UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC

CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO – CCE/FAED

MESTRADO EM EDUCAÇÃO E CULTURA

INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO INFORMATIZADO - Mudanças no Processo de Desenvolvimento Cognitivo de Aluno e Professor de Matemática

Joinville

2004

Dani Prestini

INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO INFORMATIZADO -

Mudanças no Processo de Desenvolvimento Cognitivo de Aluno e Professor de Matemática

Dissertação apresentada à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Educação e Cultura, da Universidade do Estado de Santa Catarina, sob orientação da Professora Doutora Silvana Bernardes Rosa, como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre.

Joinville

2004

“INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO INFORMATIZADO – MUDANÇAS NO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO COGNITIVO DE ALUNO E PROFESSOR DE MATEMÁTICA”.

Por

DANI PRESTINI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM EDUCAÇÃO E CULTURA

E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E CULTURA

Prof. Jarbas José Cardoso, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Profª. Silvana Bernardes Rosa, Dra. – UDESC
(Orientadora)

Profª. Cristiana Tramonte Vieira de Souza, Dra. – UFSC

Gilson Braviano

Prof. Gilson Braviano. Dr. – UFSC

"Toda mudança nasce, assim, do casamento entre a necessidade e o desejo. Não há mudança, sem uma certa dose de desobediência, (...) por isso mesmo, choca e, invariavelmente, passa a ser alvo de críticas e até punições (...). Certamente, este é o preço que se paga pela ousadia de ser diferente. Por causa disso muitos desistem".

Sanny Rosa

A minha esposa Sirlene, e ao meu filho Lucas.

Pelo presente que é tê-los em minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que diante dos obstáculos me mostrou os possíveis caminhos.

A Professora Dra. Silvana Bernardes Rosa, pela dedicação e competência que conduziu esta orientação.

A SOCIESC, pelo apoio concedido durante o Curso de Mestrado, principalmente nas horas mais difíceis.

Ao Professor Alexandre Ellmer, colega e amigo, por ceder as suas turmas para o desenvolvimento da pesquisa, e pela ajuda, sempre com entusiasmo, durante as atividades.

Ao Professor Paulo Rampelotti Neto, pela ajuda nas revisões e pela contribuição significativa ao trabalho.

Aos Professores e amigos Marcos Antônio Cardoso e Júlio César Tomio, pela participação na criação do programa utilizado na pesquisa.

A meus pais, cuja amizade me ensinou a aceitação, a paciência, a generosidade e tantas outras coisas que as palavras não conseguem nomear, mas que jamais esquecerei.

Aos colegas e amigos que compartilharam comigo esta trajetória e que hoje se alegram por mais esta conquista.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

PRESTINI, Dani. **Instrumento de mediação informatizado - mudanças no processo de desenvolvimento cognitivo de aluno e professor de matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação e Cultura), Universidade do Estado de Santa Catarina, Florianópolis.

Esta dissertação tem por principal objetivo mostrar os benefícios educacionais da utilização do computador no ensino de função de 2º grau e do seu gráfico correspondente através do computador, o que permitirá estabelecer uma reflexão sobre os benefícios do uso da informática no processo ensino-aprendizagem da matemática para os alunos do ensino médio do Colégio Tupy. Para tanto, serão analisados e discutidos os métodos de ensino da matemática tradicionalmente usados em sala de aula, como o uso do quadro e giz e os exercícios do livro didático, bem como, investigar as pesquisas realizadas por autores da educação que vêm elaborando e testando teorias sobre o uso da informática e de outras tecnologias recentemente desenvolvidas, no ambiente escolar. Uma vez observados os resultados da aplicação dos procedimentos que visavam testar a validade das hipóteses do trabalho aqui propostas, à luz do referencial teórico utilizado, são propostos procedimentos pedagógicos que poderão corrigir as inadequações, ou, reforçar os aspectos positivos resultantes da aplicação sistematizada da proposta em questão.

Palavras chaves: processo ensino-aprendizagem, informática, mediação, interação, conhecimento matemático, tecnologia, gráfico de funções.

ABSTRACT

PRESTINI, Dani. **Instrumento de mediação informatizado - mudanças no processo de desenvolvimento cognitivo de aluno e professor de matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação e Cultura), Universidade do Estado de Santa Catarina, Florianópolis.

This work has the main objective of showing the educational benefits of the computer use in teaching the polynomial function of second level and its graphs through the computer. It will allow the student to reflect upon the benefits of the use of computer in the teaching-learning process of Mathematics to high school students at the Colégio Tupy. Therefore, it will be analyzed and discussed the methods of Math teaching traditionally used in the classroom, with the use of board and chalk and the exercises of the math book, as well as, to investigate the researches done by education subjects who are constructing and testing theories of the use of computers and other technologies recently being developed at school. Once observed the results and applications of procedures that envision testing the validity of hypotheses of work here proposed, at the light of the theoretical reference used. Some pedagogical procedures are proposed to correct the inappropriateness, or to reinforce the positive aspects resulting of the systematized application of the present proposal.

Key words: teaching-learning process, computer, mediation, interaction, maths knowledge, technology, functions graphs.

CAPÍTULO 1

As dimensões do estudo

1.1 – Problemática

Muitas das mudanças sociais, culturais e econômicas que vêm sendo presenciadas nas últimas décadas, surgem marcadas pela influência da informática, da multimídia e da realidade virtual. No âmbito educacional, isto não é diferente, pouco a pouco, o processo ensino-aprendizagem vem incorporando novas maneiras de elaborar e expor os diversos aspectos que compõem as disciplinas escolares na intenção de melhorar as condições gerais da atividade pedagógica e com isso favorecer a construção do conhecimento.

Com o surgimento das novas tecnologias, houve transformações conceituais na sociedade, das quais a escola não pode ficar alienada. “A escola tem um papel muito próprio a desempenhar, o de formadora de pessoas, enquanto indivíduos no desenvolvimento de sua personalidade e como cidadãos, possibilitando sua inserção na cultura e no mundo do trabalho”.(ALVES, 1998, p.110).

A vivência em sala de aula vem demonstrando, no entanto, que é justamente fora do ambiente escolar, que os alunos vêm mantendo contatos mais intensos com tecnologias cada vez mais avançadas, cujas implicações se estendem desde a transformação, até a substituição do homem em suas variadas tarefas.

Além disso, pode-se observar que a versatilidade e o potencial dos ainda limitados recursos tecnológicos permanece sendo mal ou subutilizados, por práticas pedagógicas arcaicas e incorretas.

Por exemplo, enquanto D'AMBRÓSIO (1986, p.46) diz que: "Na disciplina Matemática, a maneira como se ensina e o que se aprende desse ensino tem sido através de renovações na prática docente". A realidade revela um ensino de Matemática ainda pautado na abordagem educacional que privilegia a transmissão de conhecimentos. A preocupação do professor em cumprir a apresentação de conceitos contidos no currículo, faz da aula de Matemática uma exposição de um acúmulo de fórmulas, algoritmos e aplicação de regras. As aulas são baseadas na instrução e não na construção. Sob esta postura, as vantagens da tecnologia para promover a construção do conhecimento, a partir do potencial criador do próprio estudante, tomam para o professor, uma conotação de meras ferramentas operacionais, de cuja utilização ele é o determinador, em vez de mediador.

A ocorrência desses fatos provoca distorções no processo ensino-aprendizagem, como demonstra a dificuldade que a maioria dos alunos tem em aprender conceitos matemáticos.

Para encontrar propostas que permitam solucionar este problema, é preciso, responder a questão: "Quais as mudanças que devem ocorrer na dinâmica do processo ensino-aprendizagem da Matemática, no aluno do ensino médio do Colégio Tupy, com a utilização da informática?".

1.2 – Justificativa

Em todo processo de construção do conhecimento matemático, existe uma dinâmica apropriada para a compreensão dos seus pressupostos. Essa dinâmica depende do modelo utilizado para alcançar os objetivos traçados no planejamento da disciplina. Os processos de aprendizagem são descritos, por ROSA (1998), basicamente de duas formas. Na primeira, o conhecimento é transmitido a outras por aqueles que o detêm (tutores), e na segunda, ele é construído através de ações que o sujeito faz com o objeto de seu interesse. Os resultados destas operações fornecerão subsídios para que se prossiga a novas aprendizagens. Nesta opção, deve-se considerar que a ação em si não produz conhecimento, mas ele pode ser obtido pela leitura da resposta aos atos propostos; esta leitura representa o *feed-bac*k. Portanto, a construção do conhecimento, através da aprendizagem pela ação, é resultado de uma modificação interna do indivíduo, já que não está mais no ponto em que se encontrava antes de atuar com seu objeto de atenção. Ainda que exista a possibilidade de construções falsas, devido a uma má interpretação do *feed-bac*k, os resultados obtidos contêm grande teor de autonomia e espontaneidade, enquanto que a transmissão deliberada de conhecimentos está sujeita a inúmeros ruídos, inerentes a um sistema de troca de informações.

Quando se faz referência à ação, consideramos a relação de um indivíduo e o objeto de seu interesse. Esta relação pode ser direta, ele pode executar sua ação sobre o objeto, ou não, pode fazê-la através de um instrumento que intermedie a relação. A importância do *feed-back* está ligada à leitura dos efeitos da ação, seja ela sobre o instrumento, ou sobre o objeto final. Neste movimento de ação e reação, a pessoa modela seu próprio conhecimento. O estudo desta dinâmica e sua influência no processo de ensino e aprendizagem oferecem uma via alternativa ao ensino tutorial, devido ao seu potencial em termos de efeito sobre o sujeito.

No entanto, um esforço suplementar é requerido, na elaboração de ações e de instrumentos, que permitam a este a leitura dos efeitos e a modelagem de seu conhecimento. Neste sentido, estabelecemos a nossa linha de pesquisa.

A competência é um dos fatores para o desempenho do sujeito na execução de uma tarefa. A simples posse de um conhecimento não é suficiente para a resolução de problemas. O indivíduo necessita de subsídios que permitam a seleção do que é oportuno aprender para obter a solução das questões que se lhe apresentam. Este fator faz parte das condições internas da aprendizagem e representa uma característica do sujeito, que condiciona a aquisição. Colocado desta forma, pode-se perceber que o desenvolvimento de competência é um dos fatores básicos para a aquisição do conhecimento.

A aprendizagem da Matemática depende de concepções sobre a natureza do conhecimento matemático e de como acontece o desenvolvimento cognitivo do ser humano.

Conforme GRAVINA (2001), a Matemática, como área de conhecimento, apresenta duas características distintas:

- é ferramenta para o entendimento de problemas nas mais variadas áreas do conhecimento. Fórmulas, teoremas e, mais geralmente, teorias matemáticas são usadas na resolução de problemas práticos e na explicação de fenômenos. Neste sentido, o aspecto importante é a aplicabilidade da Matemática.

- é desenvolvimento de conceitos e teoremas que vão constituir uma estrutura matemática. O objetivo é a descoberta de regularidades, cuja evidência se estabelece pela demonstração baseada no raciocínio lógico, mediada tão somente pelos axiomas de fundamentação da estrutura e teoremas já destes deduzidos. É investigação no plano puramente matemático.

Na história do desenvolvimento da Matemática, GRAVINA (2001) comenta que estas características estão em permanente relação. A partir da busca de solução de problemas em outras áreas de conhecimento, surge a Matemática de caráter puramente abstrato. E desenvolvimentos puramente teóricos, acabam apresentando-se como ferramentas para tratar de problemas em outras áreas do conhecimento. A história da evolução da Geometria nos mostra bem este duplo aspecto da Matemática. Na Antigüidade, surge como ciência prática na solução de problemas de medidas; com os gregos, torna-se conhecimento de caráter abstrato, tomando como ponto de partida axiomas indiscutíveis sob o ponto de vista intuitivo, inspirados que são pelo mundo físico. Com as geometrias não-euclidianas, no século XIX, tem-se o caráter abstrato ao extremo, já que os axiomas aceitos não se baseiam mais na intuição imediata; e finalmente, tem-se a aplicação destas geometrias no entendimento de problemas da física.

No processo educativo, estes dois aspectos da Matemática devem ser enfatizados igualmente. Um dos grandes desafios para os educadores matemáticos é encontrar os caminhos que levem seus alunos a se apropriarem deste conhecimento. E para isto, questões de ordem cognitiva merecem uma análise.

Assuntos como as funções de 1º ou 2º grau podem ser citados como demonstrativos dessa condição de abstração da matemática. Associar essas funções às suas características gráficas correspondentes não é tarefa fácil para os estudantes e, geralmente, poucos conseguem estabelecer tais relações com rapidez e naturalidade. Na maior parte dos casos, o que se observa é uma significativa dificuldade em projetar sobre o plano a equivalência de cada um dos componentes da equação, ou seja, ao vê-la desenvolvida no quadro, o aluno não consegue formar uma imagem mental que permita prever a distribuição dos pontos no plano e a forma gráfica a ser assumida pela função. Este fato permite inferir inicialmente que, ao estudarem tal assunto, os alunos tendem a pensar que não existe uma relação direta entre a função que se lhes apresenta sob a forma numérica no quadro, e a sua equivalência gráfica. Isto dificulta a visualização da verdade, a qual, geralmente, só ocorre depois que muito tempo e esforço foram gastos. Como conseqüência dessa dificuldade interpretativa, tem-se um aumento no tempo despendido para realizar a solução dos problemas, já que, ao não conseguirem inferir sobre os eventuais resultados a serem futuramente obtidos, os alunos realizam o trabalho mecanicamente, sem a determinação e a objetividade próprias daqueles que sabem com clareza onde querem chegar. Em alguns casos, chega-se mesmo a verificar que se forma por parte de alguns indivíduos uma relativa “resistência” à atividade em questão, elevando ainda mais o gasto de tempo e prejudicando sensivelmente o avanço da aprendizagem.

Este quadro é o que normalmente observam os professores de matemática ao ministrarem o tema acima citado. Mesmo depois de prolongadas explicações, exemplos e exercícios, subsistem lacunas como a correspondência entre os valores numéricos e os pontos no gráfico, o comportamento do gráfico quando se altera o valor na equação, o significado das modificações ocorridas no gráfico, quando alterações são promovidas nos elementos da equação. Estas são somente algumas das questões que podem surgir na mente dos alunos, todavia, são suficientes para demonstrar a amplitude do problema. Qualquer sugestão, portanto, que venha a contribuir para a sua eliminação, ou, pelo menos, minimização, tende a ser bem aceita por todos, desde que se mostre técnica e operacionalmente viável.

A proposta de investigação de estratégias de ensino, que se baseiam na aprendizagem pela ação, pode oferecer uma alternativa para a construção de conceitos básicos partindo de uma representação real, oferecida pela informática. Assim, este estudo se propõe a analisar a dinâmica de um processo de ensino e aprendizagem, partindo de ações a serem executadas no computador que intermediem a relação entre o sujeito e o objeto de sua ação, neste caso, a função de 2º grau.

1.3 – Objetivos

1.3.1 – Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é identificar, com a utilização da informática, as mudanças que poderão ocorrer no processo ensino-aprendizagem de gráficos de função de 2º grau e até que ponto essa tecnologia ajudará no desenvolvimento cognitivo do aluno.

1.3.2 – Objetivos específicos

Considerando a utilização da informática no processo de construção, ou de transformação do conhecimento Matemático, os objetivos específicos são:

- Estimular a participação e a cooperação dos alunos no processo de construção do seu conhecimento.
- Identificar as interações possíveis entre o conhecimento matemático e o sujeito em ação.
- Estabelecer uma relação entre a construção do gráfico da função do 2º grau, permitido pela planilha Excel, e o conhecimento no domínio teórico, a ser considerado dentro da condição de aprendizagem.

1.4 – Estrutura da dissertação

A dissertação está estruturada da seguinte forma: no capítulo 1, descreve-se a problemática, sua justificativa, os objetivos e a estrutura do trabalho; no capítulo 2 serão apresentados as teorias construtivistas, um breve histórico do surgimento das tecnologias de informática e sua influência na sociedade, no capítulo 3 será descrita a metodologia que será utilizada na pesquisa e será relatada a experiência com a aplicação do programa de informática no Colégio Tupy; no capítulo 4 serão apresentadas as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

Fundamentação teórica

2.1 – Introdução

Para estudar a contribuição da informática, mais especificamente do computador, dentro da Matemática, na atividade de construção de gráficos de funções do 2º grau, procurou-se realizar uma análise dentro de um quadro construtivista. A teoria construtivista, sobre a transformação e a construção do conhecimento, propõe um modelo em que a relação do sujeito é feita diretamente sobre o objeto. Já a teoria sócio-interacionista considera que as relações entre o sujeito e o objeto são mediados constantemente. Dentro desta perspectiva, este capítulo será dedicado, num primeiro momento, ao estudo dessas teorias e suas implicações na aprendizagem da Matemática. Posteriormente, será feito um breve histórico do surgimento das tecnologias de informática e suas influências na sociedade, bem como as conseqüências ocorridas na educação. Para finalizar, será feita uma análise do conhecimento que se deseja construir. Neste sentido, a teoria da transposição didática permitirá a identificação de diversos estágios e das diversas relações, que se pode ter com níveis de conhecimento que variam do saber corrente até o saber individual.

