostra o excerto: *Os estudantes do grupo D tiveram a possibilidade de propor ações que pudessem caracterizar seu conhecimento prévio, com os dados obtidos através do relato da experiência do vídeo*. Destaca-se a ação de mediação do PP em sugerir aos estudantes que imaginassem a área, o perímetro e transcrevessem para uma possível planificação.

Buscou-se nesse nesta ação compreender, as ações e procedimentos capazes de favorecer a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e aprendizagens e de outros campos do conhecimento, como a educação ambiental e educação para a cidadania, uma vez que podem indicar caminhos e estratégias e, sugerir questionamentos que beneficiem ao estudante assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento, transdisciplinarmente, o que nos faz acreditar que "para ser transdisciplinar é preciso ter um conhecimento complexo" e "o pensamento complexo nos diz que o conhecimento nunca estará completo e que a racionalidade tem limites" (MORIN, 2007, pp.25-27).

Ainda, em relação aos estudantes pôde-se perceber durante a realização das atividades, o entendimento do comprometimento do estudante com a aprendizagem. Esse comprometimento segundo Engers e Morosini (2007) se faz presente nos questionamentos, como por exemplo em pequenos intervenções quando os estudantes expressam: "*perímetro*

são os lados, isso? E a área é a região dentro dos lados, isso professor?" ou como também em quando se busca meios para se conhecer a resposta de um problema: *"como a área é de um retângulo professor então fizemos uma medida x vezes a outra y, ou seja $x \cdot y = 300$ e para o perímetro dois lados iguais mais dos lados opostos iguais, que resulta em $2x + 2y = 70$, pelo menos aprendemos assim, isso"?*

A atividade mediada através do diálogo, a discussão e interação entre o grupo produziu as fases da preparação dos pneus (Imagem 9), a leitura da configuração dos pneus (Imagem 10), bem como encontrar através do perímetro e área a quantidade de pneus necessária para a construção do "curral ecológico". Também na pesquisa exploratória em madeiras, borracharias e comércios locais, fortaleceu o conhecimento prévio dos estudantes, foi fortalecido criando o entendimento sobre custo necessário para a construção do "curral ecológico", o que tornou a atividade significativa. Esta mediação com o estudante, deve ser tratada com muita responsabilidade, pois é admitida como "verdadeira e segura" (VYGOTSKY, 1991, p.89).

Em outra manifestação dos estudantes participantes realçam a importância do aprendizado, quando manifestam: *"necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais, no caso da coleta dos pneus recicláveis*. Estas ações motivaram os estudantes a promoverem ações voltadas a preservação do meio ambiente e uma educação para o exercício da cidadania (LAMPERT *et al*, 1999).

Também foi constatada na observação o compromisso dos estudantes em assumir o papel de cada um em suas atividades, expressa pelas pesquisas, suas leituras, pela curiosidade, pela motivação em que tentavam buscar respostas para o subtema, suas ações provenientes no trabalho, as relações matemáticas utilizadas na matematização do custo e construção do "curral ecológico", que oportunizaram conhecimentos não apenas da matemática, mas, sociais, econômicos, ambientais (LAMPERT *et al*, 1999).

A atividade proporcionou ao professor/pesquisador a função de mediador, problematizador que, a todo tempo desafiava os estudantes a pensar sobre o assunto desenvolvendo as capacidades metacognitivas dos estudantes, como reconhecer a importância de uma consciência ambiental, relacionando seus processos de pensamento, administrando ou gerindo a tarefa matemática (SCHOENFELD *apud* BORALHO, 1994).

Na perspectiva de Burak (1992), esta atividade de Modelagem Matemática mais uma vez oportunizou a formação de estudantes autônomos com capacidade para pensar, refletir e encontrar criticamente a melhor solução para o subtema em questão, demonstrando mais uma vez que quando o professor se propõe a mediar o ensino, não como centralizador e sim potencializando as atividades desenvolvidas pelos estudantes, ações que objetivam projetar

indivíduos integrantes da sociedade com pensamento críticos e reflexivos sobre sua capacidade de decisão.

4.4 Descrição das atividades de modelagem com o subtema: *Fast food*.

4.4.1 Pesquisa exploratória

As quatro estudantes do grupo B, B1, B2, B3 e B4, responsáveis pelo subtema *Fast food*, foram orientados a promover a discussão sobre o subtema que norteou para alguns apontamentos, entre eles o seu surgimento na década de 1950, nos EUA (Estados Unidos da América). Os irmãos McDonald foram os pioneiros no *Fast food* e donos de um drive-in por mais de 10 anos. Esta forma de alimentação surgiu devido ao ritmo de vida acelerado das pessoas, permitindo a opção de refeições mais rápidas e práticas. Mas tal hábito pode colocar em risco a saúde das pessoas, devido a ingestão de calorias em excesso, bem como as gorduras hidrogenadas, açúcares e sódio.

Após pesquisarem em revistas, jornais e mesmo em *sites*, com a mediação do professor pesquisador, as estudantes do grupo B perceberam que o subtema gera uma enorme preocupação com a saúde pública por parte dos médicos, nutricionistas e autoridades da área, pois as doenças coronarianas, obesidade, diabetes, entre outras, aumentam a cada ano, chegando a níveis de extrema preocupação.

Os dados da pesquisa obtidos pelas estudantes esclarecem que uma porção de Batata frita de 71 g tem aproximadamente 180 kcal, 1 sanduíche de *hambúrguer* de 110 g tem 279 kcal, 1 *burger cheeseburger* de 156 g tem 410 kcal, 1 *hambúrguer* vegetariano de 215 g tem 389 kcal, 1 *hot dog* (cachorro quente) de 116g tem 312 kcal, 1 pedaço de *nuggets* de frango de 20 g tem 59 kcal. Além disso verificaram algumas bebidas como refrigerantes, que podem ser consumidas com estes alimentos, optando por três marcas diferentes e por latas de 350 ml como a cocal cola, que contém 147 kcal, a fanta 137 kcal, o guaraná 140 kcal e a pepsi 154 kcal, que contém em sua composição uma grande quantidade de açúcares e uma grande quantidade de sódio, que podem provocar a obesidade, hipertensão arterial e o diabetes.

Aliado a alimentação, o sedentarismo, segundo as estudantes também é um dos fatores preocupantes, as pessoas estão deixando, por falta de tempo, de praticarem esportes como caminhadas, corridas, academias e dedicam-se de corpo e alma ao mercado do trabalho, que por muitas vezes pode colocar em risco a saúde do trabalhador. Dados da pesquisa Vigitel²⁸ (2013) indicam que atualmente 50,8% dos brasileiros estão acima do peso ideal e 17,5% são

²⁸ Vigilância de Fatores de Risco e Proteção para Doenças Crônicas por Inquérito Telefônico.

obesos. Os percentuais são 19% e 48% superiores que os registrados em 2006, quando a proporção de pessoas acima do peso era de 42,6% e de obesos era de 11,8%.

Como parte resultante da pesquisa, o grupo B produziu e apresentou slides sobre o tema aos demais grupos, o que proporcionou reflexões coletivas entre todos, conforme descreve a Figura 7:

Figura 7. Pesquisa exploratória com o subtema *Fast food* - grupo B



Fonte: O autor 2016.

Ao discutirem os resultados da pesquisa encontrada, as estudantes do grupo B levantaram algumas possibilidades de conscientização sobre a importância da alimentação saudável e a prática de atividades esportivas, podendo melhorar a qualidade de vida das pessoas. As estudantes do grupo D definiram como "*cardápio da saúde semanal*" [sic].

Além disso, discutiram sobre a importância do consumo dos alimentos básicos e necessários, como o arroz, feijão, saladas e carnes magras, bem como a utilização de água para o consumo diário, com referência a indicação de alimentação saudável consumida pelos de seus pais e avós no passado. Esta forma balanceada de alimentação saudável pesquisada pelas estudantes seria uma alternativa para tentar minimizar os problemas causados pela ingestão de calorias em excesso, bem como as gorduras hidrogenadas, açúcares e sódio consumidas no *Fast food*.

4.4.2 Levantamento dos problemas

Em sala de aula, as responsáveis pelo grupo B, foram orientadas a promover discussões dos dados, com o intuito de levantar questões matemáticas ou não.

Assim, foi oportunizado as estudantes do grupo B que elaborassem problemas, com base na pesquisa efetivada, dentre essas questões levantadas: Quais são os alimentos saudáveis e corretos que podem ser consumidos diariamente através de um "*cardápio da*

saúde semanal"? Qual a quantidade de calorias diárias que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal?

4.4.3 Resolução do(s) problema(s)

Para resolver o problema quais são os alimentos saudáveis e corretos que podem ser consumidos diariamente através de um "*cardápio da saúde semanal*", as estudantes apresentaram a seguinte ilustração, conforme a Imagem 12:

Imagem 12: Pirâmide alimentar



Fonte: Ministério da Saúde

A atividade proporcionou o questionamento as estudantes, por parte do professor pesquisador: *como vocês fizeram a leitura desta pirâmide alimentar?* [sic].

B2: *como assim professor?* [sic].

PP: *como vocês interpretaram os dados desta pirâmide alimentar?* [sic].

B2: *ah sim professor, com base na pirâmide alimentar observamos a quantidade de refeições saudáveis que podem ser consumidas em um dia* [sic].

PP: *expliquem como?*[sic].

B2 B3²⁹: *pelo que entendemos são necessárias 6 refeições por dia, café da manhã, almoço e jantar, com lanches intermediários. A primeira parte da pirâmide seria os*

²⁹ B2 e B3 referem-se as estudantes do Grupo B.

carboidratos que podem ser consumidos no máximo 6 porções por dia, a segunda parte seria as verduras e frutas, que devem ser consumidas 3 porções ao dia cada uma, a terceira parte seria composta por leite e seus derivados, 3 porções diárias, carnes e ovos, 1 porção diária, feijões e oleaginosas, 1 porção diária e por fim a quarta parte da pirâmide, composta por óleos e gorduras e açúcares e doces, com 1 porção diária para cada uma. Isso que entendemos!!! [sic].

PP: *isso mesmo meninas, parabéns!!!*

Na sequência da atividade, o professor pesquisador, indagou as estudantes: *com base nesta pirâmide alimentar, o que vocês fizeram? [sic].*

B3: *fizemos um "cardápio da saúde semanal" professor!! [sic].*

PP: *como assim? expliquem? [sic].*

B3: *fizemos um cardápio para os sete dias da semana professor, de segunda-feira a domingo.*

PP: *Mostrem como?*

Então, com base no relato das estudantes, foi apresentado o Quadro 4, que sintetiza, com base na Imagem 12, um "cardápio da saúde semanal", como se segue:

Quadro 4. "Cardápio da saúde semanal"

Dias da semana	Café 7:00 h	Lanche 1 10:00 h	Almoço 12:00 h	Lanche 2 15:00 h	Jantar 18:00 h	Ceia 21:00 h
Segunda-feira a sábado;	Água; 01 porção de fruta; 01 porção de café com leite e açúcar; 02 porções de pães com 01 porção de manteiga 01 porção de queijo;	01 fruta ou 01 porção de iogurte; Água;	01 porção de feijão; 02 porções de arroz; 01 porção de carne ou ovos; 02 porções de macarrão; ou duas porções de batata cozida ou mandioca; 02 porções	01 porção de iogurte ou 01 fruta; Água;	02 porções de sopa de legumes com macarrão; Água;	01 fruta ou 01 porção de iogurte; Água;

			de verduras ou legumes; Água;			
Domingo	*****	01 porção café com leite e açúcar;	Arroz, salada, maionese, carnes, lasanhas sobremesa	01 porção de chocolate ou doces;	Café com leite, pão com presunto e queijo ou pão de queijo;	01 porção de chocolate ou doces;

Fonte: Estudantes - 2016

As estudantes elaboraram o Quadro 4, com base na Imagem 12, apresentado as possibilidades de uma cardápio saudável, o qual chamaram de "*cardápio da saúde semanal*"[sic]. Com base no cardápio as estudantes propuseram seis refeições por dia, sendo café da manhã, almoço e jantar com 3 lanches intermediários. Percebe-se também que as estudantes do grupo B idealizaram o cardápio, considerando um horário entre estas refeições, o que caracteriza um estudo voltado ao tratamento do metabolismo, ou seja, que o organismo possa acelerar e promover uma queima maior de calorias, que podem evitar o problema da obesidade. Também consideraram em todas as etapas o consumo da água, entre 2 a 3 litros diários, de modo que possam manter o organismo hidratado, prevenindo doenças como pressão arterial alta, retenção de líquidos, mantendo a hidratação constante do organismo prevenindo possíveis cálculos nos rins.

