Universidade
Estadual de Londrina

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PERÍMETRO: UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA COM AUXÍLIO DE SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

LONDRINA
2004

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PERÍMETRO: UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA COM AUXÍLIO DE SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CURSO DE MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE.

ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIE-CLAIRE RIBEIRO PÓLA

LONDRINA

2004

Catalogação na publicação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

B177c Baldini, Loreni Aparecida Ferreira.
Construção do conceito de área e perímetro: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica / Loreni Aparecida Ferreira Baldini. – Londrina, 2004.
179f. : il. + Anexos no final da obra.

Orientadora: Marie-Claire Ribeiro Póla.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2004.
Bibliografia : f. 173-179.

1. Geometria – Estudo e ensino - Teses. 2. Geometria – Programas de computador - Estudo e ensino - Teses. 3. Educação Matemática - Teses. I. Póla, Marie-Claire Ribeiro. II. Universidade Estadual de Londrina. III.Título.

CDU: 514.1:37.02

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PERÍMETRO: UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA COM AUXÍLIO DE SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CURSO DE MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE.

ORIENTADORA: PROFA. DRA. MARIE-CLAIRE RIBEIRO PÓLA

COMISSÃO EXAMINADORA

____

PROF. DRª. MARIE-CLAIRE RIBEIRO PÓLA
Universidade Estadual de Londrina

____

PROF· DRª. LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA
Universidade Estadual de Londrina

____

PROF. DRª. MARIA ALICE GRAVINA
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Londrina, 29 de Março de 2004.

Dedicatória

Aos meus filhos, fonte de amor e carinho.

***Natan**, que tão pequeno suportou bravamente minha ausência para conclusão dessa etapa tão importante da minha vida.*

***Bruno**, que muito auxiliou nas minhas tarefas, liberando tempo para meus estudos.*

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora Marie-Claire Ribeiro Póla, pela orientação deste trabalho, por todo seu conhecimento compartilhado, pelo apoio as minhas iniciativas e especialmente, pela sua amizade.

Às Professoras Doutoras Lourdes Maria Werle de Almeida e Maria Alice Gravina, pelas sugestões que muito contribuíram para a organização deste trabalho.

A todos os professores do curso de Mestrado e também do curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, que tanto colaboraram para meu crescimento profissional.

À Direção do Colégio Estadual Izidoro Luiz Cerávolo e Equipe Pedagógica, pela disponibilidade do laboratório de informática e pelo apoio dispensado na realização da parte experimental desta pesquisa.

A todos os alunos participantes desta pesquisa, especialmente aos oito, que participaram da seqüência didática, pela dedicação, empenho e comprometimento.

À minha amiga Magna Natália, pelas bibliografias, incentivo, críticas e, principalmente, por compartilhar sua experiência profissional e sua luta pela melhoria da Educação Matemática.

À Adriana Passos, companheira de curso, pelas valiosas contribuições e aos demais

Ao Osmar, marido e companheiro, pelo apoio e incentivo desprendidos para a realização desta conquista.

Aos meus colegas de trabalho do CEEBJA e do Colégio Estadual Pe. José de Anchieta que muito me incentivaram, torceram e de várias formas colaboraram para que eu concluísse esse curso, em particular as Professoras Irene e Miriam.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira, **Construção do conceito de área e perímetro:** uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

RESUMO

Este estudo propõe uma engenharia didática, em ambiente de geometria dinâmica, com o objetivo de verificar se o software Cabri-Géomètre II contribui para a construção de conceitos de geometria. O estudo está fundamentado na Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida na escola francesa por Guy Brousseau. De acordo com as fases da engenharia didática, neste trabalho são apresentados um panorama sobre o ensino de Geometria nos últimos anos e alguns aspectos da informática relacionados ao ensino. Apresenta-se também um estudo de alguns elementos que participam da transposição didática, como os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, a Proposta Curricular do Estado do Paraná, algumas concepções de professores do Ensino Fundamental, análise de alguns livros didáticos e de anais de congressos nacionais, a fim de verificar como a geometria está sendo tratada. Apresenta-se, ainda, o resultado de uma sondagem feita por meio de um pré-teste, para saber como os alunos que já concluíram o Ensino Fundamental resolvem questões sobre os conceitos de "área e perímetro". Na análise *a priori,* foram elaboradas as atividades e analisados seus aspectos matemáticos e didáticos. Essas atividades compõem a seqüência didática que foi aplicada a alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Apucarana – Paraná, que tiveram um baixo desempenho no pré-teste. Na análise *a posteriori*, as produções dos alunos e seus relatos confirmam as expectativas expressadas na análise *a priori,* ou seja, revelam que o enfoque computacional por meio do software Cabri-Géomètre II pode ser indicado como uma alternativa para a realização do ensino de geometria, pois ele contribuiu significativamente para a construção dos conceitos de "área e perímetro".

Palavras-chaves: Cabri-Géomètre II, área, perímetro, Educação-Matemática, informática, geometria.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira, **Building of the area and perimeter concept: an educational sequence aided by a dynamic geometry software**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

ABSTRACT

This study proposes educational engineering in a dynamic geometry environment, with the goal to check if the software Cabri-Géomètre II helped the building of geometry concepts. The study is based in Theory of Educational Situations, developped by Guy Brousseau. According to the stages of educational engineering, this work shows a view on the teaching of Geometry in the past years and some aspects of information technology applied to teaching. It also presents a study on some elements that participate in educational changing such as PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, Resume Proposal of State of Paraná, some teachers' opinions on Secondary Education, analysis of some educational books and National Congresses ANAIS, with the goal to check how geometry is being treated. It still presents the results of a sound about made by a first test to know how the students that already finished Secondary Education solve questions regarding the concepts of "area and perimeter". In the first analysis activities were drawn up that represent the educational sequence which was applied to the students of the First Year Medium Teaching of a public school of Apucarana city – Paraná, which had a low performance in the first test. In the second analysis, the students' productions and their narratives confirms the expectations expressed in the first analysis; they reveal that the focusing on the computer through the software Cabri-Géomètre II may be indicated as an alternative to the carrying out of the geometry teaching, for it contributed significantly to the building of "area and perimeter" concepts.

Keywords: Cabri-Géomètre II, area, perimeter, Mathematic Education, computer, geometry.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Neste estudo, abordam-se a geometria e a informática. A geometria, por ser considerada um dos eixos da matemática de grande importância para a formação do indivíduo e por ela estar presente nas mais variadas situações da vida cotidiana, como na natureza, nos objetos que usamos, nas construções, nas artes e até mesmo nas brincadeiras infantis.

A informática é abordada porque, atualmente, está presente em quase todas as atividades do cotidiano das pessoas e seria conveniente se fosse mais usada nas escolas, pois se trata de um recurso pedagógico de grande valia para a construção de conceitos matemáticos como os da geometria. A informática é enfocada nesta pesquisa por meio do software de geometria dinâmica, o Cabri-Géomètre II.

Fonseca et al (2002) ressaltam que alguns conceitos geométricos estão incorporados na nossa linguagem, na organização dada a objetos e idéias e nos valores estéticos. Destacam que as crianças, desde o nascimento, procuram conhecer e explorar o espaço em que vivem e que elas dirigem suas ações e atenções nesse sentido. Essas autoras mencionam ainda que as primeiras experiências das crianças são geométricas. Ao tentarem compreender o mundo no qual estão inseridas, ao distinguirem um objeto do outro, ou mesmo aprendendo a movimentar-se de um lugar para o outro, elas usam idéias geométricas para resolver problemas. Portanto, a geometria tem um papel fundamental para o desenvolvimento de habilidades e competências do indivíduo, tais como a percepção espacial e a resolução de problemas, uma vez que ela proporciona condições para observar, comparar, medir, generalizar e abstrair.

A falta de metodologias adequadas tem sido apontada por várias pesquisas como um dos fatores que muito interfere no processo de ensino e aprendizagem de geometria. Por outro lado, muitas pesquisas realizadas na área da educação destacam a informática como recurso pedagógico que muito contribui com o processo de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, acredita-se que existe a necessidade de pesquisas que abordem tanto a geometria quanto a informática como recurso pedagógico para que novas contribuições sejam disponibilizadas aos educadores matemáticos.

Atuando há vários anos no Ensino Médio, a pesquisadora pôde perceber que os alunos deixam o Ensino Fundamental com grandes dificuldades em matemática e ingressam no Ensino Médio sem saberem conceitos considerados importantes para sua formação. Diante dessa situação, dos baixos índices apresentados pelo SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (2001) e pela AVA 2000 – Avaliação do Rendimento Escolar do Paraná, procurou-se buscar instrumentos que pudessem ser incorporados ao trabalho de sala de aula e que contribuíssem para a melhoria do processo ensino e aprendizagem de matemática. Pela importância da geometria, relacionada à preocupação de buscar subsídios para a melhoria do seu ensino e aprendizagem, e pelo interesse em utilizar a informática como apoio pedagógico, originou-se esta pesquisa.

No início deste trabalho, realizou-se um estudo para verificar qual o panorama da geometria, ou seja, como ela está sendo tratada atualmente. Nesse cenário, descobriu-se a importância social do conteúdo "área e perímetro" para a formação do indivíduo, para interligar os outros conteúdos matemáticos e outras áreas de conhecimento.

Diante dos resultados insatisfatórios apresentados pelo SAEB[1] e pela AVA[2] a respeito desse conteúdo, pôde-se perceber a viabilidade de se realizar esta pesquisa trabalhando com os conceitos de "área e perímetro". Para isso, foi elaborada e desenvolvida uma seqüência didática, abordando esse conteúdo, na qual foi utilizado o software Cabri-Géomètre II, com o objetivo de verificar se esse software pode contribuir para a construção dos conceitos de "área e perímetro".

Este trabalho foi organizado em capítulos. O primeiro apresenta a problemática sobre o ensino e aprendizagem de geometria, abordada por meio de algumas pesquisas e enfocando "área e perímetro"; alguns aspectos da informática em relação à educação assim como alguns aspectos do software Cabri-Géomètre II.

No segundo capítulo, está o suporte teórico fundamentado na *"Teoria* de *Situações Didáticas"* de Guy Brousseau e em outros aspectos da didática francesa, entre eles: contrato didático, transposição didática e transposição informática.

---

[1] Sempre que for mencionado, SAEB refere-se ao Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.

[2] Sempre que for mencionado AVA, refere-se à Avaliação do Rendimento Escolar do Paraná.

No terceiro capítulo, está a metodologia, inspirada na "*Engenharia Didática"* e fundamentada em Artigue (1988).

No quarto capítulo, apresenta-se a primeira fase da *Engenharia Didática*, constituída pelas análises preliminares, a qual foi feita por meio da apreciação dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª séries de 1998, da Proposta Curricular Fundamental do Paraná (1992), da concepção de alguns professores, de coleções de livros didáticos de 5ª a 8ª série e dos Anais do VI e do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, realizados em 1998 e 2001, respectivamente. Além disso, nesse capítulo são apresentados os resultados do pré-teste aplicado a 68 alunos do 1º ano do Ensino Médio.

No quinto capítulo, apresenta-se o estudo preliminar da seqüência didática (a análise *a priori*), uma descrição dos objetivos específicos de cada atividade e também os seus aspectos matemáticos e didáticos.

No sexto capítulo, está o relato do desenvolvimento da seqüência didática, das produções, das reflexões dos alunos, ou seja, a análise *a posteriori*.

No sétimo capítulo, constam as considerações finais seguidas das referências bibliográficas.

O Anexo I contém o questionário que foi utilizado para verificar algumas das concepções dos professores. O anexo II contém o pré-teste que foi utilizado para verificar como os alunos do 1º ano do Ensino Médio lidam com questões de "área e perímetro". O anexo III contém as atividades que compõem a seqüência didática aplicada aos alunos participantes deste estudo.

Pretende-se compartilhar com professores, educadores e pesquisadores os estudos e os resultados encontrados neste trabalho, na expectativa de contribuir com a prática pedagógica.

CAPÍTULO I

1 ALGUMAS CONSIDERAÕES SOBRE GEOMETRIA E INFORMÁTICA

O propósito deste capítulo é relatar a problemática sobre o ensino e aprendizagem da geometria e algumas abordagens de pesquisas na área. Além disso, ressaltar alguns aspectos da tecnologia informática e do software Cabri-Géomètre II.

1.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Nos últimos anos, muitas pesquisas a respeito do ensino e aprendizagem de geometria têm sido desenvolvidas utilizando a informática como recurso pedagógico, como, por exemplo, as de Sangiacomo (1996), Silva (1997), Purificação (1999), Henriques (1999) e Gravina (1996 e 2001).

A preocupação com a geometria já é manifestada em pesquisas e trabalhos realizados há vários anos. Há dez anos Pavanelo (1993) já destacava que houve nas últimas décadas um abandono do ensino de geometria, salientando ainda que essa ausência pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. Kaleff (1998) ressalta as experiências de realizações de projetos relacionados à formação de professores nos dez anos anteriores, cujo objetivo visava à melhoria do ensino aprendizagem de geometria.

Lorenzato (1995) destaca que existe uma omissão geométrica e que são vários os fatores que levam a essa omissão. Ele aponta duas causas que atuam forte e diretamente no interior das salas de aulas. A primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas. Ele salienta que “se o professor não conhece a geometria, também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão” (p.03). Dessa forma, ou eles ensinam geometria sem conhecê-la, ou então, não ensinam. A segunda causa, deve-se à exagerada importância que é dispensada ao livro didático. Muitos deles pouca geometria apresentam, ou então, reduzem a geometria a um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, não interligando com a realidade, nem com outros campos da matemática e nem com outros campos do conhecimento da ciência.

Nos artigos de várias edições de revistas como Bolema, Zetetiké, Educação Matemática em Revista, entre outros tipos de publicações, é evidente a preocupação de educadores matemáticos com o ensino e aprendizagem da geometria. Em particular, pode-se destacar a revista Educação Matemática nº 4, de 1995, que dedica todos os artigos dessa edição à geometria, além de trazer a relação de 29 (vinte e nove) teses e dissertações de mestrado, doutorado ou livre docência, produzidas no Brasil e algumas no exterior, que tratam da geometria, no período de 1971 a 1994.

Nos Anais de congressos nacionais como ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática (1998 e 2001), e de encontros regionais, também é possível observar um grande número de pesquisas e trabalhos relacionados à geometria. Isso mostra que esse empenho em melhorar a construção de conceitos geométricos já tem uma história. Percebe-se que essa preocupação com o ensino e aprendizagem de geometria se tornou ainda mais notável nesses últimos dez anos.

Certamente tantos outros trabalhos e pesquisas têm acontecido nesses últimos anos relacionados à melhoria do ensino e aprendizagem de geometria. Observa-se uma ascensão dos trabalhos nessa área, em vários aspectos, tanto metodológicos, como psicológicos, cognitivos e epistemológicos. Dessa forma, é evidente que o setor educacional entende a importância do estudo da geometria para a formação plena do indivíduo. Apesar de tudo isso, sabe-se que os alunos têm grandes dificuldades relacionadas à construção de conceitos geométricos.

Contrastando com essas observações, têm-se as avaliações do SAEB (2001) e da AVA 2000 do Paraná, as quais mostram que o ensino e aprendizagem da matemática têm apresentado resultados bastante insatisfatórios, apontando problemas em vários conteúdos e principalmente em geometria, que tem apresentado índices bastante indesejáveis.

O "Relatório Matemática", que apresenta os resultados das avaliações feitas pelo SAEB (2001), indica que 37,60% dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental construíram poucas habilidades além daquelas demonstradas pelos alunos da 4ª série e, assim, estão situados no nível[3] 4. Além disso, esse relatório revela que a média brasileira dos alunos da 8ª serie do Ensino Fundamental é o nível 4 e que, abaixo dessa média, situam-se 20,76% dos alunos avaliados. Isso indica que grande parte dos alunos deixa o Ensino Fundamental com grandes dificuldades em matemática, especificamente em geometria, uma vez que os conhecimentos e habilidades[4], estabelecidos na "Matriz de Referência do SAEB 2001", correspondem aos mínimos desejáveis para um concluinte do Ensino Fundamental (SAEB, 2001).

Os resultados da AVA 2000 destacam que os alunos ainda obtiveram baixos índices de acertos nas questões propostas para avaliar o ensino de matemática, inclusive as de geometria. A série "Estudos Complementares da AVA 2000", lançada pela Secretaria de Estado de Educação do Paraná (2002), ressalta que a imagem da matemática ensinada na escola ainda é algo incompreensível e quase inacessível. Destacam, também, que, para muitos professores, ensinar matemática é proporcionar aos alunos atividades para repetirem, à exaustão, os mesmos procedimentos e regras ensinadas pelo professor.

Diante dessa situação, entende-se que os resultados de muitas pesquisas ainda não estão presentes em muitas salas de aulas do Ensino Básico, ou talvez demorem muito para chegar aos professores atuantes no sistema de ensino. Provavelmente, as concepções de ensino e aprendizagem, que alguns profissionais possuem, podem não estar permitindo que os mesmos aceitem mudança. Isso pode estar dificultando ainda mais para que as novas abordagens norteiem aulas de matemática. Outro fator, que também pode estar contribuindo para isso, é o fato de a maioria dos professores inseridos no processo escolar (Ensino Fundamental) não estar vinculada a grupos de estudo e de pesquisas.

Entende-se que os problemas levantados nas inúmeras pesquisas, bem como os resultados dessas e as sugestões dos pesquisadores, precisam estar disponíveis de forma mais eficiente e rápida ao maior número possível de professores. Fonseca et al (2002) salientam que, apesar da preocupação que se têm

---

[3] Em matemática, os níveis se apresentam em um *continuum* (SAEB 2001 p.16). O aluno que está no nível 4 mostra ter construído poucas habilidades além daquelas demonstradas pelos alunos da 4ª série.

[4] Em matemática, as habilidades foram distribuídas em quatro temas: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações; Tratamento da Informação. (SAEB 2001, p.14).

observado com o ensino de geometria entre os pesquisadores em Educação Matemática, as mudanças ainda são bastante discretas nesse quadro, principalmente nas séries iniciais.

Os PCN[5] destacam que

> as pospostas curriculares mais recentes são ainda bastante desconhecidas de parte considerável dos professores, que, por sua vez, não têm clara visão dos problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que idéias ricas e inovadoras não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis. (1998, p.21)

Percebe-se que há necessidade de investimentos em formação continuada dos professores, cuja intenção seja contribuir para que se disponha de uma maior diversidade de elementos para conhecer e saber selecionar o que se ensina de geometria e como se ensina. Investimentos em materiais didáticos e outros meios pedagógicos se fazem necessários também, com a finalidade de que essa preocupação, que é de âmbito nacional e em vários aspectos com o ensino e aprendizagem da geometria, se faça presente nas inúmeras salas de aula, proporcionando, assim, uma melhoria na aprendizagem da matemática, contribuindo, dessa forma, para a formação plena do indivíduo.

Pesquisas como as de Gravina (1996), Henriques (1999) apontam que os alunos chegam às universidades sem ter se apropriado de conhecimentos considerados elementares em geometria. A partir dessas pesquisas e dos resultados de avaliações nacionais, entende-se que o ensino e aprendizagem de geometria na formação básica do indivíduo, mesmo com tantos esforços, ainda mantêm um quadro insatisfatório como já foi mencionado.

Pavanello (1993) destaca também a necessidade de investimentos em pesquisas sobre metodologias mais apropriadas para a abordagem da geometria, visando proporcionar aos professores condições para a melhoria da qualidade desse ensino. Dessa forma, é necessário que haja investimentos em pesquisas relacionadas ao Ensino Fundamental e Médio, que abordem novas metodologias, como o uso das Novas Tecnologias da Informação, as quais podem apontar algumas alternativas que contribuam com o ensino e aprendizagem de geometria.

---

[5] Sempre que for mencionado, PCN refere-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

De acordo com essa perspectiva, e considerando as pesquisas mencionadas inicialmente, que abordam temas específicos de matemática por meio dos recursos informáticos e que apresentam resultados satisfatórios, percebeu-se a viabilidade de desenvolver uma pesquisa que envolva geometria e informática. Os temas enfocados neste estudo serão os de “área e perímetro”.

1.1.2 Área e Perímetro

Como se sabe, as primeiras considerações que o homem fez a respeito da geometria são muito antigas. Eves (1992) ressalta que provavelmente a geometria originou-se de observações simples que possibilitaram reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. O mesmo autor ainda destaca que a noção de distância deve ter sido um dos primeiros conceitos geométricos a ser desenvolvido pelos homens primitivos.

Boyer (1996) relata que Heródoto, subestimou a idade da geometria e acreditava que ela tenha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terra após as inundações no vale do rio Nilo. A necessidade de fazer novas demarcações de terras após as cheias do Nilo fez com que aparecessem os “mensuradores”.

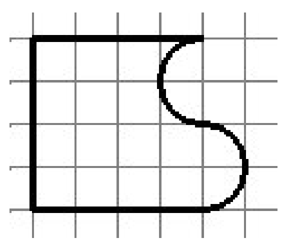
Segundo Eves (1992), a necessidade de delimitar a terra levou à noção de algumas figuras geométricas, tais como retângulos, quadrados e triângulos, mas a geometria no sentido mais amplo surgiu em tempos mais antigos que a arte de escrever. Os conceitos de área e perímetro, provavelmente, estão relacionados ao problema das medições de terra.

Por meio da história da matemática, sabe-se também que as civilizações antigas obtiveram várias fórmulas para o cálculo de área de várias figuras, sendo algumas com precisão e outras aproximadas. A comparação de áreas enfrentaram alguns problemas teóricos no decorrer da história relacionados às unidades de medidas. Em muitos casos, para decidir se uma superfície tem área igual a outra é necessário atribuir números a essas áreas. Do mesmo modo, para classificar como maior ou menor e até para construir superfícies de acordo com critérios relativos à área, isso também é necessário. Surge, assim, a necessidade de unidades padrão.

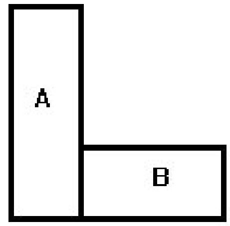
Os problemas de medida de terra e de cálculo aproximado de área de terrenos estão presentes ainda hoje no cotidiano e são de muita relevância tanto nas práticas rurais quanto nas urbanas. Como exemplo, tem-se a situação do agricultor que, ao fazer o plantio, muitas vezes precisa estimar a área do terreno, que em muitos casos é de forma irregular. Outro caso é o IPTU – Imposto Predial e Territorial que, entre outros fatores, é cobrado em função da área do terreno e da área construída. Além desses casos, ainda têm-se também os profissionais da construção civil, os quais lidam com muita freqüência com os cálculos de área e perímetro e tantos outros.

O conceito de área e o processo de medir área do ponto de vista da estrutura matemática, segundo Bellemain & Lima (2000), "tem como ponto de partida a definição de uma função (f), dita **função área,** num conjunto de superfícies, assumindo valores no conjunto dos números reais não negativos" (p.2 grifo nosso). Esses autores relatam ainda que existem três propriedades julgadas essenciais para caracterizar a grandeza área, que são:

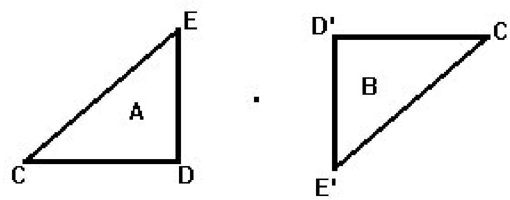
1) **positividade**: uma figura que possua interior não vazio tem área positiva;



2) **aditividade**: se duas figuras A e B têm em comuns pontos de suas fronteiras, então a área da figura AUB (A união de B)é a soma da área A com a área B;



3) **invariância por isometrias**: se uma figura plana A é transformada em outra, B, de modo que a distância entre dois pontos quaisquer de A fica inalterado em B, então A e B têm a mesma área.



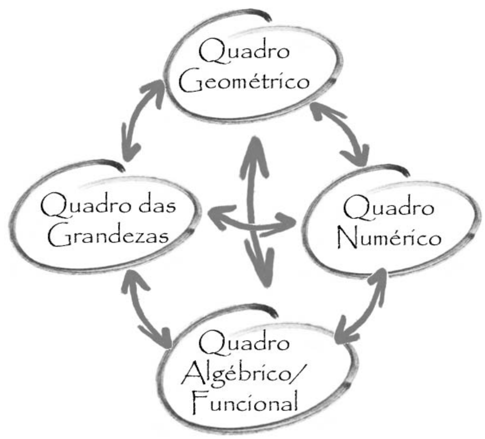
Considerando essas três propriedades, é necessária a caracterização do domínio da função (f), ou seja, uma verificação de quais superfícies são mensuráveis pela função área, sendo necessário limitar uma região do plano, ou seja, a parte do plano ocupada por uma figura plana. Para abordar o conceito de área, faz-se necessário, ainda, pressupor conhecimentos referentes ao conceito de comprimento e também assumir uma outra superfície que será tomada como unidade de área para comparar com a superfície da qual se deseja saber a área.

Medir é comparar. Medir a área de uma superfície é compará-la à área de outra superfície.

O resultado dessa comparação, segundo Lima (1991), será um **número,** que deverá exprimir quantas vezes a figura, que está sendo medida, contém a unidade área. Um par (número, unidade de área) é uma maneira de designar uma área, a qual é considerada como uma classe de equivalência de superfícies.

Pesquisadores como Baltar (1996) e Perrotta (2001) têm mostrado a importância do conceito de área e perímetro e sua relevância social para a formação do indivíduo. Além disso, fazem indicações de problemas na aprendizagem desses conceitos e propõem seqüências de ensino para a construção desses conceitos.

Bellemain & Bittar (2000) relatam que, a partir dos resultados da pesquisas de Baltar (1996), percebeu-se que as dificuldades conceituais apresentadas pelos alunos eram variadas e resistentes à aprendizagem. Entre os elementos relacionados aos erros cometidos pelos alunos, destacam-se as concepções geométricas e a numérica. Relatam que muitas dificuldades se devem à forma como é tratado o problema de área, ou somente do ponto de vista geométrico ou somente do numérico, verificando, assim, a necessidade e a importância de articular as abordagens geométricas e numéricas. Bellemain & Bittar (2000) relatam que Lima e Bellemain (2002) propuseram o seguinte esquema conceitual:



Fonte: Bellemain e Bittar 2000

Essas autoras destacam as superfícies e figuras geométricas, como objetos do quadro geométrico; os conceitos de comprimento perímetro, área, volume, capacidade e ângulo, como objetos do quadro das grandezas; os números reais positivos representando as medidas das grandezas, como objetos do quadro numérico; as fórmulas de área e de volume, como objetos do quadro algébrico-funcional.

As experiências de trabalho realizadas com os conteúdos de área e perímetro, como a pesquisa de Baltar (1996) e também as avaliações de rendimento escolar feitas pela AVA 2000 e pelo SAEB 2001 indicam que os alunos fazem grande confusão entre área e perímetro. Nas resoluções de problemas que envolvem esses conteúdos são utilizadas fórmulas errôneas e as unidades também aparecem de forma inadequada, muitas vezes expressam área com unidades lineares ou unidades cúbicas.

Baltar (1996) classificou a diferença entre área e perímetro sob quatro pontos de vista diferentes:

- **topológico**: os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada a superfície e o perímetro ao contorno;


Figura 1 **Figura 2**

Na figura1, a superfície que corresponde à área foi destacada de cinza; e na figura 2, o destaque de cinza foi dado ao seu contorno, o perímetro da figura.

- **dimensional**: uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, o que traz conseqüências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área e perímetro;

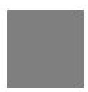


Figura 3 **Figura 4**

A figura 3 é bidimensional, ou seja, tem duas dimensões e é adequada para o cálculo de áreas. A figura 4 é unidimensional, ou seja, possui uma única dimensão, adequada para o cálculo de perímetro.

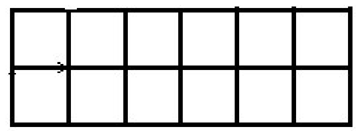
- **computacional**: corresponde à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais;

Área = b . h

Perímetro = b + b +h + h = 2b + 2h

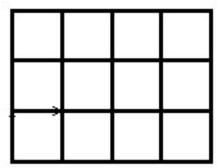
- **variacional**: consiste na aceitação de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

a)



Área = 12 u^2
Perímetro = 16 u

b)



Área = 12 u^2
Perímetro = 14 u

As figuras apresentadas (a e b) são exemplos de superfícies que possuem mesma área e perímetros diferentes.

Como se pode observar, as questões de área devem ser tratadas tanto do ponto de vista geométrico quanto do ponto de vista numérico. A articulação entre essas abordagens tornará o estudo de área mais significativo para o aluno, favorecendo dessa forma a ausência das dificuldades conceituais muito observada nas pesquisas relacionadas com área e perímetro.

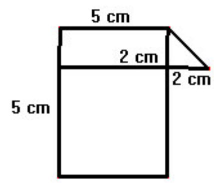
Nesse contexto, têm-se os resultados da AVA 2000 e do SAEB 2001, que também destacam as dificuldades dos alunos nos conteúdos de “área e perímetro”. Abordam-se inicialmente, neste trabalho, algumas observações feitas pela AVA 2000 e, mais adiante, as feitas pelo SAEB 2001.

No caderno “Resultados da Avaliação Escolar (2001)”, mostra-se que 29% dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental obtiveram pontuação que indica terem aprendido: resolver problemas simples e rotineiros que envolvem as quatro operações básicas de números naturais; resolver problemas simples de proporcionalidade, de escala, de operações básicas; retirarem informações apresentadas em gráficos e tabelas simples. Porém, esse mesmo grupo de alunos demonstrou ter aprendido muito pouco das habilidades/conteúdos do eixo das medidas e geometria. No outro extremo, um terço dos alunos demonstrou não ter aprendido as habilidades/conteúdos avaliados na referida prova, constatando-se dessa forma que parte significativa dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental apresenta resultados baixos em matemática e particularmente em medidas e geometria.

No “Caderno AVA 2000 Matemática: uma análise pedagógica (2001)”, tem-se a análise de algumas questões utilizadas nas avaliações da AVA 2000 aplicada aos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental. A seguir apresentam-se exemplos que mostram alguns casos.

Exemplo 1:

(M08176PR) Qual a área da figura?



(A) 39 cm^2

(B) 37 cm^2

(C) 33 cm^2

(D) 29 cm^2

(E) 26 cm^2

Para resolver essa questão, o aluno precisaria apenas identificar cada um dos polígonos que formam a figura com suas respectivas medidas, calcular a área de cada um dos polígonos e em seguida somar as áreas encontradas. Apenas 14,3% optaram pela alternativa “B”, correta. Enquanto a alternativa “C” foi assinalada por 37,5% dos alunos. Segundo esse Caderno, eles podem ter confundido área com perímetro e, ainda, calculado errado o perímetro. A alternativa “D” também teve um grande índice de alunos que a assinalaram, 30,3%.

Exemplo 2:

(M08098PR) O perímetro de um retângulo de 5cm de base e 3 cm de altura é:

A) 8 cm

B) 11 cm

C) 13 cm

D) 15 cm

E) 16 cm

Para resolver essa questão, o aluno precisaria saber como calcular o perímetro, qual é a figura retângulo e, além disso, saber o significado das palavras base e altura. O acerto foi de apenas 20,7%, o que segundo esse caderno, revela que este conteúdo é pouco trabalhado. A alternativa “A” foi assinalada como certa por 39,9% dos alunos. Possivelmente, eles tenham tomado como perímetro base mais altura (5 + 3). Quanto à alternativa “D”, assinalada por 30,1% dos alunos, é possível que eles tenham confundido área com perímetro e, com isso, multiplicado a base pela altura (5 x 3) e sem considerar ou observar a unidade de medida.

O documento “Estudos Complementares AVA 2000 (2002)” revela que, apesar de existir um discurso atual sobre o papel da geometria para a visualização e integração dos diferentes campos da matemática, pelos resultados apresentados, tudo indica que a ênfase ainda está nos aspectos aritméticos e algébricos, e que isso é evidente na prática pedagógica dos professores.

O relatório do SAEB 2001 também enfatiza que Espaço e Forma ainda não devem estar recebendo tratamento adequado nas escolas e que o campo conceitual que envolve a geometria tem sido negligenciado. Enfatiza também que questões consideradas elementares, que já deveriam ter sido objeto de estudo nas séries iniciais, apresentam grandes problemas para os alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

Ressalta ainda que,

> Seria de todo desejável um enfoque mais próximo da realidade dos alunos, inclusive com a manipulação de objetos, figuras e sólidos geométricos, construindo-os e desconstruindo-os, procurando observar suas propriedades, regularidades, etc. A problematização de situações do cotidiano que envolve espaço e forma certamente fará com que os alunos adquiram as competências necessárias neste campo conceitual. (SAEB, 2001, p.42)

No que se refere a Grandezas e Medidas, esse relatório destaca que os alunos da 8ª série do Ensino Fundamental apresentam grandes dificuldades nas questões que tratam de competências ligadas a cálculo de área e perímetro de figuras planas, de noções de volumes e de relações e transformações de diferentes unidades de medidas.

O “Relatório Matemática SAEB 2001” destaca que, na 8ª série do Ensino Fundamental, além das habilidades descritas para os alunos da 4ª série, os alunos também dominam outras habilidades, entre elas, destaca-se nesse trabalho, algumas relacionadas aos temas “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”:

- 40,70%[6] reconhecem medida do perímetro de um retângulo em malha quadriculada;
- 0,81% calculam áreas de figuras simples (triângulos, paralelogramos, retângulos e trapézios);

[6] Esses índices acumulam alunos dos níveis 5, 6 e 7 (SAEB 2001 p.38).

- 2,66% calculam área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas.

O exemplo 3 é uma das questões aplicada à 8ª série do Ensino Fundamental que o “Relatório Matemática do SAEB 2001” apresenta.

<u>Exemplo 3:</u>

Deseja-se construir um quadrado com área igual à área de um triângulo. Sabendo-se que a base do triângulo e a altura relativa a essa base medem, nessa ordem, 10cm e 5cm, o lado do quadrado, em centímetros, é

A) 5

B) 10

C) 25

D) 50

Para resolver essa questão, é necessário saber calcular a área de um triângulo conhecendo as medidas da base e da altura. O valor encontrado deve ser associado à área do quadrado e para encontrar a medida do lado do quadrado, deve-se extrair a raiz quadrada desse valor da área. Somente 24% dos alunos assinalaram o item correto, enquanto 32% dos alunos assinalaram a alternativa “C”, que corresponde à área das figuras.

Pode-se observar por meio da análise dessas questões que uma grande parte dos alunos do Ensino Fundamental ingressa no Ensino Médio com grandes problemas de aprendizagem relacionados à geometria. O interesse de realizar pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio deve-se ao fato de os alunos da 8ª série terem apresentado baixos índices de acertos nas questões de área e perímetro nessas avaliações mencionadas, uma vez que esses conceitos, supostamente, já foram estudados nas séries do Ensino Fundamental.

Outros fatores que também influenciaram na escolha desse tema é a relevância social de “área e perímetro” para a formação do indivíduo que, no seu dia-a-dia, precisa medir ou estimar medidas de regiões planas e também o fato de esses conceitos permitirem interligar os outros eixos da matemática (geometria e números), bem como outros campos de conhecimentos.

Entre os fatores que possivelmente têm influenciado nos baixos índices apresentados pelos alunos nas avaliações mencionadas, um deles pode ser a falta de metodologias adequadas para o ensino e aprendizagem de geometria. Portanto, pretende-se investigar se uma seqüência didática utilizando os recursos da informática pode contribuir na construção dos conceitos de “área e perímetro”, uma vez que a informática vem sendo apontada por muitos pesquisadores como grande aliada na construção do conhecimento.

1.2 A INFORMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM

Grandes discussões vêm ocorrendo a respeito do papel da educação frente ao desenvolvimento tecnológico que tanto tem alterado os paradigmas da nossa sociedade. Muitos educadores, pesquisadores e também os PCN (1998) indicam que, em qualquer nível da educação escolar, deve-se formar indivíduos críticos, criativos, conscientes e que consigam se integrar às rápidas mudanças da sociedade.

Com o desenvolvimento das novas tecnologias e dos computadores, a informática está cada vez mais presente na vida de todo cidadão. Dessa forma, grandes transformações vêm ocorrendo no comportamento da sociedade. Baranauskas diz que “A tecnologia computacional tem mudado a prática de quase todas as atividades, das científicas às de negócios, até as empresarias” (Apud VALENTE, 1999). Ressalta também que o conteúdo e a prática educacional também seguem essa tendência.

Hoje, uma parte considerável da população já tem acesso a recursos informáticos e vê-se cada vez mais a informática ocupando maior espaço no nosso cotidiano. Nos ambientes escolares, existem grandes esforços por parte dos educadores para que a informática esteja cada vez mais freqüente nas práticas pedagógicas. A realização de vários projetos desenvolvidos com o apoio de órgãos governamentais e em parceiras com as universidades, como EDUCOM, FORMAR, PRONINFE e PROINFO, muito contribuiu para expansão e uso eficiente da informática. Esses projetos envolveram desde a criação de laboratórios de informática até formação de recursos humanos e ainda recursos didático-pedagógicos, proporcionando a chegada da informática a muitas escolas da rede pública. Atualmente, existem vários grupos de estudos e pesquisas que desenvolvem projetos na busca de contribuir para que a informática permeie cada vez mais as atividades desenvolvidas nas salas de aulas.

Nas escolas da rede pública (Ensino Fundamental e Médio), sabe-se que os recursos que o computador oferece para o desenvolvimento de atividades com os estudantes ainda não são utilizados com muita freqüência por inúmeros problemas, desde os políticos até o simples acesso à chave do laboratório de informática, como apontam Borba & Penteado (2001). Esses autores ainda destacam que a informática deve ser vista como um direito do aluno e que é parte necessária para sua formação. Dessa forma, faz-se necessário que sejam utilizados os recursos das novas tecnologias, principalmente as ligadas ao computador, nas atividades de ensino.

Segundo o Jornal Zero Hora de 30/07/2002 de Porto Alegre, RS, no artigo intitulado " Novas tecnologia e educação", Koelling salienta que em nenhuma época pode-se observar um desenvolvimento científico e tecnológico tão expressivo quanto o que ocorre nestes últimos tempos. Destaca que a informática ingressa nos mais diferentes segmentos da sociedade, porém, em relação à educação brasileira, permanece longe de ser uma conquista da educação, especificamente quando se fala em escola pública. Argumenta que é necessário que o professor esteja comprometido com o seu papel social e, baseando-se em suportes teóricos e tecnológicos, estabeleça um vínculo com o aluno ao buscar uma tendência inovadora, preocupada com a formação intelectual dos cidadãos, e, ainda, que a integração entre homem e computador possa favorecer o fortalecimento de uma educação crítica.

Por outro lado, sabe-se que, por não estar sociabilizado com essa mídia, o professor, muitas vezes, não conhece ou não sabe selecionar software adequados para a realidade de sua escola, correndo o risco de tomar atitudes que não correspondem às mudanças tão almejadas, ou seja, de forma que haja um ensino de maior qualidade. Borba & Penteado (1999) e Gravina (1998) salientam que, se é almejada uma mudança de paradigma para a educação, é necessário ser crítico e cuidadoso no processo de uso da informática, pois o computador por si só não garante mudanças. Podemos com seu uso apenas reforçar as mesmas características do modelo já existente.

Valente (1999) acentua que a formação do professor deve propiciar condições para que ele construa conhecimento sobre as técnicas computacionais, entenda por que e como integrar o computador na sua prática pedagógica. Como foi mencionado anteriormente, os cursos de formação continuada dos professores se fazem cada vez mais necessários, afim de que eles possam, também, usufruir desse recurso informático para direcionar com sucesso os conteúdos a serem trabalhados e cumprirem satisfatoriamente o seu papel social, favorecendo uma educação crítica e democratizante.

Os PCN (1997) ressaltam que o computador permite criar ambientes de aprendizagem que fazem surgir novas formas de pensar. Além disso, o computador favorece aprendizagem ativa e controlada pelo próprio aluno, já que permite representar idéias, comparar resultados, refletir sobre sua ação e tomar decisões depurando o processo de construção do conhecimento.

Nas aulas de matemática, os recursos informáticos podem ser utilizados com várias finalidades: fonte de informação; auxílio no processo de construção do conhecimento; como meio para desenvolver autonomia segundo os PCN (1998). Além disso, é ressaltado que tudo indica que o computador pode ser um grande aliado no desenvolvimento cognitivo dos alunos, mas, para que isso aconteça, depende da escolha de software adequados, visando os objetivos que se pretendem atingir. Ambientes informatizados estão sendo cada vez mais comuns na área da educação e na realidade de todo cidadão. Acredita-se que essa tendência aumente nos próximos anos.

A informática tem sido fonte de muitas pesquisas, tanto pelo significado que ela tem para o aluno em relação à cobrança do mercado de trabalho, como pelas mudanças no comportamento intelectual que ela provoca, e também pelos recursos que ela oferece para desenvolver atividades curriculares, nos programas escolares em seus diferentes níveis.

1.2.1 A Informática no Ensino de Geometria

Pesquisadores como Gravina (1998), Henriques (1999) e outros destacam aspectos relacionados às dificuldades dos alunos em construir conceitos geométricos e também a falta de conhecimentos geométricos por parte do professor. Segundo esses pesquisadores, grande parte dos alunos chega às universidades sem ter desenvolvido a habilidade de visualização, de interpretação e de representações gráficas, apresentando pouca compreensão dos objetos geométricos. Gravina (1996) ressalta, ainda, que parte dessa situação tem origem nos programas e práticas de ensino de nossas escolas e a falta de metodologias adequadas para o ensino e aprendizagem de geometria. As ferramentas, que o computador nos oferece, criam novas situações nas quais as formas virtuais ganham aspecto de uma realidade e com isso abrem novos rumos por meio das formas apresentadas pelo computador para a aprendizagem da geometria, segundo essa pesquisadora. Com isso, surgem novas abordagens para o ensino de geometria.

Se para ensinar geometria, um dos problemas enfrentados é a falta de observação, manipulação e visualização de objetos geométricos como observa Kaleff (1998), a informática pode ser uma grande aliada a esses aspectos. Vários software dispõem de recursos que podem contribuir para a construção da percepção espacial, pois eles proporcionam a oportunidade de manipular as figuras e visualizar as diversas propriedades geométricas.

Muitos programas ou software vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de integrar a informática à prática pedagógica. Esses, oferecem recursos que devem ser analisados e explorados, a fim de que na prática pedagógica os professores façam bom uso deles.

Atualmente, os ambientes informatizados, que oferecem melhores condições para o desenvolvimento de uma aprendizagem construtivista da geometria, são aqueles construídos dentro dos princípios da "Geometria Dinâmica".

1.2.2 Geometria Dinâmica

As manifestações de geometria dinâmica são antigas, mas o conceito só foi explicitado a partir da criação de software como o Cabri-Géomètre II ou Geometer Sketchpad, segundo Bellemain (2000). Ele ainda argumenta que

> A geometria dinâmica tem por objetivo fornecer representações dos objetos e relações geométricas que permitem ultrapassar as limitações dos desenhos geométricos[7] no ambiente papel-lápis e facilitam a visualização de propriedades geométricas. (p. 202)

Esses programas possibilitam a manipulação das figuras construídas ou apenas de alguns dos seus elementos, sendo que suas propriedades são conservadas apesar do movimento. A manipulação é possível por meio do recurso “arrastar”, o qual possibilita a transformação contínua de uma figura em tempo real e também a mudança de posição da figura na tela. Usando esses programas, as

---

[7] Distingue-se desenho e figura. Figura é um objeto teórico que representa um conjunto de objetos e relações geométricas (representa-se graficamente). Desenho é uma representação gráfica de uma figura sem respeitar rigorosamente as relações.

concepções dos alunos a propósito da noção de figura geométrica podem se modificar. Gravina (1996) salienta que nos ambientes de Geometria Dinâmica:

> [...] conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural. A habilidade de perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descobertas de propriedades novas e interessantes. Os alunos desenvolvem algumas atitudes frente ao processo de aprender: experimentam, criam estratégias, fazem conjecturas, argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta do "desenho em movimento", passam para a manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático".(p.13)

Os software que oportunizam investigação e exploração das propriedades das figuras geométricas por meio de sua característica dinâmica permitem ao aluno desenvolver seu espírito de investigação, fazer conjecturas, desenvolver atividades manipulativas, ter seu ritmo individual, proporcionando, com isso, as novas formas de pensar e novas formas de resolver problemas.

Levando em consideração a importância desse recurso para o ensino, para a aprendizagem e de modo geral para a educação, bem como a importância do ensino de geometria onde também existem grandes problemas de aprendizagem, entende-se que a informática pode contribuir para a melhoria desse quadro, conforme indicações de várias pesquisas. Gravina (1996) salienta "que vê emergir uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados" (p.01).

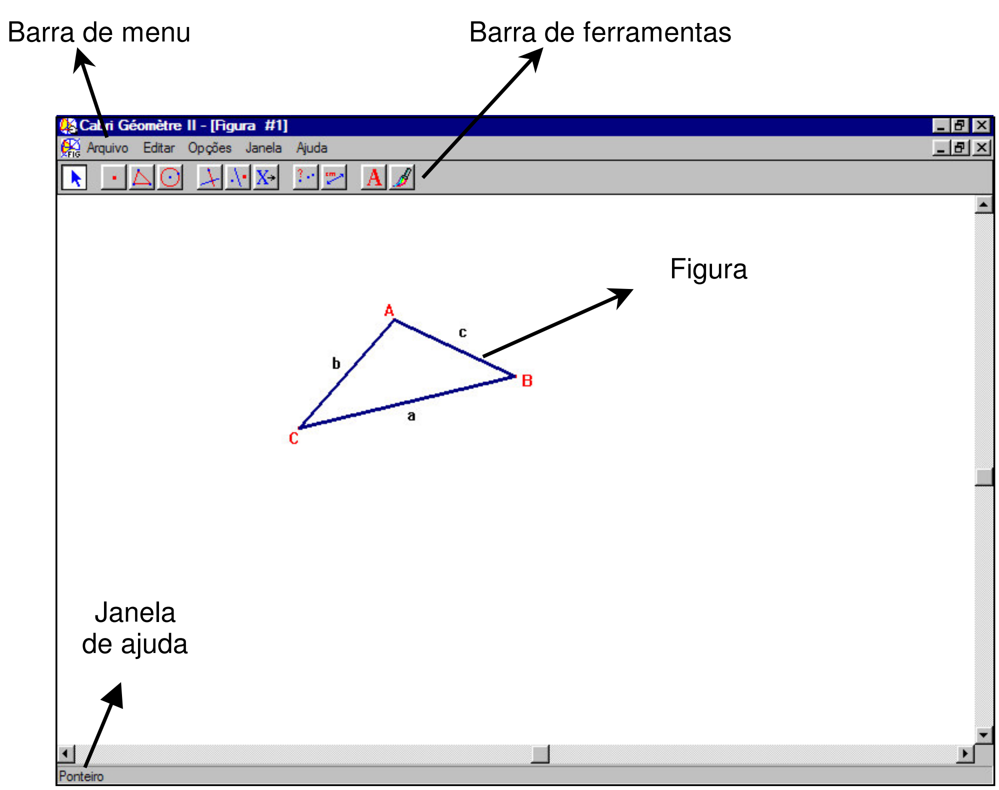
Henriques (1999) ressalta que o software de geometria dinâmica (Cabri-Géomètre II) "é uma alternativa para a efetivação do ensino de geometria [...]. É um software que oferece aos alunos a possibilidade de descortinar um leque de oportunidades na construção de seus conhecimentos" (p.136).