2.2 – A ótica da aprendizagem

2.2.1 – Teoria construtivista de Piaget

2.2.1.1 – Alguns dados históricos

Jean Piaget nasceu em Newchâtel, cidade localizada na Suíça, em 9 de agosto de 1896 e faleceu em Genebra em 16 de setembro de 1980. Desde cedo demonstrou em seus trabalhos o interesse pela natureza e pelas ciências.

Segundo PALANGANA (1994), a trajetória profissional de Piaget foi longa e muito produtiva. Desenvolveu pesquisas sobre a lógica do pensamento infantil; ocupou vários cargos universitários, dentre os quais, o de professor titular de filosofia da Universidade de Newchâtel; trabalhou na Universidade de Genebra, onde atuou como professor, como diretor assistente e como co-diretor do Instituto Jean-Jaques Rousseau. Nessa mesma instituição, tornou-se diretor do Departamento Internacional da Educação e diretor do laboratório de Psicologia Experimental. Foi eleito presidente da Sociedade Suíça de Psicologia, co-diretor da Revista Suíça de Psicologia, professor catedrático de psicologia e sociologia na Universidade de Lausanne e de psicologia da criança na Sorbonne.

2.2.1.2 – Aspectos gerais da teoria de Piaget

Para PALANGANA (1994), a obra piagetiana, preocupada com a definição do processo de desenvolvimento do pensamento, é determinada em duas etapas: a primeira estabelece uma maior importância à estruturação do pensamento, à interação entre as pessoas e à linguagem, analisando, desta forma, um modelo mais comprometido com o social; a segunda etapa dá ênfase na ação e manipulação dos objetos que passam a constituir, em conjunto com a maturação biológica, os fatores essenciais na estruturação do pensamento.

O conhecimento, segundo a ótica piagetiana, não é transmitido, ele é construído progressivamente por meio de ações e coordenações de ações, que são interiorizadas e se transformam. "A inteligência surge de um processo evolutivo no qual muitos fatores devem ter tempo para encontrar seu equilíbrio" (PIAGET, 1978, p.42).

O sujeito constrói suas estruturas em interação com o meio partindo de suas próprias ações, pois:

> ...o conhecimento não procede, em suas origens, nem de um sujeito consciente de si mesmo nem de objetos já constituídos (do ponto de vista do sujeito) que a ele se imporiam. O conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre os dois, dependendo portanto, dos dois ao mesmo tempo, mas em decorrência de uma indiferenciação completa e não de intercâmbio entre formas distintas. (PIAGET, 1990, p.7-8).

Pode-se definir, desta maneira, a aprendizagem como um processo de construção de relações, em que o sujeito, como ser ativo, interagindo com o mundo, direciona e dá significado ao conhecimento aprendido. A estruturação do processo ocorre em virtude do fazer e do refletir sobre o fazer.

A aprendizagem da Matemática, nesta perspectiva, também depende de ações que caracterizam o “fazer matemático”: visualizar, induzir, experimentar, interpretar, conjecturar, abstrair, generalizar, demonstrar, inferir, etc.

Segundo Gravina:

> A teoria de desenvolvimento cognitivo proposta por J. Piaget, ajuda a compreender que o pensamento matemático não é, em essência, diferente do pensamento humano mais geral, no sentido de que ambos requerem habilidades como intuição, senso comum, apreciação de regularidades, senso estético, representação, abstração e generalização, etc. A diferença que pode ser considerada é no universo de trabalho: na Matemática os objetos são de caráter abstrato e são rigorosos os critérios para o estabelecimento de verdades. (2001, p.3-4).

A contribuição da aprendizagem para o desenvolvimento consiste em que aprender não é copiar ou reproduzir a realidade. Segundo a visão construtivista, aprendemos quando conseguimos elaborar uma representação pessoal sobre um objeto da realidade ou um conteúdo que queremos aprender.

O desenvolvimento biológico é um processo de adaptação (aspecto externo) às constantes mudanças do meio, promovendo uma organização (aspecto interno) do ambiente (WADSWORTH, 1996).

No desenvolvimento intelectual também existe uma constante evolução das estruturas mentais (esquemas) devido à existência da equilibração entre os processos de assimilação e acomodação. Isto quer dizer que um sujeito, estando diante de um estímulo que pode ser tanto um conflito de idéias como uma experiência externa, pode entrar em desequilíbrio. Este desequilíbrio vai originar então uma “atividade mental” entre as quatro atividades distintas a seguir:

- o sujeito pode enquadrar o estímulo a um dos esquemas disponíveis por ele;
- o sujeito pode tentar adaptar os esquemas disponíveis para depois enquadrar o estímulo recebido;
- o sujeito pode criar novos esquemas;
- o sujeito pode modificar os esquemas existentes.

O enquadramento e a adaptação de esquemas constituem o processo de assimilação, enquanto a criação e a modificação de esquemas constituem o processo de acomodação. Assim que ocorrer a acomodação, o sujeito pode tentar assimilar o estímulo novamente. Quando o estímulo é assimilado, tem-se o equilíbrio.

Dentro do conjunto de obras de Piaget um dos aspectos mais conhecidos é a descrição dos estágios de desenvolvimento cognitivo da criança. De acordo com sua concepção, o desenvolvimento cognitivo compreende quatro estágios ou períodos: o sensório-motor (do nascimento aos 2 anos); o pré-operacional (2 a 7 anos); o estágio operacional concreto (7 a 11 anos) e, por último, o estágio operacional formal, que corresponde ao período da adolescência (dos 11 em diante).

PIAGET (1978) considerou três tipos de conhecimento existentes:

- **Conhecimento físico:** conhecimento das propriedades físicas de objetos ou eventos, é um conhecimento inerente ao OBJETO. O conhecimento físico é construído através da experiência e conseqüente descoberta da natureza dos objetos (AÇÃO).
- **Conhecimento lógico-matemático:** conhecimento construído a partir do pensar sobre as experiências com objetos, é um conhecimento inventado pelo SUJEITO. O conhecimento lógico-matemático desenvolve-se a partir da construção de conceitos sobre um grupo de objetos (AÇÃO).
- **Conhecimento social:** conhecimento construído a partir de convenções estabelecidas por grupos sociais ou culturais, é um conhecimento desenvolvido através das INTERAÇÕES entre SUJEITOS.

Analisando o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático da criança, partindo de experiências com objetos, Gravina afirma:

> Na construção dos primeiros esquemas de natureza lógico-matemática as crianças se apóiam em ações sensório-motoras sobre objetos materiais e através de exercícios de repetição espontânea chegam ao domínio e generalização da ação (estágio pré-operatório). O segundo estágio caracteriza-se pelo aparecimento das operações, as ações em pensamento; mas nesta fase as crianças ainda dependem dos objetos concretos para que as ações se constituam em conceitos (estágio operatório concreto). E finalmente atingem o estágio das operações sobre objetos concretos; é a constituição do pensamento puramente abstrato. (2001, p.4).

No contexto da matemática, são as ações inicialmente sobre os objetos concretos que se generalizam em esquemas, e num estágio mais avançado, são as ações sobre objetos abstratos que se generalizam em conceitos e teorias.

2.2.1.3 – A visão de Piaget do fazer e do compreender

No sistema tradicional da educação, o processo de ensino se preocupa em solicitar ao aluno que faça as atividades, sem a preocupação de como ele as executou. PIAGET (1978) observa que há uma diferença entre o fazer com sucesso e o compreender o que foi realizado.

Segundo VALENTE (1993), o sujeito pode executar certa tarefa, mas não compreender como ela é realizada. Isto faz com que a criança não fique atenta aos conceitos envolvidos na tarefa. Ele observa também, que a passagem dessa forma prática de conhecimento para o compreender é realizada mediante uma tomada de consciência. Esse nível de pensamento é atingido graças a um processo de transformação do nível de fazer com sucesso, para um nível de compreensão conceitualizada. Esta mudança não constitui um tipo de “iluminação” (o dar o estalo). Ele verifica que a compreensão é devida à qualidade da interação entre a criança e o objeto.

Essas observações, segundo VALENTE (1993), são importantes para entender as novas relações que acontecem entre alunos e os objetos e situações que devem fazer parte do seu ambiente de aprendizagem. Essas novas relações determinam novos papéis assumidos pelos diferentes profissionais que atuam na escola. Os objetos e as atividades devem ser estimulantes para que o aluno possa estar envolvido com o que faz. Precisam ser ricos em formas e utilidades, para lhe permitir o desenvolvimento de novos e variados esquemas de ação, e possibilitar a construção de situações sempre mais desafiadoras ao professor, e a ele próprio aumentando a qualidade das relações sujeito-objeto e o nível de aprendizagem a partir desta.

O estímulo que o assunto desperta em ambos pelas suas características intrínsecas é um fator relevante para levá-los a interagir no sentido de encontrar soluções adequadas ao nível de dificuldade que se apresenta.

Ao se sentirem desafiados, tanto o professor, quanto o estudante buscarão meios de por um lado, aumentar a complexidade do tema proposto, e de outro, encontrar criativamente soluções que exijam um nível de abstração sempre mais elevado.

2.2.2 – Teoria sócio-interacionista de Vygotsky

2.2.2.1 – Alguns dados históricos

Lev Semyonovitch Vygotsky nasceu em Orsha, no nordeste de Mensk, na Bielo-Rússia, em 5 de novembro de 1896 e faleceu em Moscou em 11 de junho de 1934 de tuberculose.

Graduou-se na Universidade de Moscou, com especialização em literatura. De 1917 a 1923, Vygotsky lecionou literatura e psicologia. Durante esse período, fundou a revista literária Verask e publicou sua primeira pesquisa em literatura, mais tarde reeditada com o título de “A Psicologia da Arte”. Também criou um laboratório de psicologia no Instituto de Treinamento de Professores.

Em 1924, Vygotsky mudou-se para Moscou, trabalhando primeiro no Instituto de Psicologia, e depois no Instituto de Estudos das Deficiências, por ele criado. Entre o período de 1924 e 1934, Vygotsky ministrou cursos na Academia Krupskaya de Educação Comunista, na Segunda Universidade Estadual de Moscou e no Instituto Pedagógico Hertzen. Simultaneamente, fez o curso de medicina no Instituto Médico. Um pouco antes de sua morte, foi convidado para dirigir o departamento de psicologia no Instituto Soviético de Medicina Experimental.

2.2.2.2 – Aspectos gerais da teoria de Vygotsky

No conjunto das obras de Vygotsky um dos aspectos mais difundidos é a ênfase dada às origens sociais da linguagem e do pensamento.

Segundo Palangana:

> Para interagir com o mundo, a criança dispõe de instrumentos que mediam tal interação. Estes instrumentos, para Vygotsky, podem ser de duas naturezas: físicas e simbólicas. Amparado na definição de Marx, segundo a qual os homens usam as propriedades mecânicas, físicas e químicas dos objetos, fazendo-os agirem como forças que afetam outros objetos no sentido de atingir seus objetivos pessoais. (1994, p.90).

Dentre os mediadores classificados como físicos e simbólicos temos como exemplo a fala, a escrita, o conhecimento, os valores e crenças de determinados grupos; e também a tecnologia. Considera-se como tecnologia desde os primeiros instrumentos, como a roda e o martelo, até os mais modernos, como a luz elétrica, a televisão, vídeos e os computadores.

> O processo de apropriação do conhecimento se dá, portanto, no decurso do desenvolvimento de relações reais, efetivas, do sujeito com o mundo. Vale ressaltar que estas relações não dependem da consciência do sujeito individual, mas são determinadas pelas condições histórico-sociais concretas nas quais ele está inserido, e ainda pelo modo como sua vida se forma nestas condições. (PALANGANA, 1994, p.123).

Conforme VYGOTSKY (1998), as diferenças quanto à capacidade de desenvolvimento do potencial das crianças deve-se, em grande parte, às diferenças qualitativas, no ambiente social em que vivem. Há de se considerar as características históricas e sociais de cada momento, as condições e oportunidades oferecidas a elas, pois, dependendo dos instrumentos de pensamento disponíveis a cada criança, suas mentes formam, por conseqüência, estruturas diferentes.

Edvard E. Berg escreve a respeito:

> Assim como os instrumentos de trabalho mudam historicamente, os instrumentos do pensamento também se transformam historicamente. E assim como novos instrumentos de trabalho dão origem a novas estruturas mentais (...) Para Vygotsky, todavia, tanto as estruturas sociais como as estruturas mentais têm de fato raízes históricas muito definidas, sendo produtos bem específicos de níveis determinados do desenvolvimento dos instrumentos. (BERG apud VYGOTSKY, 1988, p.177)

Vygotsky dá ênfase ao papel da comunidade na construção do conhecimento. A teoria construtivista tem como elementos básicos: a comunidade onde o sujeito está inserido, a natureza das ferramentas cognitivas com as quais interage, e as habilidades necessárias para ele solucionar os problemas com que se depara.

Outra idéia de inspiração marxista, e que acabou sendo um dos pontos-chave da teoria, foi aquela segundo a qual o homem, por meio do uso de instrumentos, modifica a natureza, e ao fazê-lo, acaba por modificar a si mesmo. Ou seja, da mesma forma que Marx concebeu o instrumento mediatizando a atividade laboral do homem, ele concebeu a noção de que o signo – instrumento psicológico por excelência – estaria mediatizando não só o seu pensamento, como o próprio processo social humano. Inclui dentre os signos, a linguagem, os vários sistemas de contagem, as técnicas mnemônicas, os sistemas simbólicos algébricos, os esquemas, diagramas, mapas, desenhos, e todo tipo de signos convencionais. Sua idéia básica é a de que, ao usá-los, o homem modifica as suas próprias funções psíquicas superiores (VYGOTSKY, 1981).

LEONTIEV (1989) afirma que a questão da mediação do comportamento por meio de um instrumento foi uma das primeiras premissas levantadas por Vygotsky, com base na qual se deu o desenvolvimento das suas investigações posteriores. Compreender a sua concepção de comportamento mediado é de capital importância na apreciação de sua obra.

A teoria mostra que além das relações afetivas, as relações mediadas entre o sujeito e o objeto são muito importantes para a busca do equilíbrio cognitivo.

Segundo VYGOTSKY (1998), o desenvolvimento e a aprendizagem estão ligados, o aprendizado possibilita e movimenta o processo de desenvolvimento, e embora o aprendizado aconteça antes da criança ir a escola, o aprendizado escolar acrescenta novos elementos ao seu desenvolvimento.

VYGOTSKY (1998) classifica o desenvolvimento em dois níveis:

- **Desenvolvimento Real ou Efetivo** – é o que a criança já sabe fazer e o faz sozinha, sem ajuda de ninguém.

O bom aproveitamento da bagagem de conhecimentos que o aluno traz consigo ao entrar na escola, pode contribuir de maneira significativa para estimular a sua aprendizagem.

O ensino da matemática pode transformar um conhecimento formal e sistematizado aquilo que a pessoa conhece sobre cálculos empiricamente e como resultado de aprendizados informais, valendo-se dos seus próprios depoimentos para construir metodologias pedagógicas que valorizem a representação simbólica que os levou a acumular o que sabem, ou, pelo menos, procurar conhecer os seus pontos mais relevantes, que serviram como estímulos para que os jovens aprendessem o que sabem quando entrar na escola.

- **Desenvolvimento Potencial –** é o fazer compartilhado.

Este é um momento importante não só no desenvolvimento cognitivo, mas também no âmbito social e cultural, pois é interagindo com os semelhantes que a pessoa, além de assimilar novos conhecimentos, aprende a conviver com o grupo, segundo as normas de conduta que regem o seu comportamento.

No contato professor-aluno, todavia, as relações de troca que deveriam haver no momento de ensino e aprendizagem são substituídos pelo paternalismo do professor que, algumas vezes, prefere, para “facilitar” o processo, entregar o assunto pronto e acabado, dispensando uma discussão que poderia ser bastante educativa.

Esta atitude pode gerar um certo comodismo nos alunos, no que diz respeito à manifestação de uma atitude pró-ativa nas atividades de sala de aula. Este condicionamento pode ser observado quando os alunos permanecem, durante o período de aula, aguardando passivamente pelo conteúdo que lhes será repassado, sem interesse em refletir e debater sobre os aspectos que o competem.

