

Mônica Maria Borges Mesquita

**PRÉ-ESCOLA: UM ESTUDO A RESPEITO DA  
SOBRECONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE  
PROBLEMAS ADITIVOS**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
PUC / SP

2001

Mônica Maria Borges Mesquita

# **PRÉ-ESCOLA: UM ESTUDO A RESPEITO DA SOBRECONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em Educação Matemática sob a orientação da Professora Doutora Maria Cristina S. de A. Maranhão.

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA  
PUC / SP

2001

Mônica Maria Borges Mesquita

# **PRÉ-ESCOLA: UM ESTUDO A RESPEITO DA SOBRECONTAGEM NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS**

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio

---

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente

---

Prof. Dr. José Luis Magalhães de Freitas

---

Prof<sup>a</sup>.Dr<sup>a</sup>.Maria Cristina S. de A. Maranhão  
(orientadora)

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos fotocopiados ou eletrônicos.

---

Mônica Mara Borges Mesquita

São Paulo, de de 2001

**Dedico** este trabalho à **Professora Margarida Aparecida Borges** que consagrou sua vida profissional à Educação Infantil, sempre trabalhando na Pré-escola. Começou ingressando, no ano de 1961, na Escola Típico Rural “Coronel Quito Junqueira” na Usina Junqueira no município de Igarapava, no interior do Estado de São Paulo.

Trabalhou 20 anos no Grupo Escolar “Antônio Inácio Maciel” no bairro Jardim Maria Rosa, na cidade de Taboão da Serra. Aposentou trabalhando, dois períodos, na Escola Estadual de Primeiro e Segundo Grau “José Américo”, situada no bairro Jardim Bonfiglioli na cidade de São Paulo.

Segue, em anexo, algumas de suas produções durante este trajeto profissional, confirmando alguns dados históricos levantados no capítulo um deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

---

---

À Cris, pela contribuição ao meu crescimento profissional, pela competência de sua orientação e, em especial, pela confiança que depositou em mim ao longo deste trabalho.

Aos meus queridos pais Margarida Aparecida Borges, Therezinha Costa Mauro e Sergio Alberto Mauro que, como podem perceber, me deram “dose tripla” de amor ao longo de minha jornada.

Aos meus amados filhos Lia, Renan e Lucas que, também em “dose tripla”, tornam a minha jornada plena.

À Hilda Borges Invernizi pela amizade, companheirismo e competência nas inúmeras horas – diurnas e noturnas – dedicadas à revisão do Português deste trabalho.

À Ana Maria Invernizzi Natal pelo pronto, competente e carinhoso auxílio na tradução de textos, frases ou até mesmo palavras em Francês.

Ao Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio, Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente e Prof. Dr. José Luis Magalhães de Freitas por compartilhar comigo deste momento.

Aos professores do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica pelos preciosos ensinamentos durante o curso.

À Professora Doutora Anna Franchi e ao Professor Doutor Saddo Ag Almouloud pelo incentivo e companheirismo durante todo o curso.

À Professora Doutora Célia Maria Carolino Pires pelas sugestões na construção do segundo capítulo desta dissertação.

À amiga Edda Curi pelo apoio de sempre e por compartilhar comigo sua grande experiência profissional.

Às amigas Gisela Hernandes Gomes e Flávia de Mônaco pelo belo trabalho de observação que realizaram nesta pesquisa e pelo companheirismo durante o curso.

Aos amigos e funcionários da biblioteca da PUC/SP – Campus Marquês de Paranaguá – Balbina de Mello Oliveira, Ana de Oliveira, Maria Angela de Marco, Talita Carolino Campos Silveira e Paulo Rogério da Silva pela paciência e apoio durante todos esses anos.

Aos amigos e funcionários da PUC/SP – Campus Marquês de Paranaguá – José Predebon, João Massano Gollo, Sebastião Gerônimo, Geraldo Genuário dos Santos, Aparecida da Cruz, Maria Dorgina da Silva, Tânia Rosa Serafin, Adilson Aparecido da Silva e Francisco Olímpio da Silva pela atenção e carinho comigo ao longo dos últimos dezesseis anos.

À CAPES pela bolsa que me permitiu maior dedicação ao Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática.

Ao Professor Edson Alves Cardoso, Diretor Escolar do EMEI “Francisco Mielle”, pela contribuição, confiança e amizade.

À professora Maria Palmira de Almeida Veiga por horas de trabalho junto a nossa equipe e por compartilhar conosco incríveis momentos de seus alunos.

Aos queridos alunos da Pré-escola - EMEI “Francisco Mielle” -: Amanda, Avillan, Beatriz, Bruno, Caroline, Denis, Érica, Fernanda, Guilherme, Henrique, Jean, Jéssica, João, Joyce, Kevin, Leonardo, Letícia, Luana, Lucas, Matheus, Maycon, Nicolas, Patrícia, Pedro, Ricardo, Thaís, Thiago, Vitor Augusto, Vitor Cesar, Wesley, Willian e Yohana, atores principais deste trabalho.



À mêm chéris voizins Professor Doutor Roberto Gomes Nogueira e Deise Aparecida Lincon que, com o real significado da palavra amizade, me apoiaram técnica e espiritualmente no desenvolvimento deste trabalho. ... “*Até de abrir os olhos impedido, o bom Mestre, acorrendo ao meu resgate, veio me oferecer seu ombro fido.*” (Dante Alighieri, *Purgatórioca* 1313).

*“O conhecimento é a estratégia mais importante para levar o indivíduo a estar em paz consigo mesmo e com o seu entorno social, cultural e natural e a se localizar numa realidade cósmica. ... Há, efetivamente, uma moralidade intrínseca ao conhecimento e, em particular, ao conhecimento matemático. Por que insistirmos em Educação e Educação Matemática e no próprio fazer matemático, se não percebermos como nossa prática pode ajudar a atingir uma nova organização da sociedade, uma civilização planetária ancorada em respeito, solidariedade e cooperação?”*

*D’Ambrósio (2001).*

## RESUMO

---

O presente trabalho apresenta um estudo sobre resolução de problemas aditivos, com 32 alunos de Pré-escola (5 a 7 anos), em uma escola pública do município de São Bernardo do Campo no estado de São Paulo – Brasil, no ano de 1999.

Mostra que a resolução de problemas aditivos depende da sobrecontagem, que, por sua vez, depende da memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1. Exibe, também, uma organização dos problemas da categorização de *Vergnaud*, numa seqüência de ensino, mostrando que essa organização interfere na estratégia de resolução.

A seqüência de ensino baseia-se em alguns conceitos teóricos da Didática da Matemática, em especial, os desenvolvidos por *Douady*. Ressalta, analisando, a importância do contexto social, bem como das interações sociais no desenvolvimento cognitivo do aluno. Aborda o papel do professor/pesquisador na construção e no gerenciamento de um espaço interativo.

Tem a intenção de avivar a discussão a respeito das dimensões política, social e cognitiva na Pré-escola, definindo, cada vez mais claramente, o espaço da Pré-escola na sociedade e, conseqüentemente, seus limites de atuação.

## ABSTRACT

---

---

The present paper shows a study on the solving of adding problems with 32 pre-school students (5 to 7 years old) in a public school from São Bernardo do Campo, São Paulo state, Brazil, in 1999.

It shows that the solving of adding problems depends on overcounting, which depends on memorization of the natural numerical sequence from a certain number different of 1. It shows, too, a organization of *Verghnaud's* cathegorization problems in a teaching sequence, showing that this organization interferes with the solving strategy.

The teaching sequence bases itself in some theoretical concepts from the Mathematics Didacticism, in special the ones developed by *Douady*. The teaching sequence point out and analysing the importance of the social context, as well as the social interactions in the cognitive development of the student. It approaches, too, the role of the teacher/researcher in the building and managering of a interactive area.

This paper has the intention of discussing about the political, social and cognitive dimensions of the pre-school, defining more clearly the role of the pre-school in society and, the after, its limitations of action.

## RESUMÉ

---

---

Ce travail présente une étude sur la résolution de problèmes additifs par trente deux élèves du Cour Préparatoire – CP – (5 à 7 ans) d'une école publique municipale de São Bernardo do Campo, ville de l'État de São Paulo, au Brésil, pendant l'année de 1999.

Il démontre que la résolution de problèmes additifs dépend du surcomptage qui, à son tour, dépend de la mémorisation de la séquence numérique naturelle, à partir de n'importe quel numéro différent du numéro un. Il montre aussi une organisation des problèmes de la catégorisation de *Vergnaud*, dans une séquence d'enseignement, en signalant que cette organisation interfère dans la stratégie de résolution.

La séquence d'enseignement se base sur quelques concepts théoriques de la Didactique des Mathématiques, spécialement, sur ceux développés par *Douady*. Elle met en relief, en les analysant, l'importance du contexte, social ainsi que des interactions sociales dans le développement cognitif de l'élève. Cette séquence aborde le rôle du professeur/chercheur dans la construction et l'administration d'un espace d'interaction.

Ce travail a l'intention d'aviver la discussion à l'égard des dimensions politique, sociale et cognitive au CP en définissant, de plus en plus clairement, l'espace du CP dans la société et, conséquemment, ses limites d'actuation.

# SUMÁRIO

---

FOLHA DE ROSTO .....	II
PÁGINA DE APROVAÇÃO .....	III
DEDICATÓRIA .....	IV
AGRADECIMENTOS .....	V
RESUMO .....	X
ABSTRACT.....	XI
RESUMÉ .....	XII
INTRODUÇÃO.....	1
<b>CAPÍTULO 1</b>	
1.0 ENSINO E A APRENDIZAGEM DO NÚMERO.....	4
1.1 A Pré-escola.....	5
1.2 Um panorama de pesquisas e de propostas.....	12
1.3 Teorias que tomamos como base.....	22
1.4 Método aplicado em nossa pesquisa.....	31
1.4.1 Fase Aberta.....	33
1.4.2 Fase Sistemática.....	35

## **CAPÍTULO 2**

2.Fase Aberta.....	37
2.1 A importância das operações externas no desenvolvimento cognitivo do aluno .....	38
2.2 Preâmbulos das identificações.....	39
2.2 Identificação da Unidade Escolar.....	41
2.3 Identificação da Comunidade.....	44
2.4 Identificação da Professora.....	45
2.5 Identificação dos Alunos.....	56

## **CAPÍTULO 3**

3. Fase Sistemática.....	61
3.0 Sessão 0.....	62
3.1 Sessão 1.....	65
3.2 Sessão 2.....	83
3.3 Sessão 3.....	106
3.4 Sessão 4.....	124

## **CAPÍTULO 4**

4. Conclusões.....	143
4.1 Considerações Finais.....	150

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>155</b>
--	------------

## INTRODUÇÃO

---

A presente pesquisa tem como tema o estudo do desenvolvimento de problemas aditivos. Nosso estudo focaliza a evolução de conhecimento de alunos da Pré-escola durante a realização de uma seqüência de ensino-aprendizagem.

No Capítulo 1 mostramos a importância social da pré-escola enquanto ensino obrigatório e, com base em um rastreamento bibliográfico, apresentamos um panorama de pesquisas e de propostas sobre o ensino e a aprendizagem de número que enfocam a contagem. Ainda neste capítulo, apresentamos a problemática, o quadro teórico didático e matemático adotado nesta pesquisa, bem como a escolha metodológica.

No Capítulo 2, descrevemos e analisamos algumas características de variáveis envolvidas no processo de ensino-aprendizagem que nos propomos a estudar: unidade escolar, comunidade e professor, bem como algumas relações entre elas. Nosso objetivo, neste capítulo, é conhecermos o contexto social dos alunos envolvidos nesta pesquisa, que parte da "função social do número". Denominamos este capítulo de **fase aberta**. Alicerçamo-nos nas análises desta fase, para podermos adaptar a fase seguinte a certas condições "reais" destes alunos.



No Capítulo 3, apresentamos a seqüência desenvolvida mediante nossos objetivos e adaptadas segundo as análises da fase anterior. Constam deste capítulo 5 sessões. A sessão 0 visa à ambientação dos alunos com a pesquisa. Nas demais sessões usamos, com os alunos, problemas aditivos das três classes categorizadas pelo psicólogo francês *Gérard Vergnaud*: estado inicial, transformação e estado final. Os alunos resolveram tais problemas, seguindo certas fases da dialética ferramenta-objeto, categorizada pela pesquisadora francesa *Régine Douady*. Apresentamos, para cada sessão aplicada, sua análise e conclusão parcial, o que nos dava base para formulação da sessão seguinte. A este capítulo chamamos de **fase sistemática**.

No Capítulo 4, apresentaremos as conclusões da pesquisa.

# **CAPÍTULO 1**

## **O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE NÚMERO**

## **O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE NÚMERO**

---

Neste capítulo, visamos mostrar o porquê da nossa escolha em trabalhar com a Pré-escola. Iniciamos com uma retrospectiva sobre a Educação Infantil no Brasil e sua importância na sociedade atual, em função de mudanças sociais.

Visamos, também, mostrar um panorama de pesquisas e de propostas sobre ensino e aprendizagem de número, que enfocam a contagem.

Enquanto destacamos algumas pesquisas que nos auxiliaram em nosso caminho, apresentamos a problemática deste trabalho e, a seguir, o quadro teórico didático e matemático e as escolhas metodológicas imbricadas nesta dissertação.

## 1.1 A PRÉ-ESCOLA

---

Por que Pré-escola?

Consideramos, fundamentalmente, três fatores solidários para essa escolha:

1. A importância da discussão sobre a contagem, sobrecontagem, memorização da seqüência numérica, conceito e significado de número na resolução de problemas aditivos na Pré-escola;
2. A importância de avivar a discussão a respeito das dimensões política, social e cognitiva na Pré-escola;
3. A necessidade de se definir, cada vez mais claramente, o espaço da Pré-escola na sociedade e, conseqüentemente, seus limites de atuação.

Qual é o papel educativo da Pré-escola?

Em resposta a esta questão, sentimos que era oportuno rever alguns passos da Educação Infantil no Brasil.

*Kishimoto* (1988) cita, no curso da história, alguns teóricos que marcaram a evolução da Pré-escola no Brasil: *Quintiliano* (42 d.C.), *Erasmus*, *Montaigne* e *Rabelais* (séc. XVI), *Comenius* (séc. XVII), *Rousseau* (sec.XVIII), *Pestalozzi* e *Fröebel* (Início do séc. XIX), *Dewey*, *Kilpatrick*, *Montessori*, *Decroly*, *Claparede* e, finalmente, *Piaget* (final do séc. XIX e séc. XX).

“A criação de instituições Pré-escolares resulta, fundamentalmente, de fenômenos recentes como a urbanização e a industrialização. Entretanto, a importância do período Pré-escolar na formação do homem mereceu a atenção de grandes educadores do passado, os quais estabeleceram as bases teóricas dos modernos estabelecimentos para atender a infância. (Kishimoto, 1988)”

Segundo *Kulmann Jr* (2000), mesmo que grandes educadores tenham dado atenção à importância do período Pré-escolar na formação do homem, é durante a *Era dos Impérios*, na passagem do século XIX ao XX, que a Pré-escola foi propagada pelos países europeus centrais, que estavam em busca de uma sociedade *civilizada*. No Brasil, neste período, vive-se o deslocamento da influência européia para os EUA, chamado *Novo Mundo*. Este fenômeno encontra expressão marcante na criação do Dia da Criança, no 3º congresso Americano da Criança – realizado no Rio de Janeiro em 1922 – juntamente com o 1º Congresso Brasileiro de Proteção à Infância. *Kulmann Jr* (1998) associa a data da descoberta do *Novo Mundo* com a infância, que deveria ser educada segundo o espírito americano.

Em consonância com as propostas das instituições de educação popular, difundidas nesses congressos e nas exposições internacionais, a concepção da *assistência científica*, segundo *Kulmann Jr* (2000), já previa que o atendimento da pobreza não deveria ser feito com grandes investimentos. A educação assistencialista promovia uma *pedagogia da submissão*, que pretendia preparar os pobres para aceitar a exploração social, não devendo, o estado, gerir diretamente as instituições, repassando recursos para as entidades.

Da organização destes Congressos de 1922, vieram as denúncias dos limites e da demagogia produzida em torno das propostas de políticas sociais<sup>1</sup> para a infância. Segundo *Kulmann Jr* (2000), tais denúncias vieram de Luiz Palmeira, da revista socialista *Clarté*, com questões do tipo – *como podiam os empresários, os políticos e os governantes, “os algozes do pai”, que demitiam e perseguiam os operários, serem protetores do filho* –, e da educadora Maria Lacerda de Moura, que se referia à insignificância das iniciativas e considerava que não se tratava de dar, mas de restituir aos pobres os seus direitos.

Ainda neste mesmo artigo *Kulmann Jr.* afirma que, de 1922 até meados de 1970, pouca expansão – referente à cognição – se obteve na Pré-escola. Nesta época, a Pré-escola estava parte ligada aos sistemas de educação e parte vinculada aos órgãos de saúde e de assistência.

A partir de 1970, as instituições de Educação Infantil ainda eram propostas como recursos da família para apaziguar os conflitos sociais, mas eram vistas, também, como meio de educação para uma sociedade igualitária, como instrumento para a libertação da mulher do jugo das obrigações domésticas e como superação dos limites da estrutura familiar. Foram as idéias socialistas e feministas dos anos 70 que redirecionaram a questão do atendimento à pobreza, pensando na educação da criança em instituições<sup>2</sup> coletivas. Estas idéias aparecem como uma forma de garantir às mães o direito de trabalhar.

Em paralelo a esta fusão da luta da transformação política e social ampla com a luta pela Pré-escola pública, que acontecia nos anos 70, a

---

<sup>1</sup> Medidas propostas tendo como finalidade o melhoramento do convívio social.

<sup>2</sup> No artigo *Kulmann Jr* (2000) em lugar deste termo, figura o usado na época: equipamentos.

recreação marcava a trajetória da Pré-escola até então. O termo *recreação* foi utilizado para nomear uma nova proposta para a Pré-escola – “Proposta dos Centros de Recreação” – difundida a partir do Plano de Assistência ao Pré-escolar, do Departamento Nacional da Criança, em 1967. Este plano iniciava o modelo das instituições de educação infantil de baixo custo, que iriam se difundir a partir da década de 1970.

Uma das primeiras críticas feitas a este modelo apareceu em um artigo da revista *Escola Municipal* do ano de 1985, onde as propostas para uma educação que atendesse aos interesses das classes populares acabavam por criticar os objetivos de recreação. Percebe-se, na leitura deste artigo, que não havia uma rejeição total à recreação, mas que esta ficara em um plano secundário frente à importância do aspecto pedagógico. Sendo assim, a dimensão cognitiva aparecia como alternativa, já que o desenvolvimento intelectual, como o modo moderno de atuar na Pré-escola, surgia em substituição ao tradicional lúdico.

Ainda segundo *Kuhlmann Jr. (2000)*, parece que se queria purificar o pedagógico do contágio com as estruturas e práticas reais em que ocorre o processo educacional das crianças que freqüentam as Pré-escolas, no intento de fazer a defesa do direito das crianças das classes populares ao conhecimento. Nesta época, o currículo ora se camufla num modelo de escola de ensino fundamental, ora se subordina à idéia de um desenvolvimento intelectual abstrato.

Em 1993, o MEC/SEF/COED lança um documento “Política de Educação Infantil”, no qual se concebe a Educação Infantil como constitutiva de

um segmento importante do processo educativo. Segundo este documento, vários fatores contribuíram para a expansão da Educação Infantil no mundo, entre os quais se destacam os avanços do conhecimento científico sobre o desenvolvimento da criança, a participação crescente da mulher na força de trabalho extradomiciliar, a consciência social sobre o significado da infância e o reconhecimento, por parte da sociedade, do direito da criança à educação, em seus primeiros anos de vida.

A formulação destas diretrizes gerais estava baseada na Constituição Federal de 1988 e nos trabalhos que se seguiram no âmbito legislativo<sup>3</sup>, com a elaboração e a aprovação do Estatuto da Criança e do Adolescente e a elaboração e os debates do Projeto de Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Estes dispositivos legais instituíram o dever do estado em assegurar a educação da criança a partir de seu nascimento.

*“A criança, como todo ser humano, é um sujeito social e histórico/ pertence a uma família, que está inserida numa sociedade, com uma determinada cultura, em um determinado momento histórico, ... profundamente marcada pelo meio social em que se desenvolve , mas também o marca... .”* (MEC/SEF/COEDI, 1993)

Segundo *Krammer* (1994), nesta época, o importante era frisar que estava em jogo, na questão da formulação de um documento voltado à política de Educação Infantil, o projeto de Comunidade, de Educação e de Educação Infantil, e que era preciso, além de forjar tal projeto nos níveis das políticas

---

<sup>3</sup> Verificamos, assim, dispositivos legais à frente do MEC.



públicas formuladas, também garantir as condições necessárias para a sua prática.

O município de São Bernardo do Campo, onde desenvolvemos nossa pesquisa, procurou garantir as condições necessárias para a prática deste projeto de Comunidade, Educação e Educação Infantil. Por meio de um documento intitulado "A Educação Infantil em São Bernardo do Campo – Uma Proposta Integrada para o Trabalho em Creches e EMEI's", elaborado por este município em 1992, constatamos que o município delegou uma autonomia curricular às EMEI's (Escolas de Educação Infantil). Sendo assim, as Unidades Escolares passam a elaborar seu próprio Plano Pedagógico Escolar (PPE).

Desenvolvemos a nossa pesquisa em uma Unidade Escolar (UE) que elaborou um PPE que reconhece o papel social da Pré-escola, como poderemos constatar no capítulo 2, onde analisamos certos aspectos da unidade escolar, por ser uma das variáveis envolvida no processo ensino-aprendizagem.

Podemos afirmar, segundo *Kramer* (1985), que reconhecer o papel social da Pré-escola significa justamente reconhecer como legítima a tarefa da universalização dos conhecimentos, compreender que ela tem a função de contribuir para a escola, valorizando os conhecimentos que as crianças possuem e garantindo a aquisição de novos conhecimentos.

Esta Unidade Escolar tem como principal objetivo no seu PPE a busca de uma visão interacionista.

*"... passamos a entender a infância como um rico período de aprendizagem e a criança como um ser que pensa e tem uma série de hipóteses e teorias sobre o*

*mundo, fundadas nas suas experiências e nas interações que estabelece em seu meio cultural. Precisamos, então, conhecer a criança e o seu processo de desenvolvimento para podermos interferir de maneira a favorecê-lo.” (PPE 1999)*

Esta discussão poderia ir muito longe, mas nossa intenção é trazê-la à tona somente para situar o ponto de partida e um dos pressupostos desta pesquisa: **a Pré-escola cria condições que favorecem o desenvolvimento global e harmonioso da personalidade e proporciona interação social – a qual propicia desenvolvimento do conhecimento da criança.**

## 1.2 UM PANORAMA DE PESQUISAS E DE PROPOSTAS

---

De pesquisas e de propostas resultantes do período mais recente, portanto da reforma dita da matemática moderna, que influencia ainda grandemente o ensino de hoje, há um ponto que nos parece particularmente interessante a ser analisado: **Número e conservação de quantidade.**

Analisando a idéia de pré-requisitos para a construção do número, muitas pesquisas vêm se debruçando sobre as seguintes questões: Será mesmo necessário esperar que a conservação das quantidades seja assegurada para que os números sejam utilizados pelo aluno, ou, não seria necessário, antes, insistir em um processo, no qual a utilização de procedimentos numéricos (contagem e decomposição) e procedimentos pré-numéricos (comparação e correspondência um a um, por exemplo) facilitaria a construção, pela criança, da idéia de conservação das quantidades?

É assim que, desde 1962, Gréco - que se prende, no essencial, às teorias de Piaget - modifica o ponto de vista dos “pré-requisitos” e confere um certo papel à decomposição na formação do conceito de número:

*“Inicialmente prática cega e regalo que a sociedade nos transmite prematuramente, é uma ferramenta<sup>4</sup>.” Gréco (1962)*

---

<sup>4</sup> Entende-se aqui por ferramenta como um suporte.

Dito de outra forma, deve a criança construir a idéia de número antes de poder utilizar os números? Ou não, seria preciso já ter “vivido” bastante com os números, sem deles ter se servido, ter percebido qualquer relação referentes a sua organização, para poder ter condições de pensar os números? A história levará a pender para a segunda hipótese: foi necessário ao homem uma longa prática dos números, antes de poder propor sobre eles uma definição matemática atual (que data somente de fins do século XIX).

Esta observação não coloca em questão o interesse pelas atividades de tipo lógico e relacional (classificação e ordenação, principalmente), mas leva a considerá-las mais quanto a suas finalidades próprias (desenvolvimento do pensamento lógico) do que como pré-requisito para a construção da noção de número.

De uma análise das práticas anteriores e trabalhos mais recentes, concernentes à psicologia da criança e à didática da matemática, no final dos anos 80, a equipe francesa de Didatas da Matemática do INRP – “Institut National de Reserch Pedagogique” - intitulada *ERMEL*, concebeu, depois de experimentar, uma conduta de aprendizagem que procura integrar os conhecimentos dos alunos e leva em conta o elo existente entre a educação e a cultura.

Das pesquisas desenvolvidas por este grupo, atemo-nos ao trabalho publicado em 1991, intitulado “Apprentissages Numériques et Résolution de Problèmes – cours élémentaire (première année)”. Esta obra foi desenvolvida com bases em pesquisas realizadas no primeiro ano do curso elementar na

França, que para nós, brasileiros, equivale ao primeiro ano do primeiro ciclo do ensino fundamental<sup>5</sup>. Trata-se de uma publicação destinada a professores.

Segundo *ERMEL* (1991), os trabalhos advindos da teoria de Piaget freqüentemente nos lembram de que a conservação das quantidades é o preâmbulo para toda apresentação “matemática” do número à criança. O movimento da Matemática Moderna acentuou a importância das atividades ditas pré-numéricas, tais como aquelas relativas à designação, classificação e ordenação, e sobre a necessidade de desenvolver um pensamento lógico e relacional antes de abordar o número.

Uma das conseqüências, não desejada certamente, destes imperativos, foi, sempre, uma linearização do ensino, uma decomposição artificial do complexo em elementos simples. A questão que se colocou, então, foi saber se a utilização dos números não poderia ser um meio de ajudar na construção da noção de conservação.