Silva (1997) argumenta que "é preciso enxergar o conceito no campo geométrico [...] um conceito pode ser explorado em diversos campos e situações, permitindo dessa forma uma compreensão melhor do mesmo" (p.48). Ressalta, também, que a utilização do software de geometria dinâmica (Cabri II) permite compreender as relações e propriedades geométricas.

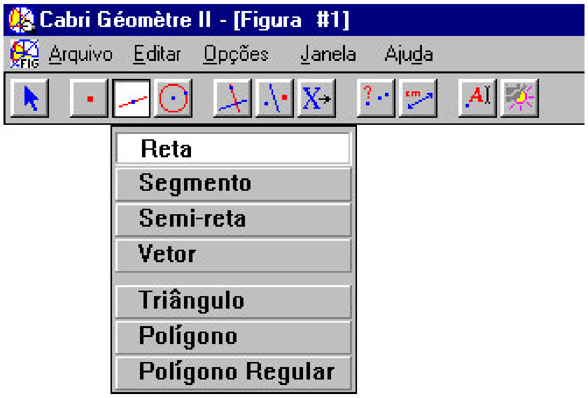
Introduzir e utilizar as novas formas de ensino com o auxílio das Novas Tecnologias da Informação são tarefas importantes para os educadores. Um dos software que atualmente vem contribuindo com essa nova forma de ensino é o software Cabri-Géomètre II, como têm mostrado as pesquisas mencionadas e que será utilizado nesta pesquisa para aplicação de uma seqüência didática.

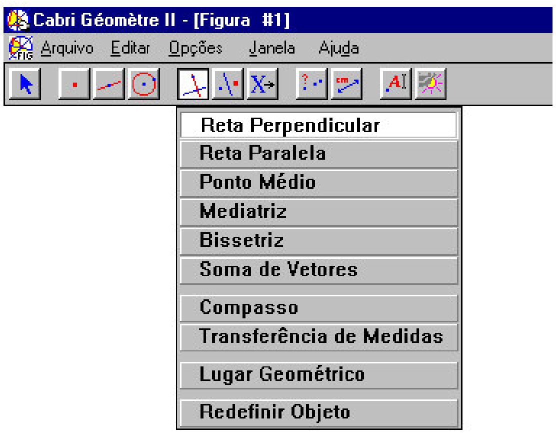
1.2.2.1 O Software Cabri-Géomètre II

O software Cabri-Géomètre II foi desenvolvido na França, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática do Instituto de Informática e Matemática Aplicada de Genoble – IMAG, na Universidade Joseph Fourier de Grenoble, por um grupo de pesquisadores coordenados por Jean Marie Laborde. Ele é um software didático e interativo, que permite o estudo da geometria elementar numa linguagem muito próxima à do universo papel-e-lápis. Ao entrar no programa, o indivíduo tem a sua disposição os ícones e os botões das ferramentas de que o software dispõe. Além disso, existe uma página em branco disponibilizando espaço para o desenvolvimento das atividades. O Cabri-Géomètre II é caracterizado como um software aberto por proporcionar uma interação entre o indivíduo e seus comandos, ou seja, o aluno é quem determina o que vai ser executado na tela. A seguir é apresentada a tela inicial do Cabri II com uma construção.



Para o desenvolvimento de atividades, inicialmente deve-se escolher as “ferramentas” que serão utilizadas e executar determinadas operações de acordo com o que se pretende realizar. Neste trabalho serão utilizadas apenas algumas das ferramentas que esse software disponibiliza, como as que são mostradas a seguir:





Com esse software, é possível criar e construir figuras que podem ser transformadas a partir do deslocamento de seus elementos primitivos (vértices, centros, lados etc), conservando as propriedades. Essas transformações são visíveis em tempo real, fato que é impossível com a utilização do lápis e papel, a menos que se faça uma infinidade de construções sucessivas o que certamente levaria qualquer um à exaustão. Ele permite aos alunos visualizarem, na tela do computador, diferentes desenhos correspondentes a uma mesma descrição. Possibilita, ainda, a manipulação e observação dos objetos construídos, aspectos esses importantes na construção dos conceitos geométricos, bem como na construção da percepção espacial. A seguir, tem-se o exemplo de uma figura na qual foi deslocado um dos seus elementos, mas que continua com as mesmas propriedades.

Esse software é útil também para se trabalhar alguns conteúdos da álgebra (gráficos), da trigonometria, da geometria espacial (perspectivas de figuras espaciais), da geometria descritiva, entre outros. Outra característica importante desse software é que ele permite modificar profundamente as relações entre desenho e figura geométrica, relações que não são simples para o aluno na mídia habitual (papel-e-lápis). Laborde (1994) destaca que "[...] a figura é o objeto teórico geométrico [...] ao passo que o desenho é uma representação gráfica deste objeto teórico" (p.01). Essa autora cita como exemplo de desenho um traço na areia ou no papel. Sangiacomo (1996) define figura geométrica "como um conjunto de pares ordenados que tem como primeiro termo o referente (objeto geométrico) e como segundo termo um dos desenhos que o representa" (p. 49).

Baldin & Villagra (2002) observam que entre as possibilidades que a informática, em particular o software Cabri-Géométre II, pode apresentar ao processo de ensino aprendizagem estão:

1. a linguagem visual, que estimula novo meio de comunicação de conceitos abstratos, tornando a tarefa de compreensão da linguagem matemática mais agradável;

2. a interatividade, que por meio das experiências introduzidas em laboratórios proporcionam o espírito de investigação de propriedades, conjecturas de novas propriedades, confirmação de resultados, entre outras;
3. o desenvolvimento de atividades manipulativas concretas, que permitem o acompanhamento mais personalizado da aprendizagem, respeitando também as diferenças individuais; etc.

De acordo com os aspectos citados, fica evidenciado que a linguagem desse software é apropriada para a construção dos conceitos geométricos, bem como para estimular o desenvolvimento do raciocínio matemático, uma vez que o mesmo permite que os alunos façam conjecturas, verifiquem seus erros e façam a validação de suas hipóteses.

O software Cabri-Géomètre II foi escolhido como recurso informático para a realização da parte experimental desta pesquisa por ser um software que permite construir e explorar de forma interativa os objetos geométricos, por oferecer condições ao aluno de observar, manipular e construir figuras geométricas numa linguagem bastante próxima do papel-e-lápis e, principalmente, por permitir que uma figura seja deformada respeitando suas propriedades. Um ponto essencial, quando se trabalha com as novas tecnologias da informática, é que o aluno consiga, ao final da aprendizagem, transferir esses conhecimentos para o papel, aspecto que será considerado nesta pesquisa.

Outros fatores que influíram na escolha do Cabri-Géomètre II, é que esse software oferece ao aluno a oportunidade de construir seu próprio conhecimento de forma interativa e também por ser um software que exige poucas habilidades na área da informática. Assim sendo, **pretende-se investigar se uma seqüência didática utilizando o software Cabri-Géomètre II pode contribuir para a construção dos conceitos de “área e perímetro”.**

CAPÍTULO II

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo trata da fundamentação teórica desta pesquisa, que se apóia na *Teoria de Situações Didáticas* de Guy Brousseau e em outros aspectos da didática francesa, tais como: contrato didático (também de Brousseau); transposição didática e transposição informática (de Yves Chevallard).

2.1 SITUAÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Para o aluno, o significado do saber matemático está intimamente ligado à maneira como o conteúdo lhe é apresentado. Assim sendo, segundo Freitas (2002), o envolvimento do aluno dependerá de como as diversas atividades de aprendizagem são estruturadas por meio de uma situação didática.

A didática da matemática tem como objeto de estudo o ensino de matemática. Saber o que acontece numa situação de ensino é seu objeto principal, mas isso não se faz apenas pelo resultado de uma observação, mas pela análise que é apoiada no conhecimento dos fenômenos que definem o que se conserva e o que deixa de ser invariante na situação, como menciona Brousseau (1986). Apesar disso, a didática da matemática não visa recomendar modelos ou receitas de solução dos problemas de aprendizagem, mas, a partir dos resultados de pesquisas que interligam teoria e prática, desenvolvidas em "*sala de aula*", pode fazer indicações de propostas pedagógicas que possam contribuir para uma compreensão mais nítida dos fenômenos da aprendizagem da matemática, contribuindo, assim, para a melhoria do seu ensino e da construção de significados pelos alunos.

A *Teoria das Situações Didáticas*, desenvolvida na França por Guy Brousseau, na década de 80, modeliza o processo de aprendizagem matemática em sala de aula interligando **professor**, **aluno** e o **conhecimento matemático**. O objeto de estudo dessa teoria é constituído por esses três elementos, os quais compõem o "*sistema didático*". Essa modelização tem duas grandes finalidades: uma relacionada ao conhecimento e a outra à atividade de ensino. Nessa modelização, o conhecimento deve aparecer como a solução de um problema, ou como o meio de estabelecer boas estratégias. Num primeiro momento, as soluções poderão ser encontradas por meio da lógica, da história da ciência, da análise da matemática ou da didática. Brousseau (1986) argumenta que o "jogo específico de um saber deve justificar a sua utilização e/ou o seu aparecimento, de acordo com a didática teórica*"* (p.75).

Nessa modelização, as atividades de ensino devem representar todas as situações observadas na sala de aula, inclusive as menos satisfatórias. As representações observadas devem ser consideradas a partir do momento em que as atividades consigam levar os alunos a apropriar-se de uma forma visada de saber. Com isso será levantada, por meio das escolhas dos valores de determinadas variáveis feitas pelos alunos, a característica dessa relação com o saber visado.

Brousseau (1986) ressalta que:

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar um saber constituído ou em vias de constituição[...] o trabalho do aluno deveria pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimento pertinente. (apud FREITAS, 2002, p.67)

Freitas (2002) salienta que na estrutura teórica das situações didáticas relacionam-se vários componentes, sendo o *contrato didático* um desses, o qual regulamenta toda situação didática.

O "*contrato didático*" surge quando acontece a relação professor-aluno-saber. Ele está interligado diretamente com o conteúdo específico a ser estudado, o objeto de ensino e aprendizagem numa aula. Por essa razão ele é abordado nesta pesquisa, pois a preocupação deste trabalho é com o conhecimento matemático, especificamente o conteúdo de "área e perímetro". Considera-se a definição de Brousseau (1986), na qual contrato didático é

> [...] uma relação que determina, explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente, aquilo que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de uma maneira ou outra, responsável perante o outro (p. 51).

Segundo Brousseau (1986), o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor assemelham-se a um contrato, pois se tornam um sistema de obrigações recíprocas entre as partes, relacionado a um conhecimento. Brousseau (1986) argumenta que:

> “Saber matemática” não é apenas saber definições e teoremas, a fim de reconhecer as ocasiões em que eles podem ser utilizados e aplicados; sabemos perfeitamente que fazer matemática implica resolver problemas. [...] resolver problemas é apenas uma parte do trabalho; encontrar boas questões é tão importante como encontrar boas soluções para elas. Uma boa reprodução pelo aluno de uma atividade científica exige que ele aja, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos, teorias, os troques com outros, reconheça aqueles que são conforme a cultura e retire desta, aqueles que lhe são úteis (p.38).

Cabe ao professor, então, propor atividades de forma que os conhecimentos apareçam como soluções possíveis de serem descobertas pelos alunos, possibilitando, assim, verificar se houve aprendizagem ou não.

De acordo com Silva (2002), a prática pedagógica mais comum em matemática parece ser ainda aquela em que o professor cumpre o seu contrato dando aula expositiva, na qual a parte do contrato específica do professor é propor problemas de um referido conteúdo já explicado ou definido, nos quais o enunciado contenha dados necessários que permitam encontrar a solução. Caso não encontre, o professor deve conduzir o aluno ao algoritmo que solucione o problema. Essas atitudes são denominadas por Brousseau (1986) de efeito Topázio[8] e, dessa forma, esvazia o significado e o sentido do conhecimento almejado. Segundo esse autor, “o sentido de um conhecimento provém, em grande parte, do fato do aluno adquiri-lo adaptando-se às situações didáticas que lhe são propostas (devolvidas)” (p.66).

Nesse sentido, Brousseau (1986) salienta que quanto mais o professor revela o que deseja e mais precisamente diz ao aluno aquilo que ele deve fazer, mais priva o aluno das condições necessárias à compreensão e à aprendizagem do conceito visado. Por outro lado, se o aluno aceitar que o professor lhe ensine os resultados que ele deve produzir como respostas, sem ter ele mesmo feito as escolhas que caracterizam o ‘saber’, não irá aprender matemática dessa forma, não se apropriando, assim, dos conhecimentos.

---

[8] O professor acaba por se encarregar do essencial do trabalho e se os conhecimentos visados desaparecem diante das atitudes do professor, estamos perante o Efeito Topázio segundo Brousseau (1986).

Para Silva (2002), grande parte das dificuldades dos alunos é causada pelos efeitos do contrato mal-colocado ou mal-entendido, que pode estabelecer um acordo entre professor e aluno: “o professor limita sua exigência à imagem que fez da capacidade do aluno e este, por sua vez, limita seu trabalho à imagem de si próprio que o professor lhe refletiu” (p.54).

Silva (2002) ressalta, ainda, algumas regras vigentes que foram destacadas por Chevallard (1988) em seu trabalho. Essas são muitas vezes internalizadas pelos alunos e implicam na construção da aprendizagem dos mesmos. Destacam-se neste trabalho algumas delas:

- Sempre há uma resposta, conhecida pelo professor e que deve ser apresentada na correção do problema.
- Para resolver um problema de matemática é preciso encontrar os dados no seu enunciado.
- Em matemática, resolve-se um problema efetuando-se operações, bastando encontrar a operação apropriada. No enunciado há palavras-chaves que auxiliam a escolha dessa operação.

O contrato didático deve ser estabelecido em função da aprendizagem dos alunos. Em cada etapa da construção do conhecimento deve haver uma renegociação. Se o contrato didático for mal interpretado pelo professor ou pelo aluno, poderá levar ao fracasso escolar, ao invés de uma aprendizagem que tenha sentido e significado.

Espera-se, nesta pesquisa, uma ruptura do contrato didático no sentido descrito (regras vigentes destacadas por Chevallard) para, com isso, verificar se os alunos constroem os conceitos de área e perímetro. As atividades serão propostas de forma que eles não identificarão, pelo menos a princípio, os conteúdos específicos que estarão estudando, diferentemente de uma aula expositiva utilizando o livro didático, na qual os alunos tendem a resolver as atividades seguindo alguns passos ou fórmulas apresentadas pelo professor ou pelo livro. A resposta das atividades não será fornecida aos alunos. Eles deverão obtê-las no desenvolvimento das atividades, bem como construir o conhecimento por meio das mesmas e pela interação com o software utilizado no desenvolvimento da seqüência didática. Além disso, o aluno terá um papel ativo no processo de aprendizagem, ou seja, será deixado de lado o tipo de aula em que o professor explica e o aluno escuta e copia.

Nesta pesquisa também será respeitado o ritmo individual do aluno, fato que muitas vezes não ocorre na mídia usual (lápis-e-papel). Outros dois aspectos, que possivelmente estarão implícitos na ruptura do contrato didático desta pesquisa, serão o fato de os alunos não conhecerem a postura da pesquisadora, enquanto professora, e também o fato de eles nunca terem tido aulas de matemática utilizando a informática, pois nesse caso a mudança de contrato é grande diante da mudança de ambiente de aprendizagem.

A forma como o professor propõe atividades de ensino aos alunos também está relacionada ao contrato didático e, como já foi mencionado anteriormente, são vários componentes que permeiam as estruturas da situação didática. Assim, outro aspecto fundamental que será considerado nessa pesquisa é a "situação a-didática", que se refere às atividades propostas.

Na situação a-didática não aparece a intenção de ensinar, mas essa continua específica do saber. Ela é caracterizada por Brousseau (1986) da seguinte maneira:

- professor escolhe problemas de forma que o aluno possa aceitá-los e, ainda, que os leve a agir, falar, refletir e evoluir por si próprio.
- professor não deve intervir como aquele que é proponente dos conhecimentos que pretende que o aluno construa.
- problema deve ser escolhido para levar o aluno a adquirir um conhecimento justificado pela lógica interna da situação.

Dessa forma, o aluno terá construído efetivamente o conhecimento se for capaz de aplicá-lo, por si próprio, às diferentes situações com as quais se depara fora do contexto escolar e na ausência de qualquer indicação intencional.

Esse processo de ensino e aprendizagem ocorre por meio da *devolução* de um problema ao aluno. A *devolução,* segundo Freitas (2002), é o ato pelo qual o professor propõe atividades de forma que o aluno tome o problema como seu e aceite o desafio de resolvê-lo, ou seja, aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem. Se o aluno aceita esse desafio intelectual da necessidade da resolução do problema, inicia-se, assim, o processo de aprendizagem.

Brousseau (1986) salienta que "é por meio da devolução que o professor coloca o aluno em situação a-didática" e, além disso, exemplifica a devolução de uma situação a-didática por meio de cinco etapas, definindo as suas diferentes componentes.

Primeira etapa*: abordagem puramente lúdica*. Os alunos não compreendem nessa etapa que existem resultados desejados.

Segunda etapa*: devolução de uma preferência*. Os alunos percebem que existem resultados esperados, mas referem-se a esses como se fossem por acaso.

Terceira etapa*: devolução de uma responsabilidade e de uma causalidade*. Para se responsabilizar pelos fatos ocorridos, os alunos precisam compreender que existem várias possibilidades para os resultados, e que existe uma relação entre as decisões que tomou e o resultado que conseguiu. No final da resolução, os alunos ainda podem perceber que poderiam ter utilizado outros procedimentos.

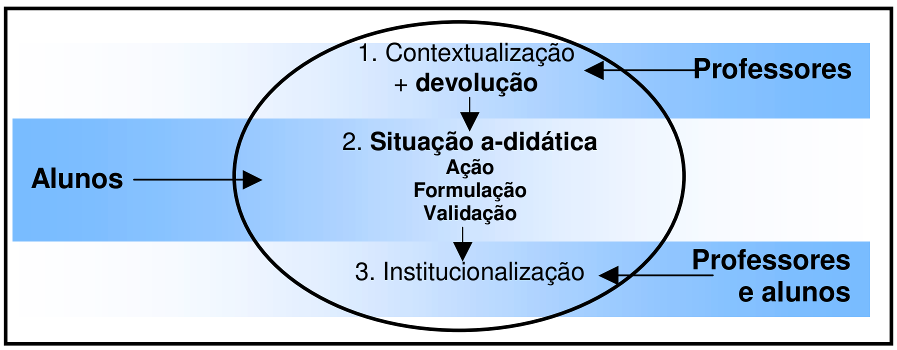
Quarta etapa*: devolução da antecipação*. Nessa etapa, a relação entre a decisão e o resultado deve ser considerada *antes* da decisão, ou seja, o aluno encarrega-se das antecipações que excluem qualquer intervenção oculta. É nessa etapa que eles formulam as hipóteses.

Quinta etapa*: devolução da situação a-didática*. O aluno tem que reconhecer o que aprendeu e reproduzir esse conhecimento várias vezes em circunstâncias variadas. Ele deve estar consciente desta capacidade de reprodução e ter conhecimento, pelo menos, intuitivo das condições que lhe permitem ter boas possibilidades de êxito. Nessa etapa, o que o aluno aprendeu não é descrito como procedimentos "fixos". Assim, a devolução não diz respeito ao objeto do ensino, mas às situações que o caracterizam.

Brousseau (1986) desenvolve as fases das situações a-didáticas, com a finalidade de analisar o processo de aprendizagem da matemática, que são: situação de *ação*, de f*ormulação* e de *validação*, as quais são de responsabilidade do aluno. Segundo Artigue (1988), a necessidade de dar um estatuto cultural ao conhecimento em jogo fez com que fosse introduzida a situação de i*nstitucionalização* que, juntamente com a *devolução,* é considerada uma das principais atividades do professor numa situação de ensino.

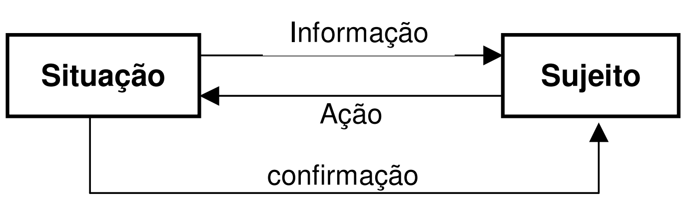
Na didática da matemática, segundo Brousseau (1986), "[...] o ensino é a devolução ao aluno de uma situação a-didática e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação". (p.51). O que estimula o processo ensino e aprendizagem da matemática é a resolução de problemas, segundo a *teoria de situações didáticas.* Ao professor cabe propor problemas por meio da *devolução* e fazer a *institucionalização* do "saber". O trabalho pedagógico tem início com a escolha de problemas adequados, sendo essa uma tarefa do professor. Além disso, após a "experimentação", na qual o aluno elabora o conhecimento de forma ampla, cabe ao professor, com a participação ativa do aluno, fazer a institucionalização, ou seja, atribuir um estatuto cultural a esse conhecimento.

O esquema abaixo representa as diferentes fases de uma situação didática, conforme a *teoria das situações didáticas* de Brousseau, no qual se destacam os diferentes papéis do professor e do aluno.



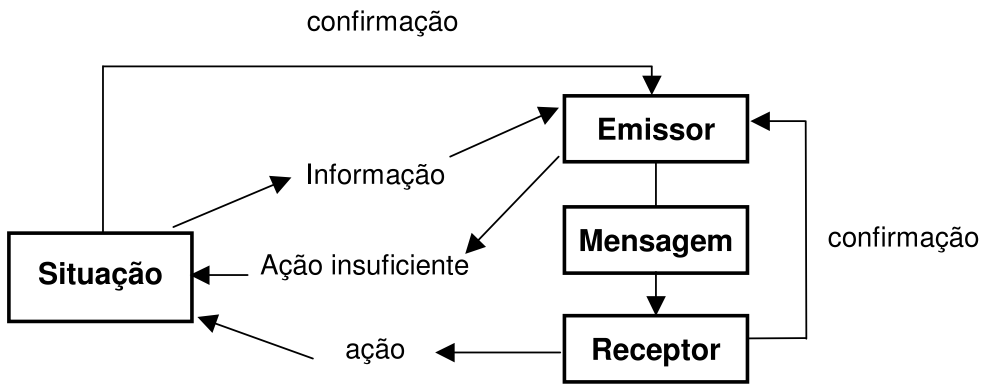
O desenrolar da situação didática
Fonte: Gravina (2001)

Situação de ação: Na situação de ação, é proposto ao aluno problema com algumas condições, em que a solução é obtida mediante um conhecimento a ser ensinado, provocando uma aprendizagem por adaptação. Em uma situação de ação, o aluno fornece a solução, mas não necessariamente faz formulações, provas, ou sistematizações. Nessa situação, o professor não faz intervenções. As informações são devolvidas pela situação e devem ser percebidas pelo aluno, o qual devolve também informações sobre as conseqüências da ação. O aluno manifesta suas escolhas e decisões sobre a influência do meio, e é produzido um "*diálogo*" entre o aluno e a situação conforme o esquema abaixo.



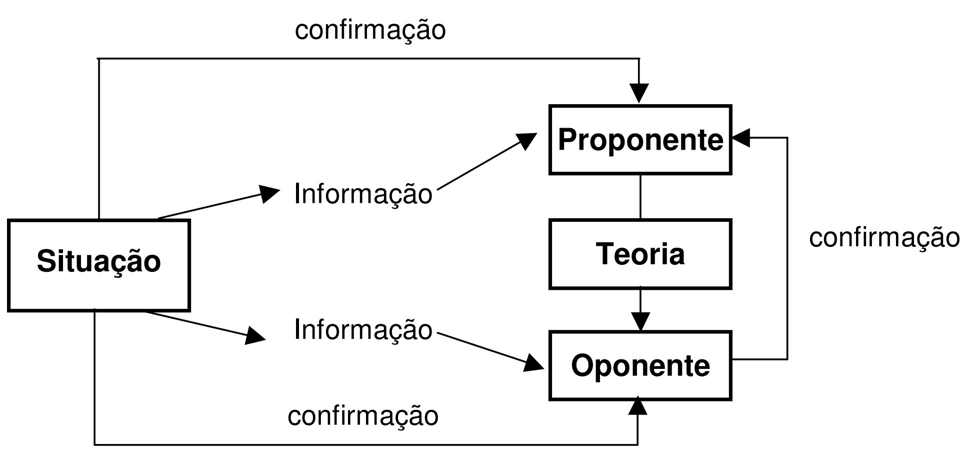
O desenrolar da situação de ação
Fonte: Brousseau (1986)

Situação de formulação: Situação em que o aluno troca informações com uma ou várias pessoas e comunica as estratégias e os procedimentos utilizados na resolução do problema. Essa comunicação feita em linguagem matemática pode ser escrita ou oral.



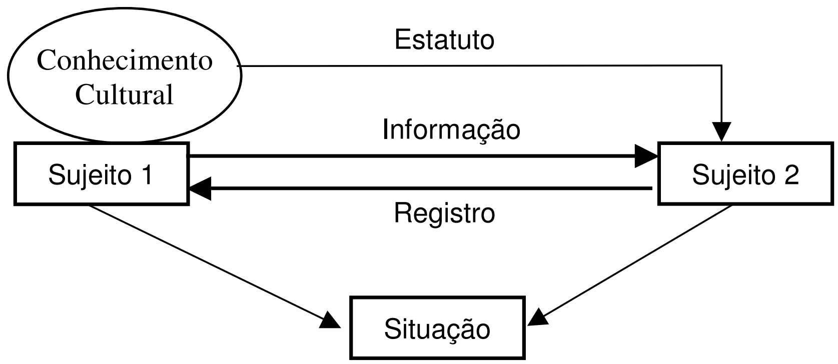
O desenrolar da situação de formulação
Fonte: Brousseau (1986)

Situação de validação: É a fase em que o aluno deve demonstrar porque o modelo criado por ele é válido. Para construir uma demonstração de modo que essa tenha sentido para o aluno, é necessário que ele convença outra pessoa, verificando e validando, assim, as afirmações feitas nas situações de ação e formulação.



O desenrolar da situação de validação
Fonte: Brousseau (1986)

<u>Situação de Institucionalização</u>: Na institucionalização, o professor define as relações que os comportamentos ou as produções “livres”, como atividades, linguagens e conhecimento expressados por proposições do aluno, podem ter com o saber cultural ou científico e com o projeto didático. Segundo Freitas (2002), cabe ao professor organizar uma síntese do conhecimento com a finalidade de levá-lo a um *status* de um saber que não dependa mais dos aspectos subjetivos e particulares, conferindo-lhe um tipo de validade cultural.



O desenrolar da situação de institucionalização
Fonte: Brousseau (1986)

Outro componente da estrutura teórica da *teoria das situações didáticas* que também é considerado nesta pesquisa é a transformação dos saberes em saber a ser ensinado, denominada de *transposição didática.* Aborda-se a seguir esse componente, uma vez que a forma como a matemática chega aos nossos alunos influenciam fortemente a construção do conhecimento.

2.1.1 Saber e Conhecimento

Conne (1992) argumenta que o termo “*transposição didática”,* desenvolvido por Yves Chevallard, é um caso especial da “*transposição do saber*”. Para esse autor, saber e transposição andam juntos, o que torna necessária uma distinção entre **saber** e **conhecimento** e ele faz essa distinção salientando que,

> Quando o sujeito reconhece o papel ativo de um conhecimento sobre a situação, para ele, o laço indutor da situação sobre este conhecimento torna-se irreversível, ele sabe. Um conhecimento assim identificado é um saber, é um conhecimento útil, utilizável, no sentido em que permite ao sujeito agir sobre a representação (p.221).

Ele ainda ressalta que, nas linguagens mais comuns, “o saber é oposto ao conhecimento, na medida em que é descontextualizado, despersonalizado, e mesmo sócio-culturalmente instituído”.(CONNE, p .222). Por outro lado, o conhecimento, segundo Pais (2002), sempre diz respeito ao contexto individual e subjetivo, revelando algum aspecto com o qual o sujeito tem uma experiência direta e pessoal.

No contexto do ensino da matemática, Brousseau (1986) citado por Pais (2002) e por Conne (1992), faz também essa distinção entre conhecimento e saber, evidenciando o aspecto da utilidade, o qual analisa segundo as situações didáticas envolvidas em cada caso. Nessa análise, o saber aparece associado à institucionalização do conhecimento, enquanto o conhecimento aparece vinculado ao aspecto experimental, isto é, na ação. Para Brousseau (1986), um saber é um conhecimento institucionalizado. Conne (1992) salienta também que “o estudo do conhecimento procede de uma transposição de saber” (p. 221).

O saber científico, isto é, aquele saber puro, produzido pelo matemático, para tornar-se um saber a ser ensinado, passa por transformações até ser o objeto de ensino. Toda “*noosfera*”[9] participa dessa transformação, ou seja, professores, autores de livros didáticos, elaboradores de currículo, políticos etc. Com essas transformações, muitas vezes é apagada a história desses saberes, a sucessão das dificuldades e das questões que provocaram o aparecimento de conceitos fundamentais, bem como a sua utilização para a colocação de novos problemas, a colocação de técnicas e de questões resultantes dos progressos, a rejeição de determinados pontos de vista, considerados falsos ou inadequados. O verdadeiro funcionamento da ciência é ocultado, pois é impossível comunicar fielmente seus passos. Assim sendo, são feitas as diversas transformações, com a finalidade de tornar o seu ensino mais “fácil” e com isso acaba-se isolando variáveis que deram o sentido, a motivação e a sua utilização, transpondo-as para o contexto escolar, dando-se assim a *transposição didática* segundo Brousseau (1986).

Chevallard (1991) define transposição didática como

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os “objeto de ensino”. O “trabalho”, que de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (apud PAIS, 2002)

---

[9] Noosfera é o conjunto das fontes de influência que atuam na seleção dos conteúdos, que deverão compor os programas escolares e que determinam o funcionamento do processo didático.(Pais 2002).

Para analisar o processo da transposição didática, Brousseau (1986) situa esse processo em três etapas: o trabalho do matemático, o trabalho do professor e o trabalho do aluno.

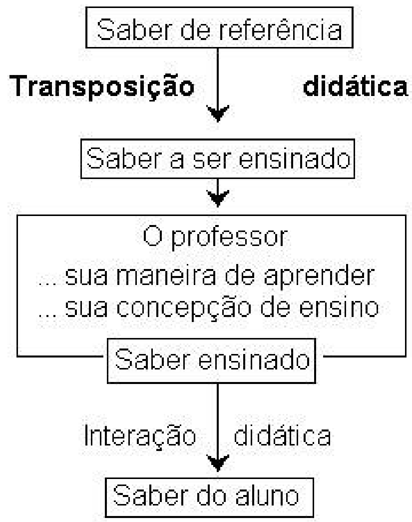
O trabalho do matemático: Sendo o matemático o “produtor” do saber, *ele despersonaliza, descontextualiza e destemporaliza o mais possível os seus resultados,* para que o leitor possa tomar consciência da validade desse saber, sem realizar ele próprio o caminho percorrido pelo matemático.

O trabalho do professor: O trabalho do professor é o inverso do trabalho do matemático, pois é papel daquele produzir uma recontextualização do saber, para que esse se transforme no conhecimento do aluno, de forma que tenha algum sentido.

O trabalho do aluno: O aluno deve receber esse mesmo saber, mas de forma adaptada, ou seja, depois que o professor fez a recontextualização desse saber. Ele tem então *que redescontextualizar e redespersonalizar* o saber, e tem de fazê-lo de maneira a identificar sua produção com o saber em curso na comunidade cientifica universal e cultural da sua época.

Qualquer comunicação de um saber precisa ser transformada em função da comunidade alvo dessa comunicação, segundo Bellemain (2000). Para ele, a transformação didática estuda esse processo de aprendizagem e, portanto, “*investiga a transformação de saberes de referência para produzir saberes a ensinar”.* (p.199). Esse autor, ainda, argumenta que a transposição didática deve adaptar-se a exigências próprias de aprendizagem, isto é, adaptar-se às condições materiais de ensino e hipóteses de aprendizagem.

A figura representa o esquema da “transposição didática” proposto por Balacheff (1991).



Esquema da transposição didática
Fonte: Balacheff (1991)

Conforme o esquema da *transposição didática,* o professor não tem, na maioria das vezes, acesso ao saber científico. Grande parte da transposição didática fica por conta dos autores de livros didáticos e também dos elaboradores de currículo. Entretanto o professor participa efetivamente dessa transposição didática no momento de reorganizar os conhecimentos para poder ensiná-los. Brousseau (1986) ressalta que o professor faz isso de acordo com a epistemologia que sustenta toda sua prática pedagógica, iniciando, assim, um processo de modificação dos conhecimentos que altera sua organização, a sua importância relativa, a sua apresentação e a sua origem.

Pais (2002) argumenta que no interior da prática pedagógica do professor existe um conjunto de crenças, que acabam enrijecidas pelo tempo e podem determinar um olhar puramente pessoal sobre a ciência ensinada e as conseqüências dessa postura podem tornar o objeto de ensino inexpressivo para os alunos.

Do ponto de vista social, o processo de transposição didática integra-se também às exigências da sociedade sobre a escola e sobre o papel dela como formadora de indivíduos nas estruturas sócio-econômicas, salienta Bellemain (2000). Atualmente tem-se necessidade de uma formação mais geral do indivíduo, na qual ele tenha conhecimentos suficientes que permitam uma compreensão e uma capacidade de adaptação às rápidas mudanças que ocorrem na sociedade.

Entre os fatores, que podem influenciar a determinação do saber a ensinar, estão os resultados de pesquisas sobre aprendizagem, mas, para integrar esses resultados, exige-se uma reformulação de grande parte do sistema de ensino. Entre vários aspectos, implicaria inclusive na formação continuada do professor. Sabe-se que as condições atuais de ensino, em grande parte das escolas públicas do Ensino Fundamental e Médio, favorecem o ensino tradicional, inclusive pela própria formação do professor, que em muitos casos também foi formado por um ensino tradicional, formando-se um círculo vicioso que dificulta a introdução de algumas mudanças. Para Bellemain,

> Uma transposição didática integrando as reflexões sobre aprendizagem, além de determinar novos conteúdos e novas formas de ensinar esses conteúdos, deve considerar a questão da preparação dos professores para as novas formas de ensino (2000, p.200).

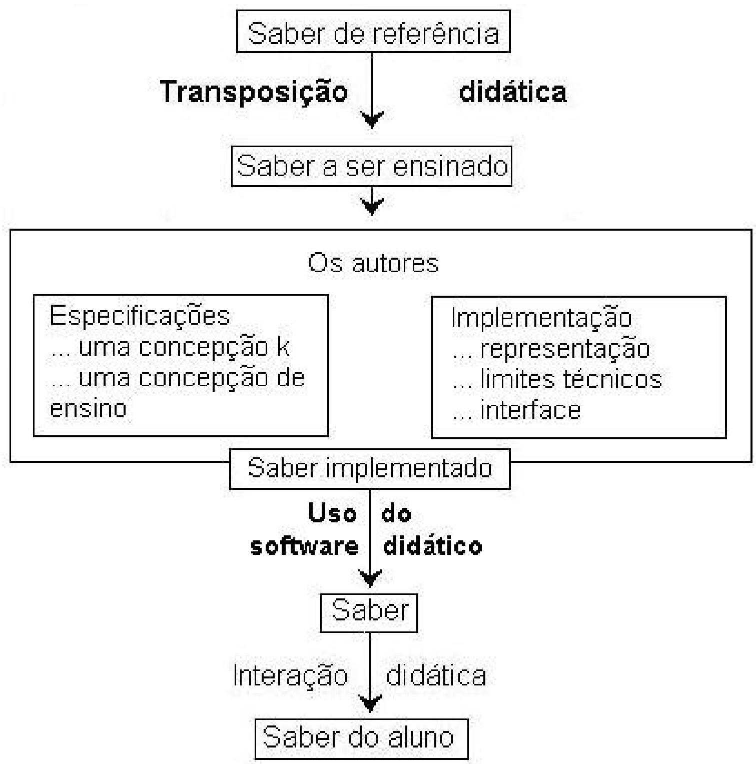
Outro fator, que tem influenciado e que tende a influenciar cada vez mais na transposição didática, são os recursos tecnológicos da informática. Pesquisas apontam para grandes mudanças na forma de ensinar, bem como na reestruturação e reorganização dos conteúdos. Portanto, a transposição didática, está sendo adaptada e estendida também para a introdução e dimensão da informática, originando com isso o conceito de *transposição informática,* aspecto que também é considerado nesta pesquisa.

Muitos pesquisadores e profissionais, das várias áreas envolvidas na criação de tecnologias informáticas para o ensino aprendizagem, têm mostrado que é necessária uma interação entre educação, didática, psicologia cognitiva, ciência da computação e outras áreas. Para o desenvolvimento de software específicos para a construção de conhecimentos, é imprescindível que sejam compartilhados e integrados os diferentes métodos e conceitos dessas áreas mencionadas, ressalta Bellemain (2000).

Se a transposição didática analisa os fenômenos de transformação do “saber” em “saber a ensinar”, logo essas considerações e preocupações devem estar presentes também na produção de softwares educativos, assim como na integração das novas tecnologias da informática no ensino. O computador por si só, segundo Bellemain (2000), já participa dessa transformação.

O conceito de transposição informática foi introduzido por Balacheff (1991), com a finalidade de caracterizar as transposições do saber a ensinar com sua mediatização por meio do computador. O termo é considerado um complemento da transposição didática que integra a dimensão informática ao saber a ser ensinado.

A figura mostra um esquema de transposição informática proposta por Balacheff (1991)



Esquema da transposição informática
Fonte: Balacheff (1991)

O computador está presente em quase todos os níveis profissionais e tende estar ainda mais. Com isso, a informática na determinação do saber a ensinar passa a ter uma forte dimensão social. Portanto, a escola deve usá-lo no processo ensino aprendizagem prevendo e adaptando suas atividades de ensino.

Ao usar a informática em situações de aprendizagem, seja por meio de software, internet ou outros meios, os alunos passam a ter acesso a muito mais informações e saberes em menos tempo do que por meio de livros didáticos ou aulas expositivas, por exemplo, fator bastante relevante para uma sociedade que aumenta a quantidade de informações em pouco tempo.

Com a introdução da informática na transposição didática, é necessário repensar as estruturas de ensino, os tipos de atividades desenvolvidas para os alunos, os diversos conteúdos e também o papel do professor. Bellemain (2000) argumenta que, com o uso das novas tecnologias da informática, ocorre uma aproximação do tempo de aprendizagem com o tempo de ensino, uma vez que o computador se encarrega de algumas tarefas, como, por exemplo, os cálculos e as representações gráficas, permitindo organizar maior número de atividades conceituais, ao contrário de uma aula expositiva. Para ele, nesse tipo de aula, existe uma certa distância entre o tempo de ensino e o tempo de aprendizagem. A situação descrita implica na formação continuada do professor, pois atualmente grande parte deles não tem instrução e conhecimentos suficientes para utilizar o computador como recurso pedagógico.

Considera-se, neste estudo, a importância das diferentes representações gráficas dos objetos que a informática possibilita e que auxiliam fortemente a construção dos conceitos. Sabe-se que na mídia usual (lápis-e-papel) quase sempre um objeto (uma figura) é representado graficamente apenas em uma posição, o que pode criar um conceito imagem e limitar a percepção do aluno. Vinner e Hershkowitz (1980) ressaltam que,

> [...] em pensamento, as pessoas não usam definições e conceitos, mas sim conceitos imagens, combinações de todas as figuras mentais e propriedades que podem ser associadas a um conceito, é o que se denomina de conceito imagem. (Apud CLEMENTES & BATTISTA, 1992)

Nesta pesquisa, trabalha-se com o software Cabri-Géomètre II, para a construção do conceito de área e perímetro por meio de uma seqüência didática. As atividades estão ligadas à resolução de problemas e com base na teoria de situações didáticas. As atividades foram planejadas de forma a possibilitar aos alunos situação de ação, de formulação e de validação, as quais visaram à aprendizagem dos mesmos. Essa seqüência proporcionou a passagem de uma mídia para a outra, ou seja, os conhecimentos construídos com a utilização do computador serão utilizados na mídia lápis-e-papel e vice-versa.

CAPÍTULO III

3 METODOLOGIA

Este estudo tem uma abordagem qualitativa, uma vez que o interesse é verificar aspectos do processo ensino e aprendizagem referentes à construção dos conceitos de “área e perímetro”, desenvolvidos por meio de uma seqüência didática utilizando os recursos do ambiente de geometria dinâmica. Para nortear essa pesquisa, escolheu-se a metodologia da Engenharia Didática, fundamenta em Artigue (1988).

3.1 ENGENHARIA DIDÁTICA

Segundo Artigue (1988) a Engenharia Didática emergiu em didática da matemática na escola francesa, na década de 80, com o objetivo de etiquetar uma forma de trabalho didático. A Engenharia Didática tem uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos da pesquisa, contempla tanto a dimensão teórica, quanto a dimensão experimental. Interliga investigação (plano teórico) e ação (experimental) da prática educativa e essa é uma das vantagens em conduzir a pesquisa por essa metodologia.

Artigue argumenta que nessa forma de trabalho, o papel do professor é

> [...] comparável ao do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia nos conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle cientifico, mas ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas que a ciência não quer ou não é capaz de se encarregar. (1988, p.193).

Além disso, na realização deste projeto está envolvida a concepção, o planejamento e a execução do mesmo. O trabalho do professor, ao elaborar ou escolher uma seqüência didática, deve levar em conta, de forma associada, o domínio do conhecimento, o conhecimento prévio do aluno, o papel do professor e dos seus alunos. A elaboração de uma seqüência didática deve ocorrer num processo interativo no qual o objetivo é a elaboração de um grupo de decisões para que os processos tenham significados e as estratégias sejam mais efetivas. Numa seqüência didática, levam-se também em consideração as respostas dos alunos e as condições às quais eles estão submetidos.

A Engenharia Didática, segundo Artigue “se caracteriza por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, ou seja, na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino” (1988, p.196). Assim, viabiliza possibilidades de esclarecer aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem de matemática.

Uma diferença entre pesquisas que se apóiam na Engenharia Didática e outros tipos de pesquisas, baseadas também na experimentação em situações de ensino-aprendizagem, é o modelo de validação que lhe é associado. Na Engenharia Didática, a validação é feita no confronto entre a análise *a priori*, que se apóia no quadro teórico e a análise *a posteriori,* sendo considerada uma validação interna.

O processo experimental da metodologia da Engenharia Didática é composto por quatro fases:

1ª fase: de análises prévias;

2ª fase: de concepção e da análise *a priori*;

3ª fase: de experimentação;

4ª fase: de análise *a posteriori* e validação.

<u>As Análises prévias</u>

É a fase em que se estudam as possíveis causas do problema de pesquisa, bem como as formas pelas quais se poderá tratar esse problema. Procura-se determinar as condições de existência de um funcionamento mais satisfatório para esse ponto do sistema didático, objeto da pesquisa, onde foi constatado resultado pouco satisfatório. Essa fase apóia-se num quadro teórico geral, em conhecimentos didáticos já adquiridos anteriormente e em outras análises preliminares, que segundo Artigue (1988), na maioria das vezes são:

- a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
- a análise do ensino habitual e dos seus efeitos;
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução;
- a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efetiva;
- e, naturalmente, levando em consideração os objetivos específicos da investigação. (p.198)

As componentes preliminares a serem investigadas dependem dos objetivos do estudo, é ele que vai definir qual dessas componentes deverão ser levada em consideração na pesquisa e com qual profundidade.

Artigue (1998) salienta que um estudo das condições de viabilidade da pesquisa e o quadro didático teórico constituem um apoio que o pesquisador utiliza a maneira do engenheiro. Portanto, essa fase do estudo não será colocada em primeiro plano pelo pesquisador, mas sim aquilo que pensa ter constituído a sua obra de investigador que ocorre na fase da concepção e análise *a priori*.

Concepção e Análise *a Priori*

Esta é a etapa fundamental da pesquisa. Considerando as análises preliminares, nesta fase o pesquisador, toma a decisão de agir sobre as variáveis que supõe serem pertinentes ao problema em estudo e, também, sobre as variáveis que podem apontar encaminhamento ou solução para o problema de pesquisa. Essas variáveis serão articuladas e analisadas no transcrever da seqüência didática.

Esta análise indica também de que forma as atividades que compõem a seqüência didática propiciarão a aprendizagem desejada, além de fornecer os critérios essenciais para a observação dos alunos no decorrer da seqüência didática. Segundo Artigue (1988), "o objetivo da análise *a priori* é, pois, determinar de que forma as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos" (p. 205).

Essa fase tem aspecto descritivo e preditivo e está centrada nas características de uma situação a-didática, que se tem a pretensão de criar e desenvolver com os alunos. Portanto, é nessa fase da engenharia didática que se faz a previsão das ações e dos comportamentos dos alunos que poderão acontecer durante a aplicação da seqüência didática. Portanto é nesta fase que se elaboram as atividades que constituem a seqüência didática, é nela que ocorre a efetivação da obra do investigador e também que se realiza a análise *a priori* das atividades, seus objetivos, seus aspectos matemáticos e didáticos.

A seqüência didática é centrada no aluno, pois ele é o agente principal de sua aprendizagem. Quanto ao professor, seu papel é propor atividade por meio da *devolução*, de fazer a *institucionalização* e sua presença está também no contrato didático que permeia o desenvolvimento da seqüência didática.

Experimentação

É nesta fase que a seqüência didática se caracteriza por esquema experimental no ambiente da pesquisa, para com isso utilizar outros recursos.