Entre o Nível de Desenvolvimento Real e o Nível de Desenvolvimento Potencial encontra-se a **Zona de Desenvolvimento Proximal**. É a distância entre aquilo que a criança é capaz de fazer sozinha e aquilo que ela realiza com a colaboração de outros. O aprendizado acontece nesta ponte. O que é zona de desenvolvimento proximal hoje, amanhã será zona de desenvolvimento real. Por ironia, é justamente a zona de desenvolvimento proximal (ZDP) um dos momentos mais difíceis de se verificar no ensino tradicional[1] da matemática. O que se observa, com freqüência é a exposição do assunto e a sua posterior cobrança, o que denota uma tentativa consciente ou não, de produzir conhecimento real, sem a consideração da etapa inicial. Não existe nesta forma de ensinar, a interação dos sujeitos entre si, nem com seu objeto de estudo, nem com as condições físicas, sociais, culturais e psicológicas que distinguem um certo momento educativo. Extinta a zona de desenvolvimento potencial, também desaparecerá a zona de desenvolvimento proximal, pois não haverá uma modificação interna da pessoa no sentido de passar do estado de dependência, para o de autonomia no domínio de um saber. Em conseqüência, também o desenvolvimento real, tomará uma

---

[1] Termo tradicional pode ser estendido de entendido de muitas formas, neste caso, sua significação implica a forma convencional de ensinar matemática, expondo pressupostos teóricos no quadro e desenvolvendo-os diante da classe, para depois propor exercícios de fixação.

conotação de artificialidade. Não é raro encontrar esta situação em sala de aula, quando alguns estudantes, para parecer conhecedores do assunto, recitam conteúdos decorados, ou falsamente dominados.

2.3 – A ótica da tecnologia

2.3.1 – Introdução

No momento em que a sociedade humana atravessa mais uma importante transição em sua jornada evolutiva, faz-se necessário empreender freqüentes reflexões sobre a nossa forma de ver e interagir com as novas realidades que se apresentam nos mais diversos segmentos da existência.

Dentre as mais significativas mutações, está a passagem, que nos últimos vinte anos tem se tornado cada vez mais intensa, da era industrial para a era do conhecimento, da informação.

O conhecimento e seus processos de aquisição assumirão um papel de destaque, de primeiro plano. Essa valorização do conhecimento demanda uma nova postura dos profissionais em geral e, por conseguinte, requer o repensar dos processos educacionais, principalmente aqueles que estão diretamente relacionados com a formação de profissionais e com os processos de aprendizagem.

Estamos caminhando para uma transformação no aprender, marcada pelo acelerado e profundo processo de mudança que a relação entre ensino e aprendizagem vem sofrendo nas escolas, diante das transformações que a informática, a multimídia e a realidade virtual estão impondo à sociedade.

A maneira como se ensina a disciplina de matemática tem sido amplamente discutida, indicando a necessidade de reflexões sobre as novas propostas de ensino através de renovações na prática docente (D'AMBRÓSIO, 1986 e 1993).

No entanto, o ensino de Matemática ainda nos mostra que está basicamente pautado na abordagem educacional que privilegia a simples transmissão de conhecimentos. A preocupação do professor é cumprir a apresentação de conceitos contidos no currículo, tornando a aula de Matemática uma contínua exposição de fórmulas e algoritmos, e aplicação de regras. Predomina a instrução e não a construção. A ocorrência desses fatos provoca distorções no processo ensino-aprendizagem, como demonstra a dificuldade que a maioria dos alunos tem para aprender conceitos de Matemática. Não conseguem perceber para que serve o que aprenderam e cada vez mais o ensino se distancia da realidade, desenvolvendo uma fobia pela Matemática (PAPERT, 1985).

Nessa abordagem, serão identificadas as origens da definição instrumental e as condicionantes de sua existência. Esta análise tem como objetivo caracterizar o computador e sua utilidade, em conformidade com as teorias desenvolvidas.

2.3.2 – O construtivismo e o método instrumental

O construtivismo, segundo ROSA (1998), recebeu este nome por que segue a idéia de que o conhecimento não é resultado de um acúmulo de conteúdos, como acreditavam os comportamentalistas. Dentro de uma abordagem cognitivista, o construtivismo é uma teoria interativista, que não está centrada nem no homem, nem no objeto, mas nas relações que podem existir entre eles. A necessidade do equilíbrio é o princípio da construção do conhecimento. Nas estruturas cognitivas a necessidade de equilíbrio induz à construção de esquemas de ação que podem, potencialmente, produzir conhecimento.

Toda interferência que venha a causar um distúrbio no equilíbrio e que resultará em um esforço de compensação por parte do indivíduo, é chamado de perturbação. A construção dos esquemas ocorre devido a esses ciclos de perturbação/equilíbrio. A passagem de um estágio para o outro concretiza a idéia que não se pode construir uma estrutura mais complexa sem ter passado por outra anterior, também complexa (ROSA, 1998).

O construtivismo ainda conserva a idéia de uma relação entre dois pólos, o “sujeito” e o “mundo”, mostrado na figura 1.

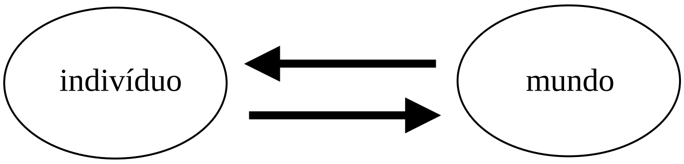


Figura 1 – Relação bi-polar

Um conceito importante para o entendimento dos fundamentos sócio-históricos do funcionamento psicológico é o de mediação, que pode ser entendido como um processo de intervenção de um elemento intermediário, na relação entre o sujeito e o objeto.

Quando VYGOTSKY (1998) formulou a sua primeira idéia sobre a mediação da consciência, ele procurava estudar a maneira como ferramentas ou instrumentos fazem a mediação da atividade, e a partir disso expandir estas informações e experiências para incluir as ferramentas psicológicas. Ele relacionou essa proposta às questões psicológicas concretas e elaborou concepções sobre o trabalho e o uso de instrumentos como meios pelos quais os seres humanos transformam a natureza e, ao fazê-lo, transformam a si mesmos.

O conceito de mediação foi estendido para a interação homem-ambiente pelo uso de instrumentos e de signos (linguagem; sistemas para contagem; técnicas mnemônicas; sistemas de símbolo algébrico; obras de arte; escritos, esquemas, diagramas, mapas, desenhos mecânicos etc.). Os signos, assim como os instrumentos, “... são criados pelos seres humanos ao longo da história da sociedade e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural.” (VYGOTSKY, 1998, p.9)

Esta nova forma de pensar a consciência foi chamada de método instrumental. Para Vygotsky, “... toda forma elementar de comportamento pressupõe uma reação direta à situação-problema defrontada pelo organismo – o que pode ser representado pela fórmula simples ($S \rightarrow R$)”.[2](VYGOTSKY, 1998, p.53).

Assim, na estrutura de operações com signos e/ou ferramentas, faz-se necessário um elo entre o estímulo e a resposta. VYGOTSKY (1998) chama esse elo de estímulo de segunda ordem (signo), colocado no interior da operação, onde preenche uma função especial: ele cria nova relação entre S e R. Desse modo, o processo simples estímulo-resposta é substituído por um ato complexo, mediado, que ele representou conforme figura 2.

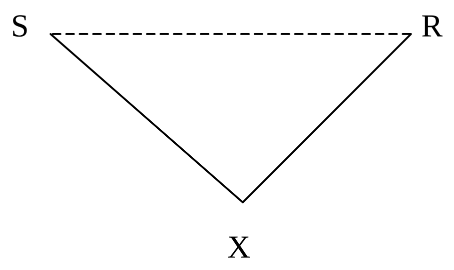


Figura 2 – Elo entre o sujeito e a resposta

2.3.3 – A informática na educação

O computador, segundo VALENTE (1992), surgiu em meados da década de 50, com o objetivo de armazenar informações em determinadas seqüências e transmiti-las ao aprendiz. Isso foi, na verdade, uma tentativa de implementar a máquina de ensinar de Skinner. Hoje,

[2] Onde S é o estímulo, R é a resposta de um estímulo associado a S (reflexo condicionado) e X é o instrumento psicológico (signo).

porém, pode-se verificar que a utilização de computador na educação é muito mais diversificada e interessante, do que se simplesmente fosse usada para treinamento.

A tecnologia computacional tem mudado a prática de quase todas as atividades, das científicas às empresariais, e o conteúdo e práticas educacionais também seguem essa tendência. A educação vem tentando absorver algumas das mudanças tecnológicas trazidas pelo processo de informatização, através do estímulo à formação de uma mentalidade favorável ao uso intensivo de computadores, tanto por professores, quanto por alunos e, até mesmo, por seus pais. Conforme Masetto:

> Com efeito, a tecnologia apresenta-se como meio, como instrumento para colaborar no desenvolvimento do processo de aprendizagem. A tecnologia reveste-se de um valor relativo e dependente desse processo. Ela tem sua importância apenas como um instrumento significativo para favorecer a aprendizagem de alguém. Não é a tecnologia que vai resolver ou solucionar o problema educacional do Brasil. Poderá colaborar, no entanto, se for usada adequadamente, para o desenvolvimento educacional de nossos estudantes. (2000, p.139)

Na educação, o computador tem sido utilizado tanto para ensinar sobre computação ou "computer literacy" — como para ensinar praticamente qualquer assunto — ensino através do computador. No ensino de computação, o próprio equipamento é usado como objeto de estudo, ou seja, o aluno usa-o para adquirir conceitos computacionais, como princípios de funcionamento, noções de programação e implicações sociais. Entretanto, a maior parte dos cursos oferecidos nessa modalidade pode ser caracterizada como de "conscientização do estudante para a informática", ao invés de ensiná-lo a programar. Assim, os propósitos são vagos e não determinam o grau de profundidade do conhecimento que o aluno deve ter — até quanto o aluno deve conhecer sobre computadores e técnicas de programação? A carência de uma resposta satisfatória para essa questão tem contribuído para tornar esta modalidade de utilização do computador extremamente nebulosa e facilitada a sua utilização como chamariz mercadológico. Em conseqüência disso, as escolas oferecem cursos de computação com fins predominantemente econômicos. Para os alunos, todavia, restam o trabalho em duplas e o acesso às máquinas somente uma hora por semana, quando muito.

Outro fator é o interesse das empresas que fabricam e comercializam item de informática. Estas entidades costumam veicular propaganda maciça sobre os benefícios de seus produtos para jovens e adultos, os quais, em grande parte, passam a acreditar que qualquer coisa que se receba por meio informatizado tem caráter educativo. Para muitas destas pessoas, o computador é superior a qualquer outro instrumento potencialmente educacional, por ser, segundo elas, mais dinâmico, interativo, versátil, flexível e veloz. Não resta dúvidas que tais qualidades realmente lhe são pertinentes, embora também sejam muitas delas, as razões da sua rápida queda na obsolescência.

Não obstante, mesmo o computador mais avançado, pouco benefício educacional terá se for usado apenas como canal para reprodução de dados e repetição mecânica. Se seus recursos, não proporcionarem ao usuário uma interação a partir da qual ela possa construir com autonomia novos conhecimentos, com base no que já sabe e no que a máquina pode lhe apresentar como subsídio para reflexão, o caráter reprodutor que marca a educação há muito tempo, desde épocas muito anteriores ao computador, permanecerá existindo na era da informática também.

Nesta interação de que se fala e que representa a zona de desenvolvimento proximal proposta por Vygotsky, o professor, não pode estar ausente. Sem ele, o computador será apenas um veículo de pontos pré-elaborados, cuja participação educativa não irá além do limite da informação pronta e acabada. É do direcionamento dado pelo professor durante o ato educativo, que surgirão as abstrações cuja manipulação, em nível mental e físico pelos alunos, em conjunto com ele, propiciará um uso pedagógico à informática. Estas abstrações serão estímulos à reflexão e ao exercício cognitivo, como problemas matemáticos, por exemplo, para cuja solução, o estudante usará os recursos do computador.

Falando-se agora de forma mais pragmática sobre a informática na educação, pode-se observar que o principal "elemento" da informática é, sem dúvida, o computador, que na maioria das vezes é relatado como sinônimo de informática, o que parece não ser bem verdade. Cysneiros observa que:

> No entanto, o computador não é uma tecnologia educacional quando empregado para atividades sem qualquer relação com ensino ou aprendizagem, como o controle de estoque de uma empresa. Do mesmo modo, uma máquina copiadora pode ser ou não uma tecnologia educacional. Reafirmando, apenas o objeto material em si não é suficiente para caracterizar a especificidade da tecnologia.(2001, p.6)

As razões do excessivo crédito dado ao computador, quando presente nas escolas, como instrumento efetivamente educacional, podem estar relacionadas a diversos aspectos, gerados por diferentes elementos do complexo social.

Uma delas, é a tradição cultural que vê, sobretudo a escola pública, no caso brasileiro, como um lugar pobre em equipamentos e recursos mecânicos e/ou eletrônicos.

Neste ambiente, a simples presença do computador basta, para muitos, como fator educacional. Sob esta ótica, importa muito mais a presença física da máquina, e algumas vezes, chega-se a mantê-la desligada por receio que algo "ruim" lhe aconteça, do que a sua transformação em meio de aprendizagem, através do qual o estudante possa desenvolver a capacidade de construir o seu conhecimento.

2.3.4 – A história do computador na educação no Brasil

No Brasil, o surgimento da informática educativa aconteceu na década de 70. O objetivo era buscar mecanismos para a inserção do computador nos processos de ensino e aprendizagem.

Segundo VALENTE (1992) o uso do computador na educação no Brasil teve início com algumas experiências em universidades. Na Universidade Federal de São Carlos (SP), em 1971, foi realizado um seminário intensivo para ensinar a utilizar o computador no ensino de Física, ministrado por E. Huggins, especialista da Universidade de Dartmouth, EUA (SOUZA, 1983). Surgiu, também, neste mesmo ano, a Primeira Conferência Nacional de Tecnologia em Educação Aplicada ao Ensino Superior (I CONTECE) no Rio de Janeiro, promovida pelo Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras.

Conforme CONCEIÇÃO (2001), as instituições que foram responsáveis pelas primeiras investigações sobre o uso do computador em atividades acadêmicas foram a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Foi na UFRJ que se iniciou, no contexto acadêmico, o uso da informática como tecnologia educacional voltada para a avaliação formativa e somativa de alunos da disciplina de química.

Em 1974, na UNICAMP, Valente desenvolveu junto com um aluno de iniciação científica um software tipo Instrução Auxiliada por Computador (CAI) implementado em linguagem BASIC. Esse CAI foi utilizado, sob coordenação do Prof. Ubiratan D’Ambrósio, pelos alunos do mestrado em Ensino de Ciências e Matemáticas, realizado no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação e financiado pela Organização dos Estados Americanos (OEA) e Ministério da Educação (MEC).

No ano de 1975, aconteceu a primeira visita de Seymour Papert e Marvin Minsky ao Brasil, onde lançaram as primeiras idéias do LOGO.

No ano de 1976, tiveram início os trabalhos com o uso do LOGO com crianças, e Papert e Minsky retornaram ao Brasil para ministrar seminários e participar das atividades juntamente com o grupo.

Em 1981, o MEC, a Secretaria Especial de Informática (SEI) e o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) realizaram em Brasília o “I Seminário Nacional de Informática na Educação”. O objetivo desse encontro era discutir a utilização, ou não, do computador como instrumento auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

No ano seguinte, 1982, traçou-se a linha política para a implantação da informática na educação, na Universidade Federal da Bahia. O seminário de Brasília, e este na Bahia, estabeleceram um programa de atuação que originou o EDUCOM – Educação com Computador, e com isso surgiu uma sistemática de trabalho diferente de quaisquer outros programas educacionais iniciados pelo MEC. (SEMINÁRIO NACIONAL DE INFORMÁTICA 1 e 2, 1982).

O EDUCOM permitiu a formação de pesquisadores das universidades e de profissionais das escolas públicas, que possibilitaram a realização de diversas ações iniciadas pelo MEC:

- Concursos Nacionais de Software Educacional (1986, 1987 e 1988).
- Implementação do FORMAR – Curso de Especialização em Informática na Educação (realizadas em 1987 e 1989).
- Implantação nos estados das CIEDs – Centros de Informática e Educação (iniciado em 1987).

A base teórica sobre Informática Educativa no Brasil possibilitou, em 1989, que o MEC instituísse o Programa Nacional de Informática Educativa – PRONINFE. O seu objetivo foi desenvolver a Informática Educativa no Brasil, através de projetos e atividades apoiadas em fundamentação pedagógicas sólida e atualizadas.

Em 1997 foi criado o Programa Nacional de Informática na Educação – PROINFO, cujos objetivos eram:

- melhorar a qualidade do processo ensino-aprendizagem;

- possibilitar a criação de uma nova ecologia cognitiva nos ambientes escolares, mediante incorporação adequada das novas tecnologias de informação, pelas escolas;
- propiciar uma educação voltada para o desenvolvimento científico e tecnológico;
- educar para uma cidadania global, em uma sociedade tecnologicamente desenvolvida.