Tal mediação foi condicionada como breve reflexão, por parte do PP que parabenizou as estudantes pelo envolvimento da atividade. Outra observação efetuada pelo PP foi a da regra do "*Cardápio da saúde semanal*" para o dia de domingo?

O professor pesquisador obteve a seguinte respostas das estudantes:

B: *no domingo acordamos tarde, um dia livre, ninguém merece né professor!!!* [sic].

PP: *verdade, mas não exagerem, rsrsrs!!!* [sic].

Após a orientação do PP, as estudantes decidiram responder sobre a segunda pergunta do problema proposto: Qual a quantidade de calorias diárias que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal?

As estudantes utilizaram as opções do Quadro 4, considerando uma forma de alimentação saudável e de acordo com a realidade de vida simples das pessoas. Também

retiraram do cardápio as frituras presentes na alimentação do *Fast food* como batata-frita, coxinhas, risoles, entre outros, decidindo pela alimentação saudável, preparada com o mínimo de gordura e de preferência pelo cozimento dos alimentos.

Assim, as estudantes após pesquisarem no site do *Google* sobre o valor de kcal de cada alimento, produziram o seguinte Quadro 5:

Quadro 5. Quantidade de calorias nos alimentos da alimentação básica

Alimento	Quantidade	Quantidade de calorias (kcal)³⁰
01 copo de água	200 ml	0 kcal
01 xícara de café com leite e açúcar	100 ml	110 kcal
01 porção de manteiga	20 g	143,20 kcal
01 porção de margarina	20 g	118 kcal
01 porção de margarina light	20 g	64 kcal
01 porção de arroz	105 g	135 kcal
01 porção de batata cozida	92 g	103 kcal
01 porção de carne (tipo alcatra)	150 g	238 kcal
01 porção de carne (tipo bife)	100 g	252 kcal
01 porção de carne (tipo frango)	100 g	195 kcal
01 porção de carne (tipo mignon)	100 g	169 kcal
01 porção de carne (tipo bisteca suína)	100 g	337 kcal
01 porção de feijão (tipo preto)	100 g	132 kcal
01 porção de feijão (tipo carioca)	100 g	181 kcal
01 porção de fruta (tipo maçã)	Média	72 kcal
01 porção de fruta (tipo banana)	Média	105 kcal
01 porção de fruta (tipo laranja)	Média	62 kcal
01 porção de fruta (tipo pera)	Média	96 kcal
01 porção de iogurte	90 g	92 kcal
01 porção de legumes (tipo ervilha)	01 xícara	117 kcal
01 porção de macarrão (tipo espaguete)	01 xícara	220 kcal
01 porção de mandioca cozida	01 xícara	237 kcal

³⁰ **kcal** significa quilocaloria. Caloria (cal) é uma unidade de medida de energia e tem sido geralmente utilizada para definir o valor energético dos alimentos, sendo representada por 1 kcal = 1.000 cal = 10³ cal.

01 porção de ovos	01 grande	77 kcal
01 porção de pão branco	01 fatia	66 kcal
01 porção de pão integral	01 fatia	68 kcal
01 porção de queijo (tipo branco)	01 fatia	69 kcal
01 porção de queijo (tipo prato)	01 fatia	53 kcal
01 porção de presunto	01 fatia	33 kcal
01 porção de verdura (tipo alface)	01 xícara	5 kcal
01 porção de verdura (tipo cebola)	01 xícara	67 kcal
01 porção de verdura (tipo cenoura)	01 xícara	52 kcal
01 porções de verduras (tipo chuchu)	Média	35 kcal
01 porção de verdura (tipo repolho)	01 xícara	21 kcal
01 porção de verdura (tipo tomate)	Médio	22 kcal
01 porção de verdura (tipo acelga)	01 xícara	7 kcal
01 porção de verdura (tipo pepino)	01 xícara	16 kcal
01 porção de sopa (legumes com macarrão e carne)	01 xícara	227 kcal

Fonte: Estudantes - 2016, adaptado de fat secret Brasil 2017

No entanto, com base no Quadro 5 apresentado, as estudantes ainda pesquisaram na *Internet* e encontraram a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB, que são medidas pela quantidade de energia (kcal) necessária para manter as funções vitais do organismo em repouso, conforme Equação de Harris-Benedict (McARDLE e col., 1992). Concluíram que essa taxa pode variar de acordo com o sexo, peso, altura, idade e nível de atividade física. As estudantes constataram que quanto mais intensa a atividade, maior sua necessidade energética.

A equação da TMB, ou Equação de Harris-Benedict encontrada pelas estudantes do grupo B são descritas pela Imagem 13:

Imagem 13: TMB - Equação de Harris-Benedict

HOMENS: $TMB = 66,47 + (13,75 \cdot P^*) + (5,00 \cdot A^*) - (6,76 \cdot I^*) \times \text{Atividade Física} = \text{número de Kcal}$

MULHERES: $TMB = 655,1 + (9,56 \cdot P^*) + (1,85 \cdot A^*) - (4,68 \cdot I^*) \times \text{Atividade Física} = \text{número de Kcal}$

Fonte: <http://corpoemforma.blogspot.com.br>

Com base na Imagem 13, considera-se segundo a pesquisa das estudantes do grupo B, como * P = Peso em Kg/ *I = Idade em anos/ *A = Altura em cm.

As estudantes do grupo B destacaram ainda que o valor do TMB (Imagem 13) deve

ser acrescida pelo nível de atividade física, conforme apresentado pela Imagem 14:

Imagem 14: TMB x nível da atividade física

Sedentário - Pouco ou nenhum exercício diário Use TMB x 1,2
Levemente Ativo - (Exercício leve/1 a 3 dias na semana) Use TMB x 1,375
Moderadamente Ativo - (Exercício Moderado/ 3 a 5 dias na semana) Use TMB x 1,55
Bastante Ativo - (Exercício Pesado/ 6 a 7 dias na semana) Use TMB x 1,725
Muito Ativo - (Exercício Pesado todos os dias da semana ou com treinos 2 vezes ao dia) Use TMB x 1,9

Fonte: <http://corpoemforma.blogspot.com.br>

Com base nas Imagens 13 e 14, o professor pesquisador solicitou as estudantes um exemplo, sobre sua aplicação. As estudantes sugeriram apresentar a TMB do professor pesquisador³¹, conforme dados levantados:

$$P = \text{Peso } 102 \text{ Kg/ } *I = 38 \text{ anos/ } *A = 180 \text{ cm}$$

Atividade física: moderadamente ativo TMB x 1,725

Assim as estudantes aplicaram na Equação de Harris-Benedict, HOMENS, que tem por característica a seguinte expressão matemática (19):

$$\text{TMB} = 66,47 + (13,75 \cdot P^*) + (5,00 \cdot A^*) - (6,76 \cdot I^*) \times \text{Atividade Física} = \text{número de Kcal} \dots\dots\dots(19)$$

Para o tratamento aritmético da expressão matemática coube ao professor pesquisador promover a reflexão nas estudantes, como;

PP: *o que resolvemos primeiro nesta expressão? [sic].*

B1: *como assim professor? [sic].*

PP: *existe alguma ordem para resolver esta expressão? Tipo primeiro a multiplicação, soma, subtração, lembram? [sic].*

B1: *Ah, sim professor, a regra das quatro operações básicas, primeiro resolvemos a divisão, depois a multiplicação e por fim a soma e a subtração, isso professor?*

³¹ Dados pessoais do professor pesquisador.

PP: *isso mesmo, perfeito. Vocês podem fazer? [sic].*

B1: *sim professor!!!*

Assim as estudantes do grupo B aplicaram os dados levantados chegando ao seguinte resultado da TMB, em kcal, do professor pesquisador, conforme descrito pela equação (20):

$$\mathbf{TMB} = 66,47 + (13,75 \cdot 102) + (5,00 \cdot 180) - (6,76 \cdot 38) \times 1,725 \quad (20)$$

$$\mathbf{TMB} = 66,47 + 1402,50 + 900 - (256,88) \times 1,725$$

$$\mathbf{TMB} = 66,47 + 1402,50 + 900 - 443,118$$

$$\mathbf{TMB} = \underline{3.328,35 \text{ kcal}}$$

O resultado obtido revela que são necessárias 3.328,35 kcal para manter as funções vitais do organismo, por dia, em repouso, para manter o peso atual do professor pesquisado. No entanto as estudantes sugeriram ao professor pesquisador:

D2: *tem que emagrecer um pouco professor [sic].*

PP: *como posso fazer? [sic].*

Pela pesquisa das estudantes do grupo B, essa informação do TMB é crucial para o ganho de peso ou o emagrecimento, então consideraram adicionar 500 kcal se quiser promover o ganho de peso, ou no caso do professor pesquisador reduzir em 500 kcal o consumo diário, podendo optar e variar os alimentos, de acordo com dados do Quadro 5, em 6 refeições diárias.

A atividade foi parabenizada pelo professor pesquisador e ainda solicitou as estudantes que fizessem o levantamento dos dados do TMB, em um atividade futura, com relação a turma se fosse possível, agradecendo as estudantes pelo envolvimento. E ainda brincou com as estudantes: "*futuras nutricionistas*"!!!!

4.4.4 Análise crítica das soluções

Com base nos diálogos das estudantes, sobre as questões que dizem respeito à solução dos problemas levantados, foram feitas observações, comentários e discussões relativas a atividade "*cardápio da saúde semanal*".

As questões relativas aos conteúdos matemáticos, como o conceito g (gramas) e kcal (kilocalorias no caso dos alimentos) foram bem associadas pelas estudantes, sendo perceptível a condução da atividade de maneira correta, expressando os riscos para a alimentação diária em *Fast food* evidenciado pela análise da quantidade de açúcares e uma grande quantidade de sódio presentes nos alimentos e bebidas, que podem provocar a obesidade, hipertensão arterial e o diabetes.

Outra situação que ensejou uma análise crítica foi a criação de um "*cardápio da saúde semanal*" em que as estudantes elaboraram o Quadro 4, com base na Imagem 12,

apresentado as possibilidades de uma cardápio saudável, o qual chamaram de "*cardápio da saúde semanal*" [sic]. Com base no cardápio as estudantes propuseram seis refeições por dia, sendo café da manhã, almoço e jantar com 3 lanches intermediários. Percebe-se também que as estudantes do grupo B idealizaram o cardápio, considerando um horário entre estas refeições, o que caracteriza um estudo voltado ao tratamento do metabolismo, ou seja, que o organismo possa acelerar e promover ao organismo uma queima maior de calorias, que podem evitar o problema da obesidade. Também consideraram em todas as etapas o consumo da água, entre 2 a 3 litros diários, de modo que possam manter o organismo hidratado, prevenindo doenças como pressão arterial alta, retenção de líquidos, mantendo a hidratação constante do organismo prevenindo possíveis cálculos nos rins.

No entanto ao apresentarem a quantidade de calorias diárias, que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal, superaram as expectativas, pois pesquisaram a quantidade de alimentos necessárias por porção, Quadro 5, bem como tiveram o entendimento do que seria a unidade **kcal**, como uma unidade de medida de energia que tem sido geralmente utilizada para definir o valor energético dos alimentos, sendo representada por $1 \text{ kcal} = 1.000 \text{ cal} = 10^3 \text{ cal}$.

Para consolidar a aprendizagem com o Quadro 5, as estudantes do grupo B ainda pesquisaram na *Internet* e encontraram a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB, que são medidas pela quantidade de energia (kcal) necessária para manter as funções vitais do organismo em repouso (McARDLE *et al.*, 1992). Compreenderam que esta taxa pode variar de acordo com o sexo, peso, altura, idade e nível de atividade física. Imagens 13 e 14, utilizando como experiência os dados do professor pesquisador, como seu $P = \text{Peso } 102 \text{ Kg}$ / $*I = 38 \text{ anos}$ / $*A = 180 \text{ cm}$, chegando após efetuar os cálculos, no valor de **TMB = 3.328,35 kcal**, sendo sugerido ao professor reduzir em 500 kcal o consumo diário de alimentos, podendo optar e variar dos alimentos, de acordo com a sugestão apresentada pelas estudantes do Quadro 5, em 6 refeições diárias.

A seguir procederemos à análise e interpretação dos dados da atividade.

