Ana Chiummo

O CONCEITO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS: CAPACITAÇÃO PARA PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Mestrado em ENSINO DA MATEMÁTICA

PUC/SP

1998

Ana Chiummo

O CONCEITO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS: CAPACITAÇÃO PARA PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DA MATEMÁTICA à Comissão Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, sob orientação do Professor Doutor Saddo Ag Almouloud.

PUC/SP

1998

BANCA EXAMINADORA

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Saddo Ag Almouloud pela dedicação no trabalho de orientação, incentivo e, sobretudo pela paciência, compreensão e amizade nos momentos difíceis.

Ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que através de sua Coordenação me ofereceu a oportunidade de estudar e concluir este Mestrado.

À CAPES, pela bolsa de estudos, que permitiu uma dedicação mais conseqüente no Programa de Pós-Graduação.

Ao Professor Waldemar de Maio, pelo incentivo, amizade e confiança sempre presentes.

Aos amigos, Antoninha, Izabel, Maria Helena, Maria Lúcia, Maurício, Newton, Plínio e Sonia, pelo apoio, paciência e compreensão.

Ao Roberto, pelas valiosas sugestões e incentivo nos momentos mais difíceis.

Ao Professor José Luís Crocco, pela revisão gramatical e ortográfica.

Aos meus familiares e especialmente a minha mãe, pelo apoio, paciência, incentivo, compreensão e pelos momentos de ausência durante a dedicação ao Mestrado.

RESUMO

Através de estudos preliminares (histórico, epistemológico, da transposição didática do conceito de áreas de figuras planas), elaboramos uma seqüência didática para o ensino-aprendizagem do conceito de áreas.

Fizemos um levantamento inicial com os professores do Ensino Fundamental, através de um questionário e verificamos que abordagem proposta por eles não desenvolve nos alunos uma concepção do conceito de área que permita relacionar o conceito de área e suas diferentes representações numéricas.

O nosso objetivo é colaborar no processo de ensino-aprendizagem, com a nossa seqüência didática, pois esse seria mais um instrumento de trabalho que o professor teria em sala de aula.

Após a elaboração e análise a priori da seqüência, aplicamo-la em professores do Ensino Fundamental. A análise a posteriori mostrou que atingimos o nosso objetivo com a maior parte dos professores.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A idéia do tema surgiu em função das experiências adquiridas quando trabalhamos em uma Delegacia de Ensino da Capital, como Assistente Técnico-Pedagógico, ao promover reuniões com Coordenadores Pedagógicos de escolas estaduais e municipais para saber como os professores do Ensino Fundamental ensinavam área e perímetro de figuras planas para os alunos.

Depois de várias reuniões detectamos que alguns ensinavam pelo ladrilhamento, outros nem sabiam do que se tratava, outros, por sua vez, ensinavam pela fórmula, mas, a grande maioria não explorava itens como, história da área, de onde veio, como surgiu, qual a necessidade deste tipo de cálculo.

Diante desse fato, resolvemos aplicar o pré-teste "1", para verificar quais concepções os alunos tinham sobre o conceito de área e perímetro. Foram pesquisados, primeiramente, 33 alunos cursando a 63 série do 1° grau de uma Escola Municipal e verificamos que a grande maioria havia trabalhado o ladrilhamento.

Aplicamos, a seguir, o mesmo pré-teste "1", na mesma escola, para mais 32 alunos de outra 63 série do 1º grau, e constatamos que a grande maioria resolvera as mesmas questões pela fórmula, mas ambas as turmas confundiram área e perímetro.

Observamos que dois professores da mesma escola e da mesma série aplicam métodos diferentes para ensinarem a seus alunos um assunto comum a ambas as turmas, e pudemos detectar com este pré-teste "1" que há grande defasagem de conhecimentos entre os professores quanto ao conceito em questão.

A partir dessa experiência, resolvemos que a população alvo de nosso trabalho será constituído por professores.

Motivados pela constatação dessa situação decidimos montar uma seqüência didática para ajudar os professores em sala de aula quando forem abordar o conceito de área e perímetro.

Nosso trabalho está fundamentado na linha francesa da Didática da Matemática. A metodologia utilizada consiste em um estudo histórico, epistemológico, e da transposição didática do conceito de área e perímetro, na elaboração, aplicação e análise de uma seqüência didática. Essas idéias básicas constituem o Capítulo I: **Fundamentação Teórica e Metodologia.**

Fizemos um **Estudo Histórico e Epistemológico sobre o Conceito de Área** (Capítulo II), para levantar a gênese e a evolução desse conceito, e também os obstáculos epistemológicos inerentes ao assunto.

A seguir desenvolvemos um **Estudo da Transposição Didática do Conceito de Área e Perímetro** (Capítulo III), ou seja, investigamos o conjunto das adaptações e transformações que o conceito de área sofre para ser ensinado. Por esse motivo estudamos a Atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo, os Organizadores de Áreas da Secretaria Municipal de Educação e alguns livros didáticos com relação ao conceito de área e de perímetro, enfocando o processo ensino-aprendizagem e as concepções dos professores e dos alunos sobre esse conceito.

Através da análise da Proposta Curricular, dos Organizadores de Áreas e de alguns livros didáticos, levantamos os obstáculos didáticos sobre o conceito de áreas e perímetro. As concepções dos professores a respeito desse conceito e seu processo ensino-aprendizagem foram pesquisadas através de um questionário, as concepções dos alunos através de um "pré-teste 1", aplicado anteriormente a nossa seqüência didática.

No capítulo IV temos a nossa **Problemática da Pesquisa,** ao ensinar o conceito de área e perímetro muitos professores não fazem o jogo de quadros de maneira adequada. Os obstáculos didáticos não são levados em consideração e parece que não levam os alunos a participarem da construção do conceito de área e perímetro. Foram levantadas 5 hipóteses, cuja validação foi verificada através do questionário aplicado no decorrer do trabalho e da Seqüência Didática. Dada a problemática, a nossa contribuição no processo do ensino- aprendizagem vem através de nossa Seqüência Didática, apresentada no Capítulo V.

Fizemos aí uma análise a priori da seqüência didática, a sua aplicação para professores de Ensino Fundamental, a análise a posteriori da seqüência didática, baseada nos dados recolhidos ao longo da experimentação e nas produções dos professores.

No Capítulo VI vem a nossa **Conclusão**.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

1) Fundamentação Teórica

Nosso estudo sobre os conceitos de área e perímetro baseia-se na linha da Didática francesa que estuda os fenômenos do ensino-aprendizagem em Matemática e apóia-se na **noção de obstáculo**.

O obstáculo, segundo Guy Brousseau, caracteriza-se por um conhecimento, uma concepção - e não por uma dificuldade ou uma falta de conhecimento - que num certo contexto produz respostas adaptadas e, fora dele, respostas falsas.

Ainda segundo Guy Brousseau em "Les obstacles epistemologique et les problemes en mathématiques", RDM vol. 4 nº 2, 1983 (pág.179) ".organizar a superação de um obstáculo consistirá em propor uma situação suscetível de evoluir e de fazer evoluir o aluno segundo uma dialética conveniente. Tratar-se-á não de comunicar as informações que se queiram ensinar, mas de encontrar uma situação na qual elas são as únicas a serem satisfatórias ou ótimas entre aquelas às quais se opõem para obter um resultado no qual o aluno investiu".

A noção de obstáculo pode ser utilizada para analisar tanto a gênese histórica de um conhecimento como o ensino ou a evolução espontânea do aluno. Em nossa pesquisa analisamos os obstáculos encontrados na história e nos livros didáticos e os levamos em consideração na montagem da seqüência didática.

Ainda falando de obstáculos, não podemos esquecer dos **obstáculos epistemológicos** e dos **obstáculos didáticos**.

Epistemológicos, segundo Brousseau são obstáculos, que tiveram um papel importante no desenvolvimento histórico do conhecimento, cuja rejeição precisou ser integrada explicitamente no saber transmitido, sendo portanto, inerentes ao saber e identificáveis através das dificuldades encontradas pelos matemáticos para superá-los no decorrer da História.

Didáticos, são obstáculos que parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema educativo, que resulta de uma transposição didática que dificilmente o professor pode renegociar no quadro restrito da sala de aula. Nascem da escolha das estratégias do ensino, permitindo formar, no momento da aprendizagem, conhecimentos errôneos ou incompletos que se revelarão mais tarde como obstáculo ao desenvolvimento da conceituação, sendo, por isso, inevitáveis, inerentes à necessidade da transposição didática.

Reconhecer um obstáculo é reformular o contrato didático que os professores fazem com a classe. Entendemos por **contrato didático** o conjunto de comportamentos do professor esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos esperados pelo professor.

Segundo M. Henry ([23], p. 73-74), em um contrato didático:

(a) a relação professor-aluno depende de um grande número de regras e de convenções que não colocam sistematicamente em jogo o saber;

(b) o contrato didático depende da estratégia de ensino adotada. As escolhas pedagógicas, o estilo de trabalho pedido aos alunos, os objetivos das atividades, a formação e as representações do professor, as condições de avaliação, entre outros, fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático;

(c) a aquisição do saber pelos alunos é a causa fundamental do contrato didático. A cada nova etapa, o contrato didático deve ser renovado e renegociado. A maior parte do tempo, esta negociação passa despercebida;

(d) o contrato didático manifesta-se sobretudo quando é transgredido por um dos parceiros da relação didática. Uma grande parte das dificuldades dos alunos é explicável pelos efeitos do contrato mal colocado ou incompreendido.

Segundo Ag Almouloud, Saddo ([1], p.87-88), uma ruptura de contrato do lado do professor é designada "efeitos de contrato", identificados por Guy Brousseau em "Le contrat didactique: le milieu", RDM Vol. 9 nº 3, como:

(a) Efeito "Topaze" e a comprovação da incerteza

Esse fenômeno aparece nas situações didáticas nas quais o professor encarrega-se do trabalho essencial. A resposta que o aluno deve dar está determinada de antemão o professor escolhe as questões às quais essa resposta pode ser dada. Tomando questões, facilitando as estratégias dos alunos, o professor tenta obter a significação máxima para a maioria dos alunos. Se os conhecimentos visados desaparecem neste processo, é o efeito "Topaze".

(b) Efeito " Jourdan" ou o equívoco fundamental

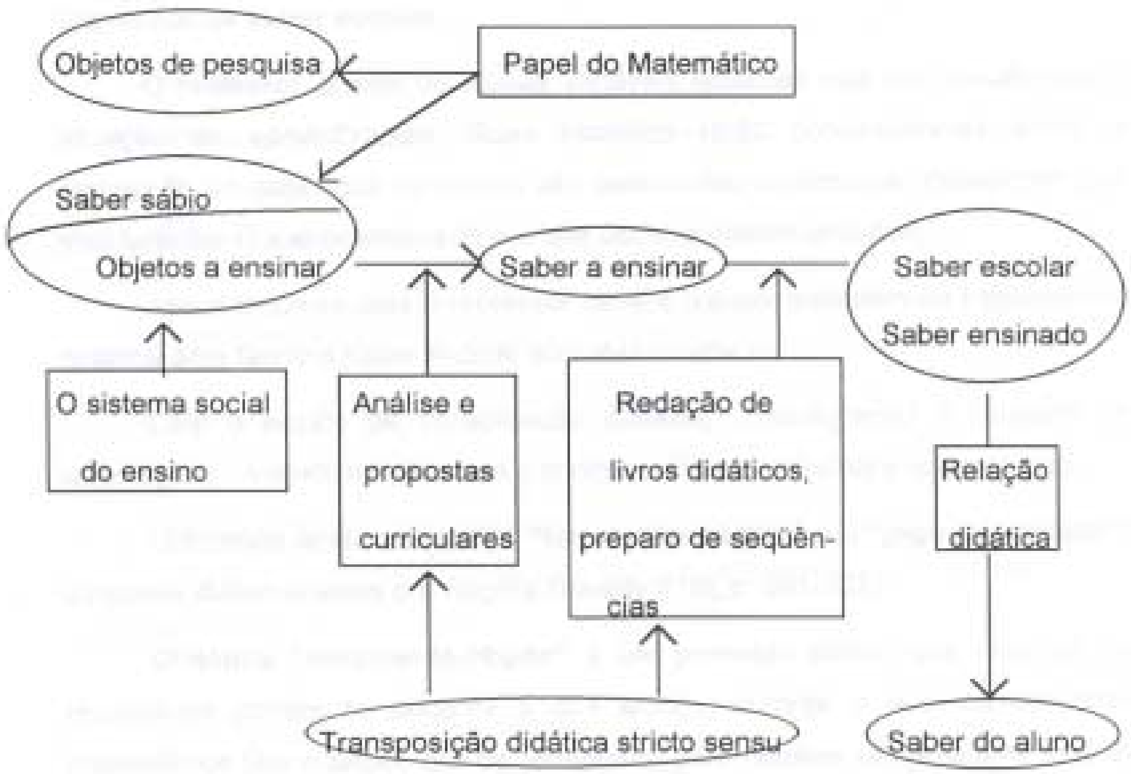
O professor, para evitar o debate de conhecimento com o aluno e, eventualmente, a aparição de um fracasso, admite reconhecer o índice de um conhecimento "sábio" nos comportamentos ou nas respostas dos alunos, no momento em que são de fato, motivados pelas outras coisas e pelas significações triviais.

De um modo geral a prática do professor provoca o efeito "T opaze" quando o conceito de área, por exemplo, é apresentado para o aluno através da fórmula utilizando ainda apenas figuras usuais como o quadrado e retângulo, com as respostas pré-determinadas.

E o efeito " Jourdan" é identificável quando o professor não utiliza as várias estratégias para o conceito de área, como por exemplo composição e decomposição, o uso do papel quadriculado; como conseqüência, os alunos não saberão como transferir os conhecimentos adquiridos através da fórmula do conceito de área para uma situação-problema, como o cálculo da área do pátio da escola onde estudam.

Em nossa pesquisa procuramos transformar o tipo de contrato didático que os professores fazem tradicionalmente com os alunos para explicar o conceito de área, será feita esta tentativa através da seqüência didática que vamos aplicar nos professores.

Yves Chevallard chama de transposição didática o conjunto das adaptações e transformações que o saber "sábio" sofre para ser ensinado. Da escolha do saber a ser ensinado à sua adaptação ao sistema didático, existe todo um processo gerador de modificações, de criação de objetos de ensino. Henry, Michel montou para a transposição didática, o seguinte esquema:



Por **saber "sábio"** entende-se o conjunto dos conhecimentos, socialmente disponíveis, que foram objeto de publicações científicas ou de comunicações reconhecidas como válidas pela sociedade.

Por **objetos a ensinar**, o sistema social do ensino (a "noosfera") designa, dentre todos os conhecimentos historicamente acumulados, aqueles que terão alguma pertinência na formação dos jovens. Numerosos fatores intervêm neste nível: o tipo de sociedade, o modo da administração, o estado do sistema educativo, o nível do desenvolvimento tecnológico, a formação dos professores etc.

O **saber a ensinar** é aquele que o professor acha que deve ensinar, após os livros publicados e a Proposta Curricular fixarem mais ou menos definitivamente a interpretação dos currículos.

Ressalta dos livros didáticos um certo tipo de saber que contribui para a instauração de uma cultura particular nos alunos de uma mesma época, ao qual chamamos de **saber escolar**.

O professor dispõe de muitas variáveis didáticas que vão transformar a situação de aprendizagem. Suas escolhas terão conseqüências sobre a percepção do saber que os alunos vão desenvolver e sobre as concepções que eles forjarão. O **saber ensinado** é o que decorre dessas escolhas.

Assim todos os dias o professor deverá cumprir este item da transposição didática adaptando o saber escolar ao saber ensinado.

Com o estudo da transposição didática, investigamos o conjunto de adaptações e transformações que o conceito de área sofre para ser ensinado.

Utilizamos ainda a dialética **"ferramenta-objeto"** e o **"jogo de quadros"** conceitos desenvolvidos por Regine Douady ([16], p. 391-392):

Dialética "ferramenta-objeto" é um processo cíclico que organiza os respectivos papéis do docente e dos alunos, durante o qual os conceitos matemáticos têm o papel, ora de ferramenta para resolver um problema, ora de objeto, tomando lugar dentro da construção de um certo saber organizado.

As fases deste processo cíclico são:

(a) Antigo, ferramenta explícita:

Os conceitos matemáticos são utilizados como ferramentas explícitas para interpretar pelo menos parcialmente o problema.

(b) Pesquisa, nova implícito:

Os alunos encontram dificuldades na resolução completa do problema. Cada aluno (individualmente ou em grupo) sabe que, a partir daquilo que ele conhece, está encarregado de fazer proposições que ele deverá argumentar e confrontar com as dos outros em vista de suas validações.

Nestas fases de ação e de formulação, muitas vezes o progresso eficaz vem de uma mudança do quadro de trabalho (formulação numérica de um problema de geometria, interpretação gráfica de forma numérica). Esta é uma ocasião em que podemos desenvolver implicitamente as novas ferramentas.

(c) Explicitação e institucionalização local

Certos elementos que têm um papel importante são formulados, seja em termos de objeto, seja em termos de práticas, com suas condições de emprego e suas expressões do momento válido para a classe.

(d) Institucionalização, estatuto do objeto, novo explícito

Nas informações tratadas, o professor seleciona e expõe, com as convenções em uso, o que é novo para reter. Ele faz o curso.

Assim o professor tem o encargo de dar um estatuto de objeto ao conceito, que intervinha como ferramenta. Constitui-se um **saber da classe**, ao qual cada um poderá se referir.

(e) Familiarização, reevestimento

É uma fase na qual a estruturação pessoal desenvolve-se e favorece a transformação do saber coletivo em saber individual.

(f)=(a) Complexificação da tarefa ou novo problema

0 novo saber é utilizado como ferramenta explícita, tornando-se saber "antigo".

Quadro, segundo Douady & Glorian ([13], p. 389), é constituído de objetos de um ramo da Matemática, de relações entre objetos, de suas formulações, eventualmente diversas, e das imagens mentais que o sujeito associa a estes objetos e relações em um dado momento.

Admitem eles ainda que as imagens mentais, têm um papel importante dentro do funcionamento como ferramenta, os objetos do quadro.

Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir por imagens mentais da problemática desenvolvida. Além disso, a familiaridade, a experiência podem conduzir a conflitos entre o que o sujeito espera e o que se produz efetivamente.

Mudança de quadros é um meio de se obter formulações diferentes de um problema, sem que sejam necessariamente equivalentes, permitindo um novo acesso às dificuldades encontradas e o desenvolvimento de ferramentas e técnicas que não surgem nas primeiras formulações.

Jogo de quadros são as mudanças de quadros provocadas pela iniciativa do professor na ocasião de problemas convenientemente escolhidos, para fazer avançar as fases de pesquisa e evoluir as concepções dos alunos.

É muito importante em nossa pesquisa que o professor leve os alunos a provocar a passagem do quadro geométrico para o quadro algébrico e vice-versa para melhor compreensão do conceito de área. Tentamos propor, em nossa seqüência didática, situações que favorecem o jogo de quadros.

Baseamo-nos na teoria das situações de Guy Brousseau "Fondements et méthodes de Ia didactiques des mathématiques", **RDM** Vol 7 nº 2, 1986, que tem por objetivo a modelização do ensino aprendizagem dos conceitos matemáticos. Segundo ele, uma situação didática é definida como o conjunto de relações estabelecidas explicita e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (contendo eventualmente instrumentos ou objetos), um sistema educativo (o professor) para a aquisição de um saber constituído ou em constituição.

A situação a-didática é uma parte essencial da situação didática. A situação a-didática é aquela na qual desaparece a intenção de ensinar, sendo entretanto específica do saber. Caracteriza-se pelos seguintes fatos:

- o problema matemático é escolhido de modo que se possa fazer o aluno agir, falar, refletir, evoluir por sua própria iniciativa;
- o professor recusa-se a intervir como aquele que propõe os conhecimentos que gostaria de provocar;
- o problema é escolhido para que o aluno possa adquirir novos conhecimentos inteiramente justificados pela lógica interna da situação e para que possa reconstruir sem apelo as razões didáticas.

Em nossa pesquisa tentamos mudar a postura do professor através de uma situação a-didática para o ensino-aprendizagem do conceito de área, pois é extremamente importante para que o aluno entenda o conceito, que o professor o leve a refletir, falar, agir, usando o seu próprio cotidiano para fazer comparações a partir do que conhece, transferindo para o conceito de área.

2. Metodologia

A nossa pesquisa apresenta quatro fases. Na primeira trabalhamos com análises prévias que consistem em.

(a) estudo histórico e epistemológico sobre o conceito de área;

(b) análise da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo e dos Organizadores de Área da Secretaria Municipal de Educação com relação ao conceito de área;

(c) análise dos livros didáticos relativamente ao conceito de área;

(d) análise das concepções dos alunos e das suas dificuldades sobre o conceito de área;

(e) análise das concepções dos professores sobre o conceito de área.

Na segunda fase trabalhamos a concepção e a análise a priori da seqüência didática, através da atuação sobre certas variáveis do sistema pela utilização do papel quadriculado e a contagem de quadradinhos para explicar o conceito de área para os alunos, o uso da composição e da decomposição para iniciar o conceito de área ou o ensino do conceito de área aplicando a fórmula diretamente.

A partir desta fase, começamos o processo experimental por meio da análise a priori da seqüência didática.

Tal análise baseia-se em um conjunto de hipóteses, ou seja, na previsão de campos de comportamentos possíveis e na tentativa de mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido.

A terceira e quarta fases consistem na experimentação, análise a posteriori e validação.

Na fase da experimentação aplicamos a seqüência didática. Esta fase é seguida de uma análise, que chamaremos de análise a posteriori, a qual se baseia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação, análise a priori, fundamentação teórica e a problemática.

As observações realizadas das seqüências de ensino e as produções dos professores em sala de aula e fora dela, são dados completados com outros obtidos através da utilização de metodologias externas, como questionários, entrevistas individuais, aplicadas em distintos momentos do ensino ou durante seu transcurso.

Um confronto feito das duas análises, a priori e a posteriori, fundamenta a validação das hipóteses formuladas na pesquisa. No caso de não se constatar a validação das análises, a priori e a posteriori temos que propor modificações em nossa seqüência didática.

CAPÍTULO II

BREVE ESTUDO HISTÓRICO E EPISTEMOLÓGICO

1. OBJETIVOS

Os objetivos deste capítulo são:

1.1. fazer uma análise histórica para saber quando surgiu o cálculo de área de figuras planas;

1.2. saber qual a necessidade deste tipo de cálculo e como era feito, se através de fórmulas, se por aproximação;

2. ESTUDO HISTÓRICO E EPISTEMOLÓGICO

Tratamos aqui da evolução histórica do conceito de área, apoiando-nos no estudo de figuras usuais como o quadrado, o retângulo, o triângulo, o paralelogramo e o trapézio.

O historiador grego Heródoto (séc. V a.C.) foi quem atribuiu aos egípcios a origem da Geometria, que quer dizer **"medida da terra"**. Muito pouco sabemos sobre o assunto, por dependermos de interpretações deixadas, nem sempre precisas. Através dos poucos "documentos" encontrados, e que sobreviveram com o passar dos anos, historiadores concluíram que é impossível acompanhar a evolução da Matemática.

Heródoto escreveu que a necessidade da medida originou-se da ocorrência de várias inundações ao longo do rio Nilo. As terras cultivadas pelos agricultores (proprietários) sofriam inundações ao término de cada cheia. Estes as demarcavam com cordas, daí a expressão **estiradores de** cordas, (cordas eram usadas tanto para traçar bases dos templos, como para demarcar terras). Os agricultores pagavam impostos ao rei, portanto, ao término de cada cheia era necessário pedir a redução de impostos, proporcional à quantidade de terra perdida pela ocupação das águas.

Segundo Heródoto, orei Sesôstris XII Dinastia (c. 1900 a.C):

> "... *dividiu* o *território do Egito entre todos os egípcios, dando a cada um deles um lote quadrado igual a sua terra, impondo-lhes o pagamento de um tributo anual. Qualquer homem despojado de sua terra poderia ir a Sesôstris* e *expor-lhe a ocorrência; então o rei mandava homens seus para observar* e *medir a extensão do decréscimo da terra para conceder ao detentor do lote uma redução do tributo proporcional* à *perda"*[1]

Já Aristóteles (384-322 a.C), atribuía à classe sacerdotal a origem da Geometria, mas não partindo da premissa da necessidade de demarcações de terras e sim do puro lazer. Portanto, temos aqui duas teorias opostas, a de Heródoto e a de Aristóteles.

Buscando outras fontes, podemos encontrar na índia, no **Sulvasutra** os mais antigos resultados geométricos encontrados. O Sulvasutra é um documento religioso hindu que remonta a 500 a.C. e reproduz preceitos muito antigos. Neles se encontram as seguintes aproximações:

$$\pi = 4(1 - 1/8 + 1/8 \cdot 29 - 1/8 \cdot 29 \cdot 6 + 1/8 \cdot 29 \cdot 6 \cdot 8)^2 \cong 3{,}088326491332...$$

$$\pi = 18(3 - 2\sqrt{2}) \cong 3{,}088311754569$$

Dos livros sagrados do janaísmo, mais antigo que o budismo (c.500 a.C.), se deduz a aproximação: $\pi \cong \sqrt{10} \cong 3{,}162277660168...$.

Alguns pesquisadores sugerem que a Geometria, tanto na índia como no Egito, provém de uma fonte comum, ou seja, que a protogeometria está

---

[1] Herôdotos: História. Editora. Universidade Brasília, Brasília 1985.

relacionada com ritos primitivos, não estando de forma alguma porém provada a veracidade desta afirmação.

As informações documentais que temos hoje sobre Geometria provêm dos **Papiros Egípcios**, sendo um dos mais precisos o **Papyrus Rhind**, copiado em (1788-1580 a. C.) por um escriba chamado Ahmes (XVII a. C.). Ahmes escreveu o papiro que leva seu nome no 33º ano do reinado de Apepa II, rei hicso que viveu por volta de 2000 a 1800 a.C. – 15º dinastia; (o povo hicso invadiu o Egito).

Neste documento intitulado **"Instruções para conhecer todas as coisas secretas"** não há indicação de demonstrações, tanto na parte geométrica quanto na parte algébrica. Na realidade, esse papiro é cópia de um documento mais antigo que data de 1842-1801 a.C. É considerado um dos mais antigos e um dos mais famosos, encontrando-se parte dele no British Museum de Londres.

O porquê do nome Rhind:

Rhind, A.H. (1833-1863) era um advogado escocês que foi ao Egito por questões de saúde e interessou-se por egiptologia, acabando por adquirir várias relíquias, entre elas este papiro. O Papyrus Rhind, que consiste de exercícios com suas respectivas soluções (somam 87), ou seja, a metodologia já estava previamente estabelecida, não se podendo verificar nenhum indício de derivação do método. Ele dedica vinte (20) exercícios a áreas dos campos e volume de celeiros, os outros referem-se a operações com frações, regra-de-três ou falsa-posição. Pelo que se sabe trata-se de um caderno escolar ou um "almanaque" para agricultores.

Um exemplo é o cálculo da área de um retângulo, que é o produto da base pela altura. A área do triângulo é dada pelo produto da metade de sua base pela altura. Para o trapézio isósceles, podemos verificar o emprego do "método da dissecção", isto é, podemos perceber o corte da figura retilínea até se obterem triângulos e daí reagrupar as partes até a obtenção do retângulo[2].

[2] Hoje podemos verificar que os textos que trabalham o método da dissecação são a Proposta Curricular do Estado de São Paulo e os Organizadores de Área da Secretaria Municipal de Educação, que exploram bastante o assunto como segundo momento para o processo de ensino aprendizagem do tema em questão.

Já a Matemática babilônica era mais avançada que a egípcia. Isto pôde ser verificado através de pesquisas datadas da metade do século passado, a partir da descoberta de tábuas cuneiformes da **Velha Era Babilônica da Dinastia de Hamurábi,** após serem desenterradas e decifradas (1800 a 1600 a.C.). Mas tanto nos documentos babilônicos quanto nos documentos egípcios não encontramos nenhum indício de demonstração Matemática.

Podemos registrar o avanço dos babilônios em relação aos egípcios no seguinte exemplo: no cálculo da $\sqrt{2}$, era usado um sistema de numeração sexagesimal, ou seja base 60, da seguinte maneira:

$$\sqrt{2} = 1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1{,}414213$$

(a diferença é menos de 0,000001 do valor real). Os babilônios também se detiveram mais no cálculo de equações quadráticas ou pares de equações, ou uma equação linear e uma quadrática.

Temos aqui um dos problemas deixados pelos babilônios e sua respectiva resolução:

"A soma das áreas de dois quadrados é 1000. O *lado de um quadrado* é $\frac{2}{3}$ *do lado do outro quadrado diminuído de* 10. *Quais* são *os lados dos quadrados?"*

Trazendo para a linguagem matemática de hoje vem:

$$x^2 + y^2 = 1000$$
$$y = \frac{2x}{3} - 10$$

daí surge:

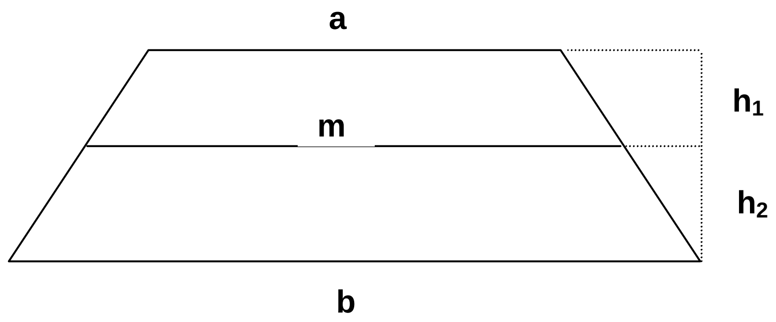
$$\frac{13x^2}{9} - \frac{40x}{3} - 900 = 0$$

a solução: $x = 30$ e $y = 10$.

Numa das tábuas babilônicas[3] deixadas, também podemos verificar a divisão de um trapézio de bases **a** e **b** dividido por um segmento m paralelo às bases, em dois trapézios de áreas iguais, ou seja, as áreas dos trapézios serão

[3] Vetter,Q: Quatre notes sur les mathematiques babyloniennes. Osiris Vol. 1. 1936.

iguais, quando $m=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$, esta fórmula é aplicada sem nenhum indício de dedução.



Hoje sabemos que podemos obter esta fórmula eliminando-se as alturas h_1 e h_2 do sistema de equações da seguinte maneira:

(I) $$\frac{(a+b)(h_1+h_2)}{2}=\frac{(a+m)\cdot h_1}{2}+\frac{(m+b)\cdot h_2}{2}$$

(II) $$\frac{(a+m)\cdot h_1}{2}=\frac{(m+b)\cdot h_2}{2}$$

A equação (I) retrata a área do trapézio inicial que é igual à soma das áreas dos dois subtrapézios.

Na equação (II) vamos supor a igualdade das áreas dos dois subtrapézios. Podemos provar a veracidade da fórmula do escriba da seguinte maneira:

Isolando h1 da equação (II) podemos obter:

(III) $$h_1=\frac{(m+b)\cdot h_2}{(m+a)}$$

Substituindo (III) em (I) temos:

$$(a+b)\left[\left(\frac{m+b}{m+a}\right)+1\right]\cdot h_2=2\cdot(m+b)\cdot h_2$$

$$(a+b)\frac{(2m+a+b)}{(m+a)}=2\cdot(m+b)$$

$$(a+b)(2m+a+b)=2(m+b)(m+a)$$

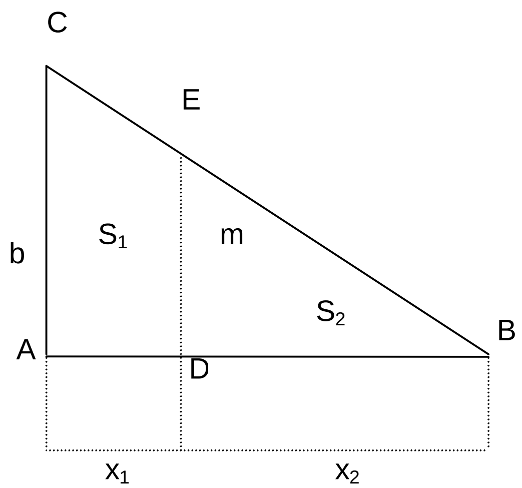
$$2(a+b)m+(a+b)^2=2[m^2+(a+b)m+ab]$$

$$2am+2bm+a^2+2ab+b^2=2m^2+2am+2bm+2ab$$

$$2m^2 = a^2 + b^2$$

$$m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

Em outro texto babilônico[4], temos também a questão de como se divide um triângulo retângulo (ABC) em duas regiões ADEC e BDE mediante um segmento **m** paralelo ao cateto **b**



O escriba apresenta a seguinte solução:

$$m = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\Delta S}{\Delta X} + b\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{\Delta X}\right)^2\right]} - \frac{\Delta S}{\Delta X}$$

$$\Delta X \neq 0$$

Hoje sabemos que a solução pode ser determinada por:

(I) $\frac{m}{b} = \frac{x_2}{(x_1 + x_2)}$

(II) $S_1 - S_2 = \frac{x_1(b + m)}{2} - \frac{x_2 m}{2}$

A equação (I) retrata a razão entre os catetos dos triângulos ABC e BDE, e a equação (II) nos fornece a diferença entre as áreas das duas regiões.

[4] Neugebauer, Otto. Vongriechische Mathematik. Springer, Berlin, 1934.

Para a obtenção do valor **m** podemos eliminar as cotas $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$, originando-se:

$$m^2 + \frac{2m\Delta S}{\Delta X} - \left(\frac{b\Delta S}{\Delta X} + \frac{b^2}{2}\right) = 0$$

Comparando-se esta solução e a que o escriba nos fornece, podemos notar que são exatamente iguais.

A demonstração é a seguinte:

$\Delta S = S_1 - S_2$ e $\Delta X = x_2 - x_1$

Da equação (II) temos:

$$\Delta S = \frac{(mx_1 + bx_1)}{2} - \frac{mx_2}{2}$$

$$\Delta S = \frac{m}{2}(x_1 - x_2) + \frac{bx_1}{2}$$

$$\Delta S = \frac{bx_1}{2} - \frac{m\Delta X}{2} \qquad \text{equação (III)}$$

De (I) temos:

$$\frac{m}{b} = \frac{x_2}{(x_1 + x_2)} = \frac{(x_2 - x_1 + x_1)}{(x_2 - x_1 + x_1 + x_1)} \Rightarrow \frac{m}{b} = \frac{(\Delta X + x_1)}{(\Delta X + 2x_1)}$$

$$m(\Delta X + 2x_1) = b(\Delta X + x_1)$$

$$m\Delta X + 2mx_1 = b\Delta X + bx_1$$

$$m\Delta X - b\Delta X = bx_1 - 2mx_1$$

$$\Delta X(m - b) = x_1(b - 2m)$$

$$x_1 = \frac{\Delta X(m - b)}{(b - 2m)} \qquad \text{quando} \qquad b - 2m \neq 0 \qquad \text{(IV)}$$

substituindo a equação (IV) em (III) temos:

$$\Delta S = \frac{b}{2}\frac{(m - b)}{(b - 2m)}\Delta X - \frac{m}{2}\Delta X \Rightarrow$$

$$(2b - 4m)\Delta S = b(m - b)\Delta X - m(b - 2m)\Delta X$$

Dividindo a expressão por ΔX temos:

$$(2b - 4m)\frac{\Delta S}{\Delta X} = b(m - b) - mb + 2m^2$$

$$(2b - 4m)\frac{\Delta S}{\Delta X} = -b^2 + 2m^2$$

$$2b\frac{\Delta S}{\Delta X} - 4m\frac{\Delta S}{\Delta X} = -b^2 + 2m^2$$

$$2m^2 - b^2 - 2b\frac{\Delta S}{\Delta X} + 4m\frac{\Delta S}{\Delta X} = 0$$

Dividindo toda a expressão por 2 temos"

$$m^2 + 2m\frac{\Delta S}{\Delta X} - \left(b\frac{\Delta S}{\Delta X} + \frac{b^2}{2}\right) = 0$$

Por outro lado, se $\Delta X = 0$ ou $b - 2m = 0$ (relação I) então:

$$\Delta X = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Leftrightarrow m = \frac{b}{2}$$

Voltando ao Papyrus Rhind, o problema de número 50 mostra como se calculava a área de um círculo. Era dado o valor do diâmetro do círculo que é igual a 9 *khet.*

Devemos esclarecer que um *khet* corresponde a cerca de 52 metros, um *khet* quadrado era chamado de setat

A solução do problema era a seguinte:

“... Subtraia 1/9 do diâmetro, isto é 1.

O resto é 8.

Multiplique 8 por 8.

Resulta 64.

Portanto ele (o círculo) contém 64 setat. A fórmula que o escriba nos fornecia era:

$$A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

Fazendo uma comparação com a fórmula atual vem

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

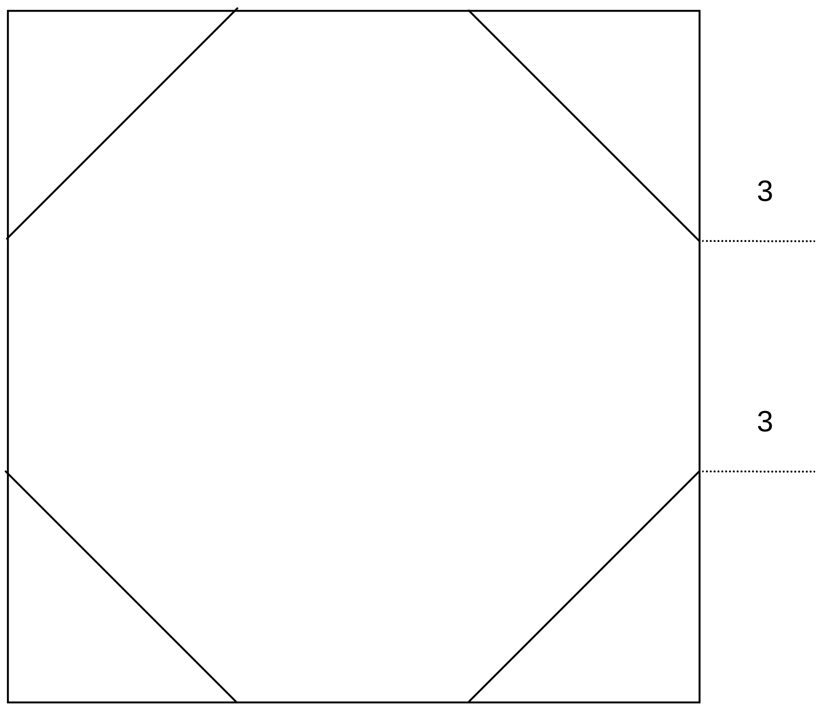
$$\pi\frac{d^2}{4} = \frac{64d^2}{81}$$

$$\pi\frac{1}{4} = \frac{64}{81}$$

$$\pi = 3{,}1604938...$$

Segundo Gillings, R, J. em sua obra, "Mathematics in the Time of the Pharaohs", (pág 143) "... A área de um círculo, portanto, era confundida com a área de um quadrado de lado $\frac{8d}{9}$. Há quem justifique tal adoção através do problema 48 do Paryrus Rhind, no qual se supõe que houve uma aproximação da área de um círculo pela área de um octógono".

- problema foi interpretado da seguinte maneira: construa-se um octógono a partir de um quadrado de lado 9, trissectando os lados do quadrado e, em seguida, removam-se os quatro cantos triangulares.



É fácil notar que a área desse octógono é 63, e que ela é aproximadamente igual à área do círculo inscrito no quadrado, pois as áreas das porções do círculo que se encontram, respectivamente, fora e dentro do octógno são aproximadamente iguais. Aceitou-se daí que a área do círculo fosse 64, correspondendo à área de um quadrado de lado 8.

Buscando outras fontes, verificamos que ainda hoje os textos atuais são modelados numa obra espetacular chamada **Elementos**, escrita em 2300 anos por Euclides, um professor da Universidade de Alexandria.

Os **Elementos** foram publicados em diversas línguas chegando-se a mais de um milhar de edições. Ainda hoje recorremos aos **Elementos** para saber como nasceram as idéias, quando percebemos certas impropriedades no tratamento de determinados tópicos de Geometria.

Euclides não definiu áreas. Para ele duas figuras são chamadas **iguais** quanto têm o mesmo comprimento, se forem segmentos, e a mesma área, se são figuras planas e o mesmo volume, se são sólidos.

