

**Maria Regina de Oliveira Pereira**

**"A geometria escolar: uma análise dos  
estudos sobre o abandono de seu ensino"**

Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC – SP**

**2001**

**Maria Regina de Oliveira Pereira**

**"A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino"**

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA** à Pontifícia da Universidade Católica de São Paulo, sob a orientação do **Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente**.

**PUC – SP**

**2001**

**Banca Examinadora:**

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos fotocopadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:** \_\_\_\_\_

Contato  
Maria Regina de Oliveira Pereira  
e-mail: [mrop@barretos.com.br](mailto:mrop@barretos.com.br)  
Fone: 0xx17 - 3323 7443

## AGRADECIMENTOS

---

---

A Deus, pela coragem de iniciar esta pesquisa;

Ao *Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente*, pelo rigor das exigências durante o processo de orientação, apontando-me os caminhos certos e protegendo-me dos desvios;

À *Professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglori*, pelo estímulo desde o início deste trabalho;

À *Professora Doutora Neuza Bertoni Pinto*, por sua valiosa sugestão durante a minha qualificação;

Aos *colegas e professores do Mestrado em Educação Matemática da PUC*, pela amizade e excelente ambiente de estudo e trabalho, assim como pelas discussões e trocas de opiniões;

Em especial ao poeta *Carlos Rodolfo S. Stopa*, pela amizade, sugestões e críticas ao meu trabalho;

Também em especial à *Elza, Ida Miriam, Isabel (Bela), Judith, Maria Helena e Neide*, amigas dedicadas, por constante apoio e incentivo;

À Professora e amiga *Maria Alice Zomenhan*, pelo cuidado com que revisou a gramática e ortografia dessa dissertação.

A autora

*A todos os colegas que acreditam que a reflexão sobre as práticas do Ensino da Matemática possa reintegrar a Geometria no contexto do saber matemático e científico que configura, em seu bojo, cidadãos aprendizes;*

*Aos meus pais (In Memoriam), por sempre confiarem na minha capacidade de vencer;*

*À minha irmã Maria Cristina, pela paciência;*

*As minhas filhas, Marcela e Débora, por serem minhas obras primas e pela alegria de poder ser mãe.*

## RESUMO

---

---

O objetivo deste trabalho é oferecer a possibilidade de melhor compreender e resgatar a condição da Geometria nos currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Centrando-me na procura de justificativas para o seu abandono, a partir de um inventário da literatura existente, descrevo algumas pesquisas a título de ilustração.

Tais exemplos convergem para a composição de um repertório, cujo fim é relacionar trabalhos centrados neste tema e servir de patamar para futuras investigações.

## ABSTRACT

---

---

The objective of this work is to offer the possibility of better understand and also to recover the **Geometry** condition in the “*Ensino Fundamental*” and “*Ensino Médio*” (Primary and Secondary Teaching System) curricula.

I have focused my research looking for justification for its abandon and from the existing literature inventory I describe some researches which give ideas about its situation.

Such examples result in a repertoire composition in order to relate the focused works on n this subject and to be useful as a level for further researches.

## SUMÁRIO

---

---

<b>Introdução .....</b>	<b>01</b>
<b>1. Da prática pedagógica para um problema de pesquisa.....</b>	<b>02</b>
<b>2. Sobre as questões teórico-metodológicas.....</b>	<b>08</b>
<b>3. Como o abandono de geometria vem sendo tratado em algumas pesquisas.....</b>	<b>12</b>
3.1. Claudia Coelho de Segadas Vianna.....	13
3.2. Regina Aparecida Bertonha.....	18
3.3. Regina Maria Pavanello.....	24
3.4. Geraldo Perez.....	30
3.5. Ligia Sangiacomo.....	37
3.6. Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa.....	41
3.7. Elizabeth Gervazoni Silva de Mello.....	47
3.8. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos.....	51
<b>4. O abandono da geometria: o que dizem as pesquisas?.....</b>	<b>56</b>
4.1. Problemas com a formação do professor.....	57
4.2. Omissão da Geometria em livros didáticos.....	59
4.3. Lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM)....	61
<b>5. Conclusão.....</b>	<b>64</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>67</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>71</b>

## INTRODUÇÃO

---

---

Neste estudo, com a intenção de traçar um panorama das abordagens sobre o tema “o abandono da Geometria”, busco analisar o modo pelo qual as pesquisas têm tratado o esvaziamento desta importante subárea da Matemática no paradigma curricular do Ensino Fundamental e Ensino Médio, partindo de uma seleção da literatura produzida nos últimos vinte anos.

Trabalhei com a hipótese de que este estudo permita que pesquisas subseqüentes considerem o estado atual do conhecimento sobre o ensino da Geometria, em particular, dos determinantes apontados pelos pesquisadores em relação ao abandono de seu ensino.

No primeiro capítulo — “Da prática para um problema de pesquisa” — busco inserir o leitor no conjunto de questões da pesquisa, esforçando-me em demonstrar, a partir de minha história particular, como uma situação vivenciada de prática pedagógica, pôde transformar-se num problema de investigação.

O segundo capítulo — “Sobre as questões teórico-metodológicas” — é dedicado ao relato teórico-metodológico que envolveu a escolha das dissertações e teses selecionadas para a realização deste trabalho.

No terceiro capítulo — “Como o abandono da geometria vem sendo tratado nas últimas pesquisas” — apresento, de forma descritiva, os trabalhos de que me vali como fontes para estudo.

Nas considerações finais, busco uma síntese dos resultados obtidos, procurando melhor caracterizar os principais determinantes, apontados pelas pesquisas, relativamente ao abandono da Geometria.

# CAPÍTULO 1

---

---

## Da prática pedagógica para um problema de pesquisa

Este trabalho, resultante das inquietações da minha prática profissional, vem a ser uma parte das reflexões que fiz como estudante e como professora na rede oficial de Ensino do Estado de São Paulo e na rede particular, em Barretos, desde a década de setenta, e, mais recentemente, como professora no curso de Licenciatura em Matemática na Faculdade de Ciências de Barretos.

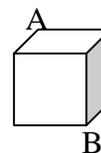
Foi neste complexo, denominado “processo educacional”, que me envolvi na Geometria Euclidiana e a cujo ensino, tenho me dedicado ao longo desses anos.

Neste contexto, vários foram os questionamentos que me impulsionaram à busca de informações, relativas à diminuição gradativa dos conhecimentos geométricos elementares dos alunos de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

A título de um breve exemplo ilustrativo, relato, a seguir, uma de minhas experiências:

Em duas salas de 3ª série do Ensino Médio da rede oficial de Ensino, com 38 e 42 alunos respectivamente, propus a seguinte atividade:

*Dado um **cubo** de 10 cm de aresta, indique o menor caminho que devemos percorrer do vértice A ao vértice B, conforme a figura.*



No desenrolar da atividade, tive que intervir, pois os alunos tinham grandes dificuldades em distinguir os ângulos retos entre as arestas do cubo. Para resolver parcialmente este problema, coloquei, à frente dos estudantes, uma caixa de giz para favorecer a visualização e sugeri a construção do *cubo* no papel A4

(210 x 297 mm) (anexo1), em que os alunos poderiam terminar a atividade por meio da medição com a régua e, ao mesmo tempo, identificar os ângulos entre as arestas e os planos.

A princípio, a intenção que permeou essa atividade foi diagnosticar a habilidade na utilização de conhecimentos geométricos. Porém, ao perceber que informações relevantes, tais como ângulos retos, arestas, vértices, planos diferentes, entre outras, ainda não tinham sido sistematizadas, novamente interferi para explicar área de uma figura plana e a medição por meio da régua graduada.

O contato com essas realidades causou-me grande insatisfação, levando-me a questionar a minha prática de sala de aula. Valendo-me da vivência informal na sala de aula ou nos bastidores — sala dos professores e mais recentemente nas HTPCs — procurei obter informações dos professores sobre *como trabalhavam a Geometria com os alunos... Como resolviam os seus questionamentos...*

O resultado não foi satisfatório, pois constatei que, com a intenção de suprir tais inquietações, os professores, em sua maioria, dedicavam-se ao ensino da Álgebra, e parte deles, em alguns momentos, ao ensino da Geometria através de Medidas.

Para explorar o problema, procurei conhecer um pouco melhor a realidade que entremeava os cursos de Licenciatura em Matemática, lecionando Geometria Euclidiana para iniciantes. Os altos índices de reprovação na disciplina levaram-me a uma verificação diagnóstica dos conhecimentos matemáticos dos alunos, para a qual sugeri a vinte e cinco alunos resolverem duas questões. Após a explanação dos objetivos que me conduziam a fazer esse levantamento, apenas nove alunos aceitaram<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Levando-me a concluir que os outros alunos se intimidaram diante da condição de serem analisados pelos seus conhecimentos referentes ao estudo de Geometria Euclidiana.

Primeira questão:

*Assinale verdadeiro ou falso:*

*Três pontos distintos determinam um plano.*

Dos nove alunos que participaram, apenas um acertou e fez uma justificativa, dizendo que os pontos poderiam ser colineares (anexo2).

Segunda questão:

*A base de um prisma de 4 cm de altura é um triângulo retângulo com 10 cm de hipotenusa sendo que um dos catetos mede 6 cm. Qual é seu volume?*

Dos nove alunos, sete erraram ao calcular a área da base. Eles não planificaram o prisma. Na tentativa de desenhar a base, fizeram-na seguindo um tratamento estereotipado<sup>2</sup> dos objetos geométricos, confundindo o cateto com a altura do triângulo, para em seguida, elaborarem a apresentação de argumentos ordenados e prontos para a compreensão do resultado (anexo2).

Notei que os alunos apresentavam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto. Ponto, reta, plano, altura, área e volume eram, para eles, conceitos confusos, sem hierarquização e, dificilmente, estes alunos conseguiriam estruturar uma demonstração.

*Será que esses futuros professores teriam condições para desenvolver habilidades de observação, percepção espacial, representação gráfica e inter-relações em sua prática pedagógica? — Como esses futuros professores agiriam na sua prática pedagógica? —* Diante da ampla e complexa problemática dessa vivência, optei por ir mais além, buscando dados nos sistemas de avaliação do nosso Sistema de Educação nos anos de 1996, 1997 e 1998.

---

<sup>2</sup> Figuras Geométricas desenhadas sempre na mesma posição.

Em 1996, foram divulgados no Brasil os primeiros resultados da avaliação pelo Ministério da Educação e Cultura do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Básico)<sup>3</sup> realizada em 1995. Especificamente em Matemática, os dados apontaram que 70% dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio não sabiam resolver problemas matemáticos e somente a metade era capaz de formar juízo próprio sobre o que lia. As provas foram aplicadas a 124,8 mil estudantes de escolas públicas e particulares em 27 Estados e 639 Municípios. Esse resultado foi considerado desastroso pelo próprio Ministro da Educação.

Os primeiros resultados do exame de desempenho dos finalizantes do Ensino Médio realizado pelo MEC através do SAEB/97<sup>4</sup>, divulgados em outubro de 1997, apontaram um quadro caótico da Educação. “*Sofrível*”, no dizer do Ministro da Educação.

A Secretaria de Estado da Educação realizou, em 1996, a primeira edição do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar)<sup>5</sup>, planejado com a finalidade de acompanhar a trajetória escolar dos alunos ano a ano. Nos anos de 1997 e 1998, foram realizadas mais duas aplicações, dando continuidade à proposta. Especificamente com relação à Matemática, os dados apontaram que a maioria dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e da série inicial do Ensino Médio não sabiam resolver problemas matemáticos. Em 1998 foram envolvidas 3898 escolas da Rede Estadual das 143 Delegacias de Ensino. As provas foram aplicadas em alunos das 5ª séries do Ensino Fundamental e das 1ª séries do Ensino Médio, totalizando 949.202 estudantes.

A seguir, apresento um trecho da tabela constante do relatório do SARESP 96/97/98:

---

<sup>3</sup> SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica tem como finalidade a monitoria da qualidade do Ensino Básico ministrado no País. Além de realizar um diagnóstico sobre a educação básica, constitui-se em importante subsídio para o processo de formulação de políticas educacionais por parte dos estados e municípios, bem como da União, produzidos indicadores e parâmetros que identificam o nível de qualidade do ensino básico. Dados do SAEB disponíveis na Internet via <http://www.inep.gov.br>. Arquivo captado em 30 de junho de 2001.

<sup>4</sup> MEC/SAEB/97: primeiros resultados – Dados do SAEB/97 [on line]. Disponível na Internet via <http://www.inep.gov.br/saeb/saeb97/saeb97.htm>. Arquivo captado em 30 junho de 2001.

<sup>5</sup> Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar, implantado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo em 1996. Tem duplo objetivo: 1º) ampliar o conhecimento do perfil de realização dos alunos, fornecendo aos professores descrições do padrão de desempenho alcançados pelo conjunto dos alunos, 2º) é instrumento essencial para a melhoria da gestão do sistema educacional, na medida em que identifica os pontos críticos do ensino e possibilita a SEE/SP, por meio de seus Órgãos Centrais e das Diretorias de Ensino, apoiar as escolas e os educadores com recursos, serviços e orientações.

SARESP 96/97/98, Descrição das Escalas de Habilidades, SEE, 2000.

*Percentagem de alunos da Rede Estadual em cada nível de habilidades, segundo a série e período.*

Nível	3ªsérie(%)	4ªsérie(%)	5ªsérie(%)	
			Diurno	Noturno
25	93	99	99	99
40	72	90	91	90
55	37	63	63	63
70	10	28	25	27
85	1	6	4	6
100	0	1	0	1

Com relação às habilidades em Matemática, foram consideradas seis categorias, sendo que os níveis 85 e 100 estão ligados ao Ensino da Geometria:

- Resolver problema envolvendo figuras não-planas;
- Resolver problemas que envolvam medida de comprimento;
- Calcular área de regiões determinadas por paralelogramos, triângulos ou trapézios por redução ao retângulo equivalente, utilizando a composição e decomposição.

*Percentagem de alunos da Rede Estadual em cada nível de habilidades, segundo a série e período.*

Nível	7ªsérie EF(%)		8ªsérie EF(%)		1ªsérie EM(%)	
	Diurno	Noturno	Diurno	Noturno	Diurno	Noturno
55	57	38	67	52	76	62
75	19	6	30	16	42	26
95	2	0	7	2	13	5
115	0	0	1	0	2	0
135	0	0	0	0	0	0

Com relação às habilidades em Matemática, foram consideradas cinco categorias, sendo que os níveis 95, 115 e 135 estão ligados ao Ensino de Geometria:

- Resolver problemas que pressupõe o cálculo de área de polígonos;
- Identificar os elementos e compreender os casos de congruência de triângulos;
- Utilizar as propriedades dos triângulos para resolver situação-problema;
- Utilizar as relações métricas do triângulo retângulo, na resolução de uma situação-problema;
- Calcular o lado e o apótema de um polígono regular inscrito em uma circunferência de raio dado.