4.4.5 Análise e interpretação dos dados da atividade

A análise e interpretação dos dados nessa atividade se expressam pela experiência vivida pelo professor pesquisador e pelas estudantes envolvidas. Essa configuração de conceber e realizar o ensino de matemática através da atividade subtema *Fast food* mostrou as estudantes mais motivadas, demonstrando a sua curiosidade e sua intuição. E também por alcançar o entendimento das palavras de Freire (2000, p.95) quando diz "estimular a

pergunta, a reflexão crítica sobre a própria pergunta, o que se pretende com esta ou aquela pergunta em lugar da passividade das explicações discursivas do professor, espécies de respostas a perguntas que não foram feitas".

Esse reconhecimento das emoções durante a realização das atividades do *"Cardápio da saúde semanal"* podem ser percebidas por expressões como: *"pelo que entendemos são necessárias 6 refeições por dia, café da manhã, almoço e jantar, com lanches intermediários. A primeira parte da pirâmide seria os carboidratos que podem ser consumidos no máximo 6 porções por dia, a segunda parte seria as verduras e frutas, que devem ser consumidas 3 porções ao dia cada uma, a terceira parte seria composta por leite e seus derivados, 3 porções diárias, carnes e ovos, 1 porção diária, feijões e oleaginosas, 1 porção diária e por fim a quarta parte da pirâmide, composta por óleos e gorduras e açúcares e doces, com 1 porção diária para cada uma, bem como, outros conceitos e ideias matemáticas. Ainda, a motivação pode ser percebida na expressão do professor pesquisador em um dos momentos da atividade quando expressa: "com base no cardápio as estudantes propuseram seis refeições por dia, sendo café da manhã, almoço e jantar com 3 lanches intermediários. Percebe-se também que as estudantes do grupo B idealizaram o cardápio, considerando um horário entre estas refeições, o que caracteriza um estudo voltado ao tratamento do metabolismo, ou seja, que o organismo possa acelerar e promover ao organismo uma queima maior de calorias, que podem evitar o problema da obesidade. Também consideraram em todas as etapas o consumo da água, entre 2 a 3 litros diários, de modo que possam manter o organismo hidratado, prevenindo doenças como pressão arterial alta, retenção de líquidos, mantendo a hidratação constante do organismo prevenindo possíveis cálculos nos rins".*

Foram feitos questionamentos com as estudantes sobre *"Cardápio da saúde semanal"* para o dia de domingo? As estudantes apresentaram considerações: *no domingo é livre, ninguém merece né professor?*, conferindo a aula outra dinâmica.

Além disso mostra que mesmo não tendo as melhores condições para a realização de atividades que extrapolam as que rotineiramente se fazem presentes em sala de aula, ainda assim, se mostraram entusiasmados como mostra o excerto: as estudantes decidiram responder sobre a segunda pergunta do problema proposto: Qual a quantidade de calorias diárias que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal, construindo o Quadro 4, considerando uma forma de alimentação saudável e de acordo com a realidade de vida simples das pessoas. Também retiraram do cardápio as frituras presentes na alimentação do *Fast food* como batata-frita, coxinhas, risoles, entre outros, decidindo pela alimentação saudável, preparada com o mínimo de gordura e de preferência pelo cozimento

dos alimentos. Ainda, com base na tabela apresentada, as estudantes pesquisaram e encontraram a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB, que são medidas pela quantidade de energia (kcal) necessária para manter as funções vitais do organismo em repouso (McARDLE e col., 1992).

Buscou-se nesta ação compreender, as ações e procedimentos capazes de favorecer a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e aprendizagens e de outros campos do conhecimento, como a alimentação saudável através da nutrição adequada, a composição da pirâmide alimentar, a fisiologia humana, uma vez que podem indicar caminhos e estratégias e, sugerir questionamentos que beneficiem ao estudante assumir um papel ativo na construção de seu conhecimento. "Os professores fascinantes transformam a informação em conhecimento e o conhecimento em experiência" (CURY, 2003, p.57).

Ainda, em relação as estudantes pôde-se perceber durante a realização das atividades com o subtema *Fast food*, o entendimento do comprometimento do estudante com a aprendizagem, o que nos faz acreditar ainda mais que "para ser transdisciplinar é preciso ter um conhecimento complexo" e "o pensamento complexo nos diz que o conhecimento nunca estará completo e que a racionalidade tem limites" (MORIN, 2007, pp.25-27).

Esse comprometimento, segundo Piaget (1972), apresenta a interação e reciprocidade cognitivos entre as Ciências, numa perspectiva transdisciplinar, ou seja, a forma de pensar descrito pequenas intervenções quando as estudantes expressam: "*fizemos um "cardápio da saúde semanal" professor*". Estas ações motivaram as estudantes a promoverem ações voltadas a qualidade de vida das pessoas, com a possibilidade de uma alimentação saudável e balanceada.

Também foi constatada na observação o compromisso das estudantes em assumir o papel de cada um em suas atividades, expressa pelas pesquisas, suas leituras, pela curiosidade, pela motivação em que tentavam buscar respostas para o subtema, suas ações provenientes no trabalho, as relações matemáticas utilizadas na matematização, através da regra das quatro operações fundamentais, como a divisão, multiplicação, soma e subtração, transferindo esta compreensão a equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB, que poderá ser continuada em atividades futuras pelas estudantes.

A atividade proporcionou ao professor/pesquisador a função de mediador, problematizador que, a todo tempo desafiava as estudantes a pensar sobre o assunto desenvolvendo as capacidades metacognitivas das estudantes, como reconhecer a importância do diálogo entre as estudantes, sobre as questões que dizem respeito à solução dos problemas levantados. Vygotsky considera o professor como um informante fundamental, em que sua informação ou mediação com o estudante, deve ser tratada com responsabilidade, pois é

tratada como "verdadeira e segura" (VYGOTSKY,1991, pp.89-91).

Na perspectiva de Burak (1992), esta atividade de Modelagem Matemática oportunizou a formação de estudantes autônomos com capacidade para pensar, refletir e encontrar criticamente a melhor solução para o subtema em questão, demonstrando mais uma vez que quando o professor se propõe a mediar o ensino, não como centralizador e sim potencializando as atividades desenvolvidas pelas estudantes, ações que objetivam projetar indivíduos integrantes da sociedade com pensamento críticos e reflexivos sobre sua capacidade de decisão.

4.5 Considerações gerais sobre as atividades

A análise e interpretação das 3 atividades (subtemas) de modelagem matemática: Reciclagem, Decomposição de materiais na natureza e *Fast food*, foram escolhidas, num total de 16 propostas desenvolvidas pelos pesquisadas pelos estudantes, para a confecção deste trabalho. Se expressam pela experiência vivida pelo professor pesquisador, pela professora regente e pelos estudantes envolvidos.

As atividades inicialmente partiram da compreensão de um diagnóstico inicial, com os 32 estudantes da turma (Apêndice 1), após autorização da pesquisa pela SEED-PR. O diagnóstico serviu para promover algumas reflexões sobre o perfil dos estudantes, como por exemplo: se estudaram em escola pública, sua renda familiar, seu interesse futuro em frequentar um curso superior em instituição pública ou privada, se gostam de matemática e se conheciam a metodologia da Modelagem Matemática.

Com as respostas do Apêndice 1 constatou-se: 84% estudaram em escola pública e 16% não opinaram; quanto a renda familiar³², 19% tem renda entre 01 a 02 salários mínimos, 41% entre 02 a 05 salários mínimos e 40% não opinaram; em relação a cursar um curso universitário, 56% da turma tem interesse, 28% não tem interesse e 16% não opinaram; da opção pela Universidade pública ou privada, 78% tem interesse em instituição pública, 3% em instituição privada e 19% não opinaram; sobre a disciplina de Matemática, 78% gostam de matemática, 6% não gostam e 6% não opinaram. A pergunta que mais chamou atenção foi se conheciam a metodologia da Modelagem Matemática? 78% não a conheciam, 6% conhecem e 16% não opinaram. Embora seja uma indicação metodológica das Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná³³. Este resultado motivou ainda mais o desenvolvimento desta pesquisa, em conhecer a metodologia da Modelagem Matemática e mediar as relações de ensino e

³² Tal percepção foi assumida caracterizando os estudantes como classe média baixa, que tem sonhos, ideais, acreditam na escola pública, gostam de matemática e querem melhorar seu perfil educacional com o ingresso futuro na Universidade.

³³ Material didático criado pelos professores estaduais do Paraná no ano de 2008.

aprendizagem com os estudantes. A escolha livre do tema, pelos estudantes, oportunizou a reflexão de um dos estudantes da turma: *tem que ser um tema ligado a matemática? [sic]*. Este questionamento chamou a atenção do professor pesquisador, motivando-o ainda mais sobre a importância no cenário educacional, e gerou reflexão sobre a forma cartesiana, tradicional³⁴ e iluminista de "conduzir" o ensino da Matemática. Admitiu-se que esta forma já não tem mais espaço no cenário escolar atual. Houve, então, a disposição em assumir o compromisso com os estudantes: tornar-se mediador no processo de ensino e aprendizagem e não um ditador de regras.

Em todas as atividades mediadas foi constatado o compromisso dos estudantes em assumir seu papel ativo, expresso pelas leituras, pela curiosidade, pela motivação em que tentavam buscar respostas para os subtemas pesquisados, tornando-os protagonistas de sua própria história.

No caso do subtema reciclagem, do grupo E, compreenderam que a falta de consciência e preservação ambiental geram consequências graves, constataram que o homem gera cerca de 300g a 1kg de lixo por dia, que o lixo é uma das possíveis causas do aumento da poluição ambiental e que as consequências para a humanidade e o meio ambiente com o acúmulo de lixo são: as alterações climáticas, fome, doenças, destruição da fauna e da flora.

As ações propostas pelo grupo E foram observadas por meio da coleta dos materiais reciclados, com as produções assumidas na aferição de medidas destes materiais junto ao laboratório de ciências, e com o estudo das relações matemáticas encontradas nos materiais recicláveis, com o conteúdo equações lineares. Também, mostraram-se entusiasmados e dedicados na representação gráfica das soluções encontradas, percebendo com a mediação do professor, que não se tratava de uma função, mais sim de uma relação. Perceberam, ainda, que separar e comercializar os recicláveis e com o recurso obtido comprar materiais escolares para os estudantes carentes do colégio, oportunizando conhecimentos não apenas da matemática, mas, sociais, econômicos e ambientais, motivando os estudantes a uma educação para o exercício da cidadania. Destaca-se também neste grupo a inclusão escolar de uma aluna deficiente visual, que a todo momento pode manifestar a sua opinião e afetividade com as atividades propostas pela Modelagem Matemática, utilizando seus conhecimentos prévios, como o reconhecimento tátil dos objetos reciclados, ouvindo, participando, anotando e registrando seus conhecimentos em sua máquina Braille.

A atividade Decomposição de materiais na natureza oportunizou aos estudantes do grupo D, a interação entre o grupo. Relataram a importância da preservação do meio ambiente, tentando evitar esta forma de poluição, que se apresenta de maneira inorgânica

³⁴ Tradicional refere-se a memorização e repetição dos conteúdos e conceitos matemáticos.

(resíduos sólidos), evitando que sejam descartados no solo ou em rios e mares, pois o tempo indeterminado de sua decomposição polui e contamina o solo e inclusive o lençol freático por muitos anos, podendo comprometer os recursos hídricos. Como forma de minimizar esta decomposição, os estudantes do grupo D decidiram fazer um estudo sobre a reutilização da borracha dos pneus, construindo o "*curral ecológico*", pesquisando em madeireiras, borracharias e comércios locais, o custo necessário para a sua construção. Realçam também a importância do aprendizado, quando manifestam: "*necessita de uma iniciativa de educação ambiental por parte dos governantes municipais, no caso da coleta dos pneus recicláveis*."

Estas ações motivaram os estudantes a promover ações voltadas a preservação do meio ambiente e uma educação para o exercício da cidadania expressa pelas pesquisas, leituras, pela curiosidade, pela motivação em que tentavam buscar respostas para o subtema, as relações matemáticas utilizadas na matematização do custo e construção do "*curral ecológico*", que oportunizaram conhecimentos não apenas da matemática, mas, sociais, econômicos, ambientais (LAMPERT *et al*, 1999).