Embora a mudança pedagógica tenha sido o objetivo de todas as ações dos projetos de Informática na Educação, os resultados obtidos não foram suficientes para sensibilizar ou alterar o sistema educacional como um todo. Os trabalhos realizados nos centros do EDUCOM e nos outros centros de Informática na Educação, tiveram o mérito de elevar a nossa compreensão do estado zero para o estado atual, possibilitando-nos entender e discutir as grandes questões da área. Mais ainda, temos diversas experiências instaladas no Brasil que apresentam mudanças pedagógicas fortemente enraizadas e produzindo frutos. No entanto, essas idéias não se alastraram e isso aconteceu, principalmente, pelo fato de termos subestimado as implicações das mudanças pedagógicas propostas no sistema educacional como um todo: a transformação na organização da escola, na dinâmica da sala de aula, no papel do professor e dos alunos e na relação com o conhecimento.

Valente afirma:

> A análise das experiências realizadas nos permite entender que a promoção dessas mudanças pedagógicas não depende simplesmente da instalação dos computadores nas escolas. É necessário repensar a questão da dimensão do espaço e do tempo da escola. A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos possam realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento. O papel do professor deixa de ser o de "entregador" de informação para ser o de facilitador do processo de aprendizagem. O aluno deixa de ser passivo, de ser o receptáculo das informações, para ser ativo aprendiz, construtor do seu conhecimento. Portanto, a ênfase da Educação deixa de ser a memorização da informação transmitida pelo professor e passa a ser a construção do conhecimento realizada pelo aluno de maneira significativa, sendo o professor o facilitador desse processo de construção. (1992, p.35)

2.3.5 – O computador como instrumento de ensino e aprendizagem

A utilização do computador como instrumento para o ensino e aprendizagem tem uma característica singular, pois, de acordo com ROCHA & CAMPOS (1993), permite maior poder de interação com o usuário do que os outros artefatos tecnológicos difundidos. É no poder interativo do computador que reside a sua maior potencialidade de contribuição para a educação.

Entretanto, a inserção do computador na educação pode ter duas aplicações diferentes, de acordo com o uso que se faz dele. VALENTE (2001) faz uma diferenciação entre o ensino isolado do computador como ferramenta, e como meio auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem.

Para VALENTE (2001), o ensino isolado do computador como ferramenta caracteriza-se pelo ensino de conteúdos de ciência da computação, ou "alfabetização em informática", em que o aluno aprende conceitos computacionais, princípios de funcionamento do computador e suas implicações sociais. "Certamente isso permitirá ao aluno conhecer o computador, porém, do ponto de vista educacional, isso não altera o modo como os conteúdos das outras disciplinas são trabalhados."(VALENTE, 2001, p.29)

De acordo com o autor, o professor de uma determinada disciplina curricular necessita de conhecimentos sobre os potenciais educacionais do computador para aplicá-los adequadamente às atividades de ensino-aprendizagem. O uso do computador pode ser desenvolvido tanto para criar condições em que o aluno constrói seu conhecimento, quanto para transmitir informações mantendo a prática pedagógica vigente.

2.3.6 – O computador no ensino de matemática

Segundo Valente:

> O processo de fazer matemática, ou seja, pensar, raciocinar, é fruto da imaginação, intuição, "chutes" sensatos, tentativa e erro, uso de analogias, enganos e incertezas. A organização da confusão significa que o matemático desenvolveu uma seqüência lógica, passível de ser comunicada ou colocada no papel. (1993, p.63)

Na sua formação matemática, pretende-se que o aluno construa uma sólida base de conhecimentos. Além disso, devemos estar atentos ao ganho intelectual que decorre do constante desenvolvimento cognitivo do aluno quando ele participa no processo do “fazer matemática”, que nada mais é do que um processo dinâmico conhecido por “assimilação *versus* acomodação” de construção simultânea de conhecimento matemático e de estruturas mentais.

> No processo de ensino e aprendizagem, a transição na natureza dos objetos sobre os quais os alunos aplicam as ações é uma questão central. O mundo físico é rico em objetos concretos para o início da aprendizagem em Matemática, no geral de caráter espontâneo. Mas se o objetivo é a construção de conceitos mais complexos e abstratos, estes não tem suporte materializado, entrando em jogo a ‘concretização mental’, que nem sempre é simples, mesmo para o matemático profissional. Este tipo de aprendizagem nem sempre tem caráter espontâneo e exige muitas vezes a construção de conceitos que são até mesmo, num primeiro momento, pouco intuitivos, portanto dependendo de muita ação mental por parte do aluno. (GRAVINA, 1998, p.8)

Os computadores apresentam-se como ferramentas muito importantes para vencer os obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem. Podemos dizer que isso nos possibilita “mudar os limites entre o concreto e o formal” (PAPERT, 1985, p.31). Ou ainda, segundo Hebenstreint: “o computador permite criar um novo tipo de objeto – os objetos “concreto-abstratos”. Concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais.”(HEBENSTREINT, 1987, p.45)

Nos últimos anos, podemos verificar no Brasil, que estão acontecendo muitas discussões relativas a área da Matemática. Essas reflexões abrangem uma variedade de temas, aspectos e questões ligadas ao processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático.

Segundo Conceição:

> ... a melhoria da qualidade tem se limitado a mudanças de métodos, técnicas ou propostas curriculares. Não significa que essas mudanças não tenham influências positivas, mas acreditamos que uma mudança significativa só se concretizará através de uma mudança efetiva de postura, que atinja o âmbito social e escolar. (2001, p.53)

O ensino de Matemática é justificado, em larga medida, pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exibe, proporcionando ao educando excelentes oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais.

Observada a importância do ensino da Matemática nas escolas, verifica-se quão necessário é fazer renovações na atual concepção do que é matemática escolar e de que forma ela pode ser abordada e aprendida.

Sabemos que a típica aula de matemática nos ensinos fundamental, médio e universitário é expositiva, em que o professor só ‘repassa’ o que julga necessário. Porém, estamos diante de Novas Tecnologias da Informação, diante de novos espaços de construção do conhecimento. A realização de esforços na utilização, estudos de novas metodologias apropriadas para o trabalho nestes ambientes e avaliação deste trabalho é essencial para, além de estreitar a defasagem existente entre a educação escolar fundamental e o desenvolvimento científico e tecnológico da sociedade atual, promover a plena afirmação da cidadania de todos os possíveis envolvidos neste processo.

O uso de recursos da informática no ensino de Matemática traz significativas contribuições para repensar o processo ensino-aprendizagem na medida em que (PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, 1997):

- relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos eles podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
- evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
- permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas frente ao seu estudo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) também enumeram como o computador pode ser usado nas aulas de Matemática:

- como fonte de informação, sendo um recurso para alimentar o processo ensino-aprendizagem;
- como auxiliar no processo de construção do conhecimento;
- como meio para desenvolver autonomia pelo uso de software que possibilite pensar, refletir e criar soluções;
- como ferramenta para realizar determinadas atividades – uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc.

Mas, para que o computador seja utilizado em sala de aula de maneira significativa, ressalta-se que é importante escolher e optar pelos softwares que estejam em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo.

Há software, por exemplo, que pode resolver diversos problemas matemáticos de forma puramente algébrica, o que permite soluções mais precisas de tais problemas. Além disso, o software possibilita modelagens diferentes que não seriam possíveis com métodos numéricos convencionais.

2.3.7 – A utilização do computador na educação

Tratando-se então do computador, quanto a sua utilização na educação, existem muitas formas de utilizá-lo de maneira que o mesmo venha a contribuir com o processo de ensino-aprendizagem. Não se tem a pretensão de esgotar este tema aqui, pois isso seria impossível. O que se pretende é relatar, resumidamente, algumas formas de utilização do computador, de modo que se possa refletir quanto ao uso desta tecnologia.

2.3.7.1 – Pacotes integrados

De acordo com OLIVEIRA (1997), os "Pacotes Integrados", com certeza, representam a mais difundida das formas existentes, quando se fala em utilização do computador. Supõe-se que o "pacote integrado" mais conhecido é o MS-Office, que na sua versão standard é composto por um editor de texto (Word), uma planilha de cálculo (Excel), um software de apresentação (PowerPoint) e um editor de imagens (Photo Editor). Existem também pacotes integrados gratuitos, como por exemplo: o Star Office, da Linux (muito semelhante ao MS-Office), fazendo com que a aquisição destes pacotes seja razoavelmente facilitada e assim possibilitando que as escolas públicas possam adquiri-los. É importante ressaltar aqui que, mesmo sendo muito difundida, esta ferramenta é subutilizada, pois existe uma gama muito grande de recursos que não são aproveitados de forma a desenvolver um trabalho otimizado. O interessante é que essa ferramenta não foi desenvolvida pensando na educação, mas devido a sua versatilidade, pode muito bem ser aproveitada, instrumentalizando as aulas que outrora, só eram ministras com quadro e giz. Cabe lembrar também que nesta modalidade, o professor é o responsável pelo desenvolvimento do “programa” que será trabalhado dentro do pacote integrado.

2.3.7.2 – Instrução programada

São programas que evidenciam o exercício de questões pré-definidas, dando ênfase à prática de exercícios que buscam a fixação de conteúdos através da repetição (OLIVEIRA, 1997). Muito parecido com os sistemas utilizados em apostilas de cursinhos pré-vestibulares, quando o aluno assinala a alternativa que julga estar correta. É importante observar que neste processo não há a interação do aluno com o conteúdo, se assim se pode dizer, mesmo porque os alunos, após algumas tentativas erradas, chegam ao acerto, sem exigir uma reflexão mais profunda a respeito do conteúdo em questão.

2.3.7.3 – Programas tutoriais

Para VALENTE (1991) os programas tutoriais constituem uma versão computacional da instrução programada. A vantagem dos tutoriais é o fato de o computador poder apresentar o material com outras características, que não são permitidas no papel como:

animação, som e a manutenção do controle da performance do aprendiz, facilitando o processo de administração das lições e possíveis programas de remediação. Além destas vantagens, os programas tutoriais são bastante usados pelo fato de permitirem a introdução do computador na escola sem provocar muita mudança — é a versão computadorizada do que já acontece na sala de aula. O professor necessita de pouquíssimo treino para o seu uso, o aluno já sabe qual é o seu papel como aprendiz, e os programas são conhecidos pela sua paciência infinita.

A tendência dos bons programas tutoriais é utilizar técnicas de Inteligência Artificial para analisar padrões de erro, avaliar o estilo e a capacidade de aprendizagem do aluno e oferecer instrução especial sobre o conceito que o aluno está apresentando dificuldade.

2.3.7.4 – Simulação

São sistemas muito utilizados em aulas de laboratório onde se pode realizar, como o próprio nome diz, simulações de fenômenos diversos, em pequena escala ou não, imitando a realidade e possibilitando que o aluno manipule algumas variáveis, de forma a obter resultados e elaborar a partir desses, suas próprias conclusões. Não se deve deixar de realizar, neste modelo, uma comparação da simulação com o mundo sensível, a fim de esclarecer os padrões que existem em cada uma das situações. Existem à venda no mercado, ou mesmo distribuído em anexo, com os livros didáticos, software deste tipo que, por vezes, tornam-se “infantis” perante a vivacidade dos alunos.

2.3.7.5 – Aprendizagem por descoberta

A Aprendizagem por Descoberta também é conhecida por alguns como Linguagem Logo. Esta opção de utilização do computador na sala de aula evidencia um processo de pesquisa, de experiências, de investigação e exploração do tema ou conteúdo, que supostamente está sendo desenvolvido. Desta forma, faz com que o aluno descubra e construa os conceitos e/ou situações que previamente foram preparadas para este fim (OLIVEIRA, 1997). Esta modalidade prevê um programa ou um sistema informatizado bem elaborado, para garantir o objetivo ao qual a aprendizagem por descoberta se propõe. Nota-se que neste elemento reside um pensamento construtivista, já que solicita uma participação mais efetiva do aluno no processo ensino-aprendizagem.

2.3.7.6 – Programas de exercícios-e-prática

Tipicamente os programas de exercício-e-prática são utilizados para revisar material visto em classe, principalmente, material que envolve memorização e repetição, como aritmética e vocabulário (VALENTE, 1991).

A vantagem deste tipo de programa é o fato do professor dispor de uma infinidade de exercícios que o aprendiz pode resolver, de acordo com o seu grau de conhecimento e interesse. Se o software, além de apresentar o exercício, coletar as respostas de modo a verificar a performance do aprendiz, então o professor terá à sua disposição um dado importante sobre como o material visto em classe está sendo absorvido. Entretanto, para alguns professores, este dado não é suficiente. Mesmo porque, é muito difícil para o software detectar o motivo do aluno acertar ou errar. A avaliação de como o assunto está sendo assimilado exige um conhecimento muito mais amplo do que o número de acertos e erros dos aprendizes. Portanto, a idéia de que os programas de exercício-e-prática aliviam a tediosa tarefa dos professores de corrigir os testes ou as avaliações, não é totalmente verdadeira. Eles eliminam a parte mecânica da avaliação. Entretanto, ter uma visão clara do que está acontecendo com o processo de assimilação dos assuntos vistos em classe, exige uma análise mais profunda da performance dos alunos.

2.3.7.7 – Jogos educacionais

A pedagogia por trás desta abordagem é a de exploração autodirigida ao invés da instrução explícita e direta. Os proponentes desta filosofia de ensino defendem a idéia de que a criança aprende melhor quando ela é livre para descobrir relações por ela mesma, ao invés de ser explicitamente ensinada (VALENTE, 1991).

Os jogos, do ponto de vista da criança, constituem a maneira mais divertida de aprender. Talvez, o melhor exemplo de um jogo educacional no mercado seja o "Rocky's Boots" — uma coleção de 39 jogos desenvolvida para ensinar às crianças (a partir de 9 anos de idade) conceitos de lógica e de circuito de computadores. Usando componentes eletrônicos a criança monta o seu próprio circuito. O fato dele estar certo ou errado é evidenciado pela maneira como o circuito funciona e se ele auxilia a criança a atingir determinados objetivos estabelecidos pelos jogos.

2.3.7.8 – Hipermídia

Para podermos descrever o que vem a ser hipermídia, precisamos primeiramente conhecer a definição do termo hipertexto.

Segundo LÈVY (1993), o termo hipertexto foi criado por Ted Nelson nos anos 60. O hipertexto favorece a leitura dos conhecimentos organizados de forma não linear. Apresenta a capacidade de arrumar documentos em trechos e combiná-los conforme a necessidade de compreensão ou de organização, utilizando a linguagem natural usada nos textos dos documentos para gerenciar desvios interativos, ou seja, para permitir que o usuário “navegue” pelo documento, relacionando informações e idéias, escolhendo e controlando o caminho que lhe for mais adequado.

Assim, para MARTIN (1992), a hipermídia compreende uma técnica de comunicação, que emprega informações sobre o controle de um computador, de maneira que o aluno possa navegar buscando informações de seu interesse. A informação pode estar sob a forma de textos, diagramas, diagramas em movimento (animações), imagens, fala, som ou programas de computador.

Segundo ULBRICHT (1997), os sistemas hipermídias na aprendizagem possibilitarão a melhoria na:

· capacidade do aluno para a solução de problema;

· criatividade (na medida em que os estudantes compreendem que as regras que lhe são ensinadas não passam de hipóteses que devem ser examinadas, comparadas e adaptadas a novas situações);

· otimização do processo de aprendizagem pelo aluno (desenvolvido pelo fato do aluno ser consciente de seu próprio processo de aprendizagem);

· qualidade de ensino (pois uma vez que organizado o conteúdo, este não sofreria influência das mudanças a que o ser humano está sujeito);

· democratização do ensino (uma vez que diferentes escolas independentes de sua localização ou suporte econômico poderiam dispor do sistema);

· motivação do estudante (uma vez que a máquina os fascina) despertando mais interesse e curiosidade pelo assunto a ser tratado;

· redução de custos e barreiras geográficas, quando conectados a uma rede de comunicação;

· supressão de hora e lugar de estudo;

· redução do tempo de estudo (uma vez motivados os alunos aprenderiam mais e melhor);

· qualidade do material a ser apresentado.

Segundo MACHADO (1995), a hipermídia é um importante instrumento utilizado no sentido de melhorar a qualidade educacional. Estes sistemas permitem um alto grau de interatividade (diálogo entre o aluno e o computador) e apóiam os processos de aprendizagem.

Com base no que foi exposto, ficou caracterizado que pelo fato da hipermídia utilizar-se de vários meios de comunicação (várias mídias), isso faz com que ela se torne uma grande ferramenta de auxílio ao processo educacional. Os ambientes hipermídia de aprendizagem oferecem alternativas para muitas questões que caracterizam como ultrapassado o modelo tradicional de educação levando o estudante a pensar, analisar, concluir, inferir e interpretar.

2.3.7.9 – Geometria dinâmica

O nome “Geometria Dinâmica” (GD) hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. Este nome pode ser melhor entendido como oposição à geometria tradicional de régua e compasso, que é "estática", pois após o aprendiz realizar uma construção, se ele desejar analisá-la com alguns dos objetos em outra disposição terá que construir um novo desenho.