Com base nos resultados apresentados, a pesquisa revelou que o índice de acertos em Matemática foi considerado baixo, indicando que a maioria dos alunos não domina o conteúdo e as habilidades consideradas núcleos no final da 4ª série e na 8ª série do Ensino Fundamental.

Nos dois quadros apresentados, nota-se que nos níveis referentes ao ensino da Geometria, a percentagem de acertos dos alunos foi muito pequena. Nos níveis em que é necessário maior habilidade com os conteúdos geométricos, a percentagem chegou a nível zero em determinadas séries, tanto nas finais do Ensino Fundamental, como nas iniciais do Ensino Médio.

Não pretendo, aqui, discutir a validade ou não desses exames, mas tão somente deles me servir para sugerir, de forma panorâmica, que o distanciamento da Geometria nos currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio pode ser um importante fator para essa configuração negativa.

Todas essas questões e outras subseqüentes, durante esses anos, geraram polêmicas e colaboraram para evidenciar a ausência da Geometria nas escolas, cujos reflexos, hoje, interferem nos saberes dos professores em atuação. Portanto, pode-se afirmar que os conteúdos que não foram aprendidos pelos professores também não serão sequer transmitidos, quanto mais interagidos — originando um círculo vicioso — que afeta, por conseguinte, gerações de alunos que não aprendem Geometria.

A partir destas situações, pude, pouco a pouco, construir meu problema de pesquisa, o qual, pode ser expresso pela seguinte interrogação:

O que os estudos sobre o ensino/aprendizagem da Geometria vêm apontando como justificativas para seu abandono?

## CAPÍTULO 2

---

---

### Sobre as questões teórico-metodológicas

Para iniciar o meu trabalho, foi necessário estabelecer os parâmetros que nortearam a minha pesquisa; contemplar de forma ampla, porém criteriosa, as abordagens semelhantes que existiam sobre o tema da Geometria.

Da literatura encontrada, saliento os estudos de Antonio Vicente Garnica e Maria Eliza Pereira *“A pesquisa em educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil”*; — a pesquisa de Marcos Roberto Celestino *“Ensino e Aprendizagem da Álgebra Linear: As pesquisas brasileiras na década de 90”* — e a pesquisa de Marco Antonio Di Pinto *“Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica: As pesquisas brasileiras na década de 90”* — as quais me ofereceram pistas no sentido de escolher um procedimento metodológico mais adequado para meu trabalho.

Tendo em vista que o objetivo do meu estudo não propõe elementos para trabalhar conteúdos em Geometria, mas pretende-se um inventário da literatura existente, do qual se possa lançar mão para outros trabalhos, grandes foram os obstáculos, pois esta metodologia tem sido pouco explorada. Existe escassa literatura para trabalhos que dizem respeito a inventários de pesquisas.

Passei, por isso, parte do meu trabalho compilando estudos desenvolvidos para chegar a uma conclusão pessoal sobre esse tipo de pesquisa – inventário, por mim escolhido, devido à sua pertinência como fonte de informação. De fato, como afirma Luma (1999), *“... reconhece-se, hoje, que a metodologia não tem status próprio, precisando ser definido em um contexto teórico - metodológico”* (p.14).

A primeira tarefa foi a seleção de trabalhos significativos que tratassem das dificuldades no ensino da Geometria.

Para iniciar, procurei essa abordagem pelos títulos no “Banco de Teses — EDUMAT”<sup>6</sup>. Entre as 484 pesquisas realizadas entre 1971/1999 no Brasil, no Campo da Educação Matemática, constatei que 70% localizavam-se no Estado de São Paulo, concentração essa que justifica o recorte espacial neste Estado.

Desse modo, das pesquisas potenciais à investigação do tema a que me propus, mais especificamente ao abandono da Geometria nos currículos de Ensino Fundamental e Ensino Médio, selecionei trabalhos das Universidades UNICAMP, UNESP/Rio Claro e PUC/SP que representaram 4,2% dos estudos sobre o tema “Ensino da Geometria” nos últimos vinte anos de pesquisa cujos títulos apresentassem uma tangência com o tema de minha pesquisa, conforme tabela 1.

Tabela 1

	1981-1990	1991-1999	Total	Porcentagem*
<b>UNICAMP</b>	5	5	10	2,0%
<b>UNESP/Rio Claro</b>	2	7	9	1,8%
<b>PUC/SP</b>	0	2	2	0,4%

\* Porcentagem referente aos 70% dos trabalhos localizados no Estado de São Paulo.

Como o Banco de Dados — CEMPEM não foi atualizado para o ano 2000, procurei por meio de buscas eletrônicas, catálogos e bibliotecas das Instituições, outros trabalhos e a tabela foi modificada como mostro a seguir:

Tabela 2

	1981-1990	1991-2000	Total	Porcentagem*
<b>UNICAMP</b>	5	6	11	2,3%
<b>UNESP/Rio Claro</b>	2	7	9	1,8%
<b>PUC/SP</b>	0	5	5	1,0%

\* Porcentagem referente aos 70% dos trabalhos localizados no Estado de São Paulo.

Várias dificuldades foram encontradas durante a seleção. Primeiramente, porque nem sempre o título expressava o que de fato havia sido pesquisado, um exemplo disso é a dissertação de mestrado de Lenir Joaquina Goulart

<sup>6</sup> Relação de Teses “EDUMAT” - Banco de Teses – CEMPEM/FE-UNICAMP (Fiorentini, 1999)

denominada “*O que é Geometria? Porque ensiná-la?*”, defendida na Universidade Estadual Paulista-Rio Claro (1989). Embora o título sugerisse que o assunto tratava de questões relativas ao seu abandono, o trabalho dedica-se a buscar um significado da Geometria e suas implicações no ensino, por meio de um estudo da História da Matemática.

A partir desses estudos iniciais, num segundo momento, numa análise mais detalhada por meio dos resumos das pesquisas, determinei as escolhas dentro desta seleção pela variável que norteou a elaboração deste trabalho “o abandono da Geometria”, ficando a seguir com uma seleção de oito trabalhos — 2% do Banco de Dados CEMPEM: quatro da UNICAMP, uma da UNESP/Rio Claro e três da PUC/SP. A amostra selecionada não pretendeu, em hipótese alguma, ser exaustiva, porém significativa, para compor, ilustrar e complementar a minha abordagem.

Complementando o meu trabalho, adotei o critério utilizado por Garnica e Pereira (1996) sobre os diferentes tipos de pesquisa em Educação Matemática. Critério também utilizado por Di Pinto (2000) em seu trabalho, que são os seguintes:

**Grupo Experiência:** *estariam aquelas obras referentes a situações diretamente ligadas às aplicações de processos didáticos em sala de aula, sem que lhe fossem explicados, os referenciais teóricos que lhe servissem de base (os relatos de experiência);*

**Grupo Experiência Teoria:** *estariam aquelas obras referentes às situações desenvolvidas ou propostas para sala de aula de Matemática, acompanhadas de discussões de caráter teórico utilizadas como fundamentação (teses, dissertações e artigos que fazem parte desta pesquisa);*

**Grupo Teoria:** *estariam as discussões ou fundamentações de caráter essencialmente teórico sem explicitação de sua relação com aplicações em sala de aula (as pesquisas da natureza histórica ou epistemológica);*

**Grupo Divulgação:** *estariam aquelas que se referiam como divulgação de eventos (comentários acadêmicos).*

E porque meu interesse era o de selecionar trabalhos que estivessem ligados a situações de ensino/aprendizagem em Geometria e fizessem uma reflexão teórica sobre as possíveis causas de seu abandono, optei por selecionar trabalhos que estivessem de acordo com a categoria “Grupo Experiência Teoria”.

Constituída a seleção dos trabalhos, adotei um padrão de questionamentos que pudesse descrever os trabalhos estudados.

- Qual o tipo de obra?
- Qual o objetivo principal da pesquisa?
- Como o autor desenvolveu sua investigação?
- Qual o referencial teórico?
- Conclusões da pesquisa e as sugestões do autor.

É importante ressaltar que todas essas fases não ocorreram isoladamente, mas, em geral, de modo concomitante.

Finalmente, tentei compreender e apresentar as inter-relações entre os trabalhos descritos, para uma reflexão sobre o ensino da Geometria ou de que modo os estudos sobre o ensino/aprendizagem da Geometria apontam justificativas para o seu abandono.

## **CAPÍTULO 3**

---

---

### **Como o abandono de geometria vem sendo tratado em algumas pesquisas**

Uma vez que meu objetivo é apresentar um panorama de algumas pesquisas nos últimos vinte anos sobre “o abandono da Geometria”, tenho certeza de que o caminhar científico reconstituído com as obras analisadas permite-me participar das pesquisas nesta área, bem como permite analisar os trabalhos dos autores.

No tópico seguinte, iniciei a apresentação dos trabalhos selecionados (seis dissertações de mestrado e duas teses de doutorado) para depois fazer um quadro avaliativo, seguido de uma análise, com o intuito de fornecer um panorama destas pesquisas.

Optei por colocar o RESUMO da pesquisa e as informações completas de que constam: autor, título, edição, local, editora, data, volume, coleção e número. Alguns resumos foram tirados da própria “Home page” da Instituição. Enfim, procurei encontrar dados possíveis para uma completa identificação dos trabalhos selecionados. Na descrição, utilizei apenas o remissivo referente à página da obra.

Para a análise dos trabalhos, foi escolhido o procedimento descritivo sempre utilizando o padrão adotado em nossa metodologia, segundo uma ordem cronológica.

### 3.1. Claudia Coelho de Segadas Vianna

BRC01 - Bem-vindo ao ATHENA

#### Banco de Dados Bibliográficos da UNESP

[Http://www.unesp.br/biblioteca/](http://www.unesp.br/biblioteca/)

No. Sistema	0025221
Classificação	510.07
<u>Autor Principal</u>	Vianna, Claudia Coelho de Segadas..
<u>Título</u>	O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática / Claudia Coelho de Segadas Vianna.
<u>Local Public.</u>	<u>Rio Claro :</u>
<u>Editora</u>	<u>[s.n.].</u>
Ano Public.	<b>1988.</b>
Descrição Física	127f. : il.
Nota Geral	Orientador: Mario Tourasse Teixeira.
Dissertação/Te se	Dissertação ( <b>mestrado</b> ) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
<u>Assunto Tópico</u>	<u>Matemática Estudo e ensino.</u>
<u>Entrada Secund.</u>	<u>Teixeira, Mario Tourasse.</u>
<u>Entrada Secund.</u>	<u>Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas.</u>

#### RESUMO

Este trabalho busca reconhecer as causas por trás do **declínio do raciocínio dedutivo** no ensino da Matemática e elaborar uma proposta que pretende realçar e renovar este raciocínio.

Com este objetivo é realizado primeiro um acompanhamento histórico do caminho do dedutivo no ensino da Matemática, nos últimos quarenta anos, com ênfase no Movimento da Matemática Moderna. A seguir, é descrita uma proposta para a 8ª série do 1º grau com um conteúdo geométrico, em que a dedução tem um papel relevante.

Além da proposta, são sugeridos alguns desenvolvimentos, essencialmente problemas lógicos que, embora elementares, são atraentes de modo a envolver os alunos nas suas resoluções e didaticamente pertinentes.

## **OBJETIVO**

Reconhecer as causas que podem estar por trás do declínio do raciocínio dedutivo no ensino da Matemática.

## **METODOLOGIA**

Estudo Histórico.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Semelhança de Triângulos e Lógica.

## **DESCRIÇÃO**

O trabalho de Vianna tem por objetivo reconhecer as causas subjacentes ao declínio do raciocínio dedutivo no ensino da Matemática, basicamente na Geometria, já que, como considera a autora, o papel do raciocínio dedutivo nesse conteúdo é relevante.

Esta análise volta-se para uma proposta alternativa de ensino, não escrita para ser aplicada diretamente em sala de aula e é direcionada ao professor “com um caráter muito mais inspirador que diretivo” (p. 24), a fim de convencê-lo sobre a importância do papel do raciocínio dedutivo, tomando o ensino da Geometria como o lugar privilegiado para o desenvolvimento dessa habilidade cognitiva.

Para alcançar esse objetivo é realizado, de início, um estudo histórico da trajetória do ensino de Matemática, através do uso de deduções nos últimos quarenta anos, com destaque para o MMM (Movimento da Matemática Moderna). Posteriormente, é descrita uma proposta de ensino para a 8ª série do Ensino Fundamental com um conteúdo basicamente geométrico, com ênfase na Geometria demonstrativa.

Em seu estudo histórico, Vianna utiliza o marco dos anos sessenta, considerando que, anteriormente ao MMM, o *dedutivo* era tido como bem estabelecido, nos livros para os professores. Os livros didáticos, em sua grande maioria, faziam todas as demonstrações.

Durante o MMM, Vianna destaca que o *dedutivo* que, nesta época, foi exaltado apenas pelos matemáticos e por alguns alunos que tinham professores mais engajados na filosofia do Movimento, razão pela qual, para a grande maioria, permaneceu oculto.

Segundo o estudo, após o MMM, os livros conservaram as demonstrações dos teoremas mais tradicionais, como de Tales e o de Pitágoras, mas na parte de exercícios mudaram drasticamente. Diminuíram ou mesmo aboliram quaisquer exercícios de caráter lógico ou demonstrativo.

Depois de descrever o estudo histórico da Geometria nos últimos 40 anos com ênfase ao MMM, a autora opina sobre o que pôde ter acarretado a rejeição ao dedutivo:

*"(...) mas quem de fato parece primeiro não compreender a Matemática Dedutiva é o professor. Referindo-se, como sempre, mais especificamente à Geometria Dedutiva, sabe-se que a culpa é em parte dos cursos de licenciatura em Matemática. Em alguns, nem sequer é dada atenção à Geometria e, em outros, é vista de tal forma que não auxilia o professor a ter uma visão mais profunda do que irá ensinar no secundário" (p.22).*

A partir desse estudo Vianna elabora uma proposta que valoriza o *dedutivo*. Para isso, a autora foi buscar as idéias fundamentais no trabalho não

publicado do Prof. Dr. Mário Tourasse Teixeira<sup>7</sup>, que tem o nome de *Formas Triangulares Companheiras*.

Dirigida aos professores de matemática, essa proposta desenvolve alguns itens do currículo da Geometria: Teorema de Pitágoras, Divisão Áurea e Construção de Polígonos.

A decisão de Vianna em procurar alternativas para um ensino de Geometria, parece clara, quando ela enfatiza que *muitos professores deixam realmente de apresentar e, muito menos, incentivar os alunos a fazerem quaisquer demonstrações. O pretexto preferido para justificar tal atitude tem sido que não se tem tempo nem para ensinar Geometria quanto mais (quando se consegue chegar a esta) para demonstrar teoremas"* (p.21 ).