Assim, a construção abstrata de um belo edifício teórico, satisfazendo ao especialista que quisesse transportar para a escola as teorias matemáticas acabadas, dá lugar àquela de um saber próprio da criança, nutrido de suas experiências e de sua curiosidade, enriquecido pelas interações sociais.

Trabalhando sobre as “estruturas”, segundo *ERMEL* (1991), acaba-se por negligenciar as “funções” e esquece-se de que o saber, antes de se tornar autônomo, segue o desenvolvimento do saber fazer da ação e do pensamento.

Nesta obra, os autores procuram lembrar que fazer matemática - na escola - é, principalmente, resolver problemas. A noção de número, adquirindo

---

<sup>5</sup> Conteúdos sugeridos pelo *Ermel* (1991) ao primeiro ano do primeiro ciclo do ensino fundamental, nesta pesquisa serão abordados na Pré-escola.

sentido com os problemas que os números permitem resolver, se construirá pouco a pouco, pela virtude de uma longa freqüentação, ou seja, poder-se-á dizer que a significação de um número se dá, antes de mais nada, pelo seu emprego!<sup>6</sup>

A nosso ver, repousa na idéia de não negligenciar as funções, seguindo o desenvolvimento do saber fazer da ação e do pensamento, a designação – “função social do número” – atualmente presente nesta obra e em diversas obras nacionais, constituindo, pouco a pouco, as estruturas.

O *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil* (1998) destaca as práticas de ensino de números correntes mais presentes na Educação Infantil até os dias de hoje, no Brasil. Apresenta sua proposta atual, marcando 3 eixos básicos para nortear o ensino de números e de sistemas de numeração:

- **contagem;**
- **notação e escritas numéricas;**
- **operações.**

Da análise deste documento, interessa-nos notar que o esquema de construção da noção de número como cardinal de uma classe de conjuntos equipotentes foi superado. Busca-se uma síntese das abordagens cardinal e ordinal do número, já que o cardinal é largamente privilegiado no período entre 70 e 80, em detrimento do ordinal. As práticas de contagem de objetos e de memorização de seqüências numéricas são recuperadas, com nova

---

<sup>6</sup> Queremos lembrar que o emprego do número é entendido aqui de modo amplo incluindo a vida extraescolar.

abordagem: *levam-se em conta os conhecimentos culturais dos alunos e suas hipóteses de formação numérica.*

Segundo *ERMEL* (1991), para crianças da Educação Infantil os números ganham sentido quando servem para resolver problemas. Mas há duas funções, indissociáveis, do número que as crianças podem reconhecer e utilizar. Uma, é o número como **memória**, outra, é o número como **possibilidade de antecipar resultados**.

O número como **memória** pode ser tomado como “memória de quantidade”, que permite à criança lembrar-se de uma quantidade, sem que ela seja presente, e que corresponde ao aspecto cardinal do número, ou como “memória da posição na seqüência numérica natural”, que permite à criança lembrar-se do lugar que o número ocupa na seqüência numérica natural, e que corresponde ao aspecto ordinal.

O número como **possibilidade de antecipar resultados** é usado para situação não presente ou ainda não realizada e sobre as quais dispõe-se de algumas informações que exigem o emprego de procedimentos numéricos que envolvem cálculos ou contagem.

A construção, pela criança, dos conhecimentos numéricos, ainda, segundo *ERMEL* (1991), acontece através de um processo longo e complexo e se manifesta muito cedo. Tomando esta afirmativa como pressuposto, a nosso ver, segue que um dos papéis da Pré-escola é o interesse pela construção de conhecimentos numéricos muito cedo, a fim de ajudar a criança a apreender os números e suas utilizações sociais e mais correntes.

A memorização da seqüência numérica natural é necessária para a contagem de objetos, pois nela a criança faz a seguinte correspondência um a um: fala um número da seqüência numérica natural e pega um objeto; fala o seguinte, pega mais um; e assim por diante.

Em uma obra para organizar os estudos sobre a numeração, *Fayol* (1996) afirma que a observação e a experimentação relativas aos comportamentos de enumeração ou de resolução de problemas realmente contribuíram para enriquecer consideravelmente o campo das informações disponíveis sobre os mecanismos de acesso à memória ou de gerenciamento de tarefas complexas.

*Fayol* (1996) aborda a enumeração em torno de certas questões, focalizando-as em domínios como: o da seqüência numérica verbal, o de procedimentos de quantificação, o de conservação, o de algoritmos e o de resolução de problemas; ressalta que não podemos compreender os primeiros desenvolvimentos do conceito de número, sem fazer referência à resolução de problemas de adição. A introdução dessa obra é feita por *Gerard Vergnaud* (1996) que afirma que *Fayol* (1996) mostra que:

*“...mesmo que haja uma certa autonomia no desenvolvimento de cada um desses domínios, não podemos compreender a sintaxe da numeração (falada e escrita), sem fazer alusão à decomposição aditiva e multiplicativa dos números e nem a percepção imediata do cardinal de uma coleção sem fazer alusão à enumeração.” (Vergnaud, 1996)*



*Vergnaud* afirma, também, que pesquisas sobre a formação dos conhecimentos das crianças desenvolveram-se muito nos últimos vinte anos e chama atenção para o risco de induzirmos uma ordem sobre os domínios de aquisição de competências numéricas (antes as palavras, depois a percepção e os algoritmos...), o que induziria a uma concepção errônea do desenvolvimento do conceito de número pelas crianças.

Acolhemos nesta pesquisa que: a atividade de enumeração, a conservação de quantidades, a resolução de uma única classe de problemas, alguns procedimentos automatizáveis, a compreensão e manipulação de signos no papel são importantes e estão imbricados a experiência sócio/cultural da criança. Os problemas propostos aos alunos, nesta pesquisa, envolveram todos esses elementos.

Com base em *Vergnaud* (1996), analisando conquistas cognitivas como conhecimentos reconhecidos implicitamente como verdadeiros na ação pela criança, acolhemos a definição de que o cardinal da união de duas coleções disjuntas ser igual à soma dos cardinais das coleções disjuntas. Isto permite não recontar o todo, ou seja, uma economia, podendo, ou somar os dois números quando se conhece o resultado de cor, ou contar a segunda coleção a partir do cardinal que representa a primeira coleção, sem recontá-la. Formulamos, então, a questão:

***Será que a memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de um, é condição necessária e suficiente para a sobrecontagem em resolução de problemas aditivos?***

*Nunes e Bryan (1997)*, em relatos de pesquisa a respeito de contagem, afirmam que quando os números se referem a **objetos** em uma situação, eles fazem muito mais sentido para crianças nesta faixa etária (5 a 7 anos) do que quando não se referem a coisa alguma. Estas situações dão às crianças um sentido para os números e, portanto, um senso do que elas precisam fazer para resolver o problema. Dessas observações, surgiu-nos a seguinte questão: Qual situação propor a estas crianças?

Das pesquisas do *ERMEL (1991)*, abstraímos uma situação que pode permitir à criança, paralelamente à construção de novos conhecimentos, o resgate do sentido numérico e que pode propiciar o trabalho em grupo: "Jogo da Caixa". No "Jogo da Caixa", proposto por *ERMEL (1991)*, ou a professora ou uma criança convidada coloca dentro de uma caixa, opaca e com tampa, alguns cubos, mostrando e contando em voz alta, um a um. Logo após, coloca mais alguns cubos dentro da caixa; novamente mostrando e contando em voz alta, um a um dos cubos colocados. Em seguida, pergunta à classe: quantos cubos há na caixa?<sup>7</sup>

Com esta situação, procuramos trazer às crianças, respeitando os objetivos desta pesquisa, condições necessárias para que, com autonomia, pudessem validar ou refutar suas respostas, dando sentido aos números trabalhados. Pensamos, também, que esta situação traria a possibilidade das crianças se engajarem em um contínuo processo de pesquisa.

Atentas às publicações a respeito de pesquisas de *Delia Lerner*, observamos a importância da escrita numérica e observamos, também, que a

---

<sup>7</sup> Apresentamos aqui somente a descrição de uma das possibilidades do tipo de problemas aditivos que trabalharemos nesta dissertação.

numeração escrita existe não só dentro da escola, mas também fora dela – pois é produto cultural, objeto de uso social cotidiano –. Como *Lerner* (1994), supomos que com a situação do Jogo da Caixa as crianças possam ter oportunidade de elaborar suas próprias concepções e compará-las com as das outras crianças, o que as leva a questionar e reformular suas idéias para aproximar-se progressivamente da compreensão da notação convencional. Porém lembramos que este não é o enfoque central desta nossa pesquisa.

Nos problemas aditivos, utilizamos em nossa pesquisa os relatos de *Nunes e Bryan* (1997) a respeito do trabalho de *Hudson* sobre hipótese lingüística. Esta autora afirma que crianças de 6 anos são bem-sucedidas em responder “quem tem mais?”, falham na quantificação. “Mais” é entendido como termo comparativo. Para quantificar, esta autora sugere a conversão de uma ação sobre objetos, com a situação na qual a pergunta se refere a uma relação estática. Temos como meta em nossa pesquisa, trabalhar com situações deste tipo.

A ordem de grandeza dos números envolvidos nos problemas aditivos pode interferir nos procedimentos. Tomaremos como base para a escolha da ordem de grandeza dos números desta pesquisa o trabalho de *Parra* (1994), que enfoca o cálculo aditivo na escola primária e que apresenta algumas categorizações a este respeito.

Baseadas nestas pesquisas podemos afirmar que um dos pontos importantes das práticas numéricas na Pré-escola é o relativo à **sobrecontagem: contagem a partir de um certo número diferente de 1**. Estas pesquisas acima citadas, com crianças de 5 a 7 anos, sugerem que a

memorização da seqüência numérica natural seja necessária para a contagem de objetos, pois nela a criança deve fazer a seguinte correspondência um a um: fala um número da seqüência numérica natural e pega um objeto; fala o seguinte, pega mais um; e assim por diante. Percebe-se, então, que a *sobrecontagem, em problemas aditivos, pode depender da memorização da seqüência numérica, a partir de um certo número diferente de 1.*

Neste trabalho, buscamos saber se alunos de Pré-escola:

- (a) podem sobrecontar ao recitar a seqüência numérica natural;**
- (b) podem sobrecontar na solução de problemas aditivos;**
- (c) além disso, se a sobrecontagem (a), ao se recitar a seqüência numérica natural, é necessária e suficiente para a sobrecontagem (b) na solução de problemas aditivos.**

Em suma, nosso objetivo é estudar certas práticas numéricas na Pré-escola relativas à capacidade de resolver problemas aditivos, desenvolvendo e/ou adaptando, no percurso desta pesquisa, situações acessíveis à criança em situação escolar do nível Pré-escolar, a partir das quais **elas** possam iniciar um procedimento de pesquisa e validar as respostas, levando em consideração seus conhecimentos sociais, conforme teorias que passamos a descrever.

### 1.3 TEORIAS QUE TOMAMOS COMO BASE

---

Nesta pesquisa, buscamos problemas a partir dos quais os alunos possam iniciar um procedimento de pesquisa e validar as respostas, à luz das noções teóricas de Didática da Matemática, desenvolvidas por *Douady*.

De acordo com essa pesquisadora, certas concepções dos alunos se desenvolvem por meio da dialética antigo-novo, segundo certas fases da dialética-ferramenta-objeto e por meio da interação-entre-domínios<sup>8</sup>. A dialética antigo-novo pretende que se formulem, para os alunos, problemas que permitam a formação de novos conhecimentos, no uso de antigos. Prevê-se que os alunos possam resolvê-los, ao menos em parte, mas que seus conhecimentos não sejam suficientes para a solução completa e que, para isso, seja necessário que lancem mão de conhecimentos de ao menos dois domínios.

*Douady* (1984) considera como domínios: o geométrico, o numérico, o físico (ações físicas sobre objetos) e o das representações (desenhos, códigos ou registros em geral). Aqui, interessa-nos ressaltar os três últimos. Esses domínios são escolhidos de modo que um sirva de referência a outro, a fim de tornar viável o uso de conhecimentos adequados à solução de cada problema e à validação do que se produz como *conhecimento novo* pela ação dos próprios alunos. Promove-se uma fase de formulação e de validação das

---

<sup>8</sup> Jeux des cadres, em francês.

produções, quando alguns erros ou contradições podem ser superados pelo confronto de idéias. Por isso, esta fase é também fonte de aprendizagem e, portanto, de desenvolvimento cognitivo.

Para *Douady* (1993), ter disponibilidade funcional de certas noções e teoremas matemáticos para resolver problemas, interpretando novas questões, e identificar as noções e teoremas como elementos de um corpo científico e socialmente reconhecidos são os dois aspectos intrínsecos no “saber matemático”. No primeiro aspecto, ele tem um estatuto de **ferramenta** que, neste caso, para um professor/ pesquisador é um objeto em seu funcionamento científico e para um aluno é o seu uso prático. No segundo aspecto ele tem um estatuto de **objeto**.

Acolhemos de *Douady* (1993) que ensinar é criar as condições que produzirão um saber entre os alunos e aprender é se engajar numa atividade intelectual, pela qual se produza a disponibilidade de um saber com seu duplo estatuto, acima referido.

A dialética ferramenta-objeto<sup>9</sup> é constituída de fases. Nesta pesquisa usamos algumas delas:

- Antigo;
- Pesquisa;
- Explicitação;
- Novo implícito;
- Novo problema.

---

<sup>9</sup> Outil-objet, em francês.

Na fase **antigo**, o aluno mobiliza conhecimentos antigos para tentar resolver seu problema ou, pelo menos, parte dele. No caso, o aluno poderá usar os conhecimentos sobre número que adquiriu tanto na escola quanto fora dela como antigos.

Na fase **pesquisa**, o aluno toma contato, implicitamente, com seus novos conhecimentos. Este é o momento em que o aluno encontra dificuldades para resolver, completamente, o seu problema. Esses conhecimentos implícitos é que o professor/pesquisador pode reconhecer, por meio das criações dos alunos.

Na fase **explicitação**, o aluno descreve os resultados obtidos, suas dúvidas, enfim, descreve o que obteve em seu trabalho. Essa explicitação traz, para o professor, a possibilidade de colocar em debate os conhecimentos antigos, que estão sendo usados, e os novos, que estão sendo criados implicitamente. Nesta fase o aluno formula suas idéias, que são refutadas ou validadas pelos alunos ou pelo professor/pesquisador. É nesta fase, em que as diversas concepções se revelam, que poderão ocorrer conflitos entre os antigos e novos conhecimentos, podendo surgir erros e contradições. Portanto, os debates promovidos nesta fase servem tanto para assegurar algumas interpretações necessárias como podem não ser suficientes para eliminar certas convicções contraditórias. Devemos lembrar, aqui, que algumas convicções podem ser férteis para gerar novas situações visando ao avanço de conhecimentos.

É no decorrer dessas três fases que o professor/pesquisador pode perceber que existe o risco de bloqueios, por parte do aluno. Cabe ao

professor/pesquisador intervir, explicitando algo e/ou esclarecendo certas noções ao aluno. Toda e qualquer intervenção do professor/pesquisador deve se basear a dois pontos:

- Escolha do melhor momento para tal intervenção;
- Respeito à liberdade do aluno.

Segundo *Maranhão* (1999), para que toda esta situação se desenvolva com harmonia, é necessário que o professor/pesquisador tenha domínio sobre as diversas variáveis dos elementos teóricos e práticos que orientam a pesquisa.

Na fase **novo implícito**, cabe ao professor/pesquisador propiciar condições para que o aluno procure meios de validação de suas idéias. Este processo desencadeia-se por meio de certos elementos formulados pelo aluno, como objetos de conhecimento matemático, com sua condição de emprego no momento.

Na fase **novo problema**, inicia-se um novo ciclo, pois o professor/pesquisador propõe a reutilização dos novos conhecimentos em tarefas mais complexas, envolvendo, assim, outros conceitos, propriedades e procedimentos. É nesta fase que os conhecimentos novos do aluno constituem-se como antigos e a partir dos quais podem construir, ou melhor, criar os novos.

Segundo *Maranhão* (1996), este quadro teórico permite deixar, aos alunos, as iniciativas sobre o método de trabalho. Permite, também, ter idéias sobre questões pertinentes, no decurso da pesquisa, em que não poderíamos ter pensado no início. Quer dizer que podemos formular novas questões ou



hipóteses a partir das produções dos alunos. De acordo com *Maranhão* (1999), das produções dos alunos, é feita a escolha dos domínios, de acordo com a problemática da pesquisa, isto é, do que se quer analisar. Identificam-se seus conhecimentos antigos (através dos procedimentos ou meios de que lançam mão para a solução dos problemas propostos) e, assim, pode-se conduzir sua progressão, levando em conta seus conhecimentos culturais (escolares ou extra-escolares).

Gostaríamos de frisar que, neste processo, poderão ser identificados alguns procedimentos considerados não pertinentes e, então, por meio da validação, poder-se-á conduzir os alunos à escolha de novos procedimentos, mais econômicos e aceitos culturalmente. O professor/pesquisador julgará da adequação às possibilidades individuais de cada aluno. Nesta fase, podem ser incentivadas discussões em grupos de alunos e podem-se formular questões. O professor/pesquisador tem um papel essencial, mediando a discussão ou formulando novas questões, fornecendo certos esclarecimentos, respeitando sempre a liberdade dos alunos, sem fornecer respostas aos problemas propostos. Também pode ser analisada a progressão dos alunos, em função desta fase, e avaliadas certas mediações, quanto à sua eficácia e coerência com o quadro teórico.

Importa-nos ressaltar que as noções teóricas de *Douady*, acolhidas nessa pesquisa, permitem-nos uma boa articulação entre a atividade de ensino e a atividade de pesquisa.

Dos trabalhos de *Vergnaud* (1981), ressaltamos a categorização referente às classes de problemas aditivos. Dentro desta categorização, em

nossa pesquisa trabalharemos com problemas das seguintes classes: estado final - ET(E), estado inicial - (E)TE e transformação positiva - E(T+)E.

*Vergnaud* (1981) define por estado final a adição trivial, aquela na qual são fornecidos os termos da adição para encontrarmos a resposta; define por estado inicial, ou por transformação, a adição onde são fornecidos um dos termos da adição e o resultado, tendo, assim, que se determinar ou o primeiro termo (estado inicial) ou o segundo (estado final) desta adição.

Apoiamo-nos, também, em *Vigotski* (1984) quanto à importância das operações externas no desenvolvimento cognitivo do aluno. Em obra reeditada em 1998, afirma que todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos. Afirma, também, que todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro no nível social e, depois, no nível individual, ou seja, *um processo interpessoal é transformado em um processo intrapessoal*. A nosso ver, esta afirmação é demasiado categórica e, neste trabalho, admitimos que *um processo intrapessoal possa também ser transformado num interpessoal*, o que é coerente com as fases da dialética ferramenta objeto de *Douady*. Sendo assim, uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstituída e começa a ocorrer internamente e vice-versa. Para *Vigotski* é de particular importância, para o desenvolvimento dos processos mentais superiores, a transformação da atividade que utiliza signos.

Buscamos em *Coll* (1996) ferramentas de análise sobre a interação entre alunos e aprendizagem escolar, na nossa fase sistemática. Este autor trata, nesta obra, sobre a organização social das atividades de aprendizagem

em sala de aula, baseado nas pesquisas de *Johnson* (1981). Afirma que um fator chave na organização grupal das atividades de aprendizagem na aula é a interdependência entre alunos que participam nas mesmas, com respeito à tarefa a realizar ou aos objetivos a atingir.

Este autor categoriza as atividades em três estruturas de meta<sup>10</sup> que os professores podem induzir, quando organizam as tarefas em sala de aula: **cooperativa, competitiva e individualista.**

Dá-se uma estrutura cooperativista, quando os objetivos perseguidos pelos participantes estão estritamente vinculados entre si, de tal maneira que cada um deles pode alcançar seus objetivos se, e somente se, os outros alcançarem os seus. Em uma organização cooperativa das atividades de aprendizagem, os resultados que cada membro do grupo busca são igualmente benéficos para os restantes membros, com os quais está interagindo cooperativamente.

Com base nesta categorização, procuramos, nesta pesquisa, promover uma tarefa, em sala de aula, com a estrutura cooperativista, com a intenção de analisar se esta estrutura favorece o estabelecimento de relações positivas entre os alunos, caracterizadas pela simpatia, a atenção, a cortesia e o respeito mútuo, assim como por sentimentos recíprocos de obrigação e de ajuda. Estas atitudes positivas, segundo *Coll* (1996), se estendem, além do mais, aos professores e ao conjunto da unidade escolar.

Vivemos em uma sociedade competitiva e individualista e com o

---

<sup>10</sup> Goal Structure em inglês.

individual voltado para a competição. Promovendo estas relações positivas em sala de aula supomos que minimizaremos a estrutura competitiva, inserida no contexto cultural dos participantes.

Em uma estrutura competitiva, os objetivos dos participantes estão relacionados de maneira que exista uma correlação negativa entre sua consecução por parte dos implicados; a saber, um aluno pode alcançar a meta que se propõe se, e somente se, os demais alunos não podem alcançar a sua. Assim, pois, cada participante persegue resultados que são benéficos pessoalmente, porém que são prejudiciais para os demais alunos com os quais está pessoalmente associado.

Segundo *Coll* (1996), somente no caso de tarefas de tipo mecânica e de correção, que não é o nosso caso, as situações cooperativas não são superiores às competitivas. Ainda comparando as duas estruturas, este autor afirma que as situações cooperativas são superiores às situações competitivas, quanto ao rendimento e à produtividade dos participantes. Afirma, também, que se verifica esta relação em qualquer que seja a natureza do conteúdo (inclusive matemática) ou o grupo de idade considerada (inclusive no nível Pré-escolar) e em tarefas de aprendizagem relativas à formação de conceitos, à resolução de problemas, à memorização e à formação de conjecturas, juízos e predições. Foi este um dos motivos por termos eleito a estrutura cooperativista como ideal para a nossa pesquisa.

Por último, segundo *Coll* (1996), em uma estrutura individualista não existe relação alguma entre o resultado dos objetivos a que se propõem alcançar os participantes. O fato de um aluno alcançar ou não objetivos fixados

não influi sobre o fato de que os demais alunos alcancem ou não os seus, de forma que cada aluno busca resultados individuais, sendo irrelevantes os resultados obtidos pelos outros membros do grupo.

*Coll* (1996) destaca que as situações cooperativistas são, também, superiores às individualistas quanto ao rendimento e à produtividade dos participantes. Como no caso anterior, segundo este autor, isto é certo para todas as áreas de conteúdo e para todos os grupos de idade.

Analizamos as interações cooperativistas intergrupos e intragrupos nesta pesquisa, em especial na fase de explicitação – dentro da fase sistemática –, quando os alunos descreverão, um a um, o resultado e o procedimento que usaram para alcançar este resultado, e na fase de validação, quando podem ser incentivadas discussões em grupos de alunos e podem-se formular questões, já que poderão ser identificados alguns procedimentos considerados não pertinentes.

## 1.4 MÉTODO APLICADO EM NOSSA PESQUISA

---

Segundo *Nisbet e Watt* (1978), podemos caracterizar o desenvolvimento do estudo de caso em três fases: aberta ou exploratória; sistemática; análise e interpretação sistemática dos dados na elaboração do relatório. Essas fases não se completam numa seqüência linear, mas dialeticamente. Por isso, podem ser articuladas com as fases, por nós escolhidas, da dialética-ferramenta-objeto, que tenham as mesmas características.

Segundo *Lüdke e André* (1986), o estudo de caso, entre outros aspectos, visa à:

- ◇ descoberta;
- ◇ representação dos diferentes e, às vezes, conflitantes pontos de vista presentes numa situação social;
- ◇ ênfase da interpretação de contexto.

Em concordância com o nosso quadro teórico, o *método* de ensino/pesquisa, aqui proposto, visa à descoberta de procedimentos utilizados por alunos na solução de problemas, à revelação de domínios colocados em jogo para a evolução conceitual e prevê debates entre os alunos e entre o professor/pesquisador e os alunos, revelando pontos de vista, por vezes conflitantes, presentes na situação de aula. Esse método de ensino/pesquisa também pretende adaptar as sessões de pesquisa à realidade da classe e do

professor/pesquisador, elaborando e avaliando continuamente as estratégias de trabalho junto a ele.

Ainda em concordância com o nosso quadro teórico, dividimos nossa metodologia em duas fases:

- Aberta,
- Sistemática.

### 1.4.1 FASE ABERTA

---

Para bom funcionamento do método de ensino/pesquisa, promovemos várias discussões com a professora/pesquisadora, na forma de entrevistas abertas, antes da fase de aplicação da pesquisa em sala. O objetivo era conhecermos seu método de trabalho com os alunos, conteúdos matemáticos anteriormente trabalhados, método de ensino/aprendizagem, comportamento individual dos alunos e possíveis dificuldades específicas de cada um, segundo o ponto de vista da professora.

Estudamos, junto à professora/pesquisadora e duas observadoras, alguns elementos teóricos: os objetivos e questões centrais da pesquisa; as fases da dialética-antigo-novo, de formulação, de validação; a noção de interação-entre-domínios, no funcionamento dessas fases; a concepção de ensino/aprendizagem, proposta por Douady, a articulação desta concepção com o método de ensino/pesquisa proposto neste trabalho e as principais relações aditivas propostas por *Vergnaud*.

Discutimos, ainda, em reuniões realizadas durante a fase de aplicação da pesquisa em sala, as atividades realizadas em classe, seus objetivos, o que se pretendia saber da produção dos alunos ou das discussões. As atividades foram concebidas segundo a visão da professora/pesquisadora sobre os conhecimentos prévios de seus alunos e segundo os objetivos da pesquisa. Previmos intervenções possíveis e adequadas da professora e da



pesquisadora. Discutimos, também, algumas intervenções que não seriam adequadas ao método de ensino/pesquisa.

Além disso, analisamos documentos da prefeitura de São Bernardo do Campo, com relação ao Ensino Infantil deste município e o Plano Pedagógico Escolar da unidade escolar em que aplicamos a pesquisa.

O objetivo desta análise foi de contextualizar o aluno perante a sua comunidade escolar.