Na atividade *Fast food, grupo B*, as estudantes constataram que esta forma de alimentação surgiu devido ao ritmo de vida acelerado das pessoas, permitindo a opção por refeições mais rápidas e práticas, mas que tal hábito pode colocar em risco a saúde das pessoas, devido a ingestão de calorias em excesso, bem como as gorduras hidrogenadas, açúcares e sódio. Também perceberam que o subtema gera uma enorme preocupação com a saúde pública por parte dos médicos, nutricionistas e autoridades da área, pois as doenças coronarianas, obesidade, diabetes, entre outras, aumentam a cada ano, chegando a níveis de extrema preocupação. As ações do grupo B foram apresentadas como a possibilidade de um cardápio saudável, o qual chamaram de "*cardápio da saúde semanal*"[sic]. Com base neste cardápio as estudantes propuseram seis refeições por dia, sendo café da manhã, almoço e jantar com 3 lanches intermediários, considerando um horário entre estas refeições, o que caracteriza um estudo voltado ao tratamento do metabolismo, ou seja, que o organismo possa acelerar e promover uma queima maior de calorias, que pode evitar o problema da obesidade. Também consideraram, em todas as etapas do cardápio, a importância do consumo de água, entre 2 a 3 litros diários, de modo a manter o corpo hidratado, prevenindo doenças como pressão arterial alta, retenção de líquidos e cálculos nos rins. No entanto, ao apresentarem a quantidade de calorias diárias, que podem ser ingeridas por homens e mulheres, de acordo com o peso, altura, idade e nível de atividade física, considerando a manutenção ou a diminuição do peso corporal, superaram as expectativas, pois pesquisaram a quantidade de alimentos necessárias por porção, construindo o entendimento do que seria a unidade **kcal** e consolidando a aprendizagem com o estudo da equação da Taxa de Metabolismo Basal, TMB,

de Harris-Benedict, que são medidas pela quantidade de energia (kcal) necessária para manter as funções vitais do organismo em repouso, e que esta taxa pode variar de acordo com o sexo, peso, altura, idade e nível de atividade física, aplicando este conhecimento com os dados cedidos pelo professor pesquisador.

Essa configuração do ensino de matemática acarretou em estudantes mais entusiasmados, em todos os momentos, durante a realização das atividades que foram construídas colaborativamente, desde a escolha dos temas e subtemas, com as pesquisas realizadas, em todas as etapas da Modelagem.

O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática possibilitou ao professor pesquisador, ganhar também seu papel ativo nessa análise, o que antes admitia uma postura meramente cartesiana e centralizadora do processo, hoje admite-se como um novo professor, mediador dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem, construindo o conhecimento coletivamente, acreditando e comprovando a eficiência da metodologia da Modelagem Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Modelagem Matemática apresentada e discutida neste trabalho foi constituída inicialmente pelo fichamento de obras presentes nas leituras de Teses, Dissertações, artigos e textos que puderam dar sustentação teórica a experiência inicial do professor pesquisador com a Modelagem Matemática.

O foco da investigação oportunizou admitir a Modelagem como uma metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da análise dos elementos proporcionados pelas ações e interações dos estudantes e professor, no desenvolvimento de atividades identificando e analisando aspectos pedagógicos, psicológicos e comportamentais percebidos nos estudantes quando envolvidos nas atividades de Modelagem Matemática, não só dos conteúdos matemáticos, mas das aprendizagens de outros campos do conhecimento, beneficiando o estudante a assumir um papel ativo, como protagonista nesta construção.

Os resultados desta pesquisa apontam que a Modelagem Matemática, na perspectiva assumida, oportunizam o desenvolvimento da autonomia decorrentes da ação de pensar, refletir, buscar dados, levantar e encontrar solução para os problemas proporcionados pela coleta de dados, em relação ao tema escolhido. A interação entre os participantes, professores e estudantes, revelou-se como um elemento potencializador do desenvolvimento das atividades e de aprendizagens, tanto do conteúdo matemático como de outros aspectos não matemáticos que se relacionam ao desenvolvimento de um tema, proporcionando o desenvolvimento de ações que favorecem o pensamento crítico e reflexivo dos estudantes.

Assim, o conhecimento presente nos aspectos epistemológicos, orientado e favorecido pela natureza da Educação Matemática, pode diferenciar características das teorias de aprendizagem presentes no âmbito da escola e outros fundamentos importantes da educação, como o diálogo, o interesse do estudante, sobre o ser do estudante como um sujeito único, reconhecendo a importância de suas experiências anteriores e, potencializado pela utilização da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, cujos fundamentos tornam o ambiente escolar colaborativo, permitindo visualizar com clareza um processo de ensino com vistas à aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMSON, L. **Sputnik Left Legacy for U.S. Science Education**. Disponível em: <<http://www.npr.org/templates/story/story.php?storyId=14829195>>.
- ARRUDA, J. P. de. A Moderna Matemática no Ensino Primário e o Colégio de Aplicação da UFSC: primeiras impressões. **Educere-PUC**, 2008.
- AUSUBEL, D., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana.
- BACHELARD, Gaston. **O novo espírito científico**. 2a. Ed. Tempo Brasileiro. Rio de Janeiro. 1995.
- BASSANEZI, R.C. **Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In:VII **CIAEM**. Santiago,1987.
- BIEMBENGUT, M. S.. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Editora Furb. 1999.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BIKLEN, S; BOGDAN, R. C.. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, p. 134-301, 1994.
- BURAK, D. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Editora CRV, Curitiba-Brasil, 2012.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.
- BURAK, D. **Modelagem matemática na educação matemática: considerações para o ensino de matemática na educação básica**. In: Emília Mello Vieira; Geraldo Pompeo Junior; Maria Salett Bienbengut. (Org.). **Modelagem (Em) Comum Um Tributo a Rodney Carlos Bassanezi**. 1ªed.Santo André: Universidade Federal do ABC, 2013, v. , p. 65-94.
- BURAK, D. ; KLÜBER, T. E. . Encaminhamentos didáticos - pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para a educação básica. In: Lourdes Maria Werle de Almeida; Jussara de Loiola Araújo; Eleni Bisognin. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 1ªed.Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011, v. 1, p. 45-64.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 460p. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação. SP.
- BURAK, D.; KLÜBER, T. E.. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. In: **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma trajetória. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática - **IX ENEM**, 2007, Belo Horizonte, MG. Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa, 2007. p. 1-19.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza**. Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática Vol. 10 - Nº 2 - Jul./Dez. 2008- Canoas –RS.

CURY, A. **Pais brilhantes, Professores fascinantes**. Rio de Janeiro: Sextante, 2003.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. In: **Educação Matemática e Pesquisa**., São Paulo, v.10, n.1, pp-17-34, 2008.

BURAK, D; MARTINS, M. A.. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 1, 2015.

_____. Modelagem Matemática e a sala de aula. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

BURIGO, E. Z. Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989.

CALDEIRA, A. D.. Modelagem Matemática: Um outro olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. O Movimento da Matemática Moderna e as Iniciativas de Formação Docente. **Educere-PUC**, 2008.

DA COSTA, L. M. F. **O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: o caso do Colégio de São Bento do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro, Brasil: UFRJ, 2014.

DI PIERRO NETTO, S. A luta perdida da iniciação matemática. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, p. 45, 1988.

DIAS, A. L. M. O movimento da matemática moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. **ESOCITE-Jornadas Latino-Americanas de Estudos Sociais das Ciências e das Tecnologias**, v. 7, 2008.

ESQUINCALHA, A. DA C. Nicolas Bourbaki e o Movimento Matemática Moderna. **Revista de Educação, Ciência e Matemática**, v. 2, n. 3, p. 28 – 37, 2012.

FALKEMBACH, Elza M. F. **Diário de Campo: um instrumento de reflexão**. Contexto e Educação. Universidade de Ijuí. ano 2. nº 7, julho /set 1987.p. 19-24.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25ed. São Paulo: Paz e Terra. 2002.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S.. **Apresentando a investigação científica**. In: _____. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**., Campinas: Autores Associados, 2006.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da Matemática: uma introdução**. Belo Horizonte:

CAED-UFMG, 2012.

HULF, S. F. **Modelagem na Educação Matemática no 9º ano do ensino fundamental: uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem.** 2016. 136p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Estadual do Centro Oeste. PR.

KILPATRICK, J. **Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a EM como campo Profissional e científico.** *Zetetiké*, Campinas: CEMPEM- FE - Unicamp, v.4, n.5, p.99-120, jan-jun, 1996.

LAMPERT, E. *et. al.* **Educação para a cidadania.** Sulina, Porto Alegre, 1999.

LEWGOY, A. M. B; ARRUDA, Maria P. Novas tecnologias na prática profissional do professor universitário: a experimentação do diário digital. In: Revista Texto & Contextos. EDIPUCRS. Porto Alegre: 2004.

LEWGOY, A. M. B; SILVEIRA, E. **Diário de Campo: O que é? Para que se serve? Como elaborar?.** In: Revista Texto & Contextos. EDIPUCRS. Porto Alegre: 2009.

LÜDKE, M e ANDRÉ, M. E. D. A.. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MAGNUS, M. C. M. **Modelagem matemática em sala de aula: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação.** 2012. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica) – PPECT. Universidade Federal de Santa Catarina. UFSC.

McARDLE, W. D.; KATCH, F. I.; KATCH, V. L. Fisiologia do exercício: energia, nutrição e desempenho humano. 3. ed. Rio de Janeiro:Guanabara Koogan, 1992. p. 387, 392-399.

MORIN, Edgar. Desafios da transdisciplinaridade e da complexidade. In: AUDY, Jorge Luis Nicolas; MOROSINI, Marília Costa (Orgs). **Inovação e interdisciplinaridade na Universidade.** Porto Alegre: Edipucrs, 2007.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, v. 27, p. 70–93, 2004.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília. MEC/SEF, 1997. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> Acesso em 01 de maio de 2016.

PENA, R. A. **Guerra Fria.** Disponível em: <<http://brasilecola.uol.com.br/geografia/guerra-fria.htm>>.

PENTEADO D.R. **As práticas de Modelagem Matemática na Educação Básica do Estado do Paraná.** Ponta Grossa-PR, 2015. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - PPGE. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG.

PIAGET, J. **Epistemologia genética.** São Paulo: Martins Fontes. 1990.

PIRES, R. DA C. **A Presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo**. São Paulo, Brasil: PUC/SP, 2006.

RIUS, E. B. **Educación Matemática: Uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología**. Educación Matemática, México: Iberoamérica, v.1, nº 2, p. 28-42, Agosto de 1989a.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes Editora, 1989.

WIELEWSKI, G. D. O Movimento da Matemática Moderna e a Formação de Grupos de Professores de Matemática no Brasil. **ProfMat2008 Actas**, p. 1–10, 2008.

APÊNDICES



APÊNDICE 1 - QUESTIONÁRIO PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

PESQUISADOR: Marcelo Fabricio Chociai Komar

ano: 2016

ALUNO: _____ **9º ANO:** _____

01. Em que tipo de escola até agora você cursou o ensino fundamental (1º ao 9º ano)?

- a() Somente em escola pública
- b() Somente em escola particular
- c() Maior parte em escola pública
- d() Maior parte em escola particular

02. Após a conclusão do Ensino Fundamental e Médio, você tem pretensão de fazer um curso de Nível Superior?

- a() Sim. Qual? _____
- b() Não
- c() Não sei ainda

03. Pretende concluir o curso em Instituição de Ensino Público ou Privado?

- a() Público
- b() Privado
- c() Nenhum

04. Qual o nível de escolaridade do seu Pai?

- a() Sem escolaridade
- b() Séries iniciais E.F. incompleto
- c() Séries iniciais E.F. completo
- d() Séries finais E.F. incompleto
- e() Séries finais E.F. completo
- f() Ensino Médio incompleto
- g() Ensino Médio completo
- h() Ensino Superior incompleto
- i() Ensino Superior completo
- j() Não sabe/Não opinou

05. Qual o nível de escolaridade da sua Mãe?

- a() Sem escolaridade
- b() Séries iniciais E.F. incompleto
- c() Séries iniciais E.F. completo
- d() Séries finais E.F. incompleto
- e() Séries finais E.F. completo
- f() Ensino Médio incompleto
- g() Ensino Médio completo
- h() Ensino Superior incompleto
- i() Ensino Superior completo
- j() Não sabe/Não opinou

06. Qual a renda mensal per capita (por pessoa) de sua família?

- a() Até 1 Salário Mínimo
- b() Mais de 1 a 2 salários mínimos
- c() Mais de 2 a 3 Salários mínimos
- d() Mais de 3 a 4 salários mínimos
- e() Mais de 4 a 5 salários mínimos
- f() Mais de 5 salários mínimos
- g() Sem rendimento
- h() Não Opinou

07. Você gosta da disciplina de Matemática?

- a() Sim
- b() Não

Explique sua resposta: _____

08. O que você espera da disciplina de Matemática?

09. Você conhece a metodologia da Modelagem Matemática?

a() Sim

b() Não

Comente: _____

10. Comente sobre a Matemática do seu ponto de vista como aluno, sua compreensão, dificuldade e possibilidade de uma nova perspectiva de metodologia para a Matemática.