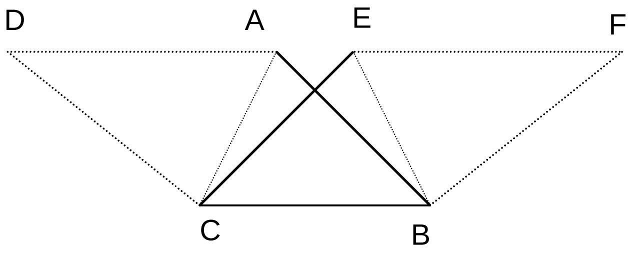
Como se desconheciam os números irracionais, não se media segmento de reta. Comparavam-se dois segmentos de reta através da razão entre eles, mas estas razões entre grandeza não eram consideradas números.

Conforme Elon Lages de Lima em *“Medidas e Forma em Geometria”* 1991, “para Euclides, a coincidência de duas figuras planas por superposição era um passo intermediário para concluir a igualdade de suas áreas (com efeito, o Axioma 4 dos **Elementos** diz: “Duas figuras que coincidem por superposição são iguais”.). Assim, era importante para ele dispor de critérios que assegurassem a superponibilidade, por exemplo, de dois triângulos. (Os 3 casos familiares de **igualdade de triângulos**).

Percebemos aqui uma concepção limitada do conceito de área, pois sabemos que podemos encontrar figuras de áreas iguais que não são sobrepostas devido à forma da superfície.

Para Euclides a palavra **iguais** significa **têm a mesma área**. Ele trabalhou com áreas de figuras planas por "equivalência".

Para Euclides quando duas figuras quaisquer têm a mesma base e a mesma altura, suas áreas são iguais.



Os paralelogramos, ABCD e ECBF têm áreas iguais por possuírem a mesma base e a mesma altura.

Os triângulos ABC e BCE têm áreas iguais por possuírem a mesma base e a mesma altura.

No Livro V, Euclides trabalha com a teoria das proporções e mostra as relações existentes tanto para as figuras planas como para os sólidos. Ele estabelece que triângulos ou paralelogramos de mesma altura têm a mesma relação que suas bases, e que dois paralelogramos que apresentam bases e alturas inversamente proporcionais são equivalentes. Estende-se esta linha de raciocínio também para se calcular o volume dos sólidos segundo Michele Grégoire ([21] p. 53). No espaço, ele mostra que os paralelepípedos (ou prismas) de mesma altura estão na mesma relação de suas bases, que dois paralelepípedos cujas bases e alturas são inversamente proporcionais são equivalentes". Este é o chamado método das áreas de Euclides

Para os matemáticos do Ocidente, os "Elementos de Euclides" chegam a ser uma leitura obrigatória.

Já na China temos a obra "Nove Capítulos Sobre a Arte Matemática" do Séc. I d.C., um dos textos chineses mais antigos de que temos conhecimento. Essa obra tem 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, engenharia, impostos, cálculo, soluções de equações e propriedades sobre triângulos retângulos e trata-se de áreas de figuras planas pelo método "manipulatório" do empilhamento de peças. É análogo ao Tangran. Obtemos vários polígonos ou figuras distintas sem mudar-lhes a área quando dispomos das peças de maneira diferente, ou seja é o método da dissecção e a seguir recomposição.

Assim como nos papiros egípcios, neste texto chinês as provas e demonstrações também não se faziam presentes.

3. Análise didática

Encontramos na história chinesa um método manipulatório análogo ao Tangran, mas não nos foi deixado de que maneira os chineses trabalhavam esse método manipulatório. O manual chinês, apresenta soluções de equações, propriedades sobre triângulos, nada que nos leve a pensar em uma abordagem dedutiva, em que se fazem demonstrações matemáticas.

4. Área do círculo

Arquimedes de Siracusa (287-212 a. C) foi um grande Matemático, com extrema criatividade, muito famoso no seu tempo por suas invenções mecânicas, como a rosca da bomba d'água, a alavanca e a roldana. As palavras de Arquimedes eram: "dê-me um lugar para fincar e eu poderei mover a terra".

Inventou também um planetário que duplicava os movimentos dos corpos celestes perfeito para mostrar eclipses do Sol e da Lua. Outro trabalho seu foi a máquina de guerra que aterrorizou os soldados romanos no cerco de Siracusa. Alias foi esta máquina, que causou sua morte. Para Arquimedes essas invenções, que tanto contribuíram para o avanço da ciência, eram meras "diversões de geometria em jogo".

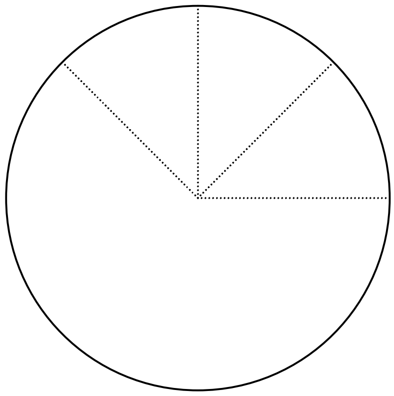
Quando falamos em círculo sabemos que a sua área é diretamente proporcional ao quadrado do seu raio, para a constante π_1, portanto $A = \pi_1 r^2$ (i).

E o comprimento da circunferência também é diretamente proporcional ao seu diâmetro pela constante π_2, portanto $C = \pi_2 d$ (II).

Esses dois fatos já eram do conhecimento de Arquimedes, mas a sua maior preocupação foi provar que $\pi_1 = \pi_2$. Partiu do seguinte princípio: a área de um círculo é igual à área de um triângulo, quando a base do triângulo estiver contida na circunferência e a sua altura for igual ao raio do círculo, portanto podemos entender a equação matemática da seguinte maneira:

$$A = \frac{1}{2} rC \qquad \text{(iii)}$$

Arquimedes imaginou infinitos triângulos isósceles inscritos na circunferência com a base contida nesta, sendo praticamente um arco, e o vértice pertencente ao centro desta.



Portanto de (i) vem $A = \pi_1 r^2$ e de (iii) vem $A = \frac{1}{2} rC$ se (i) é igual a (iii) temos:

$$\pi_1 r^2 = \frac{1}{2} rC$$

$$\pi_1 r^2 = \frac{1}{2} r\pi_2 d$$

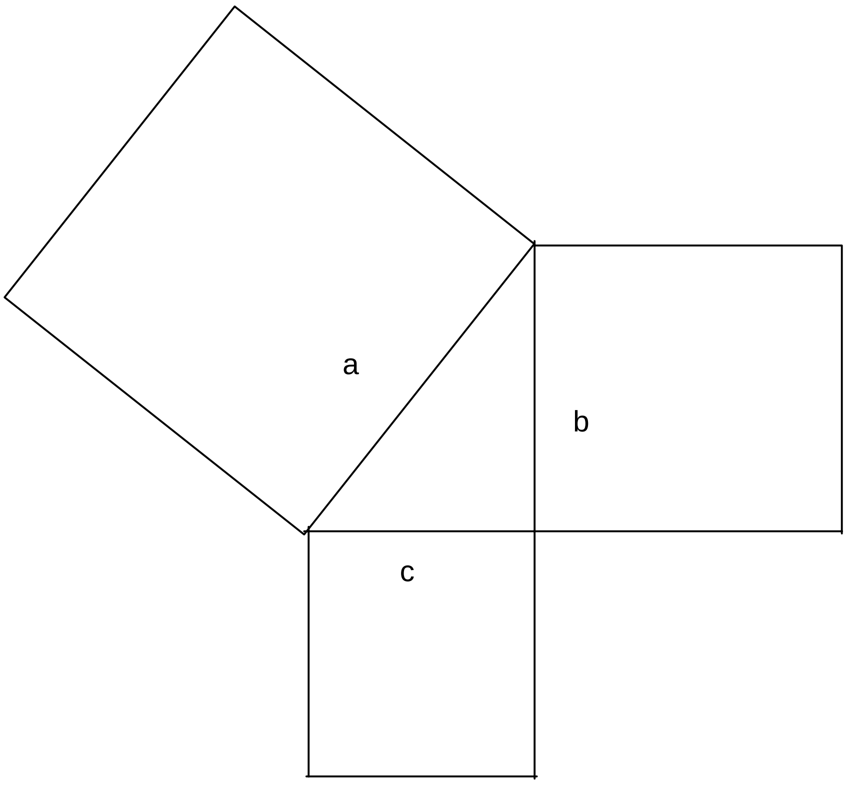
$$\pi_1 r^2 = \frac{1}{2} r\pi_2 2r$$

$$\pi_1 = \pi_2$$

Devemos deixar claro que Arquimedes trabalhou com polígonos inscritos e circunscritos à circunferência

5. Um tratamento para o Teorema de Pitágoras através de áreas de figuras planas

Segundo Oliveira e Silva (em "Biblioteca da Matemática Moderna" 1971 (pág. 137)) "...pode-se enunciar o Teorema de Pitágoras da seguinte maneira: ***A medida da área do quadrado construído sobre* a *hipotenusa* é *igual* à *soma das medidas das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos***..."



a medida do quadrado de lado a= 25

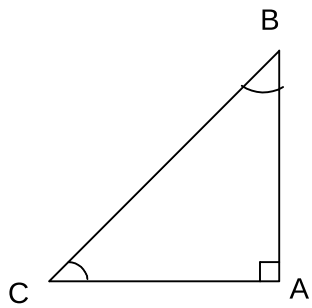
a medida do quadrado de lado b = 16 16+9=25

a medida do quadrado de lado c = 9

Podemos observar aqui um obstáculo didático na maneira como foi demonstrado o Teorema de Pitágoras através das áreas das figuras planas: o autor usou um caso particular que não permite ao aluno ter uma visão geral do Teorema de Pitágoras.

Podemos propor a seguinte demonstração para dar uma visão mais geral do Teorema de Pitágoras:

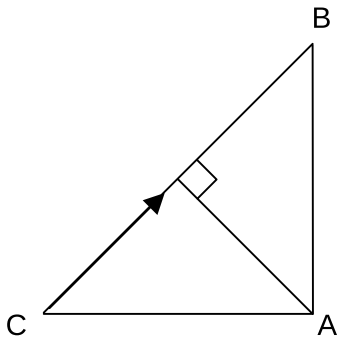
Dado o triângulo retângulo ABC



Sabemos que o cos C e o cos B para o triângulo retângulo ABC são:

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \qquad \cos B = \frac{AB}{BC}$$

Traçando-se a altura do triângulo ABC pelo vértice A vem:



O cos B para o triângulo ABH é $\cos B = \frac{BH}{AB}$, e o cos C para o triângulo ACH é $\cos C = \frac{CH}{AC}$

Assim temos que:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}$$

$$(AC)^2 = BC \cdot CH \qquad \text{(i)}$$

Analogamente para ocos B temos:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$$

$$(AB)^2 = BC \cdot BH \qquad \text{(ii)}$$

Somando-se (i) e (ii) vem:

$$(AB)^2 + (AC)^2 = BC \cdot BH + BC \cdot CH$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = BC(BH + CH)$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = BC \cdot BC$$

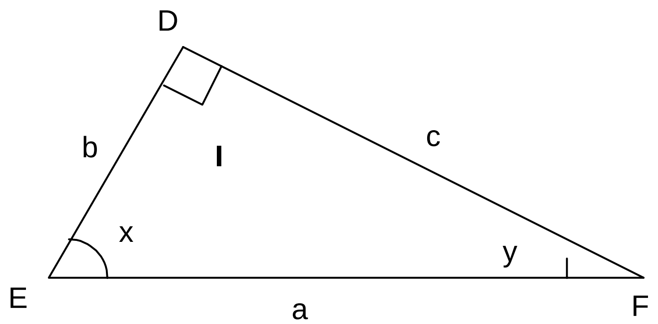
$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$$

ou seja $b^2 + c^2 = a^2$ temos aí o Teorema de Pitágoras.

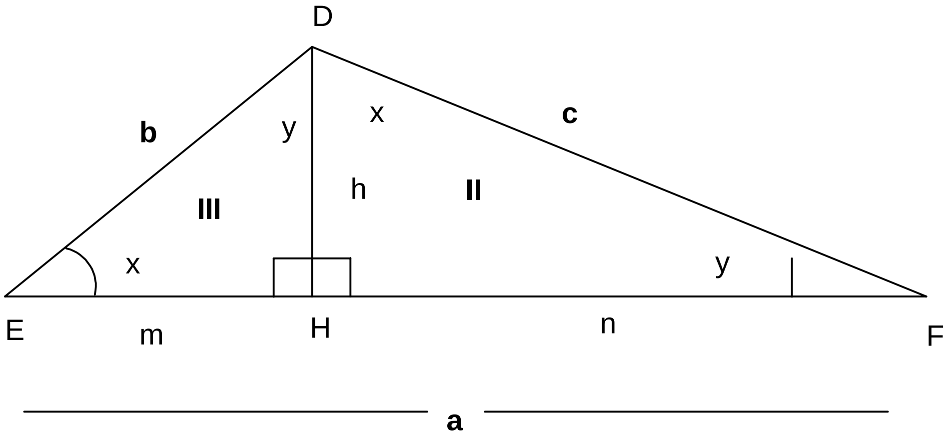
Bongiovanni, Vissoto e Laureano em "Matemática Vida", usaram relações métricas num triângulo retângulo para chegar ao Teorema de Pitágoras da seguinte maneira:

“... Considere o triângulo retângulo DEF, cujos catetos medem **b** e **c** e

a hipotenusa mede **a**.



Trace a altura desse triângulo, tendo como base a hipotenusa:



Desse modo, obtivemos dois triângulos que são semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo DEF dado, porque possuem os três ângulos com medidas respectivamente iguais

Assim temos:

i) Triângulo **I** semelhante ao triângulo **II**

Logo vem: $\frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{n}$

De $\frac{a}{c} = \frac{b}{h}$, vem $\boxed{ab = bc}$ 1ª relação

De $\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$, vem $\boxed{c^2 = an}$ 2ª relação

ii) Triângulo **I** semelhante ao triângulo **III**

Logo $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} = \frac{c}{h}$

De $\frac{a}{b} = \frac{b}{m}$, vem $\boxed{b^2 = am}$ 3ª relação

iii) Triângulo **II** semelhante ao triângulo **III**

Logo $\frac{c}{b} = \frac{h}{m} = \frac{n}{h}$

De $\frac{h}{m} = \frac{n}{h}$, vem $\boxed{h^2 = mn}$ 4ª relação

Adicionando membro a membro a relação 2ª e 3ª, temos:

$$b^2 = an$$

$$c^2 = an$$

$$b^2 + c^2 = am + an \Rightarrow b^2 + c^2 = a(m + n)$$

como $a = m + n$, vem: $\boxed{b^2 + c^2 = a^2}$ Teorema de Pitágoras"

Nesta demonstração do Teorema de Pitágoras os autores trabalham muito bem os **jogo de quadros** passando do quadro geométrico para o quadro numérico.

Para Douady "**...jogo de quadro** traduz a intenção de explorar o fato de a maioria dos conceitos poder intervir em diversos domínios, diversos quadros físicos, geométricos, numéricos, gráficos ou outros"

As demonstrações sobre o Teorema de Pitágoras, que descrevemos acima, não são de fácil compreensão. Só poderão ser dadas na 8a série do 1° grau quando os alunos já possuem uma bagagem de conhecimento suficiente para entender esse tipo de demonstração.

6. Conclusões Didáticas

Na Geometria sabe-se que os babilônios calculavam a área do triângulo e do trapézio e o volume dos cilindros e prismas, mas não temos nenhum indício da base de seus métodos.

Do que nos foi deixado, podemos perceber que os babilônios tratavam os problemas geométricos de ordem prática, pois tinham a posse de fórmulas. Nesses problemas percebe-se nitidamente uma mudança do quadro geométrico para o quadro numérico, pois a ênfase maior da matemática babilônica era a álgebra.

Enfim, egípcios e babilônios colaboraram com um acúmulo significativo de informações à geometria, mas não há nenhum indício de demonstrações matemáticas, o que também ocorre na Matemática chinesa, como já foi comentado.

Todas essas investigações nos são muito úteis, ajudando-nos a detectar uma série de obstáculos no processo de ensino-aprendizagem de nossos alunos, pois, se o conceito de área for passado através das fórmulas, os professores deixarão de explorar as **concepções espontâneas** que os alunos trazem antes de conhecerem o conceito em questão, e ainda não estarão utilizando a ferramenta adequada para atingir o objeto da aprendizagem.

7. Conclusão

Fazendo uma análise geral desta parte de nosso trabalho, identificamos alguns obstáculos epistemológicos, como o método da comparação de áreas de Euclides e os problemas do Papirus Rhind. Notamos que não se encontra nenhuma demonstração matemática e que os matemáticos da história que trataram do assunto aproveitaram as fórmulas deixadas pelos seus antecessores utilizando-as para o cálculo da área, sem justificá-las.

A Matemática egípcia e a babilônica deixam bem evidente que, de um século para outro, não havia nenhum indício de pesquisa e que se aproveitava o método da resolução anterior.

Já na Matemática chinesa encontramos o método da dissecção e, a seguir, a recomposição de figuras.

Um outro exemplo é quando nos referimos a Arquimedes: a área e o comprimento do círculo já eram de seu conhecimento e ele utilizava estes fatos para provar a igualdade de π para as fórmulas dos mesmos.

Um ensino-aprendizagem que não leva em consideração o jogo de quadros (numérico e geométrico), bem como os processos que facilitam a aquisição do conceito de área poderá causar um obstáculo que intervém no processo de conhecimentos dos alunos.

Um outro caminho, que selecionamos para a nossa pesquisa, é o estudo da transposição didática que veremos no capítulo III.

CAPÍTULO III

ESTUDO DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

1. 0bjetivo

Sendo o objetivo deste capítulo fazer uma análise de alguns livros didáticos ou textos que os professores poderão vir a utilizar como subsídios para montarem a sua seqüência didática, ao introduzirem o conceito de área de figuras planas e de perímetro, examinamos alguns livros didáticos de 3ª a 8ª séries do Ensino Fundamental e ainda a Proposta Curricular do Estado de São Paulo e os Organizadores de Área da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo.

Verificamos em quais desses textos o tratamento dos conceitos em questão é iniciado pelo quadriculado ou pela fórmula se a composição e a decomposição, se a criatividade dos alunos é explorada e, se os trabalhos se desenvolvem na linha tradicional ou construtivista.

2. Análise da Proposta Curricular do Estado de São Paulo e dos Organizadores de Área da Secretaria Municipal de Educação

Fizemos uma análise da "Proposta Curricular do Estado de São Paulo", e pudemos verificar que tem uma abordagem envolvendo o jogo de quadros.

O conceito de área e perímetro é dado na 4ª série do 1º grau, com o uso do ladrilhamento, e, dessa maneira, já se apresenta a fórmula para o cálculo da área.

A proposta trabalha também a composição e decomposição, apenas mudando a disposição dos quadradinhos com uma figura usual quadriculada, para mostrar que o valor numérico da área permanece o mesmo. Com essa atividade o objetivo é manter a área constante e variar o perímetro, sendo todas as atividades trabalhadas com o retângulo.

Num segundo momento, a Proposta trabalha com um triângulo retângulo. O objetivo é transformá-lo em um retângulo de mesma área, também usando o quadriculado. São usadas a composição e decomposição para compor os quadradrinhos que são decompostos pela hipotenusa. No trabalho com o paralelogramo, o objetivo também é transformá-lo em um retângulo de mesma área. Como já foi trabalhada a composição e decomposição com o triângulo retângulo, essa atividade torna-se mais fácil.

O passo seguinte é a retirada do quadriculado, sendo trabalhada a composição e a decomposição do trapézio; nesse momento a fórmula é apresentada sem nenhuma dificuldade de compreensão.

A proposta trabalha área e perímetro, fazendo um estudo comparativo entre eles, fixando a área, variando o perímetro e vice-versa. Explora todas as figuras usuais, principalmente o trapézio, tanto no quadriculado, como na composição e decomposição. Para o trapézio, o aluno tem condições de entender o porquê da soma das bases.

Enfim, o objetivo da Proposta Curricular é levar o aluno a construir o seu conhecimento, aproveitando a sua bagagem na íntegra.

Quanto aos "Organizadores de Área da Secretaria Municipal de Educação" verifica-se também que é um texto em que se sugere o uso da história adaptada à literatura infantil, o uso da composição e decomposição, dobraduras, papel quadriculado, pontilhado, e o uso do tangram.

Esse texto proporciona ao educando oportunidade para manipular, colorir, dobrar e construir figuras geométricas.

3. Análise dos livros didáticos com relação a áreas de figuras planas

Alguns livros didáticos iniciam o conceito de área e perímetro nas 3ª e 4ª séries e outros, na 5ª série do Ensino Fundamental.

Pudemos verificar que os autores do livro Como é *fácil-Matemática* **[10]** abordam o conceito perímetro tomando como exemplo uma colcha em forma de retângulo. Os autores pedem que os alunos coloquem renda ao redor da colcha, os lados do retângulo são fornecidos, em seguida é efetuada a operação adição. Dessa maneira o aluno fica sabendo que, quando se somam os lados de uma figura geométrica qualquer, obtém-se o perímetro.

As atividades são poucas, não se usa o ladrilhamento em nenhum momento, e os exercícios são todos muitos parecidos, impedindo, dessa maneira, que os alunos desenvolvam a sua criatividade.

Para o conceito de área, no livro Como é *fácil-Matemática,* **[11]** os autores fazem uma revisão de perímetro utilizando o mesmo exemplo que foi dado no livro da 3ª série do 1º grau. São apresentadas atividades para que se calcule o perímetro de figuras usuais como quadrado retângulo e paralelogramo através da fórmula.

Para o cálculo da área, os autores aplicam a fórmula, usam o ladrilhamento para explicar o metro quadrado, mas não para o conceito de área, não usam a composição e decomposição em nenhum momento e também não abordam a história do conceito de área, não fazem uso do jogo de quadros, permanecendo apenas no quadro numérico.

Dessa forma podemos perceber que da maneira como foram abordados os conceitos de área e de perímetro podem vir a causar um obstáculo didático.

Quanto ao livro *Alegria de saber,* **[33]** as autoras iniciam o conceito de perímetro pela definição formal, apresentam um exemplo, empregando uma horta e querem cercá-la com arame. Esta horta é um quadrado, aplicam o mesmo exemplo com o triângulo e com o retângulo. Para o conceito de área, o livro fornece a fórmula para o cálculo da área do quadrado, do retângulo e do triângulo, não se faz menção de figuras não usuais, não é usado o ladrilhamento, nem a composição e decomposição e não se fala da história da área, sendo os exercícios todos para memorização da fórmula.

Pudemos verificar que não existe em nenhum momento a intenção de se colocar o aluno numa situação em que ele mesmo constrói os conhecimentos por conta própria.

No livro didático, *Matemática* ao *vivo,* **[24]** os autores exploram o conceito de área e perímetro de figuras planas através do ladrilhamento, da composição e decomposição de figuras usuais e não usuais. As atividades são as mais diversificadas possíveis, os alunos constróem figuras de mesma área e perímetros diferentes, figuras de mesmo perímetro e áreas diferenciadas, sendo o objetivo dos autores trabalhar área e perímetro simultaneamente, para que, dessa maneira, fique bem clara a diferença entre eles, pois é muito comum os alunos confundirem os dois conceitos.

Os autores trabalham o jogo de quadros; notamos uma preocupação também em trabalhar situações-problema, que têm por objetivo levar o aluno a construir o próprio conhecimento.

No livro didático, *Matemática no Planeta Azul,* **[35]** as autoras iniciam o conceito perímetro com um joguinho, utilizando o pontilhado, no qual o aluno deverá contornar o pontilhado conforme instruções do jogo, chegando a uma figura usual. Aproveitando essa atividade, as autoras apresentam a definição de perímetro e dão a definição de área através do produto dos lados.

A atividade seguinte leva os alunos a aplicar a fórmula para o cálculo da área de um quadrado e de um retângulo através do quadriculado.

O quadriculado, a composição e decomposição são muito bem exploradas com figuras usuais e não usuais.

Notamos que as autoras trabalham bem o jogo de quadros, levando os alunos afazer a passagem do quadro geométrico para o quadro algébrico, e que utilizam também a ferramenta apropriada para atingir o objeto da aprendizagem.

Quanto aos autores que iniciam o conceito de área e perímetro na 5ª série do 1º grau, analisamos primeiramente o livro didático, *Conceitos e Histórias,* **[31]** no qual o autor inicia o conceito de perímetro pelo ladrilhamento, com figuras usuais e não usuais chamando o perímetro de **contorno.**

Não utiliza nenhuma unidade de medida, chama cada aresta dos quadradinhos de **"u"**. O autor aplica apenas 01 (hum) exemplo para o perímetro através do ladrilhamento, aproveitando a mesma atividade para introduzir o conceito de área.

Nas atividades que vêm logo a seguir pede que se calculem a área e o perímetro de figuras como o triângulo, paralelogramo e losango apenas aplicando o ladrilhamento.

O autor usa a composição e decomposição para explicar áreas e logo em seguida apresenta a fórmula.

Os pontos fortes desse livro didático é que o autor trabalha muito bem o ladrilhamento, a composição e decomposição, e leva os alunos a trabalharem o jogo de quadros. Percebemos o cuidado com que o autor trata da passagem do quadro geométrico para o quadro algébrico, criando toda uma sitiação a-didática.

No livro didático, *Matemática,* **[20]** o autor apresenta o conceito perímetro dando como exemplo clássico as medidas de um terreno, e efetua a operação adição chamando-a de **contorno**.

O autor trabalha muito bem o ladrilhamento, a composição e decomposição para o conceito de área, com figuras usuais, mas não trabalha a área e o perímetro concomitantemente.

Pudemos perceber que nesse livro o autor leva os alunos a serem mais criativos, sendo muito bem trabalhado também o jogo de quadros.

Em síntese constatamos que dos autores analisados, alguns exploram o uso do ladrilhamento, composição e decomposição muito bem, outros apresentam o conceito através do uso da fórmula podendo-se notar que a fórmula, quando apresentada antes de qualquer outro processo, causa um obstáculo didático, dificultando a compreensão dos enunciados no momento em que os professores apresentam um problema que fuja dos usuais.

A importância da passagem do quadro geométrico para o quadro numérico é fundamental para o completo entendimento do processo ensino-aprendizagem do conceito de área; fórmulas não devem só ser memorizadas e sim entendidas.

Foi constatada ainda a existência de obstáculos epistemológicos em muitos livros; um deles é o fato de o conceito ser apresentado com a fórmula pronta para o cálculo, sem que nenhum processo favorecesse a descoberta dessa fórmula. Verificamos também que nenhum dos autores aborda aparte histórica do conceito de área.

4. Análise das concepções dos alunos

Esta análise foi feita através do pré-teste "1" aplicado em 66 (sessenta e seis) alunos da 6ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal. Este pré-teste segue no decorrer de nosso trabalho.

Quando o professor ensina para os alunos o conceito de área e perímetro pela fórmula, eles aprendem muito rápido e acham até que é muito fácil, mas aí está o engano, uma vez que não conseguem transferir tais conhecimentos para uma situação nova, não sabem fazer a mudança de quadros, confundem o perímetro com a área constantemente. Essa estratégia usada pelo professor poderá vir a causar ao aluno um obstáculo didático.

É fácil memorizar a fórmula do quadrado e do retângulo, mas quando são pedidas as fórmulas do triângulo e do trapézio, os alunos não lembram, não sabem justificá-Ias, não sabem fazer relações entre uma e outra.

Os alunos já trazem consigo as concepções espontâneas para serem exploradas pelos professores; todos têm noção do tamanho do pátio da escola onde estudam ou da casa onde vivem e já ouviram falar de área, só que não sabem relacionar o significado com o conceito em questão.

Portanto se o conceito de área e de perímetro forem bem explorados, a partir de situações envolvendo o pontilhado, o quadriculado, a composição e decomposição e finalmente a dedução das fórmulas, os alunos conseguirão passar com muita facilidade do quadro geométrico para o quadro numérico, sabendo também, dessa forma, utilizar a ferramenta adequada para atingir o objeto da aprendizagem e justificar as fórmulas utilizadas.

5. Análise das concepções dos professores

O objetivo da análise das concepções dos professores é verificar se estão utilizando a ferramenta adequada para atingir o objeto da aprendizagem, se exploram as concepções espontâneas dos alunos, se trabalham o jogo de quadros.

Um outro ponto é verificar se causam um obstáculo didático ou epistemológico nos alunos em decorrência do modo como introduzem os conceitos de área e perímetro, e ainda, que tipo de livro didático utilizam se conhecem a "Proposta Curricular do Estado de São Paulo", se conhecem os "Organizadores de Áreas de SME", se os livros didáticos são utilizados na íntegra ou servem apenas como subsídios e se fazem uma adaptação do saber escolar ao saber ensinado.

6. Análise a Priori do Pré-Teste "1"

Objetivo

Este pré-teste foi elaborado no 1º semestre de 1996, com o intuito de saber como os alunos da 6ª série do 1º grau trabalham com área e perímetro já que estudaram esses conceitos no semestre anterior. A população pesquisada foi 66 de (sessenta e seis) alunos.

Quisemos detectar, através das concepções dos alunos, de que maneira os professores ensinam área e perímetro, se pelo ladrilhamento, se pela fórmula ou recorte e colagem.

Um outro ponto foi saber se os professores trabalham o jogo de quadros, ou seja, a passagem do quadro geométrico para o numérico, quais as ferramentas utilizadas e se elas os levam ao objeto da questão o cálculo da área e do perímetro, e quais os tipos de obstáculos encontrados.

1ª Questão (Anexo I - pag. I)

Esta questão foi subdividida em dois itens, **a** e **b** sendo que no item **a** fornecemos figuras não usuais em um quadriculado e pedimos o cálculo da área e do perímetro, e, no item **b**, fornecemos uma figura não usual, mas sem o quadriculado, e também pedimos o cálculo da área e do perímetro.

Objetivos da questão:

São dois os objetivos da questão:

a) Verificar se o aluno conhece os conceitos de área de perímetro e identifica a diferença entre eles.
b) Verificar se o aluno aprendeu área e perímetro pelo processo do ladrilhamento ou pela fórmula.

Tipos de resolução:

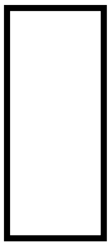
a) O aluno poderá subdividir a figura em vários polígonos de seu conhecimento, como, por exemplo, retângulos, para calcular a área na fig. B.
b) Se o aluno entendeu o processo do ladrilhamento, mas não se lembra da fórmula da área, ele quadriculará a fig. B.

Tipos de erros:

a) Na figura A, o aluno poderá confundir os dois conceitos, área e perímetro, atribuindo o mesmo valor como resultado.
b) Na fig. B, se ele foi pelo processo do ladrilhamento, também poderá ocorrer mesmo erro.

c) Na fig. B, se o aluno subdividiu o polígono até obter retângulos, poderá vir a ocorrer:

6



3

$$P = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6$$
$$A = 2 \cdot 3 \cdot 6$$

d) Na fig. A, quando o aluno for calcular o perímetro, poderá deixar de contar uma borda do quadrado.

2ª Questão (Anexo 1 - pag. I)

Para esta questão fornecemos o valor numérico do perímetro do retângulo e perguntamos aos alunos se ao dobrarmos o perímetro dobraremos também a área.

Objetivos da questão:

Analisaremos se o aluno sabe qual é a diferença entre área e perímetro. Tipos de erros:

a) É possível que o aluno ache que se dobramos o perímetro dobrará também a área.

b) Outro tipo de erro é que poderá elevar ao quadrado as medidas dadas no retângulo e calcular a área.

c) Ele poderá calcular a área do retângulo original e dobrá-la.

d) O aluno poderá dobrar os lados do retângulo e somá-Ios.

3ª Questão: (Anexo 1 - pag. ll)

Para esta questão foram fornecidas as medidas do piso de uma quadra de basquete. A pergunta é: calcule o número de placas usadas para se revestir o piso da quadra.

Objetivo da questão:

Saber se o aluno resolverá o problema no quadro geométrico, construindo uma figura quadriculada, contando em seguida quantos quadrados cabem dentro do retângulo, ou se o aluno resolverá o problema no quadro geométrico usando a fórmula.

Tipos de erros:

a) Confundir área e perímetro.

b) Se o aluno resolver pelo método do ladrilhamento, poderá colocar 5 (cinco) quadradinhos, onde o comprimento é de 20 m, e 3 (três) quadradinhos onde a largura da quadra é de 12 m, contando dessa forma 8 (oito) quadradinhos.

   Por que 5 (cinco) e 3 (três) quadradinhos?

   Ele multiplicará 4 que é a medida do lado do quadrado, por 5, encontrando 20 m, procedendo analogamente para medir a largura.

c) O aluno poderá multiplicar os dois lados do retângulo e os dois lados do quadrado, e em seguida dividir um pelo outro.

d) O aluno poderá calcular o perímetro do retângulo e o perímetro do quadrado e dividir um pelo outro.

4ª Questão: (Anexo 1 - pag. II)

Fornecemos nesta questão 5 pastos de fazendas diferenciadas, todas com o mesmo perímetro e com a área diferenciada. A pergunta é: a quantidade de grama que os cavalos comerão é a mesma em todos os pastos, se não for, onde comerão mais?

Objetivos da Questão:

Manter o perímetro constante e verificar se o aluno percebe a mudança da área.

Tipos de erros:

a) É possível que os alunos somem os lados dos pastos, verificando que o perímetro é o mesmo, achando assim, que os cavalos comerão a mesma quantidade de grama.

7. Análise a Posteriori do Pré-Teste "1"

Faremos a seguir uma análise dos erros previstos e não previstos:

1ª. Questão - 1a

- alguns alunos (30%) não souberam identificar a diferença entre as unidades de área e perímetro.
- outros (60%) calcularam o perímetro e atribuíram o valor para a área.
- tivemos (10%) dos alunos que não responderam às questões.

1ª. Questão - 1b

- muitos alunos (30%) só resolveram o perímetro, não souberam resolver a área.
- muitos alunos (60%) atribuíram o valor perímetro para a área.
- Dez por cento dos alunos utilizaram o ladrilhamento inadequado para a resolução.

Verificamos aqui nitidamente que os alunos não entenderam o conceito de área e perímetro, pois não souberam diferenciá-Io. Parece que o professor não trabalhou o ladrilhamento, e sim a fórmula.

Constatamos a presença de um obstáculo didático quanto ao conceito, pois não souberam resolver a questão porque a figura foge da usual, ou seja, por não serem figuras de seu conhecimento ficou difícil a resolução com sucesso.

2ª. Questão

- utilizaram o ladrilhamento inadequado (29%)
- atribuíram o valor perímetro para a área (57%)

- poucos utilizaram o ladrilhamento adequado para a resolução, estes acertaram a questão (14%).
- nenhum aluno respondeu à questão de imediato dizendo que se dobrarmos o perímetro dobraremos a área também.

Os alunos que utilizaram o ladrilhamento adequadamente souberam explicar o porquê: dobrando-se o perímetro não se dobra a área.

Os alunos que utilizaram o ladrilhamento inadequado não justificaram corretamente a questão, pois desenvolveram uma concepção geométrica ligada ao quadro geométrico e uma concepção numérica ligada ao quadro numérico, não sabendo fazer a relação entre uma e outra.

3ª. Questão

- poucos alunos (22%) usaram o ladrilhamento, e os que o fizeram acertaram a questão
- muitos usaram a fórmula direta (78%).

Aqui podemos constatar que os alunos que usaram o ladrilhamento para a resolução sabem trabalhar o jogo de quadros, que é a passagem do quadro geométrico para o numérico, pois aplicaram o ladrilhameto, contaram quantos quadradinhos havia nas laterais dos pastos e aplicaram a operação multiplicação.

Quanto aos alunos que trabalharam a fórmula, apoiaram-se provavelmente sobre as configurações das figuras apresentadas para lembrarem-se da fórmula, permitindo desta forma o cálculo da área.

Quanto ao fato de os alunos terem aplicado a fórmula direta para a resolução da questão, percebemos nitidamente aqui o saber provavelmente transmitido pelo professor, enfatizando mais o uso das fórmulas.

4ª. Questão

- alguns alunos (20%) acharam que os cavalos comem mais no pasto E, pois se nele fossem colocados um ao lado do outro caberiam mais cavalos.

- acharam também que no pasto A, por ser menor, a quantidade de cavalos seria menor (80%).

Notamos aqui que os alunos não sabem a diferença entre superfície e área.

Os obstáculos didáticos que foram revelados em todas as questões, tornam-se mais evidentes nesta, pois aqui podemos notar que os alunos não passam do quadro geométrico para o numérico (no qual se pode calcular a área e o perímetro dos pastos). Essa passagem permite aos alunos perceber que é no pasto de área maior que os cavalos terão mais grama para comer.

8. Conclusão Gerais

Obtivemos neste pré-teste "1", os seguintes resultados, fazendo uma análise mais profunda.

A relação que podemos fazer com sucesso entre a Q4 e raciocínio pela fórmula em Q2 é que se o aluno aplicou a fórmula para resolver Q2, obteve sucesso na Q4 usando o mesmo raciocínio, pois ambas tratavam da verificação do tamanho da figura.

Para sucesso no perímetro na Q1b, o aluno que obteve sucesso no perímetro, (o objetivo da questão era o recorte da figura ou seja eles variam da tamanho) consequentemente obteve sucesso na Q4.

Pudemos verificar também que os alunos que confundiram área e perímetro não obtiveram sucesso na Q1b e Q4.

O fracasso dos alunos nessas questões fica claro quando percebemos que eles não entenderam perfeitamente os conceitos, não sabendo diferenciar área e perímetro.

Quando analisamos a variável sucesso na área na Q1b, tipo de raciocínio (m pela fórmula), e raciocínio por ladrilhamento inadequado na Q2, percebemos que o aluno tem uma estratégia de resolução toda voltada para figuras conhecidas, nas quais ele pode aplicar a fórmula diretamente.

Como as figuras planas conhecidas fugiram do contexto dos alunos, isso os levou ao fracasso.

Raciocínio por ladrilhamento na Q2 e sucesso na Q3 nos levam aperceber que alguns alunos raciocinam pelo ladrilhamento e outros, pela fórmula.

Para as variáveis sucesso no cálculo da área na Q1a, sucesso na Q*2,* tipo de raciocínio na Q1b (por ladrilhamento), tipo de resposta na Q1b (perímetro para a questão toda) e fracasso na Q*4,* os alunos pensam por ladrilhamento, o perímetro é o conceito mais forte que área, tanto que houve erro na Q*4.*

O sucesso na Q2 nos leva a verificar que o conceito de perímetro foi bem trabalhado.

Os alunos usaram a fórmula como estratégia de raciocínio, sendo que para figuras desconhecidas não houve resposta, ou seja, não resolveram a Q1b.

O uso de fórmulas para figuras conhecidas é um obstáculo didático, isso fez com que os alunos não conseguissem resolver a Q1b.

E finalmente verificamos que os alunos fracassaram nas tentativas de ladrilhamento para resolver a Q1b, não acertaram o perímetro, outros sequer resolveram a questão.

Pudemos observar que os alunos que não obtiveram sucesso pelo ladrilhamento na Q1b resolveram a Q2 pela fórmula.

9. Conclusões Didáticas

Pudemos verificar com este pré-teste que os alunos têm visto o conceito de área e perímetro através do uso da fórmula, sem a menor alusão ao sistema dedutivo ou uso do ladrilhamento, a composição e decomposição.

Com isto verificamos que, quando em uma atividade os professores fogem de uma figura usual, os alunos não conseguem resolver a questão.

O quadriculado em algumas questões foi usado de maneira imprópria, confundindo-se o contorno com a área.

O sucesso obtido com o acerto das questões em que se usou a fórmula, foi por mecanização.

Para melhorarmos o ensino atual a nossa proposta de trabalho é apresentarmos uma seqüência didática, para aperfeiçoamento dos professores, iniciando com o pontilhado, passando pelo ladrilhamento, em seguida a composição e decomposição, e levar o aluno a sentir necessidade do estabelecimento de uma fórmula, permitindo calcular a área de figuras usuais. Esperamos que dessa maneira os conceitos de área e perímetro fiquem claros para os alunos, mas para isso o professor deverá discernir que tipo de contrato didático poderá ser feito com a classe para melhor aquisição dos conceitos de área e de perímetro.

CAPÍTULO IV

PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

Problemática

O objetivo deste capítulo é detectar o problema de aprendizagem que envolve os conceitos de área e de perímetro e a utilização de uma metodologia adequada que auxilie os professores a desenvolver um bom trabalho em sala de aula.

Em nossa pesquisa, um dos primeiros passos foi saber junto aos professores quem conhecia bem a parte histórica ou tinha tido a curiosidade de pesquisar esse aspecto.

Verificamos que alguns não sabiam, outros ouviram falar, mas, nenhum dos professores, entrevistados, conhecia bem ou tivera a curiosidade de pesquisar o assunto.