Realizamos, ainda nesta fase, entrevistas abertas com os pais ou responsáveis dos alunos envolvidos nesta pesquisa. Estas entrevistas foram realizadas na porta da escola.

Nosso objetivo, entrevistando os responsáveis por estes alunos, era levantar dados sobre o real contato que estas crianças tinham com os números em sua vida, fora da escola.

Ouvimos, também, merendeiras, faxineiras e orientadora pedagógica, por meio de entrevistas abertas realizadas na escola, na tentativa de ampliarmos nossas informações comportamentais sobre cada aluno.

### 1.4.2 FASE SISTEMÁTICA

---

Foram realizadas 5 sessões pela professora/pesquisadora. Em cada sessão havia no mínimo duas atividades, na forma de circuito, com exceção da atividade zero. Utilizamos, em certas atividades, uma câmera e, em outras, um gravador, a fim de obter dados fiéis dos procedimentos em sala. Além desses dados, obtivemos outros, de anotações das observadoras.

A sessão 0, teve como objetivo habituar os alunos à presença de pessoal e maquinaria. Na sessão 1, nosso objetivo era de identificar procedimentos de contagem conhecidos pelos alunos. Queríamos, também, verificar os conhecimentos disponíveis dos alunos na enumeração da seqüência numérica natural.

Nas sessões 2, 3 e 4, visamos, sempre, conhecer os procedimentos pessoais ou dos grupos na resolução de problemas aditivos de **estado final, transformação e estado inicial**, respectivamente. Teve também, como objetivo, confrontar os resultados da situação proposta (pesquisa), validar esta situação com a caixa, recorrendo sempre à sobrecontagem face a algumas fases da Dialética Ferramenta Objeto. Estas sessões foram elaboradas mediante uma análise prévia das sessões anteriores, fornecendo ao pesquisador maior margem de conhecimento do desenvolvimento cognitivo e social de cada aluno.

# **CAPÍTULO 2**

**FASE ABERTA**

## FASE ABERTA

---

Para desenvolver uma seqüência didática baseada no método de ensino/pesquisa, a que nos propomos para estudar o desenvolvimento de certas práticas numéricas por meio de resoluções de problemas aditivos, é necessário, fundamentada em nosso quadro teórico, analisarmos as variáveis envolvidas nesse processo – unidade escolar, comunidade, professor e aluno –, assim como as relações entre elas.

Para tanto, analisamos documentos da Prefeitura de São Bernardo do Campo e de São Paulo, da Unidade Escolar; colhemos dados da comunidade e promovemos várias discussões com a professora/pesquisadora, na forma de entrevistas abertas, antes da fase de aplicação da pesquisa em sala.

O objetivo desta fase é conhecermos o plano de Educação vigente na prefeitura da cidade de São Bernardo do Campo e na escola, conhecermos melhor a comunidade, a professora, seu método de trabalho com as crianças, os conteúdos matemáticos anteriormente trabalhados, o método de ensino/aprendizagem, o comportamento individual das crianças e possíveis dificuldades específicas de cada uma, segundo o ponto de vista da professora, para podermos, então, elaborar, adequadamente, uma seqüência didática.

## 2.1 A IMPORTÂNCIA DAS OPERAÇÕES EXTERNAS NO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO DO ALUNO

---

Segundo *Vigotski* (1998), em sua teoria sócio-cultural a respeito da formação das funções psicológicas complexas – características do ser humano – o indivíduo aprende graças à oportunidade que tem de estabelecer relações interpessoais. Por meio dessas interações é que a criança poderá se apropriar de padrões culturais.

Parafraseando *D'Ambrósio* (1996), todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização social, de organização intelectual e de difusão – naturalmente não dicotômicos entre si. Este processo cumulativo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está, obviamente, sujeito a condições muito específicas de estímulo e de subordinação ao contexto natural, cultural e social. Assim é o ciclo da aquisição individual e social de conhecimento.

Tomando estas afirmações como verdadeiras e admitindo que o grande desafio que se encontra na educação é, justamente, sermos capazes de interpretar as capacidades e a própria ação cognitiva não na forma linear, analisamos o contexto social, no qual estas crianças estão inseridas.

## 2.2 PREÂMBULOS DAS IDENTIFICAÇÕES

---

Antes de começarmos a identificações das principais variáveis envolvidas no processo de desenvolvimento da seqüência didática – unidade escolar, comunidade, professora e aluno – relatamos, a seguir, como chegamos a este universo formado por estas variáveis.

Ainda quando elaborávamos nosso desenho de pesquisa, surgiu-nos à preocupação de como estaríamos adentrando neste universo – unidade escolar, comunidade, professora e aluno.

Nosso primeiro passo neste sentido foi, dentro do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC/SP, durante a aula de Metodologia de Pesquisa, relatar o desenho desse estudo para alguns colegas. Pedimos a eles que levassem este relato às suas escolas, com o objetivo de despertar o interesse de algum professor de pré-escola em participar da pesquisa.

Enquanto isso, devido à incerteza de um retorno dos colegas, decidimos contatar algumas escolas da região central de São Paulo, próxima a nossa universidade.

Em meio a esses contatos, uma escola particular mostrou-se bem interessada em nosso projeto. Passamos por quatro entrevistas –coordenadora pedagógica, coordenadora educacional, professora e direção –. Por fim, como se tratava de uma escola onde no mesmo campus encontra-se uma universidade, a

direção da escola deixou-nos claro que somente pesquisadores da própria instituição teriam acesso à pesquisa na Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em paralelo às entrevistas na escola particular, acima citadas, um de nossos colegas do mestrado da PUC/SP comentou sobre o interesse de uma professora que trabalhava na escola onde ele atuava como diretor. De imediato marcamos uma primeira entrevista com esta professora, dado o aval do diretor.

Nesta entrevista, constatamos que esta professora interessou-se em participar da pesquisa, não só pelas questões levantadas, mostrando interesse pelo quadro teórico, mas, também, pela disposição de tempo que ela nos apresentou.

Segue, então a identificação das variáveis que consideramos fundamentais neste processo.

## 2.3 IDENTIFICAÇÃO DA UNIDADE ESCOLAR

---

Nesta pesquisa, trabalhamos na Escola Municipal de Educação Infantil "Francisco Mielle" em São Bernardo do Campo. Esta Unidade Escolar (UE) encontra-se em uma área industrial, próxima a uma das maiores montadoras automobilísticas do país, fonte de emprego para a grande maioria dos habitantes da região, e a rodovias estaduais de grande porte – Via Anchieta e Rodovia dos Imigrantes –. O bairro fica próximo ao centro da cidade, o que facilita o acesso dos moradores e a aquisição de bens de consumo e outros gêneros. O comércio local conta com farmácias, padarias, supermercados e quitandas.

Baseadas em entrevistas com o diretor desta UE, podemos afirmar que, no município de São Bernardo do Campo, as UEs têm realmente autonomia no seu plano pedagógico. O corpo docente das UEs elabora a cada dois anos um documento chamado Plano Pedagógico Escolar – PPE. O PPE tem como objetivo desenvolver um currículo adequado à comunidade que atende, segundo certos referenciais curriculares disponibilizados pelo governo federal.

Segundo *Apple* (2000), uma escola democrática encontra-se empenhada em uma educação que se constrói apoiada nas necessidades, culturas e histórias dos alunos e da comunidade. Está, também, vinculada à organização em torno de uma profunda preocupação com a justiça social. As próprias práticas envolvem um currículo negociado.



A proposta da Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo está alicerçada nesta idéia da escola democrática. Isto não significa que as escolas que se encontram nessa região tenham a característica de uma escola “ideal” mas, tendo a oportunidade de serem autônomas em seus currículos, tornam-se escolas reais<sup>1</sup>.

A reconstrução do instrumento básico de organização da escola – o currículo – foi repensada pela Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo em 1992, gerando novas diretrizes para este município, sendo elas:

- ◇ O respeito à identidade cultural do aluno;
- ◇ A apropriação e produção de conhecimentos relevantes e significativos para o aluno de modo crítico;
- ◇ A mudança da compreensão do que é ensinar e aprender;
- ◇ O estímulo à curiosidade e à criatividade do aluno;
- ◇ A democratização das relações na escola;
- ◇ O desenvolvimento do trabalho coletivo na escola;
- ◇ O resgate da identidade do educador;
- ◇ A integração comunidade/escola como espaço de valorização e recriação da cultura popular.

A Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo teve como fonte, para este projeto, o movimento da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, na gestão do Professor Paulo Freire em 1988.

---

<sup>1</sup> Segundo *Apple* (2000), uma escola **real** é aquela que tem sucesso na criação de um ambiente

A partir desta reorientação curricular, garantiu-se o estímulo ao desenvolvimento de projetos propostos pelas próprias escolas.

## 2.4 IDENTIFICAÇÃO DA COMUNIDADE

---

Nossa pesquisa encontra-se empenhada no envolvimento da comunidade porque percebe que a vida dos alunos, professores, e pais, estendem-se para além da escola. Segundo *Apple* (2000), a comunidade mais ampla afeta diretamente os alunos.

Começamos este diagnóstico da comunidade baseados no PPE desta UE, escolhida para nossa pesquisa, e nas entrevistas com a própria comunidade.

A comunidade é formada, na sua grande maioria, por pessoas oriundas de regiões circunvizinhas – Santo André, São Bernardo do Campo e Diadema.

Geralmente, as famílias desta comunidade são formadas por 4 pessoas, tendo como renda média de 5 a 10 salários mínimos, obtida nas indústrias da região, e uma parcela significativa possui o 2º grau completo e o curso superior.

A relação entre a comunidade e a escola é participativa. Esta relação inclui participação nos eventos escolares como palestras, festas, encontros e debates.

Com o objetivo de firmar a integração do projeto educacional vigente na UE com os pais, esta escola promove a Semana de Educação e Oficinas. Segundo *Apple* (2000), o envolvimento significativo dos pais faz parte de quase toda a escola de sucesso.

## 2.5 IDENTIFICAÇÃO DA PROFESSORA

---

Segundo *Alarcão* (1996), o professor desempenha um importante papel na produção e estruturação do conhecimento pedagógico porque reflete, de uma forma situada, na e sobre a interação que se gera entre o conhecimento científico – no nosso caso o número – e a sua aquisição pelo aluno, reflete, também, na e sobre a interação entre a pessoa do professor e a pessoa do aluno, entre a unidade escolar e a comunidade em geral. Sendo assim, **admitimos que o professor tem um papel ativo na educação** e não um papel meramente técnico que se reduz à execução de normas e receitas. Falamos, aqui, em **papel ativo na educação** pois, segundo *D'Ambrósio* (1996), educação é um ato político,

*“O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimentos está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral”.*

(D'Ambrósio; 1996)

Propomos, então, entrevistas abertas com a professora para trabalharmos pontos importantes para nossa pesquisa, baseadas na experiência desta professora, tanto em relação a sua sala de aula atual como em toda sua experiência profissional.

Levantamos dados sobre sua formação profissional na primeira entrevista, que se realizou no dia 25 de outubro de 1999.

PE<sup>2</sup> – *“Palmira, fale um pouco sobre a sua formação.”*

MP<sup>3</sup> – *“Fiz magistério com especialização em Pré-escola. Ah! E tenho pedagogia também.”*

PE – *“Onde você cursou a sua faculdade?”*

MP – *“Aqui na “Faculdade de Filosofia e Letras” “.*

Analisando os documentos desta UE – PPE, páginas 12 a 15 –, pudemos constatar que todas as professoras têm o nível superior completo.

PE – *“Há quantos anos você está no magistério?”.*

MP – *“Há 20 anos.”.*

PE – *“Trabalhou sempre com Pré-escola ?”.*

MP – *“Trabalhei 1 ano com Mini-maternal, foi minha primeira turma, e 18 anos com Pré-escola, na prefeitura de Santo André. Este ano é o meu primeiro ano aqui em São Bernardo do Campo.”.*

Com este diálogo, observamos que esta professora tem uma grande prática com o nível pré-escolar em escola pública. Atuou no município de Santo André, durante 18 anos, no nível pré-escolar. A professora relata que o município de Santo André oferecia, aos professores da rede pública, uma formação continuada – cursos, palestras e debates. Sendo assim, dirigimos, ainda na

---

<sup>2</sup> Pesquisadora

<sup>3</sup> Maria Palmira – Professora envolvida na pesquisa

primeira entrevista, uma discussão sobre sua formação continuada, com o objetivo de conhecer melhor sua formação.

**PE** – *“Fale um pouco sobre algum curso... palestra que tenham influenciado em sua prática, enquanto professora de nível pré-escolar.”.*

**MP** – *“Estamos sempre fazendo cursos nessas oficinas que a Prefeitura de Santo André oferece. Acho que minha prática tento tirar da minha própria prática...que está sempre sendo repensada e fundamentada por novas teorias. Penso que a contribuição dos cursos de formação continuada é, justamente, poder nos dar suportes teóricos com significação prática. ...  
...houve uma palestra, oferecida pelo município aos professores da rede, que proporcionou algo a mais do que suporte teórico....proporcionou um link deste suporte com a prática. No meu entender o que falta nestes cursos é exatamente isso.”.*

**PE** – *“Isso o quê ?”.*

**MP** – *“Este link...quando um formador do formador elabora uma palestra ou um curso, deveria pensar que muitas coisas que estão na teoria...que funcionam na teoria...ficam sem significado para a nossa prática.”.*

**PE** – *“Você não vê essa adaptação como uma função do professor?”.*

**MP** – *“Ah! É difícil termos contato com essa teoria de uma forma significativa. Na verdade, vejo essa função como de quem está formando o professor.”.*

Neste momento da entrevista, discutimos com a professora um dos nossos objetivos desta pesquisa: criar, juntamente com o professor, nossa seqüência didática. Levantamos, aqui, esta discussão, pois sabemos, parafraseando *D'Ambrósio* (1996), que à medida que vamos<sup>4</sup> exercendo a prática, a crítica sobre ela, mesclada com observações e reflexões teóricas, adquirimos elementos para aprimorá-la. Nossa prática, novamente vai solicitar e alimentar teorizações que vão, por sua vez, refletir em sua modificação. O elo entre a teoria e a prática é, como este autor define, pesquisa.

Encerramos esta entrevista, discutindo que um dos nossos objetivos, com esta pesquisa, era criar, junto ao professor, uma seqüência didática adequada à realidade da sala de aula.

Nas entrevistas 2 e 3, realizadas nos dias 27 e 29 de outubro de 1999, respectivamente, lemos e discutimos trechos de alguns textos de *Règine Douady* – como a dialética ferramenta objeto e interação entre domínios – e *Geràrd Vergnaud* – principais relações aditivas – ; já que este era o nosso quadro teórico desta pesquisa. Discutimos, também, as concepções que esta professora tinha a respeito de resolução de problemas e como eram abordados, em sua sala de aula, os números e os problemas aditivos. Levantamos esta discussão para conhecermos quais eram suas escolhas metodológicas, em sala de aula.

Segue abaixo um trecho significativo desta entrevista:

....no que diz respeito à abordagem dos números:

**PE** – “*Como você trabalha com os números em sala de aula?*”.

**MP** – “*Eu trabalho muito com jogos.*”.

---

<sup>4</sup> Neste caso, professor e pesquisador

**PE** – “De que tipo?”.

**MP** – “Eu faço um jogo de bingo, por exemplo. Junto com eles eu coloco uma seqüência na lousa, todo tipo de seqüência, por exemplo: de 100 a 200. Então os alunos vão escolher dez números, desta seqüência, para preencher a sua cartela.”.

**PE** – “Na verdade eles estão fazendo este jogo com o objetivo de...?”.

**MP** – “Eles estão trabalhando com o número, aprendem a contar e reconhecem a escrita. Bom, aí eles colocam dentro de um saquinho os números correspondentes à marcação. Estes números estão na minha mesa, recortados em cartolina. Acredito que não devemos segurar a criança de 1 à 20, como ainda vejo professores segurando. Você tem que oferecer mesmo números, afinal estes números já fazem parte do cotidiano destes alunos.”.

**PE** – “Oferecer?”.

**MP** – “É, até pensando no dia em que estamos e que todo o dia eles presenciam no calendário... .”.

**PE** – “Não entendi, Palmira.”.

**MP** – “Trabalhar com o número 31, por exemplo.”.

**PE** – “Como você trabalha esse número? Trabalha, também, o significado deste número?”.

**MP** – “Mostrando a relação deste número com a quantidade. Por exemplo: Eu faço um trabalho onde os ajudantes todos os dias colocam o nome deles na lousa, e eles são responsáveis pela contagem da classe.”.



PE – *“Desta forma, então, você não consegue trabalhar números tão grandes quanto 1999, que também está no calendário.”*

MP – *“É, dando significado desta forma não; mas eles manipulam muito bem números deste tamanho.”*

PE – *“Manipulam, como?”*

MP – *“Por exemplo por meio do jogo de bingo...às vezes trabalho com milhares.”*

...no que diz respeito à concepção da professora sobre problema:

PE – *“Qual é a sua concepção de problema?”*

MP – *“Eu procuro criar algumas situações-problema dentro da minha sala de aula.”*

PE – *“Como por exemplo...?”*

MP – *“Eu procuro dramatizar uma situação do cotidiano, por exemplo, demos valores aos produtos que eles desenharam – produtos de padaria – e simulamos a ida à padaria., já que esta é uma prática usual destes alunos. Cada aluno ganhou um real para comprar um produto que eles queriam.”*

PE – *“Você trabalhou com moeda mesmo?”*

MP – *“Não. Eles confeccionaram notas. Eles faziam um revezamento entre o comprador e o caixa.”*

PE – *“Você percebe algum ganho de conhecimento, cognitivo, com essas situações?”*

**MP** – *“Sem dúvida. É a vida deles, é a realidade. Sendo assim, a situação tem um sentido.”*

Tivemos, em seguida, as entrevistas 4 e 5, nos dias 9 e 11 de novembro de 1999, respectivamente. Tinham como objetivo começar a concepção da seqüência didática. A entrevista 5 tinha, também, o objetivo de começar a identificação dos alunos, via professora – a qual, neste âmbito, aparecerá relatada no próximo item deste capítulo –, e de discutir sobre a distribuição dos grupos frente à mesa da professora, à pesquisadora e às observadoras.

Nestas entrevistas, em primeiro lugar, lemos as sessões propostas pelos pesquisadores e, em seguida, discutimos sobre elas. Desta discussão, começou a nascer nossa seqüência didática. Procuramos, nestas discussões, aproveitar o conteúdo já trabalhado pela professora em sala de aula. Segue um trecho representativo desta discussão.

**PE** – *“Quais os conteúdos que você tem trabalhado em sala ?”*

**MP** – *“Contagem, sominhas, comparação de números, seqüência natural...”*

**PE** – *“Você poderia me dar um exemplo de como você trabalhou estes conteúdos ?”*

**MP** – *“Ah! Quando trabalho com sominhas, por exemplo, trabalho com situações em que os alunos achem o resultado final. Uma das formas que trabalho a contagem na sala é pedindo a uma menina que conte, uma a*

*uma, as meninas presentes e a um menino que conte os meninos presentes, um a um.”.*

Ainda nesta entrevista, houve questionamentos e contribuições, por parte da professora, a respeito das sessões. Observaremos, a seguir, colocações relevantes para nossa pesquisa.

**MP** – *“Não considero que estes números sejam adequados para a minha classe. Vocês estão apresentando números muito pequenos.”.*

Foi então que conversamos e discutimos um pequeno trecho da obra de *Therezinha Nunes* (1997), para justificarmos os números escolhidos por nós pesquisadores. Neste trecho, a autora mostra uma pesquisa feita por *Hughes* (1986) com o “Jogo da Caixa”. Nesta pesquisa, este autor analisa o desenvolvimento conceitual das crianças de 5 a 7 anos na adição, trabalhando com números pequenos (maiores que cinco) e números bem pequenos (menores que cinco). Segue, na próxima página, o gráfico apresentado por *Hughes* (1986).

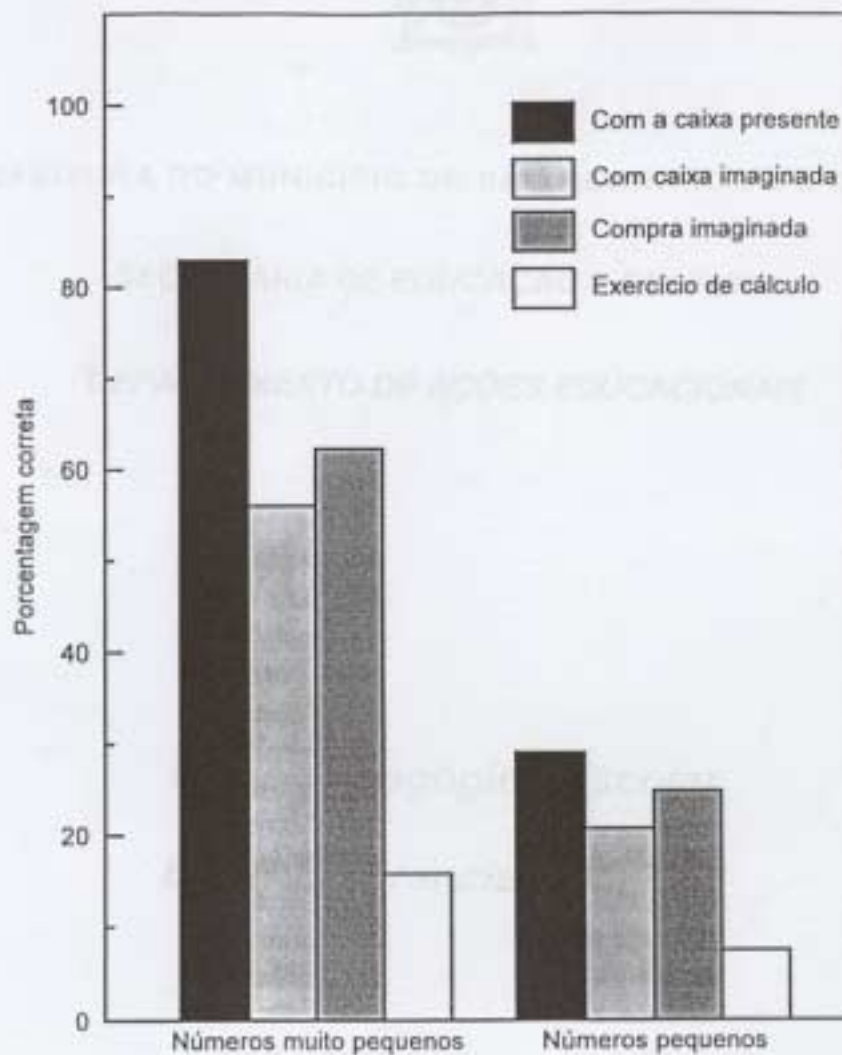


FIGURA 6.2. Respostas das crianças para problemas com números muito pequenos e pequenos, em condições diferentes. FONTE: dados de Hughes (1986).

Foto 0: Ilustração do gráfico de Hughes (1986), apresentado por Nunes (1997).

Analisando os dados apresentados por *Hughes* (1986), podemos concluir que os problemas oferecidos com números muito pequenos tinham tido uma porcentagem correta bem maior, o dobro, do que os problemas com números pequenos. Em suas análises, este autor atribui o fato do alto grau de porcentagem de corretas para números muito pequenos ao sentido que os alunos atribuíam aos números. Sendo assim, trabalhando com números muito pequenos – pelo menos nas primeiras rodadas do jogo da caixa –, garantiríamos um sentido para os números e, portanto, um senso do que os alunos precisam fazer para resolver o problema.

Neste momento, por meio de discussão, decidimos que observaríamos se este fato realmente aconteceria em sala de aula.

Surge então outra relevante discussão:

**MP** - *“Não entendo por quê vocês pensaram em trabalhar com grupos fraco, médio e forte nas duas primeiras sessões.”*

**PE** - *“A nossa justificativa para esta escolha é a tentativa de facilitar as observações, pelo menos até conhecermos melhor cada aluno. Por isso precisamos, a princípio, saber como você categorizaria seus alunos em grupos fortes, médios e fracos.”*

Nesta entrevista, pedimos à professora que trouxesse uma lista com esta categorização e na discussão sobre a distribuição dos grupos frente à mesa da professora, à pesquisadora e às observadoras houve a seguinte fala:

**PE** – *“Como os alunos estão dispostos, habitualmente, em sala de aula?”*.

**MP** – *“Como o habitual, os alunos estão dispostos em grupos de 4, já que as mesinhas oferecidas pela escola são mesas que comportam 4 alunos.”*.

## 2.6 IDENTIFICAÇÃO DOS ALUNOS

---

Segundo *D'Ambrósio* (1996), as relações entre indivíduos de uma mesma cultura<sup>1</sup> – intracultural – e as relações entre indivíduos de culturas distintas – interculturais – representam o potencial criativo da espécie e, segundo este autor, a busca pelo desenvolvimento deste potencial de criatividade desinibida e pela condução a novas formas de relações interculturais estabelecerá um novo paradigma de educação. **Esta nova postura educacional trará o reconhecimento do aluno como um todo integrado e integral e de que suas práticas cognitivas não estão desvinculadas do contexto histórico, no qual o processo se dá, contexto este em permanente evolução.**

Propomos, então, a identificação destes alunos em um dos nossos primeiros desenhos desta pesquisa. Neste primeiro momento, pensamos em pedir a professora uma lista classificatória, com o objetivo de ter uma categorização destes alunos para uma formação de grupos homogêneos<sup>2</sup>, em nossas duas primeiras atividades.

O primeiro fator curioso desta identificação foi que, fugindo do nosso desenho de pesquisa, por meio de funcionários e de pais que circulavam nos horários de entrada e saída desta classe, conhecemos alguns dos “alunos da Palmira”. Desta forma, pudemos conhecer alguns aspectos do comportamento de

---

<sup>1</sup> Segundo *D'Ambrósio* (1996), cultura é o substrato dos conhecimentos, dos saberes fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo.

cada um dos nossos 32 alunos, antes mesmo de começarmos as entrevistas com a professora. Assim, no dia da aplicação da sessão zero, já conhecíamos todos os alunos pelo nome, e eles a nós, também pelo nome; fato este que consideramos essencial para facilitar a adaptação destes alunos à nossa presença em sala de aula. Citaremos, a seguir, partes de dois diálogos que consideramos relevantes nas informações comportamentais dos alunos que obtivemos dos funcionários, neste caso das merendeiras.