Segundo GRAVINA (1996) são programas que se opõem aos do tipo CAI (Computer Assisted Instruction). São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsicas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento.

Ao abrir qualquer programa de geometria dinâmica, o usuário se depara com uma tela em branco e uma grande gama de recursos que possibilitam que ele caminhe em direção à construção do seu conhecimento. Estes recursos podem ser desde o uso de cores nos desenhos, até a existência de uma calculadora interna e a possibilidade de medição de ângulos, distâncias e áreas, ocorrendo a atualização dos valores em tempo real, a partir da movimentação da figura. Se um determinado problema requer o uso de sistemas de coordenadas, estes *softwares* disponibilizam tanto as coordenadas cartesianas quanto as polares, porém alguns deles são visualmente mais detalhados e mais fáceis de manipular que outros. Uma outra possibilidade para o usuário é a criação e arquivamento de construções que podem ser utilizadas numa outra situação, através de macro-construções ou scripts. Há recursos que devem ser destacados separadamente, por serem responsáveis pela diferenciação destes *softwares* dos demais relacionados ao ensino da Geometria. O *arrastar* talvez seja o principal entre todos. Através do *mouse* é possível clicar sobre um ponto do objeto geométrico construído e depois arrastá-lo pela tela, criando um movimento que provoca uma mudança na configuração. A questão sobre ***o que*** se pode arrastar e sobre ***por que*** arrastar permite a diferenciação entre construir uma figura ou simplesmente desenhá-la. Quando constrói uma figura, o usuário não pode fazer apenas uma aproximação e sim ter a clareza sobre as relações entre os diferentes elementos da figura, senão ela não mantém seu formato original ao ser arrastada. Por outro lado, quando o usuário utiliza corretamente as propriedades geométricas na construção, a dinâmica dos movimentos possibilita que ele perceba o que permanece invariante, alertando-o para determinados padrões e motivando-o a fazer conjecturas e a testar suas convicções. O paralelismo, a ortogonalidade, a proporcionalidade, a simetria axial, a simetria pontual (rotação de 180º) e a incidência são os chamados invariantes geométricos.

Dois são os principais aspectos didáticos de utilização dos programas: a)os alunos constroem os desenhos de objetos ou configurações, quando o objetivo é o domínio de determinados conceitos através da construção; b) recebem desenhos prontos, projetados pelo professor, sendo o objetivo a descoberta de invariantes através da experimentação e, dependendo do nível de escolaridade dos alunos, num segundo momento, trabalham as demonstrações dos resultados obtidos experimentalmente.

A maneira de usufruir da informática para instrumentalizar o processo de ensino de um conteúdo, ou simplesmente de uma aula, não necessariamente precisa ser feita de uma forma isolada, negando os outros modelos. A combinação entre formas e técnicas de utilização mencionadas anteriormente, pode e deve propiciar uma nova e aprimorada situação de ensino-aprendizagem. É mister observar que, não necessariamente, o sistema mais sofisticado trará os melhores resultados de ensino-aprendizagem, e sim o sistema que se utilizar destas ferramentas, sempre visando otimizar e instrumentalizar aquele processo, criando uma nova situação na sala de aula, que possa ser razoavelmente simples, mas eficiente e objetiva.

Basicamente, nas formas de utilização do computador na educação, citadas anteriormente, existe a premissa de alguns fatores para que elas possam ser aplicadas, principalmente a dependência de uma infra-estrutura tecnológica que a escola precisa dispor, o que pode viabilizar ou não a implementação das práticas pedagógicas.

Certamente, ao analisar a situação da informática na educação com maior profundidade e rigor investigativo, não seria difícil encontrar muitos outros problemas estruturais e conjunturais que influem em maior ou menor grau nos resultados que até agora têm sido obtidos nas escolas, especialmente nas públicas, cujo nível de carências exigiria ações muito mais efetivas, no que tange ao uso computador como instrumento de real preparação dos alunos, para uma vida produtiva na sociedade moderna.

Mas o que seria necessário, então, para que a informatização nas escolas possa se tornar verdadeiramente educativa? Dentre muitos outros fatores, seria desejável que ela estimulasse nos indivíduos o desenvolvimento do senso crítico, da cooperação mútua, da autonomia, da responsabilidade, da criatividade, da intelectualidade, da consciência de si, do outro e de suas interações mútuas e com o meio ambiente.

Papert deixa clara a importância que se deve dar à formação de um caráter realmente pedagógico para o uso do computador na educação, quando diz:

> Embora a tecnologia desempenhe um papel essencial na realização da minha visão sobre o futuro da educação, meu foco central não é a máquina mas a mente e, particularmente, a forma em que os movimentos intelectuais e culturais se autodefinem e crescem. Na verdade, o papel que atribuo ao computador é o de um portador de “germes” ou “sementes” culturais cujos produtos intelectuais não precisarão de apoio tecnológico uma vez enraizada numa mente que cresce ativamente.(1985, p.23)

Existem muitas interrogações que permeiam a utilização do computador na sala de aula e nos laboratórios escolares. Um detalhe importante que não pode ser esquecido é que o computador torna-se agora apenas mais uma ferramenta de ensino. O professor sempre foi, e continua sendo, a autoridade condutora deste processo. Cabe a ele, não se influenciar com os “modismos” e utilizar esta ferramenta que está a disposição da educação, para promover e otimizar situações de ensino, contribuindo para o processo de aprendizagem dos alunos.

Informatizar a educação, portanto, não pode ser visto como um fim, no que diz respeito à implantação de novas tecnologias na educação, mas como um meio para desenvolver no ser humano as habilidades intelectuais e socioculturais que o tornarão apto a realizar-se integralmente, e a participar construtivamente da sociedade que ora se apresenta.

2.4 – A ótica da didática

2.4.1 – Introdução

As duas primeiras óticas avaliadas neste capítulo levam em consideração, de um lado, a concepção de um instrumento, e de outro, a estruturação do conhecimento. Considerando, porém, o objetivo deste estudo, incorporando assim à engenharia didática, que visa à introdução de instrumentos em situações de ensino, será introduzida uma terceira ótica, para tornar possível a análise da integração do instrumento nestas situações. Neste sentido, optou-se pela abordagem da didática de disciplinas, devido à sua vocação, voltada ao gerenciamento das situações de ensino. Será abordada inicialmente a formulação do conteúdo de uma disciplina, apoiada na teoria de transposição didática, em seguida será feito um levantamento dos aspectos pertinentes da engenharia didática no gerenciamento das situações de ensino.

2.4.2 – A trajetória do saber e a transposição didática

CHEVALLARD (1991) afirma que a teoria da transposição didática comporta uma análise minuciosa das diferentes etapas da construção de uma disciplina, objeto de um ensino. Ele define como sendo: “Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.”

A definição inicial de objeto a ensinar parte de um saber social, também considerado como um saber de referência (ASTOLFI & DEVELAY, 1990). Este saber que ocupa a origem de um processo de transposição didática vai sofrer inúmeras transformações até adquirir o estatuto de saber a ser ensinado.

ROSA(1998) identifica quatro constantes no trabalho da transposição didática:

- **Desincretização** : supressão das características históricas que envolvem a emergência do saber.

- **Despersonalização** : suprimir todo e qualquer caráter pessoal envolvido na identificação dos conteúdos do saber.
- **Programabilidade** : tornar o saber programável e divisível, de forma a integrar uma dinâmica de ensino formal.
- **Publicidade** : definir explicitamente, em compressão e em extensão, o saber a ser transmitido, assim como o controle de sua aquisição.

No trabalho de construção de programas, que darão as direções gerais do ensino de uma disciplina, podem ser verificados o emprego dessas quatro constantes. (CHEVALLARD, 1991)

Conforme ROSA (1998) descreve, Develay propõe a inclusão de uma outra origem, as práticas sociais de referência, que são acrescentadas ao saber de referência, para a formulação dos conteúdos do saber a serem ensinados. Ele inclui nas práticas sociais de referência as atividades sociais diversas (de pesquisa, de produção, de engenharia didática, mas também atividades domésticas e culturais), podendo servir de referência às atividades escolares.

O trabalho do conceptor dos conteúdos das disciplinas faz com que a transposição didática e a transformação do saber sofram a primeira transformação e assim uma primeira “redução”.

Na continuação do processo de estruturação do ensino, encontra-se o professor. O professor é o responsável pelo direcionamento dos conteúdos que serão ensinados, realmente, introduzindo-o em uma seqüência didática. Cada professor tem formas de trabalhar diferentes, dinâmicas de ensino particulares. Cada um dá importância aos conteúdos de forma diferente e personalizada. Com isso podemos verificar que o conteúdo que deve ser ensinado, definido pelos programas, não será igual para todos. Através do trabalho do professor, podemos identificar uma segunda transformação no processo de transposição didática.

Vimos até agora o papel do conceptor dos programas disciplinares e dos professores, e como eles contribuem para a transformação do saber. Resta-nos a introdução do elemento final do processo de ensino, o aluno. Como componente ativo da dinâmica do ensino, ele deve contribuir na identificação do terceiro e último grau de uma transposição didática. No trabalho do aluno, encontramos a relação entre o saber que foi ensinado, ao qual o aluno foi exposto durante um determinado período de tempo, e podemos identificar, ao final deste período, a diferença entre aquilo que foi ensinado e aquilo que foi efetivamente apreendido ou assimilado. Na evidente diferença entre o saber ensinado e o saber assimilado, identificamos o último grau de um processo de transposição didática, que pode ser representado através do esquema, conforme figura 3:

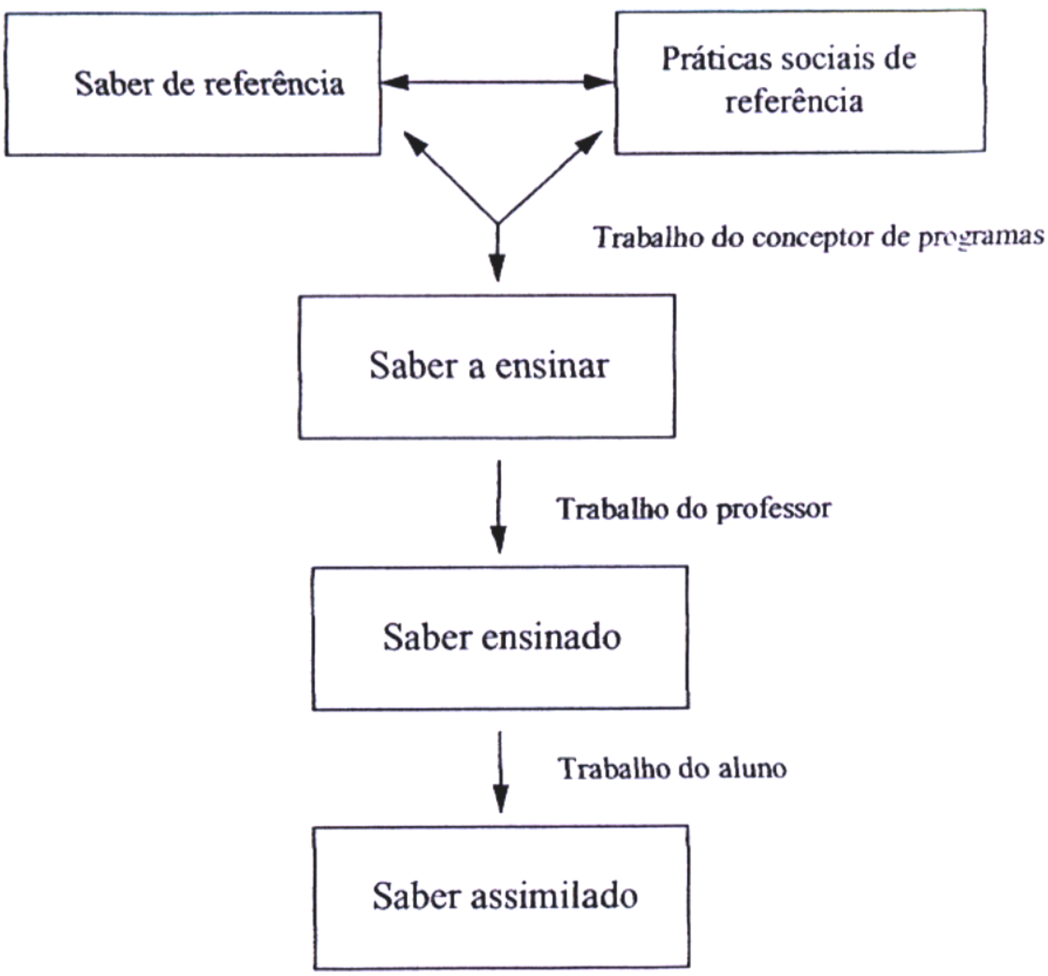


Figura 3 – Os diferentes graus da transposição didática (ROSA, 1998)

2.4.3 – A engenharia didática

Um dos clássicos trabalhos do professor tem sido o de escolher ou organizar seqüências de atividades que explorem um domínio do conhecimento. Estas seqüências de ensino aparecem, também, como um dos principais objetos da Engenharia Didática. A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino.

Na área da didática, o termo engenharia visa introduzir, conforme exposto por ROSA (1998), o campo de ação prática ao domínio teórico. A engenharia didática, também chamada engenharia pedagógica, confere à didática o estatuto epistemológico de ciência de ação e não, unicamente, de ciência do conhecimento. A engenharia pedagógica atenta às ciências da comunicação, susceptíveis de ajudar o professor a se comunicar com seus alunos, liga-se também, às tecnologias de educação auxiliares às atividades pedagógicas, bem como, às progressões e às implementações das escolhas didáticas.

A engenharia didática teve seu surgimento segundo ROSA (1998), na Matemática e se baseia em uma análise, a priori, do processo de ensino, e das condutas dos sujeitos implicados no mesmo. O pesquisador explicita as escolhas possíveis no processo, tal como ele as organiza para cada um, preocupando-se em vinculá-las à significação que terão para os atores. Neste sentido, o método não se liga nem a um determinismo e nem a um empirismo.

Ao se trabalhar a seqüência didática o professor pode fazer o que poderíamos classificar, conforme ROSA (1998), de jogo de quadros. Onde se faz uso de algumas ferramentas de trabalho para se apropriar de um conhecimento. No caso da matemática, ao expor um assunto, o aluno procura assimilá-lo e utilizá-lo para solucionar os problemas propostos. Após a sua assimilação, uma nova ferramenta de trabalho é apresentada para a solução dos mesmos problemas, neste momento, o aluno não poderá mais utilizar os conhecimentos "antigos" para solucionar seus problemas, ele deverá utilizar a nova ferramenta disponibilizada para solucioná-los. No nosso problema o aluno, após se apropriar dos conceitos lógicos-matemáticos para representar graficamente uma função, passará a trabalhar com uma ferramenta, no caso o computador, disponibilizada para fazer o mesmo trabalho. Assim, conforme exposto por ROSA (1998), o jogo de quadros segue uma mudança provocada por iniciativa do professor, para fazer avançar a fase de pesquisa e principalmente, para elaborar uma filiação de questões pertinentes ao problema proposto, o qual se situa em uma certa situação de aprendizagem.

2.4.4 – A didática da matemática

Na didática da Matemática, BROUSSEAU (1996) propõe uma análise do saber matemático, bem como do trabalho do matemático, do professor de matemática e da atividade intelectual do aluno.

2.4.4.1 – O saber matemático

Segundo PAIS (2001), a caracterização do saber matemático é na realidade, o resultado do tipo de trabalho desenvolvido pelo matemático diante do seu objeto de pesquisa. Esse objeto é constituído pelas noções matemáticas, na qual estão inter-relacionados os trabalhos do matemático, do professor e do aluno. No que se refere às concepções das idéias matemáticas, DAVIS & HERSH (1985) observam que toda a discussão sobre os fundamentos da matemática acaba apontando três tendências filosóficas:

- **Platonismo**: os objetos matemáticos são idéias puras e acabadas, que existem num mundo não material e distante daquele que nos é dado pela realidade imediata. Segundo essa concepção, os conceitos matemáticos não poderão ser inventados, uma vez que já existiriam *a priori*.
- **Formalismo**: Não se pode falar da existência, *a priori*, dos objetos matemáticos. A Matemática consistiria num certo jogo formal de símbolos envolvendo axiomas, definições e teoremas. Para trabalhar com esses elementos, existem regras bem definidas que permitem deduzir determinadas seqüências lógicas que representam o essencial da atividade matemática.
- **Construtivismo**: DAVIS & HERSH (1985) lembram que se trata de uma concepção extremamente inexpressiva em face do platonismo e do formalismo. Comentam que: "Os construtivistas consideram matemática genuína somente a que pode ser obtida por uma construção finita."