Um dos agravantes dessa falta de interesse é que esses profissionais tiveram uma formação que deixa muito a desejar, outro é a baixa remuneração, que, os obriga a ter uma carga horária de aulas dobrada ou triplicada. Isto explica por que os professores, na maioria das vezes, ficam presos por muito tempo a certos manuais ultrapassados não lhes sendo possível fazer comparações por falta de novos conhecimentos.

Em outro momento de nossa pesquisa, verificamos quais dos livros didáticos analisados traziam a parte histórica, constatamos que nenhum deles trata dessa parte.

A própria Proposta Curricular não faz alusão à parte histórica, usando-a apenas em alguns momentos, sem a comentar.

Tal qual nos papiros, alguns livros trazem a fórmula pronta apresentando-a aos alunos como único método de resolução. Esse tipo de postura gera um obstáculo didático pois, poderá não saber como transferir os conhecimentos já adquiridos para uma nova situação.

Verificamos, em seguida, alguns estudos sobre a questão, iniciando com a obra de Régine Douady e Marie Jeanne Perrin Glorian (1987) que abordaram o conceito de área com os alunos numa engenharia didática (seqüência de aprendizagem) dentro do quadro teórico da dialética ferramenta-objeto e jogo de quadros.

Foram analisadas as dificuldades dos alunos previstas e não previstas em sala de aula. As não previstas levaram as autoras a modificarem a seqüência didática para estas dificuldades Segundo elas: *"Apareceram nas entrevistas feitas no final das seqüências realizadas, que o ponto de vista da "deformação contínua" intervém fortemente nas representações* e *nas decisões dos alunos sobretudo a propósito das superfícies usuais. Assim um paralelogramo* é *visto como um retângulo deformado,* os *comprimentos dos lados não variam nas transformações, a área não varia também, trata-se de uma articulação em torno dos vértices (comprimento dos lados conservados) ou de um deslizamento de um lado sobre seu suporte (área conservada)"* Douady & Glorian ([13], p. 28).

As autoras verificaram que os alunos desenvolveram uma concepção formal, ligada ao quadro geométrico, ou uma concepção numérica, ligada ao quadro numérico, ou aos dois, mas de estilo independente e que eles tratam os problemas sem estabelecer a relação entre os dois pontos de vista.

As escolhas didáticas feitas no estudo de área-perímetro foram:

a) recorte e colagem;
b) ladrilhamento de uma superfície com a ajuda de figuras de formas variadas;
c) apontamento das diferenças e estabelecimento das relações entre áreas-perímetro.

No quadro geométrico deve-se fazer uma comparação com certas superfícies, por recorte e colagem; no quadro numérico deve-se ter conhecimento de números inteiros e suas operações e saber associar um número a certas superfícies pelo cálculo do ladrilhamento, com papel quadriculado sendo o número de ladrilhos invariável por mudança de superfície e por divisão e colagem conveniente.

Foram trabalhadas com os alunos superfícies de bordos arredondados e não arredondados verificando-se um conflito entre os alunos sobre a diferença entre área e perímetro.

O procedimento observado num *"bom aluno"* quanto ao cálculo de área de uma superfície de bordos arredondados foi que este aproximou ele figura a um retângulo.

Para o cálculo de área de um paralelogramo, os alunos utilizaram o recorte e usaram o termo *"endireitar'* o paralelogramo. Puderam verificar a invenção de fórmulas errôneas, (paralelogramo ou triângulo) fazendo o produto de comprimentos para calcular as áreas, (o desejo de se restabelecer os números é muito forte entre os alunos).

A dificuldade não prevista é que certos alunos vêem um paralelogramo como um retângulo deformado; para eles os comprimentos dos lados não variam com a transformação.

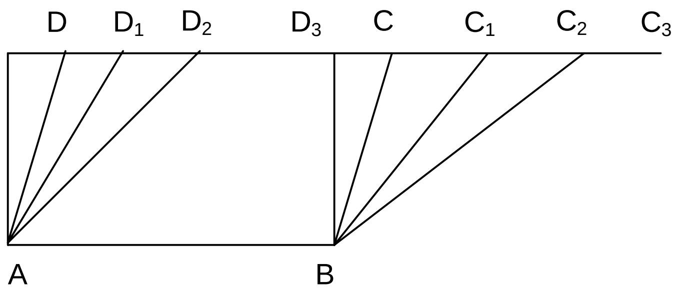
Foi também levada em consideração a astúcia de certos alunos em transformar uma superfície de bordos arredondados em um retângulo.

Um aspecto estático, para Glorian e Douady, é o uso da fórmula, assim como o recorte e colagem, e um ponto dinâmico é a deformação (ou deslizamento).

Os alunos conseguiram diferenciar área e perímetro em um contexto de recorte e colagem, em primeiro lugar com superfícies *"irregulares",* depois, com retângulos e com a interferência de medidas.

O jogo de quadros tem provocado um certo efeito sobre a dissociação área-perímetro, mas tem sido insuficiente para modificar as concepções de certos alunos. Para justificar a fórmula do paralelogramo, área = base x altura, as autoras utilizaram aspecto dinâmico ou seja o deslizamento.

Por exemplo, usando um retângulo ASCD e fazendo com que o aluno deslize os lados CD em C_1D_1, C_2D_2, C_3D_3, sem mudar-lhes a medida, os alunos puderam entender que várias figuras deformadas têm a mesma área, pois a altura AD é constante e suas bases também o são.



Para as autoras o aspecto dinâmico deverá permitir o ponto forte de dificuldades para facilitar as dissociações necessárias (deslizando), e o quadro estático é o quadro adaptado para estabelecer as provas (fórmulas).

Analisando também a Tese de Doutorado de Paula Moreira Saltar (1996) constatamos que esse estudo permitiu:

1) levar em conta o papel de diferentes tipos de situações possíveis dentro da aprendizagem do conceito de área do colégio;
2) colocar em evidência as variáveis didáticas, e fazer a escolha pertinente dos valores das variáveis e fazer favorecer ou bloquear certos processos aos diferentes momentos da aprendizagem.

A problemática da pesquisa apóia-se na seguinte hipótese: "O desenvolvimento no ensino do conceito de área visto como grandeza permite aos alunos estabelecer relações necessárias entre os dois quadros (geométrico e numérico)."

Para dissociar a área do perímetro, a autora procurou respostas às seguinte indagações:

- Quais são as fontes das dificuldades dos alunos em relação à dissociação de área e perímetro?
- Essas dificuldades de aprendizagens são devidas aos objetos geométricos em jogo (a superfície, o contorno), às fórmulas, às variações respectivas?
- De que campo matemático essas dificuldades vêm? Geométrico? Numérico? Funcional?
- Para os diferentes tipos de superfícies, as dificuldades de aprendizagem são as mesmas? Existem diferenças entre elas?
- Que tipo de situação permite desestabilizar as concepções errôneas instaladas (por exemplo, área e perímetro variam sempre no mesmo sentido?)
- Quais situações reforçam o desenvolvimento das concepções errôneas?
- O que, no contrato didático habitual, reforça e/ou permite superar essas concepções errôneas?

Foi proposto também um pré-teste, aplicado a alunos de 5ª e 6ª séries do 1º grau, e, segundo Saltar, o seu objetivo principal é:

a) o conhecimento necessário do conceito de área ou o tratamento da situação;

b) o domínio da utilização do software necessário;

c) o que dispende a situação do ponto de vista da manipulação do Cabri[1].

Os alunos tiveram em mãos, para o pré-teste, uma folha de papel em branco, uma quadriculada e outra pontilhada. Após a análise desses testes, foi montada uma engenharia didática adequada.

Constatou-se que os alunos não sabem relacionar o quadro geométrico e o quadro numérico, e que o conhecimento da fórmula da área e do perímetro não é suficiente para se caracterizar o conhecimento aritmético.

[1] Cabri-Geométre é um software educativo desenvolvido no Laboratório das Estruturas Discretas e da Didática das ciências de Grenoble -França, para o ensino e aprendizagem da geometria.

Quanto ao Cabri, alguns alunos mostraram dificuldade em manuseá-Io, devido ao fato de não conhecerem o software. Baltar chama a fase do papel de fase estática, e o Cabri, de fase dinâmica.

A fase sobre a utilização do papel permite a construção dos conhecimentos necessários à devolução de situações onde o ponto de vista dinâmico intervém.

A síntese dos resultados da engenharia didática apresenta uma evolução positiva; o desempenho dos alunos mostra que:

a) a fase das atividades preparatórias, permite a aquisição dos processos necessários à compreensão das fórmulas de áreas de superfícies usuais;

b) a fase sobre o papel e lápis permite a aproximação dos conhecimentos necessários à devolução de situações dinâmicas.

Os obstáculos encontrados para o cálculo da área são de natureza epistemológica e didática, sendo que este último é atribuído à falta de conhecimento dos professores.

Baltar analisou também o teorema em ação que, segundo ela, não se constrói por acaso, e sim por meio de situações-problema às quais os alunos são confrontados e se fortalecem.

Segundo Almouloud, Saddo Ag ([1], p. 28) **teorema-em-ação** designa as propriedades tomadas e utilizadas pelo aprendiz, em situação de solução de problema, sem que ele esteja necessariamente capaz de as explicar ou as justificar .

A autora apresenta uma lista de teoremas em ação ligados a situações dando sentido ao conceito de área de superfícies planas.

Teorema em ação sobre a **definição de área**

TC1: A área é o espaço ocupado por uma superfície.

TC2: A área é o número de lajotas necessárias para recobrir uma superfície.

TC3: A área é o número obtido pela aplicação de uma fórmula.

TC4: A área é uma propriedade da superfície invariante por certas operações (uma grandeza).

Teorema em ação para todo tipo de superfície

T1: Se S e S' são quase-separadas, $A(S \cup S') = A(S) + A(S')$. (certo)

T2: A(F(S)) = A(S); por uma isometria f é uma superfície S. (certo)

T3: Duas superfícies equidecomponíveis têm a mesma área. (certo)

T4: O recorte e colagem conservam a área. (certo)

T5: Escolhendo-se uma unidade, duas superfícies de mesma medida têm mesma área. (certo)

T6: Se duas superfícies Se S' são constituídas dos mesmos pedaços (equidecomponíveis) diferentemente dispostos, de modo que S' seja mais "compacto" que S, A(S) > A(S'). (falso)

T7: Duas superfícies que têm os mesmos lados possuem a mesma área. (falso)

T8: Duas superfícies que têm a mesma área têm o mesmo perímetro. (falso)

T9: Duas superfícies de mesmo perímetro têm a mesma área. (falso)

T10: A área e o perímetro de uma superfície variam no mesmo sentido. (falso)

Para superfícies usuais

T11: Dois retângulos de mesma área são idênticos. (falso)

T12: Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e mesma altura têm mesma área. (certo)

T13: Dois paralelogramos de mesmos lados têm mesma área. (falso)

T14: A medida da área de um retângulo é o produto das medidas de seus lados. (certo)

T15: A área de um paralelogramo é o produto das medidas de seus lados. (falso)

T16: A área de um triângulo é o produto das medidas de seus lados. (falso)

T17: A área de um quadrado é proporcional ao comprimento de seu lado, por conseqüência se o lado do quadrado é o dobro, sua área dobra também. (falso)

T18: Dois retângulos de mesma área têm o mesmo perímetro. (falso)

T19: Dois retângulos de mesmo perímetro têm mesma área. (falso)

T20: A área e o perímetro de um retângulo variam no mesmo sentido. (falso)

Sobre as deformações do paralelogramo

T21: O deslocamento de um lado do paralelogramo sobre seu suporte conserva a área. (certo)

T22: A rotação de um lado do paralelogramo ao redor de um vértice conserva a área. (falso)

T23: O deslocamento de um lado de um paralelogramo sobre seu suporte conserva o perímetro. (falso)

T24: A rotação de um lado do paralelogramo ao redor de seu vértice conserva o perímetro. (certo)

As análises acima mostram que temos numerosos conceitos em ação em jogo na conceituação de área: conceitos de área, de grandeza, de medida, de número, bem como aqueles de perímetro, de multiplicação, de adição, de colagem, de recorte e de equivalência.

Para os Teoremas-em-ação sobre o conceito de áreas, Baltar concluiu que são uma possibilidade de efetuar os reagrupamentos, que permitem modelar o funcionamento dos conhecimentos dos alunos.

A modelização em termos de concepção permitiu à autora interpretar certas respostas dos alunos, as dificuldades de aprendizagem, as fontes de seus erros. A abordagem do conceito de área, como grandeza, permitiu estabelecer as relações entre os pólos geométricos e numéricos e favoreceu a superação de certas dificuldades dos alunos.

Pesquisamos também a obra *"Geometria no* 1º *grau: da composição e da decomposição de figuras* às *fórmulas de área"* na qual uma das autoras, Anna Franchi, que tem um trabalho sobre áreas, no capítulo I "Explorações com Tangram", fala da importância desse jogo chinês que vem sendo explorado, facilmente por crianças de todas as idades.

Esse capítulo diz que "... é discutida uma proposta de exploração do Tangram em sala de aula onde a construção do conceito de área é o foco e a composição e decomposição são o meio". Os professores poderão explorar com os alunos a criatividade na montagem de figuras diversas, também trabalhar o contorno, a simetria e a comparação de áreas.

No capítulo IV (p. 23-24) que se refere aos "Aspectos Cognitivos da Construção do Conceito de Área", a autora discute as seguintes questões no intuito de buscar elementos fundamentais para o orientação da prática cotidiana do professor: "*Comparar a área de duas superfícies, superpondo-as, decompondo-as* em *partes, medir superfícies, determinar fórmulas de cálculo.*.. *envolvem concepções diferentes de área de figuras planas. Qual a natureza das relações envolvidas nas resolução dessas diferentes tarefas? Como favorecer a passagem de uma concepção local para outra mais eficaz na solução de um problema? Como provocar a reelaboração de concepções errôneas?"*

Os autores mostram que podem comparar duas superfícies dizendo se uma é equivalente, maior ou menor que a outra, sem atribuir-Ihes valores numéricos, utilizando procedimentos de composição e decomposição de figuras planas. Tais procedimentos permitem ao aluno elaborar os primeiros significados do termo área como o "tanto" de superfície ocupado pelas figuras.

Nossa problemática:

As pesquisas feitas sobre o ensino-aprendizagem do conceito de área, assim como nosso estudo preliminar (cf. transposição didática) mostraram as dificuldades que os alunos encontraram na aquisição desse conceito. Um dos problemas que favorecem o fraco desempenho de nossos alunos a propósito do conceito de área é devido à prática e às escolhas didáticas dos professores quando ensinam esse conceito.

Os professores pesquisados não parecem construir um ensino que permita, aos alunos estabelecer as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico. Uma das soluções dos problemas do ensino-aprendizagem da Matemática em geral, e do conceito de área em particular encontra-se na formação dos professores, tanto em nível dos conteúdos, como em nível didático. Por isso decidimos investir na capacitação dos professores, baseando-nos nas seguintes hipóteses:

HIPÓTESE (1): A abordagem proposta por certos professores não desenvolve nos alunos uma concepção do conceito de área que permita relacionar o conceito de área e suas diferentes representações numéricas.

HIPÓTESE (2): Uma capa citação para os professores que considera os aspectos estudados pode induzir os professores a construir situações de ensino-aprendizagem do conceito de área que levem os alunos:

1- a desenvolverem a noção de superfície e área trabalhando o ladrilhamento, a composição e a decomposição;

2- a sentirem, após esse estágio, a necessidade de passar do quadro geométrico para o quadro numérico, apresentando-lhes as fórmulas do conceito em questão.

HIPÓTESE (3): É indispensável diferenciar área de perímetro, para uma melhor aquisição do conceito de área.

HIPÓTESE (4): Um estudo das fórmulas de área e de perímetro de superfícies usuais, feito em relação com os invariantes geométricos das figuras, favorece a construção da noção de área como grandeza.

HIPÓTESE (5): A construção de situações para sala de aula nas quais o ponto de vista dinâmico intervém favorece o estudo dos invariantes geométricos que permitem conservar uma área e por conseqüência, a aprendizagem do conhecimento relacionado a comprimento e áreas.

Para validar nossas hipótese, desenvolvemos uma seqüência didática levando em consideração as dificuldades levantadas por Regine Douady, Paula Baltar, bem como em nossa pesquisa. Levamos também em consideração os aspectos teóricos e processos que favorecem a construção do conceito de área, como o de jogo de quadros, a noção de superfície, uma parte dos teoremas-em-ação identificados por Paula Baltar, a composição e a decomposição, o recorte e a colagem, etc.

A composição e decomposição de figuras geométricas apóia-se na operação de reconfiguração. Esta última, consistindo em reagrupamento pertinente de partes elementares de uma figura permite desenvolver de imediato tratamentos como:

- medir área por adição ou subtração de partes elementares. Neste caso, as estratégias apóiam-se sobre o princípio da conservação da área e sobre a apliação de um axioma de Euclides: " *Subtraindo quantidades iguais de quantidades iguais, obtêm-se quantidades iguais".*
- encontrar dois reagrupamentos intermediários equivalentes;
- reconstruir, a partir da figura inicial, uma outra por deslocamento de elementos (ou pedaços).

As situações construídas para a capacitação dos professores levam em conta também a evolução histórica do conceito de área. O estudo histórico evidencia a variedade de problemas tratados, as diferentes abordagem encontradas e a importância do conceito de área.

Como motivo de discussões sobre os métodos, e sobre outros conceitos fundamentais como o infinito e a continuidade.

Um dos motivos da aprendizagem é a construção e a manipulação no seu aspecto ferramenta, de uma relação entre superfícies e número. Assim, escolhendo uma superfície unitária, um quadradinho por exemplo, é fácil levar o aluno a associar um número a toda uma categoria de superfícies, como aquelas decomponíveis com um número finito de quadradinhos. A construção pelos alunos da relação equivalência *"possui mesma área"* baseia-se na composição e decomposição de figuras por intermédio do processo *"recorte-colagem".*

CAPÍTULO V

ORIENTACÃO TÉCNICA DOS PROFESSORES

OBJETIVO DA ORIENTAÇÃO TÉCNICA DOS PROFESSORES

O nosso objetivo inicial é dar aos professores uma noção da parte histórica do conceito de área: de onde vem, para que serve, quem teve a primeira idéia, o porquê da necessidade deste estudo podendo os professores daí para a frente, conforme a faixa etária, dos alunos adequá-Io para uma determinada série.

É importante iniciar a apresentação do conceito de área e perímetro na 4ª série do 1º grau, para que possamos estimular na criança a pesquisa, já que as escolas têm um bom acervo.

A seguir, o professor deverá, junto com os alunos da 4a série, trabalhar o pontilhado e depois o quadriculado.

Os professores trabalharão com quadrados e retângulos neste primeiro momento, já podendo fazer comparações com o perímetro e área, construir vários retângulos com o mesmo perímetro e áreas diferentes, devendo ficar bem claro para os alunos na construção dessas figuras se se trata do contorno ou do interior da figura.

Aos alunos da 5ª à 8ª série do 1º grau podemos fornecer medidas, ensinar como trabalhar dobrando-se a área; o que acontece com o perímetro, trabalhar a composição e decomposição, área como grandeza unidimensional, ou seja, associada à idéia de contagem.

O trabalho com a composição e decomposição leva os alunos a serem mais criativos, o trabalho com quadriculado leva os alunos a sentirem necessidade de uma fórmula, induzindo desta maneira a mudança de quadros.

QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

Objetivo

Objetivo do questionário: fazer um primeiro levantamento dos conceitos de área e de perímetro através de questionário aplicado a 25 professores de escolas estaduais e municipais, para detectarmos qual o conhecimento que eles têm sobre o assunto em questão, se conhecem a história, como surgiu e o porquê, como ensinam os conceitos de área e perímetro, se os professores com mais tempo de magistério são mais tradicionais ou estão abertos a novas informações e se os professores que têm menos tempo de magistério trabalham o quadriculado, o recorte, colagem e usam material concreto.

Um outro fator também foi pesquisar junto a esses professores se levam os alunos a serem criativos ou a permanecerem mecanizados com fórmulas, e quais utilizam a literatura infantil para iniciar os conceitos.

ANÁLISE A PRIORI DO QUESTIONÁRIO

As questões de números 2, 3 e 4 (cf. Anexo II) tratam de verificar como o professor define área, perímetro e em que momento utiliza a fórmula para determinar a área. O objetivo é verificar de que maneira o professor ensina o conceito para os alunos, se é mecanizado com fórmulas ou se é bastante criativo a ponto de deixar bem claro qual o conceito de área e de perímetro e sua diferença.

É importante verificarmos em que momento o professor ensina a fórmula e como. Se for no primeiro momento da aprendizagem causará um obstáculo didático nos alunos, pois daí para frente não entenderão o significado das variáveis; por exemplo, quando se depararem com um problema que fuja aos padrões pré estabelecidos pelo professor, a resolução com sucesso será praticamente impossível.

Um dos entraves de se iniciar o estudo da área pela fórmula é que os alunos memorizam momentaneamente, achando até muito fácil quando se trata do quadrado, retângulo e triângulo, mas quando o professor fala do paralelogramo e do trapézio está formada a confusão, não existindo, portanto, a menor possibilidade de o aluno conseguir fazer comparações entre elas.

Tais comparações referem-se ao desenvolvimento de uma concepção geométrica ligada ao quadro geométrico e a uma concepção numérica ligada ao quadro numérico. Podemos chamá-Ias de jogos de quadros.

Desenvolver a dialética ferramenta-objeto através do ladrilhamento da composição e decomposição: os alunos puderão, através desse mecanismo, "manusear" figuras geométricas que não são usuais, chegando até figuras como, por exemplo, o retângulo já é de seu conhecimento. Só dessa maneira eles poderão provavelmente estar preparados para a compreensão do manuseio da fórmula.

Existe a possibilidade de o aluno achar que existe uma fórmula específica para cada figura geométrica e acaba confundindo todas.

Um outro ponto que deve ser analisado é que, se o professor fizer uso de uma figura geométrica que não seja a usual, em que se requer a composição e decomposição, a resolução também ficará comprometida.

Para a questão número 5 (cf. Anexo II) perguntamos ao professor como ele trabalharia com o papel quadriculado, além de dar uma noção mais clara do que é área e perímetro, pois assim o aluno também já irá se familiarizar com o m^2, o que é importante principalmente se é ele quem constrói o quadriculado através do pontilhado.

A importância de o aluno construir o quadriculado partindo do pontilhado é que essa atividade favorece o desenvolvimento cognitivo e ele passa a ter noção de espaço e simetria.

O professor deverá explorar o perímetro, como contorno, de vários exemplos e área como superfície, caso contrário teremos os alunos constantemente cometendo os mesmos erros, ou seja, calculando a área pensando que estão calculando o perímetro e vice versa.

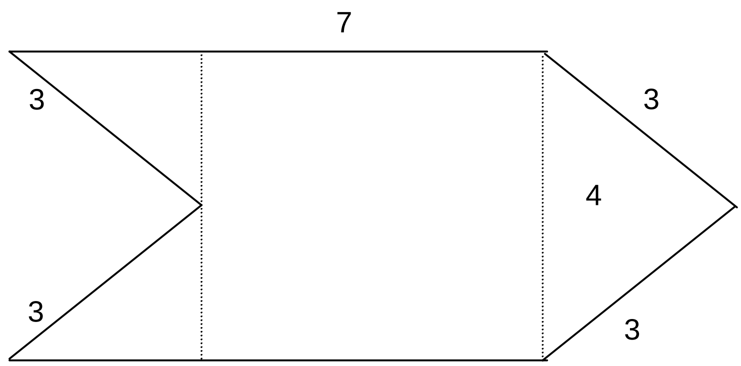
O professor deverá também mostrar aos alunos que podemos ter várias figuras geométricas com o mesmo perímetro e áreas distintas, assim como poderemos ter várias figuras geométricas com a mesma área e perímetros distintos.

Na questão número 6 (cf. Anexo II) queremos saber se o professor faz comparações entre área e perímetro; é muito importante deixar bem claro qual a diferença entre área e perímetro, por ser uma dificuldade enorme que os alunos encontram, fazendo muita confusão.

Para a questão de número 7 (cf. Anexo II) fornecemos ao professor uma figura não usual, com suas respectivas medidas, da qual é pedido que se calculem a área e o perímetro. O objetivo da questão é verificar se o professor trabalha a composição e decomposição, facilitando assim, a resolução para o aluno. Se o professor trabalha só a fórmula, a resolução tornar-se-á trabalhosa e sem muito significado didático.

Verificamos na resolução da composição e decomposição a mudança do quadro geométrico para o algébrico. Para essa questão se o professor não trabalhar a composição e decomposição, a tendência será calcular a área do triângulo BCD, logo em seguida baixar uma perpendicular pelo ponto F encontrando ED e levantar uma perpendicular também por F encontrando AB num ponto qualquer.

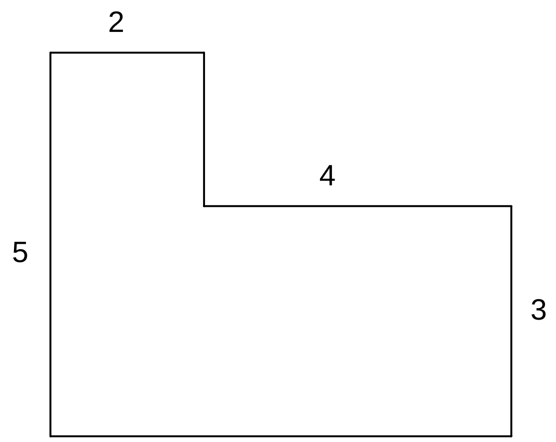
Dessa forma ele terá 3 triângulos e um retângulo de forma que 2 serão triângulos retângulos.



Para a resolução dessa questão, o aluno aplicará a fórmula para o cálculo da área do triângulo da direita e dos triângulos retângulos e em seguida do retângulo, somando as áreas parciais encontradas.

Para a questão de número 8 (cf. Anexo II) consideram-se duas retas paralelas e dois triângulos, sendo que ambos têm a mesma base e a mesma altura e é pedido para se calcular a área e o perímetro; o aluno poderá achar que a altura dos triângulos APB, AP_1B irá variar em função dos pontos P e P_1 pensando assim, que a área diminuirá. Poderá também calcular a área dos triângulos AMB e BM P_1.

Para a questão número 9 (cf. Anexo II) fornecemos ao professor uma figura não usual com suas respectivas medidas. Se o professor trabalhou o quadriculado o aluno poderá resolver pela fórmula, só que desta vez com uma diferença, ele saberá o seu significado. O aluno poderá quadricular afigura para a resolução, ou subdividi-la em 1 quadrado e 1 retângulo, ou 2 retângulos, mas, se o aluno só conhece a fórmula, terá dificuldade em chegar a esse tipo de resolução.



Para a questão número 10 (cf. Anexo II) perguntamos se o professor acha importante trabalhar figuras geométricas que fujam das usuais; dependendo de como foram trabalhados os conceitos, o aluno estará apto a resolver qualquer tipo de exercício, mesmo que as figuras não sejam as usuais. Se a seqüência didática do professor foi o quadriculado, o recorte e colagem e depois a fórmula, não haverá provavelmente a menor dificuldade para a resolução com sucesso.

Para a questão número 11 (cf. Anexo 11) fixamos a área de duas figuras usuais e variamos o perímetro. O objetivo é evidenciar que nem sempre quando alteramos uma variável a outra se altera. Esse tipo de problema deverá deixar bem clara a diferença entre área e perímetro. Conforme as dimensões das figuras, o aluno poderá achar que a área irá diminuir ou aumentar.

Se o professor trabalhar somente a fórmula com os alunos, eles jamais terão condições de entender o porquê, teremos aí um obstáculo didático. Se o professor trabalhar o quadriculado, o recorte e colagem os alunos terão condições de verificar a diferença, pois saberão distinguir entre um e outro.

Perguntamos também se os professores fazem uso de estórias infantis para iniciar o conceito de área e perímetro. O objetivo dessa questão é saber se os professores exploram o vocabulário dos alunos se fazem comparações entre o que eles já conhecem, e o que irão aprender.

Análise a posteriori do questionário

Utilizamos o software CHIC - Classificação Hierárquica e Coesitiva para nos fornecer uma visão melhor do questionário aplicado aos professores.

Elaboramos 13 (treze) questões, sendo levantadas 31 variáveis.

Utilizamos um sistema binário O (zero) e 1 (hum), em que representamos por 1 o acerto da questão, e por zero a ausência do acerto na questão. Encontramos assim 31 variáveis, das quais selecionamos 28, sendo três variáveis retiradas por não apresentarem nenhum significado em nível de análise.

Em seguida, passamos à análise da similaridade de comportamentos, isto é dos comportamentos semelhantes.

Outro fator que nos ajudou a entender melhor os resultados foi a análise implicativa, ou o acerto ou não, pelos professores de determinada questão implica em acerto ou erro em outra questão, com ela relacionada.

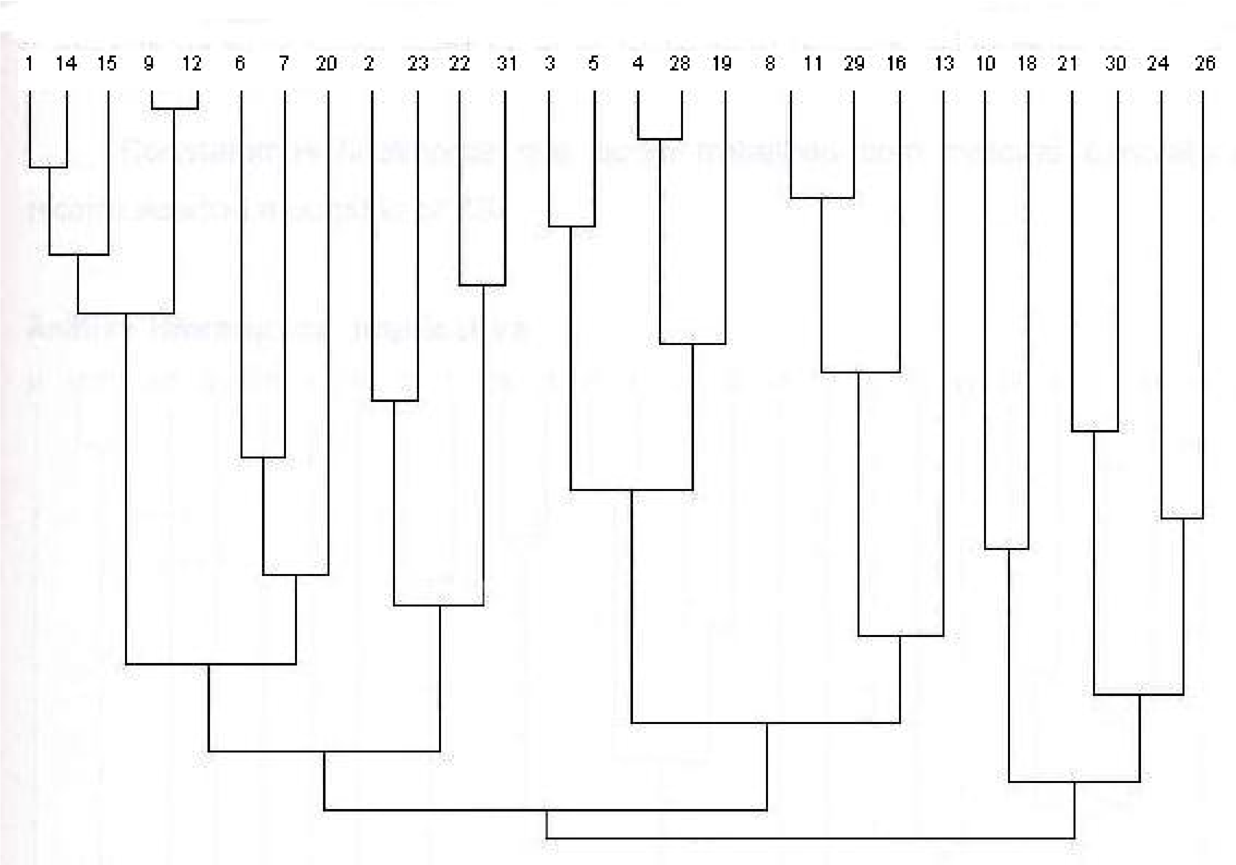
Verificamos em seguida o número de ocorrências e a coesão das questões, que é a nossa última análise.

RELAÇÃO DA VARIÁVEIS

1- Tempo A - 5 a 10 anos 2 - Tempo B - 10 a 18 anos 3 - Tempo C - + de 20 anos	Questão nº 1
4 - Curso - Magistério 5 - Curso - Pedagogia 6 - Curso - Outros	Questão nº 2
7 - Material Concreto 8 - Fórmula 9 - Quadriculado	Questão nº 3
10 - Mateiral Concreto 11 - Fórmula 12 - Quadriculado	Questão nº 4
13 - Uso de figuras usuais 14 - Não uso de figuras usuais	Questão nº 5
15 - Trabalha quadriculado 16 - Não trabalha quadriculado	Questão nº 6
17 - Trabalha o pontilhado 18 - Não trabalha o pontilhado	Questão nº 7
19 - Trabalha Tangram 20 - Não trabalha Tangram	Questão nº 8

21 - Trabalha o recorte 22 - Não trabalha o recorte	Questão nº 9
23 - Trabalha o recorte 24 - Não trabalha o recorte	Questão nº 10
25 - Trabalha a fórmula 26 - Uso de material concreto 27 - Não uso de material concreto	Questão nº 11
28 - Sim - Trabalha estórias infantis 29 - Não trabalha estórias infantis	Questão nº 12
30 - Acertou a questão 31 - Errou a questão	Questão nº 13

Análise Hierárquica de Similaridade



Podemos verificar pelo número de ocorrências, que os professores que têm de 5 a 10 anos de magistério usam figuras não usuais para o conceito de área, trabalham o quadriculado para iniciar o conceito de área e perímetro.

Verificamos também que os professores de 1ª á 4ª série que têm outra formação além de magistério e não são pedagogos trabalham com material concreto, mas não trabalham o tangram.

Quem leciona no intervalo de 10 a 18 anos trabalha o recorte, por outro lado, quem não trabalha o recorte não acertou a questão de nº 13.

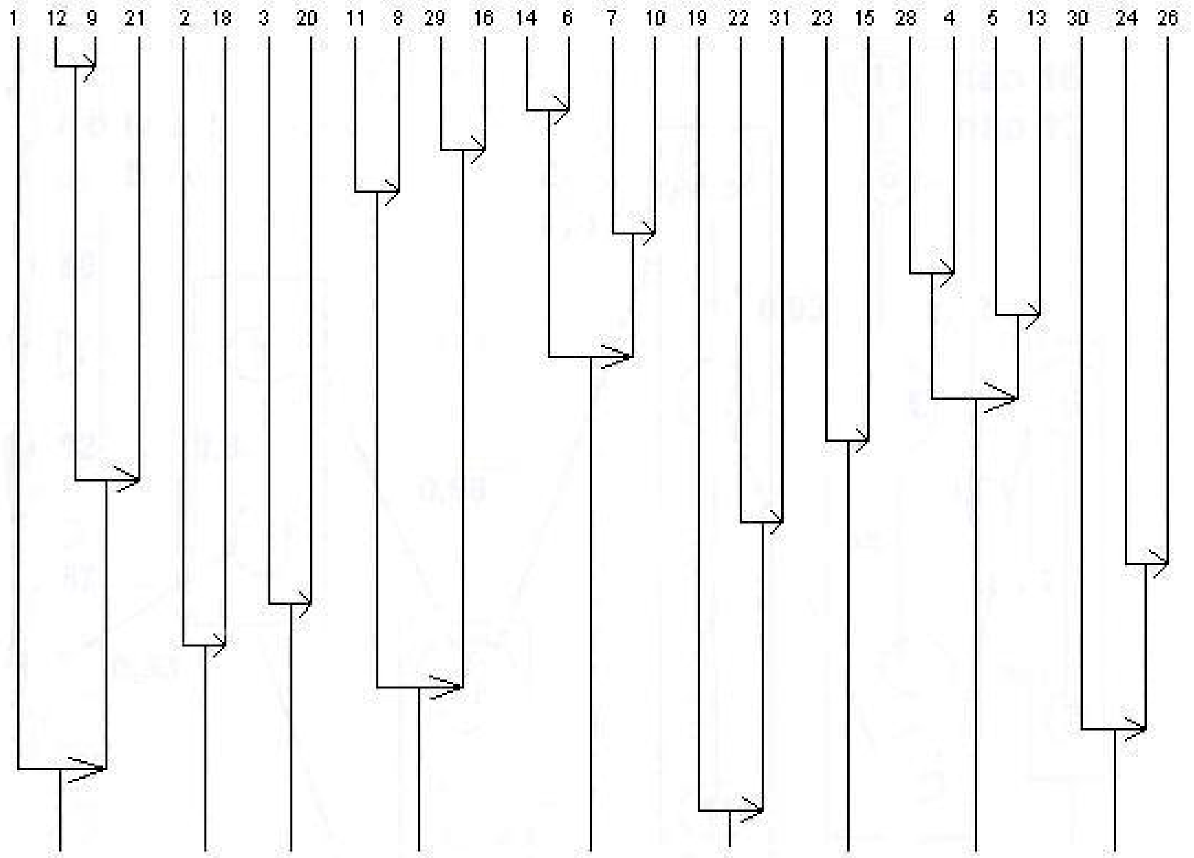
Os professores que têm só o curso Magistério, fazem uso de estórias infantis e por sua vez trabalham o tangram.

Quem tem mais de 20 anos de magistério e tem formação pedagógica, também usa estórias infantis e trabalha o tangram.

Há ocorrência de professores que iniciam o conceito pela fórmula, não sabem como usar as estórias infantis, não trabalham o quadriculado e usam apenas figuras usuais.

Constatamos finalmente que quem trabalhou com material concreto e recorte acertou a questão nº 13.

Análise Hierarquica Implicativa



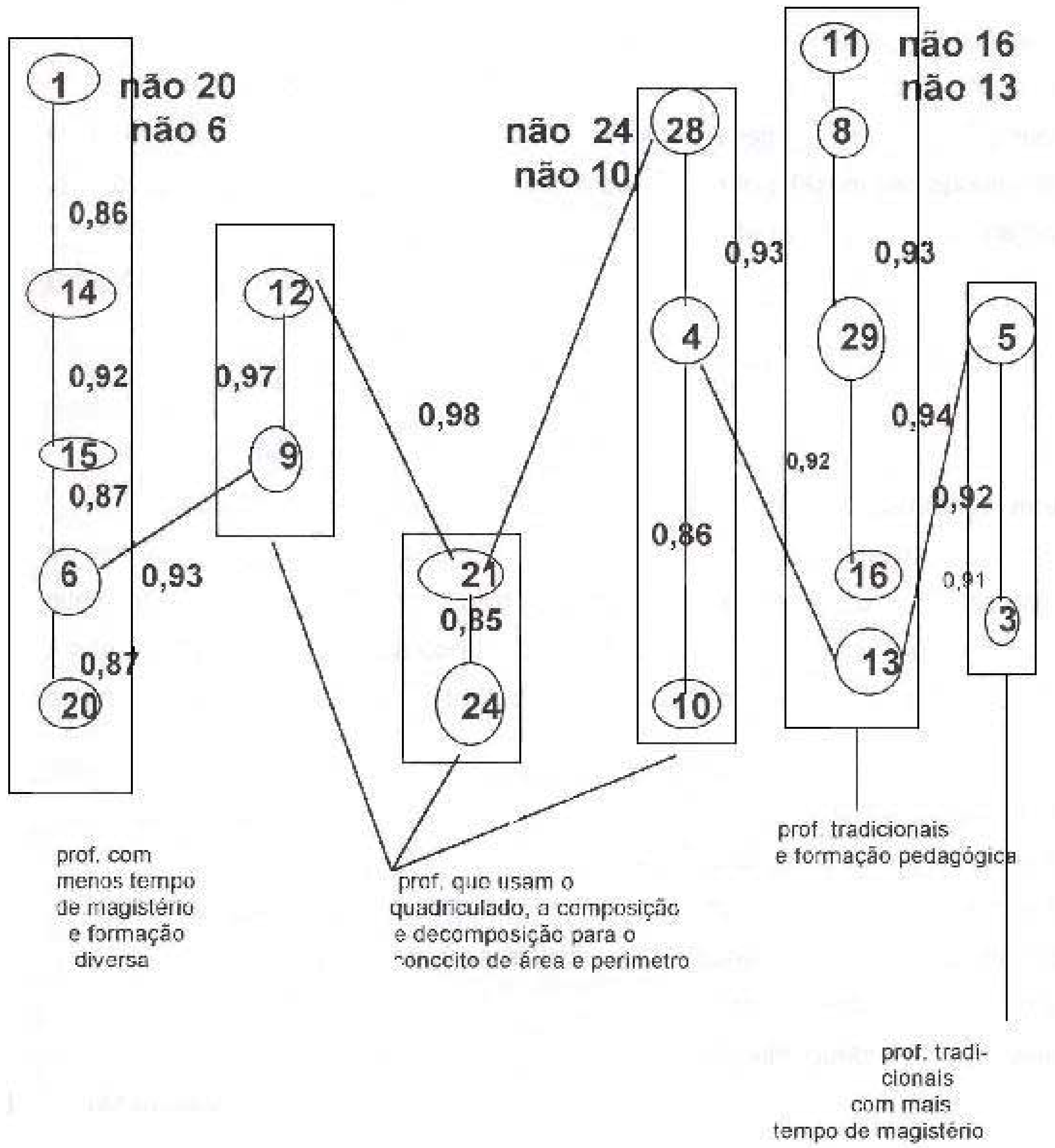
Podemos verificar que os professores que têm menos tempo de magistério, isto é, de 5 a 10 anos, usam o quadriculado para iniciar o conceito de perímetro e de área, e ainda o trabalho com o recorte.