- Diálogo 1<sup>3</sup>:

**Me1**<sup>4</sup> – *“Ah! Você vai trabalhar na classe mais terrível da escola.”*

**PE** – *“Terrível?”*

**Me1** – *“É, Terrível. Tem um garotinho naquela classe que não para quieto. Não sei como a professora agüenta!”*

**PE** – *“Quem é esse garotinho?”*

**Me2**<sup>5</sup> – *“Já sei de quem ela está falando ... é do Lucas, não é?”*

**Me1** – *“Lógico!”*

**Me2** – *“Comigo ele é muito educado. Ele é mesmo é muito esperto!”*

---

<sup>2</sup> No tocante ao desenvolvimento cognitivo e ao comportamento de cada aluno

<sup>3</sup> Realizou-se dia 14.09.1999 na cozinha da escola.

<sup>4</sup> Merendeira do EMEI “Francisco Mielle” identificada, nesta pesquisa, como merendeira 1.

<sup>5</sup> Merendeira do EMEI “Francisco Mielle” identificada, nesta pesquisa, como merendeira 2.



- Diálogo 2<sup>6</sup>:

**Me2** – “*Você esta vendo aquela garota ali?*”

**PE** – “*Qual?*”

**Me2** – “*Aquela com um casaquinho azul.*”

**PE** – “*Ah! Estou sim. Por quê?*”

**Me2** – “*Porque ela é tão quietinha (referindo-se a Fernanda). Ainda quando aquela amiguinha dela (referindo-se a Jéssica) vem, ela fica mais tagarelinha. Sabe que ela nunca falou comigo (referindo-se a Fernanada).*”

**Me2** – “*Tenho muita pena dela. Ela tem uma vidinha difícil.*”

**PE** – “*Por quê?*”

**Me2** – “*Porque ela tem uma família meio complicada.*”

**PE** – “*Complicada como?*”

**Me2** – “*Sabe como é...Bebida!*”

Nas entrevistas 5 e 6, apresentadas no item 2.4 deste mesmo capítulo, discutimos com a professora sobre a distribuição dos grupos frente à mesa da professora, à pesquisadora e às observadoras.

---

<sup>6</sup> Realizou-se dia 22.09.1999 no refeitório da escola, na hora da merenda escolar.

O objetivo da entrevista 6 – voltados exclusivamente para o item 2.5 deste capítulo – é discutir o comportamento de cada aluno em sala de aula e frente à Matemática.

Seguem, trechos relevantes desta entrevista:

**MP** – *“Quanto ao comportamento ... eu tenho de tudo. Tenho o Lucas que está muito arredio atualmente. Estamos trabalhando em paralelo com o Pai e com a Mãe do Lucas; eles acabaram de se separar.”*

**PE** – *“O que você chama de arredio?”*

**MP** – *“Ele não quer fazer as tarefas solicitadas, não está aceitando brincar com os colegas...prefere ficar sozinho; mas ele é um bom aluno...não apresenta problemas com o conteúdo.”*

Percebemos que nesta fala, mesmo não querendo categorizar seus alunos, a professora categoriza Lucas como um aluno forte, com relação ao desenvolvimento cognitivo. Nesta entrevista, conversamos muito sobre as famílias dos alunos mas, quando abordávamos a professora a respeito de uma categorização de seus alunos, afirmava não gostar de fazer isto.

No primeiro dia da aplicação da seqüência em sala de aula, na sessão zero, a professora, quando solicitada, ditou-nos rapidamente a lista da categorização dos grupos homogêneos. Esta lista encontra-se no item “disposição da sala de aula”, na sessão 1 da fase sistemática.

# **CAPÍTULO 3**

**FASE SISTEMÁTICA**

## FASE SISTEMÁTICA

---

Com base na análise dos dados na fase aberta desta pesquisa e no nosso quadro teórico, elaboramos uma seqüência didática, para verificar se os alunos usariam a seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de um, na solução de problemas aditivos. O método ensino/pesquisa para estudar a sobrecontagem seguia partes da Dialética Ferramenta Objeto.

Este trabalho foi realizado em cinco sessões. Em cada sessão havia no mínimo duas atividades, na forma de circuito, com exceção da atividade zero. Estes circuitos foram desenvolvidos com o objetivo de manter todos os alunos em atividade, durante as sessões, à semelhança do que ocorria nas aulas comuns. Nosso objetivo, ao usar o circuito, era, também, o de controlar a coleta de dados de pesquisas, respeitando o método de ensino.

Como engendramos estas atividades baseados em nosso estudo bibliográfico e nas discussões com a professora, focando sempre os nossos objetivos, ao longo de nossa pesquisa, estas atividades foram sendo ajustadas mediante as análises e observações das reações e conhecimentos dos alunos. A seguir, descrevemos como se deu o processo de aplicação, realização, análise e conclusão parcial das diversas sessões.

### **3.0 SESSÃO 0**

---

#### **OBJETIVO**

Esta sessão teve como objetivo a apresentação, à classe, do material de pesquisa: a filmadora, o gravador, a máquina fotográfica e o material didático que usamos na pesquisa, e também a apresentação da pesquisadora e das observadoras aos alunos. Em suma, nosso objetivo, nesta sessão 0, era de ambientação.

#### **DISPOSIÇÃO DA CLASSE**

A classe estava dividida como o habitual<sup>1</sup>, em grupos de quatro alunos.

#### **REALIZAÇÃO**

Todos os alunos estavam presentes a esta sessão, no dia 29 de outubro de 1999.

Permanecemos em classe durante todo o período da aula.

---

<sup>1</sup> Como descrito no item 2.4 do cap. 2.

Nesta sessão, não preparamos nenhuma atividade específica referente a esta pesquisa. Apenas acompanhamos a classe, filmando e participando, em um dia de aula normal.

A professora começou a aula apresentando-nos como professoras/pesquisadoras que iriam promover alguns “jogos” com eles.

Na primeira atividade, a professora promoveu a contagem dos alunos desta sala de aula. Pediu a dois alunos que fizessem esta contagem em voz alta e colocassem, por escrito, o resultado final na lousa.

Participamos, também, da preparação de um cartaz gigante para a festa de formatura, desta sala, que seria no final de novembro.

Na hora do lanche e do pátio, estivemos presentes e deixamos que os alunos nos filmassem.

Como última atividade do dia, acompanhamos estes alunos com a professora até a biblioteca, para uma sessão de vídeo diferente, pois eles assistiram à filmagem do seu próprio dia de aula.

## **ANÁLISE DA SESSÃO 0**

De acordo com *Coll* (1996), podemos afirmar que alguns alunos estavam muito à vontade com a nossa presença, já que estes alunos mantinham uma boa relação interpessoal: expressavam-se, por meio de fala desinibida, muito e bem com os outros alunos, com a professora, com a pesquisadora e as observadoras. Sendo eles: Avillan, Beatriz, Bruno, Caroline, Denis, Érica, Guilherme, Henrique,

Jean, Jéssica, João, Kevin, Leonardo, Letícia, Maycon, Nicolas, Patrícia, Pedro, Thais, Thiago, Vitor A., Vitor C., Wesley e Yohana.

Ainda segundo *Coll* (1996), afirmamos que os demais alunos, com exceção do Lucas e da Fernanda, mostraram, no início, preocupação com a nossa presença em sala de aula; estavam extremamente “desconfiados” da nossa presença. Demonstraram esta desconfiança por meio da baixa inter-relação com os outros alunos, a professora e nossa equipe. Quanto ao nosso equipamento, não notamos, através das relações interpessoais, que lhes tivessem causado alguma inibição, pois quando indagávamos ou filmávamos estes alunos, eles não se mostravam constrangidos.

O aluno Lucas mostrou-se muito arredio ao contato, físico ou verbal, com nossa equipe. A professora pedia-lhe que fizesse alguma tarefa e ele correspondia ao pedido da professora “resmungando” muito, fazendo questão de mostrar seu descontentamento ou seu desconforto com a nossa presença na sala de aula. Mas não se mostrou com problemas nas inter-relações com os outros alunos.

A aluna Fernanda mostrou-se muito tímida frente a nossa equipe e, em especial, ao nosso equipamento; não respondia a nenhuma pergunta que fazíamos a ela e escondia o rosto atrás das mãos. Cumpria as tarefas que a professora pedia, desde que ninguém da nossa equipe ou nosso equipamento estivessem por perto.

Sendo assim, a ambientação dos alunos à nossa presença e ao nosso maquinário é favorável ao início da nossa seqüência já na próxima sessão.

### 3.1 SESSÃO 1

---

#### **OBJETIVO**

Nesta sessão, nosso objetivo, além de observar as interações sociais da classe, era de identificar procedimentos de contagem conhecidos pelos alunos. Queríamos, também, verificar os conhecimentos disponíveis dos alunos na enumeração da seqüência numérica natural.

Nesta sessão desenvolvemos dois circuitos.

#### **DISPOSIÇÃO DA CLASSE**

Dividimos a classe em grupos de 4 alunos, definidos pela professora em nossas entrevistas. Esta divisão, de quatro alunos, é habitual nesta classe.

- ❖ dois grupos de alunos considerados fracos pela professora: 7 e 8
- ❖ quatro grupos considerados médios pela professora: 3, 4, 5 e 6
- ❖ dois grupos considerados fortes pela professora: 1 e 2

A disposição física dos grupos, em relação à mesa da professora, aparece ilustrada na Figura 1.



**Figura 1**

Disposição física da classe em relação à mesa da professora na sessão 1

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo



## REALIZAÇÃO

Dos 32 alunos desta classe, todos estavam presentes a esta sessão, no dia 01 de novembro de 1999.

Os jogos propostos foram desenvolvidas com 4 alunos em cada grupo, para respeitar a disposição natural e habitual de trabalho em grupo, desta classe.

Esta sessão foi desenvolvida em 50 minutos.

A professora explicou aos alunos, em voz alta, o que eles deveriam fazer.

Usamos dois circuitos nesta sessão, A e B, cada um com dois jogos: jogo 1 e jogo 2. Enquanto 4 grupos estavam no circuito A, sendo eles: 1, 3, 5 e 7, 4 grupos estavam no circuito B, sendo eles: 2,4,6 e 8. Em cada circuito colocamos um grupo forte, dois médios e um fraco, como categorizado pela professora.

Os grupos foram definidos pela professora e a disposição dos grupos dentro de cada circuito – A e B – foi intencional quanto à miscigenação entre grupos, ditos pela professora, fracos, médios e fortes.

No circuito A, os alunos vivenciaram o jogo 1 e, depois, o 2. No circuito B, os alunos vivenciaram o jogo 2 e, depois, o 1.

No jogo 1, os alunos contaram objetos – caixinhas de fósforo. Escolhemos caixinhas de fósforo usadas e vazias, por ser um material conhecido pelos alunos e de fácil aquisição. Neste jogo, um aluno de cada grupo era convidado a buscar, na mesa da professora, caixas de fósforo, para que seu grupo pudesse encapá-las (como os grupos eram de 4 alunos, tinham de pegar 4 caixinhas). Cada grupo encaparia 16 caixas. Enquanto um aluno de um grupo vinha buscar as caixinhas, os outros encapavam as caixinhas. Ao terminar uma rodada em que se chamava

um aluno de cada grupo, iniciava-se outra, chamando um outro aluno de cada grupo. Depois da primeira rodada, todos os alunos estavam em atividade, encapando caixinhas, pois o grupo deveria encapar todas as caixinhas. Se algum aluno trouxesse uma quantidade diferente de 4 caixinhas, havia a possibilidade de ser interpelado pelos colegas.

A professora delegou a tarefa do jogo 1 à pesquisadora.

Todos os alunos foram observados, no momento da contagem das caixinhas na mesa da professora, – individualmente.

Aconteceu de um grupo acabar a tarefa primeiro que o outro. Sem que alguém lhes pedisse, estes alunos foram ajudar os outros alunos a encapar caixinhas.

No jogo 2, a professora propõe o Jogo da bola. Explicou o que iriam fazer. Explicou, também, que este seria realizado na quadra. Sendo assim, convidou todos os alunos a irem à quadra. Chegando lá, fizeram uma grande roda e começaram a jogar. A professora jogava a bola para algum aluno e, ao mesmo tempo, falava um número natural – 6, 7 ou 8. O aluno pegava a bola e continuava a falar, em voz alta, a seqüência numérica natural, a partir do número dito pela professora, por exemplo: ela falava 6, o aluno falava 7, 8, 9, ..., até que ela dissesse que estava bom, sinalizando que este aluno poderia parar de recitar a seqüência. Como o jogo era coletivo, havia possibilidade de interpelação por parte do grupo de alunos, caso um aluno errasse. Reinvestia-se na atividade, falando um número menor do que o falado na primeira vez, a cada vez que um aluno errasse ou se mostrasse bloqueado.

Neste jogo, todos os alunos do grupo 1, 2, 3 e 8 responderam rapidamente o número que lhes era solicitado, ou seja, o número seguinte na seqüência numérica natural ao número falado pela professora. Patrícia e Joyce (4), Wesley (5) e Luana (6) demoraram um pouco mais, em relação ao grupo para dar a resposta correta. No grupo 7, Fernanda falou números que não correspondiam aos números esperados como resposta, nas duas primeiras vezes. Na terceira tentativa, respondeu o número correto. No momento em que Fernanda falou suas repostas erradas, houve uma manifestação coletiva, no sentido de explicar para ela qual era o número correto. Pedro, Guilherme e Letícia explicaram a Fernanda como chegaram ao resultado correto:

**Pedro** – *“Fê, depois do 7 não vem o 6, depois do 7 vem o 8.”*

**Guilherme** – *“É Fê, é só lembrar dos números.”*

**Letícia** – *“Assim, olha, depois do 16 vem o 17, depois do 26 vem o 27.*

*E é sempre assim.”*

Durante toda a atividade 1 e 2 as observadoras estavam anotando os procedimentos de cada aluno.

## JOGO 1 SESSÃO 1

---

### TAREFA DOS ALUNOS

- Confeção de material que usamos em algumas sessões desta pesquisa.

Os alunos trabalharam em confecção do material a ser usado em nossas sessões:

- coletaram o material;



**Foto 1** : Ilustração do procedimento 4 da Tabela 1 (coleta de material)

- encaparam as caixinhas de fósforos, usando cola e papel.



**Foto 2:** Ilustração da tarefa de encapar as caixinhas de fósforo usando cola e papel e da Figura 1.

### **OBJETIVO DO JOGO 1**

- Identificar, individualmente, procedimentos de contagem usados pelos alunos.

### **RESULTADOS DO JOGO 1**

Os resultados aparecem na Tabela 1.

**Tabela 1**

Identificação do procedimento individual de contagem de 4 objetos por  
alunos de Pré-escola .

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
<p>P – Pegue 4 caixinhas e 4 papéis para distribuir no seu grupo, Pedro.</p> <p>Pe – (em silêncio, pegou quatro caixinhas sem contar e, em seguida, pegou quatro papéis sem contar).</p>	<p>1. Contagem de 4 objetos, pegando-os ao mesmo tempo, sem falar a seqüência numérica natural em voz alta.</p>	<p>Bruno (1), Pedro (3).</p>
<p>P – Willian, pegue 4 caixinhas e 4 papéis para distribuir no seu grupo.</p> <p>W – (em silêncio, separou 2 caixinhas primeiro e depois outras duas e, em seguida, separou dois papéis e depois outros dois).</p>	<p>2. Contagem de 4 objetos, separando-os de dois em dois, sem falar a seqüência numérica natural em voz alta.</p>	<p>Willian (3).</p>
<p>P – Pegue 4 caixinhas e 4 papéis para distribuir no seu grupo, Vitor A..</p> <p>VA – 1,2,3,4 (pegando as caixinhas) e 1,2,3,4 (pegando os papéis).</p>	<p>3. Contagem de 4 objetos, pegando-os um a um, falando a seqüência numérica natural em voz alta.</p>	<p>Letícia, Guilherme e Henrique (1), Jean, Beatriz (2), Thaís (3), Denis (4), Vitor A. e Vitor C.(5), Ricardo, Érica e Yohana (6), Lucas(7), Thiago e Leonardo (8).</p>
<p>P – Pegue 4 caixinhas e 4 papéis para distribuir no seu grupo, Avillan.</p> <p>A – (em silêncio, pegou quatro caixinhas, uma a uma, sem contar e em seguida, pegou quatro papéis, um a um, também sem contar).</p>	<p>4. Contagem de 4 objetos, pegando-os um a um, sem falar a seqüência numérica natural em voz alta.</p>	<p>Patrícia, Kevin (2), Luana (3), Avillan, Amanda e João (4), Caroline, Matheus (5), Wesley (6), Maycon e Jéssica (7), Joyce e Nicolas (8).</p>
<p>P – Pegue 4 caixinhas e 4 papéis para distribuir no seu grupo, Fernanda.</p> <p>F – (em silêncio, pegou três caixinhas, uma a uma.).</p>	<p>5- Outros.</p>	<p>Fernanda (7).</p>

**Tabela 2**

Grupos de alunos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento, por aluno de Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

GRUPOS	PROCED. 1	PROCED. 2	PROCED. 3	PROCED. 4	PROCED. 5
1	1	0	3	0	0
2	0	0	2	2	0
3	1	1	1	1	0
4	0	0	1	3	0
5	0	0	2	2	0
6	0	0	3	1	0
7	0	0	1	2	1
8	0	0	2	2	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	2	1	15	13	1

### **ANÁLISES DOS RESULTADOS DO JOGO 1**

Neste jogo 1, observamos que havia procedimentos diversos, porém podemos dizer que 31, dos 32 alunos presentes, contaram corretamente o número de caixas de seu grupo, mostrando que a memorização da seqüência numérica natural até o número 4 é um conhecimento e usaram este conhecimento para contar objetos. Tinham, além da memorização, conhecimento de enumeração de 4 objetos, isto é, conhecimento da contagem de objetos (de elementos de uma coleção) e da fala da seqüência de números naturais até o número 4 (memorização da seqüência numérica natural desde o número 1 até o número 4).



Destes 31 alunos que contaram corretamente 4 caixinhas, observamos que 2 alunos, Bruno e Pedro, pegaram as 4 caixinhas, diretamente, sem contar uma a uma, e que Willian separou dois grupos, de duas caixinhas cada, e pegou 4 caixinhas.

Houve intervenção, por parte da professora/pesquisadora, para quem não disse o número correto. Estas intervenções não foram suficientes para que contassem corretamente os alunos (do grupo) e as caixas. Observamos uma forte interação social do grupo com quem havia levado uma caixa a menos para o seu grupo. Um aluno do grupo levantou a hipótese desta colega não estar contando ela mesma. A hipótese logo foi validada por esta aluna, que, apontando, contou, a partir dela, todo o seu grupo. Sendo assim, voltou à mesa e pegou mais uma caixinha e um papel. Baseados em *Coll* (1996), podemos afirmar, neste caso, que houve uma forte manifestação cooperativista na relação intragrupal.

Aconteceu de um grupo acabar a tarefa primeiro que o outro. Alguns alunos foram ajudar os outros a encapar caixinhas. Já, neste caso, podemos afirmar, segundo *Coll* (1996), que houve a presença de uma estrutura cooperativista intergrupala.

Observamos que a organização dos grupos promoveu uma interdependência entre os alunos, dentro de uma estrutura cooperativista sem competição intergrupos e intragrupos, conforme afirma *Coll* (1996).

Concluimos também que, neste jogo, os grupos não eram, mediante as nossas análises, homogêneos quanto aos procedimentos usados, pois em um mesmo grupo apareceram vários procedimentos. Tomando por exemplo o grupo 3, obtivemos aluno que contava em voz baixa, pegando uma caixinha de cada

vez, aluno que contava em voz alta, pegando uma caixinha de cada vez, aluno que decompôs na contagem e aluno que pegava todas as caixinhas diretamente.

## **JOGO 2 SESSÃO 1**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da bola

Neste jogo, propusemos uma situação, na qual se desenvolvia a fala da seqüência numérica natural. A professora jogava a bola para algum aluno que estava na grande roda e, simultaneamente, falava um número – 6, 7 ou 8 e o aluno, ao pegar a bola, tinha de continuar a seqüência numérica natural a partir do número dito pela professora.

### **OBJETIVO DO JOGO 2**

O objetivo deste jogo era verificar se a fala da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1 era um conhecimento antigo para esses alunos, neste momento.

### **RESULTADOS DO JOGO 2**

Os resultados aparecem na tabela 3.

**Tabela 3**

Contagem da seqüência numérica natural dos alunos da Pré-escola  
1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
P – 7 (jogando a bola). Ri – 8,9,10 (pegando a bola).	1.Contagem correta da seqüência numérica a partir do número 6,7 ou 8.	Bruno, Thaís, Jean e Caroline (1), Érica, Beatriz, Leonardo e Yohana (2), Pedro, Denis, William e Thiago (3), João e Nicolas(4), Vitor C., Kevin e Maycon (5), Ricardo, Matheus e.(6), Avillan, Jéssica e Lucas(7); Guilherme, Henrique, Letícia e Amanda (8).
P – 7 (jogando a bola). Lu – (Pegando a bola, pensou um pouco e gesticulou com o dedo a partir do 1 e falou o nº 8).	2.Contagem correta da seqüência numérica a partir do número 6,7 ou 8.	Joyce (4), Wesley (5), e Luana (6).
P – 7 (jogando a bola). PA – (Silêncio). P – 4 (jogando a bola). PA – 5.	3.Contagem correta da seqüência numérica, com reinvestimento, a partir do número 4.	Patrícia (4), Vitor A (6).
P – 6 (jogando a bola). Fe – 3 (pegando a bola.) P – 5 (jogando a bola). Fe – 1 (pegando a bola) P – 4 (jogando a bola). Fe – 5 (pegando a bola)	4. Contagem correta da seqüência numérica, com reinvestimento, até o número 4.	Fernanda (7).

**Tabela 4**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

GRUPOS	PROCED 1	PROCED 2	PROCED 3	PROCED 4
1	4	0	0	0
2	4	0	0	0
3	4	0	0	0
4	2	1	1	0
5	3	1	0	0
6	2	1	1	0
7	3	0	0	1
8	4	0	0	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTOS	26	3	2	1

## **ANÁLISES DOS RESULTADOS DO JOGO 2**

Analisando o jogo 2, pudemos verificar que 26, dos 32 alunos, tinham a contagem da seqüência numérica natural como um conhecimento antigo. Estes alunos responderam correta e imediatamente, depois da fala da professora. Observamos, pela tabela 4, que o procedimento 1 foi o mais freqüente. Três alunos, Wesley, Luana e Joyce, demoraram alguns segundos para responder corretamente. Os alunos, Vitor A. e Patrícia, fizeram duas investidas na atividade: Não responderam quando a professora falou o número 7 e responderam corretamente, quando a professora falou o número 4. Fernanda errou a seqüência,

a partir do número 6, e um grupo de alunos a corrigiu. Reinvestiu-se no número 5 e o mesmo ocorreu. Reinvestiu-se, então, com o número 4, e ela respondeu corretamente.

## **ANÁLISE DA SESSÃO 1**

Estimamos um tempo de 50 minutos para esta atividade e o tempo foi suficiente.

Dos 31 alunos que mostraram conhecimento na sobrecontagem, ao recitar uma seqüência natural crescente, 3 demoraram alguns segundos para recitá-la. Entendemos que estes três alunos podem ter usado estes segundos para contar mentalmente, a partir de um certo número menor do que aquele falado pela professora, sendo que podem ter iniciado a seqüência verbal desde o número 1. Além disso, observamos que foi necessário reinvestimento, abaixando o número pré-determinado para outros dois alunos. Devemos considerar que estes também podem ter iniciado sua seqüência desde o número 1, visto que o número escolhido pela professora era menor que 6 (em geral 4). Portanto, podemos afirmar apenas que 26 alunos sobrecontaram a partir de um certo número determinado pela professora, suficientemente alto para percebermos se os alunos não estavam falando a seqüência desde o número 1 (os números escolhidos para o primeiro investimento) e que tinham, portanto, conhecimento da fala da seqüência de números naturais (memorização da seqüência desde o número 1).

Verificamos, também, que uma aluna não dispunha deste conhecimento. Para esta aluna, propusemos alguns números menores do que os propostos para a classe, como por exemplo 5 e 4, a fim de verificarmos se com números menores este conhecimento – contagem da seqüência numérica natural – era antigo.

Após passarmos pela fase novo implícito, concluímos que essa aluna dispunha do conhecimento da contagem da seqüência numérica natural até o número 5.

### **TABELA GERAL DA SESSÃO 1**

A tabela a seguir mostra um quadro geral dos procedimentos individuais de contagem de 4 objetos e o recitar da seqüência numérica natural de um certo número diferente de 1, ou melhor dizendo, a partir dos números 6,7 e 8.

**TABELA 5****GERAL SESSÃO 1**

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

ALUNO	PROCEDIMENTOS	
	SESSÃO 1 – Contagem	SESSÃO 1 recitação
Amanda	Um a um voz baixa	Correta
Avillan	Um a um voz baixa	Correta
Beatriz	Um a um voz alta	Correta
Bruno	Todos	Correta
Caroline	Um a um voz baixa	Correta
Denis	Um a um voz alta	Correta
Érica	Um a um voz alta	Correta
Fernanda	Outros	Correta - na terceira reinvestida
Guilherme	Um a um voz alta	Correta
Henrique	Um a um voz alta	Correta
Jean	Um a um voz alta	Correta
Jéssica	Um a um voz baixa	Correta
João	Um a um voz baixa	Correta
Joyce	Um a um voz baixa	Correta lenta
Kevin	Um a um voz baixa	Correta
Leonardo	Um a um voz alta	Correta
Letícia	Um a um voz alta	Correta
Luana	Um a um voz baixa	Correta lenta
Lucas	Um a um voz alta	Correta
Matheus	Um a um voz baixa	Correta
Maycon	Um a um voz baixa	Correta
Nicolas	Um a um voz baixa	Correta
Patrícia	Um a um voz baixa	Correta na segunda reinvestida
Pedro	Todos	Correta
Ricardo	Um a um voz baixa	Correta
Thaís	Um a um voz alta	Correta
Thiago	Um a um voz alta	Correta
Vitor A.	Um a um voz alta	Correta na segunda reinvestida
Vitor C.	Um a um voz alta	Correta
Wesley	Um a um voz baixa	Correta lenta
Willian	Decompôs	Correta
Yohana	Um a um voz alta	Correta



Ao analisarmos esta tabela, verificamos, ao cruzar a fala – alta e baixa – na tarefa de contagem com o desempenho na tarefa de recitação da seqüência numérica natural, a partir de um número diferente de 1, que, dos 14 alunos que falaram em voz alta, para apenas um deles houve a necessidade de propiciar condições para que procurasse outros meios de validar a tarefa. Dos 14 alunos que falaram em voz baixa, houve a necessidade de se reinvestir a tarefa para 3 deles.