Percebe-se que Vianna escolheu um tema ligado a um assunto que faz parte do currículo da 8ª série do Ensino Fundamental: semelhança de triângulos. No bojo desse tema, Vianna procura valorizar o *dedutivo*, associando-o a um estilo narrativo de exposição.

No intuito de provocar uma reflexão em outras idéias, envolvendo o dedutivo, a autora apresenta um exemplo de uma narrativa retirada da vivência comum descrita na página 86 – *Uma Narrativa da Vivência Comum: encontrando-se em São Paulo, na Vila Mariana e precisando chegar o mais rápido possível à Praça da Sé, e sem saber para que lado deveria pegar o trem, ela deduziu através da observação do fluxo das pessoas e pelo horário: 18h "horário que o fluxo de pessoas que se dirigem do centro para os bairros, que é maior que o inverso", qual seria a direção e o sentido do seu trajeto.*

## **CONCLUSÃO**

Vianna conclui que, pouco a pouco, foi percebendo que se alguém perguntasse o que ela estaria desenvolvendo, contaria a estória das Formas Triangulares Companheiras.

A princípio, foi esperado que o dedutivo se mostrasse por inteiro, revelando o que tem proporcionando ao ensino da Matemática. No entanto, Vianna

---

<sup>7</sup> Prof. Dr. do programa Pós-Graduação em Educação Matemática, da UNESP – Rio Claro.

descobre que seu papel no ensino no decorrer dos tempos tem sido tão camuflado, que se torna difícil perceber o que de mais puro ele tem para oferecer.

Através da proposta, de uma experiência pessoal, Vianna conclui que o dedutivo, para ter seu papel revertido, deveria deixar-se envolver pelo gosto da aventura de lidar com a Matemática.

E finalmente, que as experiências anteriores devem ser aproveitadas e não repetidas para que o dedutivo, reencontrando, de forma transformada, o seu lugar, brote como uma nova força no ensino da Matemática.

## 3.2. Regina Aparecida Bertonha



### SISTEMA DE BIBLIOTECAS

Banco de Dados Bibliográficos

<http://www.libweb.unicamp.br/cgi-bin/webgw?lang=pt>

<b>Autor</b>	<u>Bertonha, Regina Aparecida.</u>
<b>Título</b>	<b><u>O ensino da geometria e o dia-a-dia na sala de aula /Regina Aparecida Bertonha. -</u></b>
<b>Imprensa</b>	Campinas [SP :s.n.],1989.
<b>Assunto</b>	Geometria – Ensino de primeiro grau. Metodologia
<b>Notas</b>	Orientador : Lafayette de Moraes. Dissertação ( <b>mestrado</b> ) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.
<b>Secundária</b>	<u>Moraes, Lafayete de.</u> <u>Universidade Estadual de Campinas.Faculdade de Educação.</u>

### RESUMO

Esse trabalho é fruto de uma experiência da autora com o ensino da geometria nas quintas séries do 1º grau, a qual vem sendo aprimorada desde a realização de um mini-curso, originado nas idéias aqui apresentadas.

O interesse pelo **ensino de geometria** vem desde o período de graduação, onde teve os primeiros contatos com o “**não-ensino**” **dessa matéria**.

Para elaborar as atividades que constam do presente trabalho, a autora não fez uso de uma única abordagem de ensino. Fundamentou-se em diversas estratégias, que se mostraram adequadas para o grupo de alunos envolvidos nas atividades.

Ao abordar o ensino-aprendizagem de discriminação, classificação, denominação de figuras geométricas, a autora fez uso da estratégia de resolução de problemas, onde o aluno procurava a solução de acordo com seu nível de pensamento e necessidade para proceder à resolução.

A autora descreve as atividades, as avaliações dos alunos e faz a análise das mesmas, levando em consideração as reações dos alunos frente a elas.

Através da análise, verifica-se maior facilidade na aprendizagem de alguns conceitos em relação a outros e como os alunos os associam. Verifica-se também que esses alunos, embora ainda apresentem alguma dificuldade com a discriminação do nome das figuras tridimensionais, conseguiram assimilar, de modo significativo, a maioria dos conceitos.

A autora pôde perceber a validade das estratégias realizadas nas atividades, por elas terem auxiliado no desenvolvimento global do aluno.

## **OBJETIVO**

Início: Um projeto que resolvesse as dificuldades pertinentes ao ensino de geometria na quinta série do Ensino Fundamental (p.163). Durante: Conduzir aluno e professores a interagirem de forma a atingirem suas expectativas com êxito (p.166).

## **METODOLOGIA**

Método descritivo sobre acontecimentos ocorridos durante aulas de geometria através de um mini-curso denominado "Geometria tem Arte", com um grupo "controlado".

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Teorias de H. J. Klausmeyer, Dina e Pierre M. Van-Hiele, Jean Piaget, Z. P. Dienes, R. Gagné, F. Lester.

## DESCRIÇÃO

Ao cursar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II, Bertonha percebe que era necessário fazer uso de construções gráficas no plano cartesiano de diversas formas geométricas planas e espaciais.

Frente a essas dificuldades, Bertonha junto com outros alunos questionavam o que teria ocorrido. À procura de respostas, os mesmos começaram a analisar o conteúdo específico da Geometria em várias abordagens, nos livros didáticos, e no Guia Curricular<sup>8</sup>. Nos primeiros, os conteúdos foram colocados entre os últimos (na maior parte deles). No segundo, constatou-se uma distância colocada entre construções geométricas e justificações matemáticas.

Em seguida, os graduandos passaram a indagar, em seus estágios, os professores de matemática, cujas informações eram passadas, às vezes, de forma evasiva:

*"(...) o estudo de geometria era importante, mas, como o programa de matemática, a cada série, é muito extenso e os tópicos referentes à geometria são sempre finais, nem sempre é possível cumprir toda a programação, devido ao curto espaço de dias letivos (180 dias)" (p.2 - 3).*

Considerando as informações obtidas, a autora, juntamente com outros graduandos, iniciou um contato com as falhas existentes no sistema educacional, em que as integrações curriculares são feitas com base nas descrições dos textos e não na prática escolar do dia-a-dia, segundo afirmação da própria autora.

Temos aqui os primeiros contatos do grupo dos graduandos com o "não-ensino" da Geometria.

Após o término do curso de graduação, o grupo selecionado por três jovens professores manteve-se em contato, elaborando um mini-curso denominado "Geometria tem Arte", com o objetivo de *"suprir algumas defasagens de*

---

<sup>8</sup> Guias Curriculares propostos para as matérias do núcleo comum do ensino de 1º grau. Secretaria de Educação, Centro de Recursos Humanos e Pesquisas Educacionais "Prof. Laerte R. de Carvalho".

*informação dos alunos, referentes a essa disciplina de primeira a quinta série do Ensino Fundamental e manusear as formas e dar início à criatividade dos alunos na parte artística, fazendo uso de conceitos geométricos” (p.5-6). O mini-curso foi realizado para alunos da quinta e sexta séries.*

Após algum tempo, Bertonha passou a desenvolver o mini-curso “Geometria tem Arte” em suas próprias classes, fazendo com que o aluno partisse do concreto e caminhasse passo a passo até à abstração.

A autora aplicou o mini-curso nas quintas séries da rede particular de ensino, fazendo alterações a cada ano, em conformidade aos interesses e necessidades dos alunos, promovendo, assim, uma maior flexibilidade na metodologia utilizada.

Na tentativa de uma solução, Bertonha faz um breve acompanhamento de informações<sup>9</sup> do ensino da Geometria no Brasil e afirma que o mesmo foi perdendo o lugar que possuía no contexto educacional.

No seu acompanhamento de informações, a autora depara-se com a chegada da década de sessenta. Observa, entre outros problemas: *abertura de várias salas de aula em todos níveis de ensino, necessitando um número cada vez maior de profissionais no ensino e a chegada do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que também enfatiza a álgebra em seu modelo de ensino; as próprias faculdades também já o faziam em diversos cursos ministrados (p. 15).*

O próprio material da rede oficial — Guia Curricular de 1976 — *apresenta o ensino de geometria através de transformações; fato que também levou um grupo de professores encarregados de lecioná-la a uma retração, pois o modo como entendiam-na não se adequava ao modelo imposto pelos guias (p.16).*

Bertonha enfoca uma das dificuldades dessa década: o Guia Curricular (1976) apresentava uma Geometria embasada no MMM e os professores conheciam uma Geometria diferente dessa proposta. Isto fez com que alguns professores passassem a não lecionar essa disciplina, uns porque não sabiam

---

<sup>9</sup> No seu acompanhamento de informações, Bertonha selecionou:

- Os tópicos referentes ao ensino de Geometria são programados para o final do ano letivo (livros didáticos);
- Ano letivo era apresentado apenas com 180 dias letivos;
- No curso de Magistério, não existe a disciplina geometria;
- Bertonha, utiliza do trabalho: “O ensino de Geometria no 1º e 2º graus no Estado de São Paulo” elaborado sob orientação do Prof. Geraldo Perez da Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, enviado às delegacias de ensino do Estado de São Paulo.(análise sobre respostas de professores, onde se esclarece que a Geometria é pouco ensinada).

fazê-lo por aquele processo; outros seguiam o modelo sem o entender, não abrindo espaços para que os alunos argumentassem.

Mais adiante ela relata:

*“(...) o despreparo dos professores em todos os níveis de ensino, levaram a escola a ministrar apenas conteúdos que elaboram um raciocínio algébrico” (p.18).*

Levando em consideração este acompanhamento e a elaboração de seu mini-curso, Bertonha, sem alterar da programação para o ensino da Geometria nas quintas séries, proposta pelos guias curriculares, elabora atividades dentro do mini-curso com a finalidade de trabalhar a aprendizagem de conceitos básicos e intuitivos na Geometria.

Ao realizar o trabalho em suas salas — uma com 36, e, a outra com 33 alunos — a autora destaca, na seleção das suas alternativas para as atividades, o jogo de cartões, Tangram<sup>10</sup>, curvas feitas com barbante, poliedros e polígonos de canudinhos, sólidos geométricos, mosaicos com polígonos e caixa preta. Mas, deixa claro que, quando aproxima o tipo de alternativas com resolução de problemas, é porque as atividades se desenvolveram no decorrer do processo de aprendizagem através de discussão, discriminação, associação ou até mesmo generalização de determinados temas com os alunos, estabelecendo, desta forma, um conceito ou uma definição.

No entanto, Bertonha ressalta um outro ponto, em relação à bagagem do aluno: — em vista que cada um traz para a sala de aula as suas experiência pessoais — as informações recebidas de forma extra-escolar e os conhecimentos já adquiridos têm de ser considerados.

Segundo ela, o objetivo dessas atividades é, a partir do estudo das noções da Geometria, proporcionar a descoberta de um caminho que conduza ao desenvolvimento integral do aluno, não priorizando apenas um aspecto do ensino, mas o conjunto deles.

---

<sup>10</sup> Tangram é um dos mais antigos quebra-cabeça de origem chinesa que se tem conhecimento. É constituído por sete peças (dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo) que guardam entre si proporção relativa ao quadrado que lhe deu origem.

## **CONCLUSÃO**

Numa comparação entre o que o guia curricular propõe para ser ministrado nas quintas séries e o que realmente as crianças têm de disponibilidade para aprender e compreender, Bertanha conclui que muitos dos conteúdos presentes no guia e também nos livros didáticos, não são adequados para o nível de pensamento em que se encontram a maioria desses alunos.

## **RECOMENDAÇÃO SUGERIDA PELA AUTORA**

Mesmo que tenha que seguir um programa curricular com conteúdo específico, cabe ao professor compreender o aluno que apresenta dificuldade em determinado conceito. Ao aceitar essas dificuldades, selecionam-se com maior facilidade os conteúdos da programação a serem trabalhados, cujo propósito é a assimilação mais significativa.

### 3.3. Regina Maria Pavanello



## SISTEMA DE BIBLIOTECAS

Banco de Dados Bibliográficos

<http://www.libweb.unicamp.br/cgi-bin/webgw?lang=pt>

<b>No. Chamada</b>	T/UNICAMP / P288a
<b>Autor</b>	<u>Pavanello, Regina Maria.</u>
<b>Título</b>	<b><u>O abandono de ensino de geometria :uma visão histórica / Regina Maria Pavanello. -</u></b>
<b>Imprensa</b>	Campinas [SP :s.n.], <b>1989.</b>
<b>Assunto</b>	<u>Geometria- Educação.</u>
<b>Notas</b>	Orientador : Lafayette de Moraes. Dissertação ( <b>mestrado</b> ) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.
<b>Secundária</b>	<u>Moraes, Lafayette de.</u> <u>Universidade Estadual de Campinas.Faculdade de Educação.</u>
<b>Descr. Física</b>	196f. :
<b>ISBN</b>	

### RESUMO

A análise histórica do que aconteceu, no Brasil e no mundo, com o ensino em geral, torna evidente que a luta pelo conhecimento pode ser vista como luta pelo poder.

As decisões relativas ao ensino não podem, pois, serem vistas com desvinculadas do contexto histórico, político e social.

O **ensino de certas disciplinas**, importante para a formação dos indivíduos, **foi negligenciado**, e não por acaso.

Este trabalho mostra como este fato se deu com relação ao ensino da geometria.

## **OBJETIVO**

Tentativa de responder a razão pela qual o ensino da Geometria vem gradualmente desaparecendo do currículo das escolas brasileiras.

## **METODOLOGIA**

Construção histórica da geometria desde tempos imemoriais até o início do século XX, no âmbito geral e no Brasil da primeira Reforma Nacional, até a Lei 5692/71.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Foi feita uma investigação na legislação brasileira.

## **DESCRIÇÃO**

Na introdução do trabalho, Pavanello menciona que — "constata-se que ele (o ensino da geometria) vem gradualmente desaparecendo do currículo real das escolas". — Após tal afirmação, seguem-se as hipóteses: — "será que este conhecimento não é necessário ao homem moderno? — Terá a geometria perdido a importância do ponto de vista educacional? — Que outros motivos fizeram com que ela fosse praticamente expulsa da sala de aula?" (p.2).

Através de seu estudo histórico, a autora descreveu o ponto de vista dos matemáticos:

*"As explicações dos matemáticos sobre os motivos que teriam levado à desenfaturação do ensino de geometria - basicamente a euclidiana - nos diferentes graus de ensino concentram-se em torno de questões geralmente relacionadas com o rigor, a visualização e o que poderia chamar-se de subordinação da geometria à álgebra" (p.11).*

Prosseguindo, a autora analisou o relato dos matemáticos e, em poucas palavras, relativas ao rigor, o aparecimento das geometrias não-euclidianas colocou em xeque a geometria como lugar do rigor matemático, fazendo com que os matemáticos buscassem na aritmética um novo lugar nas pesquisas para tal exigência. Na questão da visualização a Geometria, aponta para sua limitação, duas ou três dimensões, a quem as geometrias não-euclidianas não ficam subordinadas, devido à generalidade algébrica e abstrata da mesma. Finalmente, a subordinação à álgebra, como fator de abandono do seu ensino, pode ser constatada a partir do próprio desenvolvimento das geometrias não-euclidianas.