Os profissionais que iniciam os conceitos pela fórmula não fazem uso de estórias infantis e não trabalham o quadriculado.

Os professores de 1ª à 4ª série lançam mão de figuras não usuais, têm outra formação acadêmica, ou seja, não são pedagogos, e usam material concreto para iniciar o conceito de área e perímetro.

Verificamos também que os professores que fornecem o tangram pronto para seus alunos não sabem trabalhar o recorte e colagem, nem qual é a diferença entre área e superfície.

Análise Implicativa



Podemos verificar em nossa Análise Implicativa que os professores com menos tempo de magistério trabalham figuras não usuais, trabalham o quadriculado, têm curso diverso, mas não trabalham o tangram.

Já os professores que usam o quadriculado, a composição e decomposição para iniciar o conceito de área e perímetro, têm o curso Magistério e usam estórias infantis, mas não trabalham com o material concreto. A nossa análise implicativa nos mostra que quem trabalha estórias infantis são professores apenas com o curso Magistério como formação, e que quem tem uma formação pedagógica trabalha com figuras usuais. Os professores que souberam responder qual a diferença entre área e superfície trabalham o material concreto em todas as situações. Os professores tradicionais ensinam pela fórmula, não trabalham estórias infantis, não trabalham o quadriculado e fazem uso apenas de figuras usuais. Os professores que têm mais tempo de magistério e formação pedagógica fazem uso de figuras usuais apenas.

ANÁLISE A PRIORI DA ORIENTAÇÃO TÉCNICA

As atividades escolhidas por nós foram as que seguem. Usamos duas estórias infantis através das quais foram apresentados para os alunos de 3ª e 4ª séries do 1º grau os conceitos de perímetro e área, e quadriculado com figuras usuais como o quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o triângulo. Trabalhamos a construção do jogo chinês chamado Tangram com os professores e a construção livre de figuras para o cálculo da área de cada uma delas.

Para os professores de 5ª à 8ª séries, utilizamos o quadriculado com figuras usuais e não usuais. No primeiro momento trabalhamos com quadrados e retângulos e, logo em seguida, ainda usando o quadriculado com a composição e decomposição. Apresentamos o paralelogramo, o triângulo o trapézio e figuras não usuais para que fossem calculados a área e o perímetro. Ainda explorando o recorte e colagem na mesma atividade, trabalhamos um quebra-cabeça com figuras usuais.

Outra atividade foi trabalhar as concepções espontâneas dos alunos através de 4 (quatro) plantas de casas, onde fixamos a área e variamos o perímetro, e vice-versa. Trabalhamos ainda o Tangram, para mostrar que podemos ter a mesma área e perímetros distintos, quadriculamos cada peça do Tangram para que os alunos pudessem calcular individualmente o valor da área e, logo em seguida, o valor total da área de cada figura obtida com as 7 (sete) peças.

Foi trabalhada a fórmula de Pick, com figuras usuais e não usuais, com ponto interior e sem ponto interior, para levá-Ios a sentir a necessidade de se estipular uma fórmula para o cálculo de área e perímetro.

Propusemos atividades cujo objetivo é o estabelecimento das fórmulas que possibilitam o cálculo da área do triângulo, do paralelogramo e do trapézio.

Fizemos um estudo comparativo entre o Teorema de Pitágoras relacionado com a área e o Trinômio Quadrado Perfeito também relacionado com a área, objetivando propor uma atividade de resolução de problemas no qual uma das ferramentas é o conceito de área.

As atividades que escolhemos para a formação do conceito foram aquelas através das quais trabalhamos as estórias infantis, o quadriculado e a composição e decomposição, para figuras usuais e não usuais, e desenvolvemos trabalho com as plantas de casas e com o Tangram.

As atividades escolhidas para a fixação dos conceitos foram aquelas através das quais trabalhamos a Fórmula de Pick, e o estabelecimento da fórmula da área para o triângulo, paralelogramo e trapézio. Já as atividades que envolvem um estudo comparativo entre o Teorema de Pitágoras com áreas e o Trinômio Quadrado Perfeito, também comparando-se com áreas, foram escolhidas como ensino aprendizagem para outros conceitos.

É a seguinte a composição das atividades:

a) atividades matemáticas de resolução de problemas;

b) uma parte mais didática tendo como objetivo levar os professores a refletir as atividades tanto em nível matemático, como em nível didático, levantando os aspectos positivos e negativos de cada uma.

ATIVIDADE - 1 - ESTÓRIAS INFANTIS

AMELINHA A ABELHINHA

Amelinha é uma abelhinha operária que trabalha muito, ela sai de sua colméia todos os dias para pegar pólen nas flores de laranjeiras que foram plantadas da maneira como se vê abaixo:

1 •	2 •	3 •	4 •	5 •
12 •				6 •
11 •	10 •	9 •	8 •	7 •

Ela iniciou seu vôo pela flor de número 1, *depois voou em linha reta para a flor de número* 2, *depois para a flor de número* 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 *retornando para a flor de número* 1. *Como já estava exausta resolveu retornar para a sua colmeia.*

A *distância de uma flor para outra podemos chamar de* "*u*".

— *Faça o caminho de Amelinha com seu lápis.*

— *Vamos contar quantos* "*u*" *Amelinha andou?*

— *Você já contou?*

— *Vamos dar um nome específico para a soma de todos esses* "*u*"?

— *Então vamos chamá-la de perímetro.*

— *Você já percebeu o que Amelinha fez?*

— *Ela andou ao redor da plantação das flores de laranjeiras.*

— *Portanto você acabou de calcular o perímetro da plantação de laranjeiras.*

Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o conceito perímetro através deste tipo de situação?

ATIVIDADE 2

Era uma vez um urso chamado Juca, que vivia em uma linda floresta.

Como o nosso amiguinho gostava de comer além da conta, saía várias vezes de sua casa à *procura de comida. Vamos acompanhá-lo?*

— *Pinte de azul cada quadradinho em que Juca procurou a sua comida.*

O *nosso amiguinho urso iniciou sua busca primeiro no quadrado de número* 1, *depois nos quadrados* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,20.

	1	14	13	12					21	22	23	24	25		
	2	15	16	11									26		
	3	20	17	10						30	29	28	27		
	4	19	18	9											
	5	6	7	8											

Você já pintou?

Vamos ver o que você fez?

Vamos dar um nome para todos estes quadradinhos pintados de azul?

A região pintada de azul podemos chamá-la de **superfície.**

Agora conte quantos quadradinhos você pintou de azul.

Já contou?

Quantos foram?

Pois bem, o que você acabou de fazer quando contou os quadradinhos foi calcular a ***área*** da figura, que você mesmo pintou.

Vamos ajudar o nosso amiguinho mais um pouquinho?

Pinte de vermelho os quadrados de números 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Podemos chamar a região que você pintou de vermelho de: _____________

Conte quantos quadradinhos foram pintados de vermelho.

Quantos foram? ________________

Quando você pintou os quadradinhos de vermelho e em seguida contou, o que você calculou? __________________________________

Agora escreva com suas palavras o que você entendeu por:

Superfície ____

Área ____

Perímetro ____

Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

OBJETIVO DAS ATIVIDADES 1 e 2

Utilizamos para estas atividades estórias infantis tanto para a apresentação do conceito de perímetro, como para a apresentação do conceito de área.

O objetivo destas duas atividades é fazer com que o professor utilize estórias infantis como recurso para iniciar o conceito de perímetro e área; com isso o professor já estará trabalhando a passagem do quadro geométrico para o quadro numérico, quando o aluno passa a contar os **"u"** para o cálculo do perímetro e os quadradinhos para o cálculo da área.

ANÁLISE A PRIORI DAS ATIVIDADES 1 E 2

Acreditamos que os professores terão problemas para diferenciar superfície e área.

Se as estórias não forem lidas com atenção, talvez haja algum questionamento quanto ao percurso da abelha, pois deixamos bem claro que, na nossa estória a abelha voa em linha reta, e não em arcos como é na realidade.

Um dos problemas quanto à atenção na leitura da estória é que os professores poderão não fechar o percurso da abelha.

Quanto à questão de saber qual é a diferença entre superfície e área, os professores poderão achar que não há diferença entre elas.

ATIVIDADE 3

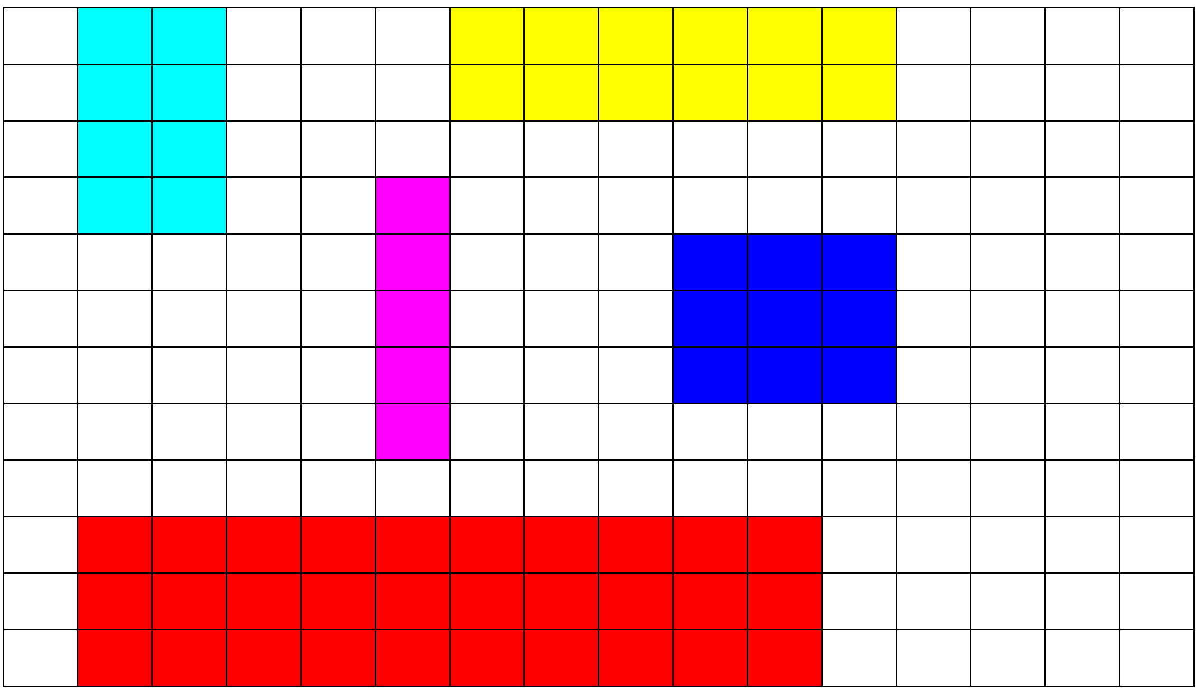
1) Temos abaixo cinco figuras geométricas planas.

   Calcule separadamente a área e o perímetro de cada figura.

2) Como você explicaria este tipo de exercício?

3) Você poderia criar alguma operação para o cálculo da área, e para o cálculo do perímetro para não ter que ficar contando quadradinhos todas as vezes que for pedido para se calcular a área destas figuras?

4) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?



OBJETIVOS DA ATIVIDADE 3

Esta atividade envolve o quadriculado de figuras usuais como o quadrado e o retângulo.

O objetivo desta atividade é fazer com que o professor leve o aluno a sentir necessidade de algo mais prático (como, por exemplo, uma relação entre os lados), do que contar quadradinhos para o cálculo de área e perímetro. O aluno poderá, com a ajuda do professor, trabalhar as propriedades associativa e comutativa.

O professor poderá levar os alunos a trabalhar os jogos de quadros, deverá Ter bem claro que esta atividade poderá proporcionar aos alunos uma nova ferramenta para o cálculo de área além daquela que já foi vista, que é a contagem de quadradinhos.

O professor também poderá levar os alunos a perceber a necessidade de se fazer uma relação entre os lados, induzindo dessa forma uma fórmula para se calcular a área e o perímetro.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 3

Os professores poderão confundir área e perímetro, a confusão “possível” entre área e perímetro, se houver, é porque ambos os termos são introduzidos ao mesmo tempo, quando pedimos neste atividade que levem os alunos a descobrirem uma maneira mais prática de se calcular a área e o perímetro.

Por exemplo, quando falamos em retângulo, com dimensões x e y para o cálculo do perímetro será 2x+2y, e para o cálculo da área x.y.

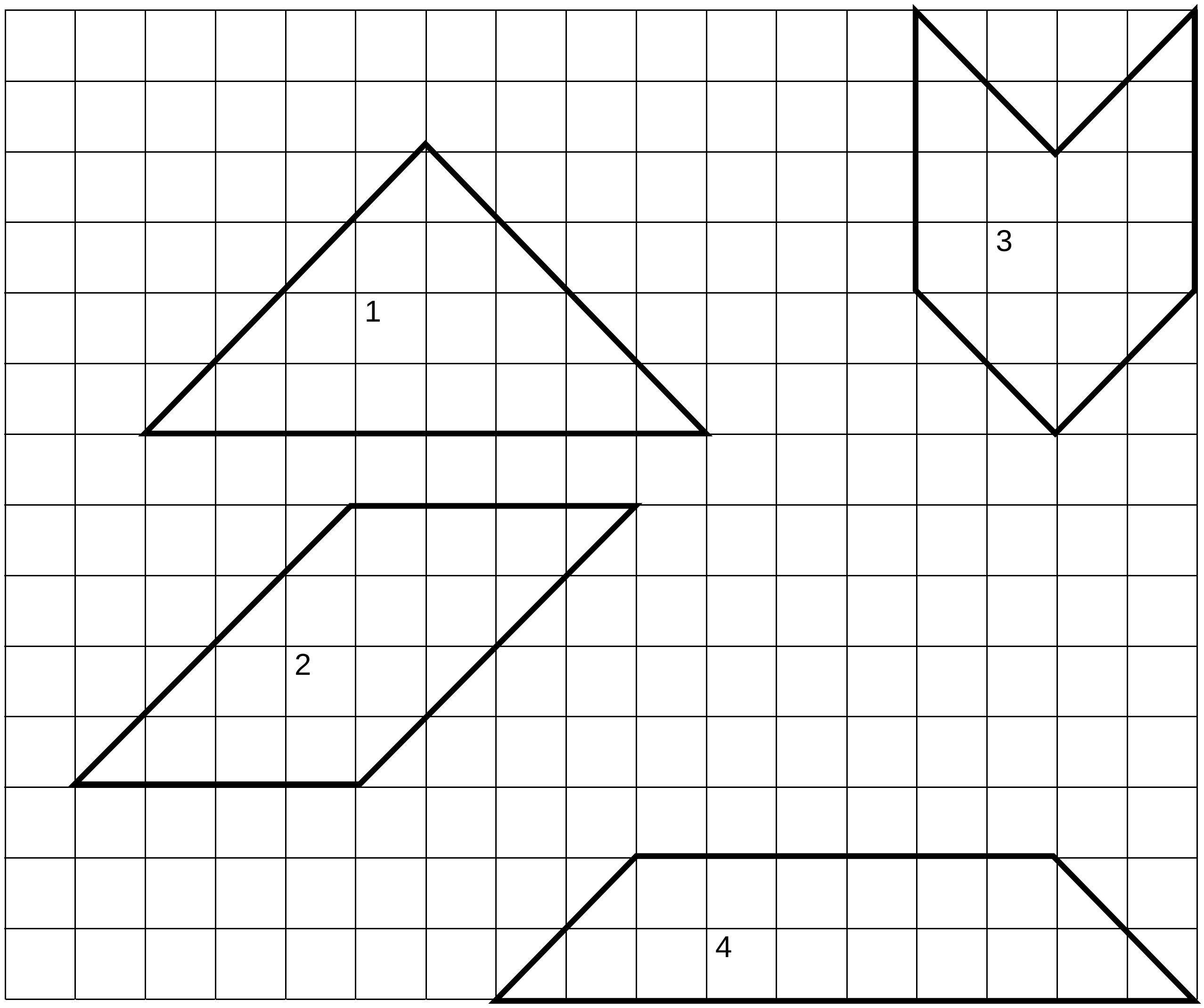
O erro mais comum, quando for pedida a área, será efetuar a seguinte operação 2xy.

Para se calcular o perímetro de um quadrado podemos utilizar a fórmula 4.x, o que poderá vir a ocorrer quando se pede para se calcular a área é $4x^2$.

Talvez os professores não lembrem como se trabalham as propriedades associativas e comutativas quando falamos em fórmulas, este caso poderá vir a dificultar o estabelecimento das fórmulas da área e do perímetro.

ATIVIDADE 4

Observe as figuras geométricas que estão no quadriculado.



1) Os alunos já conhecem o quadrado e o retângulo e sabem como calcular sua área e seu perímetro

Use a composição e a decomposição para transformar cada uma das figuras usuais e a figura não usual em retângulo e quadrado.

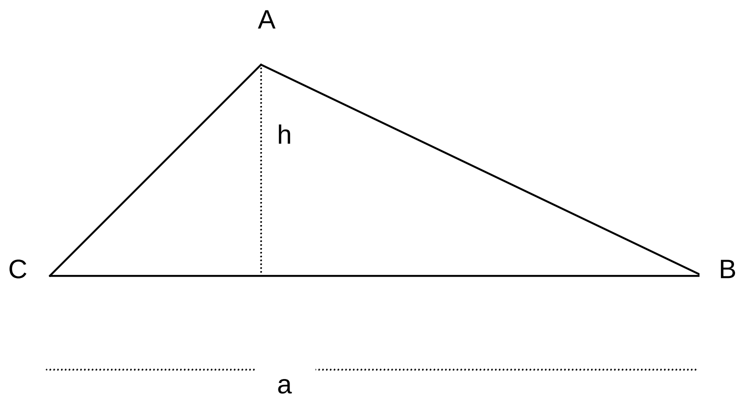
2) Peça aos seus alunos para que calculem a área e o perímetro de cada figura geométrica do quadriculado.

3) Como você levaria os seus alunos a justificar as relações entre as áreas das figuras geométricas?

4) Quais conclusões você tiraria a respeito das áreas das figuras?

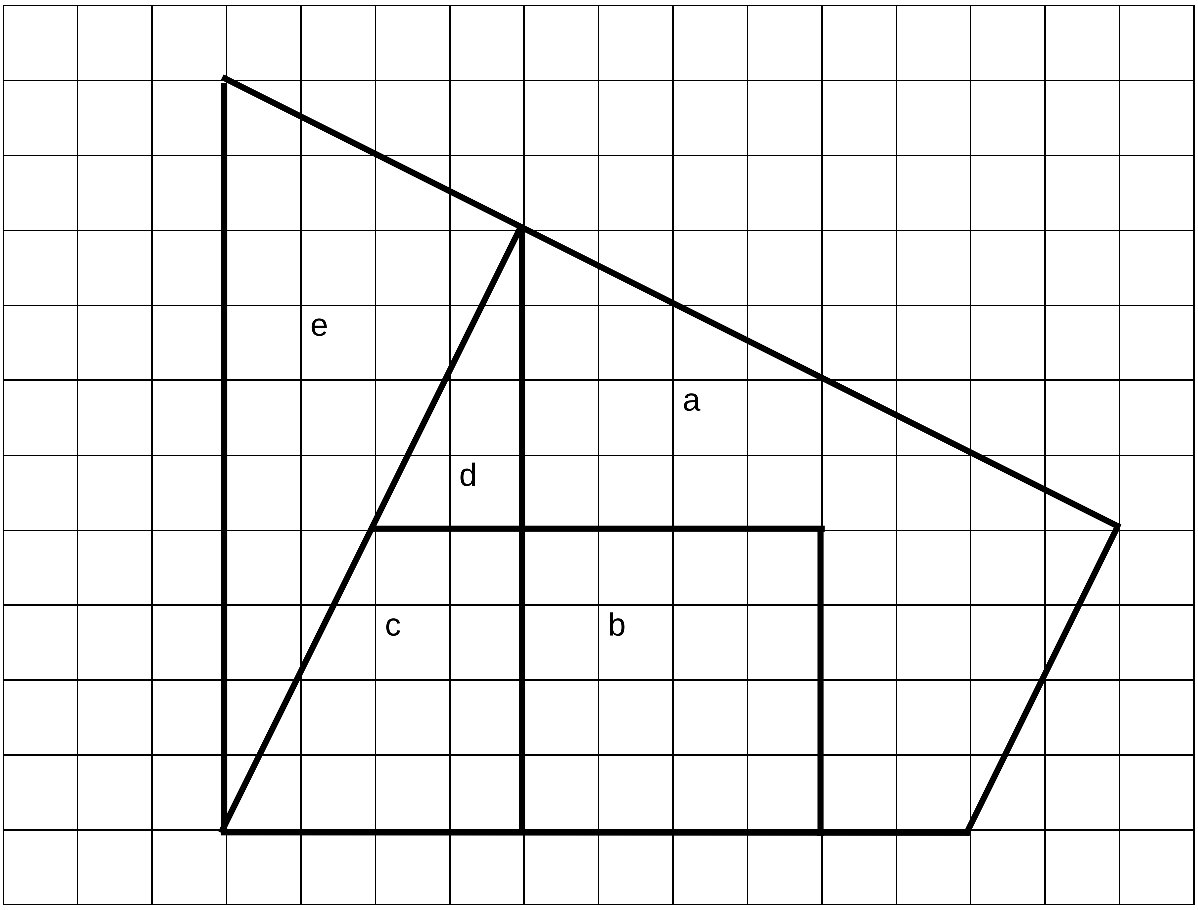
5) Quais conclusões você tiraria a respeito do perímetro?

Observe a figura 7.



7) Como você calcularia a área da figura 7. Pela fórmula?
Observe as cinco figuras que estão no quadriculado abaixo.

8) Como você calcularia a área destas figuras?
   a) Utilizando a fórmula, para cada figura?
   b) Utilizaria a composição e a decomposição, e montaria outra figura?
   c) Que tipo de figura podemos obter se utilizarmos a composição e a decomposição?



8) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

OBJETIVO DA ATIVIDADE 4

Nesta atividade temos o quadriculado e, como figuras, temos o triângulo, o paralelogramo, o trapézio e um outro polígono que não é usual, é pedido que se calcule a área de todos eles através da composição e decomposição

Ainda na mesma atividade fornecemos 5 (cinco) peças de um quebra-cabeça sendo 4 figuras usuais e 1 figura não usual, num quadriculado, e é pedido que se monte outra figura através da composição e decomposição e que se efetue o cálculo da área.

O objetivo desta atividade é trabalhar a composição e decomposição, e em seguida a passagem do quadro geométrico para o numérico

O professor deverá levar o aluno a perceber a diferença entre superfície e contorno, estabelecendo comparações entre ambos, fazendo-o verificar que, fixando a variável área, podemos ter perímetros distintos, e, fixando o perímetro, podemos variar a área.

O professor poderá fazer com que o aluno, com a composição e decomposição, trabalhe uma figura usual que ele já conhece, que é o retângulo.

Poderá também levar os alunos a trabalharem a composição e a decomposição de triângulos e transformá-los em quadrados, paralelogramos em quadrados, todos com a mesma área e perímetros distintos. Logo em seguida a trabalharem a composição e decomposição para triângulos e paralelogramos até obterem retângulos.

Em outro momento com o trabalho da composição e decomposição de figuras não usuais, para que cheguem também no retângulo, o professor poderá explorar a criatividade dos alunos.

O jogo da montagem de peças, que é a última atividade, é o mais criativo possível. Os alunos poderão chegar em uma figura usual já do seu conhecimento, o professor poderá deixar que os aprendizes resolvam esta atividade da maneira que quiserem. Os alunos descobriram a fórmula do retângulo, portanto a tendência é chegar a uma figura retangular. Com este tipo de atividade os professores poderão deixar bem claro o que é a mudança de quadros, e qual é a ferramenta que deverá ser usada para se atingir o objeto da aprendizagem.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 4

Os professores poderão vir a questionar o fato de um triângulo transforma-se em um quadrado e não um retângulo como foi pedido.

O paralelogramo depois da composição e decomposição também se transformará em um quadrado, a mesma coisa podemos dizer da figura 3, que é uma figura não usual.

Todas elas têm a mesma área e podemos supor que os professores achem que terão também o mesmo perímetro.

Trabalharemos também com um triângulo escaleno para que se transforme em um retângulo; a dificuldade que os professores poderão vir a apresentar é quanto à maneira de transformá-lo; poderão não vir a pensar na passagem do triângulo a paralelogramo e este a retângulo.

Na última atividade, que é um quebra cabeça com 5 peças, talvez os professores não consigam chegar a um retângulo, pois com 4 peças pode-se montar um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 5

1) São dadas quatro plantas de casas abaixo. Forme duplas com seus alunos.
2) Recorte-as separadamente, a planta de número 1, 2, 3, e 4.

Faça com que seus alunos calculem a área e o perímetro, também separadamente, e anotem em uma folha de papel.

3) Os alunos deverão pegar a planta de número 1, recortar cada aposento e remontá-la da maneira que quiserem. Em seguida deverão calcular a área e o perímetro da nova montagem, sempre fazendo anotações em uma folha de papel. 0 mesmo deverá ser feito em relação às plantas de número 2, 3, e 4.
4) Como você explicaria a igualdade das áreas, mesmo fazendo outras montagens e o perímetro variando?
5) Qual a conclusão a que você chegou?
6) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

				plan-	ta 1											
	ban		dor1			cozi		área								
								de								
								serv								
	dor2															
				sala												
						plan-	ta	2								
			cor	re	dor										área	
Banh										sala					de	
			dor 1			dor 2									serv	
	paln-	ta 3										plan-	ta 4			
		sa	la							sa	la					
								ba	nho	dor 1			dor 2			
	ba	nho		dor 1												
								cor	re			dor 3				
Cor	re	dor		dor 2				co	zi	nha						
Co	zi	nha														
				dor 3				área	de	ser	viço					
Área	de	serv														

OBJETIVO DA ATIVIDADE 5

Esta atividade constitui-se de 4 (quatro) plantas de casas, sendo que duas r a duas elas têm a mesma área e o mesmo perímetro.

Seu objetivo é trabalhar a composição e a decomposição de figuras não usuais e figuras usuais, e as concepções espontâneas dos alunos sobre a área e o perímetro.

Trabalhar a passagem do quadro geométrico para o quadro numérico é levar o aluno a sentir a necessidade de trabalhar uma fórmula para o cálculo de área.

O professor poderá levar os alunos aperceber que podemos ter várias figuras de mesma área sem necessariamente ter o mesmo perímetro, e vice-versa. Com este tipo de atividade, os professores trabalharão a composição e a decomposição, que já são do conhecimento do aluno, o que deixará claro o conceito de área e perímetro, já que em duas plantas foram fixadas as áreas e em outras duas foram fixados os perímetros.

Mais uma vez entra aí a criatividade de cada dupla, pois de qualquer maneira que estes vierem a montar as plantas 1 e 2, obterão a mesma área para perímetros distintos. Esta aí uma ferramenta poderosíssima para serem entendidos os conceitos em questão.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 5

Como são fornecidas 4 plantas, duas com a mesma área e duas com o mesmo perímetro, quando pedimos aos professores que recortem cada aposento das plantas e façam uma remontagem aleatória, talvez achem que mudando a disposição dos aposentos das plantas haverá alteração em sua área.

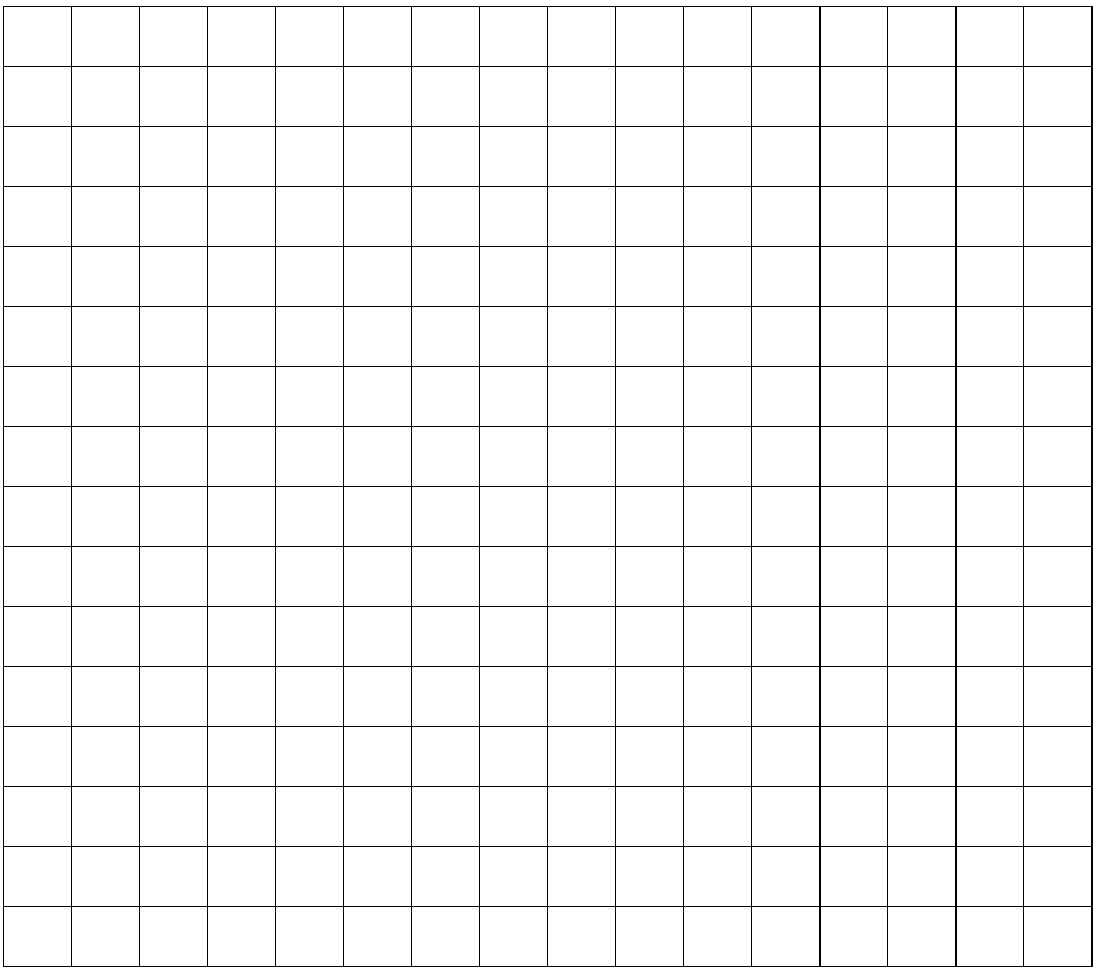
Os professores poderão vir a utilizar a contagem dos quadradinhos e não a fórmula para o cálculo da área que eles já conhecem, já que todas as divisões das plantas são quadrados e retângulos.

Antes de recortar a planta será pedido que se calculem a área e o perímetro; os professores poderão vir a calcular separadamente e não a planta total.

ATIVIDADE 6

1) Vamos construir juntos o jogo chinês chamado tangram.
2) Vamos fornecer um quadrado de 16 cm de lado, para obtermos 7 peças, que são os componentes do jogo.
3) A seguir você poderá usar a sua criatividade e montar qualquer figura geométrica que quiser.
4) Depois de obter as 7 peças do jogo o professor calculará a área e o perímetro de cada figura.

Para o cálculo da área o professor poderá utilizar a contagem de quadradinhos ou a fórmula.



Para O cálculo do perímetro o professor poderá utilizar uma régua, quando se tratar da diagonal do quadradinho.

Calculando a área de cada figura separadamente e somando-as o professor poderá mostrar para o aluno que qualquer figura que ele vier a montar, usando a sua criatividade, verifica-se o mesmo valor para a área e valor diferenciado para o perímetro.

5) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de atividade?

OBJETIVO DA ATIVIDADE 6

Esta atividade consiste em fornecer para os alunos um quadrado todo quadriculado, e em seguida fazerem-se os devidos recortes para se chegar ao Tangram um jogo consistuído de 7 (sete) peças.

O objetivo da atividade é fazer com que o professor monte junto com os alunos o Tangram, para que eles saibam como foi obtida cada figura geométrica.

Em primeiro lugar devem-se calcular a área e o perímetro do quadrado fornecido e anotar em uma folha de papel. Conforme o tangram está sendo confeccionado, calculam-se a área e o perímetro de cada figura obtida.

Em seguida o professor poderá usar a criatividade dos alunos para que montem as figuras geométricas que quiserem sempre utilizando as 7(sete) peças.

Os professores poderão levar os alunos a perceber que não importa que tipo de figura os alunos venham a montar, eles irão obter sempre a mesma área com perímetros distintos.

Poderão ainda explorar a equivalência de peças, ou seja, qual a relação entre as áreas e perímetros de figuras iguais.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 6

Poderá haver alguma demora na construção do tangram para os professores de 1ª à 4ª série por falta de conhecimento do vocabulário matemático, como por exemplo, ponto médio, diagonal e vértices. Esses conceitos intervêm na construção do tangram, porque fazemos uso deles para efetuar a dobradura do papel.

Poderá ainda haver dificuldade na identificação dos polígonos que se originam do recorte do tangram ainda para os professores de 1ª à 4ª série do 1º grau. Quando se pedir o cálculo da área das figuras, os professores poderão vir a contar quadradinhos e não usar a fórmula da área, por ser mais fácil e mais rápido.

Quando for pedido para se usar a criatividade para se construir figuras quaisquer, para os professores de 5ª à 8ª série do 1º grau a tendência será a construção de figuras geométricas.

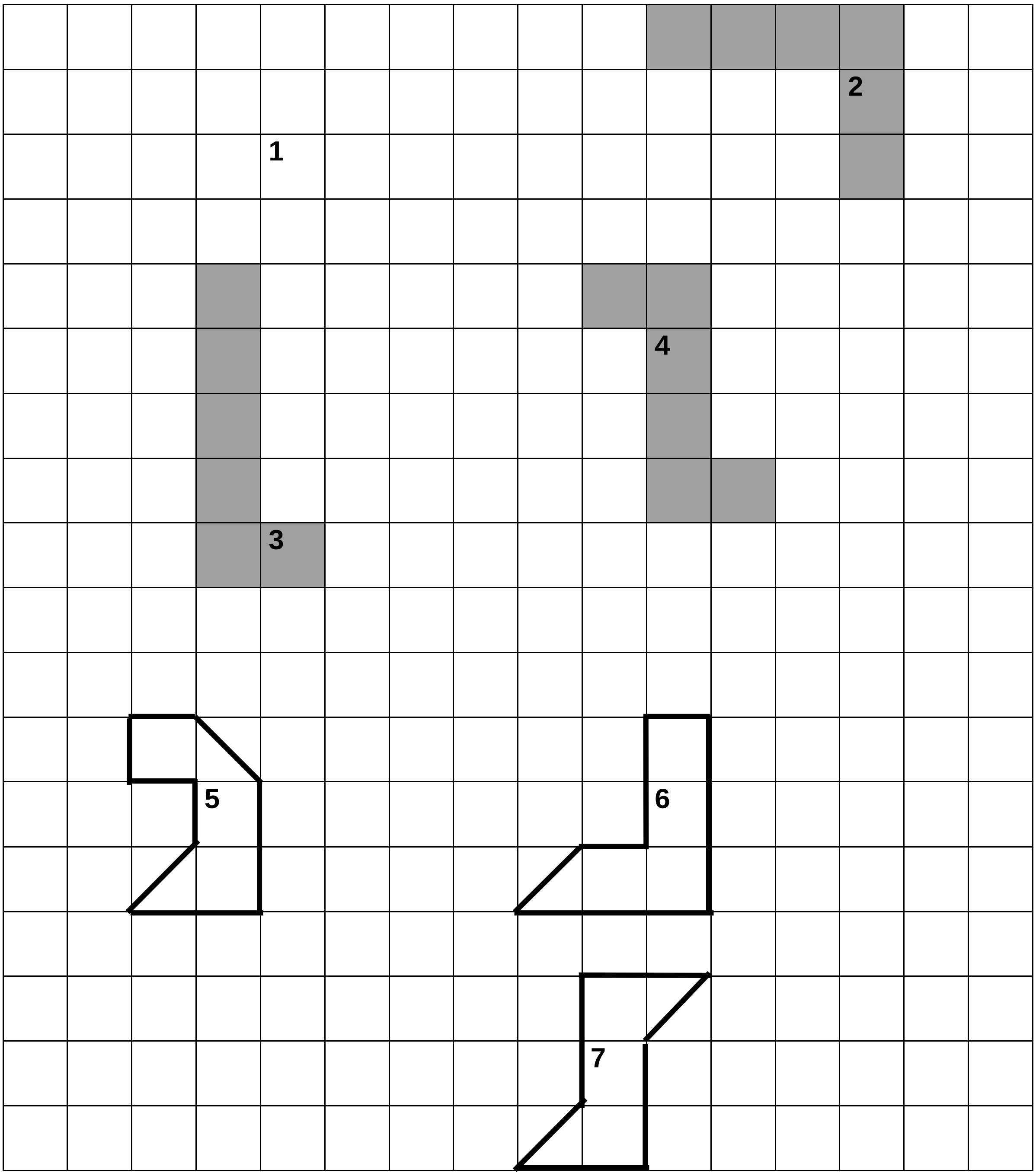
Quanto ao cálculo do perímetro, os professores de 1ª à 4ª série do 1º grau tenderão a usar a régua para todas as figuras, já os professores de 5ª à 8ª série do 1º grau tenderão a contar as bordas, sem fazer uso da fórmula do perímetro.

ATIVIDADE 7(*)

PARTE (A)

Você tem 7 figuras distintas e não usuais, numa folha de papel quadriculado.

(*) A idéia dessa atividade foi extraída do artigo de Ruy Madsen Barbosa, Revista de Educação Matemática Ano 5, nº 3, pag 51- janeiro/1997



Consideremos os polígonos números 1, 2, 3 e 4, contando para cada um o número F de pontos da fronteira (borda, contôrno, polígonal), que são **nós** do quadriculado e calculemos a respectiva área contando cada quadradinho como unidade de área; vamos chamá-la de A.

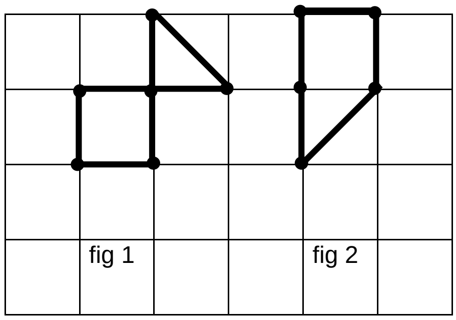
Observando os quatro pares respectivos de valores de F e A, tente descobrir qual é a relação que existe entre eles.

Já pensou?

Qual a relação que existe entre A e F?

Você pode verificar que dividindo F por 2 e subtraindo uma unidade obtemos o valor de A, que é a área da figura número 1 e análogo as figuras número 2, 3 e 4.

Essa fórmula que você acabou de descobrir chama-se Fórmula de Pick Devemos esclarecer aqui que esta fórmula aplica-se somente para as figuras "pickianas" exemplo, de uma figura onde não se aplica a fórmula de Pick.