## 3.2 SESSÃO 2

---

### OBJETIVO

Esta sessão teve como objetivo, além de observar as interações entre os alunos, fornecer recursos aos alunos para a resolução de problemas aditivos de estado final – ET(E), por meio de procedimentos personalizados. Teve também como objetivo, confrontar os resultados da situação proposta (pesquisa), validar esta situação com a caixa, recorrendo sempre à sobrecontagem, face a algumas fases da Dialética Ferramenta Objeto (DFO).

Nesta sessão desenvolvemos o Jogo da Caixa.

### DISPOSIÇÃO DA CLASSE

Dividimos a classe em grupos de 4 alunos, conservando os mesmos grupos da sessão passada, durante as duas primeiras rodadas do Jogo da Caixa. Em seguida, reorganizamos estes grupos, durante a sessão, em dois grandes grupos: grupo Amarelo e grupo Verde, por uma necessidade, face à DFO, de reinvestimento, validação e familiarização, para os alunos que dispusemos no grupo Amarelo, e de pesquisa e validação, para os alunos que dispusemos no grupo Verde.

**Grupo Verde:** Pedro, Bruno, Guilherme, Jean, Henrique e Letícia.

**Grupo Amarelo:** Amanda, Avillan, Beatriz, Caroline, Denis, Érica, Fernanda, Jéssica, João, Joyce, Kevin, Leonardo, Luana, Lucas, Matheus, Maycon, Nicolas, Patrícia, Ricardo, Thaís, Thiago, Vitor A., Vitor C., Wesley, Willian e Yohana.

## **REALIZAÇÃO**

Dos 32 alunos desta classe, todos estavam presentes a esta sessão, no dia 19 de novembro de 1999.

Elaboramos algumas rodadas com o “Jogo da Caixa”. As rodadas propostas foram desenvolvidas com 4 alunos em cada grupo, na rodada 1 e 2, e com dois grandes grupos, na rodada 3

Esta sessão foi desenvolvida em 50 minutos.

A professora explicou aos alunos, em voz alta, o que eles deveriam fazer.

Antes da rodada 1, rapidamente a professora recordou o que tínhamos feito na sessão anterior. Em seguida, distribuiu papel e caneta para cada aluno e, enquanto isso, foi explicando o que deveriam fazer com este material. Repetiu a explicação, indagando, o tempo todo, se algum aluno estava com dúvida a respeito do material.

Na rodada 1, a professora levantou a caixa e mostrou, em todas as direções da classe, que a caixa estava vazia. Em seguida, começou a rodada colocando 2 caixinhas, uma a uma, e falando, em voz alta, o número

correspondente a esta caixinha e mostrando, bem, a entrada de cada caixinha na caixa. Colocou mais 3 caixinhas, seguindo o mesmo processo. Por fim, perguntou, em voz alta:

**PE** – *“Quantas caixinhas tem na caixa?”*

Para responder esta questão, surgiram vários procedimentos diferentes por parte dos alunos. Neste momento, as observadoras estavam anotando os procedimentos de cada aluno.

Houve uma forte interação da classe, quando um aluno, ao tentar falar, em voz alta, a resposta, não conseguiu expressar corretamente, em fala, o seu raciocínio. Observamos que nenhum aluno percebeu o que ele falou:

**Vitor César:** *“Claro que dá 5 professora, porque  $2 + 2 = 4$  e  $+ 3 = 5$ .”*

Ouvimos, da transcrição da fita cassete e da fita de vídeo, que alguns alunos: Denis, Bruno, Érica, Beatriz, Patrícia, Jean Kevin, Thaís e Luana discutiram com Vitor César, pois afirmavam que  $2 + 2 + 3$  não era igual a 5.

Validavam-se as produções dos alunos por meio de justificativas sobre como procederam e porquê.

Além disso, a professora abria a caixa, para que confirmassem ou revisassem suas resposta, quando julgava conveniente.

Na rodada 2, novamente a professora levantou a caixa e mostrou, em todas as direções da classe, que a caixa estava vazia. Em seguida começou a atividade, com os números 2 e 7, colocando 2 caixinhas, uma a uma, e falando, em voz alta, o número correspondente a cada caixinha e mostrando, bem, a entrada de cada uma na caixa. Colocou mais 7 caixinhas, seguindo o mesmo processo. Por fim, perguntou, em voz alta:

PE – “*Quantas caixinhas tem na caixa?*”.

Nesta rodada, os alunos receberam folhas de papel com um desenho indicando a situação do jogo da caixa, com as quantidades 2 e 7. Isto a distinguiu das demais rodadas desta sessão.

Na rodada 3 trabalhamos, novamente, com um circuito. Dividimos a classe em dois grandes grupos. Um grupo, que denominamos **grupo Verde**, era constituído dos alunos que resolveram as rodadas anteriores, desta sessão, por meio do procedimento 5 – contagem “de cabeça” <sup>1</sup>. O outro grupo, que denominamos **grupo Amarelo**, era constituído pelos alunos que resolveram as rodadas anteriores, desta sessão, sem ser por meio do procedimento 5.

Enquanto o **grupo Amarelo** desenvolvia o Jogo da Caixa com números similares aos da rodada anterior, o **grupo Verde** desenvolvia o mesmo jogo, aumentando os números.

Nesta rodada foram oferecidos caneta e papel em branco para todos os alunos.

Todos os alunos foram observados, individualmente, no momento da resolução destas rodadas, pelas observadoras.

Aconteceu de alguns alunos resolverem primeiro que outros, tendo estes alunos ido ajudar os outros alunos, sem que alguém lhes pedisse.

---

<sup>1</sup>Usamos o termo “de cabeça”, nesta pesquisa, para nos referirmos ao cálculo explicitado pelo aluno quando consideramos que não houve tempo suficiente para outros recursos (procedimentos) que não a memória.

## **RODADA 1 SESSÃO 2**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da caixa

Nesta rodada, propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de estado final ET(E). Trabalhamos, aqui, com números muito pequenos: 2 e 3. A professora acrescentou as caixinhas na caixa, primeiro 2 caixinhas e depois 3 caixinhas e, em seguida, questionou aos alunos, o número final de caixinhas dentro da caixa.

### **OBJETIVO DA RODADA 1**

O objetivo desta rodada era elaborar procedimentos personalizados na revelação de conhecimentos usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de estado final, com um domínio numérico que favorecia o cálculo mental – “de cabeça”.

## RESULTADOS DA RODADA 1

**Tabela 6**

Elaboração de procedimentos personalizados na resolução de problemas aditivos de Estado Final, por alunos de Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
M – <i>E você, Matheus?</i> Ma – <i>Eu coloquei 2 na minha mão e depois 3 na outra mão. Aí eu contei 1,2,3,4,5. Vi 5.</i>	1.Contagem um a um, no dedo	Willian e Thais (3), João (4), Vitor César e Matheus (5), Leonardo (8).
P- <i>Como você chegou a este resultado 5, Vitor A.?</i> Vitor A. – <i>Desenhei uma caixa, dentro da caixa desenhei 2 bolinhas e depois 3. Conteí todas as bolinhas e respondi 5.</i>	2.Contagem um a um, no desenho	Luana (3), Amanda (4), Vitor A. (5), Ricardo (6), Jéssica e Lucas (7).
Denis representou no papel a seguinte decomposição numérica: $1+1+1+1+1 = 5$	3.Contagem um a um, com registro numérico	Henrique (1) , Avillan, Denis (4), Wesley (6), Maycon (7).
P - <i>Como você fez Érica?</i> E - <i>Eu peguei 2 em meus dedos e então mais 3 e contei.</i> P - <i>Como você contou?</i> E - <i>Assim: 3,4,5. Então eu tenho 5.</i> (tocando os dedos para indicar a fala da contagem).	4.Sobrecontagem no dedo	Beatriz (2), Érica e Yohana (6), Thiago (8).
P – <i>E você, Jean?</i> J – <i>Eu fiz a conta.</i> P – <i>Como?</i> J – <i>De cabeça, “poxa”! 2 mais 3 é 5.</i>	5.”de cabeça”	Bruno, Guilherme e Letícia (1), Kevin, Jean e Patrícia (2), Pedro (3), Caroline (5), Joyce e Nicolas (8).
F – (Ficou em silêncio ao ser abordada e não tinha nenhuma produção no papel).	6.Outros	Fernanda (7).



**Foto 3:** Ilustração do procedimento 4 da Tabela 6.



**Foto 4:** Ilustração do procedimento 4 da Tabela 6.



**Tabela 7**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

GRUPOS	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4	Proced 5	Proced 6
1	0	0	1	0	3	0
2	0	0	0	1	3	0
3	2	1	0	0	1	0
4	1	1	2	0	0	0
5	2	1	0	0	1	0
6	0	1	1	2	0	0
7	0	2	1	0	0	1
8	1	0	0	1	2	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTOS	6	6	5	4	13	1

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS DA RODADA 1**

Analisando a rodada 1, pudemos identificar que 31, dos 32 alunos, tiveram algum procedimento na resolução do problema aditivo proposto com o “jogo da caixa”. Nesta rodada, trabalhamos números que favoreciam o procedimento “de cabeça” e, realmente percebemos que a maioria dos alunos utilizaram o procedimento deste tipo.

Analisamos, também, que, nesta rodada, os grupos não eram homogêneos quanto aos procedimentos, nesta situação proposta, pois, em um

mesmo grupo, tomando, por exemplo, o grupo 4, houve aluno que recorreu à contagem um a um, no dedo, outro aluno no desenho e outro com registro numérico.

Promovemos uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, em que cada aluno, quando indagado, descrevia, normalmente em voz alta, para o seu grupo, o resultado que obteve em seu problema aditivo, e como obteve este resultado, já que intervínhamos no propósito desta resposta. Era neste momento que o grupo propunha outros tipos de resolução, discutindo o resultado dado pelo colega.

## **RODADA 2 SESSÃO 2**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da caixa

Nesta rodada propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de estado final. Trabalhamos, aqui, com os números pequenos, 2 e 7. A professora acrescentou as caixinhas na caixa, primeiro duas caixinhas e depois sete caixinhas e em seguida questionou, aos alunos, o número de caixinhas final.

### **OBJETIVO DA RODADA 2**

O objetivo desta rodada era elaborar procedimentos personalizados na revelação de conhecimentos usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de estado final, com números que favoreciam a contagem concreta.

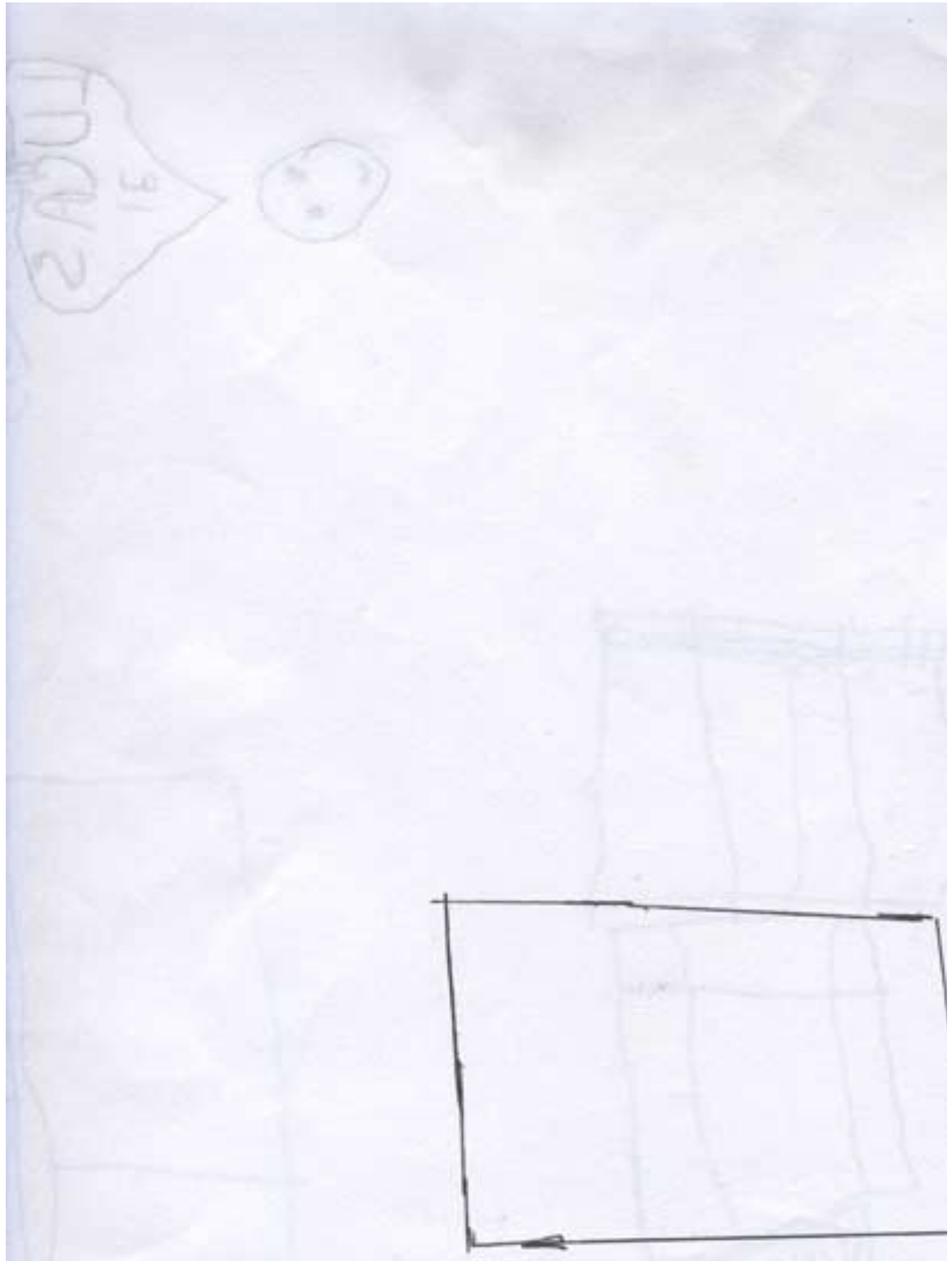
### **RESULTADOS DA RODADA 2**

**Tabela 8**

Elaboração de procedimentos personalizados por alunos de Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
<p>P – <i>Leonardo, o que você fez?</i>            Pa – <i>Eu coloquei 2 (na mão) e depois 7 (nas mãos). contei 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Deu 9.</i></p>	1.Contagem um a um, no dedo.	Willian (3), João (4), Vitor César e Matheus (5), Leonardo (8).
<p>P-<i>Como você chegou a este resultado 9, Lucas?</i>            Lu – <i>Desenhei 2 caixinhas e depois 7 (caixinhas). contei todas as caixinhas e falei 9.</i></p>	2.Contagem um a um, no desenho.	Kevin, e Patrícia (2), Luana (3), Amanda (4), Vitor A., Caroline (5), Ricardo (6), Jéssica e Lucas (7), Joyce e Nicolas (8).
<p>Thais representou no papel a seguinte decomposição numérica:  <math>1+1+1+1+1+1+1+1 = 9</math></p>	3.Contagem um a um, com registro numérico.	Thais (3), Avillan, Denis (4), Wesley (6), Maycon (7).
<p>P – <i>Como você fez, Yohana?</i>            Y – <i>Eu coloquei o 2 na minha mão e depois coloquei 7 nessa e na outra mão. Depois eu contei 3,4,5,6,7,8,9 (a partir do 2, gesticulando o dedo). Aí deu 9.</i></p>	4.Sobrecontagem no dedo.	Beatriz (2), Érica e Yohana (6), Thiago (8).
<p>P – <i>E você, Avillan?</i>            A – <i>Eu fiz a conta na minha cabeça.</i>            P – <i>Como?</i>            A – <i>2 mais 7 é igual a 9.</i></p>	5."de cabeça".	Henrique, Letícia, Bruno e Guilherme (1), Jean (2), Pedro (3),
<p>F – (Ficou muda ao ser abordada e tinha alguma produção no papel, mas não relativa ao problema proposto – desenho de uma casa).</p>	6.Outros.	Fernanda (7).



**Foto 5:** Ilustração do procedimento 2 da Tabela 8.



**Foto 6:** Ilustração do procedimento 6 da tabela 8.

**Tabela 9**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

GRUPOS	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4	Proced 5	Proced 6
1	0	0	0	0	4	0
2	0	2	0	1	1	0
3	1	1	1	0	1	0
4	1	1	2	0	0	0
5	2	2	0	0	0	0
6	0	1	1	2	0	0
7	0	2	1	0	0	1
8	1	2	0	1	0	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	5	11	5	4	6	1

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS DA RODADA 2**

Nesta rodada, observamos que também havia procedimentos diversos. Constatamos, por meio das observações, que apenas alguns alunos haviam mudado o procedimento em relação à rodada anterior. Nesta rodada 2, trabalhamos com números que favoreciam a contagem concreta. Cinco alunos, Joyce, Caroline, Nicolas, Patrícia e Kevin, que recorreram, na rodada 1 da sessão 2, ao procedimento “de cabeça”, nesta atividade recorreram à contagem concreta

um a um.– desenho. Observando a tabela 9, de acordo com a nossa hipótese, verificamos que houve maior porcentagem de alunos executando o procedimento 2.

Observamos que, nesta rodada, os grupos não eram homogêneos, quanto aos procedimentos, frente a esta situação proposta, pois, em um mesmo grupo, tomando por exemplo o grupo 3, houve aluno que recorreu à contagem um a um, no dedo, outro aluno, no desenho, outro, com registro e outro recorreu ao procedimento “de cabeça”.

Continuamos a promover uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, como na rodada anterior.



## RODADA 3 SESSÃO 2

---

### TAREFA DOS ALUNOS

- Jogo da caixa

Esta rodada propunha, como as anteriores, realizar uma situação que desenvolvia um problema aditivo de estado final ET(E). Trabalhamos, aqui, com o **grupo Verde**, os números 10 e 5, 17 e 8, 19 e 9, 10 e 16, 20 e 32, 31 e 51, 120 e 10, e, com o **grupo Amarelo**, os números 3 e 5, 4 e 6, 10 e 3, 13 e 5, 24 e 6.

### OBJETIVO DA RODADA 3

O objetivo desta rodada, para o **grupo Amarelo**, era reinvestir e familiarizar procedimentos personalizados na revelação de conhecimentos usados na resolução de problemas aditivos de estado final, com números que favoreciam a sobrecontagem.

O objetivo desta rodada, para o **grupo Verde**, era elaborar procedimentos personalizados na revelação de conhecimentos usados na resolução de

problemas aditivos (pesquisa e validação) de estado final, com números que favoreciam a sobrecontagem.

### **RESULTADOS DA RODADA 3**

## Tabela 10

### Grupo Amarelo

Elaboração de procedimentos personalizados por 26 alunos da Pré-escola

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
P – <i>E você, João?</i> Jo – <i>Coloquei 5 (na mão) e depois 3 (na outra mão). Aí fui contando 1,2,3,4,5,6,7,8, e deu 8.</i>	1. Contagem um a um, no dedo.	Joyce, Vitor A., Luana, Wesley, Patrícia.
P- <i>Como você chegou a este resultado 8, Jéssica?</i> Jéssica – <i>Fiz (desenhou) 5 bolinhas e depois 3. Conteí, 6, 7, e 8 ... e deu 8.</i>	2.Sobrecontagem no desenho.	Kevin, Amanda, Willian, João, Vitor C., Matheus, Caroline, Ricardo Jéssica, Lucas, Nicolas.
De – (Representou no papel a seguinte decomposição numérica: $5+1+1+1 = 8$ ).	3.Sobrecontagem no registro numérico.	Thais, Denis.
P – <i>Como você fez, Érica?</i> E – <i>Deu 8.</i> P – <i>Como você conseguiu esse resultado?</i> E – <i>Eu coloquei 3 (em uma mão) e depois, coloquei 5 (na outra mão). Depois eu contei 4,5,6,7,8 (a partir do 3, gesticulando os dedos).</i>	4.Sobrecontagem com dedo.	Beatriz, Érica, Yohana, Leonardo, Thiago.
P – <i>E você, Wesley?</i> M – <i>Eu fiz a conta. Na minha cabeça eu sei que 2 mais 3 dá 5.</i> P – <i>Como?</i> M – <i>2 mais 1 mais 1 mais 1 é 5.</i>	5."de cabeça".	Avillan, Maycon.
F – (Ficou muda ao ser abordada e não tinha nenhuma produção no papel)	6.Outros.	Fernanda.

## Tabela 11

### Grupo Verde

Elaboração de procedimentos personalizados por 6 alunos da Pré-escola

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
<i>P – E você, Pedro?</i> <i>M – Eu fiz a conta assim <math>121 + 122 + 123 + \dots</math> até 130 ( quando completou dez dedos).</i>	1.Sobrecontagem no dedo.	Bruno, Guilherme, Jean e Pedro.
<i>P-Como você chegou a este resultado 130, Letícia?</i> <i>L – Fiz (desenhou) 1 bola grande que vale cem e depois 20 bolinhas. Depois disso eu desenhei 10 bolinhas. Conteí, 121. 122, ... e deu 130.</i>	2.Sobrecontagem no desenho.	Letícia.
<i>He – (Representou no papel a seguinte decomposição numérica: <math>120 + 1 + 1 + \dots = 130</math>)</i>	3.Sobrecontagem registro numérico.	Henrique.

### ANÁLISE DOS RESULTADOS DA RODADA 3

Analisamos que 26 alunos usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos.

Observamos, nos procedimentos dos alunos, que os conhecimentos colocados em jogo permitem eleger novos procedimentos que interajam na solução do problema.

Podemos observar que Bruno, Guilherme, Henrique, Jean, Letícia e Pedro (grupo Verde) ao serem questionados sobre como fizeram, escreveram ou mostraram uma adição na folha, afirmando "de cabeça" ou "somei". Estes alunos somente recorreram a sobrecontagem, ao recitar uma seqüência numérica, apenas quando os números envolvidos no problema eram 120 e 10. Isso nos indicou que os problemas com números escolhidos menores que 100 não promoviam um procedimento de pesquisa para estes alunos e, portanto, não eram fonte de aprendizagem. Estes alunos não colocavam em ação a dialética antigo novo e podemos dizer que colocavam em ação um outro procedimento que seria o da memorização de resultados de operações numéricas, conforme afirmava *Verghnaud*,(1996) de pesquisas anteriores.

Seis alunos não resolveram os problemas envolvendo os números 2 e 3 ou 2 e 7. As mediações da professora, usando o procedimento físico (contagem de caixinhas), na fase de validação, foram suficientes para a solução correta do problema, para 5 desses alunos.

## **ANÁLISE DA SESSÃO 2**

Segue nossa tabela geral comparativa:

**Tabela 12**  
**GERAL SESSÃO 2**  
 1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

ALUNOS	PROCEDIMENTOS		
	SESSÃO 1 Contagem	SESSÃO 1 Recitação	SESSÃO 2 Estado Final ET(E)
Amanda	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho.
Avillan	Um a um voz baixa	Correta	“de cabeça”
Beatriz	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo
Bruno	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo
Caroline	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Denis	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico
Érica	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo
Fernanda	Não correta	Correta - na terceira reinvestida	Outros
Guilherme	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo
Henrique	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem registro numérico
Jean	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo
Jéssica	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
João	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Joyce	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo

Kevin	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Leonardo	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo
Letícia	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho
Luana	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo
Lucas	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho
Matheus	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Maycon	Um a um voz baixa	Correta	“de cabeça”
Nicolas	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Patrícia	Um a um voz baixa	Correta - na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo
Pedro	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo
Ricardo	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho
Thaís	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico
Thiago	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo
Vitor A.	Um a um voz alta	Correta na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo
Vitor C.	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho
Wesley	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo
William	Decompôs	Correta	Sobrecontagem no desenho
Yohana	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo

Podemos afirmar, analisando esta tabela, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos tinham sobrecontado, ao recitar a seqüência numérica natural, a partir de um número falado pela professora, e que todos os que recitaram corretamente a seqüência, a partir do número falado pela professora, resolveram o problema por sobrecontagem ou “de cabeça”.



### **3.3 SESSÃO 3**

---

#### **OBJETIVO**

Esta sessão teve como objetivo, além de observar as interações sociais da classe, fornecer recursos aos alunos para a resolução de problemas aditivos de transformação – E(T)E, por meio de procedimentos personalizados. Teve também como objetivo confrontar os resultados da situação proposta, validar esta situação com a caixa, recorrendo sempre à sobrecontagem face a algumas fases da Dialética Ferramenta Objeto.

Nesta sessão, desenvolvemos dois jogos, cada um com três rodadas.

#### **DISPOSIÇÃO DA CLASSE**

#### **FORMAÇÃO DOS GRUPOS DE ALUNOS**

Dividimos a classe em grupos de 4 alunos, reagrupando-os com base nas análises da sessão passada. Resolvemos trabalhar com esta disposição para uma melhor adequação da observação em nossa pesquisa e, também, para um melhor relacionamento intragrupos.

- ❖ um grupo de alunos que somente recorreu à **sobrecontagem** no dedo na sessão passada, como apresentado na tabela 12, sendo ele o grupo **2**;
- ❖ dois grupos, com dois alunos que realizaram **contagem um a um** na sessão passada e dois alunos que realizaram a **sobrecontagem no desenho** na sessão passada, como apresentado na tabela 12, sendo eles os grupos **6** e **3**;
- ❖ cinco grupos de alunos que realizaram **diferentes procedimentos** na sessão passada, como apresentado na tabela 12, sendo eles os grupos **1, 4, 5, 7** e **8**.