Assim, Pavanello, ao buscar explicações dos matemáticos para a diminuição do espaço reservado à geometria nos currículos escolares, resume que isso se deu devido ao "*tratamento rigoroso dado à geometria euclidiana, ao apelo que esta fez à visualização (...) e à sua 'submissão' à álgebra*" (p.15).

A seguir, a autora busca analisar criticamente estas conclusões, contrapondo que tais argumentos podem ser contestados, considerando-se que:

- -o conceito de rigor é histórico.
- -a visualização a duas ou três dimensões, considerando que a compreensão não oferece maiores entraves, que 'uma vez compreendido o que acontece numa dimensão, e abstraído esse resultado, permite-nos estender o tratamento para outras dimensões' (p.18).
- -'a submissão' da geometria à álgebra é, portanto, somente um dos pontos de vista sob o qual podemos examinar a questão do inter-relacionamento entre os diferentes ramos da matemática (p.17).

Após tais contraposições, Pavanello conclui que "existem tantas razões para se aceitar os motivos apresentados para justificar a não ênfase do ensino da Geometria, como para não aceitá-los".

Descartada a 'justificativa matemática' para tal abandono, ela recoloca a questão: "*Como, explicar então, o que vem acontecendo com a Geometria?*" (p.19).

A autora apresentou uma breve visão histórica, escolhendo períodos e obras mais significativas que pudessem, de alguma forma, mostrar os caminhos

percorridos pela Geometria. Dentro dos quais, ela analisa as transformações da sociedade ocidental, e os processos político-econômico-sociais pelos quais passou a educação brasileira. Na verdade, relata que a inquietação com o abandono da Geometria é um fenômeno, não só mundial, como também de âmbito nacional.

Ao fazer uma revisão da história educacional no século passado, Pavanello revisa as principais etapas do ensino da Geometria.

Em seu estudo histórico, a autora relata que antes de 1931 a maioria da população ainda não tinha acesso à educação, nem mesmo a elementar. Os conteúdos de matemática (aritmética, álgebra e geometria) eram ensinados separadamente e por professores diferentes.

De acordo com seu estudo, a autora pôde constatar que em 1931 inicia-se a Reforma Francisco Campos unificando as Matemáticas. Em relação à Geometria, a reforma propõe que se inicie pelas explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização, que deverá atingir a exposição formal. — Uma Geometria bem diferente da anterior que era toda dedutiva.

Já em 1942, Pavanello constata que a Reforma de Gustavo Capanema, dá ênfase ao ensino profissionalizante, em especial ao industrial. Não mais insiste em que os três ramos da matemática sejam abordados em fusão e em cada série. Em relação à Geometria, seu ensino é abordado no Ciclo II do Ensino Fundamental, intuitivamente, nas duas séries iniciais e dedutivamente nas últimas. No Ensino Médio inclui-se trigonometria na 2ª série e geometria analítica na 3ª série.

Continuando sua análise histórica, depara-se em 1951, ano em que Simões Filho tenta adaptar a extensão dos programas ao tempo reservado para seu desenvolvimento e permite o ajuste das disciplinas às diferenciações regionais. A geometria não consta da 6ª série do Ensino Fundamental e, no Ensino Médio, concentra-se na 1ª série. A geometria analítica é programada para a 3ª série do Ensino Médio. Recomenda-se para as primeiras séries um ensino prático e intuitivo. O método dedutivo deve ser introduzido ainda no Ensino Fundamental, porém, paulatinamente.

Com relação à Lei 4024/61 que fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a autora observa a matemática no curso secundário: "*será, nas três primeiras séries, fundamentalmente de natureza instrumental*", propiciando aos educandos os "*conhecimentos de ordem utilitária, exigida pelas atividades cotidianas*". Nas séries finais, ressalta uma relação com as demais disciplinas. Na 4ª série deverá ser iniciado o estudo da geometria plana dedutiva, que deverá ser "limitada, porém à demonstração dos teoremas mais importantes e *sempre com vistas às aplicações de ordem utilitária*" (p.12).

Já na década de 60, observa que nos início do MMM, tentando axiomatizar a Geometria, que agora é desenvolvida sob o enfoque das transformações, a maioria dos professores não domina o assunto, ocasionando, por parte de muitos deles, o distanciamento da Geometria sob qualquer enfoque.

Analisando a Lei 5692/71, Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º graus, observa que esta permite que cada professor monte seu próprio programa "*de acordo com as necessidades da clientela*". De modo geral, os professores do Ensino Fundamental limitaram-se a trabalhar somente a Aritmética e as noções de Conjunto, fazendo com que a maioria dos alunos do Ensino Fundamental deixasse de aprender Geometria.

Com relação à Geometria, Pavanello observou que esta passou a ocorrer, quando não era eliminada, apenas no Ensino Médio. Em contrapartida, no ensino privado, o ensino da Geometria continuou ocorrendo, trabalhado sob orientações diversas, integradas ou não aos demais ramos da Matemática.

A autora salienta o quanto é necessário investir em novas pesquisas sobre metodologias que possam proporcionar aos professores condições para a melhoria da qualidade do ensino da Geometria.

## **CONCLUSÃO**

Pavanello conclui que o problema do ensino da Geometria surgiu e se avolumou à medida que as escolas de nível médio passaram a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. A Geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da

Matemática Moderna, que ocorre justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população.

A autora admite que a tradicional dualidade do ensino brasileiro até que poderia, em termos do ensino de Matemática, ser colocada como: "escola onde se ensina geometria" (escola para a elite) e "escola onde não se ensina geometria" (escola para o povo).

Finalizando, conclui que sua análise histórica do que aconteceu no Brasil e no mundo com o ensino em geral torna evidente que a luta pelo conhecimento pode ser vista como uma luta pelo poder.

### 3.4. Geraldo Perez



#### SISTEMA DE BIBLIOTECAS

Banco de Dados Bibliográficos

<http://www.libweb.unicamp.br/cgi-bin/webgw?lang=pt>

Autor	<u>Perez, Geraldo.</u>
Título	<b><u>Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares</u></b> <b><u>/Geraldo Perez. -</u></b>
Imprensa	Campinas [SP :s.n.], <b>1991.</b>
Assunto	<u>Geometria- Estudo e ensino.</u> <u>Matemática- Estudo e ensino.</u>
Secundária	<u>Arouca, Lucila Schwantes.</u> <u>Universidade Estadual de Campinas.Faculdade de Educação.</u>
Notas	Orientador : Lucila Schwantes Arouca. Tese ( <b>doutorado</b> ) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

#### RESUMO

Este estudo se propõe a desvendar a situação atual do Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, nas escolas estaduais do Estado de São Paulo.

Partindo do contato com Professores de Matemática dessas escolas, através de cursos por nós ministrados, propusemos num primeiro momento um questionário a eles enviados, bem como entrevistamos seis desses profissionais, de forma que obtivéssemos algumas orientações acerca do Ensino de Geometria no nível de 1º e 2º graus.

Num segundo momento, outro questionário, melhor formulado, foi enviado aos Professores de Matemática pertencentes a todas as Delegacias de Ensino do

Estado de São Paulo, através dos Monitores de Matemática. Simultaneamente, assim como observações foram feitas junto ao trabalho desenvolvido por estes, nas escolas. Optamos também por entrevistar alunos ingressantes e formandos, do Curso de Licenciatura em Matemática/Unesp/Campus de Rio Claro, a fim de conhecer, parte dos alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Estadual, qual o conhecimento que tinham sobre Geometria (e Matemática, em geral), ao ingressar na Universidade e quais as suas perspectivas quanto à formação adquirida para o futuro desempenho de sua profissão.

Todo este trabalho de obtenção de dados por via de questionários ou entrevistas, assim como a análise dos discursos dos professores e dos alunos, seguiu de perto as orientações indicadas na METODOLOGIA de trabalho tipo PARTICIPANTE. Mais ainda, em nenhum momento, colocamos hipóteses ou categorias prévias para serem confirmadas ou não.

Os dados obtidos foram interpretados a partir do retrato do cotidiano. Obtivemos subsídios que resultaram em agrupamentos para posterior elaboração de duas grandes categorias acerca do ensino de geometria.

Finalmente, a partir da interpretação dos dados, alguns problemas foram “levantados”, sendo retomados no último capítulo, dentre as contribuições que o autor procura oferecer para melhorar o ensino-aprendizagem de Matemática e, em particular, da Geometria aí inserida. A metodologia de forma participante acabou sendo a preferida pelo autor como sugestão para facilitar a tarefa do professor dentro e fora da sala de aula.

A orientação para as citações bibliográficas, tanto em nível de rodapé das páginas como no final do texto, baseia-se em Antonio Joaquim SEVERINO e, nas informações de rodapé, quando for a primeira vez que o texto é citado no trabalho, optamos por colocar as informações completas de que constam autor, título, edição, local, editora, data, volume, coleção, número, número de páginas; enfim, tudo o que se fizer necessário para uma completa identificação do texto utilizado. Nas informações seguidas, sobre o mesmo texto, utilizamos apenas autor, título e página, conforme orientação do referido autor.

## OBJETIVO

Desvendar a situação atual do Ensino de Geometria no Ensino Fundamental e Ensino Médio (1º e 2º graus), nas escolas estaduais do Estado de São Paulo.

## METODOLOGIA

Metodologia de trabalho tipo Participante.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para justificar a escolha do tema, o autor apoiou-se em vários autores que possuem trabalhos sobre o tema educação popular. Entre eles: Vanilda P. Paiva, Celso de Rui Beisiegel, Carlos Rodrigues Brandão, Paulo Freire, Pedro Demo e Guiomar Namó de Mello.

## DESCRIÇÃO

Perez, na introdução de seu trabalho, afirma que *"a Geometria é pouco ensinada no 1º e 2º graus"*. Em resposta a essa afirmação, o autor procurou o: *"(...) conhecimento dos alunos que ingressam na Universidade interessados para fazer um Curso de Matemática, dos alunos que estão na 2ª ou 3ª série do Ensino Médio; nos cadernos e testes com os alunos; questionários e entrevistas com Professores"*. Perez vai mais além interrogando: *"quanto de Geometria é ensinado"*? Estes questionamentos, porém, são problemas menores, dentro do problema principal apresentado como objetivo de sua pesquisa colocado através da questão: *"O que ocorre com o Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, nas escolas oficiais do Estado de São Paulo?"* (p. iii).

O gosto de Perez pelo ensino da Geometria vem desde 1981, quando foi ministrado pelo pesquisador, um Curso de Atualização para professores da rede oficial do Estado de São Paulo<sup>11</sup>. Além disso, participou de outro convênio<sup>12</sup>, onde foi oferecido treinamento aos Monitores de Matemática de todas Delegacias de ensino do Estado de São Paulo, no Campus de Rio Claro/UNESP. Essas

---

<sup>11</sup> Convênio UNESP e CENP/Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

<sup>12</sup> Convênio Departamento de Matemática/UNESP – Campus de Rio Claro/CENP/Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

atividades juntaram-se a outras como docentes junto ao Curso de Matemática, UNESP/Rio Claro, desde 1974, visando analisar a metodologia de ensino da Matemática, materiais didáticos, conteúdos e objetivos, tentando colaborar com uma boa formação do futuro Professor de Matemática.

Desde 1982, Perez passa a participar de Congressos, Mesas-Redondas, Palestras e Conferências na Área de Educação Matemática, que lhe propiciaram uma vasta troca de informações acerca do Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, em todo Brasil, como também em nível internacional.

Com toda essa bagagem de informações, Perez toma a decisão de trabalhar com as escolas de periferia das cidades pelo fato de que, nesse local os seus pressupostos:

*“(...) iniciais mostravam ser o Ensino de Geometria quase totalmente nulo nessas escolas, assim como pelo fato de as crianças residentes nas imediações dessas escolas possuírem um rico conhecimento extra-escolar, que pode e deve ser aproveitado pelo professor para facilitar suas aulas de Matemática”(p.vi).*

À busca de respostas, Perez analisa, na Escola Pública atual, a educação para as camadas populares, a escola pública na periferia das cidades, o ensino noturno e as dificuldades das classes menos favorecidas. Com isto, mostra claramente que, em lugar de transferir apenas para os alunos os conteúdos impressos nos livros, o professor deverá lembrar-se que o aluno carrega consigo uma experiência de vida, resultante do seu trabalho, ou por conviver com trabalhadores: — o pai, a mãe, os conhecidos. Isto faz com que sua relação com o trabalho seja fundamental, a fim de compreender as relações sociais que ele estabelece.

Afirma ainda: — o aluno passará a perceber que conhecimento não significa apenas o que está registrado nos livros, mas tudo aquilo que se obtém a partir das experiências de vida, permitindo-lhe organizar a realidade de forma que compreenda o mundo, educando-se para assumir responsabilidades sociais e políticas, de forma consciente e participativa.

Em relação à educação Perez deixa claro:

*(...) não pode ser feita de cima para baixo nem de fora para dentro, como uma doação ou uma exposição, mas de dentro para fora, a partir do próprio educando, somente ajudado pelo educador” (p.86).*

Já que sua decisão foi pela educação popular, Perez procura interpretações para esse termo. Dentro de seu referencial teórico o pesquisador assume para o termo “popular”:

*(...) as camadas carentes, economicamente, da população, sejam elementos de uma favela, alunos de condições sócio-econômicas mais baixas e que residem e estudam em escolas da periferia, crianças de rua, crianças ligadas a instituições sociais e de caridade, populações carentes social e economicamente. Neste trabalho, faremos referência especial às camadas populares que estudam nas escolas da periferia das cidades. (p. 75).*

Sempre à procurar respostas para seu problema principal, Perez, num primeiro momento, aplica um questionário enviado a Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Ensino Médio, no final de 1984.

Não muito satisfeito com as respostas, o pesquisador lança mão de entrevistas com alguns professores. Aproveitando um curso<sup>13</sup> ministrado sob sua responsabilidade, para 40 professores acrescenta ao material quatro questões (sempre com o objetivo de obter respostas para sua inquietação).

Porém, ainda insatisfeito, no final de 1986, Perez, com a intenção de buscar informações precisas, realiza um segundo questionário, mais abrangente, com o propósito de atingir 10% das 5000 escolas de Ensino Fundamental e Ensino Médio da rede estadual do Estado de São Paulo. No início de 1987, entrevista novamente vários professores e, no início de 1988, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática/UNESP/Rio Claro, preparando um questionário para atingir 3 grupos distintos:

---

<sup>13</sup> Construções Geométricas para 40 professores de Matemática nível III (PEBII) nas dependências da UNESP, Campus de Rio Claro, julho de 1985. Convênio entre a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e as Universidades Estaduais Paulistas.