Muito Obrigado!!!!!!

Sujeitos envolvidos:

Desenvolvimento da atividade: Como foi desenvolvido. Anote dúvidas e questionamentos.

Avaliação: frente aos objetivos, instrumentalidade, sentimentos, e quanto aos resultados esperados e alcançados, como eu analiso e avalio as ações realizadas na semana.

Bibliografia Utilizada:

Planejamento para a próxima atividade

APÊNDICE 3: Pesquisa dos estudantes grupo E

As medidas foram:

	Peso Líquido (g)	Peso Total (g)	Peso Embalagem (g)	
+ Biscoito de Leved → 1 Bc	25	27,31	2,31	Bc
+ Biscoito de Bolacha → 1 Ps	35	40,3	5,3	Ps
+ Papel de Bol → B	13,86	14,4	0,14	B
+ Guardanapo → G	-	0,9	-	G
+ Guardanapo de Suco → 1 S	450	486,44	36,44	S
+ Embalagem de Cookies Quentes → Q	-	0,84	-	Q
+ Copo → 1 C	-	1,6	-	C

Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 4: Expressão matemática criada pelos estudantes grupo E

$$f(x) = 2,31x_1 + 36,44x_2 + 3,60x_3 + 1,84x_4 + 5,3x_5 + 3,59x_6 + 0,90x_7$$

Fonte: Estudantes - 2016

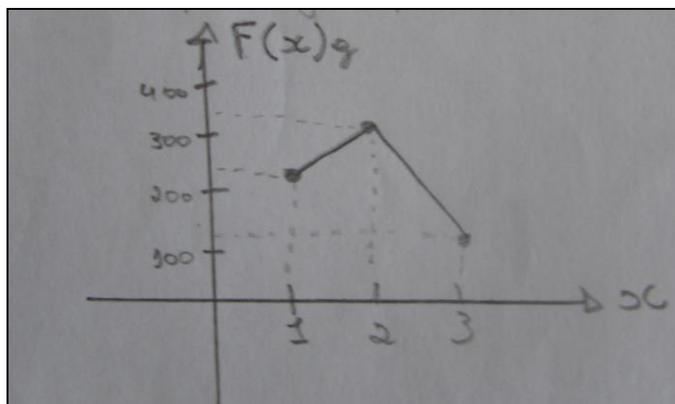
APÊNDICE 5: Cálculo da quantidade de recicláveis encontrada pelos estudantes grupo E

Expressão de reciclável

$B_c(x) = 2,31x$	$C(x) = 3,60x$	$Q(x) = 0,84x$	$S(x) = 36,44x$
$B_c(x) = 2,31 \cdot 5$	$C(x) = 3,60 \cdot 3$		$S(x) = 36,44 \cdot 4$
$B_c(x) = 11,55$	$C(x) = 10,8$		$S(x) = 145,76$
$P_s(x) = 5,3x$	$B(x) = 0,34x$	$G(x) = 0,90x$	
$P_s(x) = 5,3 \cdot 7$	$B(x) = 0,34 \cdot 3$	$G(x) = 0,90 \cdot 12$	
$P_s(x) = 37,1$	$B(x) = 1,02$	$G(x) = 10,8$	

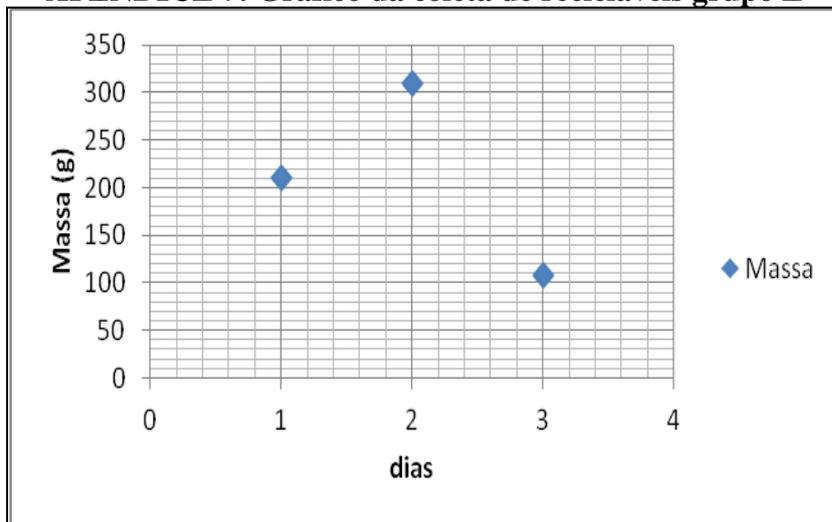
Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 6: Gráfico da coleta de recicláveis pelos estudantes grupo E



Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 7: Gráfico da coleta de recicláveis grupo E



Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 8(a): Análise dos estudantes grupo E

Além de calcular a estimativa de lixo reciclável no ambiente escolar poderíamos também calcular a estimativa de lixo reciclável na massa residencial, e também se quisermos e nos interessarmos mais poderíamos calcular quanto de lixo é produzido no município.

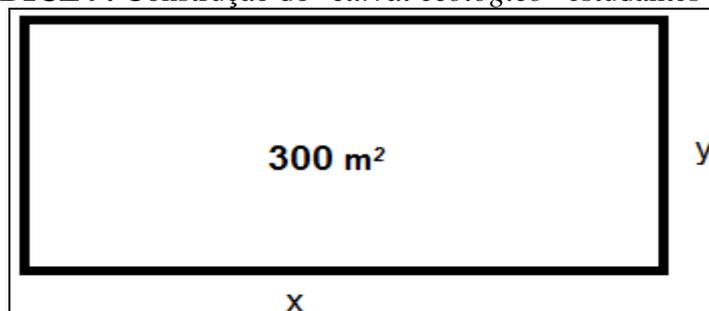
Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 8(b): Análise dos estudantes grupo E

A partir do que aprendemos sobre funções reais, poderíamos calcular sobre outras coisas, não somente sobre o lixo. Nos a parte das funções poderíamos ter uma ideia de quanto de lixo produzimos e poderíamos pensar também que metade desse lixo é jogado no chão prejudicando o meio ambiente.

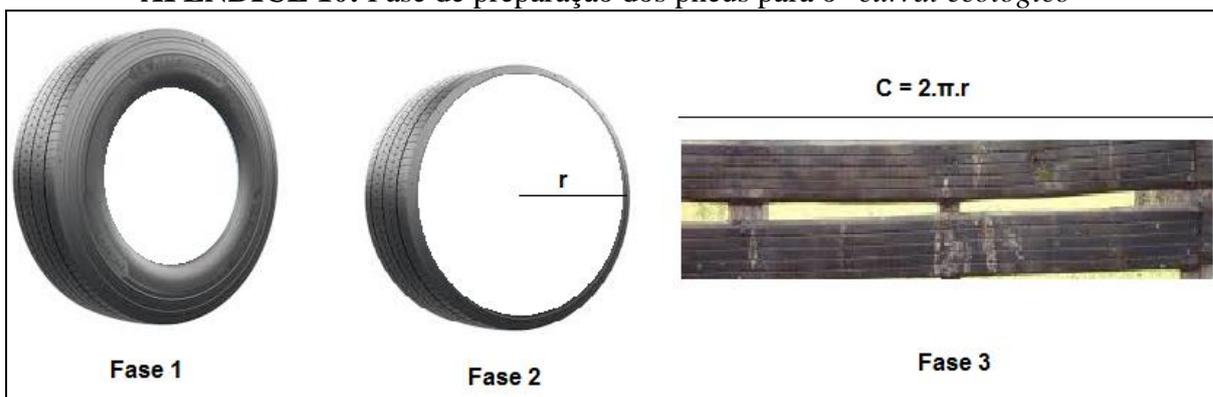
Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 9: Construção do "curral ecológico" estudantes grupo D



Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 10: Fase de preparação dos pneus para o "curral ecológico"



Fonte: Estudantes - 2016, adaptado vídeo "curral ecológico" EMATER-MG

APÊNDICE 11: Modelo do "curral ecológico"



Fonte: Estudantes - 2016, adaptado vídeo "curral ecológico" EMATER-MG

APÊNDICE 12: estimativa do custo para a construção do "curral ecológico"

Discriminação	Custo Unitário	Quantidade	Valor R\$
Palanques eucalipto ³⁵ 2,5 m (10x10 cm)	R\$25,00	eixo $x = 22$ $eixo y = 16$	R\$950,00
Pneus 185/60 R14	R\$20,00	193	R\$3.860,00
Parafusos ³⁶ (11,5 cm)	R\$0,50	380	R\$190,00
Dobradiças	R\$8,00	04	R\$32,00
Mão de obra	R\$4.000,00	01	R\$4.000,00
		TOTAL	R\$9.032,00

Fonte: Estudantes - 2016

³⁵ Utilizou-se a distância de 1,81 m para cada palanque de eucalipto, conforme medida encontrada pelos estudantes no comprimento do pneu, ou seja para a medida de $x=20$ metros seria necessário aproximadamente 11 palanques (total 22) e para a medida de $y=15$ metros aproximadamente 8 palanques (total 16). Então um total geral de 38 palanques de eucaliptos, Imagem 8.

³⁶ Cada palanque de eucalipto terá 05 faixas de pneu, cada faixa com 02 parafusos, ou seja 10 parafusos por palanque. Como o total de palanques é 38 então são necessários 380 parafusos.

APÊNDICE 13: "Cardápio da saúde semanal"

Dias da semana	Café 7:00 h	Lanche 1 10:00 h	Almoço 12:00 h	Lanche 2 15:00 h	Jantar 18:00 h	Ceia 21:00 h
Segunda-feira a sábado;	Água; 01 porção fruta; 01 porção café com leite e açúcar; 02 porções de pães com 01 porção de manteiga 01 porção de queijo;	01 fruta ou 01 porção de iogurte; Água;	01 porção de feijão; 02 porções de arroz; 01 porção de carne ou ovos; 02 porções de macarrão; ou duas porções de batata cozida ou mandioca; 02 porções de verduras ou legumes; Água;	01 porção de iogurte ou 01 fruta; Água;	02 porções de sopa de legumes com macarrão; Água;	01 fruta ou 01 porção de iogurte; Água;
Domingo	*****	01 porção café com leite e açúcar;	Arroz, salada, maionese, carnes, lasanhas sobremesa	01 porção de chocolate ou doces;	Café com leite, pão com presunto e queijo ou pão de queijo;	01 porção de chocolate ou doces;

Fonte: Estudantes - 2016

APÊNDICE 14: Quantidade de calorias nos alimentos da alimentação básica

Alimento	Quantidade	Quantidade de calorias (kcal)³⁷
01 copo de água	200 ml	0 kcal
01 xícara de café com leite e açúcar	100 ml	110 kcal
01 porção de manteiga	20 g	143,20 kcal
01 porção de margarina	20 g	118 kcal
01 porção de margarina light	20 g	64 kcal
01 porção de arroz	105 g	135 kcal
01 porção de batata cozida	92 g	103 kcal
01 porção de carne (tipo alcatra)	150 g	238 kcal
01 porção de carne (tipo bife)	100 g	252 kcal
01 porção de carne (tipo frango)	100 g	195 kcal
01 porção de carne (tipo mignon)	100 g	169 kcal
01 porção de carne (tipo bisteca suína)	100 g	337 kcal
01 porção de feijão (tipo preto)	100 g	132 kcal

³⁷ **kcal** significa quilocaloria. Caloria (cal) é uma unidade de medida de energia e tem sido geralmente utilizada para definir o valor energético dos alimentos, sendo representada por 1 kcal = 1.000 cal = 10³ cal.