## **DISPOSIÇÃO FÍSICA DOS GRUPOS E DA PROFESSORA**

A disposição física dos grupos, em relação à mesa da professora, está ilustrada na Figura 2.

**Figura 2**

Disposição física da classe na sessão 3



## REALIZAÇÃO

Dos 32 alunos desta classe, todos estavam presentes a esta sessão, no dia 24 de novembro de 1999.

As atividades propostas foram desenvolvidas com no máximo 4 alunos em cada grupo.

Esta atividade foi desenvolvida em 50 minutos.

A professora explicou aos alunos, em voz alta, o que eles deveriam fazer.

Antes do jogo 1, a professora distribuiu papel e caneta para cada aluno e, enquanto isso, foi explicando o que deveriam fazer com este material. Repetiu a explicação, indagando, o tempo todo, se algum aluno estava com dúvida a respeito do material.

No jogo 1, logo no começo, a professora propõe o “Jogo da Caixa”. Levantou a caixa e mostrou, em todas as direções da classe, que a caixa estava vazia. Em seguida começou a atividade, colocando 2 caixinhas, uma a uma, e falando, em voz alta, o número correspondente a esta caixinha e mostrando, bem, a entrada de cada caixinha na caixa. Colocou mais 3 caixinhas, escondendo dos alunos esta quantidade. Depois de colocar algumas caixinhas escondidas na caixa (3), a professora abriu a caixa e contou, uma a uma e em voz alta, as caixinhas que estavam lá dentro. Por fim, perguntou, em voz alta:

**P** – *“Quantas caixinhas eu coloquei escondidas na caixa?”*

Para responder esta questão, surgiram vários procedimentos diferentes, por parte dos alunos. Neste momento as observadoras estavam anotando os procedimentos de cada aluno.

Dois alunos manifestam-se, em voz alta, sendo eles: Bruno e Henrique, na primeira rodada.

Ouvimos, da transcrição da fita cassete e na fita de vídeo, que três alunos – Letícia, João e Avillan – pediram para Bruno e Denis ficarem quietos e deixarem cada um fazer o seu, alegando que “*se não, não tem graça*”.

Este jogo 1 desenvolveu-se com mais 2 rodadas, similares a esta acima citada, mas com números diferentes, sendo eles: 5 e 10, 10 e 13.

No jogo 2, novamente a professora levantou a caixa e mostrou, em todas as direções da classe, que a caixa estava vazia. Em seguida, começou a atividade, com os números 5 e 8, 10 e 15, 20 e 32. Exemplificaremos a realização desta sessão com o primeiro par de números citado. Colocou 5 caixinhas, uma a uma, e falou, em voz alta, o número correspondente a esta caixinha e mostrou, bem, a entrada de cada caixinha na caixa. Colocou, em seguida, mais algumas caixinhas (3), escondendo a quantidade dos alunos. Abre a caixa e fala, em voz alta, que na caixa havia 8 caixinhas. Por fim, perguntou, em voz alta:

**P** – “*Quantas caixinhas eu coloquei escondidas na caixa?*”

Para responder esta questão, surgiram vários procedimentos diferentes por parte dos alunos. Neste momento as observadoras estavam anotando os procedimentos de cada aluno.

## JOGO 1 SESSÃO 3

---

### TAREFA DOS ALUNOS

- Jogo da caixa

Neste jogo, propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de transformação E(T)E. Trabalhamos aqui com os seguintes números: 2 e 5, 5 e 10 , 10 e 13, desenvolvendo, assim, 3 rodadas. Os alunos tinham que descobrir quantas caixinhas havia dentro da caixa sendo que, a professora colocou caixinhas dentro da caixa, falando o número e mostrando a quantidade relativa a este número, e, em seguida, colocou, escondido dos alunos, algumas caixinhas, dizendo apenas qual a quantidade final que havia de caixinhas na caixa.

### OBJETIVO DO JOGO 1

O objetivo deste jogo 1 era elaborar procedimentos personalizados à revelação de conhecimentos, usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de transformação, com números que favoreciam o procedimento “de cabeça”.

## **RESULTADOS DO JOGO 1**

Os resultados desta sessão aparecerão na Tabela 13.

Na tabela 13 aparecerá, somente, exemplos da primeira rodada, já que, mesmo trabalhando com números diferentes nas outras rodadas, os procedimentos dos alunos foram iguais.

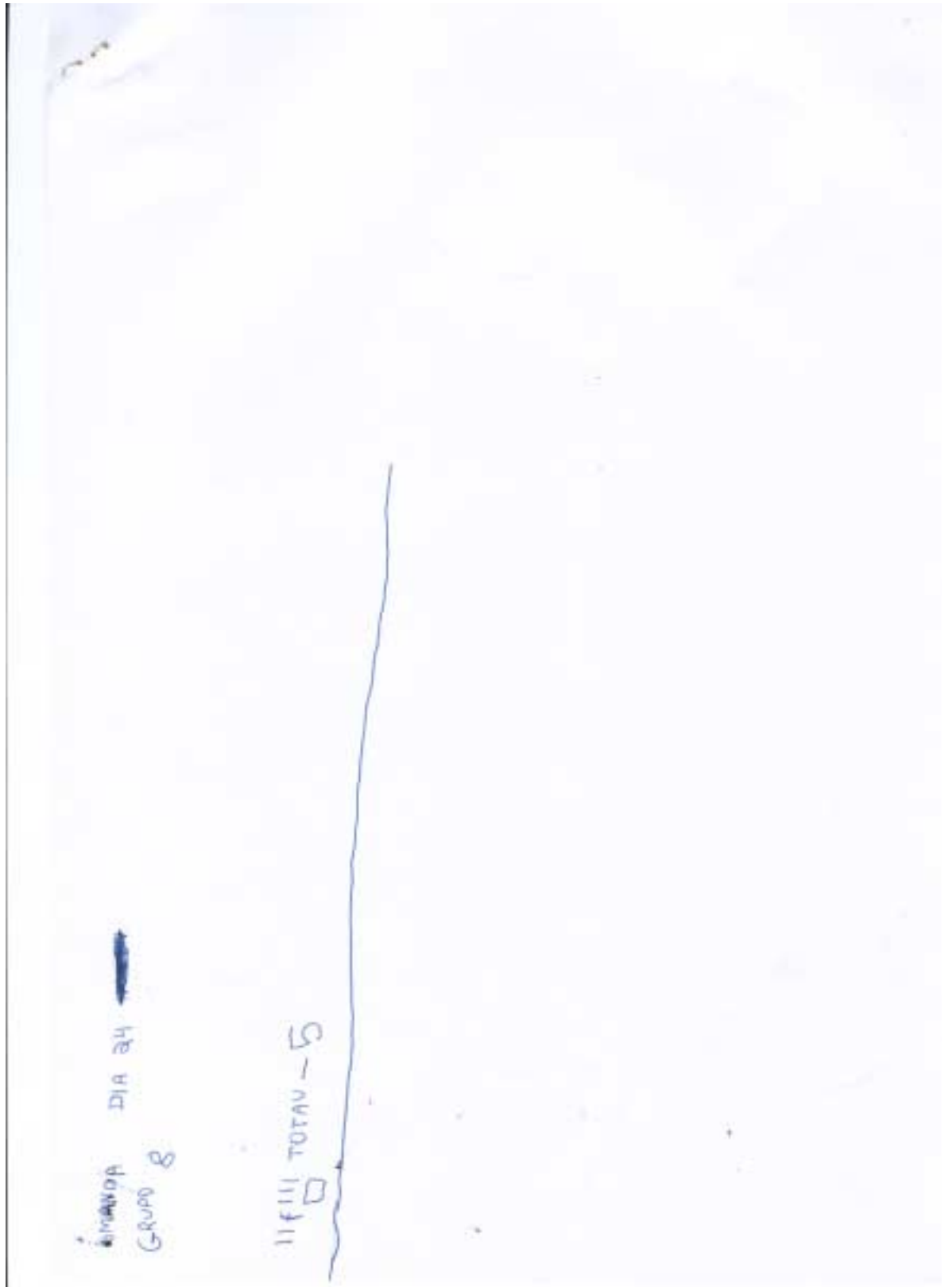
**Tabela 13**

Elaboração dos procedimentos personalizados dos alunos da Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
P – <i>O que você fez, Ricardo?</i> Ri - <i>Contei assim 1,2,3,4,5 e pronto (colocou 2 na mão esquerda e acrescentou 3 dedos da mão direita, até o 5, contando-os um a um).</i>	1.Contagem um a um, no dedo.	Vitor C e Maycon (4), Willian e Leonardo (5), Ricardo (6).
P – <i>O que você fez, Amanda?</i> Am – <i>Fiz dois pauzinhos e depois coloquei mais 3 pauzinhos (3º), 4 pauzinhos (4º) e 5 pauzinhos (5º). Coloquei até dar 5.</i>	2.Contagem um a um, no desenho.	João, Nicolas e Joyce (3), Jéssica e Lucas (7), Amanda (8),
P – <i>O que você fez, Henrique?</i> He – <i>Eu fiz a conta: <math>2 + \_ = 5</math>. Aí vi que o que ela colocou escondido era 3.</i>	3.Contagem um a um, com registro numérico.	Thaís (1), Vitor A. (6), Henrique (8).
P – <i>Como você fez, Jean?</i> Je – <i>Guardei na cabeça o 2 e coloquei 3,4,5. Até dar 5.</i>	4.Sobrecontagem no dedo.	Jean (1), Pedro (5) e Thiago, Érica, Beatriz e Yohana (2).
P – <i>O que você fez, Bruno?</i> Br – <i>Pensei 2 e pensei 1,2,3 até dar 5.</i>	5. Contagem “de cabeça”.	Bruno e Caroline (1), Patrícia (3), Kevin e Wesley (4), Denis (5), Matheus e Luana (6), Avillan (7), Guilherme e Letícia (8).
Contagem incorreta.	6.Outros.	Fernanda (7).





**Foto 7:** Ilustração do procedimento 2 da Tabela 13.

**Tabela 14**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

Grupos	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4	Proced 5	Proced 6
1	0	0	1	1	2	0
2	0	0	0	4	0	0
3	0	3	0	0	1	0
4	2	0	0	0	2	0
5	2	0	0	1	1	0
6	1	0	1	0	2	0
7	0	2	0	0	1	1
8	0	1	1	0	2	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	5	6	3	6	11	1

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS DO JOGO 1**

Estimamos um tempo de 15 minutos para que este jogo fosse desenvolvido. Porém permanecemos em atividade durante 17 minutos.

Analisando o resultado do jogo 1, pudemos identificar que 31, dos 32 alunos, tiveram algum procedimento na resolução do problema aditivo proposto.

Neste jogo, trabalhamos com números que favoreciam o procedimento “de cabeça” e, realmente, percebemos que a maioria dos alunos utilizaram este procedimento.

Analizamos também que, neste jogo, os grupos já se mostravam um pouco mais homogêneos, com relação as sessões anteriores pois, em quase todos os grupos – 2, 3, 4 e 7 – os alunos recorreram, no máximo, a dois tipos de procedimentos. Os alunos dos grupos 1, 5, 6 e 8 recorreram a três tipos de procedimentos.

Firmamos uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, em que cada aluno, quando indagado, descrevia para o seu grupo, normalmente em voz alta, o resultado que obtivera em seu problema aditivo e como obtivera este resultado; já que intervínhamos no propósito desta resposta. Era neste momento que o grupo propunha outros tipos de resolução, discutindo o resultado dado pelo colega.

Alguns alunos – Caroline, Denis, Henrique, Jean, João, Joyce, Kevin, Leonardo, Luana, Matheus, Maycon, Nicolas, Patrícia, Pedro, Ricardo e Vitor A. – transitaram entre diferentes procedimentos da sessão 2 para esta rodada na sessão 3.

Esta autonomia de trânsito entre diferentes procedimentos, nasce face às fases da Dialética Ferramenta Objeto que, alicerçada ao nosso firme propósito de interação social – aluno com aluno, aluno com professor, professor com aluno – , permite que a professora crie condições que produzam um procedimento de pesquisa, fornecendo, assim, condições para que o aluno se engaje numa atividade intelectual.

## **JOGO 2 SESSÃO 3**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da caixa

Neste jogo propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de transformação, como na atividade anterior. Trabalhamos, aqui, com os seguintes números: 5 e 8, 10 e 15, 20 e 32. Os alunos tinham que descobrir quantas caixinhas havia dentro da caixa sendo que a professora colocou um determinado número de caixinhas dentro da caixa, falando em voz alta e mostrando a quantidade relativa a este número, e, em seguida, colocou, escondido dos alunos, algumas caixinhas, dizendo, no final, quantas caixinhas havia na caixa.

### **OBJETIVO DO JOGO 2**

O objetivo deste jogo 2 era elaborar procedimentos personalizados à revelação de conhecimentos, usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de transformação, com números que favoreciam a sobrecontagem.

## RESULTADOS DO JOGO 2

Tabela 15

Elaboração dos procedimentos personalizados dos alunos da Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMRO DO GRUPO)
<p>P – <i>O que você fez, Willian?</i>            Wi - <i>Fiz assim 1,2,3,4,5,6,7,8.</i>            (colocou 5 na mão esquerda e acrescentou 3 dedos da mão direita, até o 8, contando-os um a um).</p>	1.Contagem um a um, no dedo.	Vitor C. (4), William (5).
<p>P – <i>O que você fez, Amanda?</i>            Am – <i>Desenhei 5 caixinhas e depois desenhei mais 3 caixinhas.</i>            P - <i>Porque 3 caixinhas?</i>            Am – <i>Por que assim ficavam 8 caixinhas. Era o que tinha no fim.</i></p>	2.Sobrecontagem no desenho.	João e Nicolas (3), Matheus, Ricardo e Vitor A. (6), Jéssica e Lucas (7), Amanda (8).
<p>P – <i>O que você fez, Thaís?</i>            Th – <i>Fiz a continha.</i>            P – <i>Que continha?</i>            Th – <i>Essa aqui. (escrito no papel 5 + _ = 8). Aí vi que o que ela colocou escondido era 3. Igual da outra vez!</i></p>	3.Sobrecontagem com registro numérico.	Thaís (1).
<p>P – <i>Como você fez, Leo?</i>            Le – <i>A pro já tinha colocado 5. Aí eu contei até chegar no 8 e deu 3.</i>            P – <i>Como você contou?</i>            Le – <i>Já tinha 5 aí contei 6,7,8. Viu deu 3 porque eu contei mais 3 números.</i></p>	4.Sobrecontagem no dedo.	Caroline (1), Érica, Beatriz, Yohana e Thiago (2), Patrícia e Joyce (3), Wesley, Kevin e Maycon (4), Denis, Leonardo (5), Luana (6), Avillan (7).
<p>P – <i>O que você fez, Jean?</i>            Je – <i>Pensei 5 e pensei 6,7,8 até dar 8 e deu 3 do 5 para o 8.</i></p>	5.Sobrecontagem “de cabeça”.	Jean e Bruno (1), Pedro (5), Henrique, Guilherme e Letícia(8).
Contagem incorreta mesmo com intervenções.	6.Outros.	Fernanda (7).

**Tabela 16**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

Grupos	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4	Proced 5	Proced 6
1	0	0	1	1	2	0
2	0	0	0	4	0	0
3	0	2	0	2	0	0
4	1	0	0	3	0	0
5	1	0	0	2	1	0
6	0	3	0	1	0	0
7	0	2	0	1	0	1
8	0	1	0	0	3	0
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	2	8	1	14	6	1

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS DO JOGO 2**

Estimamos um tempo de 15 minutos para que este jogo fosse desenvolvido. Porém permanecemos em atividade durante 18 minutos.

Analisando o jogo 2, pudemos identificar, novamente, que 31, dos 32 alunos, tiveram algum procedimento na resolução dos problemas aditivos propostos. Neste jogo, trabalhamos números que favoreciam a sobrecontagem, e, realmente, percebemos que a maioria dos alunos utilizaram este procedimento.

Observamos que 29 alunos usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos de transformação, propostos nesta rodada 2.

Analisamos também que, neste jogo, os grupos já se mostravam um pouco mais homogêneos, quanto aos procedimentos, com relação ao jogo 1 pois, no grupo 2, todos sobrecontaram; nos grupos – 3,4,6 e 8 –, os alunos recorreram a dois tipos de procedimentos; nos grupos – 1,5 e 7 –, os alunos recorreram a 3 procedimentos diferentes.

Como no jogo 1, firmamos uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, por meio de discussões. Neste jogo, firmamos também uma forte interação social entre os alunos, na fase de pesquisa e validação, visto que o aluno, dentro do procedimento físico para os números grandes, recorria às mãos dos colegas de seu grupo para poder desenvolver a sua pesquisa e validar a sua resposta.

Como em uma das rodadas da jogada anterior, alguns alunos transitaram, nesta jogada, entre diferentes procedimentos.

## **RESULTADOS DA SESSÃO 3**

### **ANÁLISE DA SESSÃO 3**

Segue nossa tabela geral comparativa:

**Tabela 17****GERAL SESSÃO 3**

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

	PROCEDIMENTOS			
ALUNOS	SESSÃO 1 Contagem	SESSÃO 1 Recitação	SESSÃO 2 Estado Final ET(E)	SESSÃO 3 Transformação E(T)E
Amanda	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho.	Sobrecontagem no desenho
Avillan	Um a um voz baixa	Correta	“de cabeça”	Sobrecontagem no dedo
Beatriz	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo
Bruno	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Caroline	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no dedo
Denis	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico	Sobrecontagem no dedo
Érica	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo
Fernanda	Não correta	Correta - na terceira reinvestida	Outros	Outros
Guilherme	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Henrique	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem registro numérico	Sobrecontagem “de cabeça”
Jean	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Jéssica	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
João	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
Joyce	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo



Kevin	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no dedo
Leonardo	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo
Letícia	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem “de cabeça”
Luana	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo
Lucas	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
Matheus	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
Maycon	Um a um voz baixa	Correta	“de cabeça”	Sobrecontagem no dedo
Nicolas	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
Patrícia	Um a um voz baixa	Correta - na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo
Pedro	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Ricardo	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho
Thaís	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico	Sobrecontagem com registro numérico
Thiago	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo
Vitor A.	Um a um voz alta	Correta na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no desenho
Vitor C.	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Contagem um a um, no dedo
Wesley	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo
William	Decompôs	Correta	Sobrecontagem no desenho	Contagem um a um, no dedo
Yohana	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo

Podemos afirmar, analisando esta tabela, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos E(T)E nesta sessão, tinham sobrecontado na sessão 2, nos problemas aditivos do tipo ET(E), com exceção dos alunos Vitor C. e William. O que analisamos deste fato é que estes dois alunos sobrecontaram no dedo, na sessão 2, somente na terceira e última rodada desta sessão, como a tabela 10 indica. Podemos verificar que, na tabela 6 e 8, estes mesmos alunos, ainda na sessão 2, utilizaram o procedimento de contagem no dedo. Sendo assim, observamos que a sobrecontagem, para estes dois alunos, não era um conhecimento antigo.

### **3.4 SESSÃO 4**

---

#### **OBJETIVO**

Esta sessão teve como objetivo, além de observar as interações sociais, fornecer recursos aos alunos para a resolução de problemas aditivos de estado inicial (E)TE. Teve também ,como objetivo, confrontar os resultados da situação proposta e validar esta situação com a caixa, recorrendo sempre a sobrecontagem, face a algumas fases da D. F. O.

Nesta sessão, desenvolvemos dois jogos com duas rodadas cada um.

#### **DISPOSIÇÃO DA CLASSE**

#### **FORMAÇÃO DOS GRUPOS DE ALUNOS**

Dividimos a classe em grupos de 4 alunos, reagrupando-os com base nas análises da sessão passada. Resolvemos trabalhar com esta disposição, para melhor adequação da observação em nossa pesquisa e, também, para melhor relacionamento intragrupos. Para tanto, decidimos colocar, em cada grupo, alunos que tiveram diferentes procedimentos. Categorizamos, aqui:

- ❖ Alunos que **não mudaram** o procedimento na resolução dos problemas aditivos, propostos nas sessões anteriores,
- ❖ Alunos que **mudaram** o procedimento na resolução dos problemas aditivos, propostos nas sessões anteriores,
- ❖ Alunos que **mudaram duas vezes**, ou mais, o procedimento nas resoluções de problemas aditivos, propostos nas sessões anteriores.

Para melhor visualizarmos estes resultados, acima categorizado, desenvolvemos a tabela 19 com as seguintes abreviações:

- Proc. = Procedimento
- Mud. = Mudança
- D = Dedo
- Des = Desenho
- Ca = “de cabeça”
- Rn = Registro numérico

### **DISPOSIÇÃO FÍSICA DOS GRUPOS E DA PROFESSORA**

A disposição física dos grupos, em relação à mesa da professora, está ilustrada na Figura 3.

**Tabela 18**

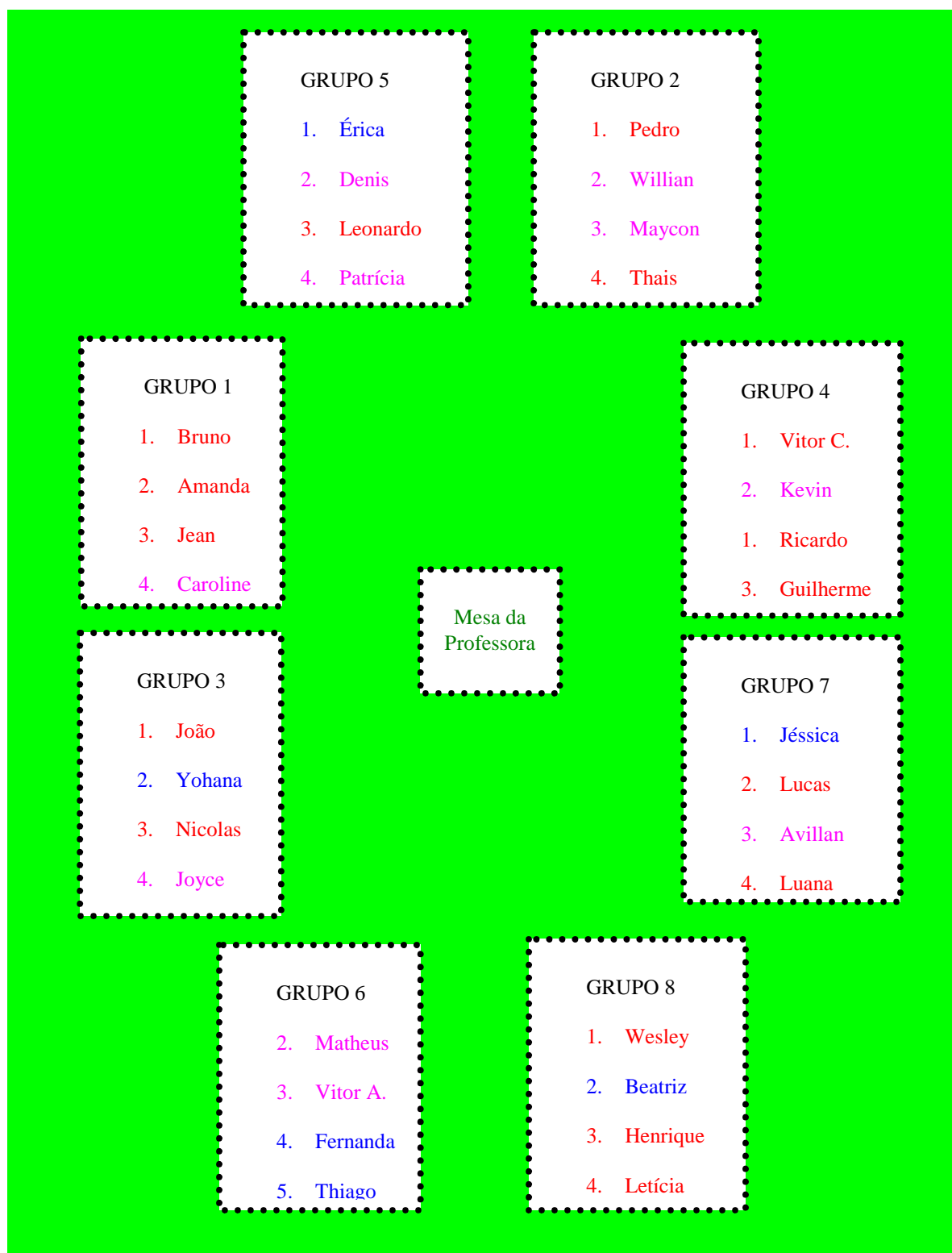
**MUDANÇA DE PROCEDIMENTO**

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

ALUNO	PROC.	MUD. DE PROC. (nº de vezes)	ALUNO	PROC.	MUD. DE PROC. (nº de vezes)
Amanda	D - Des	1	Letícia	Ca - Des	1
Avillan	Rn - Ca - D	2	Luana	D - Ca	1
Beatriz	D	0	Lucas	D - Des	1
Bruno	D - Ca	1	Matheus	D - Des - Ca	2
Caroline	D - Des - Ca	2	Maycon	Rn - Ca - D	2
Denis	Rn - Ca - D	2	Nicolas	Ca - D	1
Érica	D	1	Patrícia	Ca - Des - D	2
Fernanda	Outros	-	Pedro	Ca - D	1
Guilherme	Ca - D	1	Ricardo	Des - D	1
Henrique	Rn - Ca	1	Thaís	D - Rn	1
Jean	Ca - D	1	Thiago	D	0
Jéssica	Des	0	Vitor A.	Des - D - Rn	2
João	D - Des	1	Vitor C.	D - Des	1
Joyce	Ca - Des - D	2	Wesley	Rn - D	1
Kevin	Ca - Des - D	2	William	D - Des - Ca	2
Leonardo	D	0	Yohana	D	0

**Figura 3**

Disposição física da classe na sessão 4





**Foto 5:** Ilustração da Figura 3 e do jogo da caixa, ambos na sessão 4.

## **REALIZAÇÃO**

Dos 32 alunos desta classe, todos estavam presentes a esta sessão, no dia 24 de novembro de 1999.

As atividades propostas foram desenvolvidas com, no máximo, 4 alunos em cada grupo.

A realização desta sessão teve a duração de 50 minutos

Esta sessão veio seguida de uma categorização geral do desenvolvimento da classe, com relação aos nossos objetivos.