2.4.4.2 – O trabalho do matemático

O trabalho do matemático é conduzido por uma visão predominantemente platônica, sem no entanto deixar de ser também formalista (DAVIS & HERSH, 1985).

A descoberta da Matemática, segundo PAIS (2001), passa, primeiramente, por uma etapa de síntese do novo conhecimento, para, em seguida, receber uma formalização através da redação de uma demonstração. Muitas vezes, a demonstração obtida pelo matemático não corresponde exatamente ao problema que estava sendo pesquisado. Nesse caso, para não se perder a demonstração obtida, o que se faz é redefinir o problema original. Ou seja, a atividade científica da matemática não consiste somente na solução de problemas, mas também na criação ou reformulação de novos desafios.

Na etapa de redação de uma demonstração, algumas partes julgadas desnecessárias são eliminadas, algumas operações não são mostradas, e outras são apenas comentadas. Essa forma de redação, que é devidamente valorizada no contexto do trabalho do matemático, é totalmente inadequada para servir de apresentação do saber no contexto escolar.

Finalmente, o matemático procura ainda, sempre apresentar o saber científico na maior generalidade possível. Esta busca da generalidade, que é uma finalidade legítima e sempre presente na pesquisa matemática, acaba determinando uma prática pedagógica escolar que consiste em também apresentar o conteúdo em sua forma mais geral possível. Entretanto, a construção da generalidade do conhecimento matemático, para as finalidades educacionais, não se inicia por ela mesma. O trabalho pedagógico dialético entre os aspectos particular e geral parece ser necessário. Na continuidade da produção científica, as idéias matemáticas são ainda submetidas a um processo permanente de reformulações, buscando níveis mais gerais de validade.

2.4.4.3 – O trabalho do professor de matemática

Segundo PAIS (2001), não se pode deixar de relacionar o trabalho do professor de matemática com o trabalho do matemático, principalmente evidenciando a possibilidade de conciliar as duas atividades. Ele comenta:

> Na realidade, quando se fala de competência, o trabalho do professor envolve o desafio que consiste em realizar uma atividade que, em um certo sentido, é inverso daquela do pesquisador. Pois, enquanto o matemático tenta eliminar as condições contextuais de sua pesquisa, buscando níveis mais amplos

> de generalidade, o professor de matemática, ao contrário, deve recontextualizar o conteúdo, tentando relacioná-lo a uma situação que seja mais compreensível para o aluno.(2001, p.32)

O saber matemático é o objeto principal para o matemático, enquanto que na prática escolar, o conhecimento é um instrumento educacional para a promoção existencial do aluno.

2.4.4.4 – O trabalho intelectual do aluno

Conforme PAIS (2001), não podemos comparar o trabalho do matemático ou do professor com o trabalho do aluno. O aluno deve ser sempre estimulado a realizar o trabalho na direção de uma iniciação à “investigação científica”. Neste sentido, a atitude intelectual do aluno diante de um problema, deveria ser semelhante ao trabalho do matemático diante de uma pesquisa.

> ...aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. Não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. (2001, p.35)

2.4.4.5 – A aprendizagem por adaptação

A aprendizagem por adaptação é uma das noções utilizadas por BROUSSEAU(1996) para estruturar a teoria das situações didáticas. Esta aprendizagem procura utilizar os esquemas de assimilação e acomodação, que foram descritos por Piaget. Conforme Pais:

> ... o aluno é desafiado a adaptar seus conhecimentos anteriores às condições de solução de um novo problema. Nesse caso, a aprendizagem se expressa pela componente da criatividade, pois, para resolver um problema, é preciso que o aluno ultrapasse o seu próprio nível de conhecimento, revelando a operacionalidade dos conteúdos dominados até então.(2001, p.69)

Na matemática existe um interesse em valorizar uma aprendizagem por adaptação, pois assim poderia ser evitado o excesso de formalismo ou da memorização inexpressiva, e se valorizaria a compreensão dos conteúdos e a resolução de problemas. Nesse sentido, a adaptação pode ser entendida como uma habilidade que o aluno manifesta em utilizar os seus conhecimentos anteriores para produzir uma solução para um problema proposto.

Pais analisa que:

> Com a utilização da informática na educação, surge a indagação sobre quanto o computador pode liberar o aluno do exercício da memorização inexpressiva e incrementar as práticas criativas de resolução de problemas. A idéia de que a aprendizagem pode fundamentar-se apenas no registro de informações não tem mais espaço no novo quadro pedagógico. Se esse tipo de memorização ocupou um espaço durante muito tempo na história da pedagogia, hoje está com seus dias contados. Com essa concepção, o aluno deve ser levado a processar informações. (2001, p.70)

2.5 – Fatores ligados à aprendizagem

Nos últimos anos, o aumento da presença do computador em sala de aula vem trazendo à didática um novo desafio, o de transformá-lo em um efetivo instrumento educacional, evitando que seu uso permaneça restrito ao campo do mecanicismo repetitivo, representado por séries variadas de exercícios, cuja diversidade e versatilidade, proporcionadas pelas características funcionais próprias da informática, possa vir a esconder o caráter de mero utilitarismo ou distração.

Para fugir a isso, a didática precisa refletir sobre as formas mais adequadas para elaborar programas que exponham os conteúdos, sem direcioná-los para este ou aquele ponto, e sem pré-concluir sobre as suas possíveis implicações cognitivas para os estudantes.

Outro ponto a ser considerado é a necessidade de favorecer o aspecto interativo entre o estudante, o professor e o conteúdo que se pretende tornar conhecimento. No caso da matemática, é neste momento, justamente, que o cuidado deve ser maior, pois existe uma tendência a antecipar os raciocínios que deveriam, supostamente, ser desenvolvidos pelos alunos. Isto freqüentemente ocorre no ensino de matemática através do quadro e giz. Talvez por comodismo, ou impaciência, ou ainda, por desconfiança na capacidade dos alunos para processar os dados do problema e chegar a conclusões relevantes, o professor acaba dando “saltos” nas explicações, apresentando etapas prontas. Para evitar esta situação, a didática pode também desenvolver programas que para aplicar os conteúdos desejados, partam dos conhecimentos que os alunos já possuem, em função da sua vivência no contexto social.

Ao estimular a aprendizagem por adaptação, entretanto, deve-se tomar o cuidado de mostrar com clareza os parâmetros dentro dos quais se objetiva trabalhar, pois, de outra forma, há a possibilidade de que a criatividade se transforme em divagação e os resultados disso não atinjam o nível educacional que se poderia desejar. Entretanto, não há como negar que o esforço criativo está ligado à autonomia para a construção do conhecimento, fato que, conforme SALVADOR (2000) e TAPIA e FITA (1999), contribui de maneira significativa para a motivação para os estudos, o que pode exercer importante influência na aprendizagem. Além disso, outro aspecto presente na aprendizagem por adaptação, e que pode ser encontrado tanto nas proposições feitas por Piaget, quanto por Vygotsky, em suas teorias sobre aprendizagem, é o valor do sentimento de competência percebida que pode surgir no aluno, quando consegue efetivamente envolver os conhecimentos que possui nas novas condições que se lhe apresentam, para adquirir novos conhecimentos. Este sentimento também tem efeito motivador quando leva a pessoa a sentir que os saberes que traz como bagagem de vida são verdadeiros e têm utilidade para proporcionar a construção de novos saberes.

Pode-se perceber, então, que ao propor a zona de desenvolvimento proximal como requisito para a aprendizagem, Vygotsky apesar de não estar direcionando seu trabalho para o campo da motivação, acaba mostrando que ele faz parte integrante do processo. Ao interagir com o semelhante, com o meio e com as condições socioculturais que determinam a sua realidade, o estudante vê confirmadas ou negadas as suas crenças e, ao mesmo tempo, adquire confiança para externá-las na forma de posicionamentos individuais ou coletivos frente à solicitações do ambiente e dos grupos sociais.

Ao se ignorar a importância destes aspectos para a aprendizagem, na prática pedagógica de sala de aula, está-se reduzindo as chances de que os alunos aprendam a construir e construir-se, não só no campo cognitivo, mas também como indivíduos livres, pensantes e autodeterminados.

O ensino da matemática, todavia, apesar da gama de possibilidades oferecida pela amplitude de seus pressupostos epistemológicos, o que é uma propriedade acentuada no conhecimento abstrato, em grande parte dos casos, ainda é limitado em seus efeitos, por um ensino reduzido à mera exposição de dados e desenvolvimento de raciocínios mecânicos e até mesmo, obscuros, em termos de sentido.

Neste particular, é possível que o computador, com a ajuda do professor, venha a ser um elemento de contextualização da matemática, em relação ao universo cognitivo do estudante. A máquina, a partir da dinâmica funcional que lhe é inerente, pode contribuir para que as abstrações matemáticas possam formar sistemas lógicos e racionais, com seqüências coerentes e objetivas, na mente das pessoas.

CAPÍTULO 3

Metodologia e estudo desenvolvido

Neste capítulo são tratados os aspectos metodológicos da pesquisa. Inicialmente é feita uma retrospectiva buscando as pretensões e as circunstâncias que a originaram. Em seguida, apresentam-se alguns dados a respeito da escola, da turma, dos alunos e dos professores que participaram da mesma, e finalizando, serão detalhados os procedimentos metodológicos de coleta de dados, os critérios de análise e as considerações finais.

3.1 – Circunstâncias que originaram a pesquisa

Como foi visto anteriormente, existe uma grande dificuldade por parte dos alunos da 1ª série do Ensino Médio em associar as funções de 2º grau com as suas características gráficas correspondentes. Muitas vezes, isso está associado à dificuldade de interpretação e ao grande tempo despendido na construção dos gráficos.

No caso específico desta pesquisa, o objetivo, tal como proposto no início, é tentar identificar as mudanças que poderão ocorrer no processo ensino-aprendizagem de gráficos da função de 2º grau, com o auxílio de um programa gráfico no computador. Com isso, procurar-se-á estimular a participação do aluno na busca desse conhecimento, bem como, tentar estabelecer uma relação entre a construção gráfica e o seu conhecimento teórico.

3.2 – Tipo de pesquisa

São muitas as dúvidas a serem respondidas para definir o tipo de pesquisa mais adequada para aplicar. Qual o caminho metodológico a tomar? Qual o recorte a fazer? Como adequar o método aos objetivos pretendidos? Algumas idéias centrais ajudaram a definir a metodologia a ser utilizada. Uma delas é a que indica que as pesquisas têm características concretas que lhes são próprias; que os princípios gerais metodológicos, embora úteis, são referenciais amplos, genéricos, que não levam em conta essas particularidades. E que, por causa disso, é preciso adequar os métodos às circunstâncias e aos problemas (BECKER, 1993).

Além disso, é provável que nem sempre o mais relevante para ser investigado coincida com os recursos metodológicos mais consagrados (DEMO, 1984; MARTINS e BICUDO, 1989; BECKER, 1993). Reconhece-se hoje, que para desvendar a realidade na área das ciências humanas e sociais, é preciso, muitas vezes, lançar mão das chamadas metodologias alternativas, as quais, deixando de lado a ênfase no quantitativo, privilegiam o enfoque qualitativo, buscando assim aprofundar a compreensão real dos fenômenos estudados.

A pesquisa qualitativa é uma tendência crescente, que vem ocorrendo no campo educacional, especialmente no interior das escolas. Nesta aproximação, procura captar o cotidiano, extraindo dele os elementos capazes de construir novos conhecimentos a respeito desse universo (LÜDKE, 1984; LÜDKE e ANDRÉ, 1986; EZPELETA e ROCKWELL, 1986). Daí a importância de se analisar o que se passa em sala de aula, especialmente na situação de ensino e aprendizagem, usando metodologias de cunho mais qualitativo, pois isso pode fornecer subsídios para a construção de conhecimento mais relevante sobre o universo escolar, seus atores, a produção do conhecimento, e as relações interpessoais que ali se dão.

A pesquisa seguiu tal perspectiva, segundo parâmetros destacados por TRIVIÑOS (1987), em que o pesquisador está preocupado com os processos e não apenas com os resultados e com o produto. As características básicas da pesquisa qualitativa, segundo LÜDKE e ANDRÉ (1986) são: o ambiente natural como fonte de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; os dados coletados são predominantemente descritivos; a preocupação com o processo é maior do que o produto.

Mas, mesmo em relação a problemas tão limitados como o da pesquisa aqui tratada, não há como negar a presença da dimensão política quando se trabalha em educação. Assim, outra idéia a orientar a sua definição metodológica foi a preocupação em ir além da simples descrição da realidade estudada, buscando caminhos para a ação e a transformação.

Tendo essas idéias como balizas, optou-se por uma orientação metodológica que reunisse algumas idéias básicas da pesquisa-ação.

Segundo THIOLLENT (1986), a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social, de base empírica, concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo; verifica, ainda um envolvimento dos próprios participantes que nela atuam de forma cooperativa, tendo em vista os objetivos almejados. Analisando os mesmos pontos, EZPELETA (1986) lembra que ela é uma das modalidades de pesquisa participante e, como tal, apoia-se não só na atividade de produção do conhecimento e na participação, mas também na dimensão política. Será a predominância de cada uma dessas formas que traçará a sua definição.

Assim, a pesquisa-ação tem como principal característica justamente a presença da ação que se dá no plano empírico, e que serve de palco para submeter à prova a teoria em jogo.

3.3 – O cenário da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas. A primeira etapa foi aplicada uma pesquisa-piloto no ano de 2002, com o objetivo de verificar e validar os instrumentos e procedimentos que foram propostos. A importância de realizar a pesquisa-piloto se deve ao fato da necessidade de saber se tudo que foi planejado vai sair como planejado.

Após a aplicação da pesquisa-piloto foram analisados os resultados e executadas as correções necessárias para a aplicação em 2003 da segunda etapa, denominada pesquisa.

3.3.1 – A escola

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio Tupy – SOCIESC. Escola de ensino médio técnico que este ano completou 45 anos de existência. Foi fundada pelo empresário Hans Dieter Schmidt em 1959 com o nome de Escola Técnica Tupy (ETT), cujo objetivo inicial era a formação de mão-de-obra técnica que seria utilizada nas empresas da região, principalmente na sua, a Fundição Tupy.

O período de 1980/1985 foi marcado por uma crise financeira, ocasionada pela queda nas contribuições dos órgãos públicos, que garantiam os mecanismos de sustentação financeira da Sociedade Educacional Tupy, mantenedora da Escola. Em 1985 a Sociedade

Educacional Tupy passou a ser denominada Sociedade Educacional de Santa Catarina (SOCIESC). Este seria o passo inicial no sentido de atribuir à entidade, características identificadoras capazes de vinculá-la à comunidade, além de evitar que fosse considerada apenas como propriedade da Fundição Tupy S.A., de onde vinha recebendo apoio ao longo de tantos anos.

Hoje o Colégio Tupy é a entidade da SOCIESC responsável pelo Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Embora no passado o corpo discente da ETT tinha sido construído, em sua maior parte, por filhos de funcionários e proprietários de empresas fabris, hoje o quadro é bem diferente. Há jovens oriundos de famílias pertencentes às mais variadas atividades profissionais, estendendo-se desde o comércio até o trabalho liberal como a medicina e o direito. Além disso, a escola recebe alunos tanto da rede privada, quanto da pública, o que denota um caráter heterogêneo na formação sociocultural dos estudantes.

Os aprendizes têm de 14 a 19 anos, levando em consideração que ingressam no ensino médio técnico e ficam quatro anos na escola para obter o diploma de técnicos. Caso optem por fazer o vestibular, ao término da 3ª série, recebem o certificado de conclusão do ensino médio.

3.4 – Dinâmica da pesquisa

3.4.1 – Pesquisa-Piloto (2002)

3.4.1.1 – Definição da amostra

A pesquisa-piloto foi realizada em 2002 com uma turma de 1ª série do Ensino Médio do Colégio Tupy. A turma escolhida foi a EM-115 (EM → Ensino Médio, 1→Período Matutino, 1 → 1ª série, 5 → 5ª turma). A turma era formada por 27 garotos e 18 garotas, com idade entre 14 e 16 anos e o professor de Matemática da turma era o Prof. Alexandre Ellmer (licenciado em Matemática). Na seleção da turma levou-se em consideração o horário em que eram ministradas as aulas de Matemática, para que fosse possível o acompanhamento do professor pesquisador.

3.4.1.2 – Atividades desenvolvidas

Na primeira etapa da pesquisa-piloto, foram ministradas aulas no estilo tradicional, utilizando como material de apoio quadro, giz e livro didático. Durante um período de aproximadamente 25 aulas, o professor ministrou aulas com o objetivo de ensinar aos alunos o estudo da função polinomial de 2º grau. Neste conteúdo, os alunos tiveram contato com a definição de função de 2º grau, a construção de gráficos, o cálculo dos vértices da parábola, das raízes da função, do valor máximo e mínimo da função e estudo do sinal da função (Apêndice 1).