Na realização das sessões de ensino e aprendizagem, segundo a Engenharia Didática, observam-se as atitudes e também as produções dos alunos participantes da pesquisa. Colhem-se os dados, por meio de relatório de atividades, gravações em áudio ou vídeo, anotações do pesquisador e outros recursos. Esses dados, serão completados com outros obtidos por meio de metodologias externas que serão analisados *a posteriori*, tais como questionário e pré-teste realizados nas análises prévias.

Análise *a posteriori* e Validação

Nesta fase, analisa-se a produção dos alunos, as observações feitas em relação ao comportamento deles durante o desenvolvimento da seqüência didática e todos os dados colhidos no decorrer da experimentação. Consideram-se também, nesta fase, as expectativas enunciadas na análise a *priori.* Confrontam-se análise *a priori* e análise *a posteriori,* validando, ou não, a hipótese da pesquisa. Sendo essa uma das principais características da Engenharia Didática, a sua validação interna, diferenciando de outras metodologias que se dá na comparação dos desempenhos de grupo experimental ou do grupo controle.

Artigue (1988) faz algumas considerações em relação à validação das hipóteses: caso haja comportamentos diferentes dos enunciados na análise *a priori*, isto implica em reformulação e reestruturação da engenharia didática.

3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo foi realizado de acordo com as fases da Engenharia Didática. Nas análises prévias desta pesquisa, foi feito um estudo do sistema social de ensino, uma vez que é ele quem determina quais são os conhecimentos importantes para a formação do indivíduo. Para isso estudaram-se,os PCN de 5ª a 8ª séries de 1998 e a Proposta Curricular do Ensino Fundamental vigente no Estado do Paraná (1992). Analisaram-se também, alguns aspectos das concepções de alguns professores, levantados por meio de um questionário (Anexo I), uma vez que eles influenciam fortemente no saber a ser ensinado; assim como três coleções de livros didáticos de 5ª a 8ª série, adotados pelos colégios com maior número de alunos da cidade de Apucarana – PR, e os Anais do VI e do VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, realizados em São Leopoldo no Rio Grande do Sul em 1998 e no Rio de Janeiro em 2001, respectivamente.

Em seguida, foi feita uma sondagem, referente aos conceitos de “área e perímetro”, sobre os conhecimentos prévios dos alunos, por meio de uma avaliação que aqui se denomina de pré-teste (Anexo II). Esse pré-teste foi aplicado a 68 alunos do 1º ano do Ensino Médio que ingressaram no ano de 2003, do Colégio Estadual Luiz Izidoro Cerávalo da cidade de Apucarana – PR. Esses estudos estão detalhados no capítulo quatro deste trabalho.

3.2.1 A Seqüência Didática e as Questões de Estudo

Na análise a priori, segunda fase da Engenharia Didática, foram elaboradas as atividades que compõem a seqüência didática (Anexo III), realizando-se, também, a análise *a priori* dessas atividades, seus objetivos, seus aspectos matemáticos e didáticos, levando em consideração alguns aspectos levantados nas análises preliminares. Ainda, com base nos estudos realizados, levantaram-se as seguintes questões:

1. Uma seqüência didática utilizando software de geometria dinâmica pode contribuir na construção dos conceitos de “área e perímetro”?
2. Os alunos relacionam os conhecimentos de geometria construídos ao utilizar o Cabri-Géomètre II com a geometria da mídia lápis-e-papel?

Diante dessas questões e dos demais estudos, levantou-se também, a hipótese de que **um software de geometria dinâmica, mais especificamente o Cabri-Géomètre II, contribui para a construção dos conceitos de “área e perímetro”.**

A descrição dos objetivos, dos aspectos matemáticos e didáticos de cada atividade que compõem a seqüência didática, está detalhada no quinto capítulo deste trabalho.

3.2.2 Os Sujeitos da Pesquisa

Os participantes desta pesquisa foram alunos matriculados no 1º ano do Ensino Médio do colégio estadual já mencionado, na faixa etária de 15 e 17 anos. O critério de escolha dos alunos foi de acordo com os resultados do pré-teste. Inicialmente foram convidados os 11 alunos que não acertaram nenhuma questão do pré-teste e, em seguida, o convite se estendeu aos 10 que acertaram apenas uma questão. Como as atividades eram desenvolvidas em horário diferente do letivo, alguns alunos não puderam participar e a aluna que teve o melhor desempenho no pré-teste solicitou sua participação, o que foi aceito pela pesquisadora, formando-se assim o grupo de oito alunos participantes deste estudo.

3.2.3 Realização da Seqüência Didática

Foram organizadas, para a realização da seqüência didática, 7 sessões de duas horas cada uma, duas vezes por semana. Dois meses e meio após o desenvolvimento dessas 7 sessões, na realização da análise *a posteriori,* foi necessário retomar alguns pontos dos conceitos envolvidos na seqüência didática. Decidiu-se então, aplicar, ao mesmo grupo de alunos, mais duas atividades, ocorrendo, assim, a oitava sessão, totalizando 30 atividades.

Organização da Seqüência Didática

1ª Sessão: atividades 1, 2, 3 e 4;
2ª Sessão: atividades 5, 6, 7 e 8;
3ª Sessão: atividades 9, 10, 11 e 12;
4ª Sessão: atividades 13, 14, e 15;
5ª Sessão: atividades 16, 17, 18 e 19;
6ª Sessão: atividades 20, 21 e 22;
7ª Sessão: atividades 23, 24, 25, 26, 27 e 28.
8ª Sessão: atividades 29 e 30

Na sétima sessão, os alunos não utilizaram o software Cabri-Géomètre II e ela foi considerada como pós-teste.

A seqüência didática foi aplicada ao grupo de alunos do Colégio Estadual Izidoro Luiz Cerávolo da cidade de Apucarana – PR, fora do horário letivo dos mesmos. O trabalho foi realizado no laboratório de informática desse colégio, o qual disponibiliza quatorze computadores com o software Cabri-Géométre II, que foi utilizado como recurso para a realização das atividades da seqüência didática.

A escolha desse colégio se deu pela disponibilidade do laboratório e pelo fato de a pesquisadora não trabalhar nele, não existindo, assim, nenhum tipo de relacionamento anterior com os alunos envolvidos na pesquisa.

Considerando a ansiedade dos alunos em lidar com a máquina e a disponibilidade de computadores, cada aluno teve um computador a sua disposição, para o desenvolvimento das atividades, mas não foi impedido entre eles o diálogo relacionado às ferramentas do software e à geometria envolvida. Com a finalidade de proporcionar maior interação entre os alunos, as atividades na mídia lápis-e-papel foram em duplas. Conforme os alunos foram terminando as atividades no computador, foram formando os grupos.

Antes de iniciar as sessões, os alunos receberam o material preparado para realizar as atividades, as quais deveriam ser desenvolvidas com o uso do software Cabri-Géomètre II e algumas usando “lápis-e-papel”.

No final de cada sessão, os alunos faziam a comunicação referente aos procedimentos utilizados para a resolução das questões feitas na mídia usual (lápis-e-papel) e comentavam também as atividades feitas utilizando o Cabri II. A professora-pesquisadora, com a participação dos alunos, fez a institucionalização dos conteúdos envolvidos.

Foram feitas observações e anotações referentes aos acontecimentos que ocorreram no desenrolar da seqüência didática. As atividades foram propostas de forma a possibilitar uma participação ativa dos alunos, pois, nesta pesquisa, eles foram considerados os agentes principais da sua própria aprendizagem, diferentemente de uma aula expositiva utilizando o livro didático, na qual os alunos tendem a resolver as atividades seguindo alguns passos ou fórmulas apresentadas pelo professor ou pelo livro. As respostas das atividades não foram fornecidas aos alunos, eles deveriam obtê-las no seu desenvolvimento, bem como construir o conhecimento pela interação com as atividades e com o software. Nessa pesquisa também foi respeitado o ritmo individual do aluno, sendo esses alguns aspectos do contrato didático dessa experimentação.

Os dados que foram analisados na análise *a posteriori*, obtidos durante o desenvolvimento da seqüência didática, se encontram nos seguintes registros: disquetes 3 ½, anotações e registros escritos dos alunos nas fichas entregues no início da sessão, no pós-teste (atividades da 7ª sessão) e outras observações feitas pela pesquisadora.

A análise *a posteriori* e a validação compõem o capítulo seis deste trabalho.

CAPÍTULO IV

4 ANÁLISES PRELIMINARES

De acordo com o objetivo desta pesquisa, estuda-se nesse capítulo, como o saber matemático chega aos alunos, com ênfase na Geometria, enfocando de modo particular a Geometria Métrica por meio do conteúdo “área e perímetro”.

4.1 SISTEMA SOCIAL DE ENSINO

Para verificar como o saber matemático chega aos nossos alunos é preciso considerar o sistema social de ensino, pois é ele quem determina quais os conhecimentos relevantes para a formação do aluno e de que forma os conteúdos devem ser tratados. Fazem parte desse sistema o Ministério da Educação, a Proposta Curricular do Estado, os livros didáticos e o professor. Obviamente, outros fatores interferem nesse sistema, tais como: a administração, a formação do professor, o desenvolvimento tecnológico, os autores dos livros didáticos, os congressos etc. Segundo Pais (2002), o conjunto de fontes que influenciam na seleção dos conteúdos que deverão compor os programas escolares é chamado de noosfera. Essa noosfera não apenas determina os conteúdos a serem ensinados na escola, mas também exerce forte influência na estruturação dos valores, objetivos e métodos que conduzem o processo de ensino. As transformações, que um saber científico sofre com a influência de todos esses agentes, dão início ao processo que é denominado de *transposição didática*.

Neste trabalho, para verificar as indicações relativas ao saber matemático a ser ensinado, estudaram-se alguns elementos desse sistema social de ensino que serão apresentados a seguir.

4.1.1 Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN

As sugestões dos PCN indicam que cada objeto de ensino deve ser tratado por meio de situações-problema, buscando interligar os diferentes conteúdos matemáticos, e se possível com as demais disciplinas. Ressaltam também que se deve procurar partir do cotidiano do aluno, trazer elementos da história da matemática enfatizando com isso a matemática presente na vida em sociedade.

O conteúdo de geometria encontra-se distribuído em “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”, sendo que o último permite interligações dos números com a geometria.

O bloco “Espaço e Forma” destaca a importância da presença da geometria no currículo da matemática do Ensino Fundamental, pois, por meio dela, o aluno desenvolve um tipo de pensamento que contribui para a compreensão do mundo em que vive, e, com isso, permite descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele. Além disso, o trabalho com noções geométricas incentiva o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades. A exploração dos objetos do mundo físico, de obras de artes, pinturas, desenhos, esculturas e artesanatos na sala de aula, permite estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

Quanto ao bloco “Grandezas e Medidas”, destaca-se pela relevância social e pelo seu caráter prático e utilitário, desempenhando dessa forma, um papel de fundamental importância no currículo de matemática, visto que mostra ao aluno a utilidade desse conhecimento no cotidiano. Além disso, a exploração das noções de grandezas e medidas proporciona uma melhor compreensão dos conceitos relativos ao espaço e às formas.

4.1.2 Proposta Curricular do Estado do Paraná

Encontra-se, na Proposta Curricular do Estado do Paraná (1992) de 5ª a 8ª série, que a construção de um conceito matemático deve ser iniciado por meio de situações “reais”, possibilitando ao aluno tomar consciência de que já possui conhecimentos sobre esse assunto e, assim, a escola deverá promover o conhecimento já sistematizado.

Ressalta a importância do uso das “medidas” como elemento que interliga números e geometria. Por meio delas, o aluno deve ser levado a observar tamanhos, formas, a fazer classificações para sentir a necessidade de medir, estabelecendo comparações.

Na geometria, destaca-se a importância do aluno explorar o espaço para perceber a posição dos objetos nele situados. Devem ser propostas situações para que o aluno manipule objetos do seu dia-a-dia observando características como forma, semelhança e diferença, e, em seguida, trabalhar com prismas, pirâmides, cubos, etc.. Além disso, deve apresentar figuras que estimulem a percepção visual do objeto tridimensional representado em planos, diferenciando sólidos de planos. Ressalta, também, o uso de vários materiais didáticos. Quanto à introdução do trabalho com geometria, deve ser iniciado pela geometria do espaço e não pela reta, ponto ou plano.

4.1.3 Livros Didáticos

Foram examinadas três coleções de livros didáticos (5ª a 8ª série), os quais são utilizados nos colégios com maior número de alunos da cidade de Apucarana – PR. Primeiramente, verificou-se quais os conteúdos de geometria são propostos, como esses se apresentam e como a geometria está distribuída nos livros didáticos. Em seguida, analisou-se como é definido e trabalhado em cada série do Ensino Fundamental, segundo segmento, o conteúdo "Área e Perímetro". As Coleções examinadas são os seguintes:

Coleção A
"Matemática Hoje é Feita Assim"
Autor: Antonio José Lopes Bigode
Coleção B
"Matemática Pensar e Descobrir"
Autores: Giovanni & Giovanni Jr.
Coleção C
"Matemática"
Autores: Imenes & Lellis

4.1.3.1 Coleção A

Os volumes dessa coleção são distribuídos em capítulos e alguns desses são dedicados exclusivamente a Geometria e Medidas. A Geometria aparece também interligada com Números e Operações nos demais capítulos.

Os livros dessa coleção apresentam, na introdução dos itens de cada capítulo, alguns textos informais, que segundo o autor são para despertar o gosto pela leitura e que servem de instrumento motivador para a introdução do conceito. Apresentam, também, o item “Voltando ao assunto...” momento em que é proposta alguma atividade, dinâmica ou alguma definição em forma de história em quadrinhos, em que se reforça o entendimento do conceito; o item “Retomando”, que são atividades para aplicação dos conceitos e “A Revistinha”, que traz em geral textos históricos, curiosidades, situações de desafios, atividades para construções etc.

Os capítulos de geometria dessa coleção trazem em várias situações um enfoque histórico. São bastante ilustrados, com fotos de situações reais e figuras geométricas, o que sugere a observação da geometria relacionada ao dia-a-dia. Apresenta sugestão para construção e uso de materiais que proporcionem um melhor entendimento do conceito por meio da manipulação e observação.

Os conceitos vão sendo introduzidos no decorrer do capítulo por meio de ilustrações, textos reflexivos, de atividades, de experiências, de quebra-cabeças, de exemplos, de narração com personagens, proporcionando, assim, o desenvolvimento do pensamento geométrico e da visualização. As definições são sempre depois de situações que oportunizam ao aluno a construção do conceito.

Parte das atividades são com respostas em aberto, para desenhar, para construir, para recortar, para medir utilizando vários instrumentos (padronizados ou não), para fazer comparações, para calcular etc. Grande parte das atividades apresenta figuras relacionadas à situação. As que não apresentam, proporcionam ao aluno condições de interpretar e representar a situação por meio de um desenho.

Volume da 5ª Série

O primeiro volume da coleção é destinado à 5ª série, contendo 14 capítulos. Desses, 4 são dedicados ao estudo da geometria. A geometria aparece também em situações dos outros capítulos, mas com maior ênfase no capítulo dos “Números quadrados, triangulares e outras seqüências” e no capítulo das “frações”. A introdução deste último é feita por meio do tangram. Para iniciar o capítulo dos “Números primos”, utiliza uma atividade de natureza geométrica relacionada ao cálculo de área, utilizando ladrilhos para compor retângulos.

Área e Perímetro

Inicialmente trabalha o conceito de perímetro, em seguida trabalha o conceito de área e propõe uma atividade com palitos que oportuniza diferenciar área de perímetro.

O conceito de perímetro é introduzido com figuras que representam sítios, hortas jardins, situações que precisam ser cercadas. Sugere a medição do contorno e aí define perímetro como *a medida do contorno de uma figura.*

Para desenvolver o conceito de área, compara dimensão de terrenos, pisos a serem cobertos por carpetes ou lajotas e define *área como a medida de uma superfície.* Apresenta e sugere atividades para utilizar diferentes tipos de unidades, em malhas quadriculadas, sendo algumas com respostas em aberto e em muitas não apresenta a figura para que o aluno construa a partir da interpretação.

Quadro I – Conteúdo de Geometria do livro de 5ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Geometria do Espaço	✓ Os tipos de formas – observação da bi e da tridimensionalidade e aplicabilidade; ✓ Observação, manipulação e visualização – das formas – criadas pelo homem (embalagens) e da própria natureza; ✓ Sólidos geométricos – paralelepípedo, prismas, cubos, pirâmides – Regularidades, contagem dos elementos dos prismas e das pirâmides; corpos que rolam, planificações e algumas construções.
Polígonos	✓ Identificação dos polígonos; ✓ Elementos e os nomes dos polígonos; ✓ Construção e o uso do geoplano.
Compondo e decompondo figuras	✓ Recortes – de quadrados, triângulos de quadrados; ✓ Decomposição de retângulos – Classificação de quadrados e retângulos; ✓ Os triângulos – classificação; ✓ Construção do tangram e atividades.

Os sistemas de medida	✓ Criação de padrões de medidas-unidades equivalentes; ✓ O sistema métrico decimal – unidades mais usadas; ✓ Os diversos instrumentos de medidas; ✓ Perímetro de figuras planas; ✓ Cálculo de áreas –dos triângulos, do quadrado; ✓ Superfície disforme, malhas quadriculadas, aproximação e estimativa.

Volume da 6ª Série

O volume destinado à 6ª série contém 13 capítulos, dos quais, 4 dedicados ao estudo da geometria. A geometria aparece, ainda, nos demais capítulos, como, por exemplo, interpretação geométrica de médias aritméticas, operações com frações, números inteiros (reta numérica) e razões constantes.

Área e Perímetro

Os conteúdos de "área e perímetro" não são trabalhados especificamente nesse volume, ou seja, não se tem nesse volume um capítulo ou sub-item que trata exclusivamente de "área e perímetro". Esses conceitos aparecem em algumas atividades, como no caso dos capítulos de radiciação que apresenta a área de uma região quadrada e pede para calcular a medida do seu lado; no capítulo sobre proporcionalidade, trabalhando densidade demográfica; e no de geometria e proporcionalidade, no trabalho desenvolvido com escalas utilizando planta de casas.

Quadro II – Conteúdo de Geometria do livro de 6ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Ângulos	✓ Ângulos –uso do tangram e classificação; ✓ Medidas dos ângulos – uso do transferidor, construção de transferidor de papelão e subdivisão do ângulo; ✓ Construção de ângulos por dobraduras e por esquadros; ✓ Ângulos relacionados a giro, inclinação e orientação.
Polígonos, ângulos, ladrilhos e pavimentos	✓ Atividades sobre mosaicos e ladrilhamentos perfeitos ou não – identificação de polígonos regulares e irregulares;

	✓ Ângulos dos polígonos; ✓ Soma de ângulos.
Representações gráficas	✓ Interpretações de mapas, de coordenadas geográficas, de outras situações de localização; ✓ Coordenadas cartesianas; ✓ Tabelas e gráficos.
Geometria e proporcionalidade	✓ Ampliando e reduzindo figuras no papel quadriculado; ✓ Escalas e maquetes; ✓ Semelhanças e proporção – Retângulos proporcionais e triângulos semelhantes.

Volume da 7ª Série

O volume destinado à 7ª série contém 14 capítulos, dos quais, 8 dedicados ao estudo da geometria. Nesse volume, a geometria aparece, ainda, com bastante freqüência nos demais capítulos e de forma integrada com a álgebra.

Área e Perímetro

Área e perímetro em alguns capítulos são trabalhados juntos, numa mesma figura ou situação. Esses conceitos aparecem ainda nos demais capítulos, como no caso do capítulo “Varia variável, varia”, onde é trabalhado o conceito de perímetro para contornar as figuras, formando quadrados contornados por palitos, fazendo variar o número de palitos e “variando a variável”. O conceito de área é trabalhado nos casos de produtos notáveis.

Com relação ao conceito de área, trabalha inicialmente somente com as dos quadriláteros e triângulos. Define as figuras, suas propriedades e deduz as fórmulas, por meio de quadriculados, de recortes, de desenhos, de decomposição e composição das figuras. Mostra a equivalência de áreas por meio das peças do tangram. Em seguida, trabalha também com área de outros polígonos, decompondo em polígonos como retângulos e triângulos.

Depois, desenvolve o trabalho com área e perímetro interligados entre si e também com a álgebra. Por meio de decomposição de retângulos, introduz o conceito de expressões algébricas trabalhando com área e perímetro. Nas atividades, solicita o cálculo do perímetro e da área da mesma figura e na maioria das vezes aparece a figura.

Quadro III – Conteúdos de Geometria do Livro de 7ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Medidas de capacidade e volume	✓ Capacidade – transformação de unidades; ✓ Volume – relação com capacidade; ✓ Volume do paralelepípedo e do cubo; ✓ Uso do material dourado.
Representação dos sólidos	✓ Observação e representação dos sólidos em perspectivas ✓ Uso de malhas isométricas; ✓ Atividades para manipular mentalmente.
Área de figuras planas	✓ Área do retângulo do quadrado e suas propriedades; ✓ Equivalência de áreas – uso do tangram; ✓ Área do paralelogramo-propriedades e uso do esquadro; ✓ Área do triângulo, do trapézio e suas propriedades; ✓ Área de polígonos – decomposição.
Relação entre álgebra e geometria	✓ Relações entre comprimentos - representação algébrica; ✓ Decomposição de retângulos; ✓ Área e perímetro de figuras irregulares, de superfícies que formam as bases e superfícies laterais de prismas – expressões algébricas;
Curvas maravilhosas	✓ Circunferência – uso do compasso; ✓ Pontos internos e externos numa circunferência; ✓ Intersecção de circunferências; ✓ Círculos – atividades com papel dobradura; ✓ Ângulo central; ✓ Polígonos inscritos e circunscritos; ✓ Elipse – propriedades e construção.
Triângulos e quadriláteros	✓ Propriedades dos triângulos usando dobraduras; ✓ Classificação dos quadriláteros – considerando simetria e convexidade.
Simetria	✓ Simetria no espelho; ✓ Identificar e traçar eixos;

	✓ Reflexão, rotação e translação; ✓ Ladrilhos ou pavimentos com polígonos.
Teorema de Pitágoras	✓ Relação entre áreas de quadrados – decomposição; ✓ Tangram pitagórico.

Volume da 8ª Série

O volume destinado à 8ª série contém 14 capítulos, dos quais, 6 dedicados ao estudo da geometria. Nesse volume, a geometria também aparece nos demais capítulos, por exemplo, reta numérica, diagonais, representação dos produtos notáveis etc.

Área e Perímetro

Área e perímetro aparecem juntos em situação contextualizada onde se faz necessário calcular área e também o perímetro utilizando a fórmula de Bháskara. As atividades são problemas que envolvem área e perímetro de retângulo e de triângulo.

Define, neste volume, o losango como *caso particular do paralelogramo***,** e deduz sua fórmula para calcular área a partir do paralelogramo, primeiro, sem traçar as diagonais, e depois traçando as diagonais e separando em dois triângulos. Propõe poucas atividades para trabalhar o losango. Deduz, também, a fórmula para calcular área do círculo, recortando um círculo em muitos triângulos e montando com eles um "retângulo" de comprimento $2\pi r$ e largura r (r representa o raio). Área e perímetro aparecem, também, expressos algebricamente e representados graficamente como uma função linear e função quadrática, em que num problema contextualizado trabalha a relação entre área e perímetro. Propõe atividades em que o aluno deve escrever fórmulas que correspondam ao perímetro e área.

Quadro IV – Conteúdos de Geometria do Livro de 8ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Pi, o número mais famoso	✓ Atividades experimentais – circunferência; ✓ Abordagem métrica do círculo; ✓ Volume do cilindro; ✓ A quadratura do círculo.

Conexões matemáticas	✓ Diagonais de um polígono; ✓ Área e perímetro – equacionando problemas.
Demonstração em geometria	✓ Provas, verdades e proposições geométricas; ✓ Demonstrações – ângulos e teoremas.
Congruência e semelhança	✓ Figuras congruentes – relação entre os vértices; ✓ Figuras semelhantes – demonstrações e plantas de casas; ✓ Teorema de Tales; ✓ Ampliação e redução de figuras – homotetias; ✓ Introdução à trigonometria.
Teorema de Pitágoras	✓ Grandezas lineares – diagonais, apótemas e alturas; ✓ Atividade experimental, de recortes, medição e cálculos; ✓ Demonstração do teorema.
Funções e gráficos	✓ Análise de tabelas e interpretação de gráficos; ✓ Construção de tabelas e de gráficos; ✓ Representações de pontos, intervalos e regiões no plano cartesiano; ✓ Construção de gráfico de funções; ✓ Relação entre áreas e perímetros.

4.1.3.2 Coleção B

Nessa coleção, os volumes são distribuídos em unidades e, no final de cada uma delas, há o item “Gráficos e Tabelas e Tópicos de Geometria”. No último volume, não aparecem os itens Gráficos e Tabelas, mas, “Noções de Estatística”. O espaço para a geometria, em cada tópico, varia de 3 a 12 páginas.

As unidades são compostas por itens que geralmente iniciam com um problema que, para o autor, a intenção é que o aluno tenha idéia ou noção do conceito a ser trabalhado. Em seguida, na maioria das vezes dá a definição formal e aí propõe atividades para aplicar o conceito num item chamado “Vamos Resolver”. No decorrer dos itens das unidades, apresenta uma auto-avaliação (vários testes) e, no final deles, apresenta um quadro em que diz o conteúdo envolvido em cada item para que cada aluno identifique no que está com dificuldade e meça, segundo os autores, seu grau de aproveitamento. Em seguida aparece o item “Desafio”, que são para consolidar os conteúdos de maior grau de dificuldade e que estimulam a aplicação dos conhecimentos adquiridos, conforme os autores.

Nos tópicos de geometria, traz muitas vezes um enfoque histórico, traz também algumas fotos de situações reais que mostram a presença da geometria e sua aplicabilidade e algumas figuras. Os conceitos são introduzidos por um problema que serve de exemplo para a aplicação dos mesmos. Em seguida, formaliza as definições e segue propondo atividades, algumas com as figuras e outras não. Trabalha a geometria plana antes da geometria espacial, ou seja, inicia o curso por ponto, reta e plano. Somente depois introduz conceitos da geometria espacial. Em alguns casos utiliza a geometria para desenvolver conceitos do campo numérico.

Volume da 5ª Série

Esse livro contém 6 unidades. No final de cada unidade há os itens "Gráficos e Tabelas e Tópicos de Geometria". No primeiro tópico dedicado à geometria, inicia apresentando os conceitos primitivos (ponto, reta e plano). Parte de figura geométrica plana para figuras espaciais e suas representações. A história também é utilizada em algumas situações. Nesse volume apresenta uma unidade dedicada ao "Números e o sistema decimal de medidas". A geometria não aparece com muita freqüência nos demais itens, um pouco apenas no item de frações.

Área e Perímetro

Na unidade dedicada ao "Números e o sistema decimal de medidas", inicia "perímetro" com um problema para contar as peças de azulejos que decoram o contorno de uma piscina Após a solução, define perímetro como sendo *a soma das medidas dos lados de um polígono*. As unidades utilizadas nas atividades são o centímetro e o metro, das quais não apresenta a figura, apenas uma atividade utiliza a figura representada numa malha triangular.

O trabalho com "área" é iniciado com um problema para recortar um quadrado e estimar quantos quadradinhos são necessários para cobrir a carteira. A seguir, o autor define área como sendo *a medida de uma superfície***.** Continuando, propõe atividades em malhas quadriculadas e triangulares para contar as unidades e verificar a área.

Numa atividade, monta uma tabela listando perímetro e a área das mesmas figuras. Fala da unidade padrão ,o m^2, mostra as transformações em outras unidades e não apresenta fórmulas, mas dá uma definição de como calcular a área do retângulo, ou seja, que é preciso multiplicar base pela altura e faz o mesmo para o quadrado.

Quadro V – Conteúdos de Geometria do Livro de 5ª Série

Tópicos de geometria	Conteúdo trabalhado
Ponto, reta e plano	✓ Definição dos conceitos; ✓ Figura geométrica plana.
Figuras espaciais	✓ Figuras espaciais e contagem de seus elementos.
Segmento de reta	✓ Identificação, consecutivos, paralelos, colineares e congruentes; ✓ Atividade para montar paralelepípedo e um prisma de base triangular.
Ângulo	✓ Região convexa, uso do transferidor e classificação dos ângulos.
Polígonos	✓ Linhas fechadas e abertas; ✓ Elementos dos polígonos; ✓ Classificação do triângulo quanto aos ângulos e lados; ✓ Classificação dos quadriláteros.

Volume 6ª Série

O volume destinado à 6ª série tem 7 unidades, uma delas é dedicada à geometria. A geometria não tem muita ênfase nos itens das outras unidades.

Área e Perímetro

Inicia o trabalho com áreas enfocando a história (a necessidade de medir). Fala da unidade fundamental (metro e metro quadrado) de medir comprimento ou superfícies. Fala também dos múltiplos e submúltiplos do metro. Apresenta uma definição que para calcular a área do quadrado basta multiplicar lado pelo lado e apresenta também a fórmula para calcular área do quadrado, retângulo, paralelogramo e do triângulo e, em cada polígono, dá um exemplo do tipo “calcule a área" juntamente com sua resolução. Em seguida propõe as atividades em forma de problemas, alguns com a figura, outros não.

Perímetro é trabalhado depois, numa outra unidade, juntamente com as propriedades dos triângulos e quadriláteros por meio de atividades usando incógnita. Ainda, nas atividades sobre equações, são propostos alguns problemas que envolvem área e perímetro.

Quadro VI– Conteúdos de Geometria do Livro de 6ª Série

Tópicos de geometria	Conteúdos trabalhados
Fórmulas matemáticas e o cálculo de medidas (unidade 01)	✓ Apresentação das formulas para calcular área das figuras geométricas planas – quadriláteros e triângulos; ✓ Unidades para medir volumes e capacidades; ✓ Volume do paralelepípedo e do cubo.
Ângulos	✓ Medir ângulos usando compasso e transferidor; ✓ Classificação dos ângulos; ✓ Retas perpendiculares; ✓ Transformação de unidades; ✓ Cálculo dos ângulos envolvendo figuras e equações.
Triângulos e quadriláteros	✓ Reconhecer triângulos em situações do cotidiano e identificar seus elementos e classificação dos ângulos; ✓ Elementos dos quadriláteros, relação de seus ângulos;
A circunferência	✓ Fotos de objetos que lembram a circunferência – argolas, bambolê e anéis; ✓ Elementos da circunferência; ✓ Foto de objetos que lembram o círculo – moeda, pandeiros, placas de trânsito; ✓ Posição entre as circunferências.

<u>Volume da 7ª Série</u>

O volume destinado à 7ª série tem 8 unidades, sendo que nenhuma delas é dedicada exclusivamente à geometria. Mas a geometria aparece com mais freqüência nos itens das unidades desse volume do que nas edições anteriores.

Área e Perímetro

Na unidade dedicada à álgebra, introduz polinômio e produtos notáveis utilizando os polígonos, propõe atividades em que se deve expressar área e perímetro algebricamente. Juntamente com as propriedades dos quadriláteros, partindo do retângulo, apresenta as fórmulas para calcular área dos quadriláteros.

Perímetro, inicia por um mapa, falando de perímetro urbano, que segundo o autor indica contorno do setor urbano e em seguida define perímetro nos polígonos como *medida de seu contorno ou soma das medidas de seus lados***.** As atividades são para calcular perímetro de salas, triângulo, hexágono irregular, terrenos retangulares, plantas de apartamentos e outros.

Quadro VII – Conteúdos de Geometria do Livro de 7ª Série

Tópicos de geometria	**Conteúdos trabalhados**
Retas paralelas e reversas	✓ Identificar os tipos de retas; ✓ Identificar e nomear ângulos formados por duas retas; ✓ Construção de retas paralelas usando esquadro.
Polígonos	✓ Ângulos internos e externos; ✓ Polígonos presentes nas faces de prismas; ✓ As diagonais dos polígonos; ✓ Perímetro – mapa do setor urbano de cidade.
Ângulos	✓ Soma dos ângulos internos dos polígonos; ✓ Decompondo polígonos em retângulos – soma dos ângulos.
Triângulo	✓ Condição de existência de triângulos – uso de palitos; ✓ Relação entre ângulos internos e externos; ✓ Reconhecer e representar triângulos e seus elementos; ✓ Definir, representar e identificar as alturas, as medianas e bissetrizes.
Teorema de Pitágoras	✓ Área do quadrado construído sobre os lados do triângulo retângulo; ✓ Representação de terreno na forma de triângulo retângulo.
Os quadriláteros	✓ Reconhecer e representar quadriláteros e seus elementos; ✓ Estabelecer relações entre ângulos de quadriláteros; ✓ Características dos quadriláteros e fórmulas para calcular área; ✓ Definir paralelogramos.

Circunferência e o círculo	✓ Formas circulares; ✓ Retas tangentes as circunferências; ✓ Identificação de arcos e ângulo central.

Volume da 8ª Série

O volume da 8ª série tem 7 unidades. Apenas uma delas é dedicada à geometria e esta aparece com maior freqüência nos itens das outras unidades.

Área e Perímetro

"Área e perímetro" aparecem na unidade dos radicais, onde as medidas dos lados dos polígonos são representadas por raízes quadradas, com o objetivo de fazer operações com as expressões envolvendo radicais. Algumas atividades que envolvem área e perímetro também estão presentes na unidade das equações do segundo grau, do plano cartesiano, no teorema de Pitágoras e no das funções. Na última unidade, Tópicos da Geometria, trabalha com área do retângulo, do quadrado, do triângulo, do losango, do trapézio, de polígono regular e de regiões circulares. Apresenta a fórmula de cada polígono e em seguida dá as atividades, em algumas apresenta a figura e outras não.

Perímetro é trabalhado somente em algumas atividades interligados com a álgebra.

Quadro VIII – Conteúdos de Geometria do Livro de 8ª Série

Tópicos de geometria	Conteúdos trabalhados
Razão de segmentos	✓ Segmentos proporcionais; ✓ Teorema de Tales – aplicação em triângulos; ✓ Teorema da bissetriz interna do triângulo;
Semelhança	✓ Identificação de polígonos e mapas –Ampliação e redução; ✓ Distâncias proporcionais; ✓ Semelhança de polígonos;
A representação gráfica	✓ Observação de pontos do globo terrestre, ✓ Localização de endereços ; ✓ Localização de pontos no plano cartesiano;
Teorema de Pitágoras	✓ Demonstração do teorema; ✓ Ilustração de telhados que envolvem triângulo retângulo; ✓ Relações métricas no triângulo retângulo.

Trigonometria	✓ Introdução a trigonometria – relações no triângulo retângulo e em triângulos quaisquer.
Função do 1º e 2º grau	✓ Construção de gráficos – retas e parábolas
Circunferência	✓ Relações métricas na circunferência; ✓ Comprimento – atividade para medir com fita métrica; ✓ Polígonos inscritos.
Áreas	✓ Área do retângulo, quadrado, triângulo, trapézio, polígonos regulares e regiões circulares – fórmulas e problemas de aplicação.

4.1.3.3 Coleção C

Os volumes dessa coleção também são distribuídos em capítulos e alguns desses capítulos são dedicados exclusivamente a Geometria e Medidas, além disso, a Geometria está bastante presente nos demais capítulos.

Os autores sugerem que os textos iniciais de cada item sejam lidos junto com o professor ou em grupos, pois essa coleção apresenta em todos os capítulos o item “Conversando com o texto”, que os autores consideram um momento para o início de um diálogo. As questões apresentadas, segundo os autores, são para incentivar a troca de idéias, para promover a exposição e organização do pensamento de cada um, além de reforçar o aprendizado. Cada volume traz também um item chamado “Ação”, que é uma sugestão de caráter variado para promover um jogo, uma construção, uma atividade dinâmica na sala de aula. Além disso, usa uma “nota” na lateral das páginas que reforça a idéia do conceito que está sendo trabalhado ou traz alguma explicação.

Os capítulos de geometria são bastante ilustrados com figuras e fotos de objetos reais, proporcionando ao aluno uma melhor observação da presença da geometria no seu cotidiano. Nos momentos de aprendizagem de geometria, é apresentado, em vários casos, um tratamento conjunto de figuras espaciais e planas. O trabalho feito a partir de embalagens, de planificações, de construções com papéis e com os instrumentos de desenho permite ao aluno a manipulação e exploração das diferentes vistas desses objetos, proporcionando assim o desenvolvimento do pensamento geométrico e da visualização.

Segundo o autor, o curso é iniciado por geometria, porque as crianças já têm algum conhecimento extra-escolar sobre formas dos objetos, abordando idéias geométricas que não requerem pré-requisitos. Salienta, ainda, que é bom do ponto de vista psicológico começar nova etapa escolar por conteúdos que sejam atraentes para os alunos e considera que geometria pode proporcionar essa atração. O estudo de geometria, nessa coleção, é a partir do experimental em direção a pequenas formalizações e, no decorrer do curso, a maiores formalizações.

Volume da 5ª Série

O volume da 5ª série contém 12 capítulos sendo 5 dedicados ao estudo da geometria. A geometria também aparece nos demais capítulos, sendo com maior ênfase nos capítulos das frações e das generalizações matemáticas.

Área e Perímetro

Introduz a noção de área por meio de uma situação problema, que envolve quadriculado, contagem de lajotas de dois pátios, e define área como "*número de lajotas que cobre um pátio*". Continua fazendo comparações entre superfícies, utilizando vários tipos de unidades e entre elas o metro quadrado, considerando-o unidade padrão. As atividades são com polígonos regulares e irregulares em malhas quadriculadas ou triangulares utilizadas como unidade de área, propondo contagem e, também, envolvendo a vista superior e laterais de cubos e paralelepípedos. Propõe, ainda, atividade para comparação do *número* que expressa a área de uma mesma figura caso aumente ou diminua o tamanho da unidade. Trabalha com área do triângulo, define sua área por meio de contagem de quadradinhos e também a área do quadrado.

A noção de perímetro é introduzida por meio de atividades onde se faz necessário contar lajotas no rodapé de uma sala e numa atividade define que *perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados.* Área e perímetro são trabalhados na maioria das vezes numa mesma atividade. Como exemplo, pode-se citar uma atividade em que os alunos têm que contar as lajotas de um piso e as lajotas usadas no rodapé, ou completar tabela que pede o valor da área e do perímetro das mesmas figuras.

Quadro IX – Conteúdos de Geometria do Livro de 5ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Formas geométricas	✓ Introdução por meio de bloco retangular – embalagens, planificações, elementos e vistas em perspectivas; ✓ Cilindro e esfera – embalagens, planificações, identificação das formas não planas; ✓ Noção de ângulos – giros com a régua e o relógio; ✓ Retas perpendiculares e paralelas – construção com esquadros, mapas e estacionamentos; ✓ Mosaicos e polígonos – identificação de polígonos; ✓ Quadriláteros – identificação e classificação.
Construções geométricas	✓ Ampliação e redução em malha quadriculada; ✓ Construções com régua e esquadros.
Números decimais e medidas	✓ Medidas de comprimento – distancia entre cidades, transformação de unidades, perímetro e medidas de segmentos.
Simetria	✓ Eixo de simetria – utilizando papel dobradura; ✓ Identificação de figuras que possuem simetria; ✓ Construção de figuras simétricas.
Áreas e perímetros	✓ Noção de área e perímetro – uso de malhas quadriculadas; ✓ Área do retângulo e do quadrado – generalização; ✓ Atividades para calcular área – uso de mapas (aproximações).

<u>Volume da 6ª Série</u>

O volume destinado à 6ª série contém 12 capítulos, dos quais, 4 dedicados ao estudo da geometria. A geometria aparece discretamente nos demais capítulos, como no das “frações” e no “usando letras em matemática”. Neste último aparece a geometria tridimensional e também trabalha com perímetro e área.

<u>Área e Perímetro</u>

Área e perímetro aparecem no decorrer das atividades interligadas com a álgebra. Em situações para cercar, comparar formas diferentes com mesma área em malhas quadriculadas, calcular área das laterais de prismas partindo da idéia de encapar caixas. Algumas atividades englobam área e perímetro e volume e área num mesmo exercício. Além disso, pede para determinar área de uma mesma figura usando unidades diferentes.

Quadro X – Conteúdos de Geometria do Livro de 6ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Formas geométricas	✓ Ângulos – relógios, estacionamentos, rotas de avião – uso de régua, transferidor e esquadros; ✓ Polígonos – identificação em ladrilhos, embalagens, mosaicos; ✓ Polígonos formados de vistas superiores de prismas; ✓ Formas geométricas planas e espaciais – identificação e classificação; ✓ Características – prismas e pirâmides; ✓ Vistas – mapas, plantas, fotos áreas.
Medidas	✓ Noção concreta e intuitiva de medidas; ✓ Instrumentos e unidades de medidas; ✓ Perímetro – atividades
Construções geométricas	✓ Simetria – construção de figuras geométricas a partir dos pontos de simetria; ✓ Noções de paralelismo e perpendicularismo; ✓ Distâncias, congruências e semelhanças;
Áreas e volumes	✓ Área – atividades com o tangram; ✓ Volume – contar camadas de cubinhos; ✓ Volume do cubo e do bloco retangular.

<u>Volume da 7ª Série</u>

O volume destinado à 7ª série contém 12 capítulos, dos quais, 5 dedicados ao estudo da geometria. Como nos demais volumes, a geometria aparece com freqüência nos outros capítulos interligados com álgebra e números.

<u>Área e Perímetro</u>

Inicia o trabalho com área de figuras disformes e figuras irregulares em malhas quadriculadas, decomposição e composição das figuras. Faz a dedução das fórmulas para o cálculo das áreas, partindo do retângulo e por meio de recortes e comparações chega às fórmulas do paralelogramo, do triângulo, do trapézio e do losango. Além disso, área e perímetro são trabalhados integrados com a álgebra no capítulo “Cálculo algébrico”.

Quadro XI – Conteúdos de Geometria do Livro de 7ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Construções geométricas	✓ Construções geométricas por meio de dobraduras; ✓ Traçar ângulos, polígonos, retas paralelas usando material de desenho; ✓ Noção de simetria axial; ✓ Panificações de algumas figuras geométricas espaciais.
Ângulos e polígonos	✓ Propriedades relativas a ângulos; ✓ Soma de ângulos internos de triângulos e polígonos; ✓ Classificação e identificação de polígonos e figuras espaciais.
Perímetro, áreas e volumes	✓ Área e volume – composição, decomposição, completar e recobrir figuras; ✓ Dedução de fórmulas; ✓ Calcular perímetro e área – comparar e aplicar fórmulas; ✓ Teorema de Pitágoras – cálculo de áreas e cálculo algébrico.
Geometria e proporcionalidade	✓ Relação entre o lado é a área de quadrados; ✓ Semelhança – ampliação e redução; ✓ Círculo – relação entre perímetro e diâmetro.
Desenhando figuras espaciais	✓ Representação de figuras espaciais em malhas quadriculadas e triangulares; ✓ Desenho em perspectivas com ponto de fuga de figuras em três dimensões.

<u>Volume da 8ª Série</u>

O volume destinado à 8ª série contém 12 capítulos, sendo 6, exclusivamente dedicados ao estudo da geometria. Nesse volume, também, a geometria está presente nos demais capítulos, como no caso dos radicais e das equações.

Área e Perímetro

Neste volume, área e perímetro têm início no capítulo de “Números e Cálculos”. No conteúdo de radiciação há atividades para calcular área e perímetro de uma figura. Em seguida, nas atividades de equação do 2º grau, propõe exercícios que envolvem área de retângulos. Para introduzir o conteúdo sistemas de equações, é utilizada uma atividade que envolve área e perímetro.

No capítulo de “Medidas”, trabalha-se com área e volumes de uma mesma figura, além disso, deduz as fórmulas para calcular a área de triângulo e dos quadriláteros, utilizando composição e decomposição de figuras. Propõe atividades para calcular área de figuras disformes, onde se usa a aproximação para obter-se o resultado. Trabalha ainda área do círculo e comprimento da circunferência.

No capítulo dedicado às “Funções”, também utiliza atividades com área e perímetro. Por exemplo, parte do perímetro já conhecido de um retângulo para descobrir a área máxima. Para isso utiliza os conceitos de funções e constrói o gráfico da parábola no qual é possível observar a área máxima.

Quadro XII – Conteúdos de Geometria do Livro de 8ª Série

Nome do capítulo	Conteúdo trabalhado
Semelhança	✓ Reconhecer figuras semelhantes e explorar propriedades; ✓ Triângulo semelhante – propriedade especifica; ✓ Triângulo retângulo – relações métricas; ✓ Teorema de Pitágoras – demonstração do teorema.
Trigonometria	✓ Calcular distância inacessível; ✓ Razões trigonométricas; ✓ Polígonos inscritos e circunscritos – calcular medidas e construção.
Medidas	✓ Sistema métrico decimal – unidades mais usadas; ✓ Transformações de unidades; ✓ Áreas e volumes – composição e decomposição, uso de fórmulas; ✓ Perímetro e área do círculo – relação entre polígonos regulares inscritos;
Propriedades geométricas	✓ Noções de teorema e de deduções; ✓ Ângulos nos polígonos – demonstrações; ✓ Ângulos no circulo – dedução de propriedades; ✓ Paralelismo – Teorema de Tales.

Funções	✓ Plano cartesiano – localização de pontos, construções de retas e parábolas; ✓ Área e perímetro – comparação e relação da função e seu gráfico; ✓ Leitura e interpretação de gráficos.
Construções geométricas	✓ Identificar e explorar simetrias; ✓ Explorar propriedades da simetria; ✓ Desenhos em três dimensões – perspectivas.

4.1.4 Livros x Proposta Curricular do Paraná x PCN

Analisando as três coleções, pôde-se perceber que os conteúdos das coleções A e C se aproximam muito da Proposta Curricular do Estado do Paraná, tendo algumas variações de uma série para outra. Essas coleções apresentam também um caráter mais dinâmico da geometria. As indicações delas são mais condizentes com as novas metodologias e as novas tendências da Educação Matemática. A geometria presente nessas duas coleções é extremamente rica, podendo, assim, oferecer ao professor subsídios suficientes para realizar satisfatoriamente o ensino de geometria.

Quanto à coleção B, os conteúdos em si também se aproximam da Proposta Curricular do Paraná, também com variações de uma série para a outra, porém dedica um espaço menor para a geometria e não tem o aspecto dinâmico que as outras coleções têm. Além disso, os conteúdos de geometria estão no final de cada unidade, enquanto nas outras coleções não há uma posição determinada.