- Professores da 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental.
- Professores de Matemática da 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental.
- Professores de Matemática do Ensino Médio.

A interpretação dos dados obtidos no primeiro momento mostrou que a quantidade de aulas semanais de Matemática em cada série, segundo os professores, era insuficiente para cumprir todo programa planejado no início dos anos letivos, principalmente no Ensino Médio. Afirmaram também que, para o Ensino da Geometria, faltava-lhes conteúdos e metodologia adequada sobre como desenvolver esse ensino.

Resultados mais amplos obtidos a partir da interpretação dos dados obtidos no segundo momento:

- ***Há pouco ensino de Geometria em nível de 1º e 2º graus, quer seja por faltar tempo; por estar sempre no final dos planejamentos; por estar no final dos livros; pela preferência dos professores de Matemática muito extenso em cada série; pelo fato de a quantidade de aulas semanais de Matemática em cada série ser insuficiente para “cumprir todo o programa”.***
- ***Falta metodologia apropriada ao professor, para que esse ensino se realize, mostrando formação deficiente em conteúdo e metodologia assim como necessidade de orientação e atualização, através de cursos, após estarem no mercado de trabalho. (p. 138-276)***

Segundo o pesquisador, esta metodologia de trabalho permitiu descobrir, documentar, obter sugestões e críticas para determinadas ações de professores em relação aos alunos. Com isto, obteve informações sobre como esses indivíduos pensam e desenvolvem suas atividades, sob determinados limites, pressupostos e condições materiais.

Pela afirmação de Perez, este tipo de abordagem levou-o à conclusão de que é possível estabelecer um programa de Geometria que leve em consideração aspectos da vida cotidiana de uma certa comunidade, embora o aspecto quantitativo denuncie muitos fatos importantes: — razão pela qual é imprescindível saber obter a qualidade, a partir da abordagem quantitativa.

## **CONCLUSÃO**

Após o registro das análises em separado dos questionários, e entrevistas com Professores de Matemática e com alunos do Curso de Matemática, Perez conclui que é deficiente e insuficiente o Ensino da Geometria em todo Ensino Fundamental e Ensino Médio no Estado de São Paulo.

Revelando as dificuldades presentes nas escolas de periferia, ele percebe, em suas análises, que as famílias mais pobres desejam que seus filhos lá permaneçam o maior tempo possível. Têm como objetivo uma educação de boa qualidade, através da qual possam os seus filhos crescer sócio-economicamente. Segundo Perez, de uma escola de periferia seletiva e incompetente, deveremos obter outra que proporcione aumentar significativamente as oportunidades de acesso e os anos de permanência das camadas populares no sistema de ensino.

## **RECOMENDAÇÃO SUGERIDA PELO AUTOR**

Segundo Perez, o professor deve ser competente, comprometido com uma prática pedagógica. O mesmo deve assumir uma postura política de transformação da comunidade. Precisa ter claro para si que só há sentido em ensinar quando for capaz de se colocar à disposição ao aluno, adaptar-se à sua linguagem e aos seus modos de socialização, proporcionando intensa relação dialógica professor-aluno.

No Ensino da Geometria, Perez recomenda uma transmissão de conhecimentos, cujo conteúdo permita aos alunos a liberdade de imaginação, de expressão, descoberta, iniciativa, originalidade e crítica, onde a criatividade não seja sufocada nem ignorada.

Perez sugere uma prática pedagógica com ênfase no aluno, no desenvolvimento de sua criatividade via RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, e centrada nas “técnicas” utilizadas pela ETNOMATEMÁTICA, que se “adaptam” às camadas populares.

### 3.5. Lígia Sangiacomo

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

*Centro das Ciências Exatas e Tecnologias*

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

<http://www.pucsp.br/~pgedmat/>

## *Resumo da Dissertação de Mestrado*

**Autor:** SANGIACOMO, Ligia

**Título:** *"O processo da mudança de estatuto: De desenho para figura Geométrica - uma Engenharia Didática com auxílio do Cabri-Géomètre"*

**Data da Defesa:** 18 de outubro de 1996

Orientadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos

#### **RESUMO:**

Pesquisas recentes sobre aprendizagem de geometria distinguem *desenho*, *figura geométrica* e *objeto geométrico*. Nosso Trabalho de pesquisa visa estudar a passagem do desenho para a figura geométrica, no âmbito histórico e pedagógico.

A partir de um estudo reflexivo ressaltamos dois pontos críticos a serem analisados. O primeiro trata da dificuldade que os alunos têm em reconhecer os invariantes de uma figura, pois consideram as propriedades que são particulares de uma determinada posição. O segundo trata do fato de que **os alunos em nenhum momento são levados a perceber** que existe uma classe de figuras que representa um objeto geométrico, que é impossível desenhá-la e que por isso **usamos uma única figura para ser seu representante**.

Para tanto, propomos uma seqüência didática utilizando como ferramenta o programa Cabri-Géomètre, pois ele permite revelar se o aluno trabalha sobre o traçado material ou com as propriedades da figura geométrica e mais ainda, permite percorrer parte da classe de figuras características de um mesmo objeto geométrico.

Essa seqüência foi desenvolvida com alunos do 1º colegial no início do ano letivo. Os resultados obtidos ao final deste trabalho foram relevantes enquanto a evolução dos alunos em relação a nossa proposta, ou seja, o reconhecimento de invariantes de uma figura geométrica e a existência de uma classe de figuras representando um objeto geométrico.

## **OBJETIVO**

Estudar a passagem do desenho para a figura geométrica tanto no âmbito histórico como no pedagógico.

## **METODOLOGIA**

Engenharia Didática com auxílio do Cabri-géomètre.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Teorias de Colette Laborde, Guy Brousseau, Yves Chevallard e Raymond Duval.

## **DESCRIÇÃO**

O objetivo da pesquisadora é estudar a passagem do desenho para a figura geométrica, no sentido histórico e no ensino usual, bem como, levantar as concepções de alunos e professores a esse respeito. A partir daí, tentar identificar os obstáculos que esse ensino gera e preparar uma seqüência didática que permita ao aluno fazer essa passagem.

No âmbito histórico, Sangiacomo constatou que os egípcios não tinham interesse pela reflexão filosófica, apenas pelo aspecto prático. Já na Grécia, a Geometria passou de empírica para demonstrativa. Nesta fase ocorrem as primeiras tentativas de demonstrações.

Depois desse percurso, Sangiacomo retoma o ensino usual e percebe que é *"preciso analisar o sistema social de ensino, pois é ele quem designa os conhecimentos que são pertinentes para a formação do aluno"* (p.23). Em sua análise a autora conclui que é preciso analisar os livros didáticos, já que os professores preparam suas aulas usando a teoria neles apresentada.

A seguir, a autora fez um estudo comparativo do ensino da Geometria entre a "Proposta Curricular do Estado de São Paulo" e os livros didáticos, concluindo que existem defasagem entre os objetivos apresentados pela "Proposta" para cada série e o conteúdo pelos livros didáticos ao longo das séries do Ensino Fundamental.

Ressalta ainda que os professores que se acostumaram com as figuras em posições particulares, como as apresentadas pelos livros didáticos, podem confundir entre posição particular e posição invariante da figura geométrica.

A seguir, a autora aplica um teste com quatro questões a 160 alunos para conhecer as concepções dos mesmos. Depois, estende a sua investigação sobre a concepção dos professores, aplicando a 15 deles um questionário com duas questões específicas sobre o assunto da pesquisa. As perguntas enfocavam as diferenças entre desenho, figura geométrica e objeto geométrico e o porquê.

Sangiaco seleciona as respostas dos professores e dá seu parecer:

*"Podemos perceber que para os professores há apenas duas definições. Uma para o esboço, que interpretamos como traçado material; e uma para a idéia, que interpretamos como um referencial teórico. É interessante notar que para os professores a palavra objeto representa algo em três dimensões" (p.41).*

No âmbito pedagógico e na tentativa de diminuir o obstáculo dessa passagem de desenho para a figura geométrica, a autora realiza uma seqüência didática com auxílio do programa Cabri-géomètre<sup>14</sup>, como ferramenta, na tentativa de acrescentar um elemento novo à aprendizagem, embora deixe claro, em seu trabalho, que o uso do computador sem reflexão não leva a conhecimento, recomenda: — *"Só devemos utilizar uma ferramenta diferente se ela puder acrescentar algum elemento novo a essa aprendizagem" (p. 43- 44).*

A seqüência didática foi aplicada no Ensino Fundamental de um colégio particular para 160 alunos da 8ª série porque tinham familiaridade com o

---

<sup>14</sup> "O software Cabri Geometry foi desenvolvido por Yves Baulac, Franck Bellemain e Jean-Marie Labore no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática do IMAG na Universidade Joseph Fourir de Grenoble e com o apoio do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) – França".  
Acesso à versão demonstrativas do software: Em Português: [PUCSPDI@fppsp.br](mailto:PUCSPDI@fppsp.br) Em inglês: <http://www-cabri.imag.fr>

computador. Segundo ela, a máquina trata-se de um ambiente no qual é possível visualizar parte de uma classe de figuras, podendo mudar a postura do aluno, permitindo-lhe que o mesmo faça seu próprio controle. A seqüência foi dividida em quatro sessões de duas horas cada.

Considerando os dados obtidos, a autora pôde observar que atingiu seu principal objetivo, *“pois a maioria dos alunos mudou a forma de enxergar o desenho dado no enunciado”* (p.138).

## **CONCLUSÃO**

Na análise de alguns livros didáticos e de História da Geometria, a autora constata, que em geral, o ensino desta disciplina no Brasil não segue nem a ordem da evolução histórica, nem a ordem da construção espontânea da criança.

Sangiacomo utiliza uma proposta alternativa de ensino que abrandaria, ou de algum modo, resolveria os problemas iniciais trazidos ao ensino da Geometria, desde o momento em que o aluno toma contato com as figuras geométricas, quando surgem os primeiros obstáculos para o aprendizado futuro desse conteúdo de ensino.

A autora teve como objetivo utilizar o programa Cabri-géomètre como agente facilitador para a aquisição do significado das categorias das figuras geométricas, devido à possibilidade de deformação da figura na tela, conservando os invariantes da classe. E afirma que o uso do programa Cabri-géomètre permitiu conduzir, de maneira externa, a relação do aluno com o objeto de estudo, funcionando assim, como um instrumento mediador.

### 3.6. Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

*Centro das Ciências Exatas e Tecnologias*

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

<http://www.pucsp.br/~pgedmat/>

## *Resumo da Dissertação de Mestrado*

**Autor:** GOUVÊA, Filomena Aparecida Teixeira

**Título:** *"Aprendendo e Ensinando Geometria com a demonstração: Uma contribuição para a Prática Pedagógica do Professor de Matemática do Ensino Fundamental"*

**Data da Defesa:** 31 de setembro de 1998

**Orientador:** Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

### **RESUMO:**

Em abril de 1996, foi implantado pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo o Sistema de Avaliação Escolar (SARESP), para os alunos matriculados naquele ano na 7ª série do ensino fundamental de todas as escolas da rede estadual para serem avaliados nos componentes curriculares de Matemática. O desempenho alcançado pelos alunos nessa disciplina ficou muito aquém do que seria desejável, situando-se em patamares que não podem ser considerados satisfatórios. Entre os aspectos de maior dificuldade para o aluno, detectados através de um Questionário respondido pelos alunos, estava a **"forma pela qual os professores ensinavam a matéria dada (19,25% no curso noturno; 18,51% no diurno)"**.

Nosso trabalho de pesquisa foi realizado na perspectiva de contribuir para a prática pedagógica do professor de Matemática, abrangendo especificamente conteúdos estudados em Geometria no ensino fundamental.

A abordagem dada aos problemas está fundamentada nos conceitos de Didática e Epistemologia estudados nos centros de pesquisas em Didática Experimental da Matemática francesa e na proposta construtivista da educação,

que permite na resolução de problemas o envolvimento de outras áreas da Matemática. A reflexão visa estimular os professores para recuperar o ensino da Geometria, tendo como suporte a "demonstração" vista como instrumento técnico de prova. Tal técnica poderá ser vivenciada em sala de aula de modo interativo como sendo um tempo de construção do saber matemático no processo de resolução de problemas.

Propusemos um conjunto de situações de aprendizagem que o professor pode utilizar em sala de aula visando à iniciação progressiva do raciocínio dedutivo, tendo em vista a aprendizagem posterior da demonstração, permitindo aos alunos que se apropriem das regras do debate de validação matemática. Os textos desses problemas, adaptados de R. Delord e outros (1992), G. Bonnefond e outros (1992), podem ser úteis aos professores de acordo com os objetivos visados em salas de aula.

As atividades foram validadas por professores que participaram de nossa Seqüência Didática, os quais se convenceram de que os fenômenos descritos nessas atividades funcionam e passaram, posteriormente, a tomar consciência da estrutura formal da "demonstração". Os resultados obtidos ao final dessas atividades foram relevantes para responder às questões propostas neste nosso trabalho de pesquisa.

## **OBJETIVO**

Propor aos professores do Ensino Fundamental uma reflexão didática sobre o ensino-aprendizagem da Geometria com "demonstração".

## **METODOLOGIA**

Seqüência Didática.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Teorias de Guy Brousseau, Yves Chevallard, G. Arsac, Régine Douady, Evelyne Barbin, N. Balacheff, Raymond Duval e Jean Piaget.

## DESCRIÇÃO

O trabalho de Gouvêa tem por objetivo propor aos professores do Ensino Fundamental uma reflexão didática sobre o ensino-aprendizagem da Geometria com “demonstração” a fim de incentivá-los a integrá-la às demais partes da Matemática e a outras matérias, ajudando-os a restituir a historicidade do conceito de demonstração, de rigor matemático.

As hipóteses levantadas pela autora baseiam-se, em parte, nos resultados do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar (SARESP/abril de 1996) para os alunos matriculados na 7ª série do Ensino Fundamental de todas as escolas da rede estadual.

Foram avaliados os componentes curriculares de Matemática nos quais o desempenho dos alunos, nessa disciplina, ficou muito aquém do que seria desejável.

Entre os aspectos de maior dificuldade para o aluno, detectados através de um questionário respondido pelos mesmos, estava a *“forma pela qual os professores ensinavam a matéria dada (19,25% no curso noturno; 18,51% no diurno)”* (p.1).

A partir dessa afirmação a primeira hipótese de Gouvêa *“é que os professores não trabalham as exigências em relação ao ensino-aprendizagem da demonstração”* (p.1). Na tentativa de uma solução, a autora deste trabalho procurou identificar obstáculos epistemológicos e didáticos e avaliar o ensino atual da demonstração. Continuando, elaborou uma Seqüência Didática para professores de 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental das redes de ensino estadual e particular paulista, com duração de vinte horas, divididas em cinco sessões, realizadas aos sábados, no período da manhã, visando ao ensino-aprendizagem da demonstração em Geometria.