Na segunda etapa, os alunos foram divididos em duplas e levados ao Laboratório de Informática do Colégio Tupy para utilizarem um programa do Excel de construção de gráficos (Apêndice 2). Este programa foi desenvolvido pelos mestrandos Dani Prestini, Júlio César Tomio, Marcos Antônio Cardoso e Paulo Rampelotti Neto, alunos do Mestrado em Educação e Cultura realizado pela UDESC. Este programa simula os gráficos de funções de 2º grau relativos às equações que forem determinadas.

Inicialmente, o professor explicou a utilização do programa e solicitou que os alunos fizessem alguns testes, no computador, utilizando os exercícios que eles executaram em sala de aula. Isso os ajudou, pois podiam conferir os gráficos feitos em sala de aula, e através disto, tiveram maior segurança na hora de utilizar o programa. Após a confecção dos gráficos e sanadas as dúvidas, o professor distribuiu entre as duplas um questionário (Apêndice 3) que continha 12 perguntas. Os alunos teriam que discutir, fazer testes no programa e respondê-las. O objetivo era fazer uma verificação quantitativa do conteúdo absorvido em sala de aula. Durante esta etapa, os alunos foram acompanhados pelo professor da turma e pelo professor pesquisador. Não foram feitas anotações do que aconteceu em sala de aula e no Laboratório, apenas houve a observação visual para acompanhamento. Após o término da resolução do questionário, o professor os recolheu e fez a correção com toda a turma. Verificou-se, então, que aproximadamente 90% da turma acertou todas as questões.

3.4.2 – Modificações na pesquisa

Após ter sido feita a aplicação da pesquisa-piloto em 2002, procurou-se analisar os pontos positivos e os negativos, para que através deles se pudesse aperfeiçoar a pesquisa para o ano de 2003, com o intuito de alcançar os objetivos propostos. Alguns pontos que foram modificados:

3.4.2.1 – Conteúdo ministrado em sala de aula

Em 2002 foi repassado aos alunos em sala de aula, todo o conteúdo relativo ao estudo da função polinomial de 2º grau. Desde a definição, até o estudo do sinal da função. Percebeu-se, entretanto, no momento em que os jovens foram levados ao Laboratório de Informática para responder o questionário, que se estava fazendo uma medição muito mais quantitativa, do que qualitativa, no que tange aos resultados de aprendizagem. A pesquisa, pois, na forma em que se apresentava, ainda não estava adequada para permitir uma análise das questões que geravam este trabalho, pois não conseguia sair do campo da exposição de informações. A educação, no entanto, deve estar voltada para a construção do conhecimento, fato que ocorre quando o sujeito interage com o seu objeto de estudo na busca de resultados. Procurando adequar a pesquisa a esta tendência na educação, foram feitas algumas alterações no desenvolvimento do conteúdo, para poder atingir o objetivo a que ela se propunha, que seria fazer o aluno buscar o conhecimento através da interação com o objeto de estudo, intermediado pelo computador. Por isso, para o ano de 2003, foram revistos os conteúdos ministrados em sala de aula e modificada a seqüência em que seriam apresentados aos alunos. Primeiramente, seria exposta somente a definição de função polinomial de 2º grau e o processo de construção de gráficos (Apêndice 4). O restante do conhecimento seria construído por eles durante o processo.

3.4.2.2 – Programa gerador de gráficos

Com a modificação do roteiro de trabalho foi necessário alterar o programa gerador de gráficos. Não foi alterada a sua essência, somente acrescentados alguns dados na tela do programa, tidos como importantes para que o aluno pudesse construir o seu conhecimento. Foram acrescentados na tela o valor do delta da função (Δ) e os valores de x_v e y_v (Apêndice 5). Esses valores que foram acrescentados na tela passaram a ser importantes para o aprendizado, sem a necessidade do aluno ter que decorar como se calcula.

3.4.2.3 – Questionário

Em 2002 foi utilizado o questionário (Apêndice 3) que continha 12 perguntas. Para o objetivo a que se propunha a pesquisa em 2003, no entanto, achou-se melhor redefinir algumas questões e diminuir o seu número para 8. O nome não seria mais “questionário”, mas sim “roteiro de atividades” (Apêndice 6), pois o objetivo não era somente a resposta mas sim, fomentar e direcionar a discussão entre os alunos, possibilitando a construção do conhecimento que se estava discutindo.

3.4.2.4 – Filmagem

Em 2003 foram filmadas algumas duplas no laboratório, para posteriormente serem analisadas as ações e os diálogos existentes durante o processo de resolução do roteiro de atividades. Como o objetivo era visualizar o que ocorria na tela do computador e quais os testes que os alunos executaram para atingir a solução da questão, foram filmadas apenas a tela do computador, com as atividades desenvolvidas pelos alunos, bem como, gravados os seus diálogos.

3.4.3 – Pesquisa (2003)

3.4.3.1 – Definição da amostra

A pesquisa foi realizada em 2003 com uma turma de 1ª série do Ensino Médio do Colégio Tupy. A turma escolhida foi a EM-217 (EM → Ensino Médio, 2 → Período Vespertino, 1 → 1ª série, 7 → 7ª turma). A turma era formada por 25 garotos e 19 garotas, com idade entre 14 e 16 anos. Procurou-se uma turma em que o professor de Matemática fosse o mesmo da que participou da pesquisa-piloto, o professor Alexandre Ellmer. Também na seleção da turma, levou-se em consideração o horário em que eram ministradas as aulas de matemática, para que o professor pesquisador pudesse acompanhar. Foi selecionada uma das duplas para ser filmada durante as atividades no Laboratório de Informática. A seleção foi feita aleatoriamente, procurando uma dupla que estivesse num dos computadores em que o acesso para a filmagem fosse mais fácil.

3.4.3.2 – Atividades desenvolvidas

Na primeira etapa, da pesquisa, foram ministradas aulas no estilo tradicional, utilizando como material de apoio quadro, giz e livro didático. Durante um período de aproximadamente 7 aulas, o professor ministrou aulas com o objetivo de ensinar aos alunos o estudo da função polinomial de 2º grau. Neste conteúdo, os alunos tiveram contato apenas com a definição de função de 2º grau e de como fazer os gráficos da função. (Apêndice 4).

Na segunda, eles foram divididos em duplas e levados ao Laboratório de Informática do Colégio Tupy para utilizarem o programa do Excel de construção de gráficos (Apêndice 5).

Inicialmente, o professor explicou a utilização do programa e solicitou que fizessem alguns testes no computador, utilizando os exercícios que executaram em sala de aula. Isso tornou-lhes possível comprovar a veracidade dos dados utilizados para a confecção dos gráficos em sala, ao mesmo tempo que facilitou a compreensão da operacionalidade destes mesmos dados no computador. A verificação da equivalência dos resultados verificados primeiramente no quadro, através do raciocínio desenvolvido pelo professor e posteriormente, com o uso do computador, permitiu observar a sua funcionalidade como proposta educativa.

Para reduzir a possibilidade de dispersão em relação ao que se desejava que os alunos aprendessem, foi elaborado um “roteiro de atividades” (Apêndice 6) contendo 8 perguntas, cuja solução fazia com que mostrassem a atenção dentro dos parâmetros estabelecidos para o estudo em questão. Cada resposta somente podia ser encontrada, após a observação, análise, investigação e reflexão sobre as implicações geradas pela elaboração e confecção dos gráficos da função no computador.

3.4.4 – Roteiro de atividades para a orientação dos alunos

1) Qual a condição necessária para que a função f(x) = ax^2 + bx + c gere como gráfico uma parábola?

Objetivo: Geralmente, a primeira grande dúvida dos alunos ao estudarem as funções de 1º e 2º graus, é visualizar a sua correspondência no gráfico projetado sobre o plano cartesiano. Ao ser feita a transposição dos pontos gerados pelo desenvolvimento da função para os seus respectivos eixos, com freqüência acontece uma espécie de ruptura ou lacuna cognitiva no processo. A função e o gráfico, então, parecem ao estudante fatos distintos, sem conexão. O desafio inicial consiste, pois, em atribuir vínculo entre as partes que compõem o processo de ensino-aprendizagem destes assuntos.

Mas esta não é a única dificuldade, há também o problema do reconhecimento da manifestação formal dos gráficos obtidos, em função de cada tipo de equação estudada. Esta primeira questão, em razão disso, busca orientar os alunos a empreender uma reflexão que os leve a perceber que uma função de 1º grau gera uma reta, enquanto uma de 2º, produz uma parábola como gráfico. No momento em que percebe isso, o aluno já dispõe de subsídios consistentes para fazer relações mais complexas entre a função e sua equivalência gráfica.

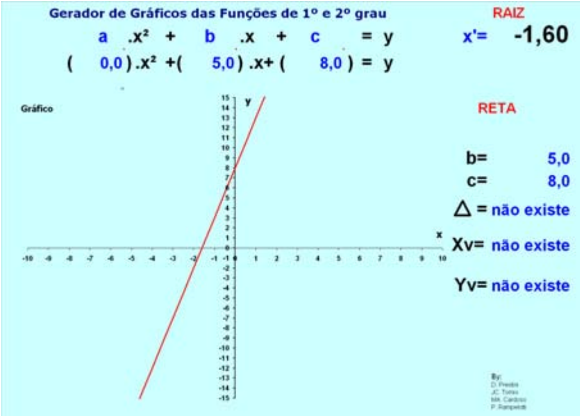


Figura 4 – Gráfico de uma função de 1º grau

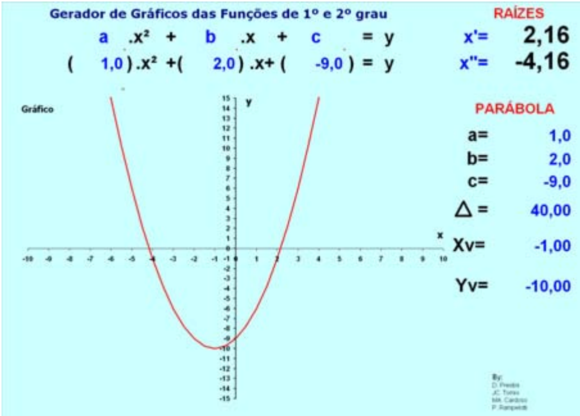


Figura 5 – Gráfico de uma função de 2º grau

2) Qual a condição necessária para que a função f(x) = ax^2 + bx + c gere como gráfico uma parábola com a concavidade para cima ou para baixo?

Objetivo: Compreender a correspondência entre cada um dos elementos componentes da função e sua projeção no plano, é necessário para que o aluno possa perceber a lógica sistêmica embutida em cada uma das possíveis construções de uma equação. Além disso, ao perceber as variações de resultados, em função das mudanças de valores na equação, ele poderá constatar que as alterações no gráfico resultante poderão ser sensíveis, até o ponto de mudar completamente a sua aparência formal, sem com isso fugir a uma lógica previsível e controlável, segundo as intenções de quem elabora a função.

Assim, por exemplo, ao refletir sobre as possíveis alterações no coeficiente ***a*** e suas conseqüências na construção do gráfico, o aluno por si próprio, poderá constatar que quando o valor deste coeficiente é positivo, o gráfico da parábola tem a sua concavidade voltada para cima, mas quando seu valor é negativo, a concavidade da parábola está voltada para baixo, já, quando ***a*** é igual a zero, o gráfico gerado é uma reta (função do 1º grau).

A 2ª questão, então, procura fazer com que o aluno perceba a lógica das alterações no coeficiente ***a***, no gráfico resultante.

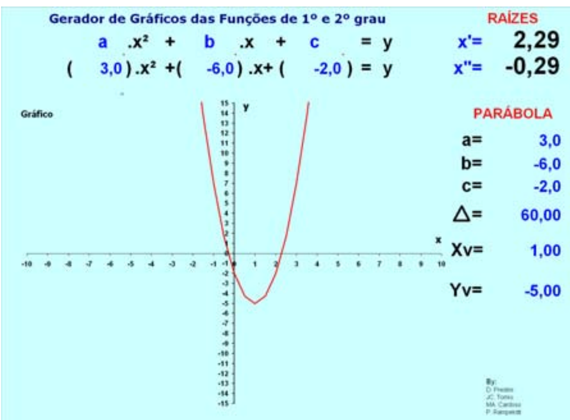


Figura 6 – Gráfico de uma parábola com a concavidade para cima.

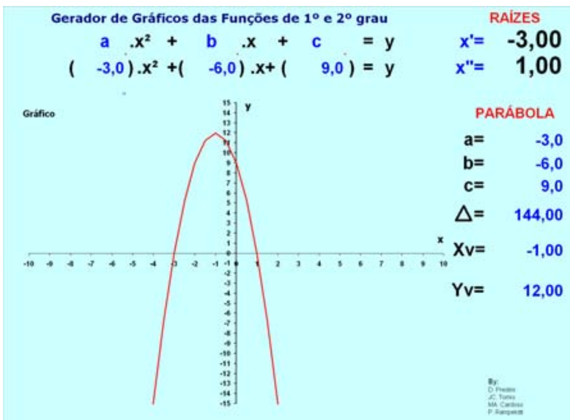


Figura 7 – Gráfico de uma parábola com a concavidade para baixo.

3) Qual a relação que podemos verificar entre os valores de Δ ($\Delta > 0, \Delta = 0$ *ou* $\Delta < 0$) com o gráfico da função f(x) = ax^2 + bx + c?

Objetivo: Esta questão tem como objetivo estimular nos alunos, a observação da dinâmica da variação construtiva que podem sofrer os gráficos quando estão em construção. Isto contribui para aprofundar a compreensão das relações sistêmicas entre a função e o seu gráfico resultante, além de reforçar a percepção da lógica progressiva inerente aos resultados da solução de uma função de 2º grau, a partir da modificação dos dados que a compõem.

Ao observar que quando o delta é positivo, o gráfico intercepta o eixo x em dois pontos, mas que se este delta for igual a zero, o gráfico encosta no eixo x em um ponto, e ainda, que se o delta é negativo, o gráfico não intercepta o eixo x, o estudante reconhecerá não apenas as formas resultantes das alterações na função, mas também, as movimentações do gráfico no plano, resultantes destas mudanças.

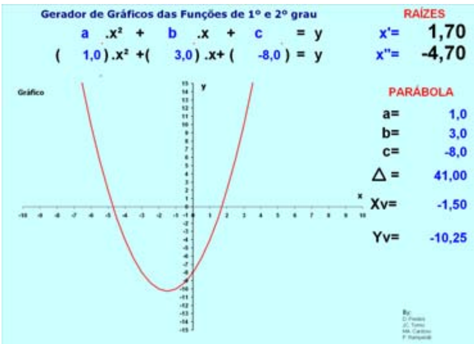


Figura 8 – Gráfico de uma função de 2º grau com o valor do Δ positivo.

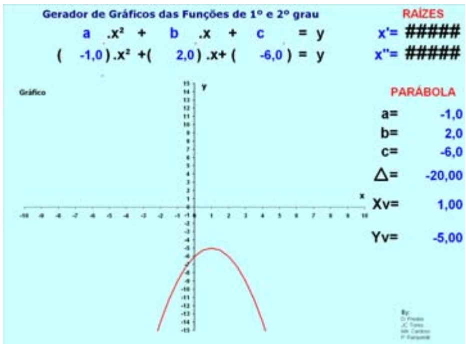


Figura 9 – Gráfico de uma função de 2º grau com o valor do Δ negativo.

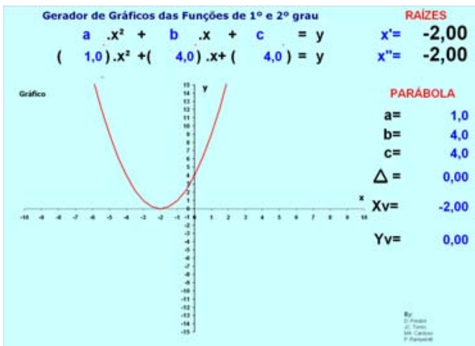


Figura 10 – Gráfico de uma função de 2º grau com o valor do Δ igual a zero

4) Qual a relação que podemos verificar entre as raízes (x´ e x”) da equação com o gráfico da função f(x) = ax^2 + bx + c?

Objetivo: Um dos pontos mais difíceis quando se raciocina sobre elementos abstratos, é compreender o seu processo de construção e a sua relação com outros aspectos de igual natureza. Mais difícil ainda, é compreender a lógica que determina a origem e a variação destas abstrações, bem como, as conseqüências da sua transposição para outras situações, que não as que lhe deram origem.

É este o caso dos pontos x’ e x”. Para o aluno, já é difícil entender as causas do seu surgimento, visto que uma função, pela sua simples proposição, não parece mais do que uma operação matemática isolada, quanto mais, identificar a sua projeção sobre o plano, que para muitos, parece não ter relação com a função que gera os pontos que formarão o gráfico.

Assim, é importante, e isso tal como em outras, é o que busca a questão 4, ao levar os alunos a visualizarem que os valores de x’ e x” são os pontos onde o gráfico corta o eixo x.