Pôde-se perceber que as Coleções A e C têm alguns aspectos comuns, como, por exemplo, partir na maioria das vezes de situações-problema ou experimentais para as idéias geométricas, fazendo pequenas ou grandes formalizações, dependendo da série, correspondendo aos PCN (1998) que sugerem um trabalho que desenvolva as habilidades de percepção espacial de forma experimental para que o aluno chegue à descoberta. Além disso, elas iniciam o estudo da geometria pela geometria espacial, considerando o conhecimento que o aluno possui sobre as formas geométricas relacionadas ao seu dia-a-dia. Proporcionam momentos para observação, para manipulação e para construção de figuras, possibilitando o desenvolvimento do pensamento geométrico. Também pode-se perceber que, em várias situações, há um tratamento conjunto de figuras espaciais e planas; da geometria espacial, métrica e plana; além disso, da geometria e números.

Na coleção B, nota-se que a geometria recebe um tratamento mais formal. Além disso, o estudo da geometria é iniciado por noções abstratas (ponto, reta e plano) perspectiva não condizente com a Proposta Curricular do Paraná (1992), a qual indica que o trabalho com geometria deve ser iniciado pela geometria do espaço e não na reta ou no ponto ou no plano. Ocorreu uma variação do conteúdo em termos de série, ou seja, reta, ponto e plano não seriam conceitos indicados para iniciar a 5ª série. Nesse sentido, não condiz também com os PCN (1998), que indicam que inicialmente deve-se proporcionar atividades de exploração do espaço físico em que os alunos estejam inseridos.

Nas três coleções, um mesmo conteúdo aparece distribuído nos vários volumes e algumas vezes em vários capítulos ou unidade de cada um, porém, com enfoques diferentes. O uso do material de desenho, das embalagens, de dobraduras, do geoplano, do tangram, de mapas etc nos fez perceber uma opção por um ensino dinâmico da geometria, principalmente nas coleções A e C. Nesse sentido, são condizentes com o que os PCN (1998) sugerem e com as novas tendências da Educação Matemática.

No Estado do Paraná, os professores da rede pública que trabalham no segundo segmento do Ensino Fundamental participam ativamente da escolha do livro didático, portanto, tem-se a opção de escolher um livro que mais se aproxime da Proposta Curricular e dos PCN.

Em relação a "área e perímetro", verificou-se que entre os livros didáticos analisados:

- tem-se uma abordagem experimental que induz à descoberta e oportuniza a participação do aluno;
- os conceitos vão sendo introduzidos no decorrer dos estudos em direção à formalização;
- explora e aplica esse conceito ao longo do percurso escolar;
- várias atividades e exercícios, que trabalham "área e perímetro", são numa mesma figura ou numa mesma situação.

Apesar do exposto, nesta pesquisa percebe-se que os alunos deixam o Ensino Fundamental sem vários conhecimentos de geometria, particularmente no contexto de "área e perímetro". Adiante serão mostrados os resultados de um pré-teste (Anexo II) aplicado a alunos do 1ºano do Ensino Médio, por meio do qual constatou-se que esses alunos chegaram ao Ensino Médio com várias dificuldades para resolver problemas relativos a “área e perímetro”.

Entende-se que as dificuldades apresentadas pelos alunos não devem ser atribuídas somente aos livros didáticos. Então, o que levaria a esse baixo desempenho dos alunos em geometria? As propostas e as práticas pedagógicas? A falta de uma formação continuada dos professores? Falta de metodologias adequadas?

4.1.5 Anais do VI e VII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

Buscou-se, nos Anais do VI ENEM, realizado na cidade de São Leopoldo – Rio Grande do Sul, no período de 21 a 24 de julho de 1998, e também nos Anais do VII ENEM, realizado no do Rio de Janeiro, no período de 19 a 23 de Julho de 2001, o que está sendo produzido no Brasil em termos de pesquisa sobre o ensino de matemática.

Teve-se a intenção de identificar a representividade dos trabalhos sobre o ensino de geometria no total de trabalhos sobre o ensino de matemática, em geral, e, de modo particular, os trabalhos relativos aos conceitos de “área e perímetro”. O quadro a seguir retrata as questões tratadas no VI ENEM, levantadas nos Anais:

Tipos de Atividades	Total de trabalhos	Ensino de geometria	Área e perímetro	Novas Tecnologias	Uso da informática em geometria
Conferências	2	-	-	-	-
Palestras	15	2	-	-	1
Debates	20	1	-	2	-
Minicursos	128	32	4	3	7
Pôsteres	84	21	1	4	4
Comunicações	287	47	2	32	10
Total	536	103	7	41	22

Em relação ao VII ENEM, fez-se um levantamento nos Anais e no programa do evento no qual estão listadas todas as atividades realizadas no encontro, uma vez que, nos Anais, não se tem a publicação de todas as atividades. As informações estão retratadas no quadro a seguir:

Tipos de atividades	Total de trabalhos	Ensino de geometria	Área e perímetro	Novas Tecnologias	Uso da informática em geometria
Comunicações	191	37	3	23	9
Grupo de trabalhos	12	-	-	1	-
Mesas redondas	17	1	-	1	-
Painéis	3	-	-	1	-
Palestras	22	1	-	3	-
Pôsteres	48	7	-	5	-
Oficinas	159	60	10	60	22
Relatos	104	17	2	15	5
Total	556	113	15	109	36

Os dados desses quadros mostram que a geometria e a informática tiveram um destaque importante, levando em consideração que no ENEM os temas abordados abrangem os conteúdos específicos, assim como metodologias e outros aspectos do ensino e aprendizagem referentes ao campo da Educação Matemática. É possível observar um aumento nas produções de geometria e um aumento maior ainda relacionado às Novas Tecnologias, indicando que há um grupo de pesquisadores preocupados com o ensino de geometria e também com o uso da informática no setor educacional.

Pode-se observar ainda, que parte dos trabalhos de geometria envolvendo informática fizeram uso do Cabri-Géomètre II. Sabe-se que atualmente o Cabri-Géomètre II é considerado um software gerador de novas abordagens para o ensino de geometria, pois o mesmo permite, entre tantas possibilidades, a manipulação das figuras nele construídas sem perder as propriedades, permite também transformações geométricas, proporcionando condições para desenvolver a capacidade de percepção visual e espacial.

4.1.6 Algumas Concepções de Alguns Professores do Ensino Fundamental

Considerando que o professor influencia fortemente no sistema de ensino, procurou-se levantar alguns pontos sobre o ensino e aprendizagem de geometria e sobre o uso da informática como recurso didático. Para isso, foram tomados como base os dados obtidos por meio do questionário (Anexo I), respondido por 8 professores na presença da pesquisadora, exceto um que, por indisponibilidade de horários, levou para casa, devolvendo-o no dia seguinte.

Como este trabalho é voltado para o Ensino Fundamental, foram convidados professores que trabalham atualmente com turmas de 5ª a 8ª séries e que atuam nos quatro colégios estaduais com maior número de alunos da cidade de Apucarana – PR. Alguns se recusaram a responder quando era comentado que seria a respeito de informática e geometria; outros não tinham disponibilidade de tempo para responder e apenas 8 se dispuseram a participar dentro dos critérios desta pesquisa.

As questões que compõem o questionário são relacionadas ao perfil dos professores, à informática, PCN, livro didático e geometria. Além disso, há uma questão específica sobre o tema desta pesquisa, que também foi colocado no pré-teste (Anexo II) respondido pelos alunos envolvidos.

Antes de abordarmos as concepções dos professores, falaremos um pouco do seu perfil. Pôde-se constatar que dos oito professores apenas dois são licenciados em instituições públicas; 4 atuam há 24 anos ou mais; 3 entre 13 anos e 19 anos e um há 3 anos.

Todos os 8 professores trabalham em escolas que possuem laboratório de informática, variando de 8 a 20 computadores, mas constatou-se que apenas 4 deles receberam um tipo de curso relacionado ao uso da informática na sala de aula e apenas um utiliza a informática como recurso pedagógico. Somente o professor que disse utilizar a informática em suas aulas respondeu que conhece software específicos para o ensino de matemática. Apesar disso, todos responderam que reconhecem a importância da informática como recurso pedagógico e para a formação do indivíduo, mas não conseguem ou nem sabem como utilizá-la.

Em relação ao ensino da geometria, alguns são da opinião que houve um progresso, pois ela não está mais no final do livro e está integrada com a álgebra. Para outros, ainda está "a desejar", pois acham que faltam recursos pedagógicos e que conhecem "*vários*" professores que ainda não trabalham geometria. Percebe-se que o ensino de geometria ainda sofre as conseqüências da formação dos professores, pois relataram que quase não estudaram geometria, mas todos reconhecem a importância do ensino de geometria para a formação do indivíduo.

Para uma transcrição original das respostas dadas pelos professores, serão empregadas aos mesmos as seguintes referências: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7 e P8. Em relação à importância do ensino da geometria entre as respostas dadas, destacamos algumas.

> **P1** – *"O aluno está envolvido no mundo geométrico e a matemática deve fazer parte disso*";
>
> **P3** – "*A geometria desenvolve habilidades para outras partes da matemática"*;
>
> **P4** – *"O aluno entende o espaço em que vive e observa melhor tudo a sua volta*";
>
> **P8** – "*A geometria está nas formas, nas construções e na natureza e, com esse entendimento o aluno se situa e se integra melhor no espaço".*

Percebeu-se que, mesmo aqueles que não tiveram geometria na sua formação, já buscaram alguns recursos para a melhoria deste ensino, pois disseram que quando trabalham geometria utilizam recursos como: embalagens, observação do meio ambiente, uso do tangram, jogos, materiais recicláveis. Além disso, disseram que exploram objetos contidos na sala de aula. Nota-se que pelo menos dois dos livros analisados sugerem que esses recursos e procedimentos sejam utilizados no trabalho com geometria.

No questionamento relacionado à definição de "área e perímetro", as respostas dadas pelos professores foram:

> **P1** – *"Área é medida de uma superfície plana. Perímetro é o contorno ou a soma das medidas do lado do polígono";*
>
> **P2** – *"Área é a medida da superfície de um polígono (interior do polígono). Perímetro é a soma dos comprimentos (contorno) de todos os lados de um polígono";*
>
> **P3** – *"Área região interna. Perímetro contorno da figura, objeto";*

P4 – *"Área é o espaço já ocupado ou a ser ocupado por alguém ou algum objeto. Perímetro é o que cerca este espaço";*

P5 – *"Depende da série. Por exemplo: área é o espaço que está (sala de aula). Perímetro é a soma de todos os lados";*

P6 – *"Na construção do metro quadrado já se fala sobre a sua definição, o espaço ocupado e ao mesmo tempo o contorno do perímetro";*

P7 – *"Perímetro é a soma das medidas de todos os lados de uma figura. Área é a medida de uma superfície onde teremos que preencher com alguma coisa. (Comparação entre duas unidades de superfície)";*

P8 – *"Para definir área já utilizei uma planta de uma casa, conversamos sobre ela, olhamos anúncios nos jornais, expliquei que era a parte onde pisamos, a parte concreta; e depois defini perímetro, como sendo o contorno de um terreno por exemplo. Logo após trabalhei com as figuras geométricas (triângulo, trapézio que são figuras mais raras de se encontrar numa construção)".*

Embora os professores digam que não são tão "apegados" aos livros didáticos, percebe-se que, apesar de as definições apresentadas não serem tão formais, existem nelas algumas características das definições ou sugestões encontradas nos livros didáticos analisados (séries iniciais).

Quando foram questionados a respeito de como desenvolvem o trabalho com "área e perímetro", eles registraram:

P1 – "*Nas séries iniciais, construo com os alunos o metro linear e o metro quadrado. Só assim os alunos passam a ter noção, por exemplo, da quantidade de piso necessária para sua sala de aula (m^2) e passam a compreender perímetro e área";*

P2 – "*Com atividades práticas, usando recorte de jornal como unidade de medida para área (medir o tampo da carteira, a capa do livro, caderno). Perímetro, usando barbante (contornar os objetos) réguas, fita métrica";*

P3 – *"Área: tentando a visualização do objeto em primeiro lugar. Perímetro: medir o contorno do objeto";*

P4 – Não respondeu.

P5 – *"Na prática, usando o seu ambiente e em materias, como caixa, embalagens, etc";*

P6 – *"Primeiramente construímos 1 m^2 com jornal, espalhamos os metros quadrados pela sala e encontramos a metragem da sala de aula, dos corredores, pátio e o que for possível";*

P7 – *"Perímetro: Digo para medir os seus lados e somá-los. Mostro principalmente os objetos encontrados na sala de aula, cercar galinheiros, etc. Área: tento em primeiro lugar na fórmula começando pelo quadrado, retângulo e triângulo, manuseando um papel sulfite";*

P8 – *"Deve ser um trabalho onde o aluno possa visualizar; mostro para o aluno de onde vieram as fórmulas para fazer o cálculo de sua área"*.

Nota-se que os professores, de modo geral, preocupam-se com a manipulação e a visualização, mas pelo menos o P7 assume iniciar o trabalho introduzindo as fórmulas.

Em relação aos PCN, os professores P3, P4 e P8 disseram que nunca tiveram contato com os mesmos. Os que já conhecem disseram que usam suas sugestões, em atividades com ladrilhamento, mosaicos, tapeçaria e situações-problema.

Esses professores utilizam os mesmos livros didáticos que foram analisados nesta pesquisa e, quando questionados sobre o uso do livro didático, registraram:

P1 – *"Eu utilizo mais para a resolução de exercícios, prefiro explicar as matérias, fazer as demonstrações no concreto";*

P2 – "*O livro didático sugere muitas atividades interessantes que podem ser trabalhadas na prática sem ficar presa a fórmulas e regras";*

P3 – *"Como apoio, fazendo os exercícios práticos";*

P4 – Não respondeu.

P5 – "*O livro didático me influencia pouco. Uso muito na prática";*

P6 – *"Dependendo do livro didático ele traz sugestões de atividades. A parte teórica, utilizo a história, as definições e as regras*";

P7 – *"Utilizo na medida que acho que estão ao alcance ou no nível do conhecimento deles";*

P8 – "*Não me apego muito ao livro didático, procuro sempre selecionar diversos exercícios sem me prender muito a ele [...] procuro sempre atividades que ajudem os alunos a raciocinar e a desenvolver suas habilidades".*

Percebe-se que alguns professores utilizam o livro didático apenas para resolução de exercícios. Para o P7, o livro didático deve ser usado apenas quando estiver no nível do conhecimento do aluno.

A seguir, temos a questão que foi colocada para esses professores; primeiro, de forma indireta e, em seguida, de forma direta.

Digamos que um professor propõe o seguinte problema: Com relação às figuras planas, é correto afirmar que duplicando-se (SAEB, 1997): (A) a altura de um triângulo sua área fica duplicada. (B) os lados de um quadrado sua área fica duplicada. (C) raio de um círculo sua área fica duplicada. (D) perímetro de um retângulo sua área fica duplicada. (E) a área de um quadrado seu perímetro fica duplicado. a) Que procedimentos você acha que seus alunos usariam para solucioná-lo? b) E você? Resolva o problema mostrando os procedimentos utilizados.

Para o questionamento do item **a**, os professores responderam que:

P1 – *"Fariam o desenho, mas como apresentam dificuldades, sugiro que usem números quaisquer";*

P2 – **"***Através de desenhos, mas a dificuldade com certeza iria aparecer tendo eu que ajudá-los";*

P3 – *"Desenhando a figura e duplicando";*

P4 – "*Não sei*";

P5 – *"Desenhariam e alguns usariam dobraduras";*

P6 – Não respondeu;

P7 – *"Precisariam de muita ajuda do professor, teria que ler, reler e fazer com que eles entendessem"*;

P8 – *"Eles testariam numericamente as áreas para verificar a veracidade".*

Quanto ao item **b**, somente dois professores resolveram a questão proposta. Os demais disseram que:

P1 – *"O procedimento que uso é colocar números quaisquer e solucionar";*

P2 – *"Para cada situação acima faria o desenho da figura colocando valores quaisquer";*

P3 – *"Partiria pelo desenho, por causa da visualização";*

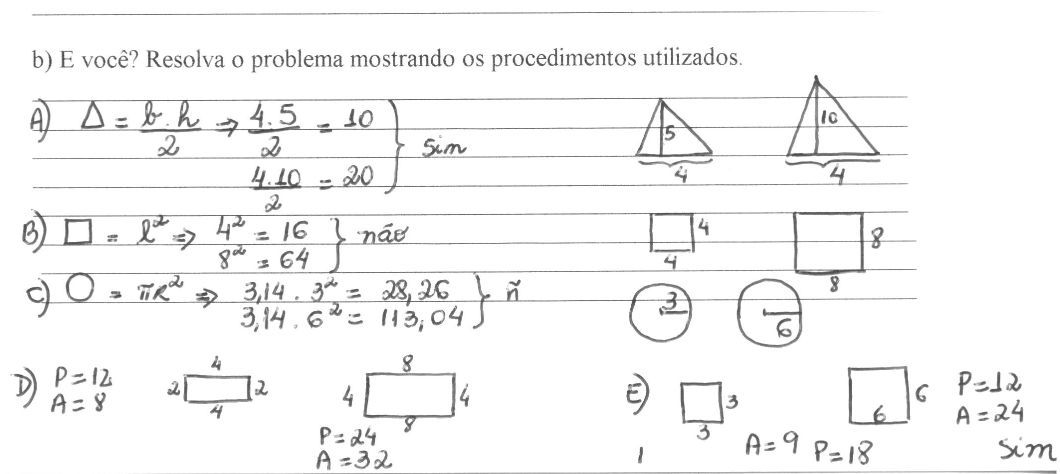
P4 – *"Eu costumo usar o tangram e fazer comparações";*

P5 – *"Usaria dobradura; esquadros, compassos e materiais concretos";*

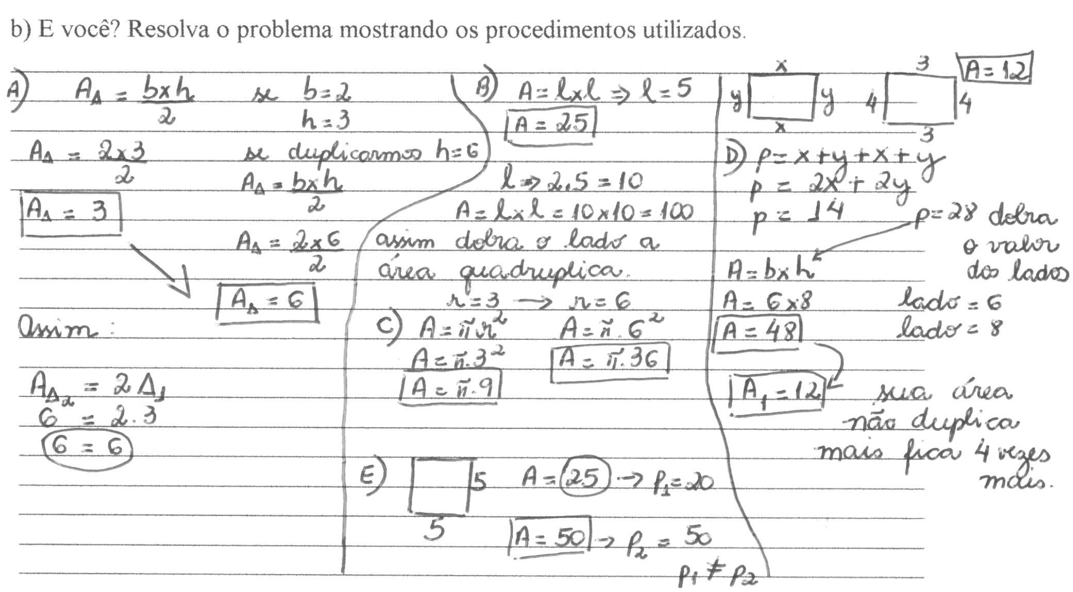
P6 – Não respondeu.

Os professores P7 e P8 resolveram por completo esse item. A seguir apresenta-se a resolução desses dois professores.

Resolução do professor P7



Resolução do professor P8



Observa-se que esses professores também fizeram o desenho e atribuíram números arbitrários, da mesma forma que vários deles disseram que os alunos fariam. Ou seja, eles não utilizaram procedimentos mais sistematizados do que os alunos, pois, como já foi mencionado, essa questão faz parte do pré-teste aplicado aos alunos. Além disso, apenas o P8 assinalou a alternativa correta (A), apesar de cometer no item (E) procedimentos incorretos para sua resolução.

De um modo geral, os professores reconhecem a aplicabilidade e a importância dos conceitos “área e perímetro” de figuras planas no dia-a-dia. Reconhecem, também, a contribuição desses conteúdos para a aquisição de outros conhecimentos matemáticos, como números e geometria. Com relação aos outros campos de conhecimentos, falaram da importância de “área e perímetro” no estudo da geometria espacial, geografia, artes, física e ciências.

Diante dos baixos rendimentos dos alunos no pré-teste (Anexo II), do SAEB/2001 e da AVA/2000, questiona-se sobre que fatores levam a esses resultados tão insatisfatórios: Estariam os professores, como disseram, trabalhando “medida” interligada com geometria e outros campos da matemática? Se os professores não ficam “presos” ao livro didático, para o ensino de geometria, e quase não estudaram geometria na sua formação, com base em que estarão trabalhando? Devemos lembrar que alguns nunca tiveram contato com os PCN, segundo dados levantados por meio do questionário (Anexo I), portanto não podem estar utilizando suas sugestões, a não ser, de forma indireta, por meio de algumas abordagens dos livros didáticos. Como já foi mencionado, existem algumas características do livro didático na fala de alguns professores na definição de área e perímetro, por exemplo. Os livros didáticos seriam, então, uma grande fonte de formação continuada de professores?

4.2 DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PRÉ-TESTE

Nesta pesquisa, escolheu-se trabalhar com “área e perímetro” de figuras planas, com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Izidoro Luiz Cerávalo da cidade de Apucarana – PR, uma vez que os relatórios do SAEB/2001 e da AVA/2000 mostram resultados bastante indesejáveis com relação a esses conceitos. Para verificar como esses alunos, lidam especificamente com questões relacionadas aos conceitos de “área e perímetro”, que provavelmente já estudaram em séries anteriores, foi aplicado um pré-teste (Anexo II), composto por 8 questões, a 68 alunos que ingressaram no ano de 2003 no Ensino Médio no colégio mencionado.

As questões do pré-teste foram retiradas dos vários instrumentos utilizados como avaliação pelo SAEB/MEC (1997), considerando que essas questões já foram validadas pelo sistema de avaliação. O pré-teste é composto por duas questões das avaliações das 4ª séries, cinco das avaliações das 8ª séries e apenas uma das avaliações do 3º ano do Ensino Médio.

A seguir tem-se a tabela 1, que mostra a quantidade de questões que os alunos acertaram, ou seja, a freqüência simples dos escores obtidos .

Tabela 1: Freqüência Simples e relativa dos Escores Obtidos pelos alunos

Escores	**Freqüência simples**	**Freqüência Relativa (%)**
8	0	0
7	1	1,47
6	2	2,94
5	5	7,35
4	6	8,83
3	18	26,47
2	15	22,06
1	10	14,70
0	11	16,18
	68	100

Como se pode ver na tabela na anterior, nenhum aluno acertou todas as questões, no entanto aproximadamente 16% não acertaram nenhuma questão. Foi considerado acerto, aquela questão em que foi assinalada a alternativa correta, independente da justificativa. Nas respostas subjetivas, foram consideradas corretas aquelas que apresentaram todos os procedimentos corretos.

Com base nesses resultados, pôde-se perceber que grande parte desses alunos deixa o Ensino Fundamental com grandes dificuldades relacionadas aos conceitos de área e perímetro.

A seguir apresenta-se a tabela 2 que mostra os índices de acertos por questão, dos alunos.

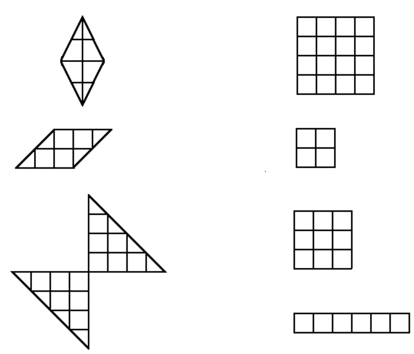
Tabela 2: Índices de acertos

Questões	Número de alunos	Porcentagem %
1	33	48,52
2	25	36,76
3	47	69,11
4	15	22,05
5	31	45,58
6	3	4,41
7	6	8,82
8	7	10,29

Supostamente, esses alunos já estudaram no decorrer do Ensino Fundamental, “área e perímetro” e, no entanto, muitos demonstraram grandes dificuldades em resolver questões relacionadas a esses conteúdos. Pôde-se perceber, de modo geral, que vários alunos usaram procedimentos desnecessários para a resolução das questões e assim não resolveram de maneira correta.

Questão 1

01) Ligue as figuras que possuem mesma área:

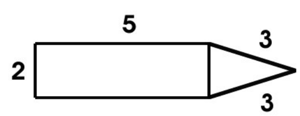


Obs.: Figura em tamanho reduzido

A questão número 1 foi retirada da avaliação da 4ª série e envolve equivalência de área. Para sua resolução, é necessário considerar o quadradinho como unidade de medida e comparar as áreas dos polígonos apresentados e assim identificar aqueles que têm a mesma área. Além disso, é preciso contar também as partes que correspondem a meio quadradinho e em seguida ligar as que têm mesma área, mas muitos alunos não ligaram corretamente. Observando os aspectos da questão e considerando que os alunos são do Ensino Médio, a porcentagem de erros deveria ser menor. Uma vez que os livros didáticos abordam esses conteúdos em todas as séries do Ensino Fundamental, supõem-se vários contatos dos alunos com esses conceitos, caso os professores consideraram essas abordagens.

Questão 2

02) Qual o perímetro da figura abaixo, que é composta de um retângulo e de um triângulo isósceles?



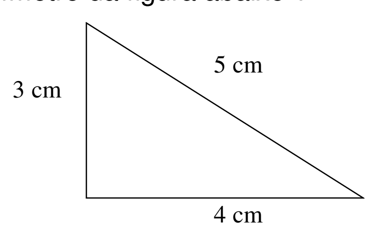
(A) 18
(B) 13
(C) 20
(D) 17

Obs.: Figura em tamanho reduzido

Analisando as alternativas assinaladas incorretamente pelos alunos assim como alguns procedimentos, é possível verificar que o erro mais comum está relacionado ao fato de existir um segmento explícito na figura, que não faz parte do contorno, e que vários alunos consideraram na soma. Outro procedimento foi em relação ao segmento, que faz parte do contorno, mas para o qual não aparece o valor numérico, apesar de aparecer no lado oposto, congruente a ele, por se tratar de um retângulo. Vários alunos não fizeram essa observação e somaram apenas as medidas explicitas.

Questão 3

03) Qual é o perímetro da figura abaixo ?

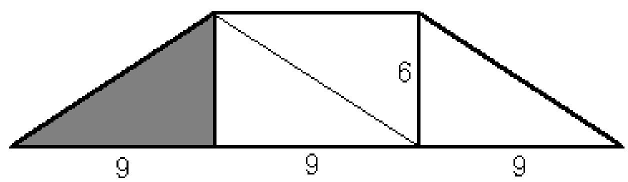


Obs.: Figura em tamanho reduzido

No caso da questão 3, também retirada da avaliação da 4ª série, para calcular o perímetro, os alunos deveriam apenas somar os lados do triângulo, no entanto, vários alunos aplicaram o Teorema de Pitágoras desnecessariamente e não calcularam o perímetro. Ainda nessa questão, houve aqueles que apenas multiplicaram as medidas dos lados do triângulo.

Questão 4

04) Calcular a área da parte pintada da figura abaixo.

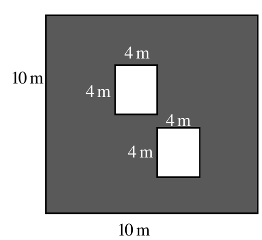


Nessa questão, o aluno deveria identificar as medidas da base e da altura de um triângulo inserido noutra figura. Vários alunos identificaram as medidas necessárias, porém apenas aplicaram desnecessariamente o Teorema de Pitágoras. Encontraram o terceiro lado da figura, já que se tratava de um triângulo retângulo, mas não calcularam área. Enquanto outros apenas multiplicaram a base pela altura, não dividiram por dois e também não chegaram ao valor da área sombreada.

Questão 5

05) Observe a figura. A área da região escura vale:

(A) $68m^2$
(B) $70m^2$
(C) $72m^2$
(D) $80m^2$
(E) $92m^2$



Obs.: Figura em tamanho reduzido

Pela solução dada por vários alunos a essa questão, pode-se verificar que os alunos confundem o cálculo da área com o de perímetro. Entre os que assinalaram o item incorreto, foi possível observar procedimentos para a resolução como os destacados abaixo.

Resolução 1

P = 16 + 16 e P = 10 + 10 + 10 + 10

P = 32 P = 40

Em seguida fizeram P = 32 + 40

$P = 72\ m^2$

Resolução 2

10 + 10 + 10 + 10 = 40

40 + 40 = 80

Resolução 3

$A_1 = 4 + 4$

$A_1 = 8$

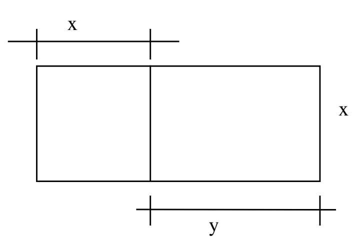
$A_2 = 10.8$

$A_2 = 80\ m^2$

Conforme os procedimentos descritos, nota-se a confusão entre os conceitos de área e de perímetro, pois os resultados apresentados têm uma relação com o conceito de perímetro, enquanto o exercício se referia a área.

Questão 6

06) Na figura abaixo, o perímetro do retângulo de lados x e y é 72 cm e a área do quadrado de lado x é 36 cm^2. Qual o valor de y?



Aproximadamente 95% dos alunos não resolveram ou não usaram procedimentos corretos na questão 6, que envolve área e perímetro. Notou-se dificuldade em relacionar geometria e álgebra, já que, pela justificativa de alguns, percebeu-se que eles abandonaram a resolução diante da suposta equação. A grande maioria tentou resolver aritmeticamente. Entre as várias resoluções destacam-se as seguintes:

1) 72 + 36 = 108 cm
2) 72 – 36 = 36 cm
3) 72 : 36 = 2 cm
4) 36 : 72 = 0,5 e $0{,}5^2 = 10$
5) 72 + 72 + 36 = 180
6) $\sqrt{36} = 6$; $\frac{72}{4} = 18$ e P = 18 + 6 = 24cm
7) A = $\frac{b.h}{2}$; $\frac{72.36}{2} = \frac{2592}{2}$ e y = 296 cm^2
8) A = $\frac{b.h}{2}$; $\frac{b.36}{2}$; 2b = 36; $\frac{36}{2}$ e b = 18 cm

Pôde-se constatar com esses procedimentos que grande parte desses alunos tem dificuldades de lidar com esses conceitos.

Questão 7

07) A área de um retângulo é 36 cm^2. Qual o comprimento desse retângulo sabendo que a medida da largura é 5cm menor que a medida do comprimento?

Nessa questão, houve apenas uma aluna que equacionou o problema e o resolveu corretamente por meio da fórmula de Bháskara. Os demais, tentaram ou resolveram desenhando um retângulo atribuindo medidas arbitrárias aos seus lados, ou ainda fizeram tentativas apenas multiplicando números arbitrários.

Questão 8

08) Com relação às figuras planas, é correto afirmar que duplicando-se:
(A) a altura de um triângulo sua área fica duplicada.
(B) os lados de um quadrado sua área fica duplicada.
(C) o raio de um círculo sua área fica duplicada.
(D) o perímetro de um retângulo sua área fica duplicada.
(E) a área de um quadrado seu perímetro fica duplicado.

Com relação à questão 8, que também foi proposta aos professores, foi possível observar que poucos alunos mostraram as justificativas ou procedimentos em busca da solução, mas esses poucos utilizaram o desenho e números arbitrários, como os professores. Apenas um dos alunos equacionou o item "B" e "D" da questão.

Diante do exposto em relação a cada questão do pré-teste, nota-se a dificuldade existente em relação a "área e perímetro". Outro aspecto, que chamou a atenção durante a aplicação do pré-teste, é a falta de compromisso de vários alunos com a realização das atividades. Alguns disseram que "não iam fazer porque não teriam uma nota". Entende-se que o comportamento desses alunos é conseqüência do contrato didático realizado na sala de aula, que segundo Brousseau (1986) estabelece uma relação que determina aquilo que o professor e o aluno têm a responsabilidade de gerir perante o outro. Sabe-se que muitas vezes a nota é a grande preocupação numa sala de aula, talvez maior do que a própria construção do conhecimento.

Por não ser professora das turmas e nem trabalhar nesse colégio, os alunos estariam resolvendo as questões do pré-teste "gratuitamente", ou seja, sem valer uma nota pela resolução. Além disso, houve alunos que disseram que não sabiam resolver as questões do pré-teste, pois nunca estudaram esses conteúdos. No entanto, outros se esforçaram e só entregaram o instrumento usado como pré-teste, quando o tempo de noventa minutos, destinado a sua resolução, acabou.

Relacionando os resultados do desempenho dos alunos com os apresentados pelo SAEB/MEC e pela AVA/2000, constata-se que os alunos ingressam no Ensino Médio sem saber conceitos matemáticos relevantes para sua formação, como os de "área e perímetro".

CAPÍTULO V

5 ESTUDO PRELIMINAR DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Nas análises prévias foi possível constatar que: os PCN ressaltam a importância da geometria para que o aluno compreenda o mundo em que vive e para que estabeleça conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento; atualmente existem livros didáticos que tratam adequadamente a geometria; os professores não foram preparados para trabalhar com geometria, nem para utilizar a informática como recurso didático; alguns dos professores não tiveram um bom desempenho ou não resolveram questão de "área e perímetro"; o desempenho dos alunos que ingressam no Ensino Médio é fraco em questões de área e perímetro. Cabe assim a proposta de investigação de estratégia didática que favoreça o aprendizado de "área e perímetro". Neste estudo leva-se em consideração o uso de ambiente de geometria dinâmica pelo fato de que nele o aluno participa de forma ativa da construção da própria aprendizagem.

A ANÁLISE *A PRIORI*

Apresenta-se neste capítulo a análise *a priori* das atividades que fazem parte da seqüência didática (Anexo III) proposta aos alunos participantes deste estudo. A análise a priori está fundamentada na Engenharia Didática de Artigue (1988).

Foram planejadas 30 atividades. Dessas, algumas são para a familiarização com o software Cabri-Góemètre II; outras têm a finalidade de relembrar ou construir o conceito das propriedades das figuras geométricas (triângulos e quadriláteros) envolvidas nas atividades dessa seqüência; de recontextualizar o saber matemático envolvido nesse estudo e algumas visam dar ao aluno a oportunidade de transferir os conhecimentos apropriados com o auxílio do computador para o papel.

Segundo Brousseau (1986), é papel do professor produzir uma recontextualização dos conhecimentos para que estes se transformem no conhecimento do aluno. Sendo assim, as situações geométricas foram planejadas de forma que o aluno tivesse a possibilidade de construir os conceitos de área e perímetro produzindo seu próprio conhecimento por meio do software Cabri-Góemètre II.

As atividades da seqüência didática são fundamentadas na Geometria Plana (relacionadas às construções); na Geometria Métrica (relacionadas às medidas de comprimentos e superfícies - área e perímetro). Além disso, cada atividade possibilita, situações de ação, de formulação, de validação e em seguida de institucionalização com a participação da professora-pesquisadora e dos alunos.

As atividades de familiarização com software e as de construções de triângulos e quadriláteros (de 1 a 9) serão observadas pela professora-pesquisadora, que também fará a apreciação dos registros de explicações dos questionamentos feitos no final de cada atividade, sendo feito dessa forma o controle dessas atividades.

A partir da atividade 10 (III sessão), inicia-se a construção do conceito de “área e perímetro”, finalidade deste estudo. Sendo assim, a partir dessa atividade, todas as que forem realizadas no computador serão salvas em disquetes 3 ½, para que se possam estudar os procedimentos utilizados nas construções por meio do software, juntamente com as produções escritas dos alunos. Com relação às atividades que forem realizadas utilizando lápis-e-papel, o controle será feito por meio de observação das atitudes dos alunos e de seus procedimentos descritos.

Ao procurar chegar às possíveis soluções (situação de ação), os alunos estarão utilizando seus conhecimentos anteriores construídos na interação com o software e terão autonomia para escolher a estratégia que preferirem. Em seguida, os alunos vão comunicar a(s) solução(s) e a estratégia utilizada ao grupo grande (situação de validação). É importante que o aluno perceba que é a partir dos argumentos utilizados na comunicação que ele se familiariza com a estratégia e que então pode formalizar uma delas, a que considerar melhor. Essa discussão ou comunicação é também um momento que ativará o processo cognitivo de cada aluno, bem como a fase de exploração da atividade por meio do software.

Ao experimentar as conjecturas relatadas pelos alunos, as quais poderão ser validadas ou refutadas (momento de validação), o aluno poderá ter consciência do conhecimento que possui ou do que lhe falta.

A pesquisadora fará o papel de mediadora e, no final de cada atividade ou sessão, o de institucionalizadora, como sugere Brosseau (1986).

5.1 Sessão I

Essa sessão tem a finalidade de familiarizar os participantes dessa pesquisa com o software Cabri-Géomètre II. Nas atividades, são propostas situações que levam os alunos a utilizarem as ferramentas do software que estarão envolvidas nas atividades de “área e perímetro”, finalidade deste estudo.

A professora-pesquisadora fará observação sobre as construções feitas pelos alunos antes da validação de cada atividade com o Cabri II. Para isso, cada aluno chamará a professora de acordo com a dificuldade em utilizar as ferramentas do software e conforme o desenvolvimento da atividade. Será respeitado o ritmo individual de cada aluno.

Atividade 1: Os três tipos de ponto do Cabri-Géomètre II.

Objetivos: Reconhecer a diferença entre os três tipos de pontos existentes no Cabri-Géomètre II; aprender a utilizar a ferramenta “segmento”; aprender a utilizar a ferramenta “rótulo”.

Análise *a priori*

No Cabri-Géomètre II, o ícone dos pontos na barra de ferramentas permite a construção de três tipos de pontos, conforme interface abaixo:

Ponto, que pode ser utilizado em todas as situações; **Ponto sobre Objeto,** que só pode ser utilizado sobre objetos; **Ponto de Intersecção,** que é determinado pela intersecção de dois objetos. A construção dos quatros segmentos solicitados pode ser em qualquer posição da tela, mas os pontos devem ser construídos exatamente como a atividade solicita. Movimentando os pontos P, Q e

R, percebe-se que o ponto P se movimenta sobre o segmento. O ponto Q movimenta-se somente sobre o objeto. Já o ponto R não se movimenta, a não ser que os objetos (os segmentos) sejam movimentados.Por ser o primeiro contato dos alunos com a mídia não usual, espera-se muita admiração dos alunos devido à interatividade e aos efeitos do Cabri II. Espera-se que os alunos reconheçam que esses três tipos de pontos são presentes na mídia usual (lápis e papel), na qual não existe a possibilidade de movimento. Possivelmente ficarão surpresos quando observarem que o ponto P se movimenta em qualquer lugar do segmento. Já o ponto Q, os alunos poderão observar que ele se movimenta somente sobre o objeto e poderão, ainda, relacionar com o nome "ponto sobre o objeto". Quando tentarem movimentar o ponto R, não vão conseguir, mas podem observar que, se movimentarem os segmentos, o ponto se movimenta junto ou desaparece quando os segmentos não se interceptam. É possível que tenham uma fácil compreensão, pois, quando os segmentos se interceptarem de novo, o ponto vai aparecer novamente, além disso também vão relacionar com o nome "ponto de intersecção". Outro aspecto, que poderá causar grande surpresa, será o de "arrastar" pela tela o objeto construído. Geralmente, o professor, no quadro-negro, constrói retas, segmentos, triângulos, quadriláteros e outras figuras, apoiando uma base ou seguindo a direção horizontal, fato que também pode ser observado em várias situações nos livros didáticos, e isso pode levar o aluno a criar um conceito imagem dessas figuras de acordo com as posições usuais, limitando a sua percepção. Nessa atividade, os alunos são livres para construir os segmentos de acordo com a posição que escolherem.

A explicação, de forma convincente, que os alunos deverão dar aos questionamentos feitos na atividade em relação ao movimento dos pontos e dos segmentos, fará com que eles repensem as situações envolvidas na atividade, o que contribuirá bastante para a sua aprendizagem

Atividade 2: Construção de retas, segmentos, semi-retas, vetores, triângulos, polígonos, polígonos regulares, retas perpendiculares e retas paralelas.

Objetivos: Utilizar e analisar as características de uma reta, de um segmento, de uma semi-reta e de um vetor; compreender as condições necessárias para traçar retas perpendiculares e paralelas; compreender os conceitos de paralelismo e perpendicularismo; aprender a utilizar as ferramentas: triângulo, polígono e polígono regular.

Análise *a priori*

O ícone de retas, na barra de ferramentas do Cabri II, traz as opções de retas, segmentos, semi-retas e vetores que podem ser construídos em qualquer lugar e posição da tela. Traz também a opção triângulo, que permite a construção a partir dos três vértices, ou seja, clicando em três lugares arbitrários, ou ainda a partir de três pontos selecionados. Quanto à opção polígono, ela permite a construção de qualquer polígono irregular, clicando em lugares arbitrários, ou polígonos definidos a partir de pontos selecionados. Já a opção polígono regular permite a construção de polígonos regulares e estrelados, dependendo da direção em que se que gira o mouse. No ícone das construções, encontra-se a opção reta paralela. As retas paralelas poderão ser construídas a partir de um objeto (uma reta).Nessa atividade, espera-se que os alunos observem e entendam que uma reta é ilimitada nos dois sentidos; que um segmento é parte da reta, sendo, portanto, limitado nos dois sentidos e que uma semi-reta é limitada apenas em um sentido. Quanto aos vetores, o aluno poderá observar a direção e o sentido dos mesmos. O triângulo construído, pela opção “triângulo”, poderá ter seus vértices movimentados, ser arrastado e até classificado quanto aos lados e ângulos. Com relação à ferramenta “polígonos”, é possível construir uma diversidade de polígonos e verificar que se pode movimentar o vértice, arrastar a figura, classificar quanto aos lados. É possível, ainda, observar que se podem modificar a medida dos lados e também a medida dos ângulos quando o polígono é construído somente com essa ferramenta. Quanto aos polígonos regulares, os alunos estarão analisando o que é um “polígono regular” e que, mesmo movimentando seu vértice, a figura não modificará suas propriedades. Para obter uma reta perpendicular ou uma reta paralela, é necessário ter um objeto, por exemplo, uma reta, e com o uso dessas ferramentas têm-se possibilidades de observar imediatamente o que é uma reta perpendicular (o ângulo formado pela reta perpendicular e o objeto mede 90º) e o que é uma reta paralela. Essas construções e a investigação dessas ferramentas podem contribuir para o desenvolvimento da visualização.

Essa atividade colocará os alunos em situação de ação e formulação, mas o professor terá que fazer várias intervenções em relação ao uso do Cabri II, pois eles possivelmente apresentarão algumas dificuldades. Espera-se que os alunos construam os conceitos geométricos (de retas, segmentos, retas perpendiculares e paralelas, etc.) com a ajuda do software.

Nessa atividade, também será possível analisar a posição das retas, segmentos, semi-retas, vetores, que alguns alunos provavelmente irão construir no sentido horizontal. O mesmo poderá acontecer com os triângulos e os polígonos, ou seja, serem construídos com uma base apoiada na horizontal.

Atividade 3: Construção de ponto médio

Objetivos: Compreender o conceito de ponto médio; aprender a utilizar a ferramenta "comprimento e distância".

Análise *a priori*

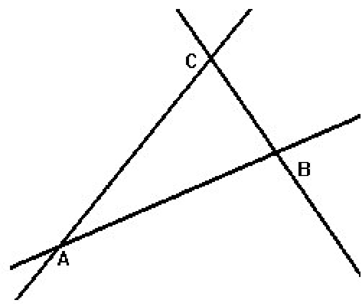
A solução consiste na criação de um segmento AB de medida qualquer e, em seguida, obter o seu ponto médio por meio da ferramenta adequada do Cabri II. Essa atividade possibilita perceber visualmente que esse ponto dividiu o segmento em dois segmentos congruentes e que usando a ferramenta do Cabri II "Comprimento e distância" para medir a distância dos pontos, é possível verificar que os dois segmentos formados AM e PM têm a mesma medida. Acredita-se que ponto médio será um conceito novo para os alunos, mas que possivelmente terão facilidade em compreender. Outro aspecto importante dessa atividade é que as hipóteses previamente estabelecidas (visualmente) em relação ao ponto médio poderão ser validadas com o auxílio do software.

Atividade 4: Construindo as alturas de um triângulo.

Objetivos: Construir triângulo por meio de três retas concorrentes; construir a altura de um triângulo usando retas perpendiculares; perceber que um triângulo qualquer possui três alturas com medidas diferentes, dependendo cada uma da medida do lado tomado como base; compreender que as alturas se encontram num mesmo ponto, o qual é chamado de ortocentro; verificar que a altura de um triângulo pode estar numa região externa do mesmo.

Análise *a priori*

Apesar do Cabri II permitir construir triângulos a partir da opção correspondente no ícone de retas na barra de ferramenta, essa atividade propõe que se construa um triângulo utilizando três retas, concorrentes duas a duas como mostra a figura.



A escolha da construção dessa forma é para que o aluno perceba outras formas de construir triângulos e também que toda figura plana pode ser representada em diferentes posições, diferenciando das representações presentes nos livros didáticos, onde um triângulo quase sempre tem um dos lados na horizontal, chamado geralmente de base , em relação à qual é representada a altura do triângulo. Essa maneira de construir também proporciona aos alunos condições para que possam visualizar as alturas dos triângulos obtusângulos, ou seja, aquelas que estão na região externa da figura, pois essa construção permite movimentar as retas suportes que contêm o triângulo, fazendo, com isso, várias transformações como mostram as figuras a seguir:

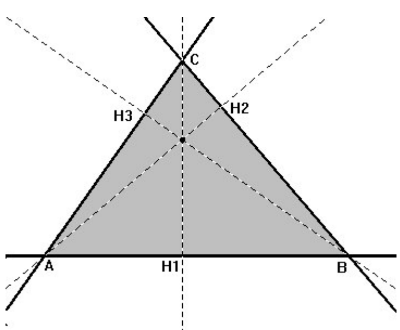


Figura 1

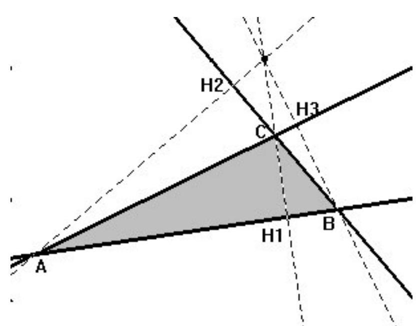


Figura 2

O fato de um triângulo ter três lados implica que ele tenha três alturas. Espera-se que isso fique claro para os alunos e também que eles percebam que a altura de um triângulo é o segmento cujas extremidades são o vértice e a intersecção da reta perpendicular com o lado oposto. Também têm possibilidades de entender que cada lado tomado como base tem uma respectiva altura (relacionando base e altura).