Segundo Gouvêa, a origem da evolução da demonstração remonta à antigüidade:

- *Para os gregos a demonstração é conseqüência do ato de convencer o outro, principalmente pela conseqüência do pensamento reflexivo influenciado pelas exigências político-sociais e filosóficas que se instauraram (p.22).*
- *Para os egípcios toda precisão de cálculo era geralmente provada por verificação do resultado (p.22).*

Gouvêa afirma que a demonstração é um procedimento de validação que caracteriza a Matemática e, do ponto de vista epistemológico, ocupa lugar de destaque nesta disciplina. Todavia, sua aprendizagem tem sido fator de insucesso para muitos alunos, e, seu ensino, frustrações para muitos professores.

Para analisar os efeitos que a técnica da demonstração provoca no aluno, toma como base a Proposta Curricular para o 1º grau no Ensino de São Paulo (1988), fazendo uma análise de alguns livros didáticos e um estudo das concepções dos professores sobre o ensino da demonstração.

Numa visão geral, a proposta faz a previsão dos tópicos a serem desenvolvidos. No entanto, não sugere como trabalhar formalmente essas demonstrações. A proposta não direciona os passos do professor como facilitador desse aprendizado ao aluno.

O estudo da referida autora, através dos livros didáticos, ficou centrado no Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Segundo a autora, antes desse período, as demonstrações eram ensinadas com rigor e cabia aos alunos, muitas vezes, a obrigação de memorizá-las sem entender o significado. Os livros apresentavam os conceitos primitivos: ponto, reta e plano. Após as definições, seguia um sistema dedutivo: era uma geometria bem euclidiana. Os teoremas eram ensinados sem muita comprovação, restando-lhes o recurso da memorização.

Durante o MMM, busca-se a linguagem da Teoria dos Conjuntos numa tentativa de estabelecer a unidade entre as várias subáreas da Matemática. Tentava-se uma geometria axiomática e dedutiva com demonstrações bem estruturadas. Foi um período em que a geometria teve um tratamento mais

formal, porém, por despreparo dos professores, não se efetivou a unidade pretendida e acabou enfatizando a álgebra, afirmação de Gouvêa.

Para a autora após o MMM, grande parte dos exercícios não enfatiza a capacidade do estudante desenvolver sozinho um raciocínio, pois grande parte dos exercícios consistia em simples esquemas de completar espaços (p.43). O ensino da geometria passou a ser abandonado pelos professores, pois nada entendiam dessa nova abordagem. Os próprios alunos passaram a ter aversão às demonstrações e à dedução. O rigor passou a ser algo ultrapassado. Os livros só conservaram as demonstrações dos teoremas de Pitágoras e de Tales. Foi um período em que muito se enfatizou a atividade experimental e as demonstrações foram banidas do ensino de Matemática.

Para analisar as mudanças de concepções dos professores, Gouvêa elaborou um questionário para 55 docentes da rede pública e particular do Ensino Fundamental paulista. Observou que um dos problemas do ensino-aprendizagem da demonstração da Geometria encontra-se na formação dos professores, tanto em nível dos conteúdos, como em nível didático, claro em sua afirmação:

*"(...) A "alergia" sentida por certos professores e alunos na aprendizagem das demonstrações, como foi mencionada pelos professores pesquisados, pode ter sua causa nos métodos inadequados de trabalho do professor. Alguns alunos decoram definições e teoremas não compreendidos o que ficou retido, incapazes de aplicá-los nas atividades. Com isso, permanecem desmotivados e têm geralmente um comportamento passivo em sala de aula" (p. 190).*

A análise de Gouvêa permite elaborar uma seqüência didática para professores de 7ª e 8ª séries, visando ao ensino-aprendizagem da demonstração em Geometria. A autora opta por um processo qualitativo, no qual o professor e o aluno, numa situação didática interativa, são levados a uma reflexão permanente sobre suas atividades em sala de aula.

## **CONCLUSÃO**

Gouvêa conclui que a técnica da demonstração precisa ser reconquistada, já que ela tem as suas origens em atos de comunicações, ou seja, de trabalhos em grupos, com confrontações verbais entre alunos nos quais se evidenciam as concepções verdadeiras ou falsas, os erros de raciocínio, os diferentes procedimentos utilizados, as conjecturas manifestadas.

Acredita a autora que, após a aplicação da Seqüência Didática, os professores participantes do estudo convenceram-se de que são significativos os fenômenos descritos nessas atividades, passando, posteriormente, a se conscientizarem da estrutura formal da demonstração.

### 3.7. Elizabeth Gervazoni Silva de Mello

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

*Centro das Ciências Exatas e Tecnologias*

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

<http://www.pucsp.br/~pgedmat/>

## *Resumo da Dissertação de Mestrado*

**Autor:** MELLO, Elizabeth Gervazoni Silva de

**Título:** "*Uma seqüência Didática para a introdução de seu aprendizado no Ensino da Geometria*"

**Data da Defesa:** 04 de outubro de 1999

**Orientador:** Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

### RESUMO

O objetivo deste trabalho consistiu em desenvolver uma seqüência didática como alternativa metodológica para o ensino da geometria na oitava série do Ensino Fundamental, com a finalidade de despertar no aluno **novos caminhos do pensamento geométrico dedutivo**.

Neste sentido, construímos uma seqüência didática para introduzir a técnica da *demonstração*, levando em consideração as teorias de BALACHEFF, DUVAL e outros pesquisadores franceses. As atividades foram adaptadas dos trabalhos de BONNEFOND, G. & DAVIAND, D. & REVRANCHE, B.

Trabalhamos com uma classe de 14 alunos da oitava série do Ensino Fundamental, analisamos as dificuldades durante a aplicação da seqüência, procuramos debater e orientar estratégias de resolução das atividades. No decorrer das sessões, bem como na última sessão aplicamos testes. Concluímos que a abordagem desenvolvida por nossa seqüência didática **favoreceu o aprendizado da técnica da demonstração em geometria**.

## **OBJETIVO**

Desenvolver uma seqüência didática como alternativa metodológica para o ensino da geometria na oitava série.

## **METODOLOGIA**

Seqüência Didática.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Teorias de N. Balacheff e Raymond Duval.

## **DESCRIÇÃO**

Segundo a autora, a forma como são conduzidos os procedimentos do ensino-aprendizagem da Geometria leva o aluno a ter algumas dificuldades na aquisição dos conceitos geométricos. Entre vários, Mello destaca aqueles gerados pela ausência do aprendizado da técnica da demonstração.

Para Mello, parece muito audacioso realizar uma pesquisa sobre o aprendizado da técnica demonstração em Geometria. Ela mesma relata a preocupação de outros autores que percebem o preconceito entre professores para o ensino dessa técnica. Para a autora *“preconceito este reforçado pela ausência, nos livros, de uma orientação apropriada”* (p.1).

Acredita a autora, na existência de diversas soluções para capacitação de alunos, ajudando-a na definição do objetivo de seu trabalho:

*(...) investir no estudo da demonstração em geometria como técnica permitindo ao aluno compreender melhor os conceitos geométricos e adquirir algumas habilidades em geometria”* (p.2).

A autora, por meio de um estudo histórico e epistemológico, estuda a gênese e a evolução da demonstração. A seguir, faz um estudo preliminar da demonstração em geometria, onde procura investigar conceitos de geometria através da técnica da demonstração. Para isso, Mello analisou a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo, os Parâmetros Curriculares Nacionais e

livros didáticos de Matemática com relação ao ensino-aprendizagem da técnica da demonstração. Além desse estudo, Mello analisou as “concepções dos alunos” em Geometria. A esse respeito, salienta:

Na Proposta Curricular:

*“(...) a proposta orienta o professor para o uso das demonstrações somente como ferramentas. Porém, a demonstração não é tratada como objeto de estudo. Outrossim, há o uso do teorema sem a orientação de seu estatuto, bem como o teorema recíproco” (p. 38).*

Nos PCNs:

*“(...) os PCNs registram a importância da demonstração em geometria no ensino fundamental, por outro lado, não enfatizam a abordagem da técnica da demonstração como objeto de estudo” (p. 42).*

Nos livros didáticos:

*“Pela abordagem nos livros pesquisados, constata-se que a demonstração é pouco utilizada na apresentação dos resultados (na maioria deles), e os exercícios apresentam-se desvinculados da exigência da técnica demonstrativa” (p. 44).*

A autora elaborou um questionário com a finalidade de investigar as concepções dos alunos das oitavas séries do Ensino Fundamental. Conclui “o provável abandono do ensino-aprendizagem da técnica da demonstração em geometria no ensino fundamental” (p. 75).

Considerando os dados obtidos, a autora pôde observar dificuldades importantes que os alunos encontraram na aquisição dos conceitos geométricos.

Baseada na definição de BALACHEFF, Mello organizou uma seqüência didática em seis etapas, apoiada nas representações semióticas e no reconhecimento do estatuto das definições, dos postulados e dos teoremas, pois estes são as ferramentas a serem usadas na demonstração.

## **CONCLUSÃO**

A autora procurou construir, para a sala de aula, situações que possibilitassem, introduzir a técnica de demonstração, com o propósito de conduzir os alunos a uma melhor compreensão dos conceitos geométricos e ampliar as habilidades em Geometria. Mello percebeu que poderia aperfeiçoar seu trabalho, ampliando a duração da aplicação de sua seqüência.

Segundo ela, trabalhar com registros de representação em um número grande de atividades (DUVAL) é bastante válido, apresentando também as definições e propriedades a partir dos vários registros de representação.

A autora acredita que os resultados obtidos determinam a possibilidade de desenvolver a introdução da técnica da demonstração, embora ela mesma afirme que existem outras formas eficazes de se introduzir a técnica da demonstração, mesmo que esta seqüência tenha apresentado elementos facilitadores.

## **RECOMENDAÇÃO SUGERIDA PELA AUTORA**

Observou, a autora, ser preciso dar atenção a outro problema: a necessidade de uma formação adequada do professor para trabalhar a demonstração em geometria, a fim de que os alunos possam se apropriar da técnica da demonstração em Geometria, no Ensino Fundamental.

### 3.8. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos



## SISTEMA DE BIBLIOTECAS

Banco de Dados Bibliográficos

<http://www.libweb.unicamp.br/cgi-bin/webgw?lang=pt>

Autor	<u>Passos, Cármen Lucia Brancaglioni.</u>
Título	<b><u>Representações, interpretações e prática pedagógica :a geometria na sala de aula /Cármen Lucia Brancaglioni Passos. -</u></b>
Imprensa	Campinas, S.P. :[s.n.],2000.
Assunto	<u>Geometria- Estudo e ensino.</u> <u>Matemática- Estudo e ensino.</u> <u>Professores- Formação.</u>
Secundária	<u>Fini, Lucila Diehl Tolaine.</u> <u>Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.</u>
Notas	Orientador: Lucila Diehl Tolaine Fini. Tese ( <b>doutorado</b> ) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

### OBJETIVO

Investigação que aborda as representações, as interpretações e a prática pedagógica no processo de ensino e de aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental.

### METODOLOGIA

Estudo de Caso, com enfoque qualitativo.

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Teorias de A. Guitierrez, A. J. Bishop, Van Hiele, A. Hoffer, J. J. Del Grande, E. Fischbein, N. Gorgorió, e C. A. Catalã et al.

## **RESUMO**

Esta pesquisa aborda questões a respeito da problemática do ensino da geometria, considerando os aspectos psicopedagógicos e epistemológicos das representações e interpretações geométricas, enfatizando a complexidade presente no processo ensino-aprendizagem da Geometria.

São delineadas considerações teóricas a respeito da visualização e representação geométricas, buscando identificar, em episódios de ensino na sala de aula, noções geométricas manifestadas pelos alunos, e, também, investigar como as professoras agem perante essas manifestações.

A pesquisa investigou como o aluno representa e interpreta representações geométricas e como o professor percebe e explora essas representações. Para tanto, foi desenvolvido um Estudo de Caso, com enfoque qualitativo, no qual foram investigados alunos de cinco classes de 4ª séries do Ensino Fundamental e suas respectivas professoras, focalizando a resolução de problemas geométricos.

A análise dos dados mostrou a importância da visualização e da representação geométricas no processo ensino-aprendizagem dos alunos.

Foram analisados os procedimentos dos alunos para representar sólidos geométricos no plano e no espaço e as dificuldades no reconhecimento de representações planas de objetos tridimensionais; também foram analisadas as relações entre representações, visualização, a familiaridade com o desenho, as convenções e o vocabulário próprios da Geometria.

Também foram destacadas considerações didático-pedagógicas que poderão constituir-se em contribuições para desencadear reflexões sobre o ensino da Geometria e para a melhoria do trabalho em sala de aula.

## **DESCRIÇÃO**

O estudo da autora refere-se a um trabalho de investigação que aborda as representações, as interpretações e a prática pedagógica no processo de ensino e de aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental.

Para tanto, foi desenvolvido um Estudo de Caso, com enfoque qualitativo, em que foram investigados alunos de cinco classes de 4ª séries do Ensino

Fundamental e suas respectivas professoras, focalizando a resolução de problemas geométricos. A questão que norteou os trabalhos foi:

*"Como os alunos representam e interpretam representações geométricas e como o professor percebe e explora essas representações?" (p. 2).*

A escolha deste objetivo para Passos foi com base na sua prática pedagógica, durante um trabalho pedagógico no CEFAM<sup>14</sup> com Matemática. Constatou-se um desconhecimento por parte dos alunos quanto à Geometria e uma aversão tão grande que chegavam a afirmar que jamais ensinariam essa disciplina. Esquecem-se de que a Matemática é um dos componentes da alfabetização (p. 42). Além disso, em cursos de aperfeiçoamento para professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, Passos também constatou que os professores têm deixado evidente o quanto o ensino da Geometria nessa faixa de escolarização tem sido negligenciado, ainda que a Geometria sempre esteja incluída nas orientações oficiais.

Na sua pesquisa, Passos destaca alguns pesquisadores que têm discutido o crescente abandono do ensino da Geometria no Brasil e também no exterior (*Pavanello, 1989; Perez, 1991; Lorenzato, 1995; Gravina, 1996; Usiskin, 1994; Hershkowitz e Vinner, 1984, entre outros*). Entre tantas causas apontadas como responsáveis por esse abandono, Passos destaca duas citadas pelos autores acima mencionados: a reforma do ensino advinda com o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e o despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométricos.