A professora explicou aos alunos, em voz alta, o que eles deveriam fazer e entregou para todos os alunos uma folha e uma caneta.

No jogo 1, a professora propôs o “Jogo da Caixa”. A professora começou o jogo, falando que colocou algumas caixinhas escondidas dos alunos, dentro da caixa, mas não disse quantas colocou. Em seguida, colocou uma certa quantidade de caixinhas, falando e mostrando aos alunos esta quantidade. A professora, então, abriu a caixa e contou, uma a uma e em voz alta, as caixinhas que agora estão lá dentro. Por fim, perguntou, em voz alta:

**P** – *“Quantas caixinhas eu coloquei escondidas na caixa?”*

Para responder esta questão, surgiram vários procedimentos diferentes por parte dos alunos. Neste momento as observadoras estavam anotando os procedimentos de cada aluno.

Trabalhamos aqui com os seguintes números: 3 e 5, 3 e 13, desenvolvendo, assim, 2 rodadas.

No jogo 2, a professora desenvolveu os seguintes números: 3 e 8, 10 e 19, com o “Jogo da Caixa”. A realização deste jogo foi similar ao jogo 1, desta mesma sessão.



## **JOGO 1 SESSÃO 4**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da caixa

Neste jogo propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de estado inicial – (E)TE, por meio de procedimentos personalizados. Os alunos tinham de descobrir quantas caixinhas havia dentro da caixa sendo que a professora colocou, escondido dos alunos, algumas caixinhas e, em seguida, colocou, caixinhas dentro da caixa, falando o número e mostrando a quantidade relativa a este número, dizendo qual a quantidade de caixinhas que havia na caixa, ao final.

### **OBJETIVO DO JOGO 1**

O objetivo desta atividade era elaborar procedimentos personalizados à revelação de conhecimentos, usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de estado inicial, com números que favoreciam o procedimento “de cabeça”.

## RESULTADOS DO JOGO 1

Na tabela 19, aparecerão somente exemplos da primeira jogada, já que os procedimentos dos alunos foram iguais nas 2 rodadas.

**Tabela 19**

Elaboração dos procedimentos personalizados dos alunos da Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
P – <i>O que você fez, Fernanda?</i> Fe - em silêncio colocou 3 na mão esquerda e acrescentou 2 dedos da mão direita, até o 5, contando-os (sussurrando um a um).	1.Contagem um a um, no dedo.	Fernanda e Vitor A (6),
P – <i>O que você fez, Leo?</i> Leo – <i>Desenhei uma caixa e coloquei 3 caixinhas e depois fui colocando até dar 5 caixinhas. Aí contei 2.</i>	2.Sobrecontagem no desenho.	Maycon (2), Nicolas (3), Vitor C e Ricardo (4), Leonardo (5).
P – <i>O que você fez, Henrique?</i> Th – <i>Fiz a conta: <math>\_ + 3 = 5</math>. Aí fui tentando e ví que o que ela colocou escondido era 2.</i> P – <i>Como você foi tentando?</i> Th – <i>Sabia que ela tinha colocado 3 aí fui contando até o cinco...4 e 5...vi que ela tinha colocado 2.</i>	3.Sobrecontagem um a um, com registro numérico.	Thaís (2).
P – <i>Como você fez, Thiago?</i> Thi – <i>Guardei na cabeça o 3 e coloquei dedos, até dar 5 e contei 4 e 5. Aí eu sabia que o que a Pro pois escondido era 2.</i>	4.Sobrecontagem no dedo.	Thiago (6).
P – <i>O que você fez, Bruno?</i> Br – <i>Pensei que <math>3 + 2</math> é 5.</i>	5. “de cabeça”	Amanda, Jean, Bruno e Caroline (1), Pedro e Maycon(2), Yohana, João e Joyce (3), Kevin e Guilherme (4), Denis, Érica, Patrícia (5), Matheus (6), Avillan, Luana, Jéssica, Lucas(7). Henrique, Wesley, Beatriz e Letícia (8).

**Tabela 20**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 - São Bernardo do Campo / São Paulo

Grupo	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4	Proced 5
1	0	0	0	0	4
2	0	1	1	0	2
3	0	1	0	0	3
4	0	2	0	0	2
5	0	1	0	0	3
6	2	0	0	1	1
7	0	0	0	0	4
8	0	0	0	0	4
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	2	5	1	1	23

### **ANÁLISE DOS RESULTADOS DO JOGO 1**

Estimamos um tempo de 15 minutos para que este jogo fosse desenvolvido. Porém, permanecemos em atividade durante 10 minutos. Tivemos de repetir esta rodada com a caixa várias vezes.

Analisando o resultado do jogo 1, pudemos identificar que todos os alunos tiveram algum procedimento na resolução do problema aditivo proposto.

Neste jogo, trabalhamos com números que favoreciam o procedimento “de cabeça” e, realmente, percebemos que a maioria dos alunos utilizaram este procedimento.

Observamos que 25, dos 32 alunos, não sobrecontaram, na resolução do problema de estado inicial. Dos cinco alunos que sobrecontaram, um usou o registro numérico, outro os dedos e os outros três usaram o desenho.

Todos os alunos, quando foram resolver este problema de estado inicial, inverteram os fatores do primeiro membro, antes da fase de explicitação. Neste momento, observamos que todos os alunos usaram seus conhecimentos antigos, na resolução deste novo problema. Na sessão passada, trabalhamos com problemas de transformação e, nesta sessão, os alunos inverteram os fatores do primeiro membro deste problema aditivo de estado inicial, alterando, assim, a natureza do problema, de estado inicial para transformação.

Analizamos também que, neste jogo, os grupos já se mostravam bem homogêneos, quanto aos procedimentos, com relação às sessões anteriores, pois, em quase todos os grupos – com exceção do grupo 6 –, os alunos recorreram, no máximo, a dois tipos de procedimentos. Os alunos dos grupos 6 recorreram a três tipos de procedimentos.

Firmamos uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, em que cada aluno, espontaneamente, descrevia em voz alta, para o seu grupo, o resultado que obtivera em seu problema aditivo, e como obtivera este resultado. Era neste momento que o grupo propunha outros tipos de resolução, discutindo o resultado dado pelo colega.

## **JOGO 2 SESSÃO 4**

---

### **TAREFA DOS ALUNOS**

- Jogo da caixa

Neste jogo, propusemos uma situação, na qual se desenvolvia um problema aditivo de estado inicial, como na atividade anterior. Trabalhamos, aqui, com os seguintes números: 3 e 8, 10 e 19. A tarefa dos alunos era similar à tarefa do jogo anterior.

### **OBJETIVO DO JOGO 2**

O objetivo deste jogo era elaborar procedimentos personalizados para a revelação de conhecimentos, usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação) de estado inicial, com números que favoreciam a sobrecontagem “de cabeça”.

### **RESULTADOS DO JOGO 2**

Os resultados aparecem na tabela 21.

**Tabela 21**

Elaboração dos procedimentos personalizados dos alunos da Pré-escola.

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

EXEMPLOS	PROCEDIMENTOS	ALUNOS (NÚMERO DO GRUPO)
P – <i>O que você fez, Fernanda?</i> Fe - <i>Coloquei 8 dedos e separei 3 dedos e sobrou 5 assim 1,2,3,4,5 e pronto (colocou 2 na mão esquerda e acrescentou 3 dedos da mão direita, até o 5, contando-os um a um).</i>	1.Contagem um a um, no dedo.	Fernanda (6).
P – <i>O que você fez, Leo?</i> Leo – <i>Desenhei 3 caixinhas e depois fui colocando até dar 8 caixinhas. contei 5.</i>	2.Sobrecontagem um a um, no desenho.	Maycon (2), Nicolas (3), Vitor C e Ricardo (4), Leonardo (5).
P – <i>Como você fez, Vitor A?</i> Vitor A – <i>Guardei na cabeça o 3 e coloquei 4,5,6,7,8. Até dar 8.</i>	3.Sobrecontagem com o dedo.	Thiago e Vitor A (6).
P – <i>O que você fez, Matheus?</i> Mat – <i>Pensei 3 e pensei até dar 8. Pensei 5.</i>	4.Sobrecontagem “de cabeça”.	Amanda, Jean, Bruno e Caroline (1), Thais, Pedro e Maycon(2), Yohana, João e Joyce (3), Kevin e Guilherme (4), Denis, Érica, Patrícia (5), Matheus (6), Avillan, Luana, Jéssica, Lucas(7), Henrique, Wesley, Beatriz e Letícia (8).

**Tabela 22**

Grupos por procedimentos e total de alunos em cada procedimento.

1999 – São Bernardo do Campo / São Paulo

Grupos	Proced 1	Proced 2	Proced 3	Proced 4
1	0	0	0	4
2	0	1	0	3
3	0	1	0	3
4	0	2	0	2
5	0	1	0	3
6	1	0	2	1
7	0	0	0	4
8	0	0	0	4
TOTAL DE ALUNOS POR PROCEDIMENTO	1	5	2	24

## **ANÁLISE DOS RESULTADOS DO JOGO 2**

Estimamos um tempo de 15 minutos para que este jogo fosse desenvolvido. Porém, permanecemos em atividade durante 20 minutos.

Analisando o jogo 2, identificamos, novamente, que os 32 alunos tiveram algum procedimento na resolução dos problemas aditivos propostos. Neste jogo, trabalhamos com números que favoreciam a sobrecontagem “de cabeça” e, realmente, observamos que a maioria dos alunos utilizou este procedimento.



31 dos 32 alunos usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos propostos de estado inicial.

Observamos que, para resolverem estes problemas pela sobrecontagem, os alunos continuavam transformando o problema de estado inicial em problema de transformação.

Observamos também que, neste jogo, os grupos já se mostravam um pouco mais homogêneos, quanto aos procedimentos, com relação ao jogo 1, pois, no grupo 2, todos sobrecontaram, nos grupos – 1,5,6 e 8 –, os alunos recorreram apenas a dois tipos de procedimentos e nos grupos – 3,4 e 7 –, os alunos recorreram a três procedimentos diferentes.

Como no jogo 1, firmamos uma grande interação entre os alunos na fase de explicitação, por meio de discussões.

Mesmo que com uma boa interação com os outros alunos, Fernanda, em nossa pesquisa, apresentou dificuldades na interação conosco, os pesquisadores. Observamos, ao analisar esta sessão, que esta aluna manifestou, por meio da participação em discussões com a classe e a professora, maior participação com as situações propostas. Observamos este fato, porque Fernanda procurou um procedimento para a resolução do problema aditivo de estado inicial, desenvolvido nesta sessão.

## **RESULTADOS DA SESSÃO 4**

### **ANÁLISE DA SESSÃO 4**

Segue nossa tabela geral comparativa:

**Tabela 23****GERAL SESSÃO 4**

1999 – São Bernardo do Campo/ São Paulo

ALUNOS	SESSÃO 1 Contagem	SESSÃO 1 Recitação	SESSÃO 2 Estado Final ET(E)	SESSÃO 3 Transformação E(T)E	SESSÃO 4 Estado Inicial (E)TE
Amanda	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho.	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem “de cabeça”
Avillan	Um a um voz baixa	Correta	“de cabeça”	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Beatriz	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Bruno	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”	Sobrecontagem “de cabeça”
Caroline	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Denis	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”
Érica	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem mental
Fernanda	Não correta	Correta - na terceira reinvestida	Outros	Outros	Contagem um a um no dedo
Guilherme	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”	Sobrecontagem “de cabeça”
Henrique	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem registro numérico	Sobrecontagem “de cabeça”	Sobrecontagem “de cabeça”
Jean	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem “de cabeça”	Sobrecontagem “de cabeça”
Jéssica	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem “de cabeça”
João	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem “de cabeça”

Joyce	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Kevin	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Leonardo	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem um a um, no desenho
Letícia	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem mental	Sobrecontagem "de cabeça"
Luana	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Lucas	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem "de cabeça"
Matheus	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem "de cabeça"
Maycon	Um a um voz baixa	Correta	"de cabeça"	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem um a um, no desenho
Nicolas	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem um a um, no desenho
Patrícia	Um a um voz baixa	Correta - na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Pedro	Todos	Correta	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"	Sobrecontagem "de cabeça"
Ricardo	Um a um voz baixa	Correta	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem um a um, no desenho
Thaís	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no registro numérico	Sobrecontagem com registro numérico	Sobrecontagem "de cabeça"
Thiago	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem com o dedo
Vitor A.	Um a um voz alta	Correta na segunda reinvestida	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no desenho	Sobrecontagem com o dedo

Vitor C.	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem no desenho	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem um a um, no desenho
Wesley	Um a um voz baixa	Correta lenta	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Willian	Decompôs	Correta	Sobrecontagem no desenho	Contagem um a um, no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"
Yohana	Um a um voz alta	Correta	Sobrecontagem com dedo	Sobrecontagem no dedo	Sobrecontagem "de cabeça"

Podemos afirmar, analisando esta tabela, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos (E)TE nesta sessão, tinham sobrecontado na sessão 2, nos problemas aditivos do tipo E(T)E, com exceção dos alunos Vitor C. e William. Como observamos este fato na análise da tabela 17, na sessão 3, observamos que a sobrecontagem, para estes dois alunos, passa a ser um conhecimento antigo.

Como a tabela 23 se refere ao resultado comparativo de todas as sessões desta pesquisa, analisamos, por meio da aluna Fernanda, que mesmo com uma boa relação intragrupo e intergrupo, faz-se necessária, também, uma interação social com todas as pessoas presentes em uma sala de aula.

# **CAPÍTULO 4**

**CONCLUSÕES**

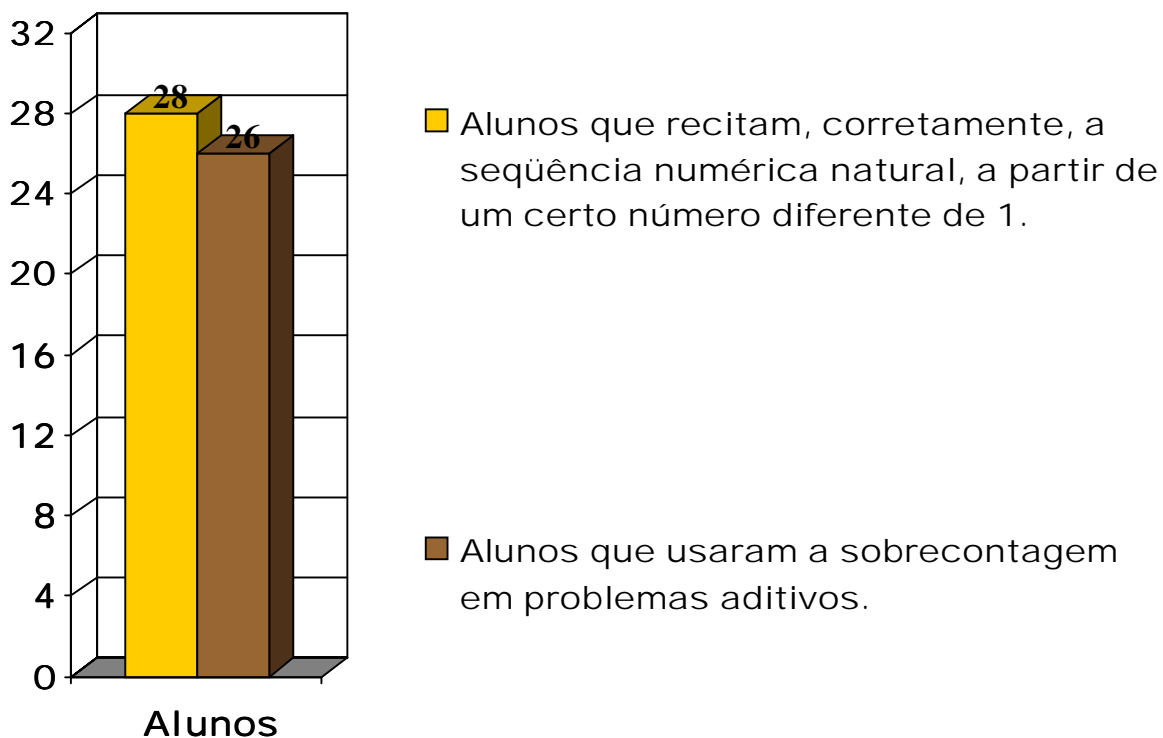
## 4. CONCLUSÕES

---

Iniciamos este capítulo mostrando um panorama geral dos resultados desta pesquisa, por meio de um gráfico que ilustra as respostas às questões (a) e (b) apresentadas no capítulo 1 no final do item 1.2.

**Gráfico 1**

Desempenho dos alunos em sobrecontagem nas sessões 1 e 2.



Observando o Gráfico 1, podemos afirmar que alunos da Pré-escola podem sobrecontar ao recitar a seqüência numérica natural, respondendo, assim, a questão (a). Este fato pôde ser constatado no jogo 2 da sessão 1 quando 87.5% dos alunos envolvidos nesta pesquisa puderam sobrecontar ao recitar a seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1.

Na sessão 1, dos 31 alunos que mostraram conhecimento na sobrecontagem, ao recitar uma seqüência natural crescente, 3 demoraram alguns segundos para recitá-la. Entendemos que estes três alunos podem ter usado estes segundos para contar mentalmente, a partir de um certo número menor do que aquele falado pela professora, sendo que podem ter iniciado a seqüência verbal desde o número 1. Além disso, observamos que foi necessário reinvestimento, abaixando o número pré-determinado para outros dois alunos. Devemos considerar que estes também podem ter iniciado sua seqüência desde o número 1, visto que o número escolhido pela professora era menor que 6 (em geral 4). Portanto, podemos afirmar apenas que 26 alunos sobrecontaram a partir de um certo número determinado pela professora, suficientemente alto para percebermos se os alunos não estavam falando a seqüência desde o número 1 (os números escolhidos para o primeiro investimento) e que tinham, portanto, conhecimento da fala da seqüência de números naturais (memorização da seqüência desde o número 1).

Nesta sessão, podemos afirmar que a professora/pesquisadora trabalhou com alguns exercícios para familiarização com a aluna Fernanda. A professora/pesquisadora usou os novos conhecimentos desta aluna na forma de

ferramentas implícitas; o que propiciou que esta aluna procurasse sobrecontar, ao recitar a seqüência numérica natural.

Podemos, ainda observando o Gráfico 1, afirmar que alunos da Pré-escola podem sobrecontar na solução de problemas aditivos pois, 81,25% dos alunos envolvidos nesta pesquisa, puderam realizar esta tarefa. Obtivemos esta resposta à questão (b), apresentada no item 1.2 do capítulo 1, após a conclusão da sessão 2 do capítulo 3.

Podemos afirmar, analisando a Tabela Geral da sessão 2 – Tabela 12 –, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos tinham sobrecontado, ao recitar a seqüência numérica natural, a partir de um número falado pela professora, e que todos os que recitaram corretamente a seqüência, a partir do número falado pela professora, resolveram o problema por sobrecontagem ou “de cabeça”.

Nas 3 rodadas da sessão 2 houve a necessidade, por parte de certos alunos, de que a professora/pesquisadora validasse o resultado no domínio físico (contagem de caixinhas) em diferentes momentos. Houve, também, para outros alunos, a necessidade do reinvestimento em uma determinada rodada, aumentando o valor absoluto do número até promover um procedimento de pesquisa tornando, portanto, o problema como fonte de aprendizagem. Por meio da análise dos procedimentos dos alunos e dos conhecimentos colocados em jogo, pudemos eleger os domínios que interagem na solução do problema.

Essa autonomia de trânsito entre diferentes domínios é alicerçada nas fases da Dialética Ferramenta Objeto e no propósito de interação social – aluno com aluno, aluno com professor, professor com aluno –. Permitiu, de um lado, que



a professora/pesquisadora criasse condições para sua efetivação. De outro, requereu conhecimento profundo do quadro teórico para seu gerenciamento.

Podemos afirmar, analisando a tabela 17 da sessão 3 na Fase Sistemática, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos E(T)E nesta sessão, tinham sobrecontado na sessão 2, nos problemas aditivos do tipo ET(E), com exceção dos alunos Vitor C. e William. O que analisamos deste fato é que estes dois alunos sobrecontaram no dedo, na sessão 2, somente na terceira e última rodada desta sessão, como a tabela 10 indica. Podemos verificar que, na tabela 6 e 8, estes mesmos alunos, ainda na sessão 2, utilizaram o procedimento de contagem no dedo. Sendo assim, observamos que a sobrecontagem, para estes dois alunos, não era um conhecimento antigo.

Podemos afirmar, analisando a tabela 23 na sessão 4, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos (E)TE nesta sessão, tinham sobrecontado na sessão 2, nos problemas aditivos do tipo E(T)E, com exceção dos alunos Vitor C. e William, acima citados. Concluimos que a sobrecontagem, para estes dois alunos, passa a ser um conhecimento antigo.

Sendo assim, em resposta à questão (c) apresentada no item 1.2 do capítulo 1, concluimos que a memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1 - domínio ordinal, **é suficiente** para a sobrecontagem na resolução de problemas aditivos - domínio cardinal, mas **não é necessária** para a resolução de problemas aditivos.

É importante ressaltar que todos os alunos, quando foram resolver problemas de estado inicial na sessão 4, comutaram as parcelas da adição, antes da fase de explicitação. Na sessão 3, trabalhamos com problemas de

transformação e, na sessão 4, os alunos comutaram as parcelas da adição nestes problemas aditivos de estado inicial, **alterando, assim, a natureza dos problemas: de problema de estado inicial para problema de transformação.** Neste momento, observamos que todos os alunos usaram seus conhecimentos antigos, na resolução deste novo problema.

Podemos afirmar, segundo *Coll* (1996), que Avillan, Beatriz, Bruno, Caroline, Denis, Érica, Guilherme, Henrique, Jean, Jéssica, João, Kevin, Leonardo, Letícia, Maycon, Nicolas, Patrícia, Pedro, Thais, Thiago, Vitor A., Vitor C., Wesley e Yohana estavam muito à vontade com a nossa presença na sessão de ambientação – sessão 0 –, já que estes alunos mantinham uma boa relação interpessoal: expressavam-se, por meio de fala desinibida, muito e bem com os outros alunos, com a professora, com a pesquisadora e as observadoras.

Ainda segundo *Coll* (1996), afirmamos que Amanda, Joyce, Luana, Matheus, Ricardo e William mostraram, no início da sessão 0, preocupação com a nossa presença em sala de aula; estavam extremamente “desconfiados” da nossa presença, ou melhor de nossas “maquinas”. Demonstraram esta desconfiança por meio da baixa inter-relação com os outros alunos, a professora e nossa equipe.

Como já afirmamos, o fato destes alunos terem conhecido-nos antes da Fase Sistemática contribuiu para alcançarmos o objetivo de ambientação ainda nesta sessão.

Quanto ao Lucas e a Fernanda, podemos afirmar, mediante entrevistas abertas com a professora, as merendeiras e os funcionários em geral desta UE que, neste momento, ambos passam por problemas familiares. Sendo assim, tentamos responder a desconfiança da presença da equipe de pesquisa em sala

de aula na sessão zero – demonstrado por comportamentos de descontentamento e timidez, respectivamente – à certos fatores externos ao ambiente escolar.

Como a tabela 24 na sessão 4 da Fase Sistemática se refere ao resultado comparativo de todas as sessões desta pesquisa, analisamos, por meio da aluna Fernanda, que mesmo com uma boa relação intragrupo e intergrupo, fez-se necessária, também, uma interação social com todas as pessoas presentes na sala de aula.

Fernanda apresentou uma dificuldade de interação social com a equipe de pesquisa até a última sessão, ou melhor, até a festa de formatura que presenciamos, mesmo tendo acabado a Fase Sistemática. Mas, concluímos, pelo quadro evolutivo de Fernanda nas produções em sala de aula, que o desenvolvimento participativo e, conseqüentemente, cognitivo desta aluna trilhou um caminho paralelo à sua interação social. Quanto mais esta aluna interagiu socialmente mais ela produzia.

Estas interações sociais dependeram, a nosso ver, de todo um trabalho cooperativo das pessoas que constituíram o espaço interativo. Portanto, podemos afirmar que propiciando atividades cooperativas em sala de aula estávamos difundindo na formação deste indivíduo uma postura solidária e, ao mesmo tempo, crítica. E, com certeza, o nosso maior objetivo como educadores é formar cidadãos solidários e críticos.

Queremos ressaltar que não foi a simples atividade do Jogo da Caixa que propiciou cooperação; nem mesmo o Jogo da Bola, aparentemente cooperativo – um aluno depende da resposta do outro para prosseguir, garantiu a cooperação

na classe. O gerenciamento das atividades dos alunos, num espaço interativo, com conhecimento do quadro teórico é que determinou a cooperação.

## 4.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Podemos afirmar que o método aplicado em nossa pesquisa – Estudo de Caso – propiciou a análise de documentos das prefeituras de São Bernardo do Campo e de São Paulo e da Unidade Escolar, a coleta de dados da comunidade e a promoção de várias discussões com a professora/pesquisadora, na forma de entrevistas abertas.

Estes dados, colhidos antes e durante a aplicação da pesquisa em sala de aula, nos proporcionou uma visão do aluno e de seu desenvolvimento cognitivo, considerando-o no ambiente de sala de aula, no escolar e na comunidade em que estava inserido. A título de exemplo, um dos momentos em que este método favoreceria a pesquisa aconteceu, ainda, na sessão 0, quando observamos que todos os alunos conheciam a equipe de pesquisa, sendo que alguns sabiam os nossos nomes. É claro que isso se deu por nossa permanência na escola na Fase Aberta, em franco contato com os alunos e com a comunidade escolar antes da aplicação em sala de aula – fase Sistemática. A nosso ver decorre disso que o nosso objetivo de ambientação no início da Fase Sistemática pôde ser atingido em apenas uma sessão, a sessão de número 0.

Outro momento foi quando, ao convivermos com as merendeiras da escola, obtivemos importantes informações comportamentais de alguns dos alunos envolvidos nesta pesquisa. Este fato proporcionou maior mobilidade na elaboração das sessões aplicadas à sala de aula. Por exemplo: sabíamos que a

Fernanda gostava muito de estar na companhia de Jéssica, sendo assim, na divisão dos grupos procuramos respeitar este particular na individualidade desta aluna.