Essa é uma atividade fundamentada nos conceitos elementares da geometria plana (uso da régua, esquadro e compasso). Acredita-se que os alunos terão algumas dificuldades, uma vez que eles não devem ter muitas noções de construções geométricas. É possível que alguns desconheçam a possibilidade de traçar as três alturas relacionadas aos três lados do triângulo, tomados como base e talvez até o que é altura do triângulo.

5.2 Sessão II

Essa sessão tem por objetivo a construção dos quadriláteros (quadrado, retângulo, trapézio e losango), para que o aluno identifique e reconheça cada uma dessas figuras. Nas atividades posteriores, os alunos terão que construir a fórmula para calcular área dos quadriláteros e, para isso, é necessário que tenham conhecimento de pelo menos algumas de suas propriedades. As situações geométricas dessa sessão caracterizam-se por um processo de aprendizagem no qual o aluno tem possibilidades de descobrir relações métricas e/ou propriedades, formular conjecturas ou hipóteses verificando sua validade. Com o uso do software Cabri-Géomètre II, o aluno construirá seu próprio conhecimento.

Como na rede pública (nessa região) não se tem uma disciplina de Desenho Geométrico, entende-se que os alunos não estejam familiarizados em realizar construções geométricas. Se a geometria ainda é pouco trabalhada, é possível que as construções geométricas também o sejam. Como se pode observar, parte dos livros didáticos apresentam muitas figuras prontas quando se trata de calcular área e perímetro. Será uma situação nova para os alunos construírem as figuras geométricas para trabalhar suas propriedades e desenvolver o conceito de área e perímetro.

Atividade 5: Construção de retângulo.

Objetivos: Construir retângulo; utilizar a construção de retas perpendiculares e paralelas; identificar algumas propriedades do retângulo; reconhecer e identificar retângulos.

Análise *a priori*

Construir um retângulo usando retas perpendiculares e paralelas proporciona a aplicação desses conceitos. Movimentando os vértices é possível reconhecer as propriedades de que os lados opostos são paralelos e congruentes e que têm todos os ângulos retos. Espera-se que os alunos compreendam que os ângulos são retos não apenas pela visualização, mas pelo fato de estarem utilizando retas perpendiculares.

O retângulo deve ser uma figura que os alunos conheçam e sua construção é bastante simples. O movimento da figura sem perder as características, proporcionado pelo software, será um ponto fundamental para a observação das propriedades dessa figura. Essa construção facilitará o desenvolvimento de atividades posteriores, que serão propostas para a construção das fórmulas das áreas.

Atividade 6: Construção de losango.

Objetivos: Construir losango e suas diagonais; identificar algumas propriedades do losango.

Análise *a priori*

Os conceitos de retas concorrentes, segmentos, diagonais e medidas de comprimento serão aplicados na construção do losango. Para isso, os alunos seguirão o roteiro da atividade (Anexo III). O Cabri II permite outros algoritmos para a construção de losango, mas a escolha desse é por ser simples, já que os alunos não possuem nenhuma experiência com software de matemática e também pouca habilidade com construções geométricas.

Essa atividade permite que se verifique que todos os lados do losango possuem a mesma medida, ou seja, são congruentes. Com as condições de visualizar e movimentar, que o software proporciona, é possível compreender outras características do losango. Os alunos, ao movimentarem a figura e ao observarem os elementos invariantes, poderão verificar se suas conjecturas são verdadeiras, o que contribuirá para a descrição, sem grandes dificuldades, das propriedades do losango.

Atividade 7: Construção de trapézio a partir de segmentos paralelos.

Objetivos: Construir trapézio a partir de dois segmentos paralelos; identificar e reconhecer trapézios.

Análise *a priori*

Nessa atividade, os alunos já têm a posição dos segmentos paralelos. Apesar de a atividade solicitar o movimento das retas paralelas, possivelmente farão a construção nessa mesma posição (inclinada). Estarão aplicando novamente o conceito de retas paralelas. Um fator importante, que essa atividade também proporciona, é que os alunos poderão perceber facilmente os elementos invariantes do trapézio com o movimento das retas paralelas e também ao movimentar os vértices da figura.

Acredita-se que inicialmente acharão estranha a posição da figura, mas espera-se que já estejam percebendo que todas as figuras planas podem estar em qualquer posição do plano e, ao movimentá-la, perceberão que as propriedades são as mesmas em qualquer posição em que a figura esteja. No papel, isso não é possível realizar, a não ser por sucessivas construções, o que não causaria nenhuma motivação, ao contrário do que acontece ao se usar software, que proporciona aos alunos uma grande satisfação em construir e movimentar as figuras.

Atividade 8: Construção do quadrado e sua macroconstrução[10].

[10] Macroconstrução é uma seqüência de construções interdependentes. O software Cabri permite inserir novos ícones.

Objetivos: Construir quadrados; identificar e reconhecer quadrados, reconhecer suas características; aprender a fazer uma macroconstrução.

Análise *a priori*

Essa atividade aborda a construção, o reconhecimento e a definição do quadrado (ação e formulação). Espera-se que os alunos não tenham dificuldades para construir essa figura, pois, com o desenvolvimento das atividades anteriores, já deverão possuir algumas habilidades em relação ao Cabri II, como, por exemplo, é possível que saibam o que significa uma reta perpendicular e uma reta paralela. Pelo fato de utilizarem retas perpendiculares na construção, é possível compreender que os ângulos formados medem 90º.

Considera-se que os alunos tenham algum conhecimento em relação aos conceitos desse quadrilátero, pois certamente ele já deve ter sido objeto de estudo por várias vezes ao longo dos anos escolares desses alunos. Portanto, espera-se que não tenham grandes dificuldades em dar sua definição. No momento da validação (movimento da figura) terão a oportunidade de perceber as propriedades do quadrado, caso não se lembrem. Umas das principais características do Cabri II é a de movimentar e arrastar a figura mantendo as suas propriedades.

Em seguida será feita a macroconstrução do quadrado para que nas atividades posteriores que necessitarem de um quadrado, os alunos possam utilizá-lo. Uma macroconstrução é útil para a criação de novas ferramentas que constroem objetos únicos ou realização de tarefas repetitivas. Como se prevê o uso do "quadrado" várias vezes, uma macroconstrução desse polígono pode contribuir no sentido de diminuir o tempo utilizado numa outra construção que envolva quadrados.

5.3 Sessão III

Nessa sessão aborda-se a classe dos paralelogramos por meio da atividade 9, além de construir e comparar as propriedades dos quadriláteros que se destacam como paralelogramo, como é o caso do retângulo, do losango e do quadrado. Os alunos terão a possibilidade de construir (ação), fazer escolhas e tomar decisão (posição e dimensão), formulação (movimento da figura).

Atividade 9: Construção de paralelogramo e exploração dos polígonos que compõem a classe dos paralelogramos.

Objetivos: Construir paralelogramos; compreender e reconhecer que os quadriláteros que possuem dois pares de lados opostos respectivamente paralelos são paralelogramos; fazer com que os alunos percebam uma classe de figuras; compreender as propriedades das figuras.

Análise *a priori*

Essa atividade aborda a construção de um paralelogramo e a observação de sua classe. A construção da figura não será uma dificuldade para os alunos, uma vez que todos os passos da construção estiveram envolvidos nas atividades anteriores. Talvez tenham dificuldades em responder o item 10 (preenchimento da tabela), pois terão que saber o que é diagonal de uma figura, fazer várias observações e comparar lados e ângulos das figuras. Com o movimento e transformação da figura, que o software proporciona, acredita-se que os alunos poderão validar suas conjecturas com facilidade.

A construção dessa situação geométrica proporciona as diferentes representações de um paralelogramo e a verificação da classe dessas figuras, ou seja, essa atividade possibilita ao aluno compreender que o retângulo, o losango e o quadrado também são paralelogramos. Espera-se que eles certifiquem-se das propriedades de cada um dos paralelogramos, caso não tenham construído esse conhecimento nas atividades anteriores.

Atividade 10: Verificar se os alunos têm alguma opinião a respeito de relações entre perímetro e área; construir triângulo selecionando três pontos em duas retas paralelas.

Objetivos: Analisar se os alunos têm opinião se figuras de mesmo perímetro possuem sempre a mesma área e se figuras de mesma área possuem sempre o mesmo perímetro; construir um triângulo que permite alterar o perímetro sem alterar a área; construir uma figura que permite alterar perímetro e área ao mesmo tempo.

Análise *a priori*

Nessa atividade, inicialmente os alunos estarão respondendo se figuras que têm a mesma área têm sempre o mesmo perímetro e se figuras que têm o mesmo perímetro têm sempre a mesma área. A intenção é verificar se eles têm alguma opinião ou algum conhecimento anterior a esse respeito e também utilizar a resolução de problema na qual a definição é feita depois da investigação e construção dos conceitos. Para responder as questões propostas na atividades, pensa-se que os alunos não terão a preocupação de esboçar algumas figuras e comparar suas áreas e seus perímetros para responderem.

Uma solução possível e imediata seria a construção de figuras (esboço) de mesma área e observação dos perímetros delas, ou ainda figuras de mesmo perímetro e observação de suas áreas. Talvez os alunos não tenham essa iniciativa, devido à ausência de atividades com essa característica nos livros didáticos e também nas propostas feitas pelos professores.

Será possível mais uma vez verificar a posição da figura. Para construir esse triângulo, inicialmente é pedido para criar uma reta “r” e em seguida uma reta “s” paralela a “r”. A posição do triângulo será determinada pela escolha do aluno em traçar a reta “s” acima ou abaixo da reta “r” e assim o triângulo poderá ter as posições como mostra a figura 1 e a figura 2.

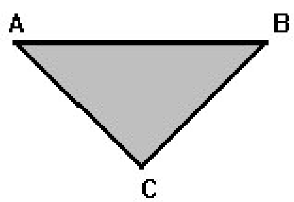


Figura 1

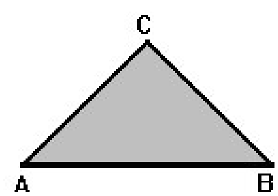


Figura 2

Supostamente os alunos encontrarão dificuldades em relação ao Cabri II para nomear os lados do triângulo. Talvez desconheçam que o lado é nomeado de acordo com o vértice oposto, além da questão de que o lado recebe letra minúscula enquanto o ponto, letra maiúscula.

<u>Atividade 11</u>: Construção do conceito de perímetro de um triângulo e sua definição. Comparação do valor do perímetro com a área da figura, idéia do conceito de área.

Objetivos: Construir o conceito de perímetro; compreender que a medida do perímetro não estabelece nenhuma relação de proporcionalidade com a da área da figura; reconhecer que figuras que têm mesma área nem sempre têm o mesmo perímetro; ter idéia do conceito de área.

Análise *a priori*

A atividade propõe que o aluno some os lados do triângulo construído na atividade anterior, usando a calculadora do Cabri II. Possivelmente os alunos terão nessa atividade algumas dificuldades em relação às ferramentas do software, pois o uso dessa calculadora, por exemplo, será uma situação nova para eles.

Após efetuar essa soma, o desafio é responder o que ela significa em relação ao triângulo. Se o aluno formular a hipótese de que se trata do perímetro, ou se não se lembrar ou não souber, terá a oportunidade ou de validar sua hipótese ou de verificar o que essa soma significa, utilizando a ferramenta "distância e comprimento" do Cabri II, pois, quando movimenta o mouse nas proximidades da figura, o software apresenta o valor e a palavra perímetro. Conseqüentemente os alunos poderão comparar a soma obtida na calculadora com o valor obtido pelo software e definir perímetro.

Ao preencher o espaço interno do triângulo com uma cor e, em seguida, obter o número que representa a área por meio da ferramenta do Cabri II, espera-se que o aluno reconheça área no quadro geométrico, ou seja, que a área é o espaço ocupado pela superfície triangular e que ela é representada por um valor numérico.

Ao movimentar o vértice C do triângulo, o aluno perceberá que o valor do perímetro estará se alterando constantemente com os movimentos, mas que o valor da área será sempre o mesmo, como nos exemplos das figuras a seguir.

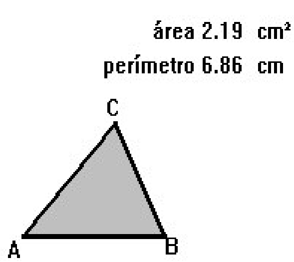


Figura 1

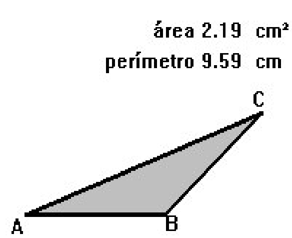


Figura 2

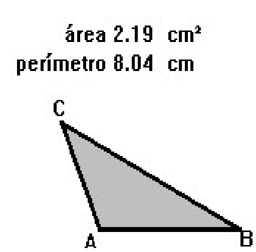


Figura 3

Essa atividade oportuniza observar que o valor do perímetro está se alterando, enquanto o da área se mantém constante devido à situação geométrica proposta e à eficiência do Cabri II. Espera-se que compreendam por meio dessa atividade que figuras de mesma área nem sempre têm o mesmo perímetro, ou seja, que o perímetro não depende do valor da área.

Movimentando o vértice “C”, está sendo tomado como base o lado AB do triângulo, e a altura respectiva dessa base é a distância escolhida entre as retas primitivas (as paralelas) nas quais foram selecionados os vértices do triângulo, e, portanto, ela também não está se alterando. Sendo assim, o valor da área, que está em função da base AB e de sua respectiva altura, não vai se alterar com o movimento do vértice “C”, mas o perímetro sim, uma vez que com esse movimento alteram-se as medidas dos lados BC e AC do triângulo, mas essas observações não fazem parte dos objetivos dessa atividade e sim de atividades posteriores.

Ao movimentar o vértice “A” ou “B”, alteram-se tanto o valor do perímetro quanto o valor da área, como, por exemplo, as figuras a seguir.

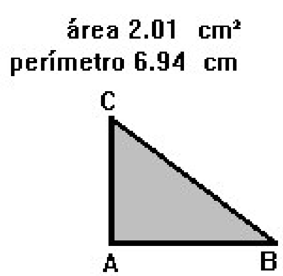


Figura 4

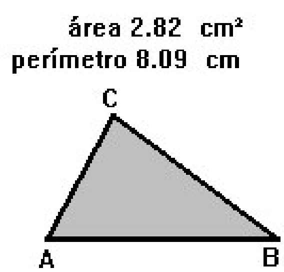


Figura 5

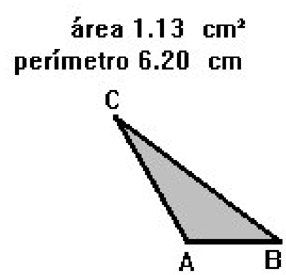


Figura 6

Talvez os alunos não observem as razões pelas quais isso ocorre, pois não é provocada uma reflexão sobre isso nessa a atividade, mas isso será proporcionado em atividades posteriores (17 e 18), bem como a comparação entre as unidades que medem uma superfície que também será proposta em outras atividades.

Justifica-se que, ao movimentar o vértice “A”, o lado BC fica fixo, mas sua respectiva altura estará se alterando com o movimento. Movimentando-se o vértice “B”, acontecerá situação semelhante: o lado AC vai ficar fixo, mas sua respectiva altura estará se modificando. Com isso, o valor da área em ambos os casos sofrerá alterações. Quanto ao perímetro, vai se alterar em todos os casos, pois movimentando-se qualquer vértice do triângulo modificará a medida dos lados, logo o perímetro se altera também, pois ele é calculado em função das medidas do lado da figura.

Atividade 12: Decomposição de figuras e análise do perímetro

Objetivos: Identificar na decomposição das figuras se essas decomposições têm o mesmo perímetro; reconhecer figuras de mesmo perímetro; comparar perímetros.

Análise *a priori*

Essa atividade aborda a decomposição de figuras para que o aluno tenha a possibilidade de comparar o perímetro das partes que as compõem. A solução consiste em analisar se o comprimento dos lados dessas partes tem a mesma medida. Uma das possibilidades é observar segmentos comuns às partes ou utilizar uma régua para medir os lados das figuras. Outra possibilidade é por meio da habilidade de visualizar, mas a competência do aluno, nesse caso, é fundamental, pois poderá ter uma ilusão de óptica e não perceber as pequenas diferenças das dimensões. Pode ser que a falta de percepção do aluno prejudique a resolução da atividade.

Um ponto importante dessa atividade é que ela estará provocando a passagem do conceito de perímetro construído com os recursos do Cabri II, para o papel, pois, para resolver essa atividade, o aluno terá que utilizar o conhecimento que se espera que ele tenha construído com a utilização do software.

5.4 Sessão IV

A partir dessa sessão, as situações geométricas abordam a generalização, raciocínio empírico e dedutivo, pois elas têm a finalidade de construir o conceito de área e de construir fórmulas para calcular as áreas dos quadriláteros e de triângulos. Considera-se essa sessão de fundamental importância para que os alunos construam o conceito de área e para que criem significados para as fórmulas utilizadas no cálculo de áreas de figuras planas. Eles terão situações de ação, formulação e validação com o uso do software e com a mídia lápis-e-papel.

<u>Atividade 13</u>: Construção do conceito de área; definição e construção da fórmula utilizada para calcular área do retângulo.

Objetivos: Construir o conceito de área; construir a fórmula para calcular área do retângulo.

Análise *a priori*

Considera-se essa atividade muito importante dentro da seqüência didática, pois por meio dela aborda-se o raciocínio empírico e dedutivo. O ponto essencial é que o aluno faça uma generalização e expresse a fórmula para calcular a área de qualquer retângulo. Espera-se que o aluno, construindo as fórmulas para calcular área de figuras planas, compreenda o significado de cada uma delas. Com isso, acredita-se que os alunos desenvolverão suas habilidades de percepção geométrica, de dedução e de generalização.

A atividade consiste em construir um retângulo de 7cm de comprimento por 4 cm de largura e preencher com quadradinhos de lado 1cm x 1cm a região interna do retângulo (ação). Esse “quadradinho” será adotado como unidade de área, como mostra a figura 1.

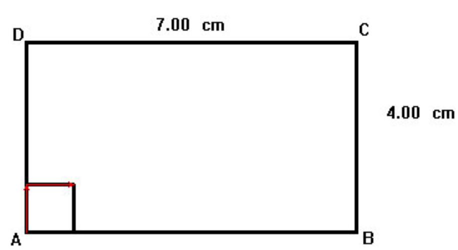


Figura 1

O desafio inicial é fazer uma estimativa de quantos “quadradinhos”, tomados como unidade de área, são necessários para cobrir o retângulo maior. Em seguida, propõe-se a validação dessa estimativa por meio das ferramentas adequadas do Cabri II, ou seja, o preenchimento do retângulo utilizando um quadradinho de cada vez (formulação), conforme a figura:

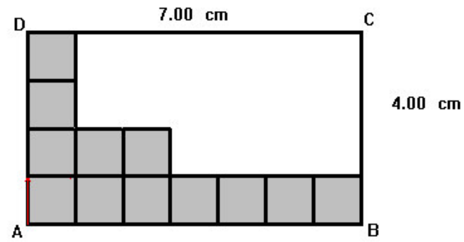


Figura 2

O preenchimento do retângulo com os “quadradinhos” poderá levar o aluno a perceber que a superfície do “quadradinho” foi tomada como unidade para comparar com a superfície do retângulo (7cm x 4cm) e com isso ter idéia de comparações entre superfícies.

Ao terminar o preenchimento, o aluno terá oportunidade de comparar a estimativa feita inicialmente, com o produto do comprimento pela largura e finalmente com o valor da área obtido por meio do Cabri II.

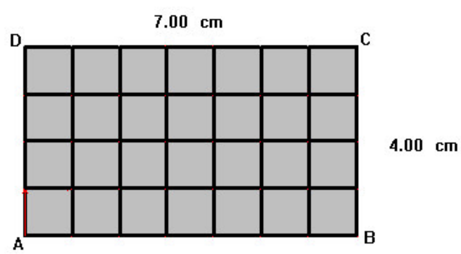


Figura 3

Percebendo que o número de quadradinhos, o valor do produto do comprimento pela largura e que o valor da área obtido pelo Cabri II são iguais, é possível que os alunos não tenham dificuldades em expressar a fórmula para calcular área do retângulo. A atividade oportuniza, ainda, a construção do conceito de área no campo geométrico, no campo dos números e no campo algébrico e, finalmente, que calcular a área de uma figura é compará-la com a área de outra.

Considerando a representação gráfica, pode-se institucionalizar que a área de qualquer retângulo é o produto do comprimento pela largura. Ao criar outras medidas para os lados do retângulo os alunos estarão validando a fórmula e aplicando esses conhecimentos na mídia lápis-e-papel.

<u>Atividade 14</u>: Construção da fórmula utilizada para calcular área do quadrado e exploração da idéia de que a área de uma superfície é expressa por um número que depende da unidade. Definição de área.

Objetivos: Compreender e deduzir a fórmula para calcular área de quadrados; definir área.

Análise *a priori*

Essa situação geométrica também proporciona situação de ação, formulação e validação. Construindo o quadrado de lado 4 cm com um "quadradinho" de lado 1 cm x 1 cm no seu interior, estarão em situação de ação. Ao estimar quantos "quadradinhos" são necessários para preencher o quadrado maior, estarão em situação de formulação e, ao construir uma fórmula, verificar e comunicar sua eficiência, estarão em situação de validação. A figura a seguir retrata a construção inicial do quadrado.

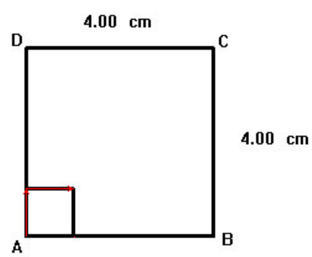


Figura 1

Após observação e estimativa inicial, será possível verificar as hipóteses, preenchendo o quadrado maior com os "quadradinhos" utilizando um de cada vez (figura 2) e também por meio da ferramenta "área" do Cabri II pela qual se tem possibilidade de obter o valor da área do quadrado maior e, se necessário, do "quadradinho".

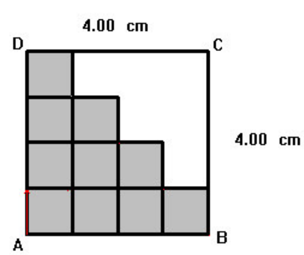


Figura 2

Com o preenchimento total, verifica-se que a quantidade de "quadradinhos" utilizada para o preenchimento do quadrado maior é igual ao valor da área obtido pelo Cabri II e se fazem comparações com a estimativa inicial. A figura 3 mostra o quadrado preenchido totalmente:

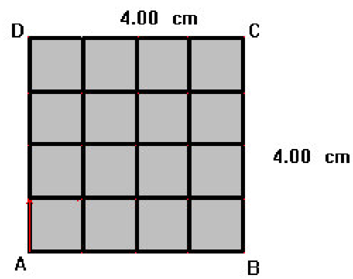


Figura 3

O item 9 poderá apresentar dificuldades para os alunos. Perceberão que a quantidade de "quadradinhos" utilizada para o preenchimento do quadrado maior diminuiu, mas, provavelmente, terão dificuldades em concluir e relatar que eles (o quadradinho de lado 1 cm e de lado 2 cm) são tomados como unidades para medir a superfície do quadrado de lado 4 cm. A atividade permite perceber que a área de uma superfície pode corresponder a números diferentes e que isso depende da unidade utilizada ou da área da outra figura utilizada para comparar a superfície.

Tanto essa atividade quanto a anterior abordam a generalização. A fórmula para calcular a área do quadrado deverá se tornar clara. Espera-se que se torne claro também, o conceito de área no quadro geométrico e no quadro numérico, pois tanto os efeitos do software quanto a atividade proporcionam condições para isso.

Considerando o exposto, pode-se fazer a institucionalização de que a área de qualquer quadrado pode ser obtida calculando o quadrado da medida de seu lado.

Atividade 15: Equivalência de áreas

Objetivos: Comparar área de superfícies limitadas em papel quadriculado; propor uma atividade sem o uso do software para que o aluno use os conhecimentos construídos por meio do computador.

Análise *a priori*

Nessa atividade o aluno trabalhará a equivalência de área sem utilizar o Cabri II. A atividade inicialmente é bastante simples. As figuras estão contidas numa malha quadriculada, ou seja, formada por quadradinhos e eventualmente contêm diagonais desses quadradinhos. As áreas poderão ser calculadas apenas contando quantos quadradinhos compõem cada figura, utilizando a idéia de composição e decomposição.

Para responder quais das superfícies têm mesma área (item b), possivelmente os alunos estarão olhando apenas para o valor numérico correspondente ao número de quadradinhos. O mesmo acontece com o item “c” e “d”. Nessa atividade é possível observar que o número correspondente a quantidade de “quadradinhos” que cada figura comporta representa a área da mesma. Comparando, assim, superfícies de mesma área ou de áreas diferentes com esse número. Espera-se que percebam que superfícies de formas diferentes podem ter áreas iguais.

O item “e” exige uma reflexão e uma compreensão para entender que para que uma superfície tenha área maior do que outra, é necessário compará-las usando a mesma unidade. Nesse caso terá maior área aquela superfície que comportar maior quantidade dessa unidade utilizada.

Essa atividade será desenvolvida sem o uso do computador e em dupla. No final, as duplas farão uma comunicação das estratégias utilizadas e das soluções encontradas. Nessa etapa, os alunos perceberão os conhecimentos que possuem e os que lhes faltam, a respeito de superfície e área. Além disso, essa discussão poderá proporcionar-lhes a distinção entre superfície e área.

5.5 Sessão V

A sessão será iniciada por uma atividade sem o uso do Cabri II, complementando as atividades da sessão anterior. Nessa sessão ainda será construída a relação entre área de um triângulo qualquer e a área de um retângulo. A situação geométrica induz o aluno a perceber que a área do triângulo equivale à metade da área do retângulo e assim deduzir a fórmula para se calcular área de qualquer triângulo.

<u>**Atividade 16**</u>: Os diferentes números que expressam a área de uma mesma superfície de acordo com as diferentes unidades tomadas para comparar as áreas.

Objetivos: Compreender que uma mesma superfície pode ter números diferentes que expressam sua área e que isso depende da unidade utilizada para comparar as áreas.

Análise *a priori*

Para resolver essa atividade, o aluno não utilizará o software, apenas os conhecimentos construídos por meio dele. A atividade é bastante simples. Os alunos não terão grandes dificuldades em preencher a tabela usando as diferentes unidades de área. Espera-se que compreendam que, ao aumentar a unidade de área, o número que expressa a área diminui e que percebam também que a unidade sendo maior caberá menos vezes na figura.

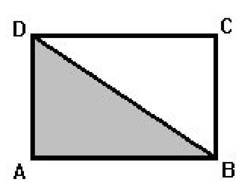
Essa atividade pode contribuir muito para que o aluno compreenda que uma mesma superfície pode ter diferentes números que expressem sua área (campo numérico) e que isso depende da unidade escolhida para comparar as superfícies. No momento da comunicação, espera-se que os alunos, que ainda não compreenderam que uma mesma superfície pode ter diferentes números para expressar sua área, compreendam.

<u>**Atividade 17**</u>: Comparação da área do retângulo com a área do triângulo.

Objetivos: Compreender a relação existente entre a área do retângulo e do triângulo.

Analise *a priori*

Com a construção de um triângulo inscrito no retângulo, possibilita-se a visualização de que o espaço ocupado pelo triângulo corresponde à metade do espaço ocupado pelo retângulo.



Ao obter o valor da área do retângulo e do triângulo por meio do Cabri II, poderão ser feitas a comparação e a verificação de que a área do triângulo corresponde à metade da área do retângulo. Movimentando-se os vértices, é possível perceber que essa relação permanece constante.

Esse fato ocorre porque o triângulo possui uma base comum ao comprimento do retângulo e que a altura relativa a essa base tem a mesma medida da largura do retângulo, ou seja, existe uma a relação entre "base e altura" das duas figuras.

Atividade 18: Compreensão e dedução da fórmula utilizada para calcular área do triângulo.

Objetivos: Compreender que a área do triângulo é obtida independentemente do lado tomado como base; deduzir a fórmula para calcular área de triângulos.

Análise *a priori*

A atividade é fundamentada nos conceitos de construções elementares para a geometria plana. A solução consiste em construir um triângulo com medidas quaisquer para os seus lados, construir as alturas respectivas dos três lados tomados como base e medi-las. Para essa construção não foi determinado nenhum algoritmo, portanto, os alunos terão autonomia para escolher os passos que preferirem. Acredita-se que as dificuldades na construção serão mínimas, uma vez que eles já realizaram atividades semelhantes.

Após a construção será multiplicada a medida de uma base pela medida da sua respectiva altura, obtendo um valor correspondente ao dobro da área do triângulo. Comparando-se esse resultado com o valor da área proposto pelo Cabri II, é possível perceber a necessidade de efetuar uma divisão por dois. Essa idéia também já foi trabalhada na atividade anterior. Espera-se que os alunos não tenham grandes dificuldades em construir a fórmula utilizada para calcular a área de triângulos e que compreendam o significado dela.

O fato de os alunos encontrarem o mesmo valor para a área do triângulo usando os três lados tomados como base com suas respectivas alturas, como mostra a figura 1, deverá surpreender os alunos, que provavelmente desconhecem essas possibilidades.

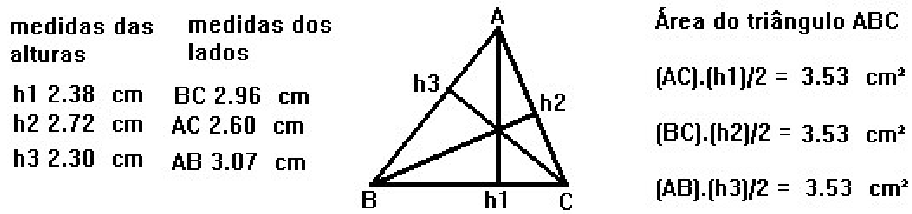


Figura 1

A situação acima não é comum nos livros didáticos. Neles normalmente se toma apenas um lado do triângulo como base (preferencialmente o lado apoiado na horizontal) e sua altura relativa (base e altura) e em seguida se calcula a área. Essa atividade pode contribuir para a compreensão de que a área do triângulo não depende do lado tomado como base e da respectiva altura considerada, ou seja, pode-se tomar qualquer lado do triângulo como base com sua altura relativa para o cálculo da área de um triângulo.

Considerando a construção gráfica das alturas de um triângulo, pode-se formalizar que a área de um triângulo ABC dado pode ser obtida tomando qualquer um dos seus lados multiplicado pela metade da altura desse triângulo relativamente ao lado considerado. O Cabri II tem papel importante na construção desse conceito, pois auxilia, orienta e valida as conjecturas do aluno de forma agradável.

Atividade 19: Calcular a área de um triângulo inscrito num retângulo de área conhecida.

Objetivos: Desenvolver uma atividade no papel cujos resultados depois os alunos possam conferir no Cabri II; propor uma situação na qual o aluno tenha que recorrer a conhecimentos adquiridos por meio do software para justificar suas resoluções.

Analise *a priori*

Uma das resoluções possíveis para essa atividade consiste em perceber que a base AB do triângulo ABE coincide com o comprimento do retângulo.

Portanto, tem a mesma medida e que a altura relativa a essa base também tem a mesma medida da largura do retângulo verificando, assim, que a área do triângulo ABE tem a metade da área do retângulo.

Pode ser que algum aluno tente resolver atribuindo valores ao comprimento do retângulo e a sua largura de modo que resulte em 20 cm^2 de área, mas, se não perceber que a altura do triângulo ABE tem a mesma medida da largura do retângulo, não chegará à solução.

Talvez tenham um pouco de dificuldade em descobrir as relações entre a base e a altura do triângulo com o comprimento e a largura do retângulo, mas, como poderão verificar a solução por meio do Cabri II, terão oportunidade de perceber essas relações ao construir e ao movimentar as figuras.

5.6 Sessão VI

Atividade 20: Verificar a área de um paralelogramo transformando-o em retângulo. Compreensão e construção da fórmula utilizada para calcular área de paralelogramo.

Objetivos: Construir a fórmula para calcular a área de um paralelogramo.

Análise *a priori*

Para construir um paralelogramo, têm-se várias possibilidades. Nessa atividade, os alunos estarão escolhendo os passos que preferirem, de acordo com os conhecimentos geométricos adquiridos por meio do software e também com os relacionados ao manuseio dessas ferramentas.

Inicialmente, constrói-se um paralelogramo com sua respectiva altura (figura 1) e, em seguida, mede-se a sua base, sua altura e o valor da área.

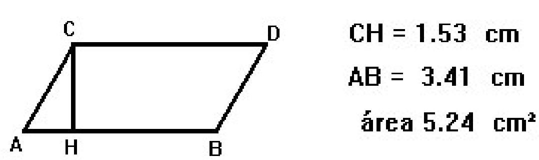


Figura 1

Ao definir o triângulo ACH, poderá ser utilizada a idéia de decomposição de figuras, ou seja, como se estivessem decompondo o paralelogramo em duas partes. Como os lados opostos do paralelogramo têm a mesma medida, o triângulo vai encaixar perfeitamente no outro lado do paralelogramo, uma vez que a altura do triângulo em relação à base AH é congruente à altura do paralelogramo. Isso também pode ser percebido intuitivamente. Utilizando a noção de translação e de direção de vetores, os alunos estarão compondo a figura, transformando-a num retângulo como mostra a figura 2.

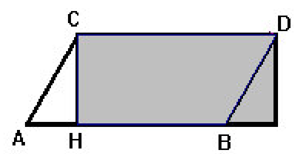


Figura 2

Utilizando a ferramenta "distância e comprimento" do Cabri II, é possível verificar que o paralelogramo e o retângulo construídos têm, respectivamente, bases e alturas com mesma medida. Além disso, percebe-se que esses dois quadriláteros são formados pelas mesmas peças e, portanto, são equivalentes, ou seja, têm áreas iguais.

Como a área do retângulo pode ser determinada pelo produto do comprimento pela largura, conclui-se que, para obter a do paralelogramo, basta multiplicar sua base pela respectiva altura, possibilitando a dedução da fórmula utilizada para se calcular área de um paralelogramo qualquer.

Pode-se com essa construção, institucionalizar que para obter a área de um paralelogramo qualquer basta multiplicar o comprimento de sua base por sua altura.

Atividade 21: Construção de fórmula para calcular área de losango.

Objetivos: Construir a fórmula utilizada para calcular a área de um losango inscrito num retângulo; compreender o significado da fórmula.

Análise *a priori*

O aluno vai inicialmente construir um retângulo e o ponto médio de seus lados para em seguida definir o losango inscrito nesse retângulo. Com essa construção, pode-se observar que a medida da diagonal maior (D) do losango é igual à medida do comprimento do retângulo, e que a medida da diagonal menor (d) é igual à medida da largura do retângulo. Ainda observando os triângulos formados tanto pelo segmento que define as diagonais quanto pelos formados pelos lados do losango em relação ao retângulo, é possível observar (intuitivamente) que são congruentes e, por meio dessa percepção geométrica, pode-se perceber que o espaço que o losango ocupa no interior do retângulo equivale à metade do espaço ocupado pelo retângulo, como apresenta a figura 1. Ao obter a área do retângulo e do losango por meio do Cabri II, é possível verificar que a área do losango inscrito realmente equivale à metade da área do retângulo.

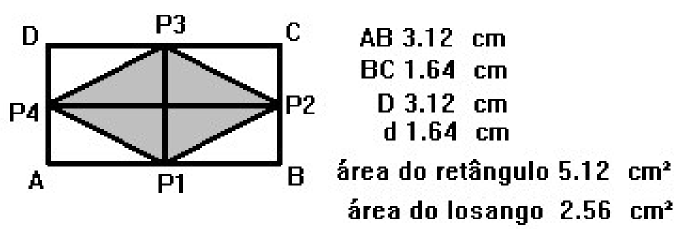


Figura 1

Usando translação e as vantagens o que Cabri II oferece (movimento), os alunos poderão verificar que os triângulos são congruentes e que por isso se encaixam perfeitamente. Com essa translação é possível constatar e visualizar que os quatro triângulos que formam o losango ocupam o espaço equivalente à metade do espaço do retângulo. Transladando os triângulos no sentido indicado pelos vetores, os alunos irão decompor o losango em partes (em triângulos) e construir um retângulo composto pelos triângulos das partes do losango, como apresenta a figura 2.

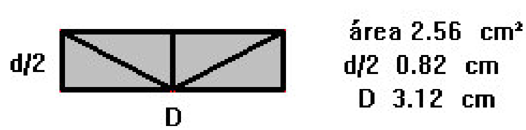


Figura 2

Ao construir o retângulo utilizando os triângulos que compõem o losango, o software mais uma vez poderá estar causando muita satisfação aos alunos. Acredita-se que tenham dificuldades em compor o retângulo, pois possivelmente só tenham noções de vetores.

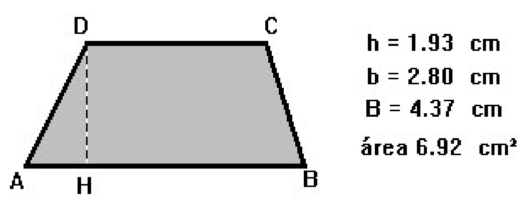
Com essa construção, os alunos poderão compreender a fórmula utilizada para calcular área do losango e, com isso, deduzir a fórmula. Poderão sistematizar que a área de qualquer losango é dada pelo produto da diagonal maior e da metade da diagonal menor.

Atividade 22: Construindo um trapézio qualquer, considerando outro igual para montar um paralelogramo e construir a fórmula para calcular área de trapézio.

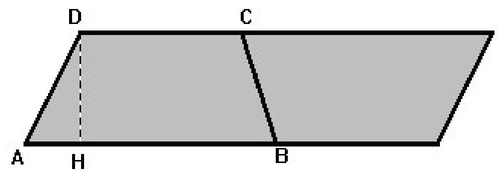
Objetivos: Compreender e deduzir a fórmula utilizada para calcular a área do trapézio transformando-o num paralelogramo.

Análise *a priori*

A construção do trapézio é bastante simples. Os alunos trabalharão com os conceitos de retas paralelas e perpendiculares e medirão suas bases, altura e a área, conforme a figura 1:



A idéia é utilizar o mesmo trapézio para compor um paralelogramo, utilizando a ferramenta "simetria central" do Cabri II. Possivelmente os alunos não tenham noções sobre simetria, mas isso não será um obstáculo para o desenvolvimento da atividade . Acredita-se que os alunos ficarão surpresos com o fato de um trapézio encaixar no outro. A figura composta pelos dois trapézios forma um paralelogramo com comprimento (base) igual à soma da medida das duas bases do trapézio (B + b).



Ao verificarem o valor da área do paralelogramo, pode-se perceber que a área do trapézio equivale à metade da área do paralelogramo. Seguindo o algoritmo proposto que conduz ao valor da área do trapézio podem compreender como se calcula a área de um trapézio.

No item 11, é proporcionada a transferência para o papel das idéias construídas com a utilização do Cabri II, possibilitando a construção da fórmula para calcular área de um trapézio qualquer.

Pode-se sistematizar que a área de um trapézio qualquer é dada pelo produto das somas de suas bases pela metade da altura.

5.7 Sessão VII

Nessa sessão, os alunos farão todas as atividades sem usar o Cabri II, a fim de que utilizem os conhecimentos construídos com o uso do software para desenvolver atividades na mídia usual (lápis-e-papel). As atividades dessa sessão serão, ainda, consideradas como pós-teste.

Atividade 23: Comparação das diferentes áreas (campo numérico) de uma mesma superfície.

Objetivos: Compreender que no campo numérico uma superfície pode ter vários números que expressam sua área; comparar os diferentes números que expressam a área de uma mesma superfície de acordo com as diferentes unidades de áreas utilizadas para medir as superfícies.

Análise *a priori*

Como as figuras que compõem essa atividade seguem as linhas do papel quadriculado, só é necessário verificar quantas figuras consideradas unidades de área cabem em cada uma das superfícies (A, B e C) para calcular a suas áreas. Não é necessário preocupar-se com os diferentes tipos de superfícies (forma geométrica).

Essa atividade contém dois pontos importantes. O primeiro é que, ao preencher a tabela com os diferentes números que expressam a área de cada figura, é proporcionada a compreensão de que a área de uma superfície está em função da área da unidade tomada para a comparação entre as áreas. Assim poderão perceber que uma superfície pode ter vários números que podem representar sua área e que isso depende da unidade de área tomada para medir as superfícies. O outro ponto é que o aluno utilize os conhecimentos construídos por meio do software e que os transfira para outra mídia (lápis-e-papel). Espera-se que os alunos não tenham dificuldades para solucionar essa atividade, uma vez que nessa seqüência didática foram trabalhadas atividades com objetivos semelhantes.

Atividade 24: Verificar se existe alguma relação entre área e perímetro de uma mesma figura.

Objetivos: Calcular e relacionar área e perímetro de uma mesma figura; compreender que não existe nenhuma relação de proporcionalidade entre área e perímetro de uma mesma figura; ou seja, que área e perímetro não variam num mesmo sentido.

Análise *a priori*

Nessa atividade considera-se como unidade de área um “quadradinho”, então, para calcular a área de cada figura é necessário apenas contar quantos “quadradinhos” cabem em cada uma das superfícies. Quanto ao perímetro, já que está sendo considerado o lado desse quadradinho como unidade de comprimento, também basta contar quantos lados do “quadradinho” contornam cada uma das figuras. Em seguida farão comparações entre os valores da área e do perímetro de cada figura. Com isso é possível perceber que não existe nenhuma relação de proporcionalidade entre área e perímetro de figuras planas e que área e perímetro não variam num mesmo sentido.

Para solucionar essa atividade, os alunos deverão utilizar os conhecimentos construídos por meio do software. Espera-se que os alunos façam essa atividade sem grandes dificuldades, uma vez que desenvolveram atividades como esse mesmo objetivo utilizando o Cabri II.

Atividade 25: Calcular área da parte pintada de uma figura plana.

Objetivos: Calcular área de figuras planas; utilizar fórmulas para cálculo de áreas construídas por meio do Cabri II.

Análise *a priori*

Para calcular a área da parte pintada da figura, é necessário reconhecer as formas que compõem a referida parte. Nesse caso, dois triângulos retângulos congruentes, que, por meio de composição, podem transformar-se em um retângulo. O aluno então poderá estar simplesmente utilizando a fórmula de calcular área de triângulos ou de retângulos caso faça a composição, uma vez que as medidas são apresentadas juntamente com a figura.

O ponto essencial dessa atividade é que o aluno aplique as fórmulas construídas durante a seqüência didática.

Atividade 26: Cálculo de área a partir do perímetro e cálculo do perímetro a partir da área.

Objetivos: Calcular área de um quadrado conhecendo o seu perímetro; calcular o perímetro de um quadrado conhecendo sua área.

Análise *a priori*

O primeiro item dessa atividade poderá ser solucionado por meio do esboço de quadrados com números arbitrários para os lados dos mesmos e em seguida somar a medida tomada para os lados verificando o seu perímetro. Poderá, ainda, apenas dividir o valor do perímetro por quatro, uma vez que uma das propriedades do quadrado é que seus quatro lados têm a mesma medida. Encontrado o valor da medida do lado do quadrado, o aluno poderá calcular a área efetuando o quadrado da medida de seu lado, ou seja, utilizando a fórmula construída no desenrolar da seqüência didática.

Quanto ao segundo item, a sua solução também pode ser por meio de tentativas, ou seja, esboçar ou apenas "imaginar" quadrados com medidas arbitrárias para o seu lado, efetuando o quadrado das supostas medidas tomadas como lado. Ou apenas poderão extrair a raiz quadrada do valor dado à área desse quadrado. Encontrado o valor da medida do lado do quadrado, efetua-se a soma de todos os lados, obtendo-se, assim, o seu perímetro.

Espera-se que os alunos resolvam essa atividade utilizando as propriedades do quadrado construídas por meio do Cabri II, sem muita sistematização dos procedimentos.

Atividade 27: Relações entre área e os lados de um triângulo e um quadrado.

Objetivos: Calcular o lado de um quadrado cuja área é igual à área de um triângulo; aplicar as fórmulas para calcular área do triângulo e do quadrado.

Análise *a priori*

Para resolver essa atividade, o aluno poderá utilizar a fórmula da área do triângulo, construída no decorrer da seqüência didática, como já foi mencionado acima, e em seguida "pensar" se a área do quadrado é o lado ao quadrado (lado vezes lado) então, "pensar" em um número que vezes ele mesmo resulte no valor encontrado para a área do triângulo, tendo assim a medida do lado do quadrado. Ou então, após encontrar a área do triângulo, poderá fazer tentativas com as alternativas apresentadas na questão até encontrar o valor da área do triângulo considerando o valor como o lado do quadrado.

Outra forma seria equacionar, igualar a fórmula da área do triângulo com a fórmula do quadrado (raciocínio algébrico) chegado ao valor do lado do quadrado.

Talvez os alunos tenham dificuldades em solucionar essa atividade, pois ela aborda raciocínios geométricos e algébricos, uma vez que os mesmos apresentaram dificuldades nas questões do pré-teste que envolviam raciocínio algébrico e também porque esse tipo de atividade não foi trabalhado diretamente na aplicação da seqüência didática.

<u>Atividade 28</u>: Cálculo de perímetro de diversos polígonos.

Objetivos: Reconhecer polígonos de mesmo perímetro.

Análise *a priori*

Para solucionar esse problema, o aluno terá que ter em mente o conceito de perímetro, bem como a forma geométrica de cada polígono. Para encontrar a alternativa correta, deverá resolver cada item e fazer comparação entre os perímetros de cada polígono envolvido. Também nesse problema, o aluno estará aplicando o conceito de perímetro, construído com atividades desenvolvidas pelo Cabri II.

5.8 Sessão VIII

Analisando o desempenho dos alunos nas atividades das sessões anteriores, sentiu-se necessidade de retomar alguns pontos da seqüência didática aplicada. Para isso foram elaboradas mais duas atividades (29 e 30), criando assim a sessão oito. Essa sessão foi realizada dois meses e meio após a sétima sessão. Ela teve a duração de 90 minutos e participaram dela seis alunos. A forma de controle dessa atividade foi também por meio da observação e de anotações feitas pela pesquisadora, além dos relatos dos alunos e da produção dos mesmos, salvas em disquetes 3 ½.