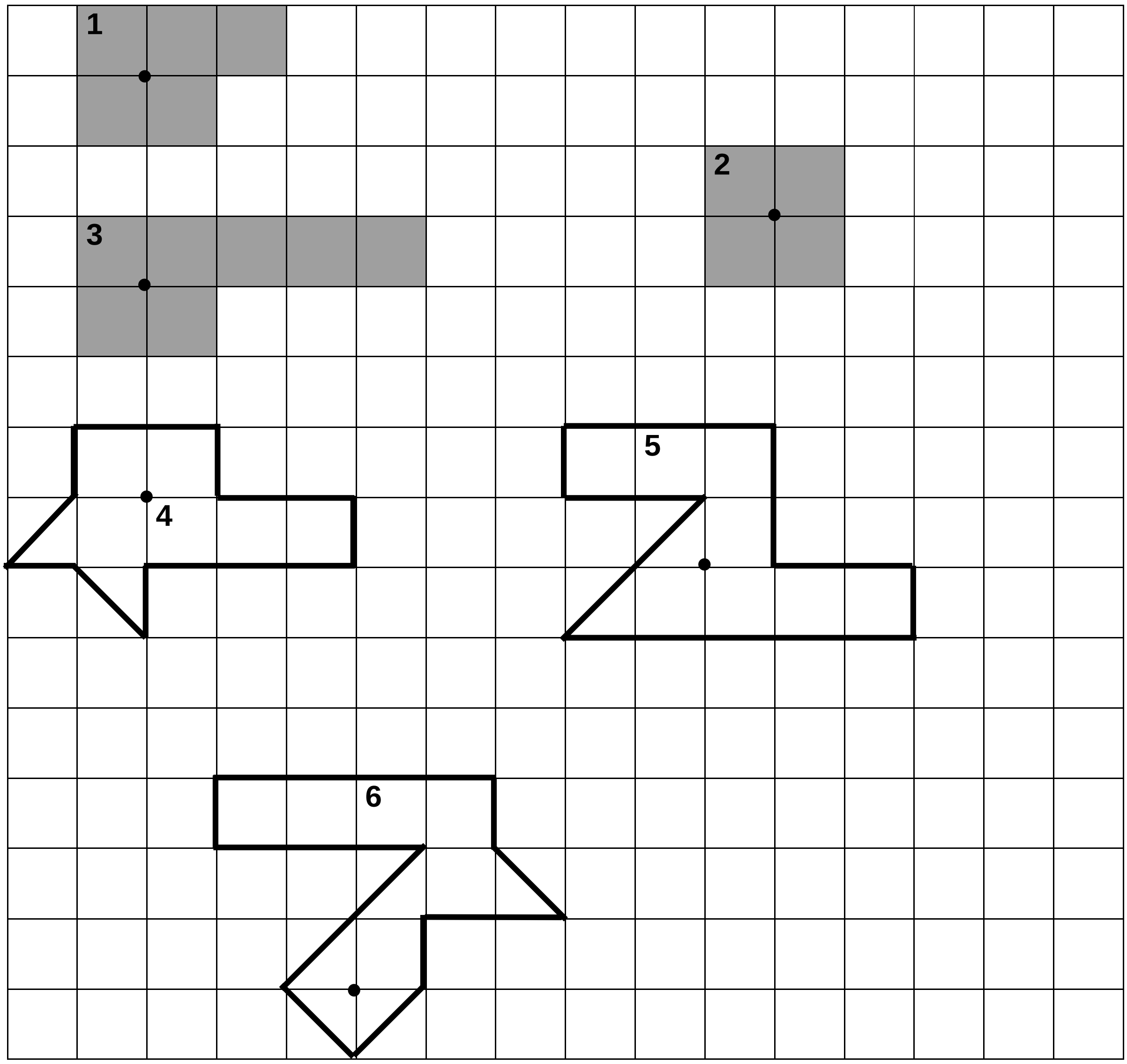
Para esta figura não se aplica pois em cada nó só concorrem dois elementos do contorno (fig. 1).

Regra: o número de nós é igual ao número de elementos de contornos (fig. 2).

ATIVIDADE 7

PARTE(B)

Nesta atividade que é um polígono que tem um ponto interior, o procedimento da contagem dos lados ou bordas e do interior dos quadradinhos é o mesmo. Vejamos qual é a diferença da fórmula que você acabou de descobrir, quando o polígono não tinha nenhum ponto interior e quando o polígono tem um ponto interior. Verifique qual a relação entre a fórmula de Pick quando o polígono não tem nenhum ponto interior e quando o polígono tem 1 ponto interior.



ATIVIDADE 7

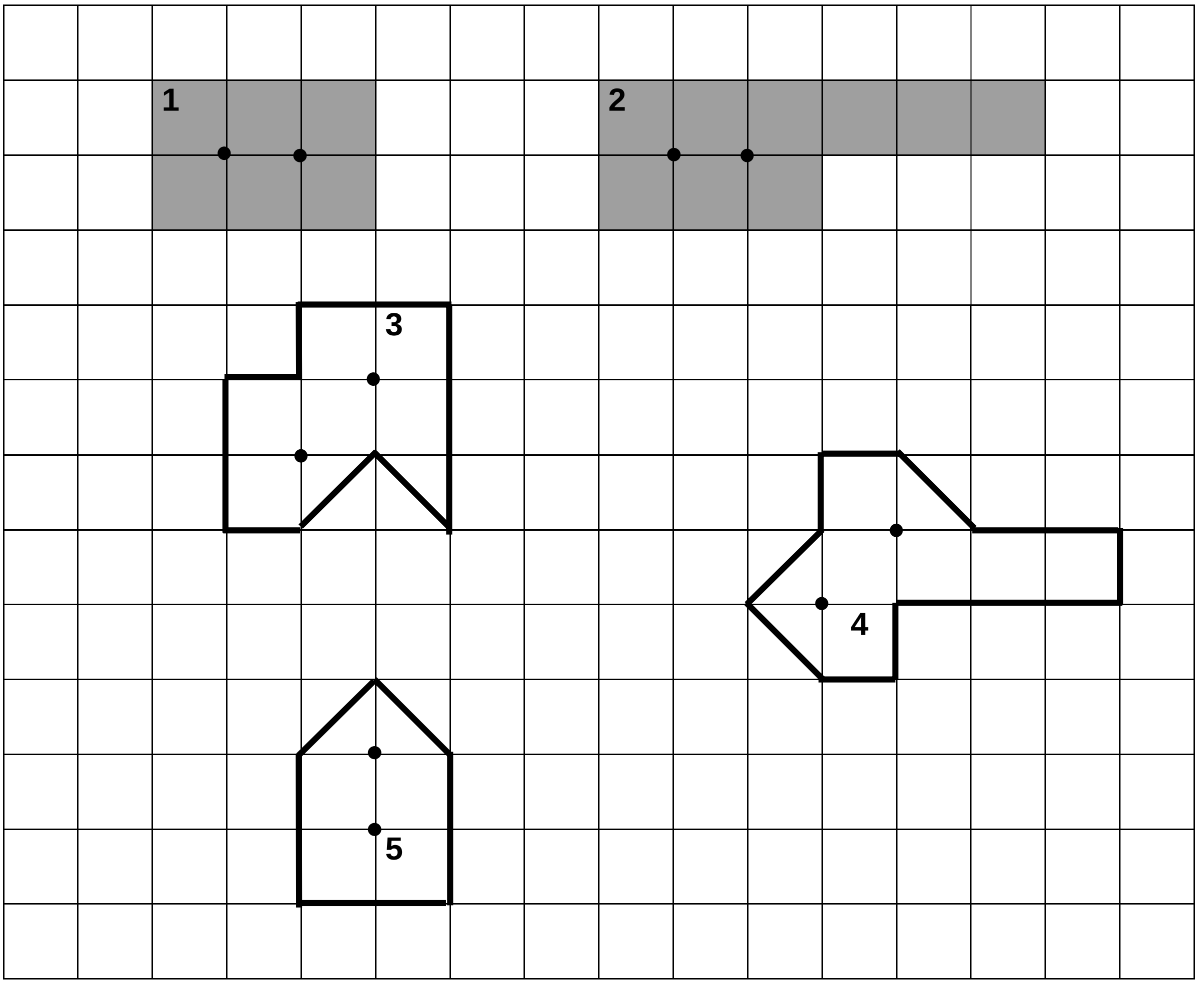
PARTE (C)

Vamos trabalhar com dois pontos no interior do polígono.

Faça a contagem das bordas e a contagem dos quadradinhos no interior dos polígonos.

Qual é a relação que você pode fazer com as duas fórmulas anteriores, ou seja, quando o polígono não tem nenhum ponto e quando o polígono tem um ponto.

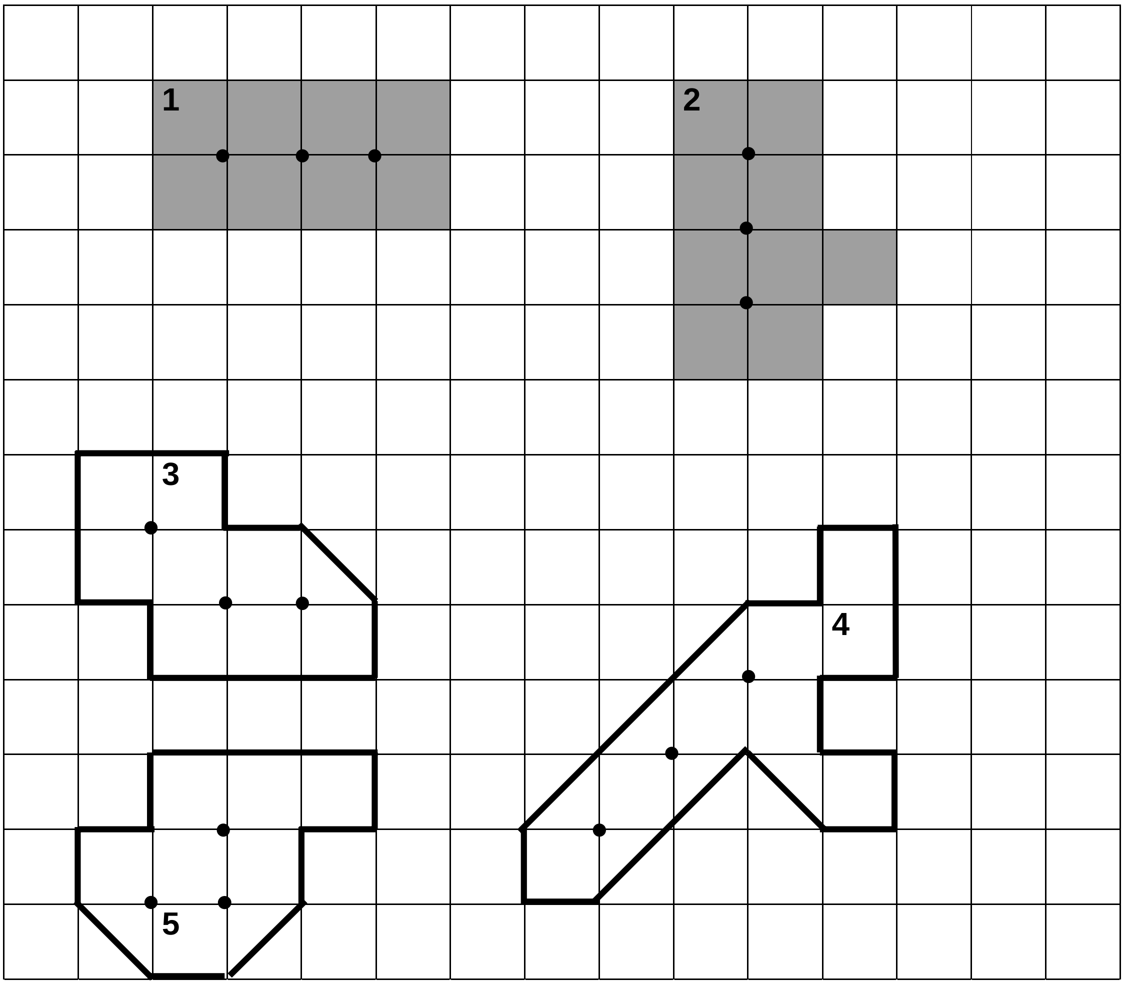
Qual é a conclusão a que você chegou?


1
2
3
4
5

ATIVIDADE 7

PARTE(D)

Agora nós vamos trabalhar com três nós no polígono.



Conte as bordas e os quadradinhos do interior do polígono.

Qual é a relação que você encontrou?

Agora você já tem condições de deduzir uma fórmula única para quando o polígono tem 1, ou 2, ou nenhum ponto interior.

Quais as vantagens em nível conceitual e didático, de se trabalhar a Fórmula de Pick?

OBJETIVO DA ATIVIDADE 7

Nesta atividade pretende-se chegar a fórmula de Pick para o cálculo de área de determinados polígonos satisfazendo a determinadas condições:

O objetivo da atividade é fazer com que o professor passe do quadro geométrico para o numérico.

O professor poderá levar os alunos a sentirem a necessidade de uma fórmula padronizada para o cálculo de área de algumas figuras não usuais.

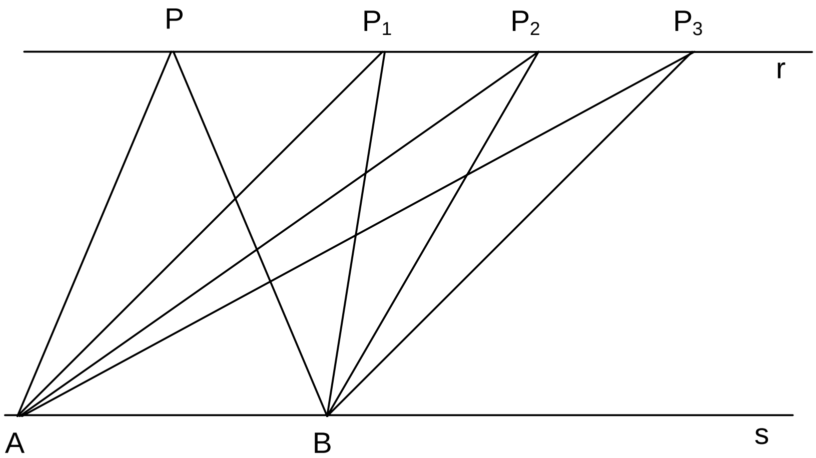
Com esta seqüência de atividades, o professor mostrará aos alunos quais as fórmulas encontradas quando os polígonos não tiverem nenhum ponto interior, quando tiverem 1 (hum) ponto interior quando tiverem 2 (dois) pontos interiores e quando tiverem 3 (três) pontos interiores. Dessa maneira os professores já têm uma ferramenta adequada e suficiente para chegarem a uma fórmula para cada polígono "pickiano".

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 7 itens (a), (b), (c) e (d).

Os professores poderão vir a confundir a contagem do contorno, que chamaremos de F, com o perímetro do polígono de fato para figuras geométricas definidas como retângulo F vem a ser exatamente o perímetro. Mas para o triângulo e figuras não usuais, nas quais trabalharemos com a diagonal do quadrado F, não vem a ser o perímetro. Acreditamos que devemos chegar até a atividade de item d, para que os professores possam vir a estabelecer uma fórmula para o cálculo da área, porque nas primeiras atividades os professores provavelmente não conseguirão fazer nenhuma relação quando os polígonos têm um dois ou nenhum ponto interior.

ATIVIDADE 8

Vamos apresentar a fórmula que permite calcular a área do triângulo para os professores. Vamos iniciar a nossa atividade apresentando o seguinte:



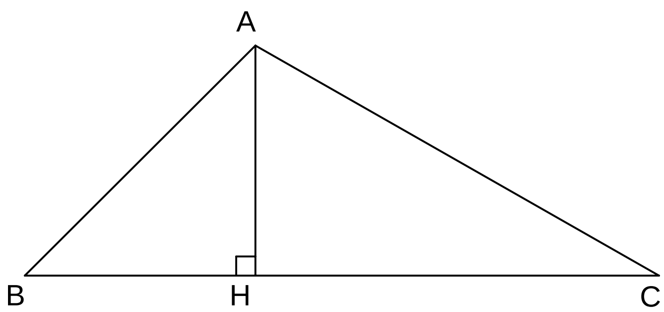
1) Temos duas retas paralelas **r** e **s** e temos os triângulos APB, AP_1B, AP_2B,

Como você levaria seus alunos a identificar a altura de cada triângulo? Identificamos nessa atividade o teorema-em-ação (T12) de Baltar que diz:

Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e *mesma altura têm mesma área.*

2) Compare as áreas de cada triângulo e justifique sua resposta.

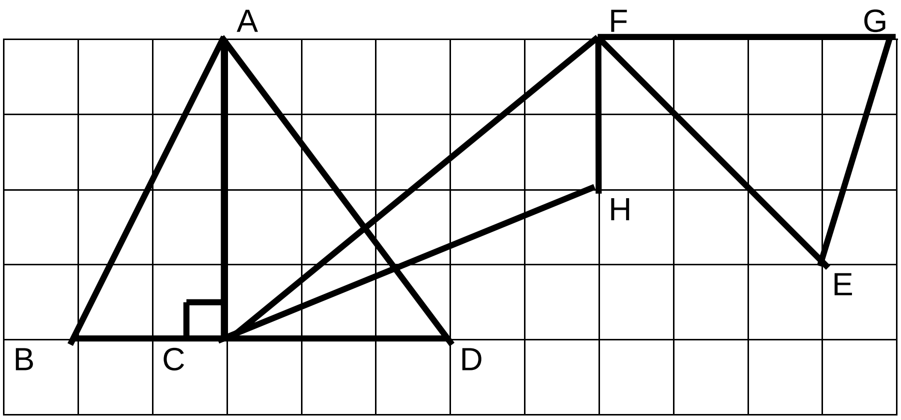
3) Considere o triângulo ABC, como se vê abaixo: A



Como você poderia levar seus alunos a descobrir a fórmula da área do triângulo ABC?

Transformando esse triângulo em um paralelogramo e logo em seguida em um retângulo?

4) Sejam três triângulos, como se vê na figura abaixo:



Nestes triângulos existe uma altura mais fácil de ser visualizada, explique qual é.

5) Explique como você calcularia a área dos triângulos ABC, ABD, EFG e CFH.
6) Encontre um ponto M tal que o triângulo MDB tenha como área o valor 15.
7) Você acha que neste tipo de exercício ficaria bem claro para os alunos o uso da fórmula do cálculo da área de um triângulo?
8) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o conceito área e perímetro para a descoberta da fórmula da área do triângulo a partir deste tipo de situação?(*)

OBJETIVO DA ATIVIDADE 8

Esta atividade consiste na descoberta da fórmula da área do triângulo.

O objetivo desta atividade é fazer com que o professor leve o aluno a entender o porquê da divisão por dois na fórmula para o cálculo da área do triângulo.

(*) A idéia do enunciado foi extraída do Maths 5e p. 200.

O professor poderá levar os alunos a relacionar a fórmula do cálculo da área do triângulo, com a fórmula do cálculo da área do retângulo. E deixar bem claro qual é a altura do triângulo e como esta pode ser encontrada em vários tipos de triângulos.

Com esta atividade, o professor tem em mãos um material bastante rico para trabalhar, por exemplo, a composição e a decomposição, a superposição de figuras para explorar a altura do triângulo, a determinação da altura de um triângulo pode vir a ser fonte de dificuldade no caso do triângulo obtusângulo. Uma vez que o professor deixou bem claro para seus alunos como encontrar a altura de um triângulo qualquer, deverá este partir para a composição e decomposição, transformando os triângulos em retângulos e calculando a área e perímetro destes.

O professor mostrará para seus alunos que todos os triângulos da primeira atividade têm a mesma área e perímetros distintos. No segundo momento da atividade, já que os alunos sabem calcular a área do triângulo através da fórmula que foi estabelecida por eles próprios.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 8

Uma das dificuldades com que os professores poderão vir a deparar-se é como definir altura do triângulo para os alunos nesta primeira atividade.

Uma outra dificuldade é fazer um estudo comparativo entre as áreas dos triângulos APB, AP_1B, AP_2B .... Talvez o próprio professor tenha dificuldade em perceber que as áreas de todos eles são iguais.

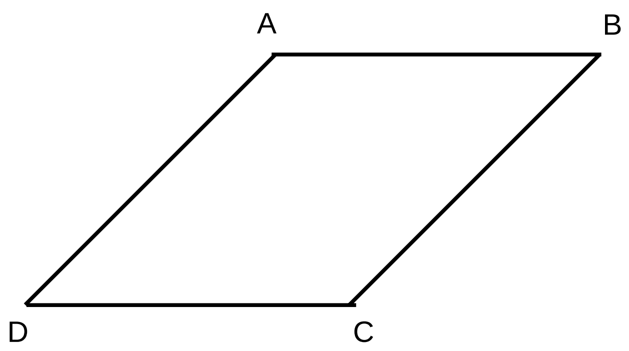
Na terceira atividade, a tendência poderá vir a ser quadricular o triângulo, para daí decompo-lo e compor um paralelogramo e logo em seguida decompo-lo e compo-lo em um retângulo.

Na quarta atividade, a tendência dos professores será usar a fórmula, para o cálculo da área de todos os triângulos, quando perguntamos qual é a altura mais fácil de se visualizar, os professores poderão vir a achar que é a altura do triângulo ABD.

E finalmente quando se questiona o professor para que leve os alunos a uma abordagem que permita descobrir a fórmula da área do triângulo através da composição e decomposição, ele poderá justificar o fato da divisão da fórmula por dois, pois o triângulo é metade de um retângulo, como já foi visto na atividade 3.

ATIVIDADE 9

É dado um paralelogramo ABCD, como se vê abaixo:



1) Como você levaria seus alunos a calcular a área do paralelogramo ABCD através da área do triângulo?
2) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de áreas através deste tipo de situação?
3) Você utilizaria este tipo de atividade em sala de aula? Se sim, explique como você organizaria seus alunos para tal atividade.
   Se não, justifique sua resposta.

OBJETIVO DA ATIVIDADE 9

Esta atividade consiste na descoberta da fórmula da área do paralelogramo a partir da fórmula da área do triângulo, já trabalhada na atividade anterior.

O objetivo desta atividade é o porquê do produto da base pela altura.

A primeira abordagem foi com o papel quadriculado, utilizando a composição e decomposição, quando mostramos que todo paralelogramo pode ser decomposto em um retângulo, daí a igualdade das fórmulas da área do paralelogramo e da área do retângulo.

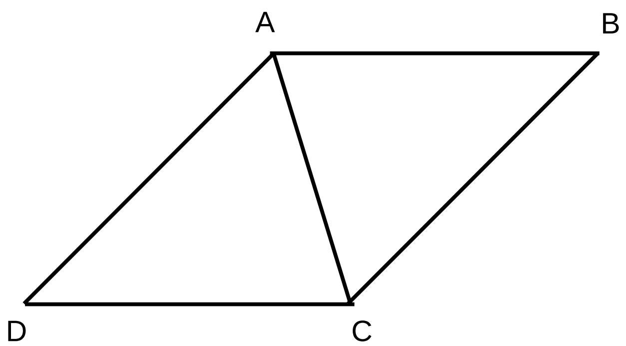
A segunda abordagem é feita por triângulos, a decomposição do paralelogramo em dois triângulos, pois os alunos já sabem manusear a fórmula da área do triângulo.

Fazendo uma relação entre a área do triângulo e paralelogramo, os alunos saberão manusear corretamente a fórmula do paralelogramo em qualquer caso.

Daí vem a importância de o professor mostrar para os alunos com que ferramenta eles estão trabalhando, sabendo justificar corretamente as relações usadas.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 9

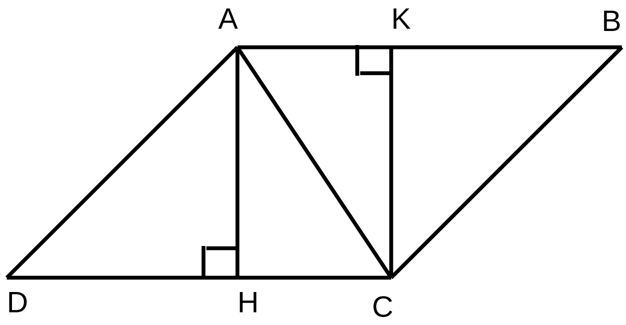
Os professores poderão traçar um segmento de reta que vai do vértice A ao vértice C do paralelogramo.



Obtendo assim dois triângulos ACD e ABC, os professores sentirão necessidade de traçar a altura para cada triângulo, explorando dessa forma a definição que já foi vista na atividade anterior.

A linha de raciocínio poderia ser explicada da seguinte maneira:

- traçando-se as alturas para os triângulos ACD e ABC vem;



A área do triângulo ACD é $CD \cdot \frac{AH}{2}$ e a área do triângulo ABC é $AB \cdot \frac{CK}{2}$ como AH e CK são iguais podemos chamá-los de **h** e as medidas CD e AB também iguais, podemos chamá-las de **b**, daí vem:

$$CD \cdot \frac{AH}{2} + CK \cdot \frac{AB}{2} = A_{paralelogramo}$$

substituindo CD por b, AH por h, CK por h e AB por b vem:

$$b \cdot \frac{h}{2} + \frac{b}{2} = A_{paralelogramo}$$
$$2 \cdot b \cdot \frac{h}{2} = A_{paralelogramo}$$
$$A_{paralelogramo} = b \cdot h$$

O raciocínio é análogo também para paralelogramos do tipo:

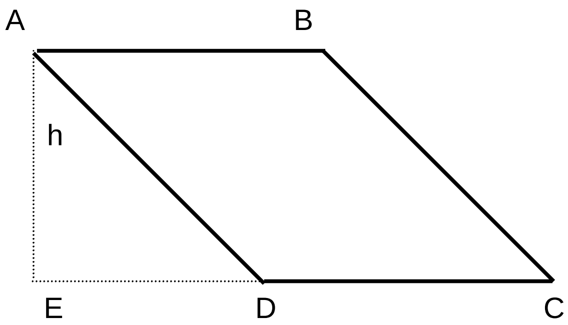


fig. 1

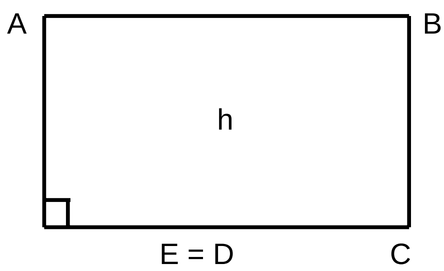


fig. 2

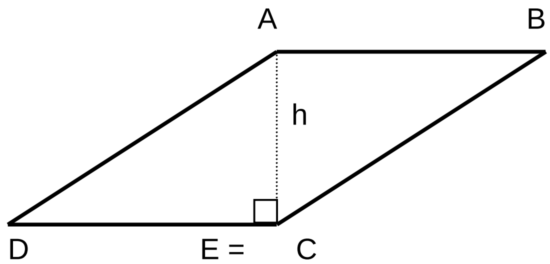


fig. 3

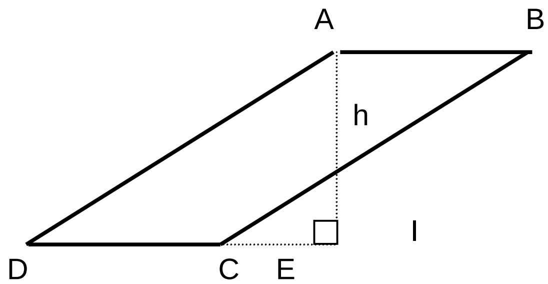
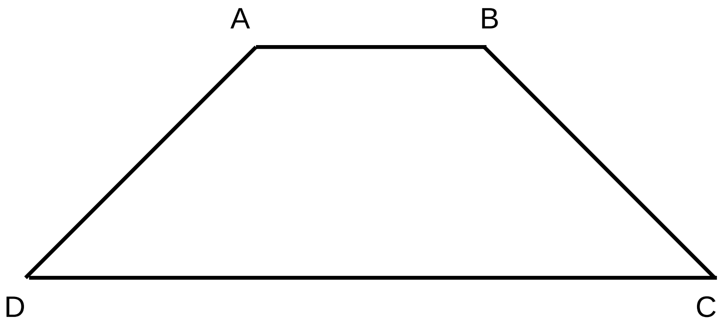


fig. 4

Podemos verificar que, as figuras 2, 3, 4 não são muito trabalhadas pelos professores, ficando restritos apenas a figura número 1.

ATIVIDADE 10

Considere-se o seguinte trapézio ABCD



1) Como você levaria seus alunos a deduzir a área do trapézio a partir da área do paralelogramo e da área do triângulo?

2) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área do trapézio através da área do paralelogramo e da área do triângulo através deste tipo de situação?

3) Você utilizaria este tipo de atividade em sala de aula? Se sim, como poderia organizar seus alunos para tal atividade? Se não, justifique sua resposta.

Objetivo da Atividade 10

Esta atividade consiste na dedução da fórmula do trapézio.

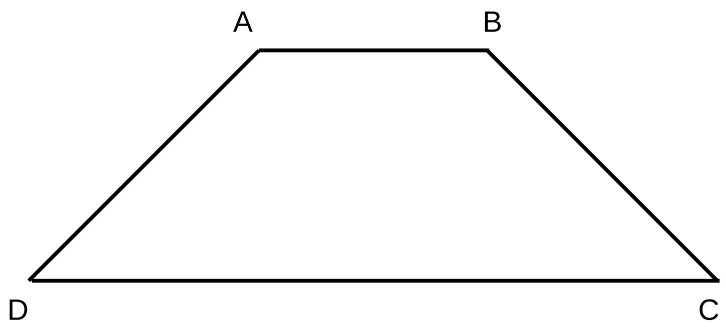
O objetivo desta atividade é fazer com que o professor leve os alunos a determinação da área do trapézio através de fórmulas que ele já conhece, como por exemplo, transformar o trapézio em um paralelogramo e em seguida transformá-lo em um retângulo, para que se possa chegar à fórmula da área do trapézio.

Devemos lembrar que o trapézio já foi remontado através do quadriculado, composição e decomposição, até chegar a um retângulo, mas contando quadradinhos.

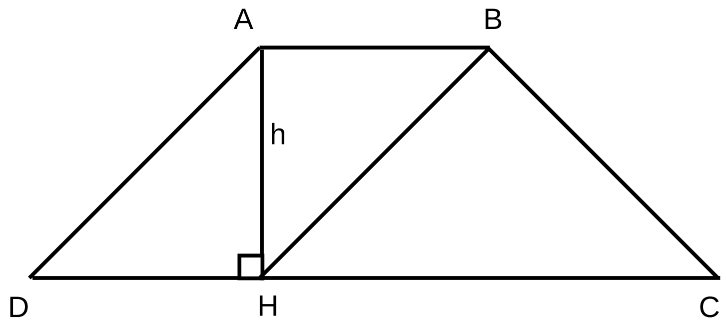
Um outro objetivo desta atividade é passar do quadro geométrico para o algébrico e utilizar a fórmula permitindo calcular a área de figuras já conhecidas para se chegar à do do trapézio.

ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 10

Forneceremos para os professores o seguinte trapézio:



Os professores provavelmente tentarão transformar este trapézio em figuras usuais como o paralelogramo e o triângulo que já é do conhecimento dos alunos, da seguinte maneira:



Obtendo desta maneira a altura AH e o triângulo BHC.

Sabemos que somando a área do paralelogramo ABHO com a área do triângulo BHC obteremos a área do trapézio ABCO.

Como a área do paralelogramo ABHO é OH.h e como OH=AB, podemos escrever: $A_{paralelogramo} = AB \cdot h$

A área do triângulo BHC é $HC \cdot \frac{h}{2}$ mas como HC = OC -OH no desenho dado e OH = AB pode ser escrita da seguinte maneira, não esquecendo que deve ser tudo em função de AB e OC vem:

$$AB \cdot h + \frac{(DC - AB)}{2} \cdot h = A_{trapézio}$$

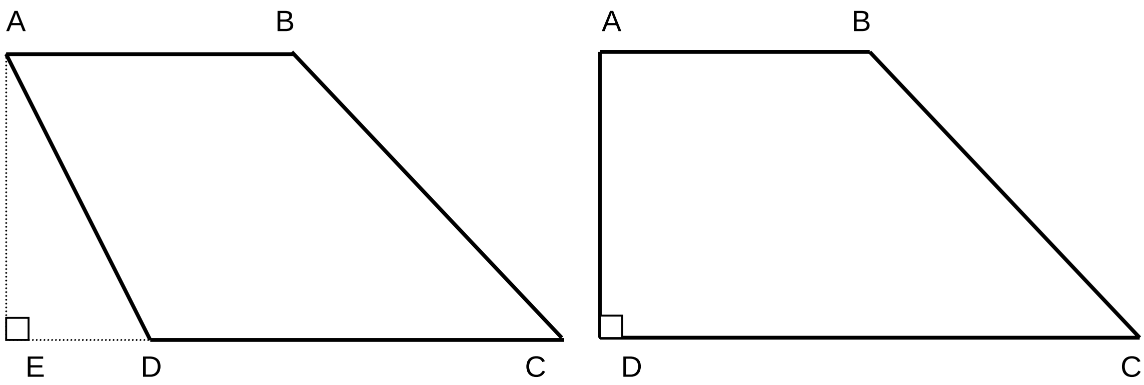
$$AB \cdot h + \frac{(DC \cdot h - AB \cdot h)}{2} = A_{trapézio}$$

$$\frac{(ABh + DCh)}{2} = A_{trapézio}$$

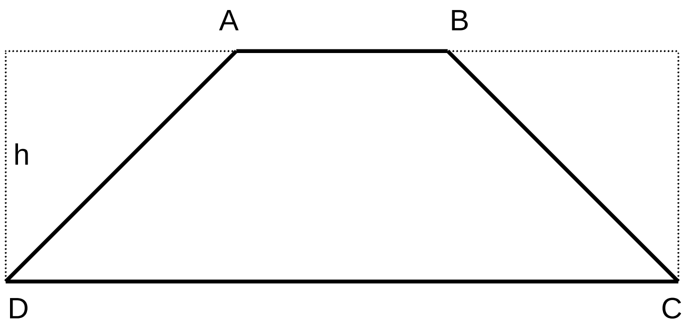
Colocando o termo h em evidência vem:

$$\frac{(AB + DC)}{2} \cdot h = A_{trapézio}$$

O raciocínio é análogo para outros tipos de trapézio como:



Poderíamos utilizar a técnica do completamento como segue abaixo:



$$A_{\text{trapézio}} = DC \cdot h - \left(\frac{(DC - AB) \cdot h}{2} \right)$$

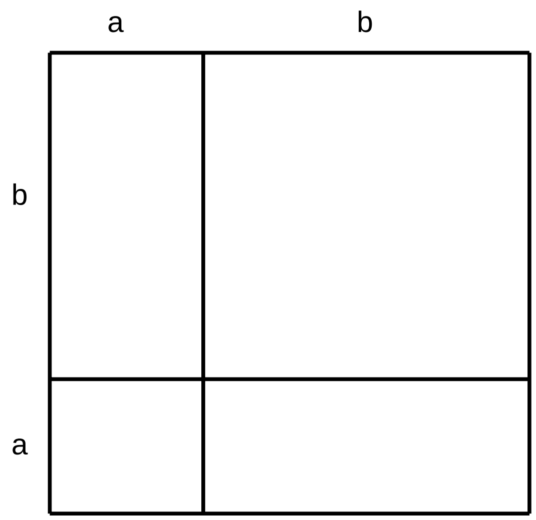
$$A_{\text{trapézio}} = DC \cdot h - \frac{DC \cdot h + AB \cdot h}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{DC \cdot h + AB \cdot h}{2} = \frac{(AB + DC) \cdot h}{2}$$

ATIVIDADE 11

Vamos trabalhar com o trinômio quadrado perfeito, faremos uma relação com a área de figuras planas, ou seja, vamos relacioná-lo com a área do quadrado.

Os professores iniciarão este trabalho calculando a área de um quadrado de lado a+b.



1) Como você levaria seus alunos a calcular a área do quadrado de lado a+b de duas formas diferentes?

2) Em nível algébrico, qual conhecimento novo os alunos poderão adquirir com esta atividade?

3) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de trinômio quadrado perfeito e áreas de figuras planas através deste tipo de situação?(*)

(*) A idéia da atividade sobre o Teorerna de Pitágoras e Trinômio Quadrado Perfeito foi extraído da Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

Objetivo da Atividade 11

Esta atividade consiste em relacionar o Trinômio Quadrado Perfeito com áreas de figuras planas.

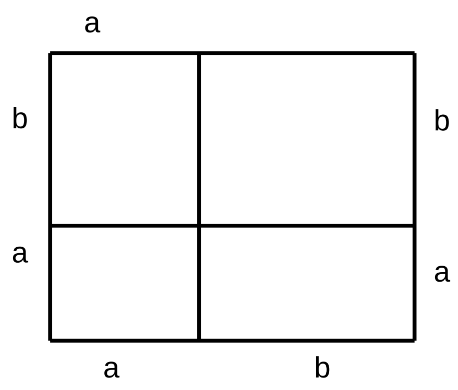
O objetivo desta atividade é fazer com que o professor leve os alunos a relacionar dois assuntos Trinômio Quadrado Perfeito e áreas de figuras planas, ou seja, relacionar álgebra e geometria, é a passagem do quadro geométrico para o algébrico, é utilizar a fórmula da área do quadrado e do retângulo, para se atingir o ensino-aprendizagem do trinômio quadrado perfeito, é utilizar, a composição e decomposição para a reconstrução de figuras pedidas.

Um outro fator é chamar a atenção para a técnica de relacionar $(a + b)^2$ com a área do quadrado de lado a+b, tem razão de ser também para resolver o problema do êrro comum: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

Com esta atividade o professor poderá levar o aluno a perceber mais uma vez que, quando fixamos a área, podemos variar o perímetro. Já que a confusão entre estes dois conceitos se apresenta com muita freqüência, com o assunto trinômio quadrado perfeito, o professor poderá explorar muito bem esta variável.

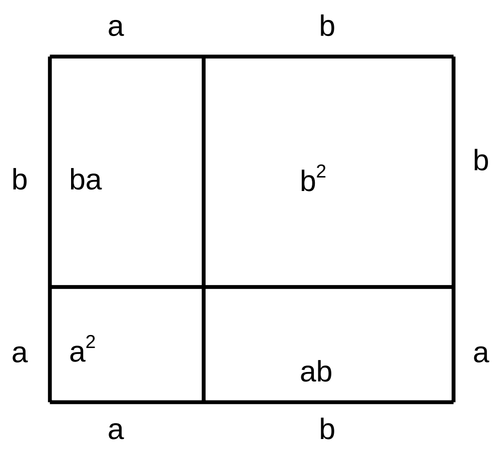
ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 11

Forneceremos para os professores o quadrado de lado a+b subdividido em quatro partes da seguinte maneira:



Os professores poderão calcular a área deste quadrado de lado a+b de duas maneiras, a primeira é subdividindo o quadrado em: $a^2 + ab + ab + b^2$, ou então poderão calcular a área do quadrado de lado a+b multiplicando seus lados como manda a fórmula $(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$.

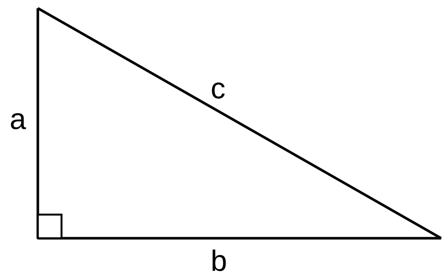
Os professores deverão notar que as duas relações são exatamente iguais, e deixar bem claro para os alunos que todo trinômio quadrado perfeito do tipo $a^2 + 2ab + b^2$ pode ser representado geometricamente por um quadrado como segue abaixo:



ATIVIDADE 12

Vamos fazer agora uma relação entre o Teorema de Pitágoras e a área de uma figura

1) É dado um triângulo retângulo de dimensões



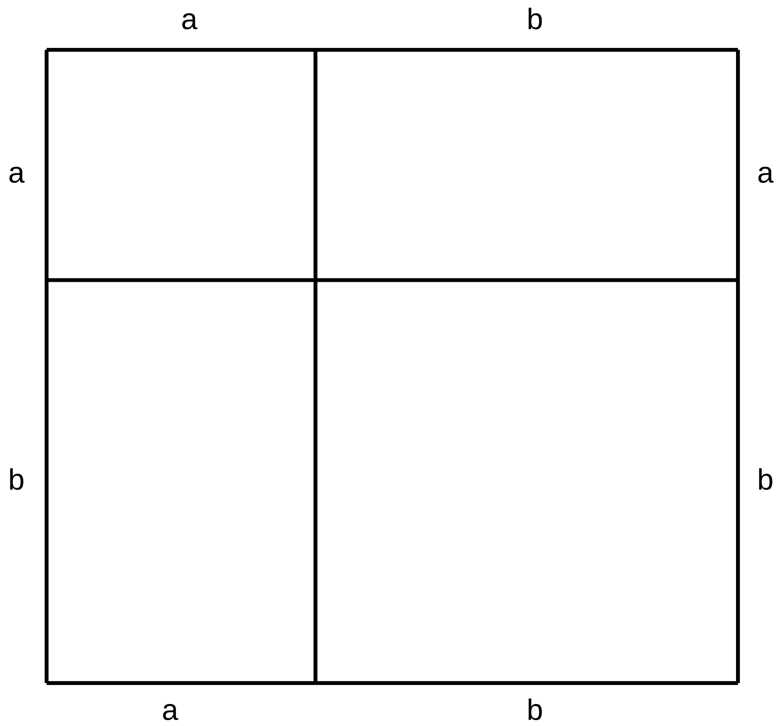
Onde temos os catetos "a" e "b" e a hipotenusa "c".