Podemos afirmar que com relação aos números muito pequenos, trabalhados em nossas sessões nas primeiras rodadas do Jogo da Caixa, em resposta à questão da professora – apresentada no item 2.5 do capítulo 2 que apenas 6 alunos do grupo Verde acertaram as questões e entenderam a regra do jogo, respondendo “de cabeça” aos problemas propostos quando os números eram maiores que 31. isso não causou constrangimento de trabalhar com números menores que 7 - muito pequenos.

Os outros 26 alunos do grupo Amarelo necessitaram de reinvestimento nas tarefas com os números menores que 7. Fosse porque erravam no cálculo ou porque não entenderam as regras do jogo.

Diagnosticamos este fato, acima citado, ainda na primeira aplicação do Jogo da Caixa, na sessão 2 quando, depois de duas rodadas, dividimos a classe em dois grandes grupos: Amarelo e Verde.

Um dos objetivos desta divisão foi que os alunos categorizados como Amarelo, depois das duas primeiras rodadas, eram alunos que ainda ou não tinham compreendido as regras do jogo ou erravam os cálculos, enquanto que os alunos categorizados como Verde, eram alunos para os quais o jogo apresentado com números muito pequenos não eram um problema para resolver: faziam rapidamente “de cabeça”. Sendo assim, respeitando nosso quadro teórico, se fazia necessário aumentar os números para que estes alunos apresentassem

novos procedimentos de resolução que não fossem “de cabeça”. Verificamos este fato por meio da Tabela 11 encontrada na sessão 2 da Fase Sistemática.

Quanto a autonomia escolar, que relatamos na Fase Aberta no item Identificação da UE, concluímos que realmente esta escola é uma escola “real”. Podemos fazer esta afirmação pois, após analisar o PPE desta UE e conviver nesta comunidade por alguns meses, constatamos que o ambiente promovido por esta escola é simultaneamente rigoroso e acadêmico e socialmente crítico. Gostaríamos de, ainda neste parágrafo, deixar registrado que, em alguns momentos de discussão com a comunidade sentimos, também, algumas falhas no processo de autonomia implantado pela Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo. Não poderíamos deixar de apontar uma dessas falhas. Em certa ocasião um funcionário desta UE, em nossa presença casual, demonstrou algumas dúvidas burocráticas na parte administrativa da escola em discussão telefônica com certo órgão administrativo. Pareceu-nos que sua maior dificuldade era a falta de apoio, dos órgãos administrativos desta prefeitura, de esclarecimentos de certos passos burocráticos. Chegamos a ouvir que a escola era abandonada sobre o pretexto de ser autônoma! Cabe, ao nosso ver, refletir sobre como órgãos administrativos estão pensando e agindo em um município onde se encontra um projeto que estimula a própria escola a desenvolver seu currículo. Abandonam a escola por alegar que são autônomas? Fica aqui uma questão.

*“Se nada ficar destas páginas, algo, pelo menos, esperamos que permaneça: nossa confiança no povo. Nossa fé nos homens e na criação de um mundo em que seja menos difícil amar.” Freire [1970] (1987).*



# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

**ALARCÃO, I.** *Formação Reflexiva de Professores - Estratégias de Supervisão.*

Lisboa-Portugal: CIDInE.

**APPLE, M. W. e BEANE, J. A.** 2000. *Escolas Democráticas.* Porto-

Portugal: Porto Editora.

**BRASIL.** 1993. *Política da Educação Infantil.* São Paulo.MEC/SEF/COED.

\_\_1998.*Referencial Curricular Nacional Para a Educação Infantil Conhecimento do*

*mundo.*Brasilia: SEF-Secretaria de Educação Fundamental

**COLL, C. et al.** 1996. *Desenvolvimento Psicológico e Educação – Psicologia da*

*Educação.* Porto Alegre. Artes Médicas.

**D'AMBROSIO, U.** 1996. *Educação Matemática - da teoria à prática.*

Campinas. Papirus.

\_\_\_2001. *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.* Belo Horizonte. Coleção Tendências em Educação Matemática, 1. Ed. Autêntica.

**DOUADY, R.** 1984. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques* Thèse de Doctorat d'Etat (specialité didactique des mathématiques). Paris: Université Paris VII.

\_\_\_1993. *L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage.* Cahier de DIDIREM. Paris: Université Paris VII.

**ERMEL,** 1991. *Cycle des apprentissages fondamentaux CP - Enseignants apprentissages numériques.* Paris: Hatier Paris.

**FAYOL, M.** 1996. *A criança e o número: da contagem à resolução de problema*.  
Brasil. Ed. Artes Médicas.

**FREIRE, P.** [1970] (1987). *Pedagogia do oprimido*. 17ª edição. Revisão: M<sup>a</sup> Luiza  
Simões e Jonas Pereira dos Santos. Rio de Janeiro. Ed. Paz e Terra.

**GRECO, P.** 1962. *Quantité et quottlé: nouvelles research sur la correspondance  
terme-à-terme et la conservation des ensembles*. In P. Grecco and A. Morf.  
(eds.): *Structures numériques laaelémentaires: Etudes d'epistemologie  
génétique*. Éd. Presses Universitaires de France, Paris.

**HUGHES, M.** 1986. *Children and Number*. Oxford: Blackwell.

**JOHNSON, D.W.** et Al. 1981. *Effects of cooperative, competitive and  
individualistic goal structure on achievement ? A metaanalysis*. USA. In  
Psychological Bulletin – 89.

**KISHIMOTO, T.M.**. 1998. *A Pré-escola em São Paulo*. São Paulo. Loyola.

**KRAMER, S.** 1985. *O papel social da pré-escola*. In: Cadernos de pesquisa. São Paulo.

\_\_\_1994. *O Currículo de Educação Infantil e a formação dos profissionais de creche e Pré-escola: Questões teóricas e polêmicas*. In Brasil MEC/SEF/DPE/COEDI. *Por uma política de formação de profissional de Educação Infantil*.

**KULMMAN JR, M.** 1998. *Infância e Educação Infantil: uma abordagem histórica*. Porto Alegre. Ed. Mediação.

\_\_\_2000. *Quinhentos anos da Educação Infantil no Brasil*. São Paulo. Revista brasileira de Educação.

**LERNER, D.** 1992. *La matemática em la escuela aqui y ahora*. Buenos Aires. Aique.

**LÜDKE**, Menga e **ANDRÉ**, Marli E. D. A. 1986. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU.

**MARANHÃO**, M<sup>a</sup> C. S. de A. 1996. *Uma engenharia didática para a aprendizagem de concepções de tempo*. (Doutorado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador: Antônio Carlos Caruso Ronca.

\_\_\_\_ 1999. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda.

**NISBET**, J. e **WATT**, J. 1978. *Reading 26: Guides in Educational Research*. England. University Of Nottingham School of Education.

**NUNES**, Therezinha e **BRYANT**, Peter. 1997. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

**PARRA**, C. e **SAIZ**, I. 1992. *Los niños, los maestros y los números*. Buenos Aires. Secretaria da Educação.

**PIAGET, J. e SZEMINSKA, A..** 1981. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro – Zahar.

**P.P.E.- Plano Pedagógico Escolar- E.M.E.I “Francisco Miele”.**1999.São Bernardo do Campo: SEC - Prefeitura do município de São Bernardo do Campo.

**VERGNAUD, G.** 1981. *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne. Francfort – M.Peter Lang.

\_\_1982. *A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems*. In T.P.Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale. Lawrence Erlbaum Associates.

\_\_1986. *Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématique. Un exemple: le structures additives*. Grenoble. Grand N., CRDP-IREM de Grenoble, número 38.

**VIGOTSKI, L. S., [1978] 1998.** *A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.* Tradução da 1ª edição: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. Para a presente edição revisão da tradução: Mônica Stahel. 6ª edição. São Paulo: Martins Fontes. Título original: *Mind in Society – The development of higher psychological process.* Organizadores: Michel Cole et Al.. Cambridge, Mass.: Cambridge University Press. 1978.



# **ANEXOS**

**Professora Margarida Aparecida Borges**

## Trabalho 1:

Desenvolvido em 1962 na Escola Típico Rural

“Coronel Quito Junqueira”.

Cão: O cabritinho curioso (cab. se oposta)  
No campo/começava/um novo dia/  
muito longe, /um cabritinho dava/um  
primeiro passo  
(o cabritinho vai pulando)

Todos: (deste) Pula cabritinho, sempre saltitando  
Segue o teu caminho, Pula sem cansar

Cão: O tempo foi passando/ e ele já podia/acompanhar  
as irmãs/ nos campos  
vão: (normal) Pula cabritinho....

Cão: Cresceu tanto/que já podia correr.

Todos: (acelerado) Pula cabritinho....

Cão: Agora ele queria/ perder o controle  
Sua p/ pular/ pulava muito/ pelo galvão/  
que corria  
Um tranco/ (também forte) e logo depois a churra.

Todos: Ahá!

Cão: O cabritinho/ começou a chorar/ Eucosta-se  
em uma árvore/ e está lá filão:-

Árvore: - Cabritinho amigo meu,  
Temos todas nos juntas  
Pela no resto amigo  
Que forte você é rapaz.

Cão: O vento/ começou a soprar manso (p) mais, mais  
depois forte (f) e depois fortíssimo (ff) / E os  
pássaros os nervos/ que caíram de tanto  
correr/ disseram:-

Nervos: - Tanto amigo meu  
Não queira a pular  
Pela gente cabritinho  
Tem um bom ajudar.

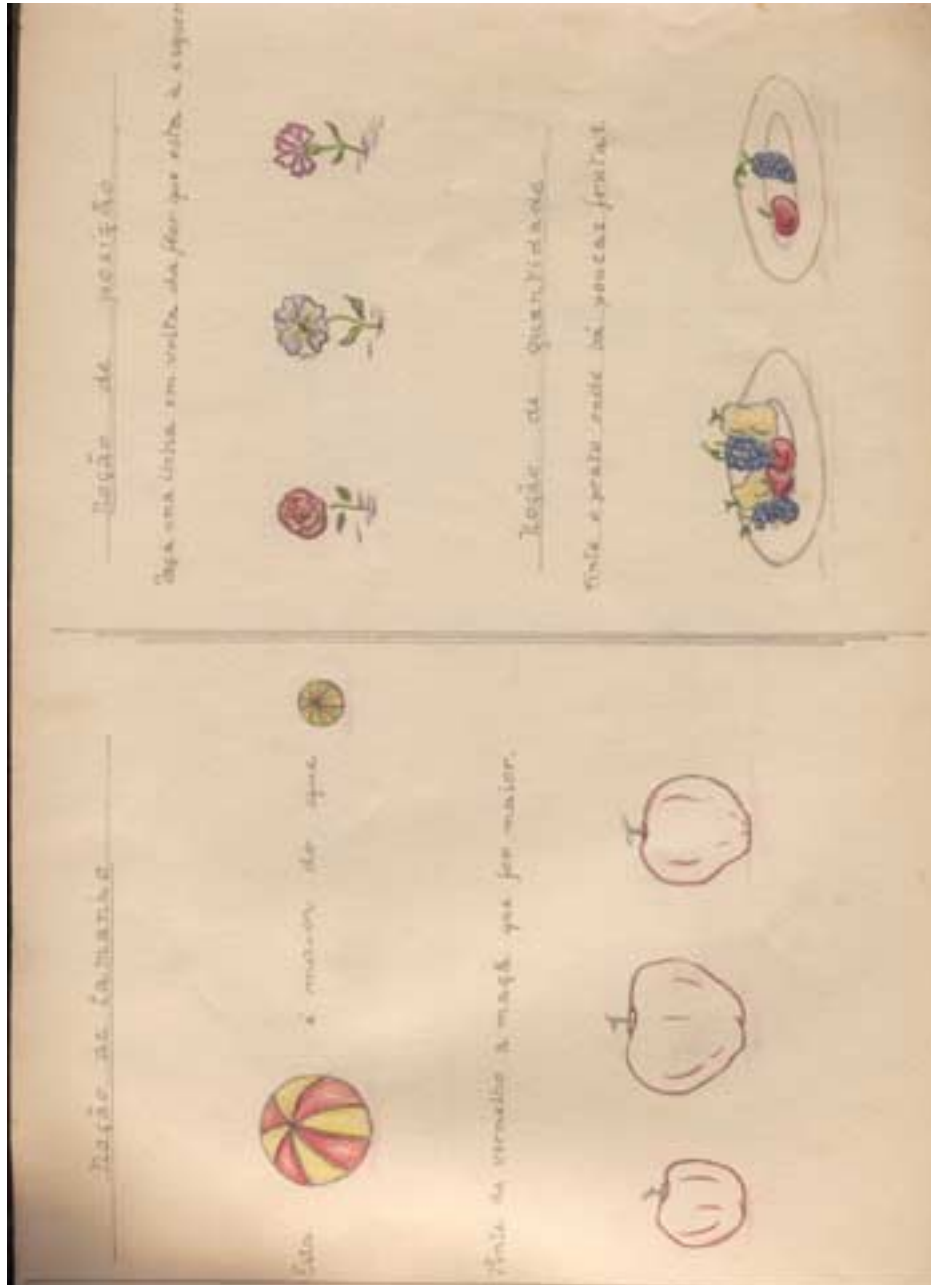
Cão: E os nervos/ foram se afundando/ até decaem  
para o chão/ ao sol/ (também forte) que surgiu  
lá brilhante/ (p) dando o cabritinho.

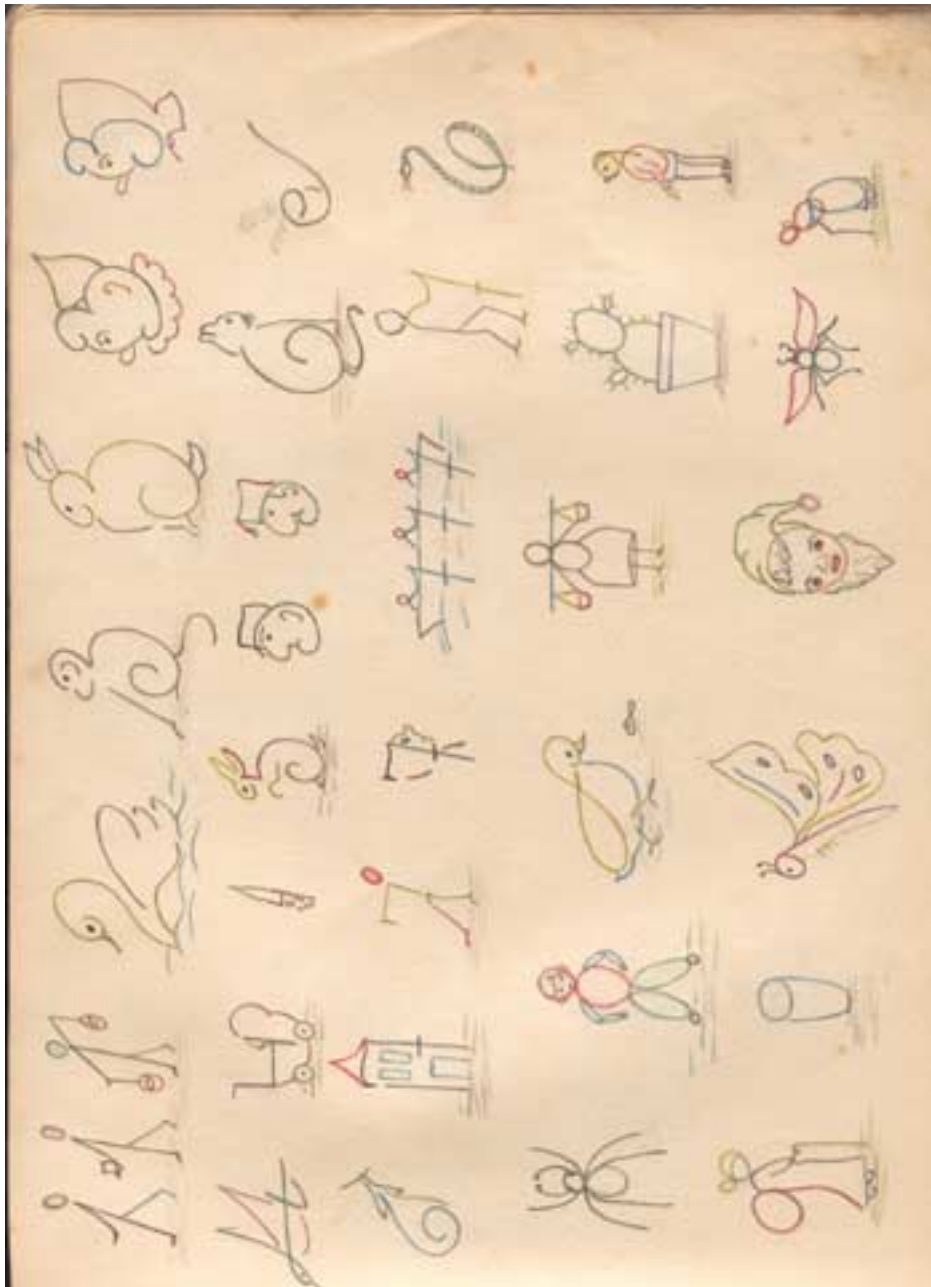
Cabritinho: - Agora sim/ posso seguir caminho/ todos

no meus amigos, e pedrinhas agudas  
Osô: Caminhou bastante. Brincou com as flores.  
Flores e cabritinho: (dramatizaçã)  
Osô: Brincou com os pedrinhas.  
Pedrinhas e cabritinho: (dramatizaçã)  
Osô: Jô com as pedrinhas, brincou  
Pedrinhas e cabritinho: (dramatizaçã)  
Osô: He agente/nu que todo os meus amigos/  
 se molharam/ Era a noite que chegava/  
 Pedir sutãs/ com a voz tremula: -  
Cabritinho: Quere voltar (aguda)  
Flores: Não sabemos onde o levar (médica)  
Pedrinhas: - Esta coisa/ não podemos + rola (grave)  
Osô: O cabritinho/ ficou aflito.  
Cabritinho: Que fazer agora? / meu <sup>aguda</sup> querem me  
 ajudar / mas nada podem fazer  
Osô: - Quere sutãs / um bancha estranho / Eravam  
 passos e vozes / (crianças passando). Não  
 conseguia / + sair do lugar / Suas per-  
 miltas tremiam.  
 Eram crianças / que se mexiam da escola/  
 voltavam para casa.  
Crianças: (canta. Se não quando gaud, etc)  
Osô: O cabritinho acantava / encandado / Disses-  
 ton. a / qdo uma das oros / se pegou no cabo /  
 e disse -  
Uma criança: Sem cabritinho perdido!  
Quatro oros: Vamos levá-lo de volta.  
Osô: E quem a bondade e inteligência das  
 oros. é cabritinho voltar aos o cabro p/ me.  
 C...C

Este trabalho mostra a preocupação com o lúdico na pré-escola, por meio de dramatização, neste nível escolar no começo dos anos 60. Podemos perceber que todas as crianças permaneciam em atividade com esta dramatização. Podemos, também, perceber que esta professora trabalhava com um tema significativo para as crianças.

**Trabalho 2 e 3:**  
**Desenvolvido no final dos anos 60 em um**  
**curso de especialização voltado**  
**à Pré-escola.**



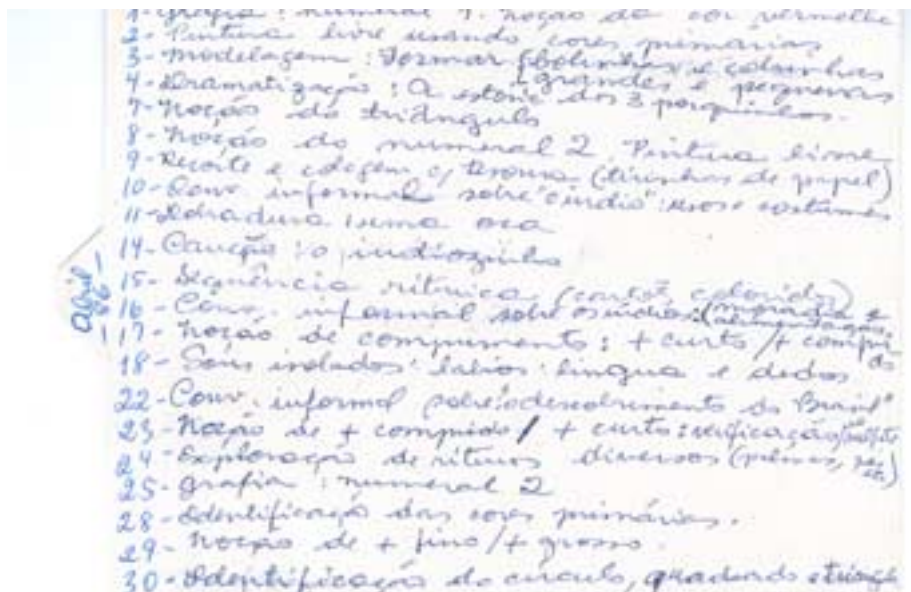
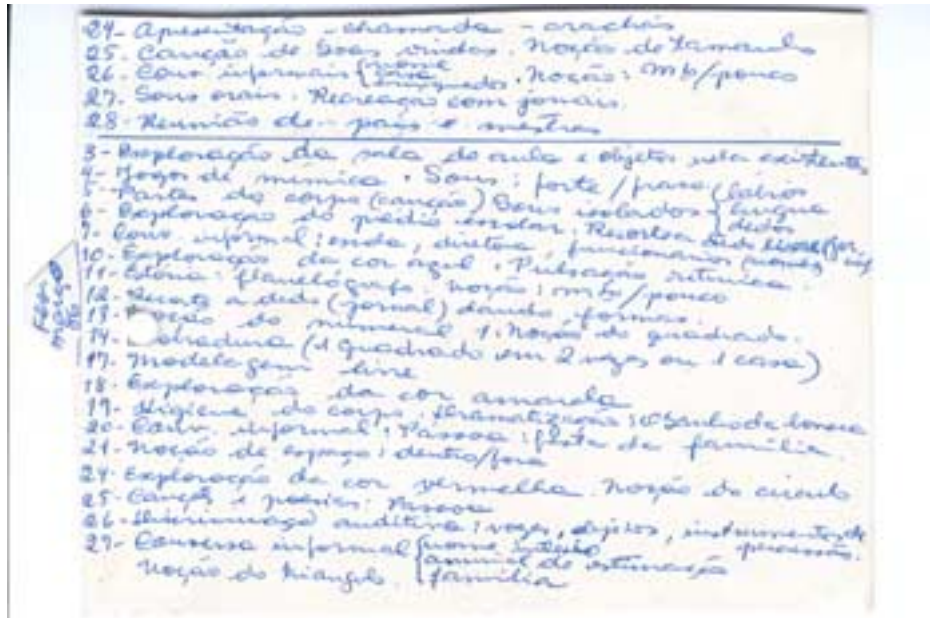


Com os trabalhos apresentados, 2 e 3, constatamos uma pequena expansão na Pré-escola referente à cognição, citada por nós no capítulo 1. Vemos a preocupação de estar trabalhando, neste nível escolar, a noção de tamanho, quantidade e posição, bem como, os números de 1 a 9.

#### Trabalho 4:

Algumas fichas<sup>1</sup> elaboradas pela Professora para ministrar aulas na Pré-escola, no ano de 1986, na Escola Estadual de Primeiro e Segundo Grau

“José Américo”.



<sup>1</sup> Em seu depoimento, a professora chama estas fichas de "lembretes".

- 2 - Som em posição inicial no vocabulário (a)
- 3 - Desenho sobre textura (corações de cantôco)
- 4 - Sons forte / fraco
- 5 - Alimentação: fonte de energia
- 6 - Locomoção ajustada a ritmo determinado
- 7 - Dramatização do leite da mãe
- 8 - Reprodução de seqüências rítmicas
- 9 - Meios de transporte
- 10 - Estória: seqüência de 3 gravuras
- 11 - Noção do numeral 3
- 12 - Completar figuras
- 13 - Som em posição inicial no vocabulário (e)
- 14 - Meios de comunicação
- 15 - Higiene da cabeça
- 16 - Grafia: numeral 3
- 17 - O dia e a noite
- 18 - Direção e sentido
- 19 - Semelhanças e diferenças (aveia)
- 20 - Vocabulário referente a utensílios domésticos

- 30 - Sons orais e não orais
- 31 - Noção de conjunto

- 2 - Conv. inf.: germinação da semente
- 3 - Noção do numeral 4
- 4 - Desenho sobre textura (folha)
- 5 - Germinação da semente: dramatização
- 6 - Noção de interior / exterior
- 7 - Observar seqüências de 3 elementos (cores)
- 8 - Vocabulário básico: vestuário
- 9 - Campanha contra incêndio: estória (Jogo no du)
- 10 - Higiene da boca: prevenção contra cárie
- 11 - Grafia: numeral 4
- 12 - Recorte e colagem: bauldeirinho p/ festa junina
- 13 - Noção: em cima, embaixo, na frente, atrás
- 14 - Intercâmbio: campo / cidade
- 15 - A água e sua importância
- 16 - Dança folclórica: festa junina
- 17 - Alimento de origem animal
- 18 - Noção de lateralidade (direita / esquerda)

- 25 - Noção do numeral 5
- 26 - <sup>observar</sup> Seqüências de 3 elementos (punta geométrica)
- 27 - Alimentos de origem vegetal
- 30 - Grafia do numeral 5

Analisando estas fichas podemos constatar que, como relatamos em nosso capítulo 1, na sessão 1.1, nesta época, sem haver uma rejeição total à recreação, o aspecto pedagógico passa a ficar em primeiro plano surgindo, assim, a dimensão cognitiva como alternativa. O desenvolvimento intelectual, como o modo moderno de atuar na Pré-escola, surgia em substituição ao tradicional lúdico.

Para finalizar, gostaríamos de mostrar, com estas fichas, quão rico é este nível escolar. Observamos a possibilidade de valorizar os conhecimentos que as crianças possuem, garantir novos conhecimentos e legitimar a tarefa da universalização dos conhecimentos. Sendo assim, como relatamos no capítulo 1, na sessão 1.1, firmamos aqui que a Pré-escola cria condições que favorecem o desenvolvimento global e harmonioso da personalidade e proporciona interação social – a qual propicia desenvolvimento do conhecimento da criança.