Atividade 29: Construção do conceito de área e comparação do valor da área e do perímetro da figura por meio de quadriláteros.

Objetivos: Construir o conceito de área; compreender que a medida da área não estabelece nenhuma relação de proporcionalidade com o perímetro da figura; reconhecer que figuras que têm mesmo perímetro nem sempre têm a mesma área; ter noção do conceito de área.

Análise *a priori*

Provavelmente os alunos não terão dificuldades em realizar essa atividade, uma vez que os mesmos já realizaram a construção da figura envolvida nela com outros objetivos. O quadrilátero que será construído proporciona as diferentes representações de um paralelogramo. Os alunos, após construir a figura, irão medir suas dimensões, sua área e seu perímetro. Em seguida movimentarão a reta suporte que proporcionará transformações da figura, modificando a medida dos seus lados e da sua área, porém o seu perímetro permanecerá constante.

Essa atividade possibilita ao aluno perceber a independência entre área e perímetro, oportunizando a compreensão de que uma figura de mesmo perímetro pode ter diferentes medidas para a sua área. Além disso, essa construção proporciona trabalhar a área e o perímetro de outros quadriláteros, os que formam a classe dos paralelogramos.

Atividade 30: Construção de retângulos a partir de um retângulo com área e perímetro previamente estabelecidos.

Objetivos: Construir retângulos de mesma área com perímetro diferente; construir retângulo de mesmo perímetro com área diferente; construir retângulo de mesma área com mesmo perímetro; verificar a independência entre a área e o perímetro de um triângulo.

Análise *a priori*

Nessa atividade, os alunos deverão construir um retângulo com dimensões definidas e em seguida calcular sua área e seu perímetro, pois o próximo questionamento se refere à área e ao perímetro do retângulo indicado na atividade. Possivelmente os alunos resolverão essa atividade por meio de tentativas e erro, ou seja, vão atribuir medidas aos lados do retângulo e verificar sua área e seu perímetro: provavelmente eles trabalharão com números inteiros. Espera-se de antemão que eles já saibam calcular área e perímetro de retângulos, conceitos trabalhados anteriormente nas sessões III e IV.

A atividade, mais uma vez, estará proporcionando aos alunos construírem o conceito da independência entre área e perímetro, uma vez que foi constatado nas análises preliminares e no pré–teste que os alunos confundem esses conceitos.

CAPÍTULO VI

6 EXPERIMENTAÇÃO *E* ANÁLISE *A POSTERIORI*

Como já foi mencionado, participaram da parte experimental desta pesquisa 8 alunos do 1º ano do Ensino Médio. Inicialmente fez-se uma reunião com os alunos participantes, para estabelecer dias da semana e horário para a realização da seqüência didática. Nessa ocasião foi explicado aos alunos que a experiência faz parte de uma pesquisa, expondo assim a seriedade do trabalho e então foi apresentado o software Cabri-Géomètre II. Isso foi realizado sem nenhuma atividade específica, apenas algumas ferramentas do Cabri II, para que eles tivessem uma noção de como o software funciona e de como seria desenvolvido o estudo.

Em seguida foram feitos alguns questionamentos aos alunos participantes do estudo. Nesses questionamentos constatou-se que eles nunca utilizaram, em suas aulas de matemática, software específico para o ensino de matemática, portanto nunca tiveram nenhum contato com o Cabri-Géomètre II ou outro qualquer. Além disso, disseram que nunca freqüentaram o laboratório de informática em nenhuma das disciplinas. Apesar disso, todos têm conhecimentos básicos de informática adquiridos em escolas especializadas em informáticas.

Os alunos ressaltaram na ocasião que consideram a informática importante na sua formação, por isso buscam conhecimentos informáticos em outras "escolas". Eles disseram ainda que têm dificuldades em matemática, mas que gostam da disciplina e que reconhecem sua importância mesmo sem entender por que. Apenas uma das participantes disse não ter dificuldades.

No decorrer da seqüência didática, apenas uma aluna desistiu após a segunda sessão e uma outra participante ausentou-se uma única vez por problemas familiares.

Considerando que a sessão I foi com a intenção de familiarização com o software e que a sessão II foi para relembrar os polígonos, será feita para elas uma análise a posteriori de modo geral, bem como para algumas atividades de outras sessões. Será dispensada maior atenção na análise a posteriori das atividades que tratam dos conceitos de perímetro, de área e da independência entre área e perímetro, que são as atividades: 11, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 28, 29 e 30

6.1 Sessão I

A finalidade das atividades da sessão I era familiarizar os alunos com o software Cabri-Géomètre II. Observou-se que os alunos estavam bastante empenhados em desenvolver as atividades, mas demonstraram grandes dificuldades acerca da geometria. Por serem alunos do 1º ano do ensino Médio, de antemão esperava-se que soubessem certos conceitos de geometria plana, como, por exemplo, a representação do triângulo.

Notou-se que os alunos com maior conhecimento informático foram mais rápidos, pois tiveram mais facilidade em manusear o mouse e as ferramentas do software. O ritmo dos alunos foi bastante diferente. Outra grande dificuldade, que se pode observar, foi a de redigir as respostas que teriam que dar no decorrer e no final das atividades. Mesmo sabendo expor a idéia tinham grandes dificuldades no momento de escrever. Percebeu-se que eles não estão habituados com atividades de matemática que solicitam algum tipo de descrição ou relatórios, por exemplo.

As atividades dessa sessão foram realizadas pelos alunos dentro do previsto nas análises preliminares. Por ser o primeiro contato deles com o software Cabri-Géomètre II, eles tiveram algumas dificuldades relacionadas às ferramentas, como, por exemplo, localizar as opções que correspondem ao algoritmo da atividade. A pesquisadora teve uma participação bastante ativa nessa sessão tanto pelos conceitos da geometria quanto pelas ferramentas do Cabri-Géomètre II.

Na atividade 1, observou-se que eles construíram os segmentos em qualquer posição, não apenas na horizontal. Pela observação e pelas respostas dadas ao questionamento a respeito do comportamento dos pontos, notou-se que os alunos entenderam as funções dos três tipos de pontos existentes no Cabri II. Um fator relevante é que os alunos acharam bastante interessante o movimento das figuras (arrastar) que o Cabri II proporciona.

Pela observação e pelas respostas dadas aos questionamentos feitos na atividade 2, foi possível verificar que os alunos compreenderam as características da reta, da semi-reta, do segmento e dos vetores. Observou-se que apenas dois alunos criaram a reta, a semi-reta e o segmento na horizontal, sendo que os demais não utilizaram uma única direção. Ao investigar retas perpendiculares e paralelas, eles ficaram intrigados com o fato de que clicando na ferramenta e em seguida na tela não conseguiam construir nenhum dos dois tipos de retas. Depois de várias tentativas a pesquisadora interveio para esclarecer quais as condições necessárias para a construção desses tipos de retas. Então, perceberam o significado de retas paralelas, reta perpendicular, o ângulo formado entre a reta perpendicular e o objeto.

Com relação à ferramenta “polígonos”, os alunos tiveram dificuldades em usá-la, pois ao final não clicavam no ponto onde haviam iniciado a construção do polígono. Pode ser que os alunos não se lembraram que polígono é uma figura fechada e por isso deveriam clicar no ponto inicial para terminar a construção. Quanto ao polígono regular, a dificuldade foi em diferenciar como se traçava o polígono convexo das figuras estreladas. Depois de várias tentativas, eles acabaram descobrindo e, além disso, perceberam intuitivamente que o polígono regular tem seus lados congruentes. Na institucionalização, foi verificado que os ângulos também são congruentes.

Na atividade 3, os alunos perceberam facilmente o que era ponto médio e deram a sua definição. Apenas dois deles trataram o segmento AB de “reta” e uma aluna definiu ponto médio a partir das medidas obtidas.

Na atividade 4, os alunos tiveram várias dificuldades, mas, apesar disso, todos conseguiram realizá-la. Pelas suas atitudes e pelos comentários, pode-se verificar que eles não sabiam da existência das três alturas de um triângulo. Além disso, desconheciam também quais são os procedimentos utilizados para traçar a altura de um triângulo. No relato escrito, todos disseram que um triângulo tem três alturas e quatro deles se referiram à questão do ângulo de 90º ou do perpendicularismo dessas alturas.

6.2 Sessão II

Nessa sessão, os alunos construíram os quadriláteros e as dificuldades apresentadas estavam relacionadas aos termos da geometria. Quando eles se deparavam com palavras como “vértice” e “diagonal”, perguntavam o que significavam esses termos, demonstrando a falta de familiarização com o vocabulário utilizado na geometria. As dificuldades em registrar as respostas para os questionamentos feitos nas atividades ainda persistiram. De todos os participantes, pôde-se perceber que dois deles não liam as indicações das atividades e sempre perguntavam “como é que se faz?”. Eles não queriam ler, mas queriam trabalhar com o software. Foi possível verificar alguns efeitos do tipo de contrato didático no qual muitas vezes o professor cumpre seu papel explicando os procedimentos que podem ou devem ser utilizados na resolução das atividades, segundo Silva (2002).

Na atividade 5, os alunos construíram o retângulo aplicando o conceito de retas perpendiculares e paralelas com algumas dificuldades relacionadas às ferramentas do Cabri II. Dois deles não identificaram o polígono construído como retângulo. Ao responder qual o nome da figura formada com a união dos pontos ABCD, cinco alunos responderam que era um retângulo; um respondeu que era quadrado e o outro, apenas que era um polígono. Com relação às características da figura, apesar das dificuldades de escrever suas idéias, no relato todos fizeram as colocações no mesmo sentido, que era um quadrilátero, com ângulos de 90º e com lados opostos de mesma medida.

A dificuldade da atividade 6 foi em lidar com a circunferência, pois nas atividades anteriores eles não realizaram nenhuma construção que envolvesse a circunferência. Os alunos em vários momentos perguntavam o que era “intersecção de retas”, o que era “vértice oposto” e “diagonal”, demonstrando a falta de conhecimento de alguns elementos da geometria. Nos comentários, os alunos observaram elementos diferentes e na descrição das características do losango fizeram o mesmo, descreveram como:

- “Figura que tem quatro lados iguais e que possui duas diagonais”;
- “Todos os lados e ângulos são iguais”;
- “Tem os quatro lados iguais”;
- “Tem todos lados opostos iguais e paralelos e, tem duas diagonais”;
- “Os lados são iguais mas os ângulos são diferentes”.

Como a atividade não questionava a respeito, os alunos não mediram os ângulos do losango, fizeram apenas intuitivamente e, assim, houve aluno que não observou com cuidado, relatando que os ângulos são iguais.

Observou-se que a construção do trapézio na atividade 7 foi feita em diversas posições. Para essa construção, os alunos usaram os conceitos de retas paralelas. Explicaram que um trapézio:

- "Tem quatro lados, sendo que dois dos lados, são paralelos";
- "Tem quatro lados diferentes, com dois lados opostos". (O aluno se refere aos dois lados opostos paralelos).

Na atividade 8, todos reconheceram que o polígono formado pela construção se tratava de um quadrado. Entre os relatos feitos pelos alunos sobre a definição do quadrado, destacam-se as seguintes definições:

- "Lados opostos (lado a lado) e de mesma medida";
- "Uma figura de quatro lados";
- "Possui quatro lados iguais, paralelos e perpendiculares e cada ângulo mede 90º".

Por se tratar de alunos do Ensino Médio, nota-se que não observaram muito bem as propriedades da figura. Esperava-se que fizessem isso com mais rigor. Coube no momento da institucionalização fazer uma discussão a respeito desses aspectos. Porém, nesse momento, alguns deles não tinham boa concentração porque queriam ficar mexendo no Cabri II.

Na construção da macro do quadrado, houve algumas dificuldades, mas todos conseguiram realizar e testaram verificando sua funcionalidade. Portanto, a sessão II também correu como previsto nas análises prévias.

6.3 Sessão III

Nessa sessão os alunos ainda tiveram algumas dificuldades em relação aos termos utilizados na geometria. As dificuldades relacionadas às ferramentas do Cabri II foram bem menores que nas atividades anteriores. Com relação à comunicação (validação e institucionalização), os alunos já estavam mais seguros em falar, mas, no relato por escrito, alguns ainda tinham problemas para escrever o que comunicavam.

Os alunos, ao construírem o paralelogramo da atividade 9, demonstraram mais uma vez as dificuldades relacionadas ao vocabulário utilizado na geometria, pois confundiam os termos e estavam sempre questionando, o que era "diagonais", "oblíquos", "perpendiculares" e "opostos". Percebeu-se que eles desconheciam a classe dos paralelogramos.

Na atividade 10, que tratava da construção de um triângulo na "situação trilho", ou seja, unindo três pontos em retas paralelas, tudo correu como havia sido previsto nas análises preliminares: a posição do triângulo foi variada. Pôde-se observar que os alunos não sabiam como é nomeado o vértice e os lados do triângulo e que vários deles não levaram em conta essa questão nas construções. Como previsto para os questionamentos iniciais dessa atividade, os alunos não tiveram iniciativa de resolução, sendo que dois responderam "sim" e os demais "não sei" ou deixaram em branco.

<u>Atividade 11</u>: Construção do conceito de perímetro de um triângulo e sua definição. Comparação do valor do perímetro com a área da figura, idéia do conceito de área.

Análise *a posteriori*

Na atividade 10, os alunos construíram o triângulo que foi utilizado nessa atividade para tratar do conceito de perímetro. As construções foram como o previsto nas análises a priori. O triângulo ficou na posição de acordo com a ordem das retas. A seguir tem-se a construção inicial de dois dos alunos.

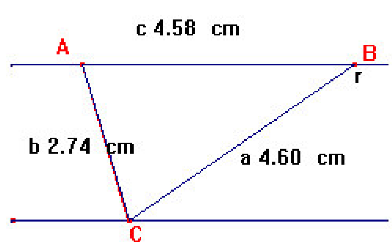


Figura 1

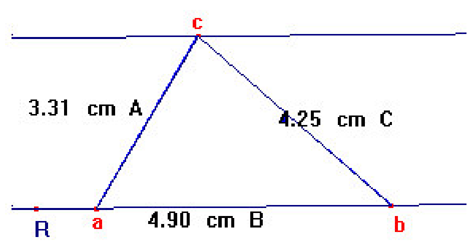


Figura 2

Percebe-se que na figura 1 o aluno nomeou corretamente os vértices do triângulo e também os seus lados, enquanto o aluno que construiu a figura 2, inverteu a questão do uso das letras maiúsculas e minúsculas. É possível observar figuras diferentes para uma mesma descrição, fato que o software favorece, e que pode proporcionar o desenvolvimento do conceito imagem do aluno.

A partir dessa construção, os alunos efetuaram a soma dos lados do triângulo. No item 5 dessa atividade, foi questionado o que significava essa soma e seis responderam que era o perímetro e apenas um colocou área.

Em seguida, os alunos utilizaram a ferramenta “distância e comprimento” e obtiveram o perímetro do triângulo. Com isso foi possível verificar que o perímetro e a soma obtida anteriormente tinham o mesmo valor, possibilitando aos alunos confirmarem a idéia que tinham sobre perímetro. Puderam, assim, dar uma definição para perímetro, na qual apenas um aluno deu uma resposta incoerente, os demais escreveram que:

- *“são iguais as somas dos lados”;*
- *“o perímetro é a soma de todos os lados”;*
- *“perímetro é a soma dos lados de uma figura”;*
- *“o perímetro deu o mesmo resultado das somas, o perímetro é igual a soma dos lados”;*
- *“o resultado ficou igual ao anterior perímetro é a soma de todos os lados”;*
- *“perímetro é a soma de todos os lados”.*

Após essa definição, os alunos preencheram o espaço interno do triângulo com uma cor qualquer e por meio da ferramenta “área” do Cabri II, calcularam a área do triângulo. As figuras 1, 2 e 3, a seguir, são construções de três dos alunos.

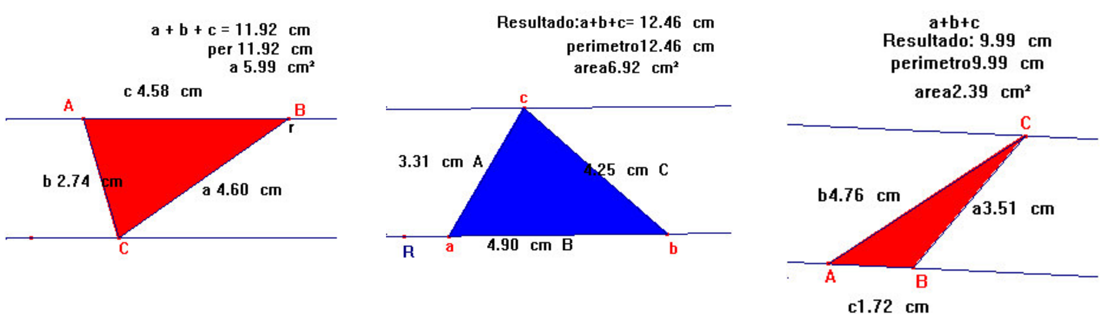


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

O item que pedia para movimentar o vértice “C”, o qual fazia variar o valor do perímetro e manter o valor da área, favoreceu a compreensão de que figuras com mesma área podem ter perímetros diferentes. Movimentando o vértice “C”, os alunos obtiveram muitos triângulos, todos com a mesma área, porém, com os perímetros variáveis. Com isso foi possível observar e constatar, diante das respostas dadas aos questionamentos, que os alunos compreenderam que estava mudando apenas a medida do perímetro, ou seja, que existem muitos triângulos com mesma área e perímetros diferentes, conforme mostrado nas análises prévias dessa atividade. Entre as respostas do que era possível observar com o movimento do vértice “C” e quais valores mudam ou não, relataram por escrito que:

- “muda a soma, muda o valor de a e b; não muda o c”;
- “muda o perímetro e não muda a área”;
- “muda o Resultado a + b + c, o perímetro e o que não muda é o valor da área”;
- “ele vira qualquer triângulo, todos os valores mudam menos a área”;
- “as somas mudam totalmente e a figura muda, o perímetro e os lados, só não muda a área”.

Pôde-se observar que alguns deles observaram com maior atenção o triângulo, percebendo que dois dos lados se modificavam enquanto outro permanecia constante. Não foi instigado o porquê desse fato e como previsto nas análises prévias ninguém fez nenhum tipo de observação a esse respeito, além do fato de modificar as medidas dos lados.

No questionamento a respeito do espaço interno do triângulo, todos responderam que essa região interna do triângulo representava a sua área. No item que solicitava o movimento dos outros vértices e questionava o que ocorria com isso, colocaram que:

- “todos os valores mudam menos o valor do vértice oposto se mexe”;
- “a área aumenta ou diminui”;
- “muda a forma”;
- “a área começa a se movimentar continua bem grande os valores”;
- “está mudando a área e o perímetro”;
- “área e perímetro diminuem ou aumentam”;

Apenas um aluno deixou sem responder esse item.

Observando as descrições anteriores, observa-se que alguns alunos referiram a área no campo geométrico e outros no campo numérico. O que foi mais bem discutido no momento da institucionalização.

Para a pergunta “Uma figura que tem mesma área, tem sempre o mesmo perímetro?”, seis alunos responderam “não”. Apenas um aluno respondeu que isso depende da figura.

6.4 Sessão IV

Nessa sessão, os objetivos das atividades foram alcançados. Nela foi abordada a idéia da generalização, pois as atividades tiveram como objetivo a construção do conceito de área e a construção das fórmulas utilizadas para calcular área do retângulo e do quadrado. Os alunos demonstraram que já estavam com maior habilidades nas ferramentas do Cabri II, mas alguns ainda continuavam com dificuldades em relatar por escrito o que relatavam oralmente. Nas atividades que envolveram vetores, eles demonstraram que não entenderam que era o vetor que indicava o sentido e a direção do “quadradinho” utilizado para comparar a área do retângulo e do quadrado. Para eles funcionou como uma “mágica” (efeitos do software), *devolução de uma preferência,* segundo Brousseau (1986).

A seguir serão analisadas apenas as atividades 13 e 14 que tratam do conceito de área e construção de fórmulas para cálculo de área do retângulo e do quadrado. Apesar de o quadrado ser um caso particular do retângulo, não se considerou que os alunos soubessem essa particularidade.

Atividade 13: Construção do conceito de área; definição e construção da fórmula utilizada para calcular área do retângulo.

Análise *a posteriori*

Os alunos construíram o retângulo conforme o enunciado da atividade. Alguns seguiram os passos da construção, rigorosamente, outros, não. Eles mostraram mais habilidade com o uso do software, mas alguns não levaram em conta alguns aspectos da geometria, como a nomeação dos vértices. Apesar desses aspectos, todos concluíram a construção. As figuras 1 e 2, a seguir, mostram as formas como eles conduziram a construção. Essa verificação foi feita por meio do recurso “revisar construção” que o Cabri II oferece.

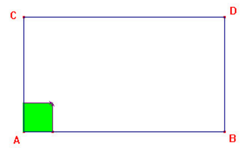


Figura 1

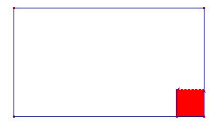


Figura 2

Após essa construção, todos fizeram uma estimativa de quantos “quadradinhos” de lado 1cm x 1cm caberiam dentro do retângulo ABCD que tinha 7cm de comprimento por 4 cm de largura (item 6). Todos responderam que caberiam 28 quadradinhos. Continuando a atividade, todos preencheram totalmente o retângulo ABCD, confirmando a estimativa acima (item 7). Pela observação feita e pela revisão de construção que o Cabri II oferece, pode-se perceber que eles não preencheram o retângulo com os quadradinhos de uma mesma forma. É o que mostra a construção de três dos alunos a seguir:

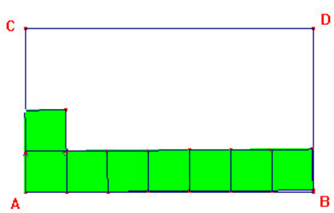


Figura 1

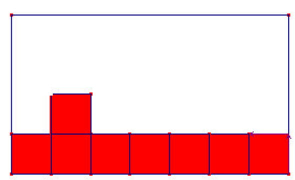


Figura 2

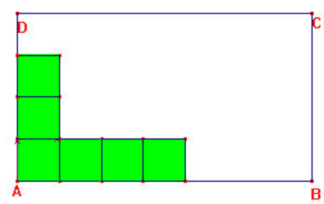


Figura 3

Observando as figuras 1, 2 e 3, nota-se que na primeira o aluno preencheu o retângulo em camadas horizontais, fato que pode favorecer a compreensão da fórmula da área do retângulo. Nesse caso, 4 camadas horizontais de 7 quadradinhos. Além desse aluno, mais dois preencheram da mesma forma. Conforme mostram essas figuras, os alunos não seguiram o mesmo raciocínio, preenchendo o retângulo sem nenhuma ordem.

Em seguida, no item 8, foi questionado o que significava o número obtido com relação à superfície do retângulo e cinco alunos responderam que era “área”; um disse que era o “comprimento”; outro que era “comprimento x largura” e um deixou em branco.

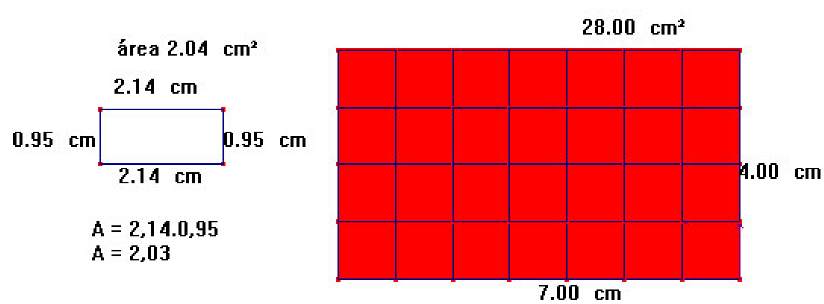
Na seqüência, os alunos efetuaram o produto da medida da largura pela do comprimento, obtendo 28 (ninguém utilizou unidade) e usando a ferramenta "área" do Cabri II obtiveram a área de 28 cm^2. Entre as explicações de como calcular a área de um retângulo, eles relataram que:

- "Multiplica os lados";
- "Faz largura vezes o comprimento com a unidade elevada ao quadrado";
- "É a base vezes a altura";
- "Multiplica comprimento pela largura".

Apenas um deles registrou que é preciso multiplicar 7 x 4, ou seja, ele utilizou as medidas correspondentes aos lados do retângulo dessa atividade. Todos escreveram a fórmula para calcular a área do retângulo da seguinte forma:

$$A = C.L$$

Somente três dos alunos esboçaram outros retângulos com outras medidas, utilizando a fórmula acima e um deles fez no lápis-e-papel e também no Cabri II para cálculo da área. A figura a seguir retrata a construção feita utilizando o software, e, em seguida, utilizando a fórmula, o aluno obteve a seguinte tela.



Esse aluno, após a construção do retângulo de dimensões 2,14 cm por 0,95 cm, fez o seguinte comentário:

"As áreas tem diferença de arredondamento."

Então, foi explicada pela pesquisadora, a todos alunos, a questão do arredondamento das casas decimais que o software faz quando se utilizam medidas de segmentos, por exemplo.

Os outros dois que esboçaram o desenho de um retângulo também atribuíram valores ao comprimento e largura (5 x 10 e 6 x 12), utilizando em seguida a fórmula C.L para o cálculo da área apenas no papel.

Os alunos tiveram a oportunidade de fazer observações, experimentações e enfim generalizar, construindo assim a fórmula para o cálculo da área do retângulo. Dessa forma a atividade privilegiou o raciocínio indutivo, o que poderá auxiliar a construção do raciocínio dedutivo.

<u>Atividade 14</u>: Construção da fórmula utilizada para calcular área do quadrado e exploração da idéia de que a área de uma superfície é expressa por um número que depende da unidade. Definição de área.

Análise *a posteriori*

Nessa atividade, todos realizaram a construção usando a macro do quadrado construída na atividade 8. Tiveram facilidade em realizar a construção. Todos estimaram que utilizariam 16 "quadradinhos" para preencher o quadrado de lado 4cm x 4 cm. Após preencher totalmente esse quadrado com os "quadradinhos", como havia sido previsto nas análises preliminares, eles obtiveram por meio da ferramenta "área" do Cabri II a medida de 16 cm^2 de área do quadrado maior. Seis participantes responderam sem dificuldades que o número de "quadradinhos" contidos na superfície do quadrado maior se tratava da área (item 9). Um aluno respondeu que representa "lado vezes lado". Revisando a construção por meio da ferramenta do Cabri II e pela observação, pode-se constatar que alguns alunos preencheram o quadrado em camadas horizontais e outros não.

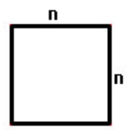
No item 10, seis alunos relataram que, se o "quadradinho" tivesse 2 cm de lado, caberiam no quadrado maior 4 quadradinhos. Apenas um aluno respondeu 8, riscou e colocou 4. Comparando com o valor da área obtido anteriormente (16 cm^2), esse aluno respondeu: "esse valor equivale a metade da área". Enquanto os outros alunos responderam:

- é "lado x lado";
- "valor da área diminuiu";
- "2 por 2 dá 4";
- "o resultado da área é tanto de quadrado que está na figura".

Ao deduzir a fórmula para calcular área do quadrado de lado n, seis fizeram:

A= n.n

Apenas um aluno fez:



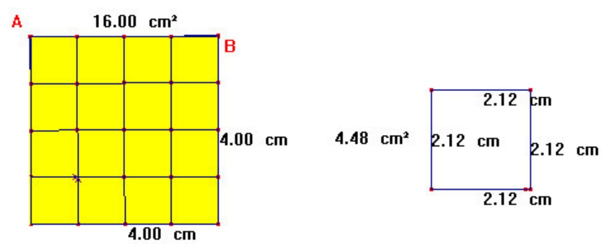
A= n.n

A= n^2

Quanto ao item 12, no qual deveriam responder o que é área, escreveram:

- "é o conteúdo de dentro do objeto";
- " espaço que fica dentro do polígono";
- "seria a largura vezes o comprimento";
- "a parte interna do quadrado, polígonos, de todas as figuras".

No item 13, apenas dois alunos não registraram o esboço de quadrados para testar a fórmula criada. Um aluno desenhou um quadriculado 3x3 sem unidades e ao lado fez 3x3 = 9 e A= 9. Três deles esboçaram o quadrado no papel, atribuíram valor ao lado e calcularam a área por meio da fórmula. Apenas um registrou no papel e testou no Cabri II, obtendo a seguinte tela:



Os alunos possivelmente construíram o conceito ou uma idéia de área dentro do campo geométrico e no campo numérico, pois houve o relato definindo área como "conteúdo de dentro" e como "quantidade de quadradinhos que está na figura".

6.5 Sessão V

Nessa sessão, ainda ocorreram alguns questionamentos em relação aos termos utilizados na geometria. Nela, também foi possível perceber alguns efeitos do contrato didático, no sentido de os alunos esperarem que o professor encaminhe a resolução da atividade, explicando como se deve proceder. Como aponta Lima (2002), esse tipo de contrato didático permeia muitas aulas. Isso sempre ocorria com os mesmos alunos (dois deles). Como a pesquisadora não atendeu a solicitação, dizendo procedimentos, todos desenvolveram as atividades. As interferências foram poucas, mas quase sempre relacionadas às ferramentas do Cabri II. Nessa sessão serão analisadas as atividades, 17, 18 e 19, que tratam do conceito de área e construção de fórmula para cálculo de área do triângulo.

Atividade 17: Comparação da área do retângulo com a área do triângulo.

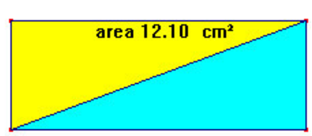
Análise *a posteriori*

Revisando a construção por meio da ferramenta do Cabri II, pôde-se perceber que, para construir um retângulo, alguns alunos construíram inicialmente um ponto e em seguida um segmento passando por esse ponto, enquanto outros iniciaram por um segmento de reta. Todos os alunos utilizaram as retas perpendiculares e paralelas na construção do retângulo. Percebeu-se que os alunos construíram o retângulo com muita facilidade.

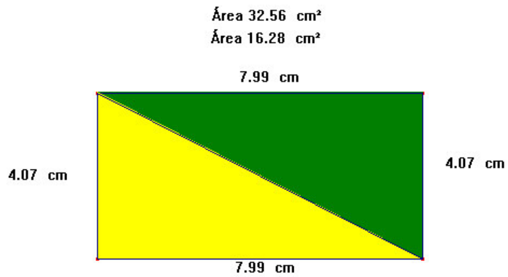
Em seguida utilizaram a ferramenta do software e calcularam a área do retângulo. Após construir o triângulo utilizando três vértices do retângulo, calcularam a área do triângulo e fizeram a comparação entre as áreas. Quatro alunos relataram que:

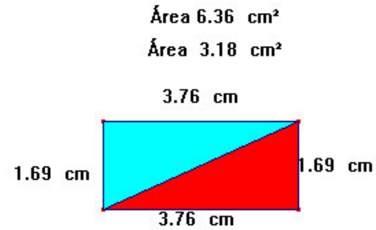
- "a área do triângulo equivale à metade da área do retângulo" (um aluno);
- "a área do retângulo é o dobro da área do triângulo" (três deles).

Os outros três responderam com os valores numéricos de acordo com a construção. Por exemplo, um deles disse que a área do triângulo é 6,05 cm^2 e o retângulo apresenta uma área de 12,10 cm^2 conforme figura a seguir:



As figuras a seguir mostram as diferentes formas de escolha de vértices para formar o triângulo e, também, as diferentes dimensões e áreas da figura.





Esse fato mostra mais uma vez que esse software pode auxiliar na construção da autonomia do aluno, pois ele pode fazer várias escolhas e tomar várias decisões que na maioria das vezes na mídia papel e lápis não lhe é possível. Outro fato que se deve observar é em relação às cores. Elas auxiliam a visualização da relação entre as superfícies.

Após comparar a medida da área do triângulo com a do retângulo e após movimentar os vértices, os alunos escreveram que:

- “a área do triângulo será sempre a metade da área do retângulo”, (dois deles);
- “a área do retângulo será sempre o dobro da área do triângulo”, (dois deles).

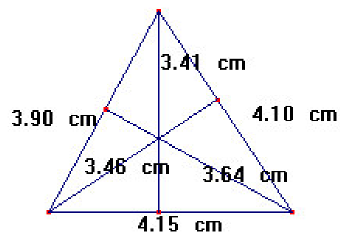
Outros três não registraram a relação entre as áreas, mas disseram que quando se altera a área do retângulo altera-se também a área do triângulo ou vice-versa.

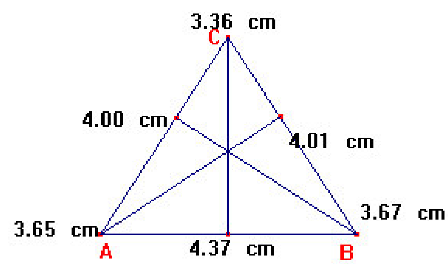
<u>Atividade 18</u>: Compreensão e construção da fórmula utilizada para calcular área do triângulo.

Análise *a posteriori*

Nessa construção, todos os alunos construíram o triângulo utilizando a ferramenta “triângulo” do Cabri II. Em seguida traçaram as retas perpendiculares aos três lados do triângulo passando pelos vértices com a finalidade de obter as três alturas. Apenas dois tiveram dificuldades em traçar as alturas, mas com o auxílio da pesquisadora eles concluíram a construção.

Continuando a atividade, mediram tanto os lados do triângulo quanto as suas alturas. As figuras a seguir retratam algumas das construções:





Observou-se que todos os alunos construíram o triângulo com uma base apoiada na horizontal. Após multiplicar uma base pela respectiva altura e em seguida obter a medida da área do triângulo por meio da ferramenta "área" do Cabri II, relataram que:

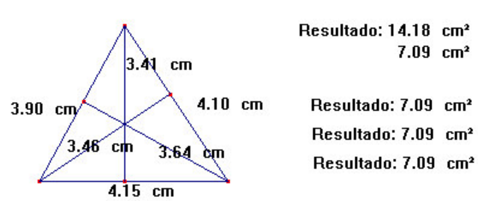
- "a área do triângulo é a metade da base vezes a altura" (dois alunos);
- "a multiplicação da base pela altura é o dobro da área do triângulo" (cinco alunos).

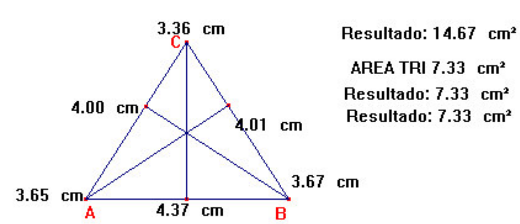
Todos construíram a fórmula abaixo, para calcular área de triângulos.

$$A = \frac{b.h}{2}$$

Os alunos demonstraram não saber que se poderia tomar qualquer lado do triângulo com sua respectiva altura para calcular sua área.

Apenas um aluno não concluiu a atividade, deixando alguns cálculos sem efetuar. Os demais calcularam sem problemas a área do triângulo tomando as outras bases com suas respectivas alturas. A seguir apresentam-se duas construções feitas por eles.



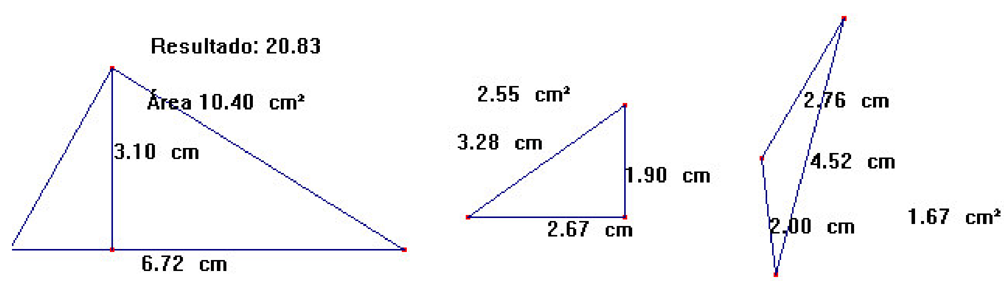


Após calcular a área do triângulo utilizando as outras bases e suas respectivas alturas, os alunos registraram que:

- "Há várias formas de calcular a base vezes altura dividido por 2";
- "Há várias formas de calcular que dão os mesmos valores";
- "Todos os resultados base x alturas dará o dobro da área do triângulo";
- "Obtive a área do triângulo de todas formas que multipliquei";
- "O resultado será sempre o mesmo".
- "A base é dividida por 2 Ex: 7,50 x 6,52 vai dar sempre o valor da área 24,45" (O aluno utilizou as dimensões da figura feita no Cabri II);
- "Há várias formas de se calcular".

Analisando esses argumentos, percebe-se que os alunos compreenderam que se pode tomar qualquer um dos lados do triângulo como base com sua respectiva altura para calcular a área de qualquer triângulo.

Alguns alunos ainda construíram outros triângulos no Cabri II, calculando sua área utilizando a ferramenta "área", conforme figura a seguir:



Atividade 19: Calcular a área de um triângulo inscrito num retângulo de área conhecida.

Análise *a posteriori*

Essa atividade foi realizada com facilidade. Os alunos logo responderam que a área do triângulo inscrito no retângulo de área 20 cm^2 é igual a

10 cm^2. Alguns disseram que a área do triângulo é 10 cm^2, mas mostraram algumas dúvidas de como fazer a sistematização.

As resoluções apresentadas no papel são:

Resolução 1

Esse aluno usou a fórmula e registrou os seguintes cálculos:

$$A = \frac{20}{2}\, cm^2$$

$$A = 10 cm^2$$

Ele relatou que esse fato ocorre porque "o retângulo é exatamente o dobro maior que o triângulo". Esse aluno se referiu aos valores da área do retângulo e do triângulo.

Resolução 2

Esse aluno utilizou a fórmula de calcular área de triângulos atribuindo os valores 5 cm e 4 cm para os lados do retângulo, desenvolvendo os cálculos a seguir:

$$A = \frac{5.4}{2} = \frac{20}{2} = 10 cm^2$$

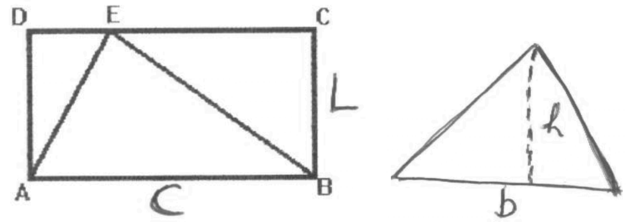
Esse mesmo aluno justificou que:

"Para dar 20 cm^2 o retângulo deveria ter 5 cm de comprimento e 4 de largura. Como a área do triângulo é base x altura dividida por dois eu multipliquei 5 por 4 que deu 20 e dividi por 2, que deu 10 cm^2".

Esse aluno ainda relatou que esse fato ocorre porque "a altura e a base são comuns", referindo-se às dimensões do retângulo e do triângulo.

Resolução 3

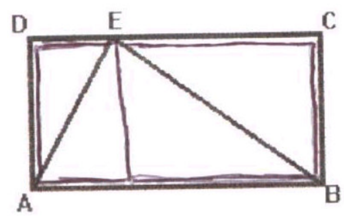
Esse aluno apenas colocou C para o comprimento do retângulo e L para a largura e ao lado esboçou um triângulo chamando a base de b e altura de h. As figuras a seguir reproduzem a construção feita no papel por esse aluno.



Em seguida, ele escreveu que a área do triângulo é 10 cm^2. Registrando ainda que "A base e altura do retângulo é a mesma do triângulo".

Resolução 4

Esse aluno pode ter usado a idéia de congruência, pois ele traçou a altura do triângulo e contornou com o lápis os triângulos formados. A figura que segue representa o desenho deste aluno.

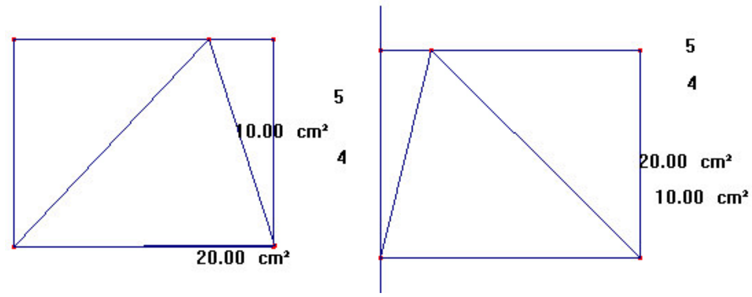


Em seguida o aluno registrou que "a área será 10 cm² por causa do retângulo"

Os outros três alunos não apresentaram nenhum cálculo, mas

- um respondeu que a área é 10 cm^2 e que isso ocorre porque "a área do retângulo é o dobro da área do triângulo";
- dois não responderam o valor da área do triângulo, mas um relatou que "a área do retângulo é o dobro da área do triângulo" e o outro que "os dois números um é o dobro do outro".

Depois dessas resoluções, seis alunos utilizaram o software Cabri II para validar a resposta dada no item a, que se tratava da resolução dessa atividade, todos construíram o retângulo 5x4. As figuras 1 e 2, a seguir, são exemplos das construções de dois alunos:



6.6 Sessão VI

Nessa sessão, todos os alunos já estavam mais seguros em relação ao software e às atividades. Todos tiveram uma boa participação e desenvolveram bem as atividades. Apesar de realizarem as construções com o Cabri II, dois alunos, os mesmos mencionados anteriormente, continuavam com dificuldades ou desestimulados em escrever as conclusões que eram solicitadas pelas atividades. Um deles perguntou: “tenho que preencher a folha?”. Com a afirmação da pesquisadora, ele insistiu: “mas já fiz tudo no computador!”. Notou-se que para esses alunos, talvez fosse mais interessante outro tipo de atividades, ou seja, que não precisasse de tantas descrições, com outros objetivos. Provavelmente participariam com mais empenho, já que eles queriam muito ficar lidando com o software e não faltavam nos encontros. Por outro lado, essa foi uma boa oportunidade para os alunos desenvolverem a habilidade de expressar suas idéias por escrito.

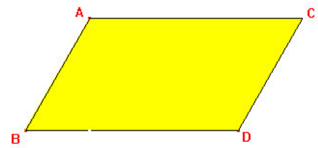
Atividade 20: Verificar a área de um paralelogramo transformando-o em retângulo. Compreensão e construção da fórmula utilizada para calcular área de paralelogramo.

Análise *a posteriori*

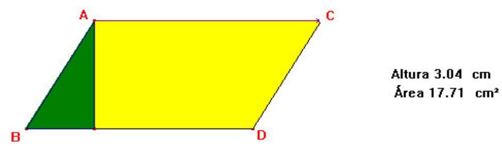
A atividade solicitava que os alunos construíssem um paralelogramo com sua respectiva altura para em seguida transformá-lo em um retângulo. Eles deveriam também construir uma fórmula para calcular a área do mesmo. Observou-se que os alunos fizeram a construção da figura com muita facilidade.

Por meio do recurso “mostrar” e “revisar construção” foi possível verificar que todos iniciaram a construção por um segmento de reta AB, seguido de uma reta inclinada, passando por A ou por B, utilizando na seqüência retas paralelas formando, assim, o quadrilátero e finalmente uniram os pontos usando a ferramenta polígonos. As figuras que seguem retratam as construções de um dos alunos, obtidas por meio da ferramenta "revisar construção".

Inicialmente o aluno constrói o paralelogramo e em seguida o preenche com uma cor:

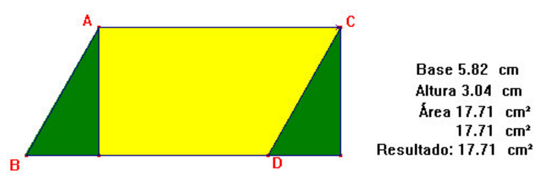


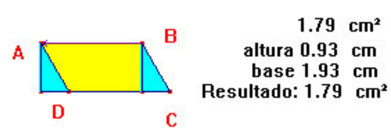
Continuando ele traçou a altura, definiu o triângulo preenchendo-o de verde, mediu altura e área do paralelogramo e traçou o vetor, obtendo a figura a seguir:



Além da escolha dos passos, os alunos puderam escolher as posições e dimensões que preferiram para o paralelogramo, bem como a direção do vetor, prática não muito comum nas salas de aulas e nos livros didáticos.

Usando o vetor e a ferramenta "translação", os alunos puderam decompor o paralelogramo em duas partes e compor o retângulo utilizando essas partes. A seguir tem-se a figura 1, continuação da construção apresentada anteriormente, e a figura 2 construída por outro aluno:





Considera-se o jogo das cores um fator que também auxiliou a visualização do retângulo formado, permitindo aos alunos perceberem que esse retângulo tem a mesma área do paralelogramo, portanto são equivalentes. Por meio das ferramentas do Cabri II, os alunos puderam obter as dimensões e área do paralelogramo e do retângulo. Dessa forma, puderam comparar área do retângulo e paralelogramo, tanto no campo geométrico como no campo numérico.

Após a decomposição e a composição, a respeito de como calcular a área de um paralelogramo (item 8), eles relataram que:

- "primeiro você calcula o valor da altura e multiplica pela sua base";
- "A = C.L";
- "que o paralelogramo é um retângulo (querendo dizer que o paralelogramo se transforma num retângulo). Calcular a área do paralelogramo é base vezes altura";
- "usando o vetor deu pra fazer o retângulo";
- "paralelogramo pode fazer um triângulo e um retângulo, tem que calcular C.L para dar o mesmo resultado";
- "que a área do paralelogramo é o mesmo do retângulo CxL";
- "que a área do retângulo é a mesma coisa que a do paralelogramo".

Essa atividade utilizou a idéia de recortes, ou seja, decomposição e composição de figuras, oportunizando aos alunos perceberem que o paralelogramo e o retângulo têm, respectivamente, bases e alturas congruentes e por isso as partes se encaixam, o que pode ser observado nos seus relatos anteriores. Percebe-se, ainda, que os alunos compreenderam que o paralelogramo pode se transformar num retângulo e que suas áreas são equivalentes. Se a área do retângulo é o produto da base pela altura, então a do paralelogramo também é. Assim, todos escreveram a fórmula para calcular a área de paralelogramos da seguinte forma:

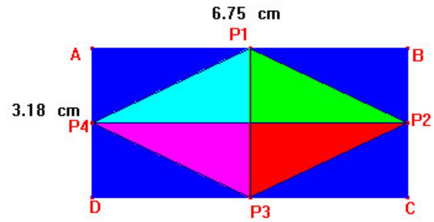
$$A = C.L \quad \text{ou} \quad A = b.h$$

No papel, cinco alunos desenharam paralelogramos e dois desenharam retângulos. Atribuíram valores arbitrários para a base e para a altura e calcularam a área.