Para Passos, muitas pesquisas que vêm sendo realizadas nas últimas décadas têm enfatizado o esvaziamento do ensino da Geometria decorrente do MMM, revelando que diferentes propostas de ensino buscam reverter esse quadro. Entretanto, Passos afirma que é preciso observar:

---

<sup>14</sup> Centro Específico de Formação do Magistério

*“(...) o pretendido “retorno” à Geometria não significou, a retomada da Geometria euclidiana na sua abordagem clássica, mas sim a manutenção de conceitos e propriedades fundamentais próprios dessa Geometria, abordando, a princípio, os aspectos intuitivos e experimentais e, posteriormente, chegando à deduções” (p. 58).*

Passos vai mais além:

*“A Geometria passou a desempenhar, após a reforma modernista, a função de subsidiar a construção de conceitos e a visualização de propriedades aritméticas e algébricas” (p. 58).*

Através dessas informações, Passos, no “Estudo de Caso”, selecionando as instituições e professores, analisa os procedimentos dos alunos para representar sólidos geométricos no plano e no espaço e as dificuldades no reconhecimento de representações planas de objetos tridimensionais.

Segundo Passos, as diferentes abordagens que os diferentes conteúdos geométricos tiveram no presente Estudo de Caso revelaram muitas formas de interpretações e representações geométricas dos alunos. Além disso, revelaram algumas habilidades espaciais dos alunos que emergiram quando eles resolviam as atividades geométricas.

## **CONCLUSÃO**

A investigação revelou que os alunos começam reconhecendo as figuras geométricas quanto aos seus aspectos mais globais; a partir do aspecto perceptual, identificam sua forma e suas características planas ou espaciais, e só depois expressam sua compreensão de relações entre a forma e os elementos intrínsecos às figuras geométricas; posteriormente, passam à elaboração de algumas deduções simples.

Sua pesquisa revelou que *“os professores pesquisados não trabalham os conceitos geométricos considerados como os mais elementares no Ensino Fundamental e que são recomendados nas Propostas Curriculares de Matemática do Estado de São Paulo”* (p.317), um dado que, segundo Passos, precisa ser analisado.

## **RECOMENDAÇÃO SUGERIDA PELA AUTORA**

Faz-se necessário, para minimizar as causas das dificuldades dos professores, propiciar assessorias às escolas, através de cursos de aperfeiçoamento para os docentes, conscientizando-os daquilo que os alunos apresentam quando representam objetos tridimensionais no plano e vice-versa, de modo a interferir adequadamente, no sentido de evitar conseqüências mais graves no futuro, ou quando esses alunos estiverem cursando outras séries.

## CAPÍTULO 4

---

---

### O abandono da geometria: o que dizem as pesquisas?

Para sintetizar os trabalhos envolvidos neste inventário, elaborei um quadro avaliativo, selecionando categorias que pudessem detectar os pontos comuns e não comuns em relação ao tema em questão “o abandono da Geometria”.

#### Quadro Avaliativo

	Metodologia do pesquisador	Fundamentação teórica do pesquisador	Problemas com a formação do professor	Omissão da Geometria nos livros didáticos	Lacunas deixadas pelo MMM
<b>Vianna 1988</b>	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X	X	X
<b>Bertonha 1989</b>	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X	X	X
<b>Pavanello 1989</b>	Estudo Histórico	Investigação na legislação			X
<b>Perez 1991</b>	Quantitativa	Educação popular	X	X	
<b>Sangiacomo 1996</b>	Engenharia Didática	Colette Laborde, Brousseau, Balacheff, Chevallard e Duval		X	
<b>Gouvêa 1998</b>	Seqüência Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget	X	X	X
<b>Mello 1999</b>	Seqüência Didática	Balacheff e Duval		X	
<b>Passos 2000</b>	Estudo de Caso	Gutiérrez, Bishop e outros	X		X

## 4.1. Problemas com a formação do professor

A primeira categoria – “Problemas com a formação do professor” – inclui investigações sobre alguns aspectos que envolvem professores que não possuem, em sua formação acadêmica, os conhecimentos necessários em Geometria para aplicá-la em suas atividades pedagógicas.

A seguir faço um demonstrativo extraindo parte do quadro avaliativo.

	Metodologia do pesquisador	Fundamentação teórica do pesquisador	Problemas de formação de professores
Vianna 1988	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
Bertonha 1989	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
Perez 1991	Quantitativa	Educação popular.	X
Gouvêa 1998	Seqüência Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget	X
Passos 2000	Estudo de Caso	Gutiérrez, Bishop e outros	X

Vianna observa que um dos motivos para a *“rejeição do ensino da Geometria dedutiva em sala de aula é a inabilidade do professor na utilização da Geometria dedutiva gerada, em parte, pela deficiência de alguns cursos de licenciatura em Matemática”* (p.22).

Os primeiros contatos com os professores foram para Bertonha, a partir de seu estágio como estudante, e à procura de respostas para saber como estava o ensino da Geometria, indagava porque os professores que diziam *“que o estudo de geometria era importante, mas, como o programa de matemática, a cada série, é muito extenso e os tópicos referentes à geometria são sempre nos finais, nem sempre é possível cumprir toda a programação”* (p.3).

Revela também que, o despreparo dos docentes, em todos os níveis de ensino, conduziu a escola a ministrar apenas conteúdos que elaboram um raciocínio mais algébrico. *“O raciocínio mais geométrico exige um maior preparo para desenvolver os conteúdos, pois a geometria faz as ligações entre o raciocínio concreto e abstrato”* (p.18).

Perez, analisando entrevistas, atribui o abandono da Geometria ao *“despreparo do professor, quanto a sua formação”* e de igual peso, à falta de metodologia dos mesmos, para realizarem o ensino da Geometria (p. 174).

Exceto parcialmente para Gouvêa que, ao analisar a questão referente à *experiência profissional* e a *formação acadêmica dos professores*, percebe que os professores recém-formados, ao contrário dos que têm mais tempo de docência, trabalham com a Geometria. Continuando, constata que a maioria deles acredita *“na importância de se demonstrar os teoremas, mas não parece saber como trabalhar de modo significativo a demonstração em suas aulas”* (p. 60).

Passos destaca, entre as diversas causas que têm sido apontadas como responsáveis pelo abandono da Geometria, *“... o despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométricos”* (p. 54).

Esse despreparo do professor em relação aos conteúdos da Geometria *“tem sido apontado como uma possível causa do “esvaziamento” desses conteúdos nas aulas de Matemática”* (p. 59).

A pesquisa desenvolvida pela autora evidenciou diferentes situações-problema que envolviam conceitos geométricos e as dificuldades que os professores apresentavam, diante dessas situações. Além disso, relata Passos *“que a forma com que a Geometria vem sendo abordada em sala de aula pode estar contribuindo negativamente para o desenvolvimento do conhecimento geométrico dos estudantes, até mesmo em conceitos mais simples”* (p. 60).

Com esta preocupação, Passos, afirma *“... reflexões a respeito da prática pedagógica, tanto na formação dos professores das séries iniciais quanto na formação continuada deles, e também em Encontros e Congressos de educadores matemáticos, verifica-se não haver uma concordância em relação aos detalhes e também a respeito da natureza da Geometria que deve ser ensinada, desde a escola elementar até a faculdade”* (p. 62).

Em síntese, pode-se perceber, nas pesquisas, que o professor aceita a importância da demonstração no ensino da Geometria, mas admite não saber como executar; remetendo, pois, o problema a reflexões metodológicas neste ensino.

## 4.2. Omissão da Geometria em livros didáticos

A segunda categoria – “Omissão da Geometria em livros didáticos” – dedica-se a investigar como as lacunas que envolvem os conteúdos e conceitos geométricos nos livros didáticos influem na prática pedagógica dos professores.

A seguir faço um demonstrativo extraíndo parte do quadro avaliativo.

	Metodologia do pesquisador	Fundamentação teórica do pesquisador	Omissão da Geometria nos livros didáticos
<b>Vianna 1988</b>	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
<b>Bertonha 1989</b>	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
<b>Perez 1991</b>	Quantitativa	Educação popular.	X
<b>Sangiacomo1996</b>	Engenharia Didática	Colette Laborde, Brousseau, Balacheff, Chevallard e Duval	X
<b>Gouvêa 1998</b>	Seqüência Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget.	X
<b>Mello 1999</b>	Seqüência Didática	Balacheff e Duval	X

Vianna afirma que os livros didáticos conservaram as demonstrações dos teoremas mais tradicionais *“como o de Tales e o de Pitágoras, abolindo quaisquer exercícios de caráter lógico ou para demonstrar”* (p. 20). Para a autora parece que os livros perderam uma diretriz no ensino da Matemática. Apresentam por vezes uma simplificação dos livros mais antigos em que os conteúdos não parecem estar ligados por um objetivo comum.

Bertonha comenta que os tópicos apresentados nos livros didáticos do Ensino Fundamental são mera aplicação de “receitas” e que os autores não parecem se preocupar com o processo de estruturação do conhecimento. Exibem, assim, uma *“geometria que passa a ser entendida como um tópico de difícil aprendizagem por parte dos alunos”* (p. 18-19).

Reiterando, na análise às respostas dos questionários, Perez se depara com comentários do tipo *“Geometria encontra-se no final dos livros didáticos”* (p. 174), isto o leva a perceber que os conteúdos estando no final dos livros e os

professores afirmando que o programa é extenso, implicará no abandono de sua prática pedagógica. Segundo as pesquisas de Sangiacomo, “*o ensino é fortemente influenciado pelos livros didáticos*”; em geral ocorrem as seguintes situações: “*O professor prepara aulas, usando a teoria apresentada pelos livros, utiliza um deles para indicar exercícios e o segue tanto na parte teórica quanto nos exercícios*” (p. 23).

Sangiacomo vai além, quando analisa livros e afirma que “*em nenhum momento, os livros propõem a pesquisa de propriedades inerentes a uma figura geométrica, nem sua construção*” (p. 32). Razão pelo qual, segundo observações de Gouvêa, os livros didáticos passaram a conservar, na maioria das vezes, as “demonstrações” dos teoremas mais tradicionais como o de Tales e o de Pitágoras e, na parte de exercícios, subtraem ou mesmo omitem aqueles que, supostamente, deveriam ser demonstrativos. Em salas de aula, quando pedem demonstrações é para “repetir” o que o livro apresenta (p. 44).

Assim, os alunos passam a ter contato apenas com o que os livros apresentam, deixando de adquirir um novo conhecimento de maneira livre e prazerosa, que poderia ser construído interativamente, ao invés de lhes devolver cópias fiéis.

Explorando um pouco além, Mello, em sua abordagem nos livros pesquisados, constata que “*a demonstração é pouco utilizada na apresentação dos resultados, e os exercícios apresentam-se desvinculados da exigência da técnica demonstrativa*” (p. 44).

A metodologia nos livros analisados por Mello fornece poucas orientações aos professores no desenvolvimento do ensino-aprendizagem das provas e demonstrações; parte deles nem mesmo fornece os primeiros passos para o aprendizado da demonstração.

Em síntese, ao que parece, todos os autores, de uma forma ou de outra, salientam que o processo demonstrativo não é elemento de preocupação didática dos livros escolares; isto é, os textos didáticos não incluem a demonstração como parte integrante da prática pedagógica.

Assim, sem a devida atenção ao processo demonstrativo, o ensino da Geometria ou fica secundarizado, ou completamente abandonado.

### 4.3. Lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Na terceira categoria – “Lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM)” – investiguei, através dos relatos das pesquisas, como cada um dos trabalhos aborda direta ou indiretamente a influência do Movimento no ensino-aprendizagem da Geometria.

A seguir faço um demonstrativo extraindo parte do quadro avaliativo.

	Metodologia do pesquisador	Fundamentação teórica do pesquisador	Lacunas deixadas pelo MMM
<b>Vianna 1988</b>	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
<b>Bertonha 1989</b>	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
<b>Pavanello 1989</b>	Estudo Histórico	Investigação na legislação	X
<b>Gouvêa 1998</b>	Seqüência Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget	X
<b>Passos 2000</b>	Estudo de Caso	Gutiérrez, Bishop e outros	X

Vianna afirma que o processo dedutivo, nessa época, foi “*exaltado apenas pelos matemáticos e por alguns alunos que tinham professores mais engajados na filosofia do Movimento, mas para a grande maioria permaneceu oculto*” (p. 19).

Para Bertonha, o MMM “*seguindo algumas correntes de ensino, também enfatizava a álgebra em seu modelo de ensino; as próprias faculdades também já o faziam em diversos cursos ministrados*” (p. 15).

Na tentativa de uma introdução do MMM, a Secretaria da Educação elabora o Guia Curricular de 1976 para o Ensino Fundamental e apresenta o ensino da Geometria por meio de transformações, provocando um descontentamento entre os professores levando-os, como afirma Bertonha a “*...lecionar Geometria com uma retração, pois o modo como entendiam-na não se adequava ao modelo imposto pelos guias*” (p. 16). Fato também ressaltado por Pavanello que, mesmo antes do MMM, o ensino da Geometria na abordagem tradicional já estava relacionado a problemas como: o conhecimento do professor,

os métodos utilizados, a dificuldade em se estabelecer um elo entre Geometria prática indicada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida no secundário. Entretanto, estes problemas tomaram proporções ainda maiores ao sofrerem a influência do movimento modernista, quando o matemático francês Jean Dieudonné, em 1959, proclamou “Euclides deve ser abandonado!” (p. 94).

Para o qual, Pavanello adverte, “*a orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominante a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância*” (p. 164-165).

Gouvêa complementa, afirmando que o Movimento da Matemática Moderna (MMM) deixou lacunas na Geometria “*O ensino da Geometria passou a ser abandonado pelos professores, os quais a planejam para o último ano, conforme testemunho dos professores pesquisados*” (p. 43). A Geometria, paulatinamente, foi sendo relegada ao último plano no currículo escolar do Ensino Fundamental, sem saber “*o quê*” e “*como*” ensinar, a maioria dos professores fugia do ensino dedutivo.

O MMM tentou dar um tratamento mais formal ao ensino da Geometria. Uma Geometria desenvolvida sob o enfoque das transformações, como afirma Gouvêa “*...a maioria dos professores de Matemática, no Brasil não dominando esse assunto, deixava de ensinar a Geometria e, conseqüentemente, deixava de privilegiar o desenvolvimento do raciocínio dedutivo*” (p. 77). Esta constatação possibilita perceber a existência de um movimento que não resolveu as questões no polêmico universo do ensino da Geometria.

Diversas causas têm sido apontadas como responsáveis pelo abandono do ensino da Geometria, dentre elas Passos destaca “*a reforma do ensino advinda com o Movimento da Matemática Moderna...*” (p. 54). Segundo Passos, muitas pesquisas que vêm sendo realizadas nas últimas décadas têm enfatizado o esvaziamento do ensino da Geometria decorrente do Movimento da Matemática Moderna, revelando que diferentes propostas de ensino buscam reverter esse quadro.

De acordo com Passos, a Geometria passou a desempenhar, após a reforma modernista, a função de subsidiar a construção de conceitos e a visualização de propriedades aritméticas e algébricas.