01 porção de feijão (tipo carioca)	100 g	181 kcal
01 porção de fruta (tipo maçã)	Média	72 kcal
01 porção de fruta (tipo banana)	Média	105 kcal
01 porção de fruta (tipo laranja)	Média	62 kcal
01 porção de fruta (tipo pera)	Média	96 kcal
01 porção de iogurte	90 g	92 kcal
01 porção de legumes (tipo ervilha)	01 xícara	117 kcal
01 porção de macarrão (tipo espaguete)	01 xícara	220 kcal
01 porção de mandioca cozida	01 xícara	237 kcal
01 porção de ovos	01 grande	77 kcal
01 porção de pão branco	01 fatia	66 kcal
01 porção de pão integral	01 fatia	68 kcal
01 porção de queijo (tipo branco)	01 fatia	69 kcal
01 porção de queijo (tipo prato)	01 fatia	53 kcal
01 porção de presunto	01 fatia	33 kcal
01 porção de verdura (tipo alface)	01 xícara	5 kcal
01 porção de verdura (tipo cebola)	01 xícara	67 kcal
01 porção de verdura (tipo cenoura)	01 xícara	52 kcal
01 porções de verduras (tipo chuchu)	Média	35 kcal
01 porção de verdura (tipo repolho)	01 xícara	21 kcal
01 porção de verdura (tipo tomate)	Médio	22 kcal
01 porção de verdura (tipo acelga)	01 xícara	7 kcal
01 porção de verdura (tipo pepino)	01 xícara	16 kcal
01 porção de sopa (legumes com macarrão e carne)	01 xícara	227 kcal

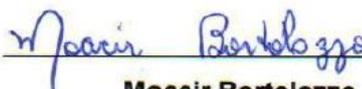
Fonte: Estudantes - 2016, adaptado de fat secret Brasil 2017

ANEXOS

CARTA DE AUTORIZAÇÃO/ANUÊNCIA

Eu, **Moacir Bortolozzo**, Diretor do Colégio Estadual Alberto de Carvalho, município de Prudentópolis, tenho ciência e autorizo a realização da pesquisa intitulada **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, sob responsabilidade do pesquisador **Marcelo Fabricio Chociai Komar**, local de sua lotação LF 01 e 96, no Colégio Estadual Alberto de Carvalho, município de Prudentópolis. Para isto, serão disponibilizados ao pesquisador o uso do espaço físico do Colégio, uma sala de aula, biblioteca, laboratório de informática (se necessário), para a aplicação da referida pesquisa envolvendo apenas uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, durante o segundo semestre de 2016.

Prudentópolis, 29 de Julho de 2016



Moacir Bortolozzo

Diretor do Colégio Estadual Alberto de Carvalho

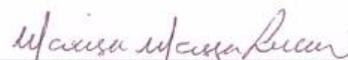
MOACIR BORTOLOZZO
RES. 741/2016 DOE 04/03/2016
DIRETOR RG: 4.109.329-3

COLÉGIO ESTADUAL ALBERTO DE CARVALHO
ENSINO FUNDAMENTAL, MÉDIO E PROFISSIONAL
Rua Prefeito Antonio Witchemichen, 1215 - Centro
Fone: (42) 3446-1372 / Fax: (42) 3446-2520
email: pdtalberto@seed.pr.gov.br
PRUDENTÓPOLIS - PARANÁ - CEP: 84400-000

CARTA DE AUTORIZAÇÃO/ANUÊNCIA

Eu, Marisa Massa Lucas, Chefe do Núcleo Regional de Educação de Irati, Paraná, tenho ciência e autorizo a realização da pesquisa intitulada **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, sob responsabilidade do pesquisador **Marcelo Fabricio Chociai Komar**, local de sua lotação LF 01 e 96, no Colégio Estadual Alberto de Carvalho, município de Prudentópolis. Para isto, serão disponibilizados ao pesquisador o uso do espaço físico do Colégio, uma sala de aula, biblioteca, laboratório de informática (se necessário), para a aplicação da referida pesquisa envolvendo apenas uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, com carga horária flexível, durante o segundo semestre de 2016.

Irati, 06 de Julho de 2016



Marisa Massa Lucas
Chefe do NRE de Irati

Marisa Massa Lucas
Chefe - NRE de Irati
Decreto nº 836
DOE 9417 de 24/03/2015

ANEXO 3: Check List Documental



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE – UNICENTRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPESP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA - COMEP**

CHECK LIST DOCUMENTAL

Identificação dos Pesquisadores			
<p>. Pesquisador responsável: Marcelo Fabricio Chociai Komar - professor especialista do Governo do Estado do Paraná.</p> <p>. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2284217995259304</p> <p>. Telefone fixo e celular: (42)3446-3013/ (42)9913-2138</p> <p>. Email: mkomar@bol.com.br</p> <p>. Equipe de pesquisa (se houver): 32 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental</p> <p>. Instituição proponente: Unicentro (X) Campo Real () Guairacá () Outro ()</p>			
Tipo de Pesquisa			
<p>TCC () Especialização () Mestrado (X) Doutorado () PQI () PQE () PQC () IC () Extensão () Outro () Especificar: _____</p> <p>. Instituição Coparticipante: (não há)</p> <p>. Local, unidade ou serviço onde o estudo será realizado: Colégio Estadual Alberto de Carvalho, Nre de Irati, município de Prudentópolis</p>			
Considerações para Apresentação do Projeto			
	SIM	NÃO	N/A
Inseriu o nome dos colaboradores na equipe de pesquisa, se houver?		X	
Inseriu O nome da Instituição Coparticipante, se houver?	X		
O termo sujeito foi substituído por participante da pesquisa?		X	
Todos os documentos obrigatórios estão preenchidos e assinados?	X		
Apresenta justificativa de dispensa do TCLE (no projeto postado na plataforma), se houver?		X	
O Cronograma apresentado na Plataforma Brasil é o mesmo do projeto completo (arquivo do pesquisador)?	X		
A coleta de dados está prevista para, no mínimo 40 dias após a submissão do projeto?	X		
Documentos Obrigatórios			
	SIM	NÃO	N/A
Carta de anuência da Instituição Coparticipante (redigida em papel timbrado, se houver), contendo assinatura do responsável, com especificação clara do cargo/função de quem assina a carta.	X		
Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE	X		
Termo de Assentimento – TALE (para menores de idade (6 a 18 anos))	X		
Projeto completo (arquivo do pesquisador)	X		
Instrumento(s) de coleta de dados anexado(s) separadamente	X		
Folha de rosto com todos os campos preenchidos, com assinatura e carimbo do responsável da Instituição Proponente (chefe de	X		



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE – UNICENTRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPESP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA - COMEP

Departamento/colegiado, Diretor da Instituição, Coordenador, etc...)			
Orçamento detalhado (no projeto postado na Plataforma Brasil)	X		
Cronograma com delimitação clara de cada etapa da pesquisa	X		
Descrição dos critérios de inclusão e de exclusão dos participantes.			X
Descrição clara dos riscos , bem como as formas de assistência , no projeto postado na Plataforma Brasil e no TCLE.	X		
Na metodologia/método do estudo, descrição clara de: tipo de estudo, do local e participantes do estudo, do número de participantes na pesquisa e da técnica de coleta dos dados e da análise dos dados.	X		

ANEXO 4: Folha de Rosto Plataforma Brasil



MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

2. Número de Participantes da Pesquisa: 32

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra, Educação Matemática

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
MARCELO FABRÍCIO CHOCIAI KOMAR

6. CPF: 021.059.979-57 7. Endereço (Rua, n.º):
Rua Marechal Cândido Rondon, 10 Centro Casa PRUDENTOPOLIS PARANA 84400000

8. Nacionalidade: BRASILEIRO 9. Telefone: (42) 9913-2138 10. Outro Telefone: 11. Email: mkomar@bol.com.br

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 18 / 08 / 16

Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome: Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO 13. CNPJ: 77.902.914/0001-72 14. Unidade/Órgão:

15. Telefone: (42) 3629-8177 16. Outro Telefone:

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: ROSILENE REBECA CPF: 020774909-00

Cargo/Função: COORDENADORA PPGEN

Data: 22 / 08 / 16

Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.

Prof.ª Dr.ª Rosilene Rebeca
COORDENADORA DO MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
PORT 783/2016-GR/UNICENTRO

ANEXO 5: Comprovante Envio Projeto Plataforma Brasil



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
CENTRO OESTE - UNICENTRO



COMPROVANTE DE ENVIO DO PROJETO

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

Versão: 1

CAAE: 59597516.3.0000.0106

Instituição Proponente: Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO

DADOS DO COMPROVANTE

Número do Comprovante: 090276/2016

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

Informamos que o projeto A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL que tem como pesquisador responsável MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR, foi recebido para análise ética no CEP Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO em 06/09/2016 às 09:34.

Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 - Campus CEDETEG - (ao lado do Departamento de Nutrição)
Bairro: Vila Carli **CEP:** 85.040-080
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 **Fax:** (42)3629-8100 **E-mail:** comep_unicentro@yahoo.com.br

ANEXO 6: Parecer aprovação do projeto



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
CENTRO OESTE - UNICENTRO



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 59597516.3.0000.0106

Instituição Proponente: Universidade Estadual do Centro Oeste - UNICENTRO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.753.444

Apresentação do Projeto:

Trata-se da apreciação do projeto de pesquisa intitulado A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, de interesse e responsabilidade do(a) proponente MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR. O ensino da Matemática na escola nos dias atuais parece estar cada vez mais distante do contexto do dia a dia do estudante. A grande demanda de informações cotidianas e os equívocos pedagógicos presentes na forma de apresentação dos conteúdos matemáticos, em muitos casos, pode tornar a matemática abstrata e incompreensível. Essa constatação feita por meio da observação do cotidiano da escola, das discussões com colegas professores noticiado pelos órgãos da educação têm gerado discussões por parte do coletivo escolar. Nesse contexto a Matemática não pode ser vista como uma área isolada, precisa unir-se a Psicologia, a Sociologia, a Filosofia entre outras, de modo que possa haver uma relação coerente para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem capaz de estabelecer uma relação significativa entre ensino e aprendizagem é oportunizada pela área da Educação Matemática. A Modelagem Matemática na concepção de Burak e Kluber (2011) e Burak (2013) busca pautar a Matemática a partir de situações de interesse do estudante, não como uma receita pronta para a aprendizagem, mas como um conjunto de procedimentos, envolvendo ações e interações, capazes de favorecer a

Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 - Campus CEDETEG - (ao lado do Departamento de Nutrição)

Bairro: Vila Carli

CEP: 85.040-080

UF: PR

Município: GUARAPUAVA

Telefone: (42)3629-8177

Fax: (42)3629-8100

E-mail: comep_unicentro@yahoo.com.br



Continuação do Parecer: 1.753.444

formação de conceitos e a construção de conhecimentos matemáticos e outros. Neste sentido o presente projeto pretende destacar aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, capazes de constituir-se em alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito do 9º Ano do Ensino Fundamental da Educação Básica.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Instituir a Modelagem como alternativa para processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da análise dos subsídios proporcionados pelo desenvolvimento de atividades do interesse dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

Objetivo Secundário:

-Identificar e analisar aspectos pedagógicos, psicológicos e comportamentais apresentados pelos estudantes envolvidos nas atividades de Modelagem Matemática, quando escolhem os temas a serem trabalhados.

-Analisar em que medida a atitude do professor favorece ou limita o processo de ensino e traz implicações à aprendizagem envolvendo a Modelagem Matemática.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Os riscos com a pesquisa poderão algum desconforto como o ausentar-se da sala de aula para a pesquisa exploratória. O tipo de procedimento também apresenta um risco de o aluno estar fora do ambiente familiar de sala de aula que será reduzido pela presença do professor que não se ausentará do processo. Se você precisar de alguma orientação por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da pesquisa, pesquisador se responsabiliza pela assistência integral, imediata e gratuita possibilitando o retorno para a sala de aula.

Benefícios:

Com a pesquisa, o aluno poderá ter a possibilidade de uma nova visão e metodologia para o ensino de matemática, especificamente com a metodologia da Modelagem Matemática.

Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de possibilitar o desenvolvimento do gosto e do interesse em estudar conteúdos matemáticos, partindo de sua vivência diária, adquirindo conhecimentos úteis para seu desenvolvimento na sociedade.

Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 - Campus CEDETEG - (ao lado do Departamento de Nutrição)

Bairro: Vila Carli

CEP: 85.040-080

UF: PR

Município: GUARAPUAVA

Telefone: (42)3629-8177

Fax: (42)3629-8100

E-mail: comep_unicentro@yahoo.com.br



Continuação do Parecer: 1.753.444

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A presente pesquisa apresenta relevância científica.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

- 1) Folha de rosto: de acordo, assinada pela Dra. Rosilene Rebeca, coordenadora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática;
- 2) Carta de anuência: de acordo, assinada por Marisa Massa Lucas, chefe do Núcleo Regional de Educação de Irati e outra carta, do Colégio Estadual Alberto de Carvalho, assinada pelo diretor Moacir Bortolozzo;
- 3) TCLE: de acordo;
- 4) Cronograma: de acordo;
- 5) Projeto de pesquisa completo: de acordo;
- 6) Instrumento para coleta dos dados: de acordo;
- 7) Orçamento: de acordo;
- 8) Termo de assentimento direcionado à criança/adolescente ou incapaz: deve corrigir o texto visto que hora se dirige ao leitor como "você" e hora se dirige como "as crianças" como se não fosse elas que estivessem lendo o termo.

Recomendações:

(a)- Corrigir o texto do Termo de Assentimento no que diz respeito a forma como se refere ao leitor. Ficou a impressão de que o texto do TCLE foi copiado para o termo de assentimento sem sofrer as devidas correções e adaptações.

(b)- Ressalta-se que segundo a Resolução CNS/MS-466/2012, item XI – DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL, parágrafo f), é de responsabilidade do pesquisador "manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da pesquisa."

Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 - Campus CEDETEG - (ao lado do Departamento de Nutrição)
Bairro: Vila Carlí **CEP:** 85.040-080
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 **Fax:** (42)3629-8100 **E-mail:** comep_unicentro@yahoo.com.br



Continuação do Parecer: 1.753.444

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

A presente pesquisa está em conformidade com a Resolução 466/2012. Este CEP considera que todos os esclarecimentos necessários foram devidamente prestados, estando este projeto de pesquisa apto a ser realizado, devendo-se observar as informações presentes no item "Recomendações".

Considerações Finais a critério do CEP:

PROJETO APROVADO

Em atendimento à Resolução CNS/MS- 466/2012, deverá ser encaminhado ao CEP o relatório parcial assim que tenha transcorrido um ano da pesquisa e relatório final em até trinta dias após o término da pesquisa.

Qualquer alteração no projeto deverá ser encaminhada para análise deste comitê.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_780649.pdf	23/09/2016 09:59:16		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_ASSENTIMENTO_CRIANCA_OU_ADOLESCENTE.pdf	23/09/2016 09:55:06	MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_DIRECIONADO_AOS_PAIS_OU_RESPONSAVEIS.pdf	23/09/2016 09:54:10	MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	23/09/2016 09:49:38	MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Mestrado.pdf	23/09/2016 09:48:02	MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR	Aceito
Outros	APENDICEA_Questionarioalunos.pdf	23/08/2016 13:35:06	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	TermoAnuencia_Diretor.pdf	23/08/2016 13:33:38	MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR	Aceito
Declaração de Instituição e	TermoAnuencia_ChefeNre.pdf	23/08/2016 13:33:18	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito

Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 - Campus CEDETEG - (ao lado do Departamento de Nutrição)
Bairro: Vila Carli **CEP:** 85.040-080
UF: PR **Município:** GUARAPUAVA
Telefone: (42)3629-8177 **Fax:** (42)3629-8100 **E-mail:** comep_unicentro@yahoo.com.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
CENTRO OESTE - UNICENTRO



Continuação do Parecer: 1.753.444

Infraestrutura	TermoAnuencia_ChefeNre.pdf	23/08/2016 13:33:18	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	23/08/2016 13:32:25	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito
Outros	CHECK_LIST.pdf	23/08/2016 13:32:11	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito
Folha de Rosto	FolhadeRosto_Marcelo.pdf	23/08/2016 13:29:46	MARCELO FABRICIO CHOCIAI	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

GUARAPUAVA, 28 de Setembro de 2016

Assinado por:
Roberta Leticia Krüger
(Coordenador)

ANEXO 7: Parecer autorização SEED-PR



**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO - SEED
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO - SUED**

PROTOCOLO Nº 14.287.414-8

DECLARAÇÃO

Curitiba, 31 de outubro de 2016

Senhor Coordenador:

Declaramos que esta Superintendência de Educação está de acordo com a condução do projeto de pesquisa "A modelagem Matemática como processo de ensino e aprendizagem da matemática envolvendo os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental", sob a responsabilidade do Prof. Dr. Dionísio Burak, com pesquisa realizada pelo acadêmico Marcelo Fabricio Chociai, do curso de Mestrado de Ciências Naturais e Matemática, da UNICENTRO.

Estamos cientes que os participantes da pesquisa serão estudantes do 9º ano, do Ensino Fundamental II, bem como de que o presente trabalho deve seguir a Resolução nº 466/2012 (CNS) e complementares.

Atenciosamente,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Campos FC'.

**Fabiana Cristina Campos
Superintendente da Educação
Dec. 1473/2015**

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED



ANEXO V DO EDITAL N.º 05/2016 – GS/SEED

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE PUBLICAÇÃO

Eu, Marcelo Fabricio Chociai Komar, RG n.º 6.988.841-0 ,CPF:021.069.979-57, LF: 01 e 96, lotado no Colégio Estadual Alberto de Carvalho, residente na Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Bairro: centro, cidade de Prudentópolis, na qualidade de titular dos direitos autorais da obra **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**, resultado de meus estudos *Stricto Sensu*, autorizo a sua publicação *on-line* pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná, gratuitamente e pelo prazo legal.

Prudentópolis-PR, Nre de Irati 06 de outubro de 2016.

Local, (NRE de lotação do Servidor)

ASSINATURA DO SERVIDOR

ANEXO 9: TCLE (Pais ou responsáveis)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE – UNICENTRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPESP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA - COMEP

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) DIRECIONADO AOS PAIS OU RESPONSÁVEIS

Prezados pais ou responsáveis, _____

Você está sendo convidado(a) a autorizar seu filho(a) a participar da pesquisa A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, sob a responsabilidade de Marcelo Fabricio Chociai Komar, que irá investigar as implicações que decorrem da adoção da Modelagem Matemática na Educação Matemática em relação ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental. A atividade com Modelagem Matemática parte do interesse dos estudantes e trabalha a partir de temas o que confere características interdisciplinar e transdisciplinar a essa metodologia. Busca tornar o ensino de Matemática mais dinâmico pelas ações dos estudantes, a partir das etapas propostas para os encaminhamentos das atividades. Possibilita aos estudantes o envolvimento através das experiências vivenciadas e da ligação com outras áreas do conhecimento.

DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO

emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, COMEP-UNICENTRO

Número do parecer: 1.753.444

Data da relatoria: 28/09/2016

1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA: Ao participar desta pesquisa seu filho(a) estará adquirindo o conhecimento de como é desenvolvido e trabalhado uma atividade de Modelagem Matemática, seguindo as etapas do desenvolvimento da atividade proposta que são: Escolha do Tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento do(s) Problema(s); A Resolução do(s) Problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; Análise crítica da(s) solução(ões). A participação dos estudantes nesse projeto envolve o desenvolvimento de atividades envolvendo a Modelagem como Metodologia de Ensino. Serão trabalhados três a quatro temas de interesse dos estudantes. Em cada um dos temas os estudantes, em pequenos grupos, seguem as etapas propostas para a atividade. Essas atividades envolvem a coleta de dados sobre o tema escolhido, o levantamento e a solução dos problemas levantados a partir dos dados provenientes da coleta de dados sobre o tema e a análise crítica da(s) solução(ões) encontrada(s). Os estudantes se utilizarão de livros, entrevistas em órgãos ou pessoas, quando for o caso, busca de informações em sites nos laboratórios de informática da escola sobre o tema, sempre com a mediação e supervisão do professor. As atividades de resolução dos problemas e a análise crítica das soluções são realizadas em sala de aula. O desenvolvimento de cada atividade será gravado para se conhecer a opinião do grupo ou individualmente em relação a atividade desenvolvida. A gravação envolve a opinião dos estudantes sobre a atividade desenvolvida, as dificuldades encontradas e as questões relativas à aprendizagem dos conteúdos matemáticos e outros proporcionados pelos temas em estudo ficando ressalvada a vontade de cada estudante em participar ou não da gravação, sem prejuízos de qualquer ordem.



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 – Vila Carli / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR
Bloco de Departamentos da Área da Saúde / Telefone: (42) 3629-8177

Lembramos que a participação de seu filho(a) é voluntária, você tem a liberdade de não querer que o mesmo participe, e que ele(a) pode desistir, em qualquer momento, mesmo após ter iniciado o desenvolvimento das atividades, sem nenhum prejuízo para o próprio.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: Poderá trazer algum desconforto como o ausentar-se da sala de aula para a pesquisa exploratória. O tipo de procedimento apresenta um risco de seu filho(a) estar fora do ambiente familiar de sala de aula que será reduzido pela presença do professor que não se ausentará do processo. Se seu filho(a) precisar de alguma orientação por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da pesquisa, o pesquisador se responsabiliza pela assistência integral, imediata e gratuita. Para documentar essas pesquisas de campo serão utilizados filmadora e gravador de forma a captar as falas e imagens dos locais da entrevista. O fato de envolver a gravação pode haver risco de constrangimento do estudante, ao questionar os entrevistados sobre o assunto, ou sentir-se inseguro. Caso ele se sinta constrangido pode não realizar essa atividade, sem prejuízo de qualquer ordem. Pode mesmo desistir da investigação sem nenhum prejuízo, caso o deseje. Os pais dos estudantes ou um representante dos pais pode acompanhar a grupo nas entrevistas. O risco de realizar entrevistas mesmo em grupo, quando necessário, pode ensejar alguma forma de constrangimento por inibição, ou timidez do estudante, mas ao participante do grupo fica assegurado o direito de não realizar a realizar a atividade. Esse fato será levado em consideração pelo professor, sem qualquer prejuízo ao estudante.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de possibilitar o desenvolvimento do gosto e do interesse em estudar conteúdos matemáticos, partindo da vivência diária, adquirindo conhecimentos úteis para o desenvolvimento de seu/sua filho(a) na sociedade. As atividades desenvolvidas constarão no trabalho de dissertação do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

4. CONFIDENCIALIDADE: Todas as informações que o(a) Sr.(a) e seu/sua Filho(a) nos fornecerem ou que sejam conseguidas por observações e avaliações serão utilizadas somente para esta pesquisa. As respostas, dados pessoais e de imagem ficarão em segredo e o seu nome e nome de seu/sua Filho(a) não aparecerá em lugar nenhum dos questionários, vídeos gravados, arquivo de áudio e fichas de avaliação, nem quando os resultados forem apresentados. O estudante não terá sua identidade revelada, utilizaremos de pseudônimos para nomearmos os participantes. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças dela participaram.

5. ESCLARECIMENTOS: Se tiver alguma dúvida a respeito da pesquisa e/ou dos métodos utilizados na mesma, pode procurar a qualquer momento o pesquisador responsável.

Nome do pesquisador responsável: Marcelo Fabricio Chociai Komar.
Endereço: Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Prudentópolis-PR.
Telefône para contato: (42) 9913-2138
Horário de atendimento: Das 8 as 18horas

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso o(a) Sr.(a) aceita que seu/sua filho(a) participem da pesquisa, tendo clareza não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CONCORDÂNCIA NA PARTICIPAÇÃO: Se o(a) Sr.(a) estiver de acordo com a participação de seu filho(a) deverá preencher e assinar o Termo de Consentimento Pós-esclarecido que se segue, em duas vias, sendo que uma via ficará com o(a) senhor(a).