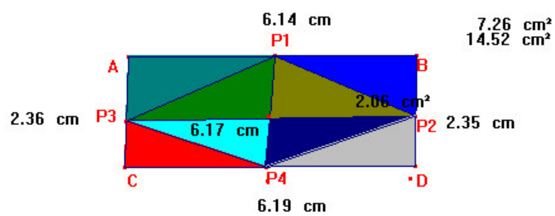
Atividade 21: Construção de fórmula para calcular área de losango.

Análise *a posteriori*

Seis alunos construíram o retângulo iniciando com um segmento qualquer e utilizando retas perpendiculares e paralelas. Determinaram o ponto médio dos lados do retângulo e depois uniram esses pontos para construir o losango inscrito no retângulo. Os alunos realizaram essa construção com facilidade. A figura a seguir é um exemplo de construção feita pelos alunos.



Um dos alunos fez a construção, apresentada a seguir, usando inicialmente dois pontos na tela e ligando-os por um segmento. Em seguida outro ponto e outro segmento e assim construiu um desenho que ao movimentar não garantiu as propriedades nem do retângulo e nem do losango mas, permitiu que ele observasse a relação entre as áreas.



Essa construção é considerada um desenho, por isso não garantiu as propriedades dos quadriláteros, enquanto as outras são consideradas figuras, pois ao movimentar os vértices as propriedades se mantêm, fatos que esse software pode proporcionar.

A respeito das diagonais do losango, do comprimento e da largura do retângulo, destacam-se algumas observações feitas pelos alunos:

- "as diagonais do losango são iguais o valor da base e da largura do retângulo";
- "as diagonais e os lados são iguais";
- "são as mesmas";
- "d= 3,36 cm, D= 10,58 cm, L= 3,36cm e C= 10,58cm", em seguida colocou que "o C é igual a D e L é igual a d";
- "D= 6,75 cm, d= 3,18cm, C= 6,75cm e L= 3,18", descrevendo também, que "D é igual a C e que d é igual a L";

Frente a esses relatos, nota-se que os alunos compreenderam a relação existente entre aos lados do retângulo e as diagonais do losango.

Por meio das construções, os alunos compararam a relação entre as áreas e assim três disseram que a área do losango é a metade da área do retângulo; três disseram que a área do retângulo é o dobro da área do losango e dois, que as áreas são diferentes.

Com relação ao movimento dos vértices, seis responderam que conseguem observar a relação entre as áreas mesmo com a ampliação ou redução do tamanho das figuras. Um dos alunos ainda explicou que as duas áreas mudam proporcionalmente e apenas um respondeu que não conseguiu fazer essa observação. Com o movimento do vértice da figura, as áreas vão variando e esse aluno não conseguia calcular ou estimar que um número era equivalente à metade do outro. Só percebeu quando a pesquisadora sugeriu que utilizasse a calculadora.

No item 11 dessa atividade, os alunos deveriam construir um vetor passando por P_2 e transladar dois dos triângulos formados pelas diagonais do losango. No item 12, eles deveriam construir, sem nenhum passo específico, outros vetores para transladar os outros dois triângulos. Apenas quatro alunos conseguiram entender que os vetores determinavam o sentido da translação e realizaram a atividade sem pedir explicação, enquanto os outros três só realizaram com o auxílio da pesquisadora. As construções das figuras 1 e 2 mostram que os quatro triângulos que compõem o losango formam um retângulo cuja área equivale à metade da área do retângulo construído inicialmente.

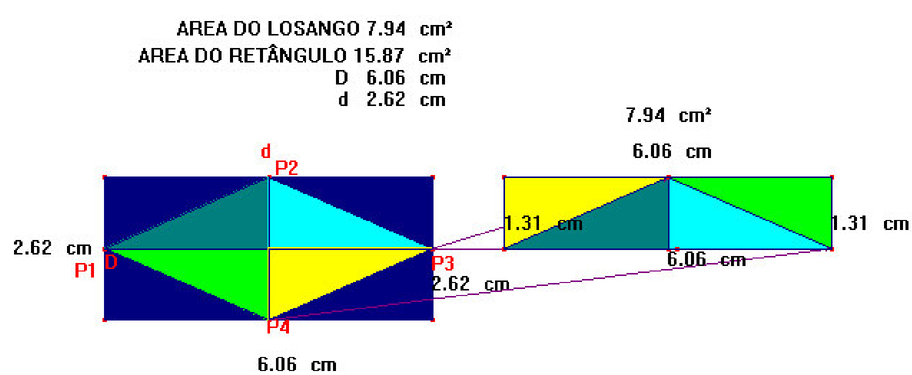


Figura 1

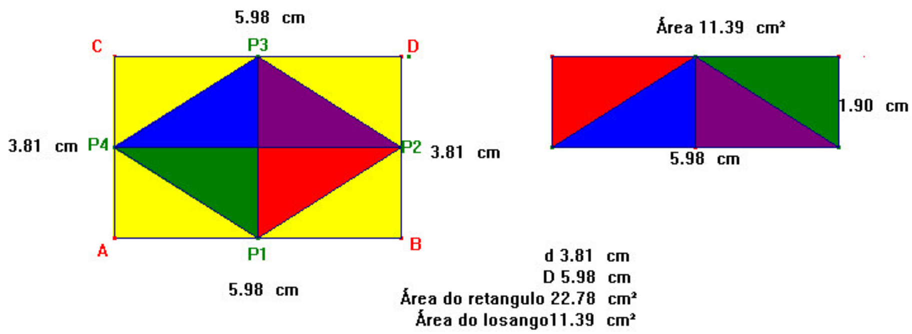


Figura 2

Observando essas figuras, os alunos puderam perceber que os triângulos são congruentes e se encaixaram perfeitamente. Além disso, observaram a relação existente entre suas dimensões e suas áreas. No item 14, os alunos deveriam relatar o que era possível observar com translação dos triângulos e eles disseram que:

- "forma a metade do retângulo"; relato de quatro alunos;
- "forma um retângulo"
- "o retângulo é o dobro dos quatro triângulos juntos";
- "conforme você mexe para transladar de um jeito ele vai de outro". Referindo-se a movimento de translação.

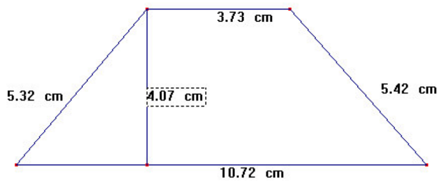
Apenas quatro dos alunos apresentaram as fórmulas abaixo, sendo que a primeira foi apresentada por dois deles:

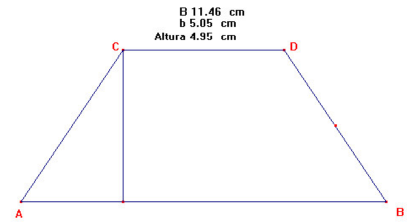
$$A = \frac{b.b}{2} \qquad A = \frac{L.L}{2} \qquad A = \frac{D.d}{2}$$

Atividade 22: Construindo um trapézio qualquer, considerando outro igual para montar um paralelogramo e construir a fórmula para calcular área de trapézio.

Análise *a posteriori*

Como previsto, os alunos não tiveram dificuldades na construção do trapézio. As figuras, a seguir, foram obtidas revisando a construção dos participantes deste trabalho. Por meio delas é possível perceber que alguns tiveram mais rigor com a construção, inclusive nomeando os vértices do trapézio.





Continuando a atividade, os alunos usaram as ferramentas "ponto médio" e "simetria central" (mesmo sem conhecer o último conceito) compondo um paralelogramo com o simétrico do trapézio inicial, conforme as figura 1 e 2 a seguir, construídas por dois dos alunos.

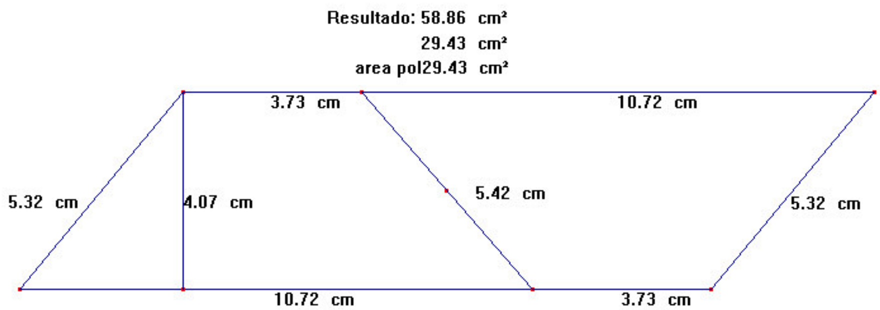


Figura 1

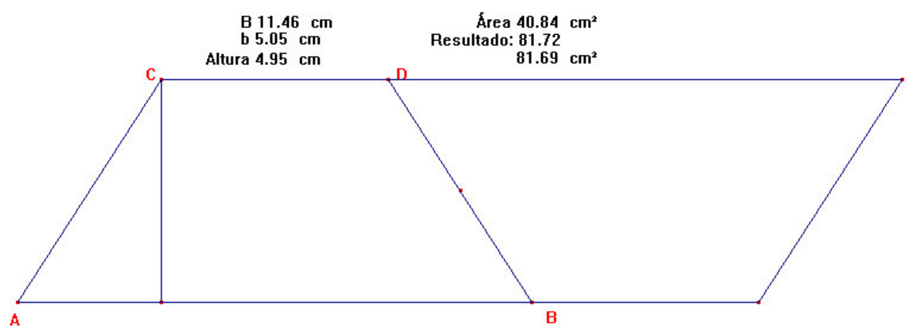


Figura 2

Os alunos se mostraram admirados com mais essa possibilidade do software, que, ao contrário do livro didático, proporciona esse dinamismo, no qual o aluno tem um papel ativo. Assim, os alunos obtiveram um paralelogramo cujas bases são B + b e altura h igual à altura do trapézio construído inicialmente. A partir dessa figura, concluíram que a área do paralelogramo é o dobro da área do trapézio ou que a área do trapézio é metade da área do paralelogramo.

No item que pedia para os alunos construírem um trapézio no papel, observou-se que todos construíram. Três deles atribuíram valores arbitrários aos elementos e calcularam sua área. Entre os relatos, observou-se que:

- um apresentou todos os procedimentos corretos e respondeu que, para calcular a área de um trapézio, é preciso conhecer a base maior, a base menor e sua altura, apresentando a seguinte fórmula $A=\frac{(B+b)h}{2}$;
- um somou duas bases, a altura, mas relatou que é preciso b, B, h e dividir por dois para calcular a área do trapézio, apresentando a seguinte fórmula $A=\frac{(B+b)}{2}$;
- um multiplicou a base maior pela altura e dividiu por dois e em seguida colocou que: C= B + b escrevendo a seguinte fórmula $A=\frac{C\cdot h}{2}$.

Três alunos não atribuíram nenhum valor numérico, apenas esboçaram o desenho do trapézio e apresentaram a seguinte fórmula:

$$A=\frac{(B+b)h}{2}$$

Um aluno fez apenas o desenho, escreveu que para calcular a área do trapézio é preciso conhecer "seu interior" e apresentou a seguinte fórmula:

$$A=\frac{B\cdot h}{2}$$

No momento da institucionalização dessa atividade, alguns alunos não demonstraram muita atenção, pois o tempo da sessão estava ultrapassado e eles já queriam se retirar.

6.7 Sessão VII

Com a finalidade de verificar a transcrição dos conhecimentos construídos utilizando o computador para a mídia lápis-e-papel, as atividades dessa sessão, consideradas como pós-teste, foram desenvolvidas individualmente pelos alunos e sem a utilização do software Cabri Géomètre II.

No início da sessão, antes de receberem as fichas, os alunos insistiram para utilizar o software para a realização das atividades, criando um pouco de tumulto, mas diante do objetivo da sessão não foi permitido. Um deles argumentou "*se é uma prova, isso nós já fazemos sempre e eu não vou fazer*" e outros dois concordaram com ele. Mais uma vez foi explicado para eles a importância dessas atividades sem o computador para esse estudo, e então eles concordaram em participar, mesmo sem muito interesse. No desenrolar da sessão, percebeu-se que três desenvolveram as atividades com dedicação, enquanto os outros três ficaram chateados por não utilizar o computador e não se empenharam muito na realização das atividades. Participaram dessa sessão seis alunos, sendo que um, por problemas particulares, não pôde comparecer.

Nessa sessão serão analisadas as atividades 23, 24, 25 e 28.

Atividade 23: Comparação das diferentes áreas (campo numérico) de uma mesma superfície.

Análise *a posteriori*

Ao preencher a tabela, três alunos preencheram corretamente e três deles cometeram um engano em relação à quantidade de unidades de área utilizada. A seguir estão os comentários dos alunos do porquê de uma mesma figura ter vários números representando sua área. Os três primeiros itens relacionados referem-se aos três alunos que preencheram corretamente as tabelas.

- "É porque a unidade de medida usada é diferente";
- "Uma figura irá ter vários números para sua área dependendo de cada unidade de medida";
- "Porque pode ter mais quadradinhos";
- "Porque a unidade é diferente";
- "Porque cada quadradinho tem 1cm e é o dobro dos quadradinhos". O aluno refere-se às unidades de área, nas quais algumas são o dobro das outras.

Um aluno colocou uma resposta incoerente, "porque os lados e as medidas não são opostos".

Na atividade 16, os alunos realizaram uma atividade equivalente a essa. Dois alunos cometeram um erro ao preencher a tabela, mas todos responderam que aumentado a unidade de medida o número que expressa a área diminui. Ao explicar por que isso ocorre, os alunos responderam que:

- *"a unidade de medida é maior e o espaço é o mesmo";*
- *"porque a área não aumenta",*
- *"aumentando a unidade não aumenta o espaço da figura";*
- *"porque a área vai diminuir";*
- *"porque não aumenta a área da unidade".*

Nota-se, com esses relatos, que alguns alunos ainda não têm muito claro os conceitos de superfície e de área (campo geométrico e numérico respectivamente). Deve-se considerar que as dificuldades de relatar por escrito as suas idéias podem estar ocultando idéias relevantes para este trabalho. Provavelmente os alunos entenderam que uma superfície pode ter vários números representando sua área e que isso depende da unidade utilizada para comparar a área, pois esses fatores foram bem discutidos no momento da institucionalização. Mesmo estando com as fichas em mãos durante todas as institucionalizações, eles não demonstraram em nenhuma ocasião preocupação em refazer as respostas dadas aos questionamentos. Outro fator que deve ser considerado é que os alunos não se interessavam muito pelas atividades feitas no papel.

Atividade 24: Verificar se existe alguma relação entre área e perímetro de uma mesma figura.

Análise *a posteriori*

Nessa atividade, apenas três alunos calcularam corretamente a área e o perímetro. Dois deles até fizeram os cálculos por escrito, enquanto os outros só contaram os "quadradinhos" utilizados como unidade de área, calculando apenas a área.

Com relação ao item a, no qual os alunos deveriam explicar: se o número que indica a área de uma figura é sempre maior que aquele que indica o perímetro? É sempre menor? É sempre igual? As respostas foram as seguintes:

- “Não, o número pode variar podendo ser maior, menor ou igual”;
- “Não, as vezes o perímetro é maior que a área. Não. As vezes, porque as medidas são diferentes”;
- “Não. O número da área pode ser menor, maior que o perímetro, mas nunca a área será igual a medida do perímetro”;
- “Não. Não. A área das figuras é sempre o resultado de lado x lado que dará o dobro”;
- “É maior porque a área é todos os quadradinhos”;
- “O perímetro é sempre igual o que muda é a unidade”.

Nesses relatos, percebe-se que os alunos não formularam hipóteses para outras figuras, olharam especificamente para essas.

Com relação ao item b, os alunos deveriam responder as perguntas: A figura que tem a maior área é sempre a que tem maior perímetro? A figura que tem menor perímetro tem sempre menor área“?A seguir, são apresentadas as respostas dadas pelos alunos

- “Sim. Não. Medidas diferentes”;
- “Não, uma figura pode ter menor área e menor perímetro e pode também ter a maior área e o menor perímetro”;
- “Sim. Sim. Depende apenas do perímetro que menor será sempre menor”;
- “Sim porque são mais quadradinhos”;
- “A figura que tem sempre menor perímetro tem sempre menor área”.

Essas respostas mostram as dificuldades de passar os conceitos construídos utilizando o computador para a mídia lápis-e-papel. Na atividade 11, desenvolvida no computador, os alunos tiveram um melhor desempenho, pois nessa atividade seis alunos responderam “não”, quando foi questionado se figuras que têm mesma área têm sempre o mesmo perímetro. Os relatos dos alunos mostram as dificuldades de expressar suas idéias e a falta de reflexão dos mesmos em relação ao que escrevem.

Atividade 25: Calcular área da parte pintada de uma figura plana.

Análise *a posteriori*

Cinco alunos acertaram essa atividade, pois seu desenvolvimento foi bastante simples. Assim, verificou-se que:

- dois alunos não apresentaram justificativas, mas assinalaram a alternativa correta;
- um aluno deve ter usado a idéia de composição, pois utilizou a fórmula para calcular a área do retângulo e na justificativa colocou L.h = 6x9 = 54, assinalando a alternativa correta;
- um aluno utilizou a fórmula da área do triângulo por duas vezes e em seguida somou os resultados 27 + 27= 54 cm^2 obtendo a resposta correta;
- um aluno também utilizou a fórmula de calcular área do triângulo uma única vez, percebendo que os triângulos são congruentes apenas somou 27 + 27 = 54, assinalando a alternativa correta.
- Outro aluno, que assinalou a resposta errada, calculou apenas a área de um triângulo usando a fórmula que resultou em 27, assinalando a alternativa (A) e não observando os dois triângulos congruentes.

Dessa forma, constatou-se que os alunos utilizaram as fórmulas construídas durante seqüência didática utilizando o Cabri II, conforme previsto nas análises prévias. Na questão 4 do pré-teste, praticamente equivalente a essa, os alunos fizeram vários cálculos desnecessários, sem relação com o cálculo de área, inclusive aplicando o Teorema de Pitágoras. Desta vez, para realizar a atividade não efetuaram nenhum cálculo que não fosse relacionado a cálculo de área (usando fórmulas).

Atividade 28: Cálculo de perímetro de diversos polígonos.

Análise *a posteriori*

Nessa atividade, cinco alunos assinalaram a alternativa correta e apenas um aluno assinalou a alternativa errada. Quanto à justificativa, exceto o que errou, todos esboçaram algumas figuras atribuindo as medidas contidas na atividade, calculando assim o perímetro.

- Um aluno esboçou todos os polígonos de cada item corretamente, atribuiu as respectivas medidas, calculou todos os perímetros e assinalou o item correto (A).
- Um aluno esboçou o item (A), (B) e (C), atribui as medidas de cada polígono e não efetuou nenhum cálculo, mas assinalou a alternativa correta (A).
- Três alunos esboçaram apenas os polígonos do item (A), atribuíram as medidas correspondentes conforme o enunciado e calcularam o perímetro, assinalando a alternativa correta (A).
- Um aluno não fez nenhum desenho e nenhum cálculo, assinalando a alternativa errada (B).

Nessa atividade, os alunos aplicaram o conceito de perímetro, construído utilizando o software, com muita eficiência. As dificuldades foram em relação às formas do polígono, pois um aluno questionou "professora, o que é um hexágono?". Após receber a resposta, ele perguntou "e um pentágono?". Notou-se que essa era a dúvidas de outros alunos.

6.8 Sessão VIII

Dois meses e meio após a sétima sessão, retornou-se ao Colégio Estadual Izidoro Luiz Cerávolo, para aplicar mais duas atividades que compõem essa sessão, aos mesmos alunos que participaram das outras sessões. Eles demonstraram muita ansiedade com a presença da pesquisadora, vieram ao seu encontro com muita satisfação. De início, um deles disse: "nunca mais voltamos aos computadores, professora!"

Os alunos não demonstraram dificuldades para realizar as atividades. Poucas perguntas foram feitas em relação ao uso das ferramentas do Cabri II, como também em relação a área e perímetro.

Atividade 29: Construção do conceito de área e comparação do valor da área com perímetro da figura.

Análises *a posteriori*

Como previsto nas análises prévias, os alunos realizaram a construção sem problemas relacionados ao software. Um aluno apenas perguntou onde clicava para nomear os pontos e um outro perguntou *"o que são retas oblíquas*". Outros alunos também desconheciam o conceito de "retas oblíquas", demostrando mais uma vez a falta de familiaridade com o vocabulário utilizado na geometria, o que mostra que ela não é muito enfatizada nas salas de aulas.

Nessa atividade, os alunos deveriam salvar em cada situação diferente as construções. Apenas três alunos seguiram corretamente esses passos. Os demais salvaram apenas uma ou duas vezes. A seguir têm-se as figuras feitas por um dos alunos, que representam a construção inicial (salva como ativ 1) e em seguida a mesma figura após o movimento (salva como ativ 2).

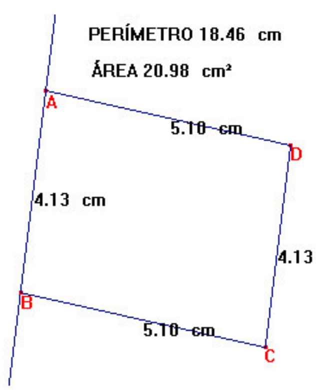


Figura 1

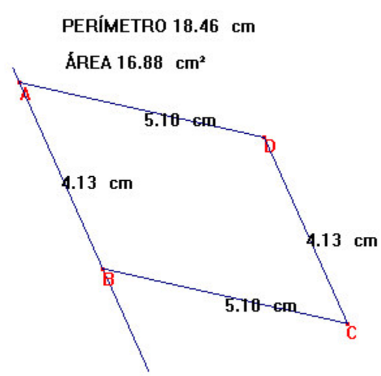


Figura 2

Como se pode observar, o movimento proporciona aos alunos a visualização e a compreensão de que existem várias figuras que possuem áreas diferentes com perímetros iguais. Após o movimento, os alunos relataram que puderam observar que:

- "podem ter várias figuras com mesmo perímetro e com áreas totalmente deferentes";
- "ao movimentar o polígono para um lado a área aumenta e para o outro ela diminui e o perímetro estável";
- "sua forma muda e somente a medida da sua área também muda";

- "podem ficar de formas diferentes os lados se mexem e a área e o perímetro não se mexe";
- "a área muda conforme se movimenta a reta e o perímetro continua o mesmo".

Em seguida, os alunos movimentaram o vértice "C" salvando como ativ 3. Esse movimento modificou as dimensões, a área e o perímetro da figura. Após a observação da figura representada na tela, todos os alunos responderam "não" à pergunta: "figuras que têm mesmo perímetro têm sempre a mesma área"?. Três justificaram suas respostas, descrevendo que:

- "Não, figuras que têm uma infinidade de áreas têm o mesmo perímetro";
- "Não, podem ter várias figuras com o mesmo perímetro e com áreas totalmente diferentes";
- "Não, porque a área pode ser sempre diferente quando o perímetro é igual".

Em seguida, os alunos fizeram outros movimentos e transformaram o paralelogramo num losango e, em seguida, num quadrado, salvando novamente. As figuras 1 e 2, a seguir, representam a construção de um outro aluno.

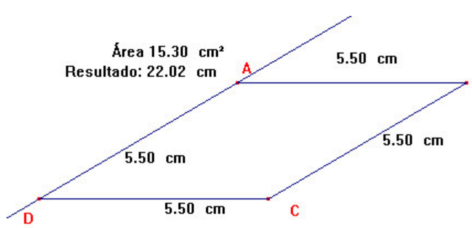


Figura 1

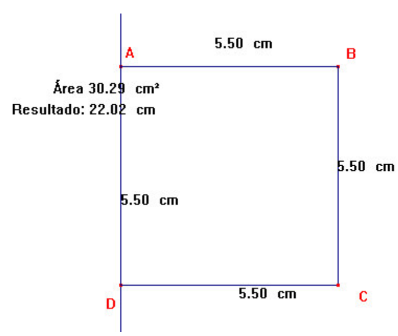


Figura 2

Feitas as construções anteriores e as observações, os alunos responderam a pergunta: "quando o paralelogramo vai atingir área máxima?" Dois alunos provavelmente não entenderam o questionamento e responderam que isso vai ocorrer quando "*ele tiver área máxima*". Um deixou em branco e os outros disseram que:

- "Quando ele ficar como um quadrado";

- "Quando ele vira um quadrado";
- "Quando seus segmentos estiverem retos, (referindo-se aos ângulos retos) e iguais (referindo-se aos lados iguais) ou seja não tiver obliqua".

Do período da última sessão até essa, os alunos não tiveram mais nenhum contato com o Cabri II e nem lhes foi disponibilizado qualquer material que pudessem estudar em casa, portanto, considera-se um bom desempenho dos mesmos nessa atividade, pois deram respostas satisfatórias aos questionamentos e praticamente não solicitaram ajuda da pesquisadora no desenrolar da atividade. Isso nos leva a admitir que o Cabri II pode proporcionar contribuições na construção do conceito de área e perímetro, bem como outras propriedades geométricas envolvidas nas atividades, apesar de elas não serem objeto específico deste estudo.

Atividade 30: Construção de retângulos a partir de um retângulo com área e perímetro previamente estabelecidos.

Análises *a posteriori*

Inicialmente nessa atividade, os alunos foram provocados a construir um retângulo conforme figura apresentada na folha de atividades e calcular sua área e seu perímetro. Observou-se por meio da ferramenta "revisão de construção" do Cabri II que os alunos utilizaram para construir o retângulo as ferramentas "edição numérica e transferência de medidas", utilizando, ainda, semi-retas, retas perpendiculares, paralelas e polígonos.

Um aluno, após ter construído a semi-reta, a reta perpendicular e ter digitado as dimensões do retângulo, perguntou "como transferir as medidas?" . A pesquisadora explicou-lhe que era por meio da ferramenta "transferência de medidas". Isso certamente esclareceu as dúvidas dos demais. Apenas um aluno construiu quatro pontos e ligou-os utilizando a ferramenta "polígono", fazendo assim um desenho que não resistiu ao movimento, não garantido as propriedades do retângulo. A seguir as figuras 1, construída por esse aluno, e 2, por um outro aluno, retratam essa situação:

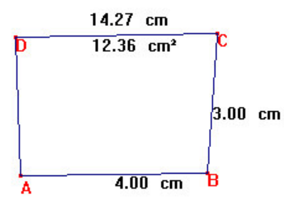


Figura 1

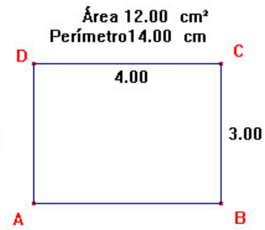


Figura 2

Continuando a atividade no item 2, os alunos foram questionados sobre a possibilidade de construir outro retângulo com a mesma área do retângulo do item 1, mas com perímetro diferente. Três alunos relataram que sim, sendo que um deles deu a seguinte justificativa: "Sim, pode existir vários desenhos com a mesma área, mas com perímetro diferentes". Os demais apenas realizaram a atividade no computador.

Nesse item, percebeu-se que os alunos fizeram alguns cálculos e até utilizaram a fórmula para calcular a área do retângulo, ou seja, faziam tentativas para conseguir medidas para os lados do retângulo que resultassem numa área de 12 cm^2 e num perímetro diferente de 14 cm. Apenas um aluno chamou a pesquisadora e fez a seguinte pergunta:

- "professora como é que faz?"[11].

A pesquisadora lhe disse:

- "experimente usar as ferramentas que já conhece do Cabri II".

Logo em seguida, esse aluno virou-se para o colega do lado e lhe perguntou:

- "Como é que você está fazendo?"

Obtendo a seguinte resposta:

- "a mesma coisa que o outro só que os lados medem 2 e 6 que dá a mesma área".

Então o aluno iniciou a construção.

As figuras 1 e 2, a seguir, são exemplo de construções feitas pelos mesmos alunos citados anteriormente para responder o questionamento mencionado no item 1:

[11] Observa-se nesse momento o efeito do contrato didático, no qual muitas vezes o aluno espera que o professor lhe diga os procedimentos (SILVA, 2002).

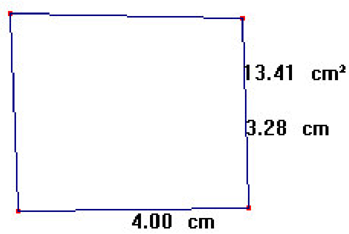


Figura 1

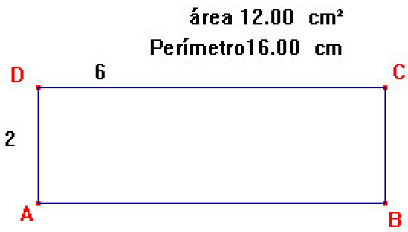
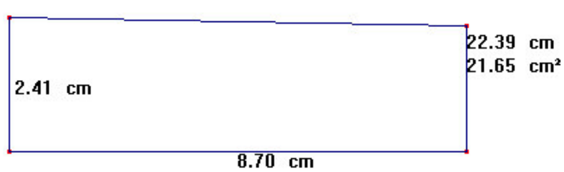


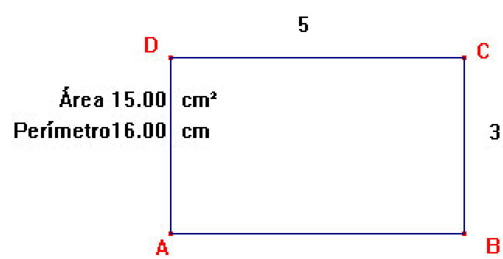
Figura 2

Nota-se que o aluno, que construiu a figura 1, continua lidando com desenhos e não está conseguindo os objetivos da atividade, enquanto o outro construiu uma figura, obtendo assim um o retângulo desejado.

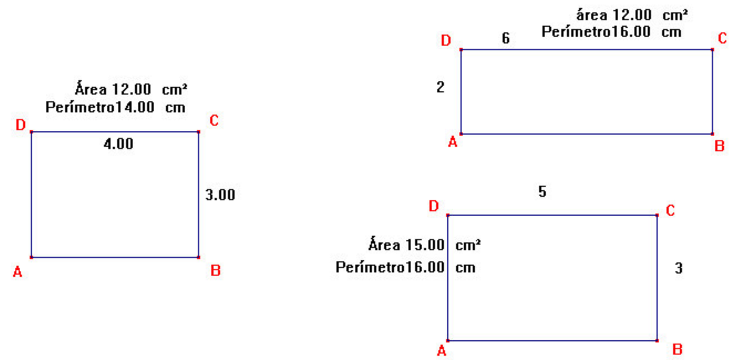
No item 3, a questão era: "É possível construir outro retângulo com o perímetro igual ao do retângulo que você construiu no item 2, mas com área diferente?". Novamente três responderam por escrito que sim, sendo que um justificou: "sim, pode acontecer do perímetro ser igual e a área diferente". Os demais apenas realizaram a atividade no computador.

Outra vez eles fizeram alguns cálculos e construíram o terceiro retângulo da mesma forma que os anteriores, inclusive o aluno que construía desenhos. A seguir têm-se as figuras dos mesmos alunos já citados.





Todos os alunos trabalharam com as mesmas dimensões para os retângulos, pois eles comunicavam entre si, exceto o que fez o desenho. A tela abaixo representa a solução da atividade apresentada pelo aluno já citado, que lidava com figuras e não com desenhos.



Na institucionalização, falou-se sobre outros retângulos com outras dimensões que caberiam nessa situação, inclusive dos números racionais. Então um aluno mencionou como solução para o item 2:

Dimensões 1cm e 12cm, área 12 cm^2 e o perímetro 26 cm .

Para o item 3:

Dimensões 3 cm e 10 cm, área 30 cm^2 e o perímetro 26 cm.

Pôde-se verificar que os alunos utilizaram as fórmulas construídas nas sessões anteriores, bem como os conceitos de área e de perímetro e obtiveram sucesso no desenrolar dessa atividade.

CAPÍTULO VII

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a investigar se um software de geometria dinâmica, mais especificamente o Cabri-Géomètre II, contribui para a construção dos conceitos de “área e perímetro”. Para isso, foram considerados:

- os resultados das avaliações de rendimento escolar, feitas por órgãos públicos, os quais apontam um baixo rendimento dos alunos nas questões de “área e perímetro”, indicando que muitos deles fazem grande confusão entre esses conceitos;
- a problemática sobre o ensino e aprendizagem da geometria nas séries do Ensino Básico apontada por várias pesquisas;
- a relevância desses conceitos para a formação do indivíduo.

A partir dos estudos preliminares, fase da engenharia didática, que é a metodologia utilizada nesta pesquisa, pôde-se constatar que os professores reconhecem a importância da informática para a formação do aluno. Porém, mesmo os professores que já receberam alguns cursos relacionados à informática educativa e trabalham em escolas, que dispõem de computadores, não se sentem preparados para utilizar essa tecnologia na sua prática pedagógica. A falta de formação continuada, para os professores inseridos no processo de ensino, foi apontada pelos professores participantes deste estudo como um dos fatores que impedem a utilização das novas tecnologias como auxílio didático. Além disso, acredita-se que, como defende Penteado (2001) o professor que escolhe usar a informática em suas aulas está saindo de uma zona de conforto, na qual consegue prever e controlar quase tudo, para entrar numa zona de risco, na qual não consegue prever um caminho para seguir.

No mesmo sentido, Borba (1996) menciona que o professor se sente ameaçado pelo computador e não vê como aproveitar essa mídia que domina a cultura do adolescente e da criança. O fato de não utilizar a informática parece ser natural para os professores, uma vez que eles foram formados apenas utilizando a mídia lápis-e-papel, por isso não conseguem muitas vezes conviver com outras mídias. Entende-se que a insegurança gerada pelos fatores mencionados impede o professor de investir com mais determinação no trabalho com a informática em sala de aula.

Percebe-se, assim, que é necessário desenvolver atividades didáticas com alunos, e também com professores, que abordem conteúdos específicos e que utilizem a informática, não para criar receitas, mas para apontar contribuições para futuras propostas de formação inicial e continuada, proporcionando a chegada dessa tecnologia apontada como grande aliada no processo de ensino e aprendizagem às salas de aulas. Tais seqüências de atividades, além da construção de conceitos específicos, também podem propiciar aos professores conhecimentos a respeito da informática educativa para, enfim, aceitarem esse novo desafio de utilizá-la na sua prática pedagógica.

Os estudos preliminares feitos nesta pesquisa propiciaram o levantamento de algumas questões:

1. Uma seqüência didática utilizando software de geometria dinâmica pode contribuir na construção dos conceitos de "área e perímetro"?
2. Os alunos relacionam os conhecimentos de geometria construídos ao utilizar o Cabri-Géomètre II com a geometria da mídia lápis-e-papel?

A metodologia utilizada neste estudo para verificar essas questões permitiu observar que os alunos que participaram da seqüência didática, de modo geral, ficaram muito entusiasmados de participar das aulas no ambiente de informática. Percebeu-se também que os alunos adquirem habilidades relacionadas ao computador e ao software com muita facilidade. Isso confirma a fala de Borba (1996), de que a geração "vídeo-game" já está na escola, então a continuidade do lápis-e-papel como mídia normativa pode prejudicar aqueles que não vivem mais num mundo "midiocêntrico". Portanto, é importante que se estudem as contribuições que um software pode dar para a construção de conceitos, para, então, disponibilizar subsídios a educadores preocupados em engajar-se no processo de mudança a fim de que haja uma formação do indivíduo voltada para a cidadania.

Pôde-se constatar, ainda, que os alunos, mesmo não tendo tido nenhum contato com esse software ou com outro, não tiveram dificuldades significativas relacionadas as suas ferramentas. Em pouco tempo, eles já estavam bem familiarizados com o software. Esse fato mostra que o Cabri-Géomètre II é um software cujas ferramentas são de fácil manuseio.

Os alunos participantes desta pesquisa, mesmo sendo do Ensino Médio, mostraram não dominar o vocabulário utilizado na geometria, bem como alguns conceitos que deveriam ter sido construídos no Ensino Fundamental. Isso indica que essa parte da Matemática pode não estar sendo muito enfatizada na sala de aula, ou talvez esteja sendo trabalhada, de uma forma que o aluno não tenha se apropriado desses conhecimentos.

Com relação às construções das figuras, constatou-se que os alunos não mantiveram uma única posição para as mesmas. Isto é, não utilizaram os modelos protótipos dos livros didáticos, nos quais quase sempre a figura tem uma base apoiada na horizontal. Esse fato pode ter ocorrido devido ao dinamismo do software, fator que pode ter contribuído muito para a observação das propriedades das figuras, por exemplo. Porém, quando a atividade vinha acompanhada de um desenho, a tendência era fazê-lo na mesma posição proposta, mostrando ainda a insegurança de tomar decisões, ou talvez a falta de autonomia. É possível que essa atitude seja reflexo das aulas tradicionais em que os alunos têm na maioria das vezes uma participação passiva.

Pela observação e análise das atividades da seqüência didática realizada pelos alunos, constatou-se que o Cabri-Géomètre II muito contribui para a construção dos conceitos de “área e perímetro”. O fato de esse software proporcionar aos alunos o movimento dos vértices da figura, sem alterar suas propriedades, e o uso das cores promoveram a visualização e compreensão de pontos importantes da geometria, como a superfície de uma figura. As atividades, favoreceram a compreensão de que os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e o perímetro ao contorno. Isso foi constatado nas atividades realizadas no computador em que se movimentava algum vértice da figura e modificava o valor do perímetro, mantendo constante o número que expressava a área da referida figura,ou vice-versa.Nesse caso, os alunos responderam satisfatoriamente que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

Por outro lado, nas atividades que envolviam o mesmo conceito, porém na mídia lápis-e-papel, houve alunos que apresentaram certas dificuldades na transposição dos conhecimentos construídos de uma mídia para a outra. Apesar disso, a maioria dos alunos fez uso, nas atividades realizadas no papel, de vários conhecimentos construídos nas atividades realizadas no computador. No pré-teste, foram observados vários cálculos desnecessários nas questões. No pós-teste, realizado na mídia lápis-e-papel, os alunos fizeram uso das fórmulas construídas nas atividades realizadas no computador. Mesmo os que erraram alguma questão tiveram procedimentos relacionados ao objetivo da questão. Notou-se também que pelo menos dois alunos, não gostavam de responder por escrito alguns questionamentos feitos pelas atividades e que os demais tinham grandes dificuldades de escrever suas idéias, mas todos realizaram com satisfação as construções utilizando o software. Apesar da relevância de saber relatar, esses fatos demonstram a importância de se desenvolver atividades conceituais nessa mídia. Levando em conta que os alunos participantes dessa parte experimental da pesquisa são aqueles que não acertaram nenhuma ou apenas uma questão no pré-teste, considera-se que o desempenho deles foi muito superior.

O fato de os alunos terem retomado com muita satisfação as atividades dois meses e meio após o término da última sessão e de realizarem satisfatoriamente as atividades, com bastante independência, deixa evidente que a informática pode realmente ser uma grande aliada no processo de ensino e aprendizagem. Isso também confirma a contribuição do software Cabri-Géomètre II na construção dos conceitos de “área e perímetro”.

Tendo em vista o bom desempenho dos alunos na realização da seqüência didática, acredita-se que a mesma atingiu o seu objetivo. O software Cabri-Géomètre II, com sua geometria dinâmica no desenvolvimento das atividades experimentais, satisfez as expectativas e a hipótese de auxiliar a construção dos conceitos de “área e perímetro”. Pôde-se constatar, no presente trabalho, que o Cabri-Géomètre II oferece uma alternativa para o ensino de geometria, pois os resultados apresentados neste estudo mostram vantagens na aprendizagem do aluno.

Embora os estudos preliminares tenham auxiliado muito na elaboração da seqüência didática, um desafio encontrado foi a transposição informática. Desenvolver atividades de um conceito específico, considerando o alicerce teórico da Teoria das Situações Didáticas, que possibilita um papel ativo ao aluno e que o coloca em situações de ação, formulação e validação, utilizando as ferramentas da informática, foi uma tarefa complexa. Nesse sentido, entende-se a necessidade de mais estudo envolvendo a transposição informática de conteúdos específicos, nos quais a observação, a manipulação e a visualização de objetos, proporcionados por software de geometria dinâmica, por exemplo, contribuam para a construção de conhecimentos matemáticos e de outros campos da ciência, como a física, a química e a biologia.

Observa-se que algumas atividades dessa seqüência didática privilegiaram o uso das medidas, porém, cabem novos estudos desses e de outros conceitos com maior ênfase no campo geométrico.

Diversas possibilidades para a utilização de software na organização de situações de ensino e aprendizagem têm sido indicadas por várias pesquisas e estudos como recursos que podem favorecer o processo educativo. Atualmente, uma parte considerável das escolas disponibiliza recursos informáticos que podem ser utilizados como apoio pedagógico. Apesar disso, o uso da informática no cotidiano da sala de aula é uma situação nova para grande parte dessas escolas. Para que não haja apenas a transferência de aulas tradicionais para o novo ambiente, acredita-se que é necessário fazer mais investigações nos vários níveis de ensino e nos diferentes aspectos do processo ensino e aprendizagem, para verificar por exemplo, o que leva cada aluno a ter determinados procedimentos na resolução dos problemas propostos e relacionar isso ao uso da informática por meio dos diversos software existentes.

A realização da seqüência didática com atividades de “área e perímetro”, utilizando o software Cabri-Géomètre II, possibilitou verificar que muitas das dificuldades dos alunos em geometria podem realmente estar relacionadas com a falta de metodologias adequadas, como apontam Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), já que se pode considerar que os alunos tiveram um bom desempenho na realização dessas atividades. Nesse sentido, esta pesquisa também aponta contribuições para o ensino de geometria, mais especificamente da geometria métrica.

Espera-se que os resultados desta e de outras pesquisas permeiem as salas de aulas, para que os conhecimentos construídos pelos alunos lhes possibilitem enfrentar com sucesso as inúmeras situações novas com que certamente se depararão no futuro, haja visto o crescimento e desenvolvimento das Novas Tecnologias da Informação e Comunicação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE. M. Ingénierie didactique, 9/3, 281-308, 1988. In: BRUN, Jean. **Didactique des mathématiques**. Delachaux et Niestlé, 1996.

BALACHEFF, N. **Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO**, actes des 13ème Joumées Francophones syr l'Informatique, Formation Intelligemment Assitée par Ordinateur, Genève.

BALDIN, Yurico Y. & VILLAGRA, Guilhermo A.L. **Atividades com CABRI-GÉOMÈTRE II.** São Carlos: EdUFSCar, 2002.

BALTAR, P. M., **Enseignement et apprentissage de la nation d'aire de surfaces planes:une etude de l'dissociation aire/perimetre pour dês rectangles.** Petit x, nº 34, pp.5-29, 1996.

BELLEMAIN, Franck. **A transposição informática na engenharia de softwares educativos.** Livro de resumos – SIPEM – I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Serra Negra – SP, 2000.

BELLEMAIN, Paula M. B. & BITTAR, Marilena. **O ensino da geometria e a teoria dos campos conceituais.** UFPE, 2000.

BELLEMAIN, P. M. B. & LIMA, P.F., **Análises prévias a concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental.** Texto apresentado no ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2001.

BIGODE, Antonio J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000. – (Coleção matemática hoje é feita assim).

BORBA, Marcelo de C. e PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática.** 2.ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, Marcelo de C. Informática trará mudanças na educação brasileira? **Zetetiké**, Campinas, São Paulo, 4 n. 6, 1996.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 1996

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática - ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la Didactiques dês Mathématiques, V.7, n.2, Grenoble, la Pensée Sauvage éditions, 1986. In: BRUN, Jean. **Didactique des mathématiques**. Delachaux et Niestlé, 1996.

BROUSSEAU, Guy. **Theorisation des phénomènos d'enseignement des mathématiques.** These détat, Univesité deBordeaux I, 1986.

BURIASCO, Regina. L. C. de e outros. **Matemática** Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná. DEPG/SEED, Curitiba, 1992.

CHEVALLARD. Yves; BOSCH. Marianna; GASCÖN. Josef. **Estudar matemática:** o elo perdido entre o ensino e aprendizagem. Trad. Daisy Vaz Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CLEMENTS, Douglas H; BATTISTA, Michael T., **Geometry and spatial reasoning.** Editado por Douglas A. Grows. 1992

CONNE. F. Saber e conhecimento na perspectiva da transposição didática. vol. 12/23, 221-270, Grenoble: La Sauvage, 1992. In: BRUN, Jean. **Didactique des mathématiques**. Delachaux et Niestlé, 1996.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA VI, 1998, São Leopoldo. **Anais ...** São Leopoldo, 1998.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA VII, 2001, Rio de Janeiro. **Anais ...** Rio de Janeiro, 2001.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. Campinas: Ed UNICAMP, 1992.

FONSECA, Maria, C.F.R, et al. **O Ensino de geometria na escola fundamental**. 2.ed. Belo Horizonte: Autentica, 2002.

FREITAS José Luiz Magalhães. Situações didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et. al. **Educação matemática:** uma introdução. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002.

GIOVANNI, José R. & GIOVANNI JR. **Matemática pensar e descobrir.**São Paulo: FTD, 2000. – (Coleção matemática pensar e descobrir).

GRAVINA, Maria Alice e SANTAROSA, Lucila. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso Ribie. Brasília: 1998. Disponível na Internet via WWW. URL: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm

GRAVINA, Maria Alice, Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, p.1-14, Belo Horizonte, Brasil, nov. 1996. Disponível na Internet via WWW. URL: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre, 2001.

HENRIQUES, Afonso. **Ensino e aprendizagem da geometria métrica:** uma seqüência didática com auxilio do software Cabri-Géomète II. Dissertação Mestrado em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos. Rio Claro, SP, 1999.

IMENES, Luiz M. P. & LELLIS, Marcelo. **Matemática.** São Paulo: Scipione, 1997. (Obra em volumes para alunos de 5ª a 8ª série).

KALEFF, Ana Maria M. R. **Vendo e entendendo poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: EdUFF, 1998.

KOELLING, Sandra B., Novas tecnologias e educação. **Jornal Zero Hora,** 30/07/2002, Porto Alegre, RS.

LABORDE, C. e CAPPONI, B. **Cabri-Géomètre consttuand d'um Millieu pour l'Apprentissage de la notion de figure,** Didactique et intelligence Artificielle, Grenoble, França: La pensée Sauvage, 1994.