1) Construa um quadrado de lado a+b, calcule a área e chame de figura 1.

2) Insira no quadrado de lado a+b um outro quadrado de lado "c" no qual podemos obter quatro triângulos retângulos internos; calcule a área e chame de figura 2.

3) Calcule a área de duas maneiras diferentes.

4) Existe uma relação entre a figura 1 e a figura 2? Qual é? Explique.



5) Como você justificaria o fato de subtrairmos 2ab dos membros, quando comparamos as relações encontradas na figura 1 e na figura 2?

6) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o Teorema de Pitágoras através de áreas de figuras planas a partir deste tipo de situação?

Objetivo da Atividade 12

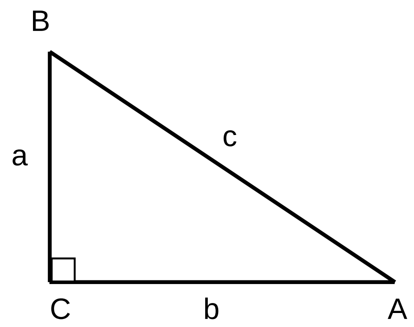
Esta atividade consiste em fazer uma relação entre o Teorema de Pitágoras e áreas de figuras planas.

O objetivo desta atividade é fazer com que o professor leve o aluno a relacionar dois assuntos: áreas de figuras planas e o teorema de Pitágoras, mostrar a relação entre álgebra e geometria e fazer com que o aluno perceba como se faz a passagem de um quadro geométrico para um numérico.

É usar a fórmula da área para estabelecer o Teorema de Pitágoras

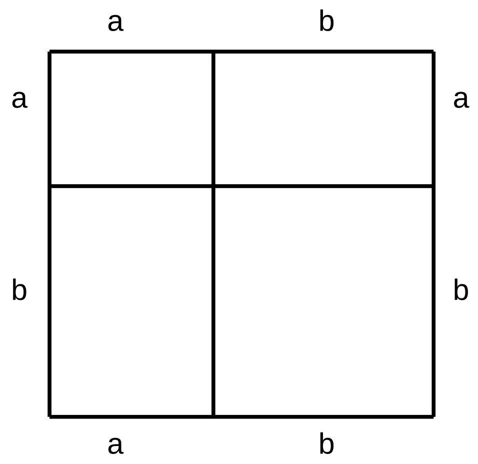
ANÁLISE A PRIORI DA ATIVIDADE 12

Apresentamos um triângulo retângulo de catetos a e b e de hipotenusa c, como se vê abaixo



Foi pedido aos professores que se construa um quadrado de lado a+b (acreditamos em alguma demora para esta construção e a sua respectiva subdivisão)

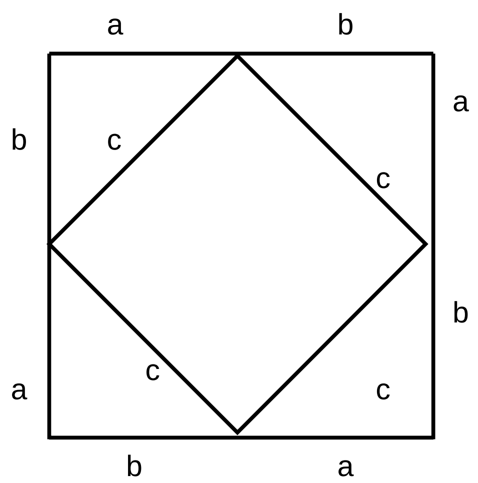
O quadro é o seguinte:



A proposta é o cálculo da área do quadrado, que poderá ser calculado separadamente ou utilizando-se a fórmula para o quadrado de lado a+b.

Se for calculado separadamente farão: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, e se calcularem por partes terão: $a^2 + ab + ab + b^2$.

Quando for pedido, num segundo momento, aos professores para inserir um quadrado de lado c no interior do quadrado de lado a+b e que se calcule a área do quadrado de lado a+b e do quadrado de lado c, podemos obter:



Se os professores calcularem por partes teremos:

$$\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+c^2=2ab+c^2$$

Os professores poderão chegar à seguinte conclusão comparando as áreas dos quadrados, por terem a mesma área:

$$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$$

Daí vem que $a^2+b^2=c^2$, obtendo-se desta maneira o Teorema de Pitágoras através de áreas de figuras planas.

O fato de subtrairmos a variável 2ab decorre de:

fig 1

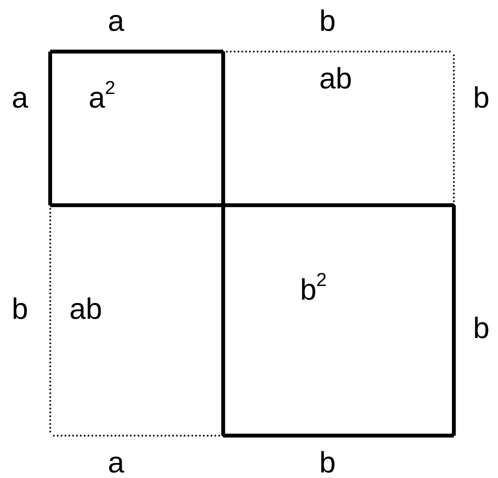
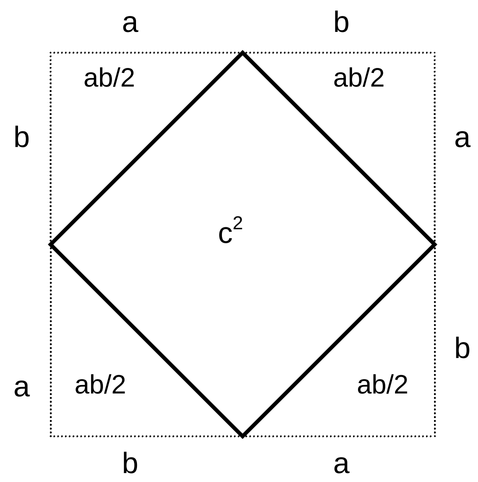


fig 1



Retirando-se as partes pontilhadas dos dois quadrados, podemos verificar que o que sobrou do quadrado 1 é igual ao que sobrou do quadrado 2, portanto podemos escrever:

$a^2 + b^2 = c^2$ temos aí o Teorema de Pitágoras.

ANÁLISE A POSTERIORI

O objetivo deste capítulo é verificar a validação de nossa análise a priori, e de nossas hipóteses levantadas em nossa problemática. Se os resultados forem pertinentes, a nossa seqüência didática poderá ser mais um instrumento no processo do ensino-aprendizagem do conceito de áreas de figuras planas, colaborando desta forma com o trabalho pedagógico do professor em sala de aula.

Montamos uma oficina pedagógica para 25 professores, divididos em dois grupos, professores de 1ª a 4ª série e professores de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental, na qual trabalhamos em 5 sessões. Optamos por duplas, pois achamos que a troca de opinião entre as duplas só enriqueceria a nossa seqüência, os professores ficariam menos inibidos, quando desejassem questionar algo, pois falariam em nome da dupla, não se expondo totalmente desta forma.

Num primeiro momento, quando aplicamos a nossa sequência para os professores de 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental, notamos um certo grau de dificuldade em identificar algumas figuras planas, mesmo sendo figuras usuais, como o paralelogramo e o trapézio.

Nas atividades 1 e 2 os professores não souberam identificar a diferença entre área e superfície.

Cinco professores nunca haviam utilizado estórias infantis para iniciar o conceito de área e perímetro.

Partimos então de um quadro dinâmico para explicar o conceito de área e perímetro, levamos os professores a buscar as suas concepções espontâneas, para fazer uma relação entre os conceitos em questão.

Os mais tradicionais mostraram-se bastante resistentes a essa metodologia, dizendo que sempre explicaram o conceito em questão através de fórmulas (quadro estático); como exemplo podemos destacar a citação de um deles:

> **" ...eu iniciaria os conceitos de área e perímetro através de uma figura geométrica".**

Mostramos aos professores, no decorrer de nossa seqüência, como trabalhar com os alunos o jogo de quadros, ficando desta maneira para os alunos mais fácil de fazer uma mudança entre o quadro geométrico e o quadro numérico.

Já para os professores de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental o resultado foi variado. Deparamo-nos com 3 professores extremamente tradicionais, e os outros trabalhando com situações tendo por objetivo despertar a atenção dos alunos e levando-os a participar da construção de seus conhecimentos.

Os professores que têm uma postura que leva os alunos à construção dos conhecimentos acharam que cada atividade apresentada tinha sido extremamente válida, tanto em nível conceitual, quanto didático.

Para os professores de 5ª a 8ª série, trabalhamos a seqüência iniciando pela atividade 3, que é o quadriculado. Os professores que têm uma postura de trabalho que leva os alunos a participar da construção dos conhecimentos já iniciaram o conceito de área e perímetro através do uso das concepções espontâneas dos alunos, ou seja, trabalharam a sala de aula, o pátio da escola e o uso de lajotas para a construção de uma casa.

Acharam interessante a Fórmula de Pick, foi novidade para eles. Os professores mais tradicionais demoraram mais tempo para chegar ao estabelecimento da fórmula de Pick.

Os professores foram bastante criativos nas atividades que envolveram a área do triângulo, paralelogramo e trapézio através do retângulo, disseram que, como já haviam trabalhado bastante a composição e decomposição nas primeiras atividades, a descoberta da fórmula da área do triângulo, do paralelogramo e trapézio se fez mais facilmente.

Encontramos um pouco de dificuldade na comparação do Teorema de Pitágoras com a área, e na atividade que apresenta o Trinômio Quadrado Perfeito. Os professores acharam que os alunos, deveriam ter subsídios suficientes para conseguirem chegar a esse tipo de descoberta.

Vamos iniciar a análise dos comportamentos dos professores de 1ª a 4ª séries, analisando numa segunda fase, os dos professores de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental.

Professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental

Atividade 1

Para essa atividade, pedimos que o professor trabalhasse o conceito de perimetro com os alunos através do percurso da abelha Amelhinha, como se vê abaixo:

1 •	2 •	3 •	4 •	5 •
12 •				6 •
11 •	10 •	9 •	8 •	7 •

As distâncias entre 1 e 2, 2 e 3, e assim sucessivamente, foram chamadas de **"u"**.

Os professores, chamando os "u_s" de medida, caminho, sentiram dificuldade em encontrar uma palavra mais adequada.

Questionaram o vôo da abelha, embora no texto está explícito que a abelha voa em linha reta. Nenhum professor usou a palavra **contorno.**

Os professores que têm uma postura mais tradicional nunca usaram estórias infantis e sempre trabalharam figuras geométricas usuais para apresentar o conceito de perímetro e explicaram que nunca as usaram por desconhecer este procedimento; como exemplo podemos destacar a citação de um deles:

> **"... eu entraria direto nas figuras geométricas no caso da 4ª série, não ligado a estorinhas".**

Percebe-se através da citação acima que os alunos irão produzir respostas adaptadas ao contexto atual, que é aplicar a fórmula do perímetro para figuras usuais.

Os professores que têm uma postura de trabalho menos tradicional usam estórias infantis e material concreto. Utilizaram a palavra caminho para explicar o perímetro e elaborariam uma situação em que cada aluno produz a sua própria estória; como exemplo podemos destacar a citação de um deles:

> **" ...uma sala que gosta de falar que gosta de participar dá para trabalhar com os objetos da sala de aula, com o concreto, e se os alunos quisessem elaborar uma situação problema, que eles elaborassem dalí".**

Aqui os professores conseguem trabalhar a criatividade, com isso levam os alunos a explorar situações novas, partindo do concreto; os alunos conseguem entender melhor o que é área e perímetro.

ATIVIDADE 2

Esta atividade tinha como objetivo ensinar para os alunos o que é área ensinar este conceito através do quadriculado e estórias infantis e saber se os professores conheciam o significado da palavra superfície.

A atividade era a seguinte:

Fornecemos um quadriculado através de uma estória infantil, o aluno, junto com o professor deveria colorir os quadradinhos do percurso da estória, com isso estávamos trabalhando áreas e superfícies.

	1	**14**	**13**	**12**				**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	
	2	**15**	**16**	**11**								**26**	
	3	**20**	**17**	**10**					**30**	**29**	**28**	**27**	
	4	**19**	**18**	**9**									
	5	**6**	**7**	**8**									

Todos acharam que os alunos usariam as palavras **lugar, campo, área, região,** para referir-se à **superfície;** como exemplo temos a citação de alguns professores:

"... acho que os alunos usariam as palavras lugar..., campo..."

"...acho que lugar seria a palavra mais conveniente".

Observamos também que a maioria dos professores trabalham a fórmula da área diretamente ou seja, trabalham figuras usuais como o quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo.

Citação de professor:

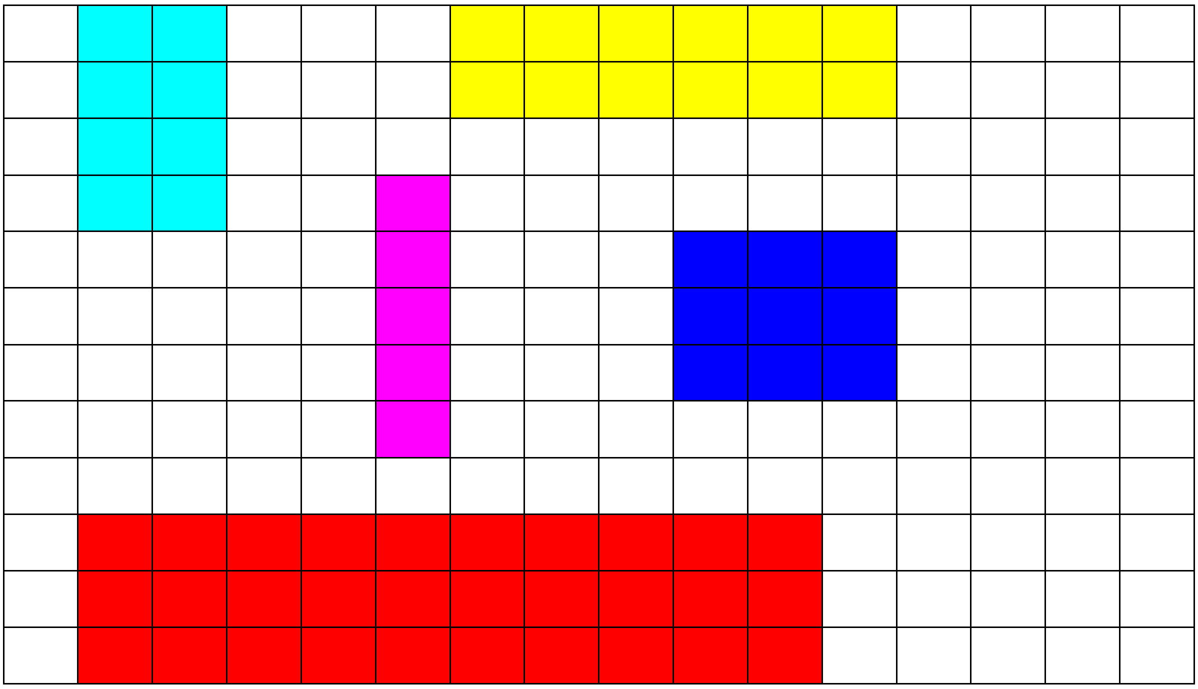
"...eu partiria para a fórmula".

Dois professores trabalham estórias infantis para o conceito de área e perímetro.

ATIVIDADE 3

Esta atividade consistia em contar quadradinhos para o cálculo da área e as bordas dos quadradinhos para o cálculo do perímetro, para as figuras iniciais, mostrando para o professor que ele deve levar os alunos a sentir necessidade de algo mais prático, como por exemplo estabelecer uma relação entre os lados até chegar a fórmula.

Foi proposta a figura que segue:



Os professores mais tradicionais acharam que se deve aplicar a fórmula para o cálculo da área, todos mantiveram a mesma postura depois de conhecer a atividade.

Comentário de professor:

"...eu mantenho a mesma postura, continuo usando a fórmula".

Já os professores menos conservadores acharam a técnica da contagem de quadradinhos muito válida, pois levam os alunos a sentir necessidade de algo mais imediato, como a fórmula, do que contar quadradinhos. Nessa atividade os professores mostraram uma dificuldade muito grande para estabelecerem a fórmula.

A atividade levou os professores a passar do quadro geométrico ao numérico, para o estabelecimento da fórmula, permitindo dessa maneira calcular a área e o perímetro.

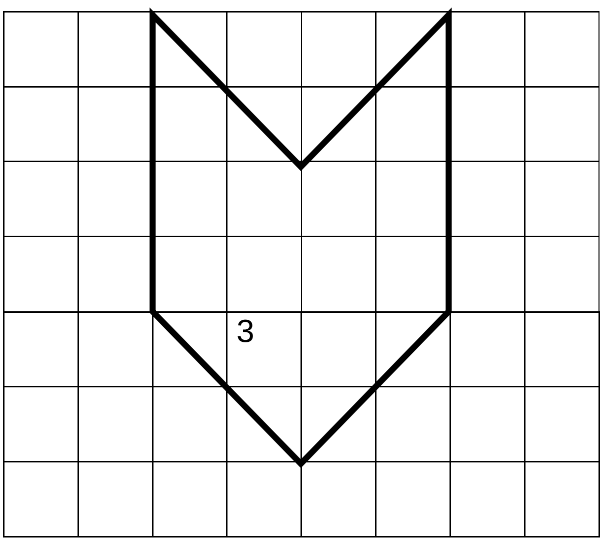
ATIVIDADE 4

Nesta atividade pedimos a composição e decomposição de um triângulo em um quadrado ou retângulo, fornecemos também um paralelogramo e um trapézio para o mesmo fim.

Os professores mostraram uma dificuldade muito grande em utilizar a composição e decomposição para transformar as figuras em quadrados e retângulos.

Os mais tradicionais insistiram na fórmula, mas não souberam como resolver com a figura 3 que não é usual, concordaram que a fórmula só se aplicaria aí se houvesse uma decomposição desta; como exemplo a citação de um deles:

> **"...é, neste caso deve-se fazer a composição e decomposição, não dá para aplicar a fórmula direto".**

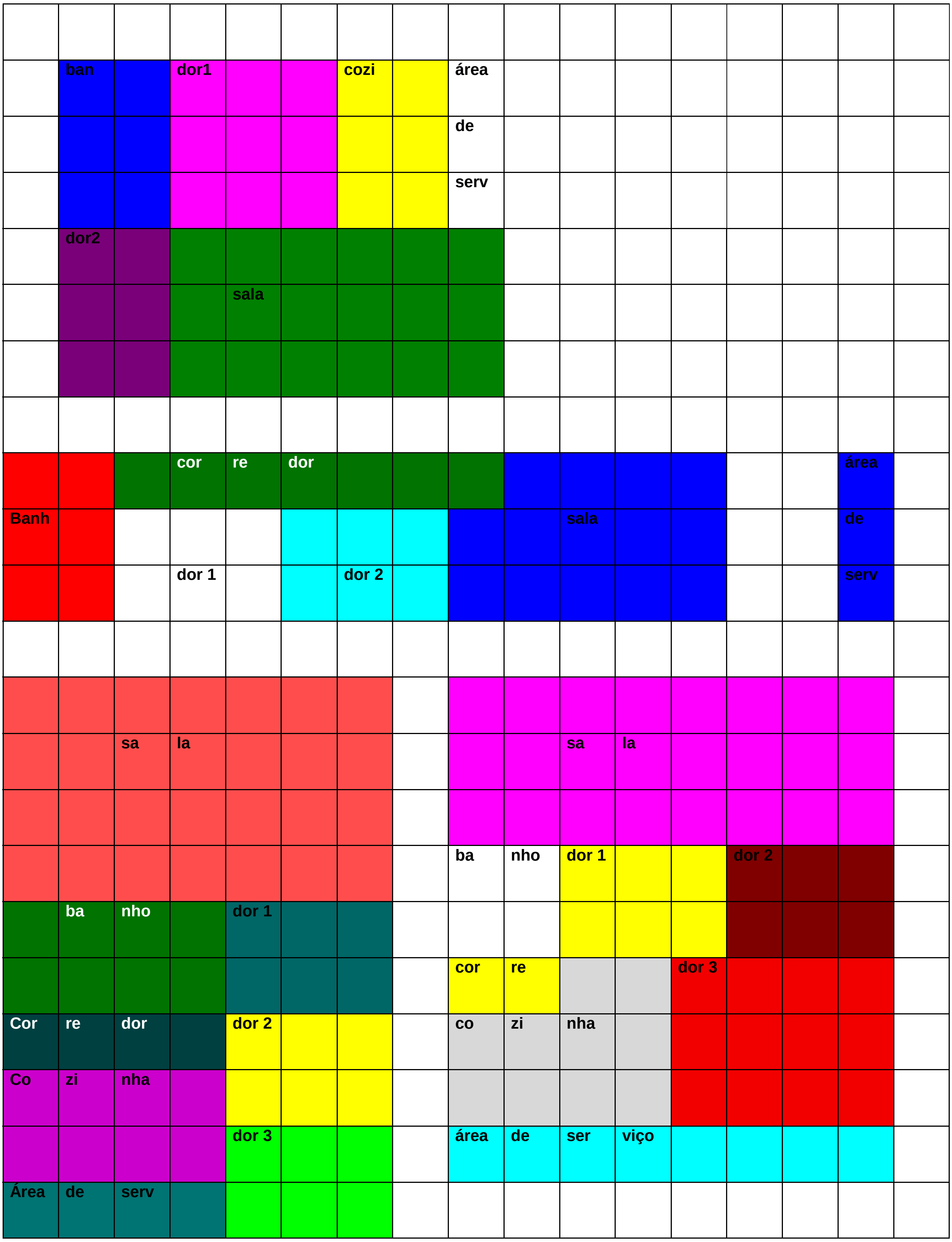


Foi também calculada a área de todas as figuras, verificaram a igualdade das áreas e acharam que o mesmo ocorreria com o perímetro, ou seja, que em todas as figuras depois de recortadas e coladas também se obteria o mesmo perímetro.

Para esta atividade com os professores de 1ª a 4ª série do 1º grau ficamos restritos apenas à primeira parte da questão, pois achamos inviável aplicar a questão toda por falta de conteúdo matemático, como exemplo a questão do quebra-cabeça, deixamos para explorar essa parte usando o tangram.

ATIVIDADE 5

A atividade consistia em quatro plantas de casas, tendo duas a duas, a mesma área e o mesmo perímetro.


ban dor1 cozi área
de
serv
dor2
sala
cor re dor área
Banh sala de
dor 1 dor 2 serv
sa la sa la
ba nho dor 1 dor 2
ba nho dor 1
cor re dor 3
Cor re dor dor 2 co zi nha
Co zi nha
dor 3 área de ser viço
Área de serv

Todos os professores acharam a atividade válida, mas nenhum deles calculou a área e o perímetro da planta toda, todos calcularam separadamente, em primeiro lugar, e depois fizeram uma nova montagem; 5 professores ainda afirmaram que continuariam calculando a área pela fórmula, e os outros usaram a contagem de quadradinhos para as primeiras duas plantas e depois como o conceito de área e perímetro já estava bem conhecido, utilizaram a fórmula.

Quando questionamos se mudando a disposição dos cômodos das plantas mudaríamos o valor numérico da área, todos afirmaram que sim, o valor numérico da área mudaria.

Acharam esta atividade em nível conceitual e didático bastante válida, por fixar bem o conceito de área e perímetro.

Observamos nesta atividade que os professores que utilizaram a contagem de quadradinhos para as duas primeiras plantas e logo em seguida a fórmula para as duas últimas plantas passaram do quadro geométrico para o quadro numérico, estabelecendo assim a fórmula do cálculo da área.

Quando pedimos para montar outra planta para a casa 1 e para a casa 2, para que se pudesse constatar que as áreas das plantas se conservam mesmo mudando a disposição dos quadradinhos constatamos que os professores recortaram cada quadradinho e montaram plantas diferenciadas.

ATIVIDADE 6

Para essa atividade fornecemos um papel quadriculado, para que os professores construíssem as peças do tangram.

Os professores desconheciam a técnica da construção do tangram. Só conheciam o jogo chinês pronto, que é um material que as escolas possuem.

O processo de construção foi demorado, pois os professores desconheciam termos matemáticos como diagonal e vértice. A importância de se conhecer esses conceitos é que as figuras obtidas na construção do tangram são quadrados, paralelogramo e trapézio, nas quais devem-se unir os vértices do quadrado para se obter um triângulo, devem unir os vértices do trapézio para a obtenção de um paralelogramo.

Quando pedimos para calcularem a área de cada figura obtida durante a construção, o processo foi a contagem de quadradinhos, mesmo por aqueles professores que achavam que a fórmula deveria ser apresentada para os alunos logo no início do conceito. Quanto ao cálculo do perímetro todos usaram a régua.

Pedimos também que fosse construída uma figura qualquer; os professores tradicionais optaram pela construção de figuras geométricas usuais e, os que têm uma postura menos tradicional optaram por figuras livres ou seja, pela construção de casinhas e bichinhos.

Os professores que deixaram a construção de figuras a critério dos alunos, exploram as concepções espontâneas.

Professores de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental

Iniciamos a nossa seqüência didática pela atividade 3, porque as atividades 1 e 2 são estórias infantis, referentes à faixa etária de alunos, de 9 e 10 anos e os alunos que se encontram na 5ª série têm 11 anos ou mais devido a problemas de evasão e repetência.

ATIVIDADE 3

Constatamos que os professores resolveram esta atividade entendendo por área a parte interna do polígono, e perímetro o seu contorno; como exemplo a citação de um deles:

> **"... eu mostro e explico para o meu aluno que a área é a parte interna, e que o perímetro é o contorno dessa figura**

Verificamos aqui o teorema-em-ação identificado por Paula Baltar: *a área* é o *espaço ocupado por uma superfície.(falso)*

A conseqüência é que esse tipo de concepção sobre o cálculo de área e perímetro de figuras planas poderá causar um obstáculo didático nos alunos, porque os alunos ficarão restritos apenas à definição dada pelo professor.

Os professores usaram a contagem de quadradinhos para o cálculo da área, e explicaram que esta atividade em sala de aula é trabalhada da seguinte maneira: usam o piso da sala para explicar o que é a área e o rodapé como exemplo de perímetro, como exemplo temos a citação de um deles:

> **"...eu acho que poderia ser pelos quadradinhos ou no caso da sala de aula, este piso que estão vendo colocado foi calculado área para ver a quantidade de piso necessário, este rodapé é o perímetro".**
>
> **"... eu forraria a sala de aula com jornais, para calcular a área".**

Temos aqui outro teorema-em-ação instituído por Paula Baltar: *a área* é o *número de lajotas necessárias para recobrir uma superfície.*

Os grupos acharam que após esta atividade os alunos já estão preparados para calcular a área e o perímetro através da fórmula.

Acharam também que só existem vantagens de se trabalhar os conceitos através do ladrilhamento, pois desta forma podem trabalhar o concreto através de transferências de idéias.

Em nossa pesquisa vimos que apenas 2 professores explicariam o que é o cm^2 em primeiro lugar, que todas as figuras estão divididas de cm em cm e que o perímetro é o contorno.

Mostrariam que o retângulo tem a mesma quantidade de quadradinhos em seus lados paralelos e que a área é o espaço interno da figura. Notamos aqui a presença mais uma vez do teorema-em-ação que diz: *a área* é *o espaço ocupado por uma superfície.*

Nenhum professor julgou necessário abordar as propriedades associativa e comutativa, para o cálculo do perímetro, foram direto para a fórmula.

As vantagens que o grupo encontrou nesta atividade, é que pôde relacionar as medidas e trabalhar a diferença do que é a unidade de comprimento e a unidade de área.

Todos os professores usariam esta atividade em sala de aula, pois acharam que o conceito fica bem definido desta forma.

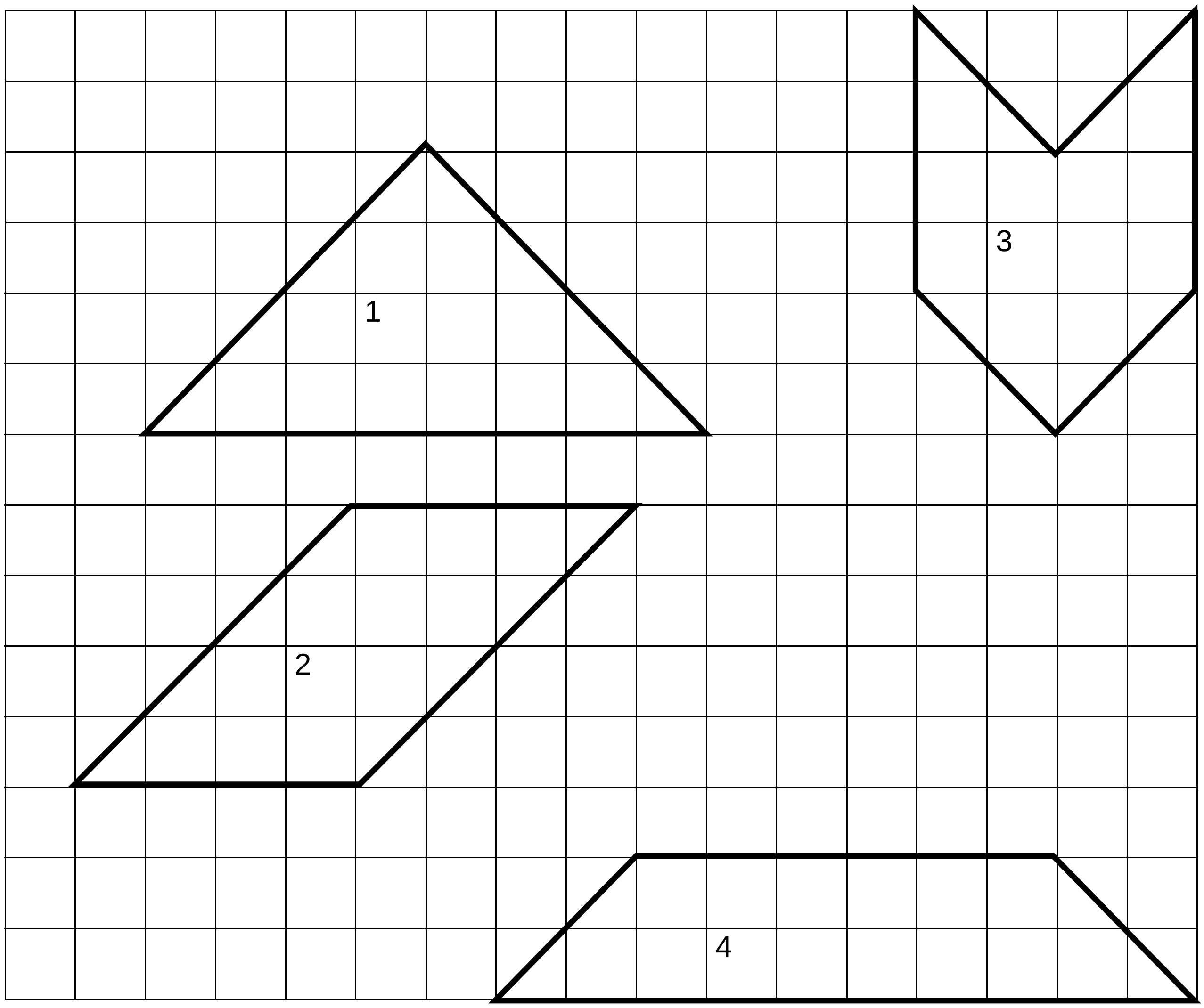
Os professores com esta atividade estão utilizando a ferramenta adequada para atingir o objeto da aprendizagem, que é o quadriculado, a contagem de quadradinhos e logo em seguida a fórmula.

Citação de um professor:

"...tabuleiro do jogo de damas também é utilizado, para explicar área".

ATIVIDADE 4

Nessa atividade temos 4 figuras em um quadriculado, que são 1 triângulo, 1 paralelogramo, 1 trapézio e uma figura não usual. Essas figuras deverão ser decompostas e compostas em quadrados e retângulos, elas também possuem a mesma área.



Os professores recortaram os quadradinhos, um por um, e complementaram a figura até chegar a uma figura usual; ainda para esta atividade eles usaram a composição e decomposição, contagem de quadradinhos e finalmente a fórmula, como exemplo temos a citação de um deles:

"...eu pensaria em recortar quadradinhos".

Os professores mais tradicionais decompuseram as figuras de maneira que pudessem chegar em um retângulo.

Quanto ao fato de questionarmos a respeito da igualdade das áreas, os professores não souberam como justificar.

O que pudemos institucionalizar com esta atividade é o que é o comprimento e o que é altura de cada figura nela apresentada.

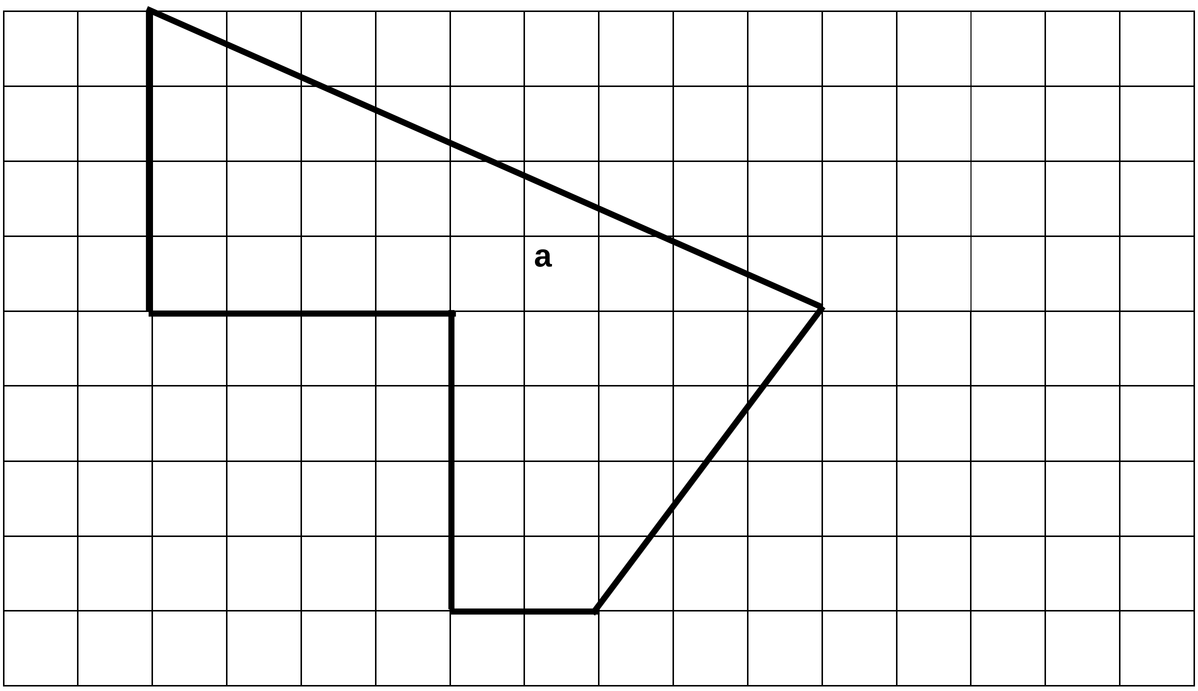
Para afigura 7, que é um triângulo fora do quadriculado, os professores acham que os alunos calculariam a área do triângulo pela fórmula, todos foram unânimes, como exemplo segue a citação de um deles:

"...eu iria na fórmula porque acho que ele já entendeu o que é área".

Na a atividade em que usamos o quebra-cabeça, constatamos que a metade dos professores utilizou a fórmula para o cálculo de cada figura, isso para a figura inicial sem recortá-la.

Esse grupo de professores mostrou um certo grau de dificuldade para montar o retângulo através do quebra cabeça, tanto que utilizou 4 peças e chegou a montar um triângulo retângulo, ignorou a 5ª peça.

Num segundo momento, esse mesmo grupo recortou afigura "a" em duas figuras usuais, um triângulo e um trapézio, com isso dificultou a montagem do retângulo.



Pedimos que esse mesmo grupo repetisse a atividade sem decompor a figura **a** dessa forma chegou a um paralelogramo e logo em seguida ao retângulo.

Todos os professores foram unânimes em institucionalizar a fórmula da área como saber.

Quando usam a fórmula para o conceito de área e de perímetro, talvéz venham a provocar um obstacúlo didático, pois os alunos só sabem calcular a área e o perímetro para figuras usais; pudemos constatar esse fato quando houve dificuldade na montagem do quebra-cabeça.

ATIVIDADE 5

Esta atividade consistia em quatro plantas de casas com o mesmo valor numérico para a área e o mesmo valor numérico para o perímetro, duas a duas.

Seis professores recortaram as plantas, todos os pedaços (aposentos), alguns marcaram a área no verso de cada aposento, utilizando a fórmula.

Quatro professores acharam que mudando a disposição dos aposentos mudaria o valor numérico da área das plantas, estes mesmos professores sentiram dificuldade em montar outra planta onde se pudesse manter a equivalência das áreas e, para o cálculo da área e do perímetro, utilizaram a contagem de quadradinhos; como exemplo temos a citação de um professor:

> **"...nessa situação nenhuma planta tem o mesmo perímetro, nenhuma planta tem a mesma área".**

Todos os professores acharam que é muito complicado manter o perímetro constante e sugeriram que esta atividade fosse dada a partir da 8a série do 1º grau.

Citação de professor:

> **"...eu acho que isso fica muito bem definido na 8ª série quando trabalhamos sistema, com área e perímetro".**

Acharam também que didaticamente esta atividade é válida para a diferenciação dos conceitos de área e perímetro.

ATIVIDADE 6

Para esta atividade fornecemos aos professores um papel quadriculado para que eles, através do recorte, viessem a construir o jogo chinês chamado tangram.

Todos desconheciam a construção do Tangram. Iniciamos a atividade e no seu decorrer perguntamos o que poderia ser explorado; começariam explorando a proporção entre as figuras, depois a semelhança e a escala.

Os professores acharam que, dependendo da disposição dos quadradinhos, usariam a técnica da contagem para o cálculo da área, já para o perímetro utilizariam a régua, porque no caso do triângulo os quadradinhos estão recortados pela diagonal.

Citação de professor:

"...para o perímetro, com certeza os alunos utilizariam a régua".

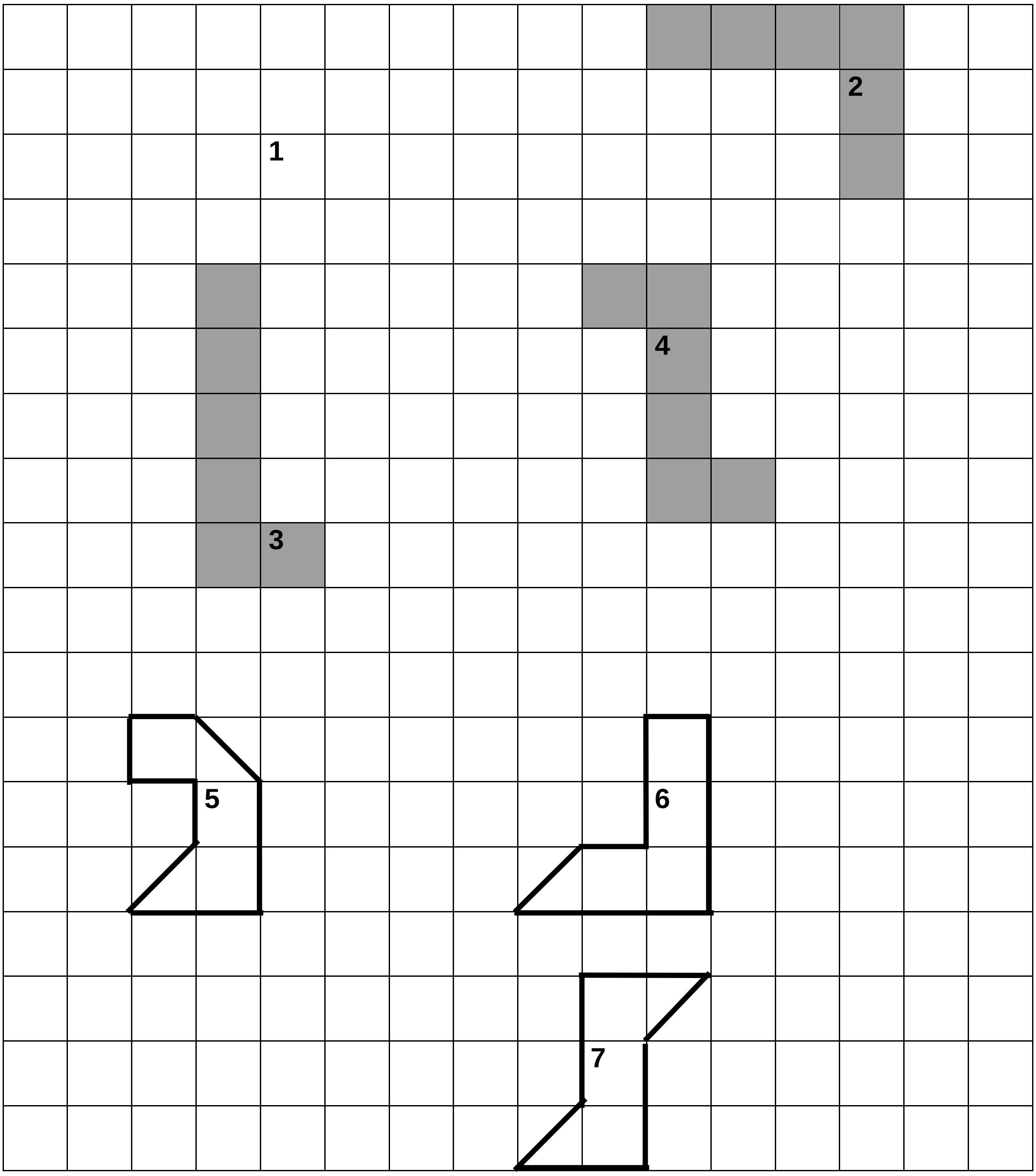
Constatamos que dois professores ficaram em dúvida de como trabalhar o perímetro das figuras do Tangram.