O MMM propõe um trabalho com Geometria sob o enfoque das estruturas, feito por planos vetoriais ou por transformações, provocando um descontentamento entre os professores como afirmam os pesquisadores acima.

É oportuna, ainda, a análise feita por Passos, que chama a atenção para o fato de que os problemas advindos do Movimento não ficaram apenas em nível nacional mas também internacional.

Torna-se necessário, portanto, notar que o MMM levou os professores a uma compilação dos livros didáticos da época, e pela dificuldade de uma nova abordagem teórica, conduziu-os para a Teoria dos Conjuntos, abandonando ou mesmo diminuindo o ensino da Geometria; predominando, pois, o ensino da Álgebra.

## CAPÍTULO 5

---

---

### Conclusão

A análise das teses e dissertações permite distinguir alguns momentos diversos que colaboraram para o esvaziamento da Geometria Euclidiana.

É interessante notar o MMM como um principal marco de mudança curricular do ensino brasileiro de matemática nos últimos 50 anos.

Em meio à necessidade de renovação, o abalo do MMM decorre, basicamente, da tentativa de mais uma vez unificar os três ramos fundamentais da Matemática. A exemplo do que historicamente foi tentado na chamada “Reforma Francisco Campos” com o Decreto 19.890 – 18 de abril de 1931. A tentativa de unificação, agora, se dá por elementos essenciais como os *conjuntos*, *as relações e as estruturas*.

O MMM, ao que parece, demonstrou-se insuficiente para substituir a Geometria Euclidiana por uma nova axiomatização.

Assim, o MMM não conseguiu superar a crise em que se encontrava o ensino da Geometria, mas contribuiu para o seu abandono. Entretanto, o que pode ser observado, como afirma Passos, o “*pretendido ‘retorno’ à Geometria não significou a retomada da Geometria Euclidiana na sua abordagem clássica*” (p. 58).

Na tentativa de reverter esse quadro, diferentes alternativas se apresentam com vistas à requalificação dos professores. A esse respeito, vale a pena mencionar as pesquisas da Coleção Proem<sup>17</sup> (1998), resultado de entrevistas com 903 professores da área de Matemática de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental. Nelas o que nos chama mais atenção são as justificativas dadas pelos

---

<sup>17</sup> Programa de Estudos e Pesquisa no Ensino de Matemática - O tema Geometria aparece na coleção em estudo desenvolvido pela equipe da PUC-SP, responsável pelos cursos de Educação Continuada do pólo 4 – 3ª D.E. da Capital, 4ª D.E. da Capital, 1ª D.E. de Guarulhos, 2ª D.E. de Guarulhos e D.E. de Caieiras.

professores relativamente ao ensino da Geometria. Os professores consideram que relativamente à Geometria tem-se “*conteúdos importantes, mas não essenciais*” (p. 45-v.2.1), admitindo, assim, o seu abandono.

Na análise desta Coleção, notei que nas questões referentes às dificuldades encontradas pelos alunos e no grau de importância atribuído ao professor, os conteúdos que mais interessaram, por parte dos alunos, na opinião do grupo pesquisado, foram área e perímetro. No entanto, das dez questões elaboradas, apenas quatro se referiam aos conteúdos Geométricos, e, numa segunda análise, a maioria dos outros conteúdos foi algébrico.

Configura-se aqui uma Geometria que passa a desempenhar, após o MMM, a função de subsidiar a construção de conceitos e a visualização de propriedades aritméticas e algébricas. A esse respeito, afirma Burigo que o MMM “*valorizou mais o produto da construção de conhecimentos do que o processo da construção desse conhecimento*” (p. 254-255).

Apesar de vários estudos demonstrarem o esgotamento do MMM em nível mundial, as análises, aqui realizadas, colocam o Movimento como o principal responsável pelas seqüelas deixadas no ensino da Geometria. Isso, mesmo que de forma negativa, atesta a presença desse Movimento em nossos dias.

Por outro lado, em se considerando o levantamento a partir dos diagnósticos, nesta pesquisa, que confirmam um insatisfatório desempenho dos alunos e, retomando algumas considerações sobre o livro didático em relação à prioridade que lhe é atribuída no desenvolvimento dos conteúdos, nota-se que o processo – demonstrativo – muito marcante no MMM não é mais um elemento de preocupação didática nos livros escolares. Quando não são demonstrados em alguns Teoremas Elementares, os conteúdos geométricos são acondicionados em finais dos específicos da Matemática.

Em outras palavras, pode-se verificar que a presença das categorias por mim selecionadas: problemas com a formação do professor, omissão da Geometria em livros didáticos e lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna, compõem um círculo vicioso.

Apesar da relevância do tema “abandono do ensino da Geometria”, é ainda pequeno o número de estudos a esse respeito. Haja vista que dentre as 484

pesquisas inventariadas inicialmente, somente 2% do banco de dados da CEMPEM, foram selecionadas.

Por fim, acredito que, a partir do diagnóstico que foi realizado no desenvolvimento desta pesquisa/inventário, fica evidente e necessária a discussão sobre novas abordagens, redimensionadas em conceitos e atividades que significativamente impulsionem o processo de aquisição – ensino e aprendizagem da Geometria, com novas leituras para novas propostas de ensino.

## BIBLIOGRAFIA

---

---

**BURIGO**, E. Z. 1989. *"Movimento da matemática Moderna no Brasil: Estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60"*. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre: FE-UFRGS.

**CAVALCA**, A. P. V. 1997. *"Espaço e Representação Gráfica: Visualização e Interpretação"* Dissertação de Mestrado: Ensino de Matemática. PUC/SP.

**CELESTINO**, M.R. 2000 *"Ensino e Aprendizagem da Álgebra Linear - As Pesquisas Brasileiras na década de 90"*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

**D'AMBROSIO**, U. 1990. *"Etnomatemática-Arte ou técnica de explicar e conhecer"*. São Paulo: Editora Ática.

**DI PINTO**, M. A. 2000 *"Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica - As Pesquisas Brasileiras na década de 90"*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

**GARNICA** , A V; **PEREIRA**, M. E. F. "A pesquisa em Educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil" Artigo Revista Bolema, ano 11, número 12 pág 59 a 74, 1996.

**GOULART**, L. J. 1989. *"O que é Geometria? Por que ensiná-la?"*. Dissertação de Mestrado. UNESP-Rio Claro.

**LEI Nº 4024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

**LEI Nº 9394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Decretada pelo Congresso Nacional e Sancionada pelo Presidente da República.

**LORENZATO, S. A.** 1976. "*Subsídios Metodológicos para o Ensino da Matemática - Cálculo de Áreas de Figuras Planas*". Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

**LORENZATO, S. A.** 1995. "*Por que não ensinar Geometria?*". In *Educação Matemática em Revista, Ano III, nº 4, 1º semestre*, p. 3-13, Blumenau: SBEM.

**LUMA, S. V.** 1999. "*Planejamento de pesquisa: uma introdução*". São Paulo: EDUC.

**PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática - "Ensino de quinta a oitava séries".** 1998. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

**PROEM, Coleção,**1998. "*Formação de Professores*", PUC-SP.

**SARESP/98,** Relatório. Conhecendo os Resultados da Avaliação. Volume I, SEE, 2000.

**SARESP/98,** Relatório. Análise Pedagógica dos Itens das Provas Matemática. Volume IV, SEE, 2000.

**SARESP 96/97/98,** Descrição das Escalas de Habilidades, SEE, 2000.

**SUBSÍDIOS** para a implementação do guia curricular de matemática. "*Geometria para o 1º grau - 5ª a 8ª séries*". 1979. Atividades/informações para os professores. SE.

**SÃO PAULO** (Estado). Secretaria de educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas (CENP). 1988. *"Proposta Curricular para o ensino de matemática: 1º grau"*. São Paulo: SE/CENP.

### **Dissertações Analisadas**

**BERTONHA**, R. A. 1989. *"O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula"*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

**GOUVÊA**, F. A. T. 1998. *"Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental"*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

**MELLO**, E. G. S. de. 1999. *"Uma seqüência Didática para a introdução de seu aprendizado no Ensino da Geometria"* Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

**PAVANELLO**, R. M. 1989. *"O abandono do ensino de geometria – uma visão histórica"*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

**PAVANELLO**, R. M. 1993. *"O abandono do ensino da geometria no Brasil"*. Revista Zetetiké. Ano I - nº 1.

**PASSOS**, C. L. B. 2000. *"Representações, Interpretações e Prática Pedagógicas: A Geometria na Sala de Aula"*. Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

**PEREZ**, G. 1991. *"Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares"*. Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

**PEREZ, G.** 1995. "*A Realidade sobre o Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus, no Estado de São Paulo*". In *Educação Matemática em Revista, Ano III, nº 4*, 1º semestre, p. 54-62, Blumenau: SBEM.

**SANGIACOMO, L.** 1996. "*O processo da mudança de estatuto: de desenho para figura geométrica*". Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

**VIANNA, C. C. de S.** 1988. "*O Papel do Raciocínio Dedutivo no Ensino da Matemática*". Dissertação de Mestrado. UNESP-Rio Claro.

## ANEXOS

---

---

# Anexo 1.1

12/02/08

CUBO (6 FACES de 10 cm cl)

numa folha de caderno construiu um Dado.

Dado

Quadrado

lados tem mesmo tamanho

6 lados: Quadrado

↓  
FACE



PARALELEPÍPEDO

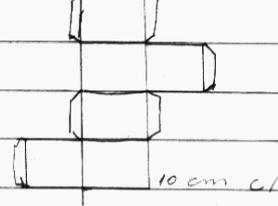
caixinha dental

6 lados  $2 \Rightarrow \rightarrow$  Retângulo

$2 \Rightarrow \rightarrow$  Retângulo

$2 \Rightarrow \rightarrow$  Retângulo

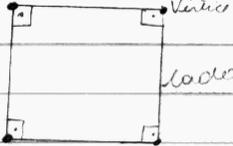
Planificado



caixinha de Palito

6 lados

Quadrado Plana



4 lados iguais

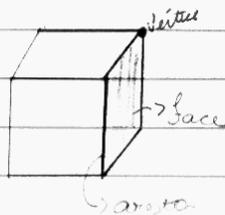
4 ângulos iguais =  $90^\circ$

4 Vértice

Foi preciso planificar o cubo e um bloco paralelepípedo para que os alunos percebessem o que deveriam fazer

13/02/08

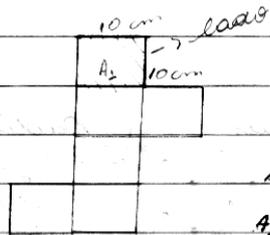
Continuar folha supita (caderno) e CUBO PLANificado.



Houve dúvida entre a folha de caderno e o sulfite

## Anexo 1.2

6 faces



$A_2 = \text{quadrado}$

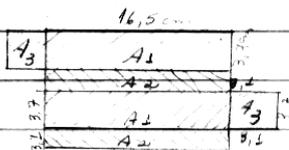
$$A_2 = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$$

cubo

$$A_2 = 6 \times 100 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 600 \text{ cm}^2 \text{ (cubo)}$$

Paralelepipedo

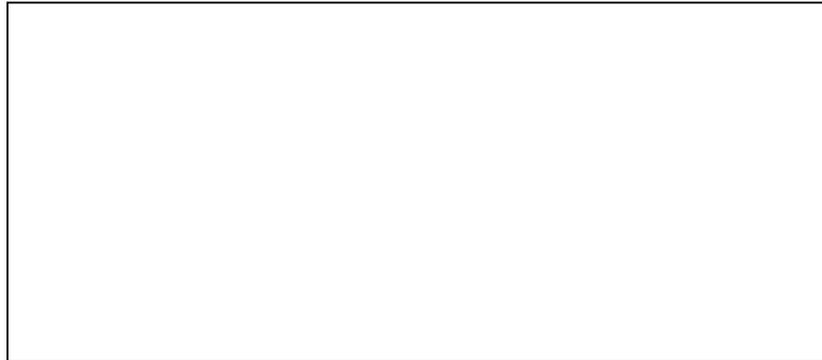


Intervenção: Discussão do significado de área e por que numa folha A4 (210 x 297 mm) conseguimos obter um cubo.

6 faces  $\neq$  5

Intervenção: foi pedido para abrir uma caixinha de pasta de dente para observar as faces

## Anexo 2



PROFª  
Aluno (

5ª turma *Matemática*

1-Assinale verdadeiro ou falso

(F) Três pontos distintos determinam um plano. (pois teriam que ser não colineares)

nome:

1ª de Matemática

2-A base de um prisma de 4 cm de altura é um triângulo retângulo com 10 cm de hipotenusa sendo que um dos catetos mede 6 cm. Qual é seu volume?

$hip^2 = cat^2 + cat^2$   
 $10^2 = 6^2 + x^2$   
 $100 = 36 + x^2$   
 $100 - 36 = x^2$   
 $64 = x^2$   
 $x = 8 \text{ cm}$

$A_b = \frac{B \times h}{2}$   
 $A_b = \frac{10 \times 6}{2}$   
 $A_b = 30 \text{ cm}^2$

$V = A_b \cdot H$   
 $V = 30 \times 4$   
 $V = 120 \text{ cm}^3$

R: Q: volume é  $120 \text{ cm}^3$

**Tratamento estereotipado**  
(figuras geométricas desenhadas sempre na mesma posição)

## Anexo 3



*RELAÇÃO DE TESES E DISSERTAÇÕES DE MESTRADO,  
DOUTORADO OU LIVRE DOCÊNCIA PRODUZIDAS/DEFENDIDAS NO  
BRASIL E QUE TRATAM DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.  
(DE 1971 A 1999)*

---

**ORGANIZADO POR DARIO FIORENTINI – CEMPEM/FE – UNICAMP**

---

23. BERTONHA, Regina Aparecido. **O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula.** Campinas: DEME-FE-UNICAMP, 1989. 225p. Dissertação de Mestrado. Orientador: Lafayette de Moraes.

142. PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono da geometria: uma visão histórica** Campinas: DEME-FE-UNICAMP, 1989. 196p. Dissertação de Mestrado. Orientador: Lafayette de Moraes.

200. VIANNA, Claudia Coelho de Segadas. **O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática.** Rio Claro (SP): IBCE-UNESP, 1988. 127p. Dissertação de Mestrado. Orientador: Mario Tourasse Teixeira.

217. PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.** Campinas: FE-UNICAMP, 1991. 348p. Tese de Doutorado. Orientador: Lucila Schwantes Arouca.

363. SANGIACOMO, Lígia. **O processo da mudança de estatuto: de desenho para figura geométrica – uma engenharia com o auxílio do cabri-géomètre.** São Paulo: PUC-SP, 1996 (191p.) Diss. Mestrado. Orientador: Tânia M. M. Campos.