LIMA, Elon L. **Medida e forma em geometria**. Rio de Janeiro: Copyright ©. 1991.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria?. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM – p. 4 – 13, Ano III, nº 4 – 1º sem. 1995.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et. al. **Educação matemática:** uma introdução. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Resultados da Avaliação Escolar**, Diretoria Geral. Núcleo de Informações Educacionais – Curitiba: SEED/DG, 2001.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação.**Caderno AVA 2000 Matemática: uma análise pedagógica, Diretoria Geral**. Núcleo de Informações Educacionais – Curitiba: SEED/DG, 2002.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Estudos complementares AVA 2000:** análise de resolução de questões em matemática. Diretoria Geral. Núcleo de Informações Educacionais – Curitiba: SEED/DG, 2002

PAVANELLO, R. O abandono da Geometria no Brasil, Causas e Conseqüências. In: **Zetetiké**, nº 1, Unicamp, 1993.

PENTEADO. M.G. **Computer-based learning environmentes: risks and uncertainties for teacher.** Ways of Knowing Journal, v.1, 2001.

PERROTTA, Roberto C**. O ensino de área e perímetro através de modelagem.** Dissertação. PUC – SP, 2001.

PURIFICAÇAO, Ivonélia C**. Cabri-Géomètre e teoria de Van Hiele: possibilidades de avanços na construção de conceito de quadriláteros.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná - Curitiba, 1999.

SANGIACOMO, Ligia. **O processo da mudança de estatuto:** de desenho para figura geométrica. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), PUC – SP, 1996.

SILVA Benedito Antonio da Contrato Didático In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et. al. **Educação matemática:** uma introdução. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002.

SILVA, Maria C.L. **Teorema de Tales: Uma Engenharia Didática utilizando o Cabri-Géomètre.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática), PUC – SP, 1997.

SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – SAEB/2001. **Relatório Matemática,** Brasília, 2002.

VALENTE, J. A. **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas, SP. UNICAMP/NIED, 1999.

OBRAS CONSULTADAS

BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Ano 3 – nº 6 – 1990. Universidade Estadual Paulista – Rio Claro.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, C. & SAIZ, I.(Orgs.) **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

BRUN, J**. Didáctica das Matemáticas**. Lisboa, Instituto Piaget.

GÁLVEZ, Grécia. **A Geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária.** . In: PARRA, C. & SAIZ, I.(Orgs.) **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.

LOURENÇO. Marcos L. **Cabri-Géomètre II introdução e atividades.** FAFICA – Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Catanduva. 2000.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

NÓBRIGA, Jorge C.C. **Aprendendo Matemática com o Cabri-Géomètre II**. Volume I e II, Brasília: Ed. do Autor, 2003.

PURIFICAÇÃO, Ivonélia da & SOARES, Maria T.C. Cabri-Géomètre II e Teoria de Van Hiele: Possibilidades de Avanços na Construção do Conceito de Quadriláteros**. Revista do Departamento de Teoria e pratica da Educação**. Volume 4 – Nº 8, Maringá. 2001.

SCHEFFER, Nilce F. **Corpo – Tecnologias – Matemática: uma interação possível no Ensino Fundamental. Erechim/RS: EdiFAPES, 2002.**

SILVA. Miriam G. P. **O Computador na Perspectiva do Desenvolvimento Profissional do Professor.** Capminas, 1997. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas

TOLEDO, Marília & TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

VALENTE, José Armando. **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação.** UNICAMP/NIED, Campinas, São Paulo 1993.

VINCENZO, Bongiovani, CAMPOS. Tânia M.M. ALMOULOUD, Saddo. **Descobrindo o Cabri-Géomètre: caderno de atividades.** São Paulo: FTD, 1997.

ZULATTO, Rubia B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de Geometria Dinâmica: suas Características e Perspectivas.** Rio Claro, 2002. Dissertação de Mestrado . Unesp – Universidade Estadual Paulista.

Anexos

ANEXO I

INSTRUMENTO PARA OBTER DADOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA COM VISTAS A FORNECER SUBSÍDIOS PARA A DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI. SUAS RESPOSTAS SÃO FUNDAMENTAIS PARA O ANDAMENTO DESTA PESQUISA

Tempo de Formado: ____

Tempo em que atua como professor: _________________________________

Séries em que leciona:____

01. Licenciado na rede :

(   ) Privada   (   ) Estadual   (   ) Federal

02. Na sua escola possui laboratório de informática?

(   ) Sim   (   ) Não

Se sim:

a) Quantos computadores?______________

b) Em que condições eles estão sendo utilizados?

____

____

____

c) Você utiliza a informática para atividades de ensino? Porque? Caso utilize comente de que forma utiliza

____

____

____

03. Recebeu algum curso para utilizar a informática em sua aula? Quais? Promovido por quem?

____

____

____

04. Conhece algum software específico para o ensino de matemática? Se conhece, quais?

____

____

____

05. Você acha importante o uso das tecnologias da informática na Educação Matemática? Justifique.

____
____
____

06. Na sua formação, como foi o ensino de geometria? Foi utilizado algum material manipulável, por exemplo?

____
____
____

07. Acha importante ensinar geometria? Por que?

____
____
____

08. Como você vê atualmente o ensino de geometria?

____
____
____

09. Como você trabalha geometria ou se não trabalha como pensa que deve ser trabalhada?

____
____
____

10. Como você define área? E perímetro?

____
____
____

11. Comente de como você trabalha o que é área e o que é perímetro de triângulo e quadriláteros, com seus alunos. Caso você não trabalhe comente como você pensa que deve ser.

____
____
____

12. Você sabe o que o PCN do Ensino Fundamental sugere para o ensino de geometria?

( ) Sim ( ) Não

a) Se sim: Como você utiliza o que ele recomenda para preparar suas aulas?

____

____

b) Se não: Por quê?

____

____

13. De que maneira o livro didático adotado influencia sua aulas de geometria? Como você o utiliza?

____

____

14. Digamos que um professor propõe o seguinte problema:

- Com relação às figuras planas é correto afirmar que duplicando-se:

(A) a altura de um triângulo sua área fica duplicada.

(B) os lados de um quadrado sua área fica duplicada.

(C) o raio de um círculo sua área fica duplicada.

(D) o perímetro de um retângulo sua área fica duplicada.

(E) a área de um quadrado seu perímetro fica duplicado.

a) Que procedimentos você acha que seus alunos usariam para solucioná-lo?

____

____

b) E você? Resolva o problema mostrando os procedimentos utilizados.

____

____

15. Descreva em que situações alguém pode precisar calcular áreas e perímetros de figuras planas?

____

____

16. Na vida escolar qual a contribuição desse conteúdo (área e perímetro) para a aquisição de outros conhecimentos de matemática e de outros campos de conhecimento (outras matérias)?

____

____

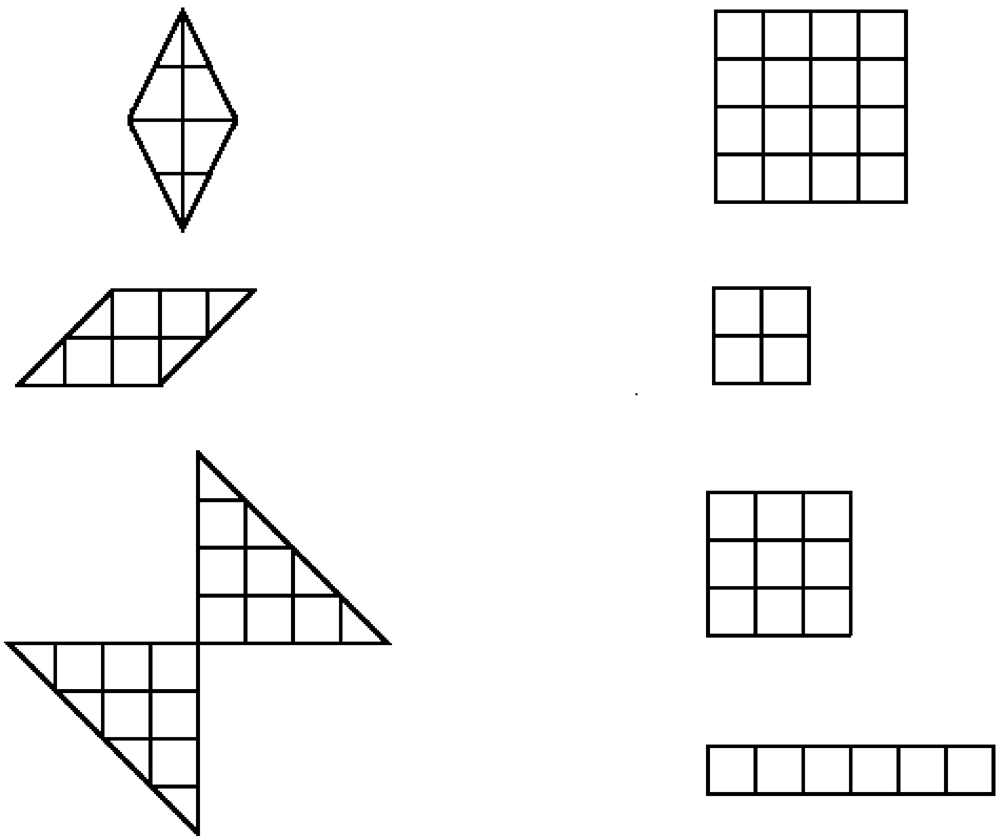
ANEXO II

SONDAGEM SOBRE OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS REFERENTES

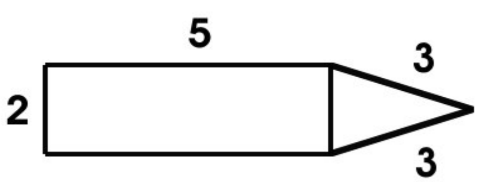
ÁREA E PERÍMETRO – GEOMETRIA PLANA

Nome: ___________________________Série ____ Turma____

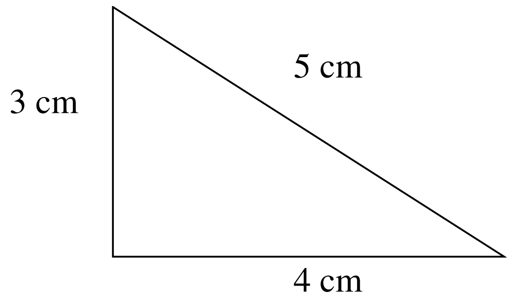
01) Ligue as figuras que possuem mesma área:



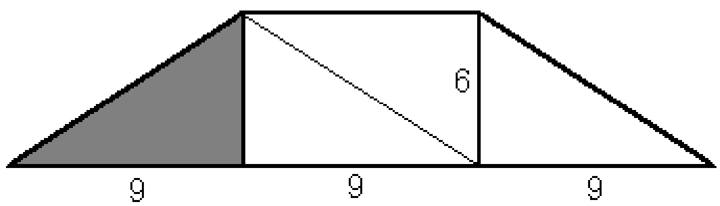
02) Qual o perímetro da figura abaixo que é composta de um retângulo e de um triângulo isósceles? (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

 	(A) 18 (B) 13 (C) 20 (D) 17

03) Qual é o perímetro da figura abaixo ? (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

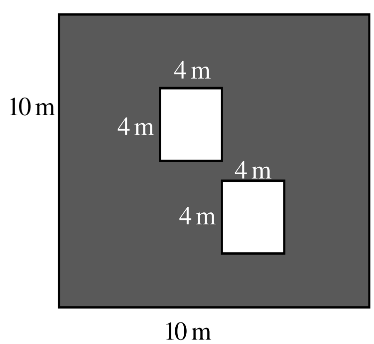


04) Calcular a área da parte pintada da figura abaixo. (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

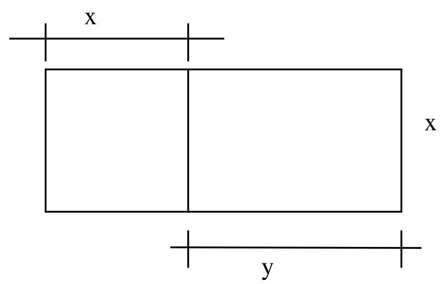


05) Observe a figura. A área da região escura vale: (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

(A) $68m^2$
(B) $70m^2$
(C) $72m^2$
(D) $80m^2$
(E) $92m^2$



06) Na figura abaixo, o perímetro do retângulo de lados x e y é 72 cm e a área do quadrado de lado x é 36 cm^2. Qual o valor de y? (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)



07) A área de um retângulo é 36 cm^2. Qual o comprimento desse retângulo sabendo que a medida da largura é 5cm menor de que a medida do comprimento? (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução).

08) Com relação às figuras planas é correto afirmar que duplicando-se:
Obs. (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

(A) a altura de um triângulo sua área fica duplicada.
(B) os lados de um quadrado sua área fica duplicada.
(C) o raio de um círculo sua área fica duplicada.
(D) o perímetro de um retângulo sua área fica duplicada.
(E) a área de um quadrado seu perímetro fica duplicado.

ANEXO III

ATIVIDADES DE EXPLORAÇÃO DO SOFTWARE CABRI-GÉOMÉTRE

Sessão I

Atividade 1

01) Usando a ferramenta segmento, construir quatro segmentos AB, CD, EF e GH, sendo dois deles concorrentes, que “se cortam”. Para nomeá-los, basta usar a ferramenta rótulo.

02) Usando a ferramenta “ponto” marcar um ponto sobre o segmento AB e nomear de P.

03) Usando a ferramenta ponto “sobre o objeto”, marcar um ponto sobre o segmento CD. Em seguida nomear de Q.

04) Usando a ferramenta “ponto de intersecção” marcar o ponto de intersecção dos segmentos EF e GH e nomeie esse ponto de R. Chamar a professora para verificar as construções.

05) Movimentar separadamente os pontos P, Q e R. Movimente também os segmentos. Os pontos se comportam da mesma forma? Explique.

____

____

Atividade 2

01) Trace uma reta, um segmento, uma semi-reta e um vetor utilizando as ferramentas adequadas. Movimente-as e descreva as características. Chame a professora.

____

____

02) Investigue as ferramentas: reta, reta perpendicular e reta paralela. Verifique quais as condições necessárias para traçar uma reta perpendicular e qual o ângulo formado? E uma paralela? Chame a professora.

____

____

03) Utilize as ferramentas: Triângulo, polígono e polígono regular e tente formar figuras, Observe e compare o que é possível criar com cada uma delas. Chame a professora. Descreva o que você observou.

____

____

Atividade 3

1) Crie um segmento de reta AB.
2) Nomeie as extremidades de A e B, utilizando a ferramenta “Rótulo”.
3) Meça o segmento AB usando a ferramenta “Comprimento e Distância”.
4) Obtenha M, ponto médio de AB.
5) Tente medir o segmento AM e MB.
6) Movimente A ou B e observe as medidas dos segmentos AM e MB.
7) Defina ponto médio. Chame a professora

____

____

Atividade 4

01) Crie um triângulo ABC. Para isso crie retas concorrentes duas a duas (r,s,t).
02) Usando a ferramenta triângulo traçar o triângulo formado pelo encontro das retas.
03) Pinte o triângulo de verde.
04) Traçar retas perpendiculares (3 retas) às retas r, s, e t (não pelo lado do triângulo), passando pelos vértices do triângulo.
05) Marcar os pontos de interseção das retas perpendiculares com as retas r, s e t nomeando-os de H_1, H_2 e H_3.
06) Mude a aparência das retas perpendiculares – passe uma linha tracejada sobre elas.
07) Mova as retas que formam o triângulo. Chame a professora
08) O que representam esses segmentos perpendiculares em relação as retas suportes dos lados do triângulo?____________________________________
09) O pondo de encontro dos três segmentos é denominado “Ortocentro” do triângulo.
10) Registre o que você concluiu a respeito das alturas do triângulo.

Sessão II

Atividade 5

01) Crie o segmento AB.
02) Pelo ponto A, construa uma reta perpendicular a AB.
03) Crie um ponto C sobre essa reta.
04) Construa, pelo ponto C, uma paralela a AB.
05) Construa, pelo ponto B, uma paralela a AC.
06) Obtenha a intersecção D dessas retas.
07) Usando a ferramenta polígono, unir os pontos ABDC.

08) Use a ferramenta “esconder” e esconda as retas deixando apenas o quadrilátero ABCD.
09) Meça os lados do polígono.
10) Movimente um dos pontos, A, B, ou C, e observe as medidas de ABe AC.
11) Qual o nome dessa figura? ____
12) Observe as medidas dos lados e dos ângulos. Quais são as características dessa figura quanto aos lados e quanto aos ângulos?

____

____

____

Atividade 6

01) Construir um segmento AB.
02) Construir uma circunferência definida por dois pontos, na qual A é o centro e B um ponto dela.
03) Marcar um ponto C sobre a circunferência e traçar o segmento AC.
04) Traçar uma paralela a AB, passando por C.
05) Traçar uma paralela a AC, passando por B.
06) Marcar o ponto D de intersecção das duas retas.
07) Usando “polígono” ligar os pontos ABDC.
08) Esconder a circunferência e as retas auxiliares.
09) Medir os lados da figura.
10) Movimente o vértice B e observe o que acontece com a figura. Chame a professora.

Esse polígono é chamado Losango

11) Descreva suas características:

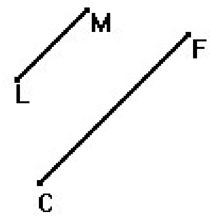
____

____

____

Atividade 7

01) Construa uma reta r e uma reta s, paralela a r
02) Sobre cada uma das retas construa os segmentos LM e CF, conforme desenho abaixo.



03) Movimente as retas e verifique se os segmentos continuam paralelos.

04)Crie um polígono passando pelos pontos LMFC e escondas as retas auxiliares. Chame a professora.

O quadrilátero LMFC é chamado de Trapézio

05)Experimente movimentar os vértices. Como você explicaria a um colega o que é um trapézio? Escreva sua explicação.

Atividde 8

01) Construir um segmento AB.
02) Construir uma reta r perpendicular a AB que passe por A.
03) Construir uma circunferência com centro em A passando por B.
04) Obter o ponto de intersecção da reta r com a circunferência e nomear de C
05) Construir uma reta paralela ao segmento AB que passe por C.
06) Construir uma reta perpendicular a B e obter o ponto de intersecção D.
07) Usando a ferramenta “polígonos”, ligar os pontos ABDC. Esconder a circunferência e as retas auxiliares.
08) Usando a ferramenta distância e comprimento meça os lados da figura.
09) Desloque o ponto A ou B. Chame a professora.
10) Que figura você construiu? ________________________________
11) Como você definiria essa figura?

____

____

____

12) Construa a “macro do quadrado”. Para isso é só clicar em “objetos iniciais” e no “segmento” que deu início a construção da figura (AB).
13) Em seguida clique em “objetos finais” e no “polígono” ABDC.
14) Clicar em “definir macro”, abre-se uma janela de diálogo. Em “nova construção” digite “quadrado”. Em “nome do objeto final” também digite ”quadrado” e na ajuda para construção da macro, digite “construir um quadrado a partir de um segmento”. Em “M” desenhe um símbolo qualquer para identificar a construção dessa macro. Salve a atividade.

15) Construa outro segmento e use a ferramenta ”quadrado” para verificar se a macro funciona.

Sessão III

Atividade 9

01) Crie um ponto A e passe uma reta r por ele.

02) Passe uma outra reta pelo ponto A, obliqua à reta **r** e dê-lhe o nome de **s**.

03) Crie um ponto B sobre a reta **r** e passe por ele uma reta paralela a **s**. Dê-lhe o nome de reta **t**

04) Crie um ponto C sobre a reta **t** e passe uma paralela à reta **r** passando por aí. Dê-lhe o nome de reta **u**.

05) Crie a intersecção das retas **s** e **u** chamando esse ponto de D.

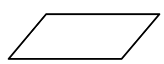
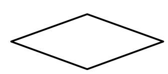
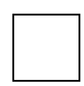
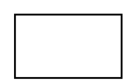
06) Ligue os pontos A, B, C e D, usando a opção “polígonos”. Esconda as retas **r, t** e **u.**

Todo quadrilátero que tem os lados opostos paralelos é um paralelogramo

07) Meça os lados do paralelogramo utilizando a ferramenta comprimento e distância.

08) Movimente os pontos B ou C ou a reta s para transformar o paralelogramo em retângulo, em quadrado e em losango (conforme as figuras). Finalmente, complete o a “ficha”, escrevendo F ou V conforme seja falso ou verdadeiro. Sendo assim verifique as propriedades dos paralelogramos que você já construiu nas atividades anteriores.

09) Se achar necessário trace as diagonais e meça os ângulos.

				
Lados iguais				
Lados opostos iguais				
Ângulos retos				
Ângulos opostos iguais				
Diagonais iguais				
Diagonais diferentes				
Diagonais perpendiculares				
Diagonais obliquas				

Atividade 10

Responda:

a) Figuras que tem a mesma área tem sempre o mesmo perímetro?________________

b) Figuras que tem o mesmo perímetro tem sempre a mesma área?________________

01) Construa uma reta r e depois uma reta s, paralela a reta r.

02) Construir um triângulo ABC, cujo lado AB esteja contida na reta r e o vértice C em s. Cada vez que você fizer um ponto, já digite uma letra MAIÚSCULA para nomeá-lo.

03) Meça os lados.

04) Usando a seta, clique duas vezes sobre o valor obtido para cada um dos lados os lados e escreva a, b e c para cada um (o lado a é oposto ao vértice A, o lado b é oposto ao vértice B, etc.)

05) Chame o professor para verificar a construção.

Atividade 11

01) Utilize a mesma figura do exercício anterior.

02) Usando a calculadora, obtenha a soma dos lados. Para fazer isso de uma maneira fácil é só ativar a calculadora e clicar sobre o valor do lado onde aparece a letra "a". Na calculadora também aparece a letra "a" daí você clica no sinal (+) e no valor do outro lado. Aparece a letra "b",. Repita a operação para o terceiro lado e depois clique no sinal de igual. Aparece a soma dos três lados do triângulo.

03) Usando a seta, clique duas vezes no sinal de igual e depois arraste para tela do computador, clicando na tela. Vai aparecer escrito "resultado: o valor da soma" (ex: resultado = 25,4).

04) Clique duas vezes nesse resultado e a palavra aparece selecionada. Escreva a+b+c e de um espaço, para mostrar que aquele número corresponde a soma dos lados.

05) O que significa essa soma em relação ao triângulo?

06) Chame o professor

07) Usando a ferramenta "distância e comprimento" chegue com o cursor perto do triângulo. Ele pergunta se você quer o "perímetro desse triângulo" e então você clica na tela para obter o perímetro do triângulo.

08) Usando a seta, clique duas vezes no valor do perímetro. Vai aparecer aquele retângulo que permite que a gente escreva nele. Escreva Perímetro.

09) Compare esse valor com o resultado que você obteve quando somou os lados.

10) O que observou? Então escreva a definição de “perímetro” com suas palavras.

____

____

11) Preencha o triângulo com sua cor preferida e obtenha a área do triângulo usando a ferramenta adequada (área).

12) Usando a seta, clique duas vezes sobre o valor obtido e escreva área antes do número (Ex: área 4,27 cm^2).

13) Movimente o vértice C e observe. Que valores mudam e quais não mudam? Registre.

____

____

____

14) O que representa a região triangular (interna) que foi pintada?

____

____

____

15) Mova os vértices A e B e observe o que está acontecendo com o perímetro e com a área. Registre:

____

____

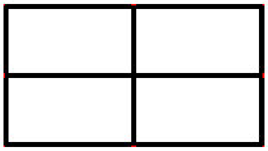
____

16) Responda: Figuras que tem a mesma área tem sempre o mesmo perímetro?________________

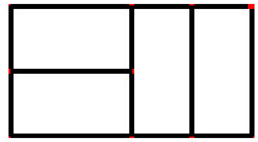
Atividade 12

Obs. Faça as atividades abaixo sem usar o Cabri

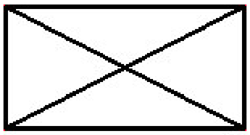
Para cada uma das decomposições abaixo os perímetros dos pedaços são iguais? Anote as respostas e comentários na tabela abaixo.



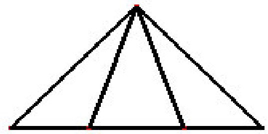
1



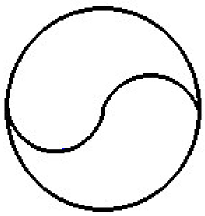
2



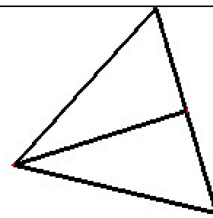
3



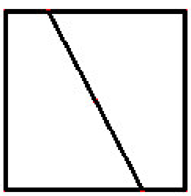
4



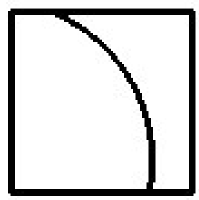
5



6



7



8

Figura	Resposta (Sim ou não)	Comentários
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Sessão IV

Atividade 13

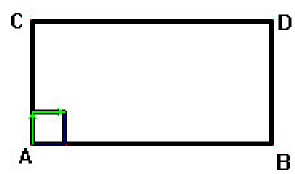
01) Construir um retângulo ABCD de 7cm de comprimento por 4cm de largura. Para isso siga as instruções abaixo:

02) Clique em edição numérica e digite o valor do lado 7, repita a operação e digite 4. Depois construa uma semi-reta e uma reta perpendicular a semi-reta. Clique em transferência de medida, clique no número 7 e em seguida na semi-reta. Repita esses passos mas clique no 4 e na intercessão das retas.

03) Utilize esses pontos e as ferramentas do Cabri II e construa um retângulo 7cm x 4cm.(não se esqueça de unir os quatro vértices usando polígonos).

04) Em seguida, use a edição numérica e digite “1,” transfira essa medida para a semi-reta. Faça um segmento unindo o ponto “A” a esse ponto determinado pela medida 1. Use a macro e construa um quadrado de lado 1. Pinte o “quadradinho” de verde.

05) Faça um vetor no lado superior horizontal do quadradinho e outro no lado vertical como mostra a figura. Chame a professora.



06) Observe a construção e responda quantos “quadradinhos” cabem no retângulo ABCD_________________________

07) Confira usando o Cabri. Para isso, selecione a ferramenta “translação” na coluna das “transformações”. Clique no quadradinho e em seguida em um dos vetores criados. Repita a operação até preencher o retângulo com os quadradinhos. Responda: Quantos couberam? _____________________________

08) O que significa esse número que você obteve, comparando a superfície do retângulo com a superfície do “quadradinho”? ______________________________. Se não souber responder continue as atividades e depois volte a essa questão.

09) Multiplique o comprimento do retângulo ABCD pela sua largura e compare com o número de quadradinhos que couberam no retângulo, O que você obteve? __________________

10) Registre a sua conclusão: ____

11) Use a ferramenta área do Cabri e obtenha a área do retângulo ABCD__________, compare com os valores obtidos anteriormente.

12) Se um colega seu precisar calcular a área de um retângulo, como você explicaria para ele?

____

13) Escreva uma fórmula para calcular área de qualquer retângulo, chamando a área de A o comprimento de *c* e largura de _______________________________________

14) Crie outras medidas para comprimento e largura do retângulo e verifique se a fórmula é eficiente. Faça usando lápis-e-papel.

Atividade 14

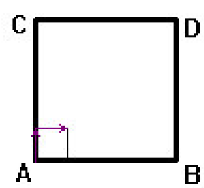
01) Construir um quadrado ABCD medindo 4cm de lado. Para isso siga as instruções:

02) Clique em edição numérica e digite o valor do lado (4cm) e depois construa uma semi-reta de origem A. Em seguida selecione "transferência de medida" e clique no 4 e na semi-reta. Dê o nome de B ao ponto que aparece na semi-reta.

03) Ligue os pontos AB por meio de um segmento.

04) Use a macro e construa um quadrado.

05) Repita a operação e construa um "quadradinho" de lado 1 usando a macro, dentro do quadrado ABCD e pinte o quadradinho da cor que preferir. Marque dois vetores um no lado superior horizontal e outro no lado vertical do quadradinho como mostra a figura.



06) Observe o "quadradinho" e responda quantos cabem dentro do quadrado maior? _______________________.

07) Confira usando o Cabri. Para isso selecione a ferramenta "translação", clique no quadradinho e em seguida no vetor e translade os "quadradinhos" até preencher totalmente o quadrado maior. Confira sua resposta da questão anterior

08) Usando a ferramenta adequada do Cabri, obtenha a área do quadrado maior. Que valor obteve? ______________, compare com o número de quadradinhos.

09) O que representa a comparação do número de "quadradinhos" com a superfície do quadrado maior?____

10) Se o quadradinho tivesse 2 cm de lado, quantos caberiam no quadrado maior? ___________. O que representa esse número em relação ao retângulo 7x4?________________________________

11) Comparando esse valor com o obtido no item 8, o que se pode concluir?____

12) Expresse uma fórmula para calcular área do quadrado de lado n ____________

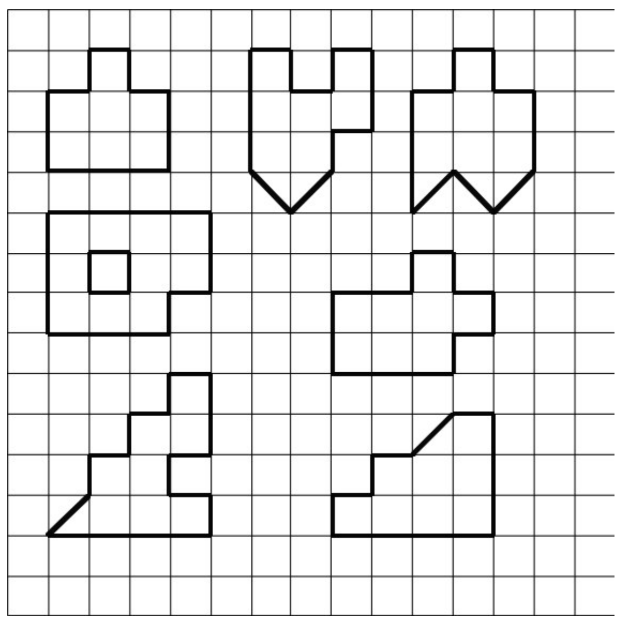
13) Você seria capaz de responder o que é área? Experimente escrever.

---

14) Crie outro valor para os lados de quadrados e verifique se a fórmula deduzida é valida para todos. Registre:

Atividade 15

Faça a atividade abaixo sem usar o Cabri, para isso observe as figuras.

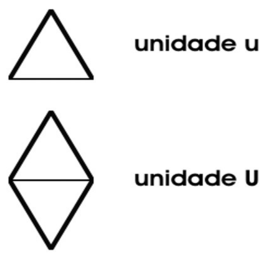


a) Calcule a área de cada uma das superfícies desenhadas acima.
b) Quais das superfícies têm a mesma área?
c) Encontre duas superfícies que tenham áreas diferentes e diga qual deles tem área maior.
d) Responda: Quando é que duas superfícies têm a mesma área?
e) Quando podemos afirmar que a área de uma superfície é maior do que a de outra superfície?

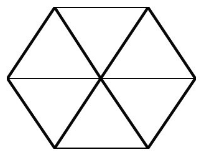
Sessão V

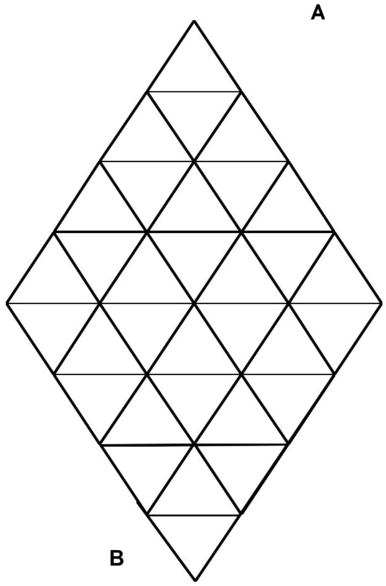
Atividade 16

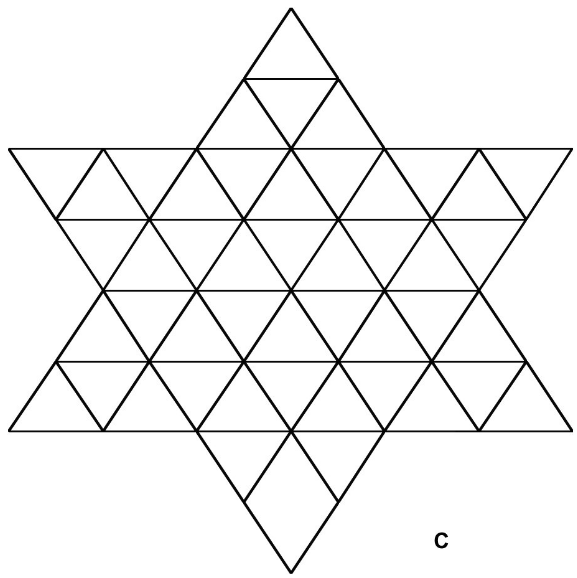
01) Complete a tabela referente aos polígonos A, B e C, usando duas unidades de área: (sem usar o Cabri II)



Área / Polígono	unid. u	unid. U
A		
B		
C		


A


B


C

Aumentando a unidade de medida, o número que expressa a área aumenta ou diminui?______________

a) Explique com suas palavras por que isso ocorre

____

____

Atividade 17

01) Construir um retângulo e medir o comprimento e a largura. Preencha-o de uma cor.

02) Usando a ferramenta adequada meça a área.

03) Usando a ferramenta triângulo marque três vértices consecutivos do retângulo e terá um triângulo, escolha uma cor e pinte esse triângulo. Chame a professora.

04) Considerando a área do retângulo, responda quanto vale a área do triângulo? ____

05) Usando a ferramenta "área" do Cabri confira sua resposta.

06) Compare a área do triângulo com a área do retângulo.

07) Mova um dos vértices.

08) Registre o que você observou:

____

____

Atividade 18

01) Construir um triângulo ABC e medir seus lados.

02) Traçar suas alturas em relação às bases e obtenha a medida dessas alturas.

03) Escolher uma base e a altura correspondente. Usando a calculadora, multiplicar o valor dessa base pela altura e transfira esse valor para a tela.

04) Usando a ferramenta área, meça a área do triângulo. Compare com os valores. Chame a professora.

05) Que relação você observa entre os resultados? Faça a descrição abaixo:

____

____

06) Com base no que observou no exercício anterior e nesse, você seria capaz de escrever uma fórmula para calcular área de triângulos?

07) Escreva possíveis fórmulas e teste-as com o auxilio da calculadora e em seguida confira usando o Cabri II (deixe registradas as produções). Se necessário crie outros triângulos.

____

____

08) Após construir a fórmula, calcule área do triângulo tomando as outras bases e suas respectivas alturas. Façam isso com o auxílio da calculadora e confiram suas respostas com o valor obtido pelo Cabri II.

09) Registre o que obteve.

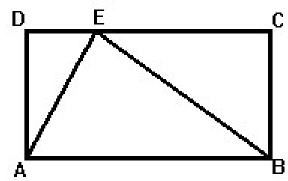
____

____

Atividade 19

Obs.: Faça a atividade abaixo sem usar o Cabri.

A área do retângulo abaixo é 20 cm^2:



a) Determine a área do triângulo ABE, deixe registradas as estratégias utilizadas na resolução.
b) Chame a professora
c) Utilize o Cabri II e valide sua resposta.
d) Responda: Que relação existe entre os elementos do retângulo e do triângulo para que ocorra uma relação também entre suas áreas?

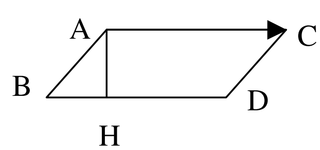
____

____

Sessão VI

Atividade 20

01) Construa um paralelogramo ABCD e trace a altura por um dos vértices (lembre-se que a altura de um paralelogramo é um segmento perpendicular que vai de uma base à outra por exemplo AH).



02) Meça a sua base e a sua altura. Pinte o paralelogramo.
03) Usando a ferramenta área do Cabri obtenha o valor da área do paralelogramo.
04) Usando a ferramenta triângulo marque o triângulo formado pela altura do paralelogramo e preencha de uma cor qualquer
05) Construa um vetor no lado superior do paralelogramo como o da figura acima. Clique em translação, no triângulo e no vetor. Observe o retângulo formado.
06) Use a ferramenta polígono e defina o retângulo. Obtenha a área do retângulo.
07) Que conclusão você tirou? Como calcular a área de um paralelogramo?

____

____

____

08) Usando a calculadora faça o produto da base do paralelogramo pela sua altura e compare com o valor da área.

09) O que observou? Registre as observações.

10) Escreva uma fórmula para calcular a área de paralelogramo.

11) Sem usar o Cabri, desenhe um paralelogramo e atribua valores arbitrários para os seus elementos e calcule a sua área.

Atividade 21

01) Construir um retângulo ABCD, medir seus lados. (Inicie por um segmento AB).

02) Marcar o ponto médio dos lados do retângulo.

03) Usando “polígono” unir os pontos médios obtendo assim um losango inscrito no retângulo. Chame os pontos médios de P_1,P_2,P_3 e P_4 (O ponto entre AB deverá ser P_1)

04) Traçar as diagonais do losango (usando a ferramenta segmento) e medir. Nomear a diagonal maior de D e a menor de d (arraste para a tela).

05) O que se pode observar em relação aos valores das diagonais do losango e dos lados do retângulo? Registre

06) Meça a área do losango e do retângulo.

07) Comparando esses valores, o que você observa? Qual a relação entre essas áreas?

08) Movimente os vértices do retângulo. Visualmente você pode observar essa mesma relação (a anterior)? Explique.

09) Usando a ferramenta triângulo, marque os quatros triângulos formados pelas diagonais do losango.

10) Pinte os triângulos de cores diferentes.

11) Construa um vetor por P_2 no sentido horizontal, em seguida translade o triângulo formado por P_2 e P_3 e o formado por P_3 e P_4 por esse vetor.

12) Construa outros vetores e translade os outros dois triângulos de forma a se “encaixarem” formando um retângulo.

13) Movimente o ponto B.

14) O que você observa com a translação desses triângulos?

15) Qual a área dessa figura e qual suas dimensões?

____

16) Com base na translação dos triângulos, comparando os valores dos lados do retângulo com os das diagonais do losango e também sua áreas, como você escreveria uma fórmula para calcular área de losango? Experimente. Atribua valores arbitrários para as diagonais do losango e teste sua fórmula.

Atividade 22

01) Construir um trapézio ABCD seguindo os passos abaixo:

02) Construa duas retas r e t paralelas. Marque dois pontos em cada uma delas de distâncias diferentes e nomeie os pontos de A, B, C e D.

03) Unir os quatros pontos ABCD usando a ferramenta polígono. Chame a base maior de B e a base menor de b. Trace a altura por um dos vértices (Lembre-se que depois que traçar a reta perpendicular deve traçar o segmento que formará a altura). Esconder as retas auxiliares.

04) Meça as bases, a altura e a área.

05) Ache o ponto médio de um dos lados não paralelos.

06) Selecione a ferramenta simetria central, clique no polígono e no ponto médio e terá um paralelogramo.

07) Você já sabe calcular a área do paralelogramo, então, calcule a área do paralelogramo formado (observe que a base dele é formada pela soma das duas bases (B e b) do trapézio). Compare com o valor da área do trapézio.

08) Usando a calculadora some a medida da base maior e da base menor em seguida multiplique pelo valor da altura. O que obteve?

____

09) Divida o resultado acima por 2. _________________

10) Compare esse valor com o valor da área do trapézio. Que conclusão é possível tirar?

____

11) Experimente usando papel e lápis deduzir a fórmula do trapézio. Para isso desenhe um trapézio e responda:

a) Que elementos do trapézio necessitamos conhecer para determinar sua área?

b) Como devemos proceder para determinar a área de um trapézio?

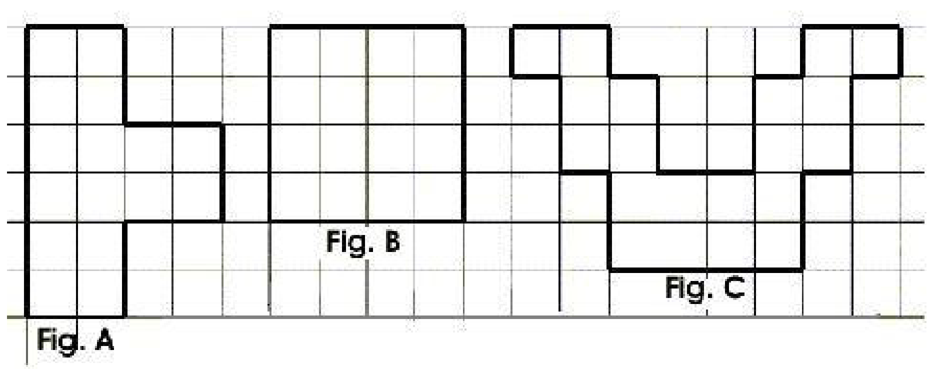
c) Escreva a fórmula para obter a área de um trapézio.

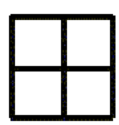
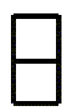
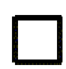
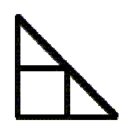
Sessão VII

Obs.: Resolva as atividades abaixo individualmente e sem a utilização do software Cabri-Géomètre II. Deixe registrados todos os procedimentos utilizados na resolução de todas as questões.

Atividade 23

Calcule a área das figuras A, B e C preenchendo em seguida a tabela abaixo. Considere as figuras a seguir, como unidade de área.



	Unidade 	Unidade 	Unidade 	Unidade 
Figura	Área	Área	Área	Área
A				
B				
C				

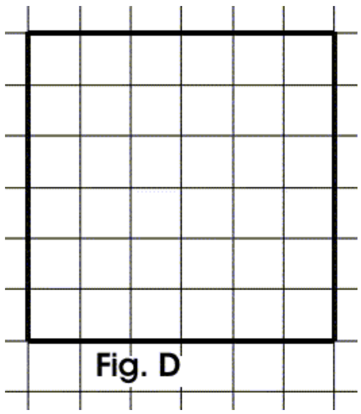
a) Compare os números da tabela que representam a área de uma mesma figura e comente porque uma mesma figura pode ter várias áreas.

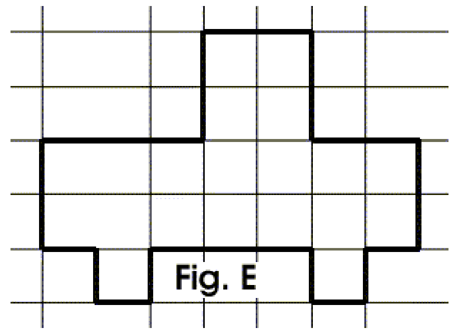
____

____

Atividade 24

Calcule a área e o perímetro de cada uma das figuras, considerando como unidade de área o “quadradinho” e como unidade de comprimento o lado desse quadradinho.





01 – Observe os resultados e responda:

a) O número que indica a área de uma figura é sempre maior que aquele que indica o perímetro? É sempre menor? É sempre igual? Explique

____

____

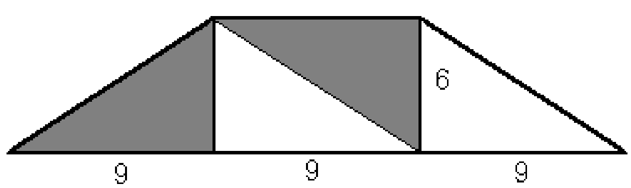
b) A figura que tem a maior área é sempre a que tem maior perímetro? A figura que tem menor perímetro tem sempre menor área? Explique

____

____

Atividade 25

Calcular a área da parte pintada da figura. (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)



(A) 27

(B) 13,5

(C) 54

(D) 36

(E) 81

Atividade 26

Calcule:

a) a área de um quadrado cujo perímetro é 222 cm.

b) perímetro de um quadrado cuja área é 169 cm^2.

Atividade 27

Deseja-se construir um quadrado com área igual à área de um triângulo. Sabendo-se que a base do triângulo e a altura relativa a essa base medem, nessa ordem, 10cm e 5cm, o lado do quadrado, em cm, é: (Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

(A) 5
(B) 10
(C) 25
(D) 50

Atividade 28

Podemos afirmar que possuem mesmo perímetro:
(Apresente a justificativa ou os cálculos usados na resolução)

(A) um quadrado de lado 5 cm e um retângulo de dimensões 7 cm e 3 cm.
(B) um quadrado de lado 5 cm e um triângulo eqüilátero de lado 6 cm.
(C) um quadrado de lado 5 cm e um retângulo de dimensões 15 cm e 5 cm.
(D) um losango de lado 8 cm e um hexágono regular de lado 6 cm.
(E) um losango de lado 8 cm e um pentágono 6 cm.

Sessão VIII

Atividade 29

1) Crie um ponto A. Passe uma reta pelo ponto A e dê-lhe o nome de reta **r**.
2) Passe uma outra reta pelo ponto A, oblíqua à reta **r** e dê-lhe o nome de **s**.
3) Crie um ponto B sobre a reta **r** e passe por ele uma reta paralela a **s**. Dê-lhe o nome de reta **t.**
4) Crie um ponto C sobre a reta **t** e passe por ele uma paralela à reta **r**. Dê-lhe o nome de reta **u**.
5) Crie a intersecção das retas **s** e **u** chamando esse ponto de D.

6) Ligue os pontos A, B, C e D, usando a opção “polígonos”. Esconda as retas **r, t** e **u.**

7) Obtenha as medidas dos lados do paralelogramo, do perímetro e da sua área. Salve como atividade 29um.

8) Movimente a reta s e salve como atividade 29dois. Registre o que está ocorrendo com a área e com o perímetro o paralelogramo: ______________________________

9) Movimente o vértice C e observe o que acontece com os valores da área e do perímetro. Salve como atividade 29três.

10) Observe os valores da tela e responda justificando sua resposta:

a) Figuras que tem mesmo perímetro tem sempre a mesma área?__________________

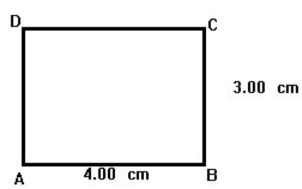
11) Transforme o paralelogramo em um losango (todos os lados devem ser iguais). Salve como atividade 29quatro.

12) Movimente a reta **s** e o vértice **C** até que ele se transforme em um quadrado. Observe o valor da área e do perímetro. Salve como atividade 29cinco.

13) Responda: Quando o paralelogramo vai atingir área máxima?

Atividade 30

1) Construa um retângulo como o representado a seguir e calcule sua área e seu perímetro.



2) É possível construir outro retângulo com a mesma área do retângulo do item 1, mas com perímetro diferente? Experimente.

3) É possível construir um outro retângulo com o perímetro igual ao do retângulo que você construiu no item 2 mas com área diferente. Experimente.