Quando pedimos para construir uma figura qualquer, um grupo optou pela construção de uma figura geométrica e outro grupo por uma figura qualquer. Os professores que optaram por uma figura qualquer, trabalham com as concepções espontâneas dos alunos, desta maneira podem utilizar a ferramenta adequada, que é explorar a criatividade dos alunos, para o ensino-aprendizagem do conceito de área e perímetro.

Dois professores acharam importante fornecer o tangram pronto e montar outro junto com os alunos para que eles constatassem como surgiram as figuras.

ATIVIDADE 7

A atividade consistia no cálculo da área e na descoberta de uma fórmula, que chamaremos de fórmula de Pick, mas apenas para polígonos "pickianos".



Os professores descobriram uma fórmula para as 3 primeiras figuras, e foram verificar se ela se aplicava às outras.

Afirmaram no primeiro momento que F é perímetro, logo em seguida, quando trabalharam as figuras 5, 6 e 7, constataram que F não pode ser chamado de perímetro.

Todas chegaram até a questão de item d para poderem deduzir uma fórmula para polígonos pickianos; acharam interessante essa atividade, pois nenhum deles tinha conhecimento da Fórmula de Pick, e acharam que para o cálculo da área de alguns polígonos é bastante interessante que o aluno saiba este processo.

ATIVIDADE 8

Esta atividade consistia na descoberta da fórmula da área do triângulo, e constituiu uma novidade para os professores, permitindo uma maneira de calcular a área do triângulo.

Verificamos que todos os professores achavam que, para encontrar a altura de um triângulo, devia-se baixar uma perpendicular partindo-se de qualquer vértice.

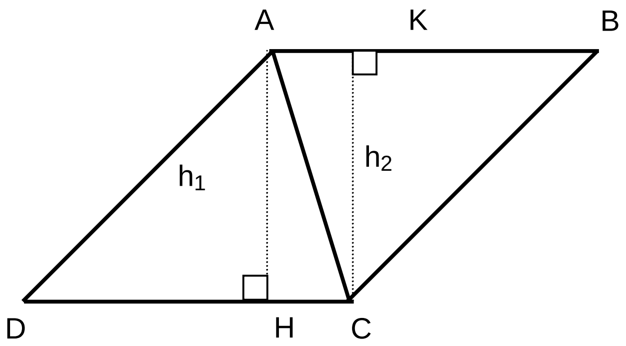
Todos tiveram que calcular as áreas de cada triângulo, pois disseram que elas eram distintas.

Para a questão 3, os professores não souberam como deduzir a fórmula. Já para a questão 5, todos usaram a fórmula e a altura mais fácil de ser visualizada foi AC.

Com esta atividade todos os professores concordaram que fica muito clara para o aluno a fórmula da área do triângulo.

ATIVIDADE 9

Esta atividade consistia na descoberta da fórmula da área do paralelogramo através da fórmula da área do triângulo.



Os professores traçaram a diagonal AC e baixaram uma perpendicular do vértice A até DC, que chamaram de altura h_1, e baixaram uma perpendicular do vértice C até AB que chamaram de h_2. Calcularam a área de cada triângulo e somaram os dois para chegarem à área do paralelogramo.

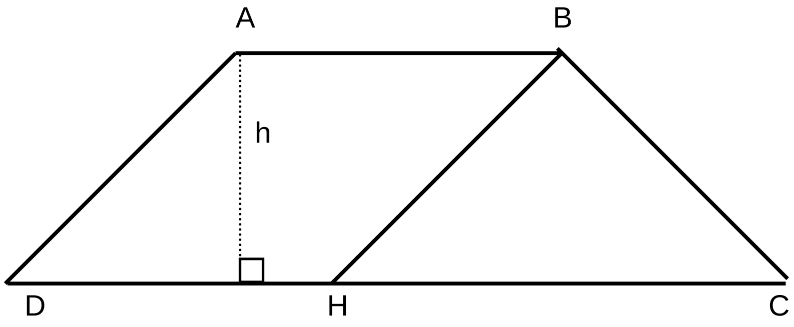
Tentaram também decompor e compor o paralelogramo em dois triângulos e um retângulo, mas não souberam resolver, e decidiram-se então pelo processo que foi descrito acima.

ATIVIDADE 10

A atividade consistia na descoberta da fórmula da área do paralelogramo através das fórmulas das áreas do triângulo e do paralelogramo.

Os professores acharam complicada esta atividade. Num primeiro momento, decompuseram o trapézio até chegar a um paralelogramo, mas não souberam como resolver a questão.

Num segundo momento, encontraram a altura do paralelogramo AH e traçaram uma reta que vai do vértice B até H, decompondo então o trapézio ABCD em um paralelogramo ABHD e um triângulo BHC.

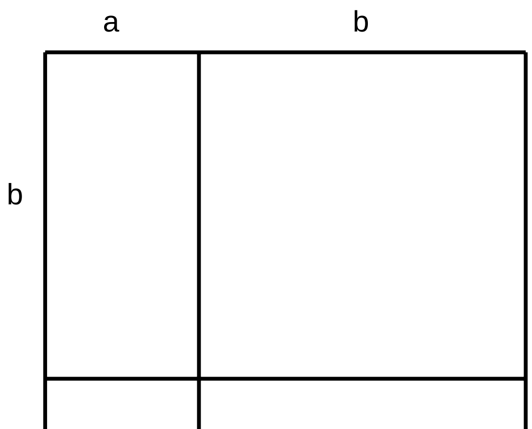


Calcularam a área do paralelogramo e do triângulo e chegaram a área do trapézio.

Acharam a atividade interessante mas difícil de se aplicar nas séries iniciais, adequada para a 8ª série do 1º grau.

ATIVIDADE DE 11

A atividade consistia em trabalhar o Trinômio Quadrado perfeito com áreas de figuras planas.



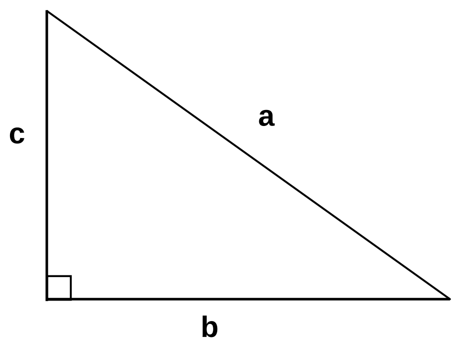
Todos os professores utilizaram a régua e mediram os lados **a** e **b** para construir o quadrado de lado a+b.

No início acharam que utilizariam o resultado da soma, explicamos que não era dessa forma e finalmente chegaram à construção do quadrado de lado a+b. Pedimos que calculassem a área, que foi obtida por $(a+b)^2$.

Daí para a frente comparar a área deste quadrado com o trinômio quadrado perfeito deixou-os muito satisfeitos pois desconheciam esta atividade.

ATIVIDADE 12

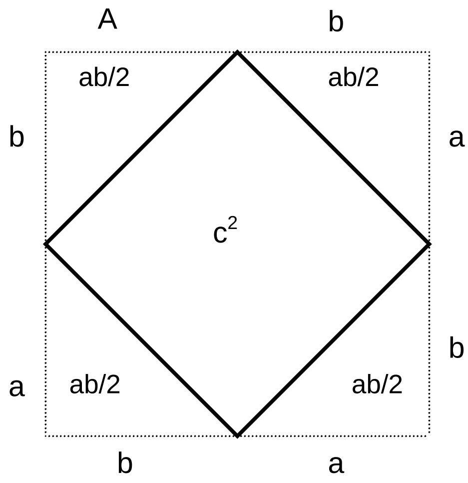
Esta atividade consistia em trabalhar o Teorema de Pitágoras, relacionado com áreas de figuras planas.



Nesta atividade foi mais fácil para os professores construir um quadrado de lado a+b com o que já haviam trabalhado na atividade anterior, quando foi pedido para que se calculasse a área do quadrado o processo foi o mesmo ou seja $(a+b)^2$.

Num segundo momento pedimos que inserissem um quadrado de lado **c** no quadrado de lado a+b; 2 professores não entenderam a proposta.

O cálculo da área foi feito por partes, como $\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+c^2$.



Compararam as fórmulas das áreas dos dois quadrados e logo chegaram à conclusão sobre o Teorema de Pitágoras.

A atividade foi trabalhosa e os professores acharam-na difícil mas interessante, pois tiveram uma visão do teorema de Pitágoras através de áreas de figuras planas.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÃO GERAL

Fizemos um Estudo Histórico e Epistemológico, cujo objetivo foi verificar se os professores iniciavam o conceito de área contando para os alunos a história. Constatamos que esse fato não ocorreu através do questionário que aplicamos para os professores.

No estudo da Transposição Didática, notamos que a Proposta Curricular do Estado de São Paulo aborda os conceitos de área e perímetro através do ladrilhamento, composição e decomposição e finalmente a fórmula, mas não trata da história dos conceitos área e perímetro.

Constatamos que Organizadores de Áreas da Secretaria Municipal de Educação, é um texto que sugere o uso da história adaptada à literatura infantil, sendo utilizados o pontilhado, o quadriculado e a composição e decomposição.

Quanto aos livros didáticos escolhidos para análise, constatamos que alguns de 3ª a 4ª séries do Ensino Fundamental iniciam o conceito área e perímetro através da fórmula, outros através do ladrilhamento, mas nenhum deles faz menção à história da área através de uma literatura infantil, como sugere os Organizadores de Áreas.

Em relação à análise dos livros didáticos, de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental, alguns apresentam a fórmula diretamente dos conceitos de área e perímetro, impedindo dessa maneira que os alunos construam o conhecimento, outros iniciam os conceitos de área e perímetro pelo quadriculado, composição e decomposição chegando finalmente à fórmula, não abordando a história do conceito de área.

Pudemos perceber, no decorrer da aplicação de nossa seqüência didática para os professores de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental, que os mais tradicionais são aqueles que têm somente o Curso Magistério, sendo bastante resistentes às novas técnicas.

Verificamos que a presença da escolha pedagógica como a memorização da fórmula do cálculo da área e do perímetro, sem nenhum trabalho preliminar de descoberta, poderá causar obstáculos didáticos nos alunos, pois eles memorizam a fórmula do cálculo da área e do perímetro e não sabem fazer uso delas para adaptá-las a uma nova situação na qual poderão não ter figuras usuais, é bastante evidente nesses profissionais que se recusam a mudar de postura.

Constatamos aqui o teorema-em-ação identificado por Paula Baltar que diz: *a área é o número obtido pela aplicação de uma fórmula.*

Notamos que o teorema-em-ação, se faz presente quando os professores iniciam os conceitos de área e perímetro, utilizando a fórmula trabalhando apenas figuras usuais.

Quanto aos professores que têm uma postura menos tradicional, verificamos que trabalham as concepções espontâneas dos alunos utilizando o pátio da escola, a casa onde moram, estórias infantis, lançando mão da ferramenta adequada para explicar o conceito de área e perímetro.

Observamos ainda a validação da Problemática da Pesquisa, conforme as hipóteses que foram levantadas.

Quanto à hipótese 1, como a abordagem proposta por certos professores não desenvolve nos alunos uma concepção do conceito de área que permita relacionar o conceito de área e suas diferentes representações numéricas, constatamos a sua validação quando aplicamos a nossa seqüência didática, na qual verificamos que os professores que trabalham na linha mais tradicional não mudam de postura.

A hipótese 2 diz que uma capacitação para os professores que considera os aspectos estudados pode induzir os professores a construir situações do ensino-aprendizagem do conceito de área que levem os alunos a desenvolverem a noção de superfície e área trabalhando o ladrilhamento, a composição e decomposição e a sentirem, após esse estágio, a necessidade de passar do quadro geométrico para o quadro numérico, apresentando-lhes as fórmulas do conceito em questão. Verificamos que através dessa hipótese 2, os professores que desconheciam o ladrilhamento, a composição e decomposição acharam-na bastante válida e passaram a aplicar a nossa seqüência didática em sala de aula. Percebemos também que, quando passamos do estágio ladrilhamento, composição e decomposição, os professores sentiram a necessidade de passar do quadro geométrico para o numérico já em busca da fórmula.

A hipótese 3 trata da diferenciação entre área e perímetro, que foi o assunto de nossas primeiras atividades. Notamos que para os professores as atividades apresentadas foram bastante satisfatórias, para sanar o problema da confusão que os alunos fazem entre área e perímetro.

A hipótese 4 diz que um estudo das fórmulas de área e de perímetro de superfícies usuais, feito em relação com os invariantes geométricos das figuras favorece a construção da noção de área como grandeza. Constatamos a validação dessa hipótese para todos os professores, sendo essas as nossas últimas atividades, quando tratamos do cálculo da área do triângulo, paralelogramo, trapézio, da relação do Trinômio Quadrado Perfeito e áreas e da relação do teorema de Pitágoras e áreas de figuras planas.

Quanto a nossa última hipótese constatamos que a construção de situações para a sala de aula nas quais o ponto de vista dinâmico intervém favorece o estudo dos invariantes geométricos que permitem conservar uma área e por conseqüência, a aprendizagem do conhecimento relacionado a comprimento e áreas. Os professores que se apoiam sobre as concepções espontâneas dos alunos conseguem mostrar para eles qual a relação entre comprimento e área, pois trabalham o concreto, as concepções espontâneas e fazem o jogo de quadros.

O que não nos acrescentou muita coisa em nível didático foi na atividade 4, figura 7, a proposta era calcular a área do triângulo; nós esperávamos que os professores viessem a utilizar a composição e decomposição, mas todos resolveram a questão através da fórmula. Talvez as questões referentes à figura 7, não estivessem bem definidas.

Os professores que quiserem aplicar a nossa seqüência didática, deverão ter, por princípio, uma linha de trabalho bem definida, em nível didático e em nível matemático, para levar os alunos à construção do conhecimento.

Fomos verificar com os professores que a aplicaram, e constamos que, para eles, o resultado foi extremamente gratificante, pois os alunos entenderam com mais facilidade o conceito de área e perímetro.

Finalizando, queremos esclarecer que não abordamos todos os enfoques sobre o cálculo de áreas, como, por exemplo, quando a área é aplicada em cálculo, porque o objetivo de nossa seqüência didática foi fornecer mais um instrumento para os professores do Ensino Fundamental.

As nossas perspectivas futuras são dar continuidade à pesquisa sobre os conceitos de área e perímetro voltada para o Ensino Médio através do uso do computador.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] **AG ALMOULOUD,** Saddo. "Fundamentos da Didática da Matemática e Metodologia de Pesquisa", Caderno de Educação Matemática, Vol. III PUC-SP, 1997.

[2] **ANDRINI,** Alvaro. "Praticando Matemática", 5a série, 1989, Editora do Brasil *S/A.*

[3] **BALTAR,** Paula Moreira. Tese de Doutorado. "Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collége", 1996.

[4] **BONGIOVANNI,** Vissoto, Laureano. "Matemática Vida", 5ª série -1996, Editora Ática.

[5] **BOYER,** Carl Benjamin. "História da Matemática", São Paulo, Edgard Blucher, 10ª impressão, 1993.

[6] **BROUSSEAU,** Guy. "Fondements et méthodes de la didactiques das mathématiques", RDM, vol 7, nº 2, 1986.

[7] **BROUSSEAU,** Guy. "Les obstacles épistemologiques et les problemes en mathématiques", RDM, vol 4, nº 2, 1983.

[8] **BUNT,** Lucas N. H. e JONES, Phillip S. e BEDIENT, Jack D. "The Historical Roots of Elementary Mathematics", Prentice Hall, Inc New Jersey, p. 175 a 183, 1976.

[9] **CHEVALARD,** Yves et **JOHSUA**, Marie-Alberte. "La transposition didactique", Édition Ia Pensée Sauvage, ed. 1991.

[10] **CORREA,** Maria Emília e **GALHARDI**, Mauro. "Como é fácil -Matemática", 3a série do 1º grau, 5ª edição -1991, Editora Scipione.

[11] **CORREA,** Maria Emília e **GALHARDI**, Mauro. "Como é fácil -Matemática", 4ª série do 1º grau, 2ª edição -1990, Editora Scipione.

[12] **DOMINGUES,** Hygino H. "Uma fórmula antiga para o cálculo da área dos quadriláteros convexos: Aspectos Históricos - Educacionais", Revista de Educação Matemática, nº 3, 1997.

[13] **DOUADY,** Régine et **GLORIAN**, Marie-Jeanne Perin. "Un processus d'apprentissage du concept d'áire de surface plane", Educational Studies in Mathematics 20, Kluwer Academic Publishers, Netherlands 1989, p. 387 a 424 - 1987.

[14] **DOUADY,** Régine et **GLORIAN**, Marie-Jeanne Perin. "Mesure des longueurs et des aires", Institute de Recherche sur L'enseigment des Mathemátiques. 1983.

[15] **DOUADY,** Régine. "Rapport enseignement apprentissage: Dialectique outil-objet, jeux de cadres", Cahier de didactiques des mathemátiques, nº 3 - 1987.

[16] **DOUADY,** Régine. "Un exemple d'ingénierie didactique ou sont à l'oeuvre jeux de cadres et dialectique outil-objet", Séminaires de didactique de matthématiques, Année 1986-1987, I RMAR de Rennes 1.

[17] **EDWARDS,** C. H. Junior. "The Historical development of the calculus", Springer-Verlag, New York -Berlim.

[18] **FRANCHI,** Anna e **MOURA**, Anna Regina e **LEITE**, Antonieta e **LOPES**, Antonio e **CARVALHO**, Dione e **WEISS**, Jeanette e **SANTOS**, Maria Cecília e **AZEVEDO**, Maria Veronica e **NEVES**, Paulo Sergio e **MANDEL**, Sylvia. "Geometria no 1º grau: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área", 1992, CLR Balieiro Editores Ltda.

[19] **GILLINGS,** Richard J. "Mathematics in the time of the Pharaohs", Dover Publications, Inc New York - 1972.

[20] **GIOVANNI,** José Ruy e **PARENTE**, Eduardo. "Matemática", 5ª série do 1º grau - 1988, Editora FTD.

[21] **GREGOIRE,** Michélle. "Histoires des problemes -Históries des Mathematiques" IREM. "Epistemologie et Histoire des mathematiques", p. 51 a 58 - 1992.

[22] **GROZA,** Vivian Shaw. " A survey of mathematics elementary concepts and their historical development", Holt, Rinehart and Winston, 1968.

[23] **HENRY,** Michel. "Didactique des Mathématiques: une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants", IREM de Besançon, octobre, 1991.

[24] **IMENES,** Luiz Marcio e **JAKUBOVIC**, José e **LELLIS**, Marcelo. "Matemática ao Vivo", 4ª série do 1º grau, 3ª edição - 1995, Editora Scipione.

[25] **LAMANDE**, Pierre. "La demonstration Mathematique dans L'histoire", p. 425 a 439, 1983 Edition IREM de Besançon et IREM de Lyon.

[26] **LIMA,** Elon Lages. "Áreas e Volumes", Fundamentos da Matemática Elementar, p. 1 a 22. -1973, Ao Livro Técnico S.A.

[27] **LIMA,** Elon Lages. "Medida e Forma em Geometria", p. 1 a 55, 1991, Editora Lamgraf Artesanato Gráfico L TDA.

[28] **LIMA,** Paulo Figueiredo. "Considerações sobre o ensino do conceito de área", LEMAT, p. 1 a 10- 1995.

[29] **LOPES,** Antonio José Bigode. "Matemática atual", 5ª série - 1994, Editora Atual.

[30] **MALAVAL,** Joel e Jandonnet, Michel e Moreau, Robert. "Maths 5^{e} -1995.

[31] **NETTO,** Scipione di Pierro. "Conceitos e Histórias" 5ª série do 1º grau - 1995, - Editora Scipione.

[32] **OLIVEIRA,** Antonio Marmo e Silva, Agostinho. "Biblioteca da Matemática Moderna", 1971, Editora Lisa - Livros Irradiantes SA.

[33] **PASSOS,** Lucina e **FONSECA,** Albani e **CHAVES,** Marta. "Alegria de saber", 4ª série do 1º grau, Editora Scipione.

[34] **PASTOR,** J. Rey y Babini, J. "História de Ia Matemática" p. 9 a 20 - 1951 Editora Espasa - Calpe Argentina S.A. - Buenos Aires - México.

[35] **PIRES,** Célia e **NUNES,** Maria e **TOLEDO,** Marília. "Matemática no Planeta Azul", 4ª série do 1º grau 1993, Editora Contexto.

[36] **PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO,** Secretaria Municipal de Educação, "Matemática - Relatos e Prática 4/8", Movimento de Reorientação Curricular - DOT, Documento 6, 1992.

[37] **PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO,** Secretaria Municipal de Educação, “Matemática”, Movimento de Reorientação Curricular, DOT, Documento 5, 1992.

Superintendência Municipal de Educação, DOT. SME– “Currículos e Programas”, Organizadores de áreas – Ensino fundamental – 1996.

[38] **SÃO PAULO (ESTADO),** “Subsídios para a implementação do guia curricular de matemática – Geometria para o 1º grau – 1ª a 4ª séries”, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas - 1997

[39] **SÃO PAULO (ESTADO),** “Subsídios para implementação do guia curricular de matemática – Geometria para o 1º grau”, 5ª a 8ª séries – atividades, Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas - 1978

[40] **SÃO PAULO (ESTADO),** “Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 1º grau”, Coordenadoria e Estudos de Normas Pedagógicas – 4ª edição – 1992.

[41] **SARDELLA,** Antonio e **MATTA**, Edison. “Matemática – 5ª série do 1º grau”, 7ª edição 1984, Editora Ática.

[42] **VASCONCELOS,** Fernando de Almeida. “História das Matemáticas na Antigüidade”, 1925, Livrarias Aillaud e Bertrand Paris-Lisboa.

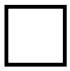
[43] **VETTER,** Q. “Quatre notes sur les mathematiques babylonienner”, Osiris. Vol. 1, 1936.

Anexo I

PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM ENSINO DA MATEMÁTICA

1) Calcule as áreas e os perímetros das figuras A e B

Cada quadradinho vale 1 cm



1 cm

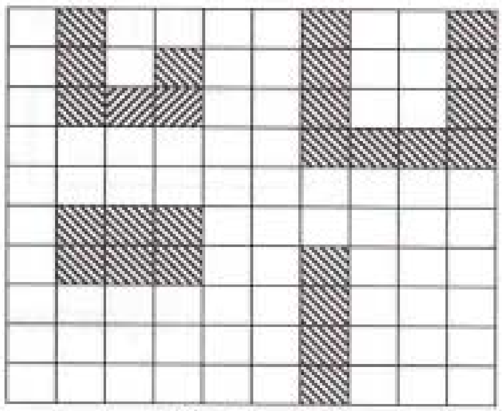


Fig. A

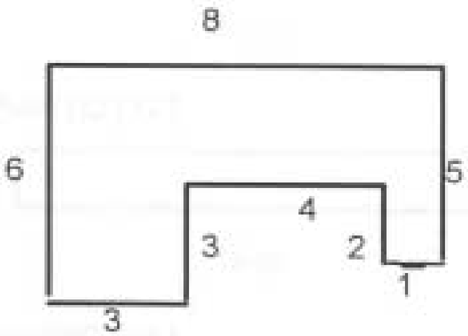


Fig. B

2) O perímetro de um retângulo mede 14 cm .O que acontece com a área se dobrarmos seu perímetro?

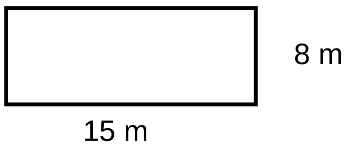
2 cm

5 cm

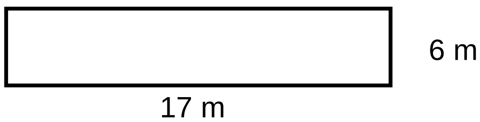
3) Uma quadra de basquete tem 20 m de comprimento por 12 m de largura. O piso dessa quadra é revestido de placas quadradas de 4m de lado. Calcule: O número de placas usadas para revestir totalmente o piso da quadra.

4) Tenho 5 fazendas onde crio cavalos. O tamanho dos pastos das mesmas esta representado abaixo .

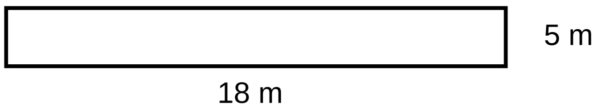
PASTO(A)



PASTO(B)

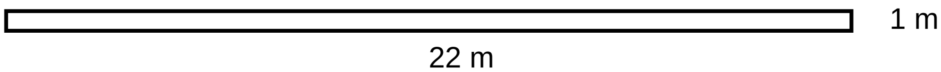


PASTO(C)



PASTO(D)

PASTO(E)



Suponhamos que eu esteja fazendo um revezamento de cavalos nos pastos das 5 fazendas.

Responda:

A quantidade de grama que os cavalos comerão é a mesma em todos os pastos?

Se for sim explique sua resposta.

Se for não qual é o pasto em que os cavalos comerão mais grama.

Anexo II

PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM ENSINO DA MATEMÁTICA

PROFESSORES QUE TRABALHAM COM A 4ª SÉRIE DO 1º GRAU

1- Há quanto tempo você leciona?

____

2- Qual é sua formação profissional?

____

3- Como você inicia o conceito de área?

____
____
____

4- Como você inicia o conceito de perímetro?

____
____
____

5- Quais as figuras geométricas que são trabalhadas com seus alunos? Explique porquê.

____
____
____

6- Você trabalha o papel quadriculado? Explique porquê. 7- Você trabalha o papel pontilhado? Explique porquê.

____
____
____

7- Você trabalha o papel pontilhado? Explique porquê.

____
____
____

8- Você já usou o tangram para trabalhar área com os seus alunos?

9- Você trabalha o recorte e colagem de figuras? Explique porquê.

10- Na sua opinião qual é a melhor maneira de se trabalhar estes conceitos?

11- Você usa material concreto? Quais e porquê.

12- Você faz uso de estórias infantis para explicar o conceito de área?

13) Explique qual é a diferença entre superfície e área. Justifique sua resposta.

nossos agradecimentos.

Anexo II

PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM ENSINO DA MATEMÁTICA

1- Há quanto tempo você leciona?

2- Como você define área?

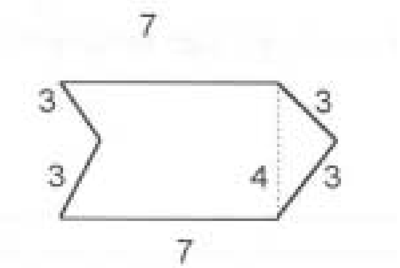
3- Como você define perímetro?

4- Em que momento você utiliza a fórmula para o conceito de área?

5-Como você trabalharia com o papel quadriculado?

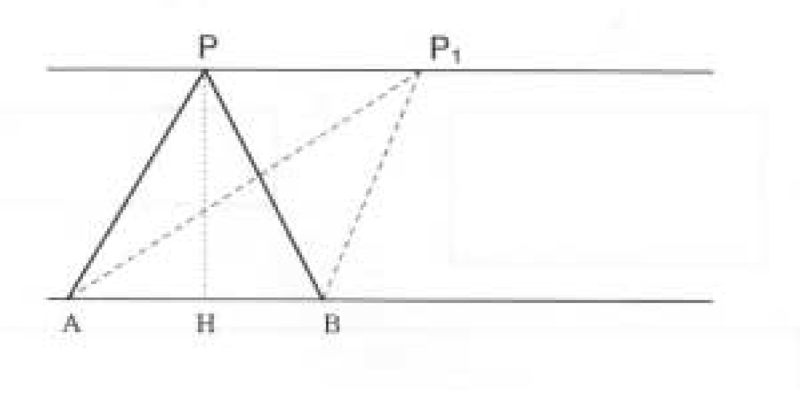
6- Você faz comparações entre área e perímetro?
Explique.

7- Como você explicaria para seus alunos este tipo de problema:
Calcule a área e o perímetro da figura.



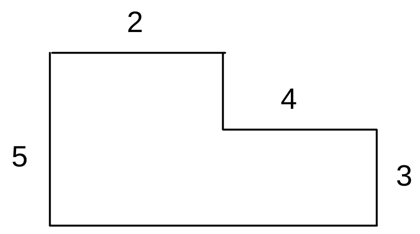
8- Como você explicaria este tipo de problema para seus alunos?

Calcular a área do triângulo APB e do triângulo AP_1B



AB=8
PH=5

9- Como você explicaria o cálculo da área para seus alunos da seguinte figura?



a) através da decomposição em dois retângulos?

Explique porquê.

---

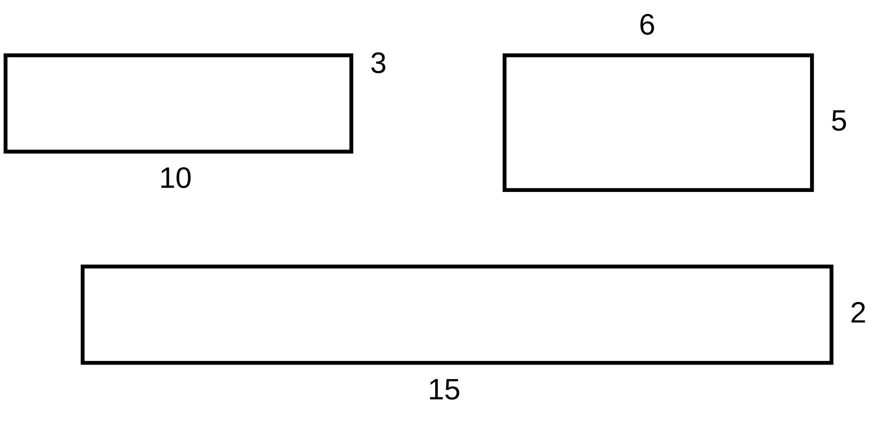
b) através do quadriculado em 1 cm^2?

Explique porquê.

10- Você acha importante trabalhar com os alunos figuras geométricas que fujam das usuais?

Explique porquê.

11- Os alunos normalmente confundem área e perímetro, como você explicaria este tipo de exercício, onde temos a mesma área para perímetros variados.



12- Como você explicaria uma questão onde o perímetro é fixo e a área varia?

nossos agradecimentos.

Anexo III

PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM ENSINO DA MATEMÁTICA

ATIVIDADE -1 - ESTÓRIAS INFANTIS

AMELINHA A ABELHINHA

Amelinha é uma abelhinha operária que trabalha muito, ela sai de sua colméia todos os dias para pegar pólen nas flores de laranjeiras que foram plantadas da maneira como se vê abaixo:

1 •	2 •	3 •	4 •	5 •
12 •				6 •
11 •	10 •	9 •	8 •	7 •

Ela iniciou seu vôo pela flor de número 1, *depois voou em linha reta para a flor de número* 2, *depois para a flor de número* 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 *e* 12 *retornando para a flor de número* 1. *Como já estava exausta resolveu retornar para a sua colmeia.*

A distância de uma flor para outra podemos chamar de "u".

— Faça o caminho de Amelinha com seu lápis.

— Vamos contar quantos "u" Amelinha andou?

— Você já contou?

— Vamos dar um nome específico para a soma de todos esses "u."?

— Então vamos chamá-Ia de perímetro.

— Você já percebeu o que Amelinha fez?

— Ela andou ao redor da plantação das flores de laranjeiras.

— Portanto você acabou de calcular o perímetro da plantação de laranjeiras.

Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o conceito perímetro através deste tipo de situação?

ATIVIDADE 2

Era uma vez um urso chamado Juca, que vivia em uma linda floresta.

Como o nosso amiguinho gostava de comer além da conta, saía várias vezes de sua casa à *procura de comida. Vamos acompanhá-lo?*

— *Pinte de azul cada quadradinho em que Juca procurou a sua comida.*

O *nosso amiguinho urso iniciou sua busca primeiro no quadrado de número* 1, *depois nos quadrados* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

	1	14	13	12					21	22	23	24	25		
	2	15	16	11									26		
	3	20	17	10						30	29	28	27		
	4	19	18	9											
	5	6	7	8											

Você já pintou?

Vamos ver *o* que você fez?

Vamos dar um nome para todos estes quadradinhos pintados de azul?

A região pintada de azul podemos chamá-la de **superfície.**

Agora conte quantos quadradinhos você pintou de azul.

Já contou?

Quantos foram?

Pois bem, o que você acabou de fazer quando contou os quadradinhos foi calcular a ***área*** da figura, que você mesmo pintou.

Vamos ajudar o nosso amiguinho mais um pouquinho?

Pinte de vermelho os quadrados de números 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Podemos chamar a região que você pintou de vermelho de: ___________

Conte quantos quadradinhos foram pintados de vermelho.

Quantos foram? __________________

Quando você pintou os quadradinhos de vermelho e em seguida contou, o que você calculou? ______________________________________

Agora escreva com suas palavras o que você entendeu por:

Superfície ____

Área ____

Perímetro ____

Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

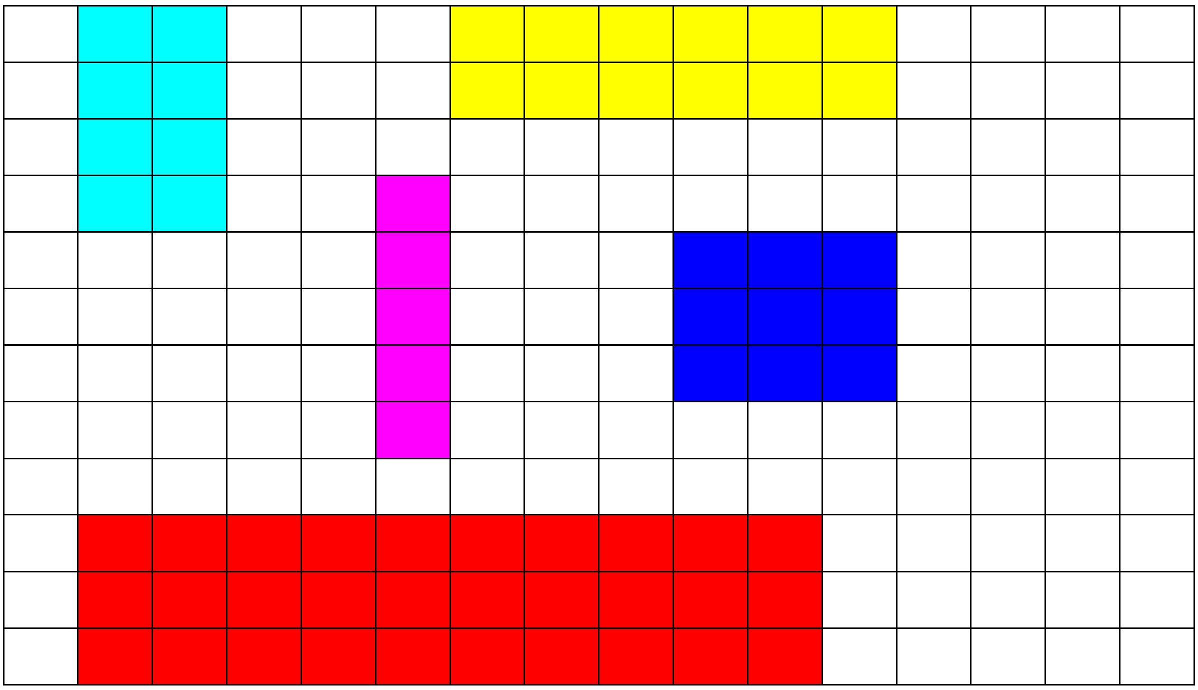
ATIVIDADE 3

1) Temos abaixo cinco figuras geométricas planas.
   Calcule separadamente a área e o perímetro de cada figura.

2) Como você explicaria este tipo de exercício?

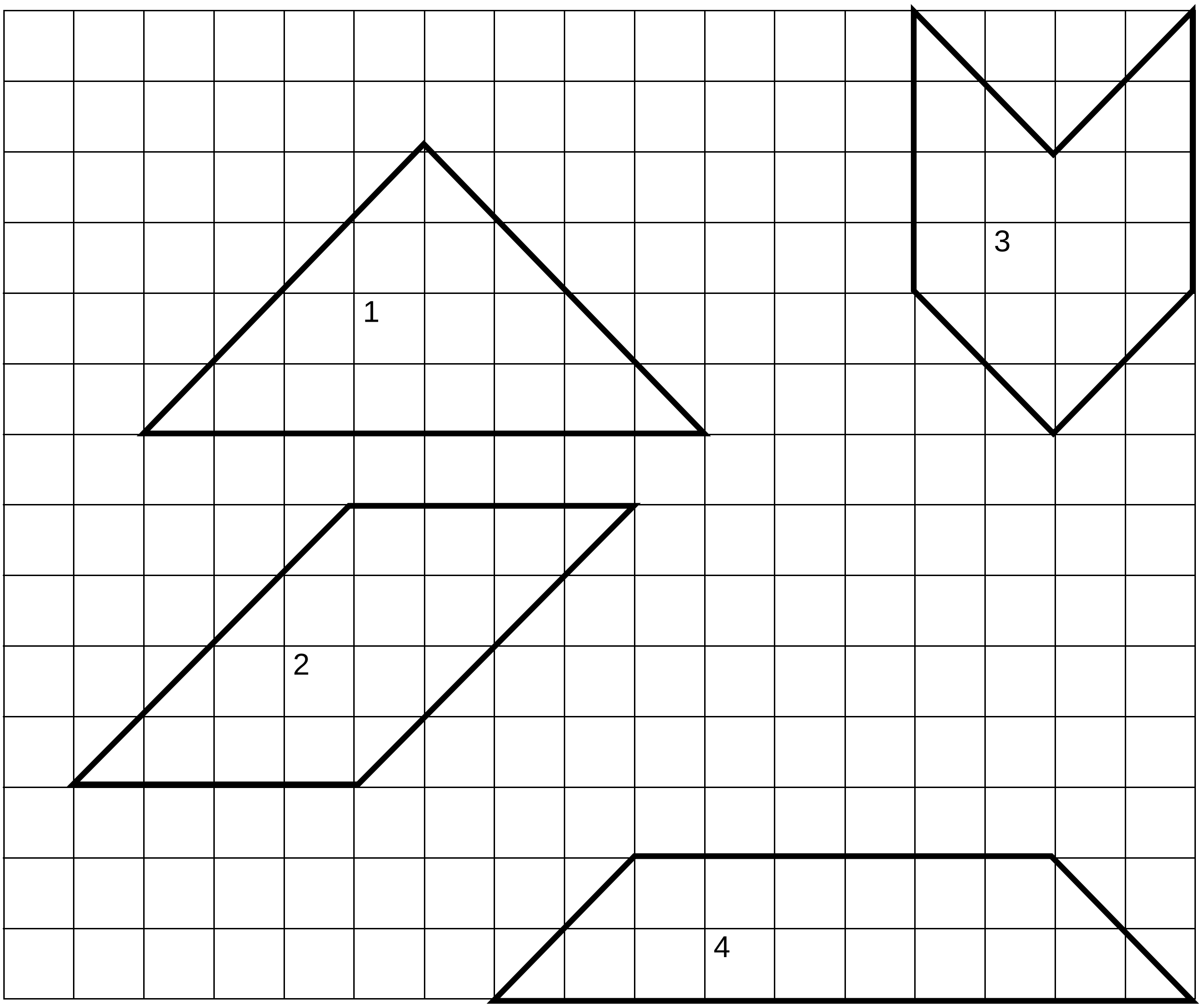
3) Você poderia criar alguma operação para o cálculo da área, e para o cálculo do perímetro para não ter que ficar contando quadradinhos todas as vezes que for pedido para se calcular a área destas figuras?

4) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?



ATIVIDADE 4

Observe as figuras geométricas que estão no quadriculado.



1) Os alunos já conhecem o quadrado e o retângulo e sabem como calcular sua área e seu perímetro.

Use a composição e a decomposição para transformar cada uma das figuras usuais e a figura não usual em retângulo e quadrado.

2) Peça aos seus alunos para que calculem a área e o perímetro de cada figura geométrica do quadriculado.

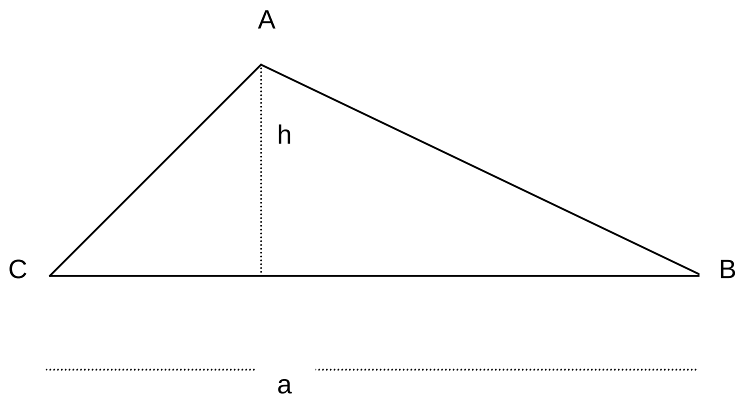
3) Como você levaria os seus alunos a justificar as relações entre as áreas das figuras geométricas?

4) Quais conclusões você tiraria a respeito das áreas das figuras?

5) Quais conclusões você tiraria a respeito do perímetro?

6) Quais conclusões você tiraria a respeito da superfície?

Observe a figura 7.



7) Como você calcularia a área da figura 7 o Pela fórmula?

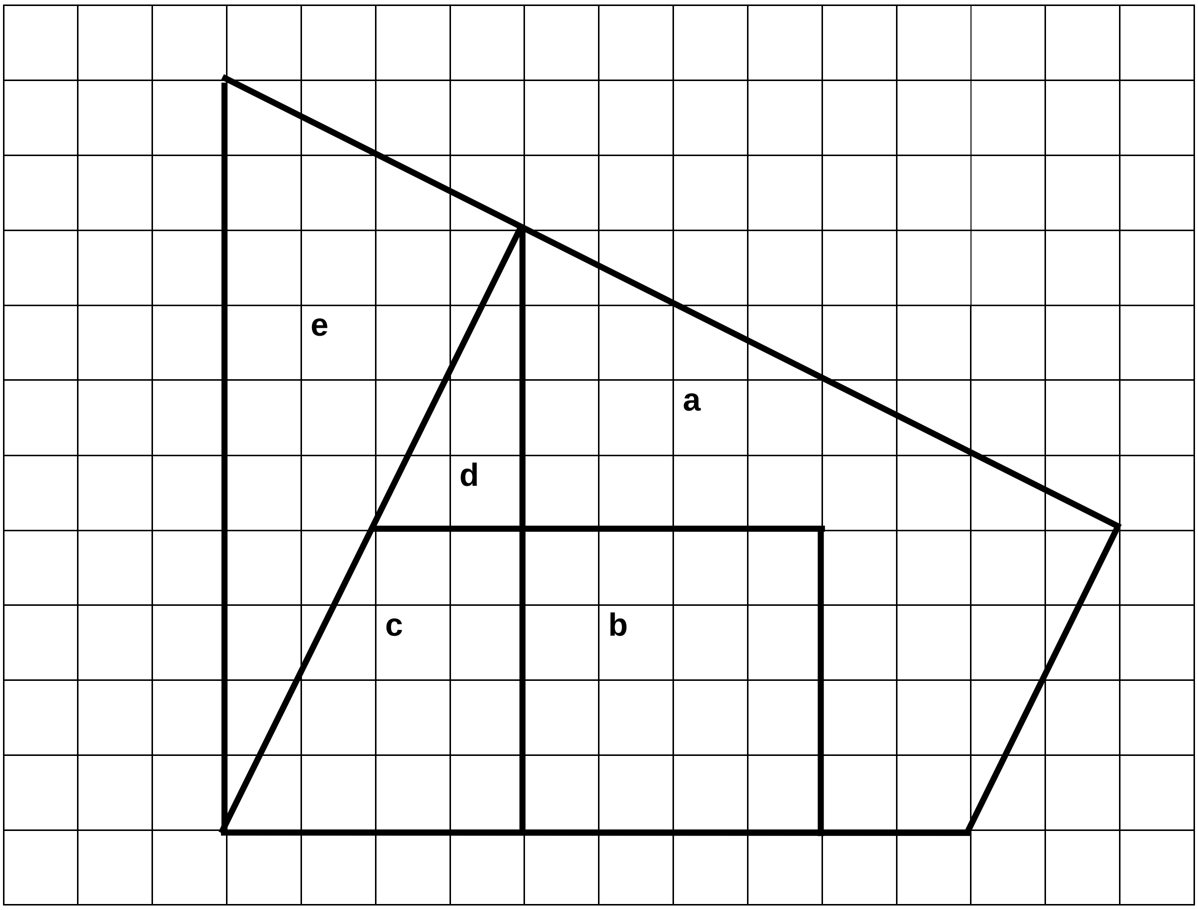
Observe as cinco figuras que estão no quadriculado abaixo.

8) Como você calcularia a área destas figuras?

a) Utilizando a fórmula, para cada figura?

b) Utilizaria a composição e a decomposição, e montaria outra figura?

c) Que tipo de figura podemos obter se utilizarmos a composição e a decomposição?



8) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

ATIVIDADE 5

1) São dadas quatro plantas de casas abaixo. Forme duplas com seus alunos.
2) Recorte-as separadamente, a planta de número 1, 2, 3, e 4.

Faça com que seus alunos calculem a área e o perímetro, também separadamente, e anotem em uma folha de papel.

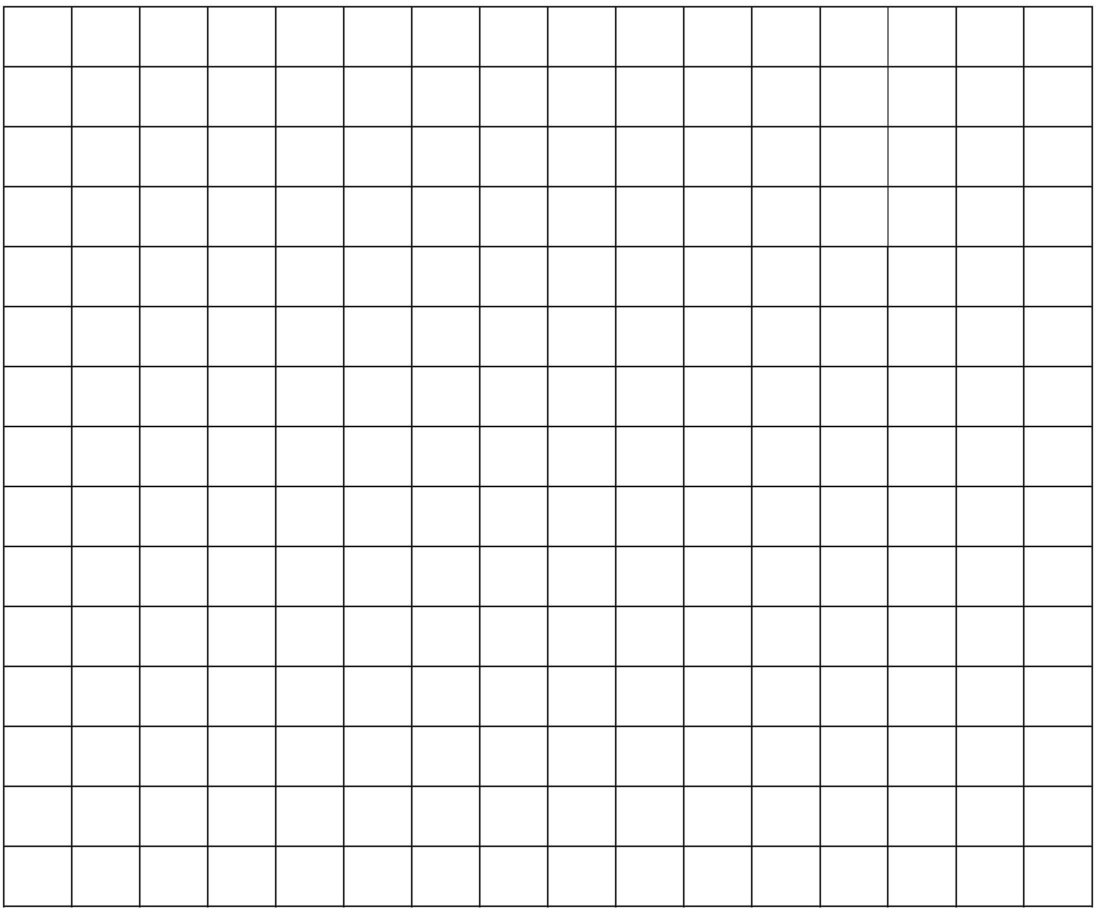
3) Os alunos deverão pegar a planta de número 1, recortar cada aposento e remontá-la da maneira que quiserem. Em seguida deverão calcular a área e o perímetro da nova montagem, sempre fazendo anotações em uma folha de papel. O mesmo deverá ser feito em relação às plantas de número 2, 3, e 4.
4) Como você explicaria a igualdade das áreas, mesmo fazendo outras montagens e o perímetro variando?
5) Qual a conclusão a que você chegou?
6) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de situação?

				plan-	ta 1											
	ban		dor1			cozi		área								
								de								
								serv								
	dor2															
				sala												
						plan-	ta	2								
			cor	re	dor										área	
Banh										sala					de	
			dor 1			dor 2									serv	
	paln-	ta 3										plan-	ta 4			
		sa	la							sa	la					
								ba	nho	dor 1			dor 2			
	ba	nho		dor 1												
								cor	re			dor 3				
Cor	re	dor		dor 2				co	zi	nha						
Co	zi	nha														
				dor 3				área	de	ser	viço					
Área	de	serv														

ATIVIDADE 6

1) Vamos construir juntos o jogo chinês chamado tangram.
2) Vamos fornecer um quadrado de 16 cm de lado, para obtermos 7 peças, que são os componentes do jogo.
3) A seguir você poderá usar a sua criatividade e montar qualquer figura geométrica que quiser.
4) Depois de obter as 7 peças do jogo o professor calculará a área e o perímetro de cada figura.

Para o cálculo da área o professor poderá utilizar a contagem de quadradinhos ou a fórmula.



Para o cálculo do perímetro o professor poderá utilizar uma régua, quando se tratar da diagonal do quadradinho.

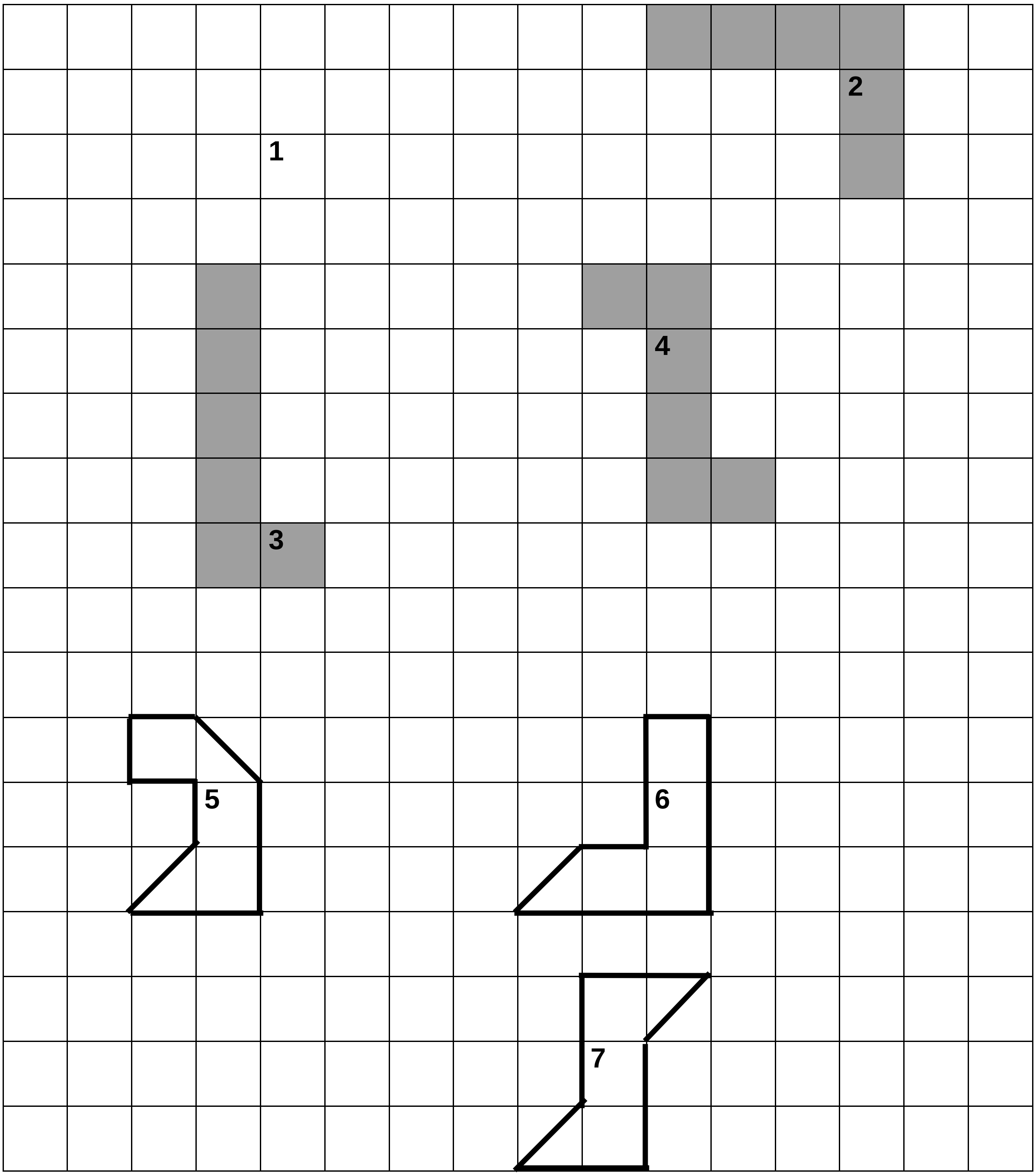
Calculando a área de cada figura separadamente e somando-as o professor poderá mostrar para o aluno que qualquer figura que ele vier a montar, usando a sua criatividade, verifica-se o mesmo valor para a área e valor diferenciado para o perímetro.

5) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área e perímetro a partir deste tipo de atividade?

ATIVIDADE 7(*)

PARTE (A)

Você tem 7 figuras distintas e não usuais, numa folha de papel quadriculado.



(*) A idéia dessa atividade foi extraída do artigo de Ruy Madsen Barbosa, Revista de Educação Matemática, Ano 5, nº 3, pag 51 – janeiro/1997.

Consideremos os polígonos números l' 2, 3 e 4, contando para cada um o número F de pontos da fronteira (borda, contôrno, poligonal}, que são **nós** do quadriculado e calculemos a respectiva área contando cada quadradinho como unidade de área; vamos chamá-Ia de A.

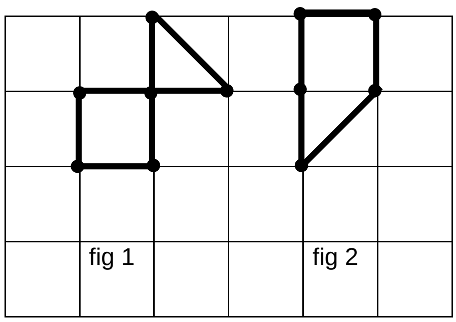
Observando os quatro pares respectivos de valores de F e A, tente descobrir qual é a relação que existe entre eles.

Já pensou?

Qual a relação que existe entre A e F?

Você pode verificar que dividindo F por 2 e subtraindo uma unidade obtemos o valor de A, que é a área da figura número 1 e análogo as figuras número 2, 3 e 4.

Essa fórmula que você acabou de descobrir chama-se Fórmula de Pick Devemos esclarecer aqui que esta fórmula aplica-se somente para as figuras "pickianas" exemplo, de uma figura onde não se aplica a fórmula de Pick.



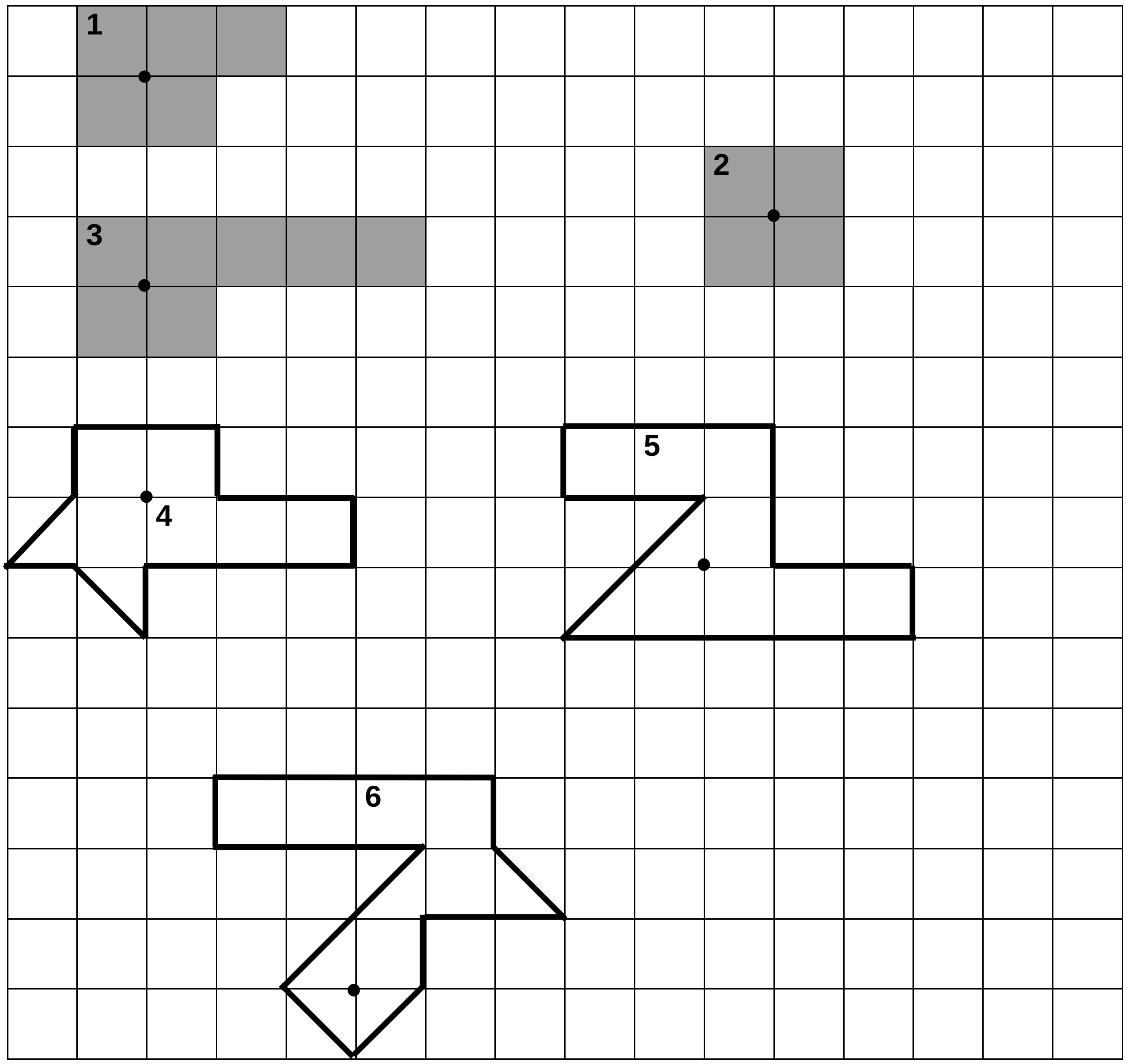
Para esta figura não se aplica pois em cada nó só concorrem dois elementos do contorno (fig. 1).

Regra: o número de nós é igual ao número de elementos de contornos (fig. 2).

ATIVIDADE 7

PARTE (B)

Nesta atividade que é um polígono que tem um ponto interior, o procedimento da contagem dos lados ou bordas e do interior dos quadradinhos é o mesmo. Vejamos qual é a diferença da fórmula que você acabou de descobrir, quando o polígono não tinha nenhum ponto interior e quando o polígono tem um ponto interior. Verifique qual a relação entre a fórmula de Pick quando o polígono não tem nenhum ponto interior e quando o polígono tem 1 ponto interior.



ATIVIDADE 7

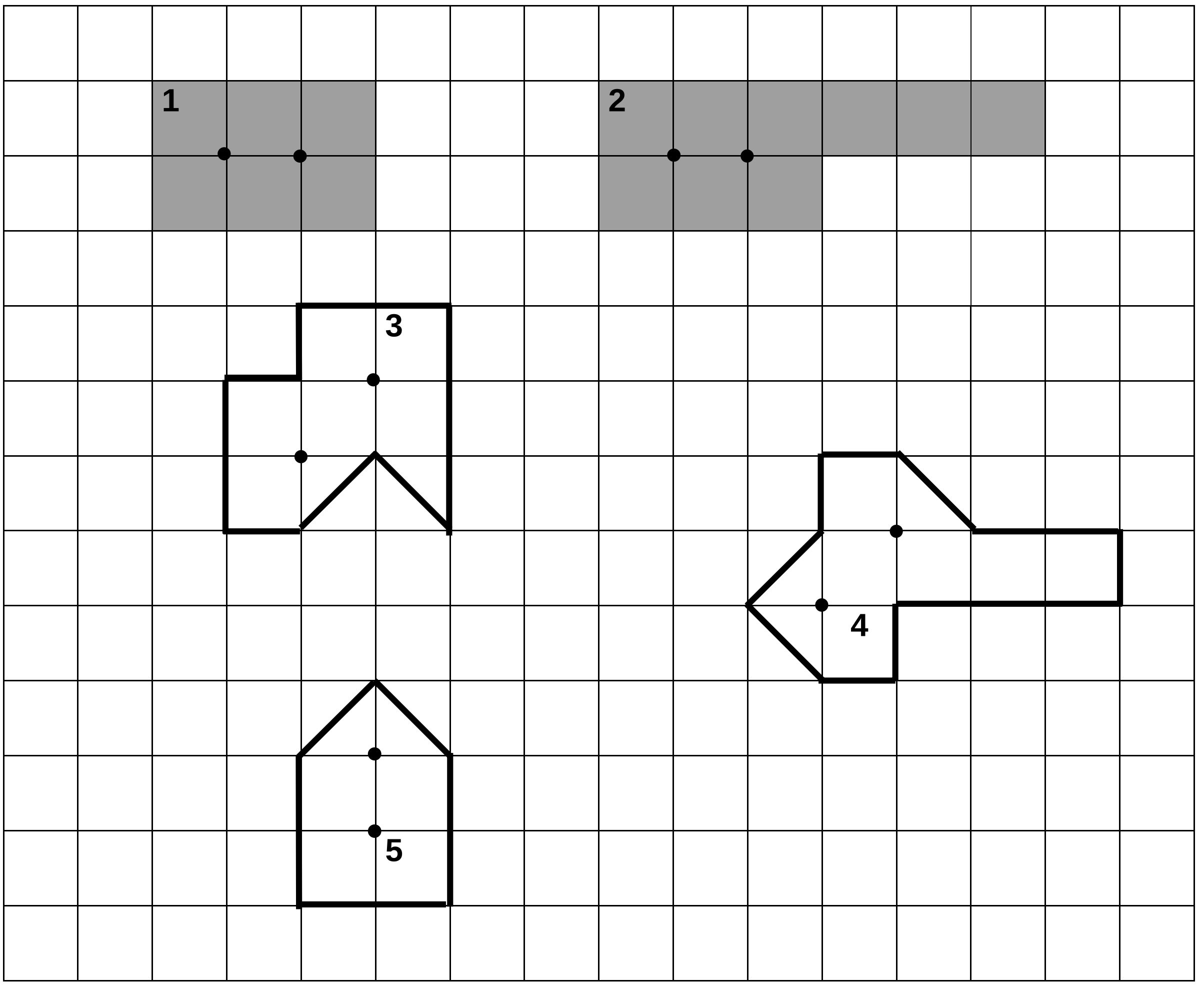
PARTE (C)

Vamos trabalhar com dois pontos no interior do polígono.

Faça a contagem das bordas e a contagem dos quadradinhos no interior dos polígonos.

Qual é a relação que você pode fazer com as duas fórmulas anteriores, ou seja, quando o polígono não tem nenhum ponto e quando o polígono tem um ponto.

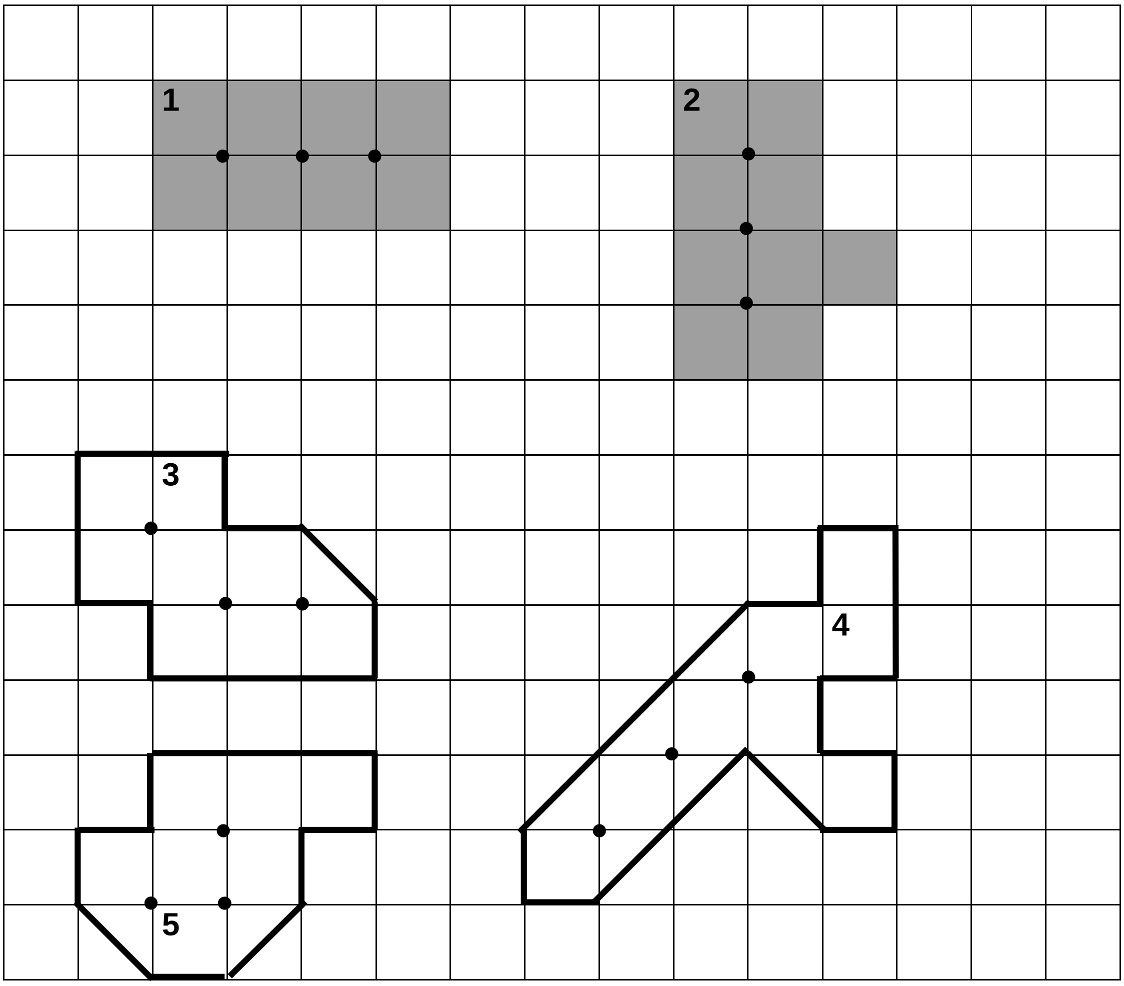
Qual é a conclusão a que você chegou?



ATIVIDADE 7

PARTE (D)

Agora nós vamos trabalhar com três nós no polígono.



Conte as bordas e os quadradinhos do interior do polígono.

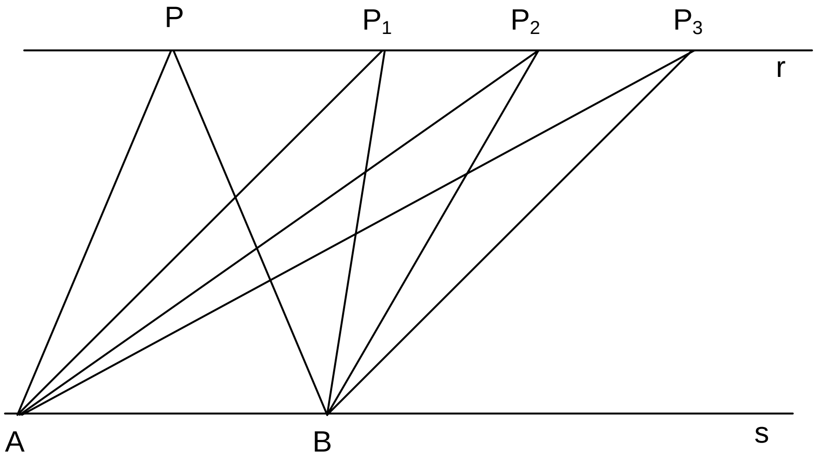
Qual é a relação que você encontrou?

Agora você já tem condições de deduzir uma fórmula única para quando o polígono tem 1, ou 2, ou nenhum ponto interior.

Quais as vantagens em nível conceitual e didático, de se trabalhar a Fórmula de Pick?

ATIVIDADE 8

Vamos apresentar a fórmula que permite calcular a área do triângulo para os professores. Vamos iniciar a nossa atividade apresentando o seguinte:



1) Temos duas retas paralelas **r** e **s** e temos os triângulos APB, AP_1B, AP_2B,

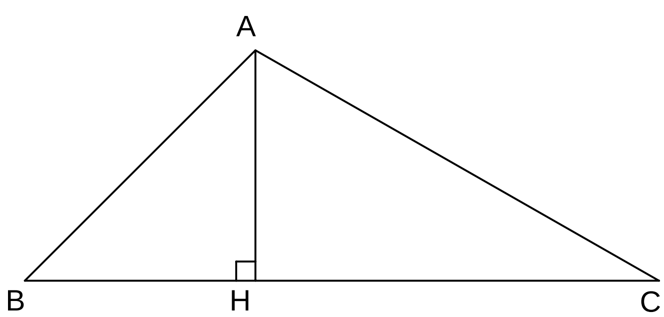
Como você levaria seus alunos a identificar a altura de cada triângulo?

Identificamos nessa atividade o teorema-em-ação (T12) de Baltar que diz:

Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e *mesma altura têm mesma área.*

2) Compare as áreas de cada triângulo e justifique sua resposta.

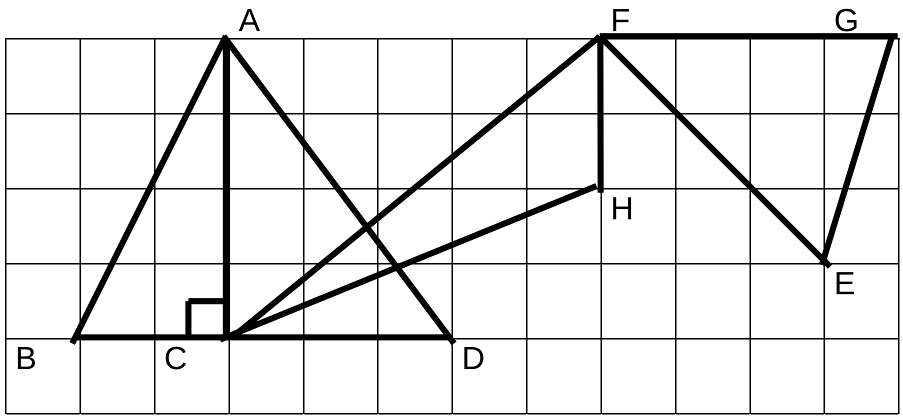
3) Considere o triângulo ABC, como se vê abaixo:



Como você poderia levar seus alunos a descobrir a fórmula da área do triângulo ABC?

Transformando esse triângulo em um paralelogramo e logo em seguida em um retângulo?

4) Sejam três triângulos, como se vê na figura abaixo:



Nestes triângulos existe uma altura mais fácil de ser visualizada, explique qual é.

5) Explique como você calcularia a área dos triângulos ABC, ABD, EFG e CFH.

6) Encontre um ponto M tal que o triângulo MDB tenha como área o valor 15.

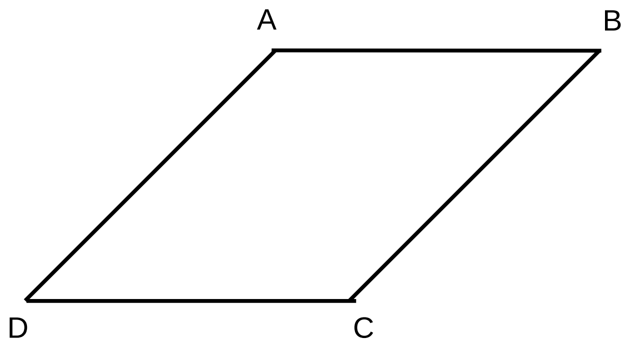
7) Você acha que neste tipo de exercício ficaria bem claro para os alunos o uso da fórmula do cálculo da área de um triângulo?

8) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o conceito área e perímetro para a descoberta da fórmula da área do triângulo a partir deste tipo de situação?(*)

(*) A idéia do enunciado foi extraída do Maths 5e p. 200.

ATIVIDADE 9

É dado um paralelogramo ABCD, como se vê abaixo:

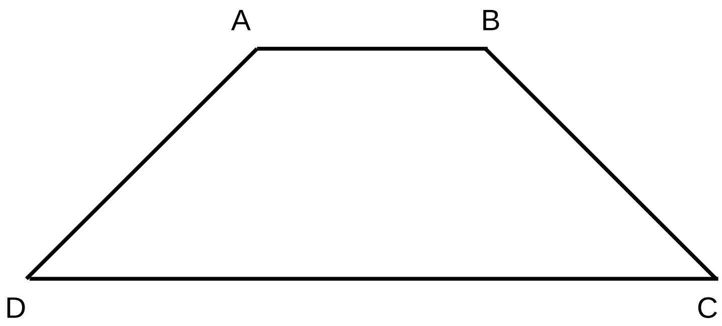


1) Como você levaria seus alunos a calcular a área do paralelogramo ABCD através da área do triângulo?
2) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de áreas através deste tipo de situação?
3) Você utilizaria este tipo de atividade em sala de aula? Se sim, explique como você organizaria seus alunos para tal atividade.

   Se não, justifique sua resposta.

ATIVIDADE 10

Considere-se o seguinte trapézio ABCD

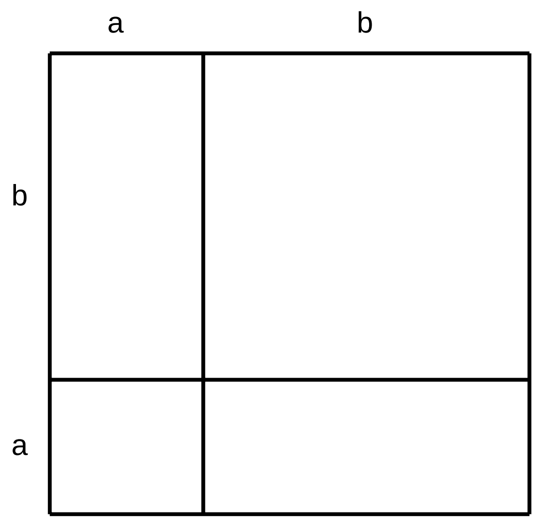


1) Como você levaria seus alunos a deduzir a área do trapézio a partir da área do paralelogramo e da área do triângulo?
2) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de área do trapézio através da área do paralelogramo e da área do triângulo através deste tipo de situação?
3) Você utilizaria este tipo de atividade em sala de aula? Se sim, como poderia organizar seus alunos para tal atividade? Se não, justifique sua resposta.

ATIVIDADE 11

Vamos trabalhar com o trinômio quadrado perfeito, faremos uma relação com a área de figuras planas, ou seja, vamos relacioná-lo com a área do quadrado.

Os professores iniciarão este trabalho calculando a área de um quadrado de lado a+b.



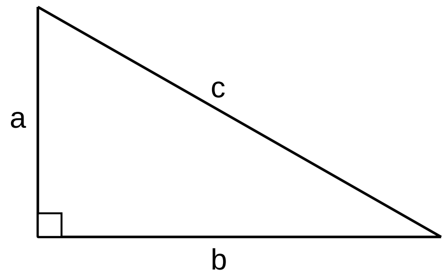
1) Como você levaria seus alunos a calcular a área do quadrado de lado a+b de duas formas diferentes?
2) Em nível algébrico, qual conhecimento novo os alunos poderão adquirir com esta atividade?
3) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar os conceitos de trinômio quadrado perfeito e áreas de figuras planas através deste tipo de situação?(*)

(*) A idéia da atividade sobre o Teorema de Pitágoras e Trinômio Quadrado Perfeito foi extraído da Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

ATIVIDADE 12

Vamos fazer agora uma relação entre o Teorema de Pitágoras e a área de uma figura.

1) É dado um triângulo retângulo de dimensões:



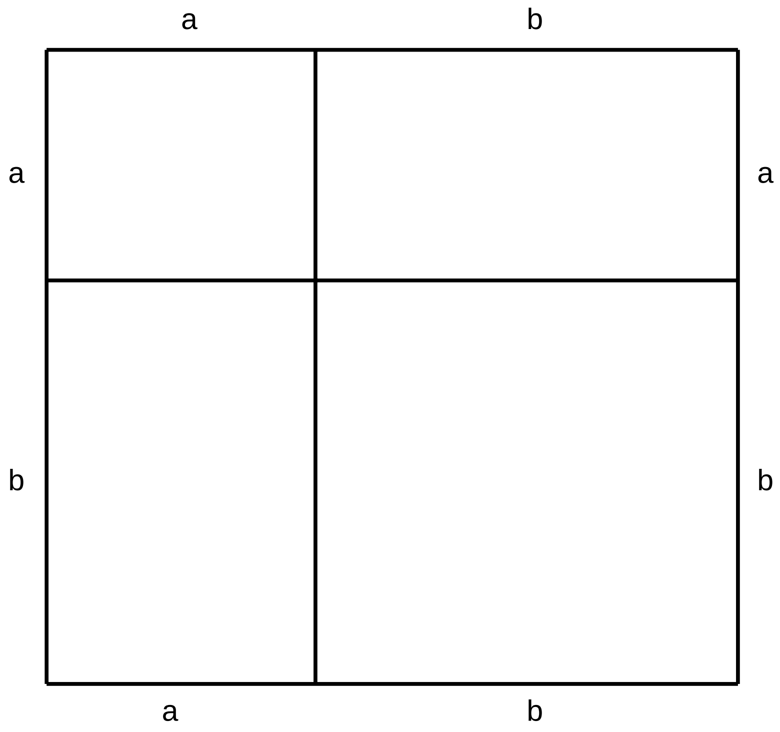
Onde temos os catetos "a" e "b" e a hipotenusa "c".

1) Construa um quadrado de lado a+b, calcule a área e chame de figura 1.

2) Insira no quadrado de lado a+b um outro quadrado de lado "c" no qual podemos obter quatro triângulos retângulos internos; calcule a área e chame de figura 2.

3) Calcule a área de duas maneiras diferentes

4) Existe uma relação entre a figura 1 e a figura 2? Qual é? Explique.



5) Como você justificaria o fato de subtrairmos 2ab dos membros, quando comparamos as relações encontradas na figura 1 e na figura 2?

6) Quais as vantagens em nível conceitual e didático de se abordar o Teorema de Pitágoras através de áreas de figuras planas a partir deste tipo de situação?