=====



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 – Vila Carli / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR.
Bloco de Departamentos da Área da Saúde /Telefone: (42) 3629-8177

Lembramos que a participação de seu filho(a) é voluntária, você tem a liberdade de não querer que o mesmo participe, e que ele(a) pode desistir, em qualquer momento, mesmo após ter iniciado o desenvolvimento das atividades, sem nenhum prejuízo para o próprio.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: Poderá trazer algum desconforto como o ausentar-se da sala de aula para a pesquisa exploratória. O tipo de procedimento apresenta um risco de seu filho(a) estar fora do ambiente familiar de sala de aula que será reduzido pela presença do professor que não se ausentará do processo. Se seu filho(a) precisar de alguma orientação por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da pesquisa, o pesquisador se responsabiliza pela assistência integral, imediata e gratuita. Para documentar essas pesquisas de campo serão utilizados filmadora e gravador de forma a captar as falas e imagens dos locais da entrevista. O fato de envolver a gravação pode haver risco de constrangimento do estudante, ao questionar os entrevistados sobre o assunto, ou sentir-se inseguro. Caso ele se sinta constrangido pode não realizar essa atividade, sem prejuízo de qualquer ordem. Pode mesmo desistir da investigação sem nenhum prejuízo, caso o deseje. Os pais dos estudantes ou um representante dos pais pode acompanhar a grupo nas entrevistas. O risco de realizar entrevistas mesmo em grupo, quando necessário, pode ensejar alguma forma de constrangimento por inibição, ou timidez do estudante, mas ao participante do grupo fica assegurado o direito de não realizar a atividade. Esse fato será levado em consideração pelo professor, sem qualquer prejuízo ao estudante.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de possibilitar o desenvolvimento do gosto e do interesse em estudar conteúdos matemáticos, partindo da vivência diária, adquirindo conhecimentos úteis para o desenvolvimento de seu/sua filho(a) na sociedade. As atividades desenvolvidas constarão no trabalho de dissertação do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

4. CONFIDENCIALIDADE: Todas as informações que o(a) Sr.(a) e seu/sua Filho(a) nos fornecerem ou que sejam conseguidas por observações e avaliações serão utilizadas somente para esta pesquisa. As respostas, dados pessoais e de imagem ficarão em segredo e o seu nome e nome de seu/sua Filho(a) não aparecerá em lugar nenhum dos questionários, vídeos gravados, arquivo de áudio e fichas de avaliação, nem quando os resultados forem apresentados. O estudante não terá sua identidade revelada, utilizaremos de pseudônimos para nomearmos os participantes. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças dela participaram.

5. ESCLARECIMENTOS: Se tiver alguma dúvida a respeito da pesquisa e/ou dos métodos utilizados na mesma, pode procurar a qualquer momento o pesquisador responsável.

Nome do pesquisador responsável: Marcelo Fabricio Chociai Komar.
Endereço: Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Prudentópolis-PR.
Telefone para contato: (42) 9913-2138
Horário de atendimento: Das 8 as 18horas

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso o(a) Sr.(a) aceite que seu/sua filho(a) participem da pesquisa, tendo clareza não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CONCORDÂNCIA NA PARTICIPAÇÃO: Se o(a) Sr.(a) estiver de acordo com a participação de seu filho(a) deverá preencher e assinar o Termo de Consentimento Pós-esclarecido que se segue, em duas vias, sendo que uma via ficará com o(a) senhor(a).

=====



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varela de Sá, 03 – Vila Carlí / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR
Bloco de Departamentos da Área da Saúde /Telefone: (42) 3629-8177

ANEXO 10: TCLE

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE – UNICENTRO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPESP
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA - COMEP**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Prezado(a) Colaborador(a), _____

Você está sendo convidado(a) a autorizar seu filho(a) a participar da pesquisa A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL, sob a responsabilidade de Marcelo Fabricio Chociai Komar, que irá investigar as implicações que decorrem da adoção da Modelagem Matemática na Educação Matemática em relação ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental. A atividade com Modelagem Matemática parte do interesse dos estudantes e trabalha a partir de temas o que confere características interdisciplinar e transdisciplinar a essa metodologia. Busca tornar o ensino de Matemática mais dinâmico pelas ações dos estudantes, a partir das etapas propostas para os encaminhamentos das atividades. Possibilita aos estudantes o envolvimento através das experiências vivenciadas e da ligação com outras áreas do conhecimento.

DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO

emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, COMEP-UNICENTRO

Número do parecer:1.753.444

Data da relatoria: 28/09/2016

1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA: Ao participar desta pesquisa seu filho(a) estará adquirindo o conhecimento de como é desenvolvido e trabalhado uma atividade de Modelagem Matemática, seguindo as etapas do desenvolvimento da atividade proposta que são: Escolha do Tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento do(s) Problema(s); A Resolução do(s) Problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; Análise crítica da(s) solução(ões). A participação dos estudantes nesse projeto envolve o desenvolvimento de atividades envolvendo a Modelagem como Metodologia de Ensino. Serão trabalhados três a quatro temas de interesse dos estudantes. Em cada um dos temas os estudantes, em pequenos grupos, seguem as etapas propostas para a atividade. Essas atividades envolvem a coleta de dados sobre o tema escolhido, o levantamento e a solução dos problemas levantados a partir dos dados provenientes da coleta de dados sobre o tema e a análise crítica da(s) solução(ões) encontrada(s). Os estudantes se utilizarão de livros, entrevistas em órgãos ou pessoas, quando for o caso, busca de informações em sites nos laboratórios de informática da escola sobre o tema, sempre com a mediação e supervisão do professor. As atividades de resolução dos problemas e a análise crítica das soluções são realizadas em sala de aula. O desenvolvimento de cada atividade será gravado para se conhecer a opinião do grupo ou individualmente em relação a atividade desenvolvida. A gravação envolve a opinião dos estudantes sobre a atividade desenvolvida, as dificuldades encontradas e as questões relativas à aprendizagem dos conteúdos matemáticos e outros proporcionados pelos temas em estudo ficando ressalvada a vontade de cada estudante em participar ou não da gravação, sem prejuízos de qualquer ordem.



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 – Vila Carli / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR
Bloco de Departamentos da Área da Saúde /Telefone: (42) 3629-8177

Lembramos que a participação de seu filho(a) é voluntária, você tem a liberdade de não querer que o mesmo participe, e que ele(a) pode desistir, em qualquer momento, mesmo após ter iniciado o desenvolvimento das atividades, sem nenhum prejuízo para o próprio.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: Poderá trazer algum desconforto como o ausentar-se da sala de aula para a pesquisa exploratória. O tipo de procedimento apresenta um risco de seu filho(a) estar fora do ambiente familiar de sala de aula que será reduzido pela presença do professor que não se ausentará do processo. Se seu filho(a) precisar de alguma orientação por se sentir prejudicado por causa da pesquisa, ou sofrer algum dano decorrente da pesquisa, o pesquisador se responsabiliza pela assistência integral, imediata e gratuita. Para documentar essas pesquisas de campo serão utilizados filmadora e gravador de forma a captar as falas e imagens dos locais da entrevista. O fato de envolver a gravação pode haver risco de constrangimento do estudante, ao questionar os entrevistados sobre o assunto, ou sentir-se inseguro. Caso ele se sinta constrangido pode não realizar essa atividade, sem prejuízo de qualquer ordem. Pode mesmo desistir da investigação sem nenhum prejuízo, caso o deseje. Os pais dos estudantes ou um representante dos pais pode acompanhar a grupo nas entrevistas. O risco de realizar entrevistas mesmo em grupo, quando necessário, pode ensejar alguma forma de constrangimento por inibição, ou timidez do estudante, mas ao participante do grupo fica assegurado o direito de não realizar a realizar a atividade. Esse fato será levado em consideração pelo professor, sem qualquer prejuízo ao estudante.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados com o estudo são no sentido de possibilitar o desenvolvimento do gosto e do interesse em estudar conteúdos matemáticos, partindo da vivência diária, adquirindo conhecimentos úteis para o desenvolvimento de seu/sua filho(a) na sociedade. As atividades desenvolvidas constarão no trabalho de dissertação do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

4. CONFIDENCIALIDADE: Todas as informações que o(a) Sr.(a) e seu/sua Filho(a) nos fornecerem ou que sejam conseguidas por observações e avaliações serão utilizadas somente para esta pesquisa. As respostas, dados pessoais e de imagem ficarão em segredo e o seu nome e nome de seu/sua Filho(a) não aparecerá em lugar nenhum dos questionários, vídeos gravados, arquivo de áudio e fichas de avaliação, nem quando os resultados forem apresentados. O estudante não terá sua identidade revelada, utilizaremos de pseudônimos para nomearmos os participantes. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças dela participaram.

5. ESCLARECIMENTOS: Se tiver alguma dúvida a respeito da pesquisa e/ou dos métodos utilizados na mesma, pode procurar a qualquer momento o pesquisador responsável.

Nome do pesquisador responsável: Marcelo Fabricio Chociai Komar.
Endereço: Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Prudentópolis-PR.
Telefône para contato: (42) 9913-2138
Horário de atendimento: Das 8 as 18horas

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso o(a) Sr.(a) aceita que seu/sua filho(a) participem da pesquisa, tendo clareza não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CONCORDÂNCIA NA PARTICIPAÇÃO: Se o(a) Sr.(a) estiver de acordo com a participação de seu filho(a) deverá preencher e assinar o Termo de Consentimento Pós-esclarecido que se segue, em duas vias, sendo que uma via ficará com o(a) senhor(a).

=====



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 – Vila Carli / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR.
Bloco de Departamentos da Área da Saúde /Telefone: (42) 3629-8177

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a) _____, portador(a) da cédula de identidade _____, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelos pesquisadores, ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO que seu/sua filho(a) _____ participe voluntariamente desta pesquisa.

E, por estar de acordo, assina o presente termo.

Prudentópolis, 18 de Agosto de 2016.

Assinatura dos pais/ Ou Responsáveis

Assinatura do Pesquisador

ANEXO 11: TERMO DE ASSENTIMENTO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE – UNICENTRO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPESP COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – COMEP

Termo de assentimento para criança e adolescente (maiores de 6 anos e menores de 18 anos)

Você está sendo convidado para participar da pesquisa **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ENVOLVENDO OS ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber como se mostra o ensino de Matemática, a partir das atividades realizadas com Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, no Ensino Fundamental da Educação Básica.

As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 13 a 15 anos de idade.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir.

A experiência será desenvolvida no Colégio Estadual Alberto de Carvalho, município de Prudentópolis, Núcleo Regional de Ensino de Irati. As crianças, estudantes participantes terão a oportunidade de vivenciar uma metodologia diferenciada para o ensino de Matemática no âmbito do Ensino Fundamental. Essa metodologia é denominada Modelagem Matemática e parte de temas escolhidos pelos próprios estudantes. Essa metodologia consta de 5 (cinco etapas: 1) Escolha do Tema; 2) Pesquisa Exploratória; 3) Levantamento do(s) problema(s); 4) Resolução do(s) problema(s) e o trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema; Análise crítica da solução (ões). Por ser uma metodologia diferenciada há a participação integral do estudante, na escolha do tema, na pesquisa de coleta dos dados, na proposição e solução dos problemas, bem como, nas discussões das soluções encontradas. Em uma das etapas pode ser necessário a saída para a pesquisa de campo, onde serão coletados os dados sobre o tema escolhido. Caso exista necessidade de locomoção para lugares não próximos da escola, a Direção da Escola e a secretária Municipal providenciarão o transporte. Para documentar essas pesquisas de campo serão utilizados filmadora e gravador de forma a captar as falas e imagens dos locais da entrevista. O fato de envolver a gravação pode haver risco de constrangimento do estudante, ao questionar os entrevistados sobre o assunto, ou sentir-se inseguro. Caso ele se sinta constrangido pode não realizar essa atividade, sem prejuízo de qualquer ordem. Pode mesmo desistir da investigação sem nenhum prejuízo, caso o deseje. Os pais dos estudantes ou um representante dos pais pode acompanhar a grupo nas entrevistas. O estudante não terá sua identidade revelada, utilizaremos de pseudônimos para nomearmos os participantes. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças dela participaram.

As atividades desenvolvidas constarão no trabalho de dissertação do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO.

Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones (42) 9913-2138/(42)3446-3013, do pesquisador Marcelo Fabricio Chociai Komar.

Mas há coisas boas esperadas que aconteçam como possibilitar o desenvolvimento do gosto e do interesse em estudar conteúdos matemáticos, partindo de sua vivência diária, adquirindo conhecimentos úteis para seu desenvolvimento na sociedade.

Se você morar longe do local, nós disponibilizaremos os seus pais o transporte, para também acompanhar a pesquisa caso seja necessário, com o apoio da direção e Secretária Municipal de Prudentópolis.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças que participaram.

Quando terminarmos a pesquisa com os dados levantados e observados no desenvolvimento das atividades será apresentado uma dissertação ao curso de Mestrado Profissional de Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO).

Se você tiver alguma dúvida, você pode me perguntar. Eu escrevi os telefones na parte de cima deste texto.

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu _____ aceito participar da pesquisa **MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**.



Comitê de Ética em Pesquisa da UNICENTRO – COMEP
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Campus CEDETEG
Endereço: Rua Simeão Camargo Varella de Sá, 03 – Vila Carli / CEP: 85040-080 – Guarapuava – PR
Bloco de Departamentos da Área da Saúde / Telefone: (42) 3629-8177

Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.
Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar furioso.
Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.
Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Prudentópolis, ____ de _____ de _____.

Assinatura do menor

Assinatura do(a) pesquisador(a)