Pode-se dizer que ao compreender esta relação, o estudante estará adquirindo subsídios básicos para ampliar a sua compreensão de toda a estrutura funcional da função de 2º grau e do seu gráfico.

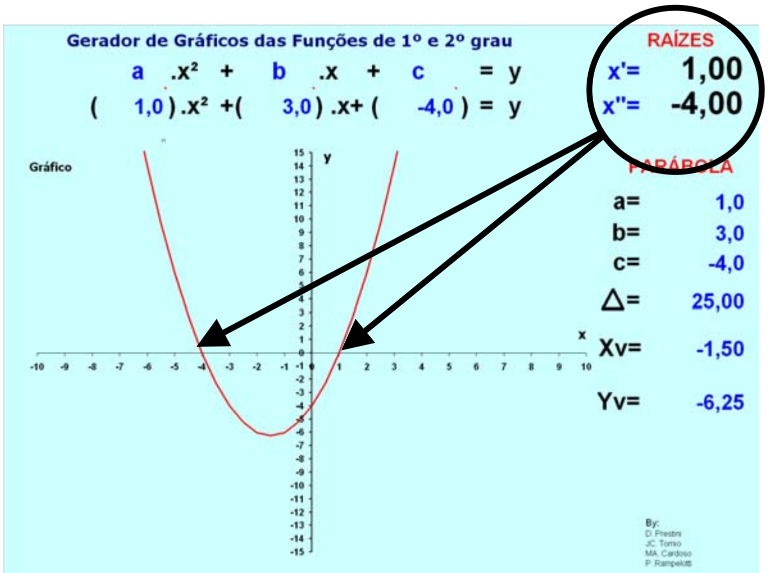


Figura 11– Gráfico mostrando as raízes de uma função de 2º grau

5) Descreva como se pode determinar o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas (y) sem construir este gráfico.

Objetivo: Há muitos pontos importantes a serem percebidos no momento em que se estudam as funções de 2º grau e a construção do seu gráfico. Um deles, é que cada um dos termos que a compõem, tem uma forma de se manifestar sobre o plano que lhe é própria. Esta propriedade permite saber como, em termos de aparência e posicionamento, ficará o resultado final.

Ao conseguir "enxergar" a projeção de cada componente da função no plano, o jovem poderá antever o gráfico que será obtido ao solucioná-la. Isto lhe permitirá construir com mais facilidade imagens mentais que poderão se estender a outros estudos, como a física, a química e a qualquer outra área, mesmo das humanas, como as línguas, a filosofia e a sociologia. O raciocínio lógico abstrato é indispensável para a interação entre o homem e o mundo físico e psíquico, e grande parte desta relação é mediada pela capacidade de perceber a lógica que existe nas ações materiais e mentais, e nos seus resultados.

Esta 5ª questão busca informações que permitem avaliar em que grau se manifesta nos alunos esta lógica, ao estudarem as funções de 2º grau no computador. Ela, ao levá-los a perceberem que a constante ***c*** da função $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}$ indicará exatamente onde o gráfico irá interceptar o eixo y, quer fazer com que estabeleçam uma ponte mental constante entre um elemento, neste caso o ***c,*** e a sua projeção, o eixo y. Esta ponte pode se estender a qualquer caso e é um exemplo adequado para mostrar a dinâmica das associações em nível cognitivo.

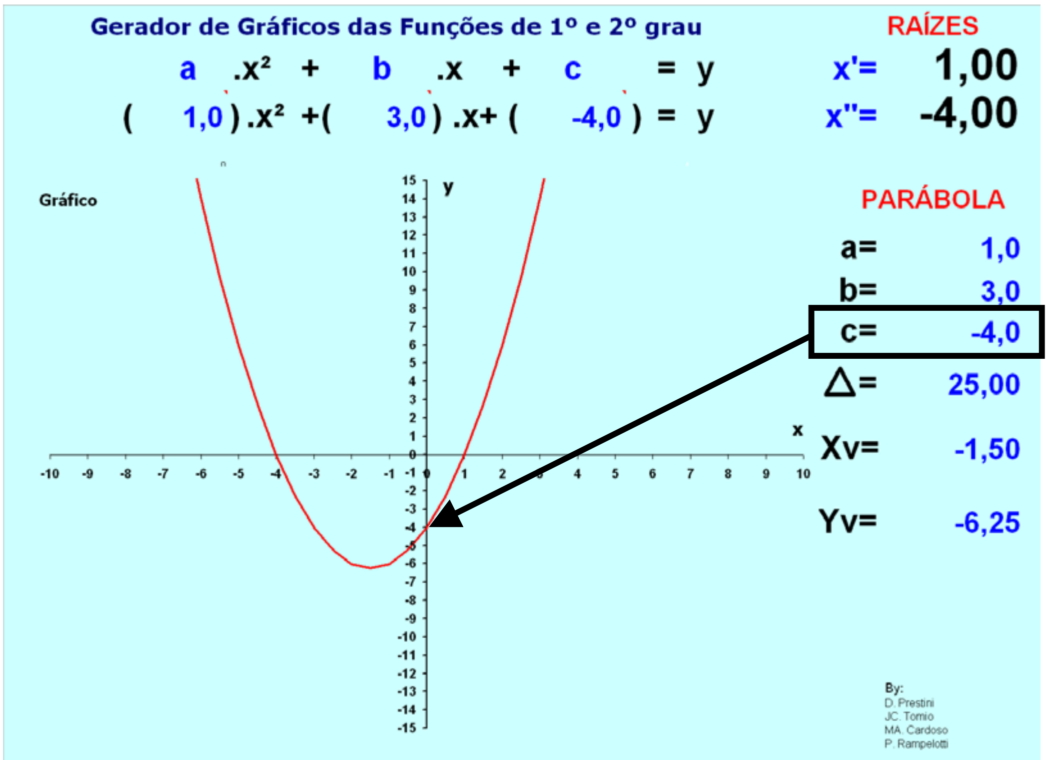


Figura 12 – Gráfico mostrando a interceptação da parábola com o eixo y.

6) Qual a condição necessária para que a função f(x) = ax^2 + bx + c gere como gráfico uma parábola com o seu eixo de simetria coincidente com o eixo y?

Objetivo: Uma das características do raciocínio lógico-abstrato, é a capacidade de prever resultados através de inferências baseadas na análise de dados pré-existentes. Esta qualidade pode ser estimulada e desenvolvida através de atividades em que se possa identificar e sistematizar padrões evolutivos, cuja manifestação permite isolar dados constantes e variáveis, e estabelecer o tipo de relação que mantêm entre si. Exemplos disso são facilmente observáveis, eles vão desde um jogo de xadrez, em que os passos de cada jogador podem ser previstos e eventualmente neutralizados, em razão das suas atitudes durante a partida; até um sofisticado software de uso empresarial em que os vários setores estão interligados de forma que, por exemplo, a impressão de uma nota fiscal, gera alterações nas rotinas operacionais, desde a expedição até a área de contabilidade.

A compreensão desta dinâmica pode ser obtida também no estudo da função de 2º grau. Ao mostrar as conseqüências das alterações do coeficiente ***b*** em **f(x) = ax^2 + bx + c**, sobre o plano, a questão 6 quer fazer com que o estudante perceba o tipo de alteração que acontece ao se alterar este elemento. Refletindo sobre isso, ele notará que:

- se o valor de ***b*** é positivo, o gráfico tem seu eixo de simetria à esquerda do eixo y.
- se o valor de ***b*** é negativo, o gráfico tem seu eixo de simetria à direita do eixo y.
- e se o valor de ***b*** é igual a zero, o eixo de simetria coincide com o eixo y.

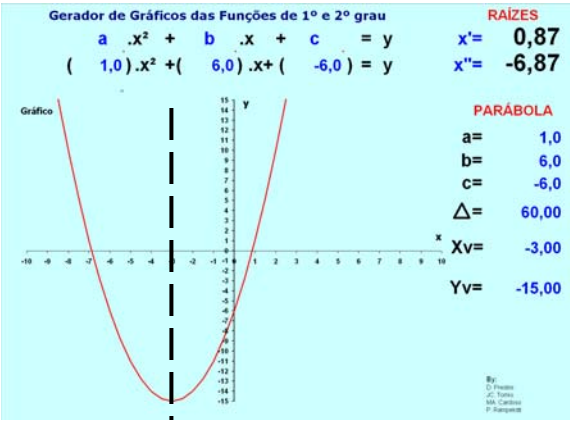


Figura 13 – Gráfico mostrando o eixo de simetria da parábola à esquerda do eixo y.

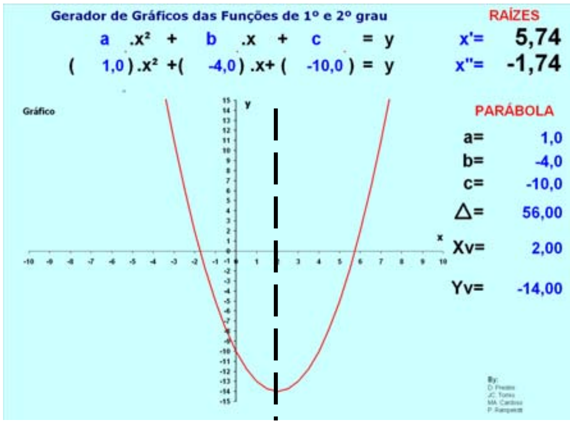


Figura 14 – Gráfico mostrando o eixo de simetria da parábola à direita do eixo y.

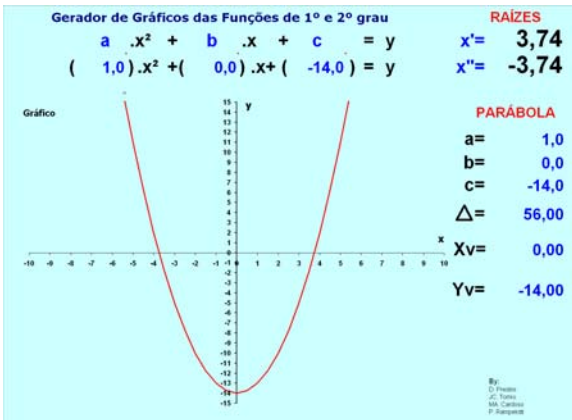


Figura 15 – Gráfico mostrando o eixo de simetria da parábola coincidente com o eixo y

7) Qual a condição necessária para que a função f(x) = ax^2 + bx + c gere duas raízes (x' e x") simétricas em relação ao eixo y?

Objetivo: A exploração da lateralidade e da diversidade de possibilidades em termos de problemas e de suas soluções, constitui condição importante para uma aprendizagem consistente e duradoura.

No universo das abstrações, do qual a matemática faz parte importante, especificamente no que tange ao desenvolvimento da capacidade de construir raciocínios complexos, a habilidade para compreender e lidar com hipóteses diferenciadas é ingrediente necessário para que o aluno aprenda a trabalhar com as diferentes perspectivas que o mundo lhe apresenta.

Nem sempre, no entanto, tais perspectivas nascem de elementos distintos. Muitas vezes, apenas mudando o olhar sobre o mesmo ponto, descobre-se alternativas que não haviam sido nem ao menos sugeridas na avaliação anterior. É esta diversidade de constatações possíveis que se quer mostrar na sétima questão.

Ao entender que, além do que foi descoberto através da pergunta 6, para que duas raízes (x´ e x ") sejam simétricas, o eixo de simetria do gráfico da função do 2º grau tem que ser coincidente com o eixo y, o estudante estará notando que há muitas coisas a descobrir no estudo deste assunto, tal como em muitos outros, que não apenas aquilo que pressupõe a natureza do estudo em questão.

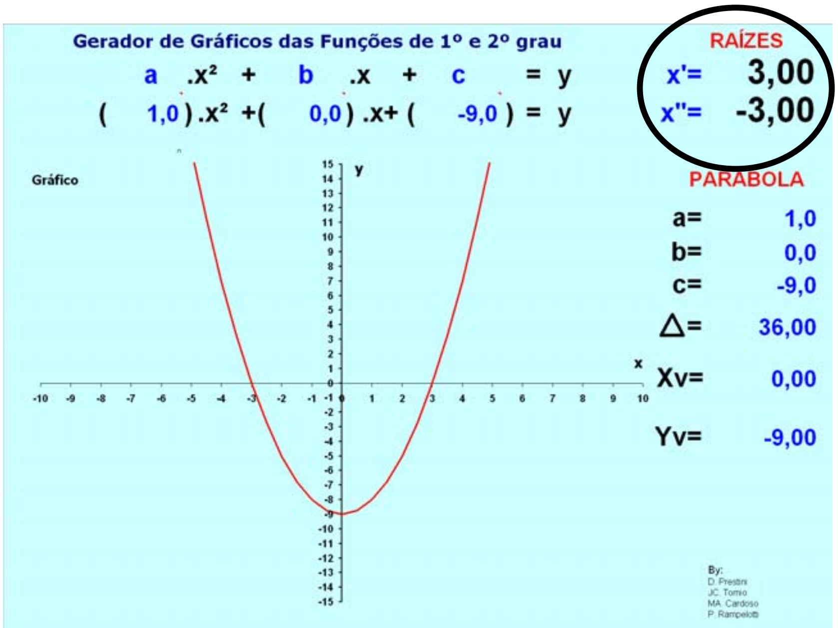


Figura 16 – Gráfico mostrando as raízes simétricas e o eixo de simetria da parábola coincidente com o eixo y

8) Qual a condição necessária para que a função f(x) = ax^2 + bx + c gere duas raízes (x' e x") sendo que somente uma delas seja zero?

Objetivo: Reforçando a lógica sistêmica presente na solução de gráficos de função de 2º grau, cuja finalidade já está proposta nas perguntas anteriores, a presente questão procura mostrar que certos aspectos de um processo, por mais que se alterem alguns de seus elementos, apresentarão sempre resultados da mesma natureza, se forem mantidos constantes determinados aspectos.

Exemplo disso é, na função de 2º grau, a constante ***c***, que ao ser igual a zero, fará com que a função obtenha uma de suas raízes, também igual a zero. Analisando este aspecto, o aluno poderá perceber que não é a simples mudança de dados que ocasiona a alteração final do sistema. Para isso, são, muitas vezes, necessárias mudanças estruturais neste sistema. Por exemplo, as raízes da função **f(x) = ax^2 + bx + c** são determinadas pela equação $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, e por mais que se altere qualquer dos elementos, enquanto o ***c*** for zero, uma das raízes também será sempre zero. Projetada para a análise de muitos assuntos de outras disciplinas, a capacidade de fazer este tipo de análise poderá contribuir para o desenvolvimento da competência dos alunos para reconhecer dentro de sistemas complexos, elementos cuja permanência gera resultados constantes, embora, estes mesmos sistemas adquiram em alguns casos, aparência diferenciada, em razão da alteração de certos componentes variáveis.

O estudante, então, ao se tornar conhecedor desta possibilidade, terá reduzidas as suas chances de confundir o que é real com o que é meramente aparente, mesmo que o sistema seja alterado muitas e significativas vezes.

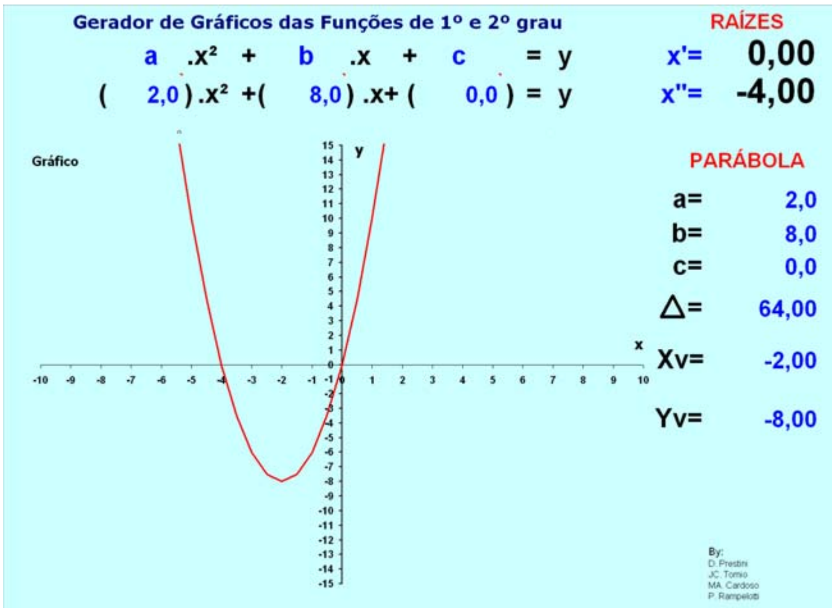


Figura 17 – Gráfico mostrando que uma das raízes da parábola é igual a zero.

3.4.5 – Análise dos dados

Quando se idealiza e aplica um projeto de pesquisa, torna-se necessário analisá-lo, buscando resultados que auxiliem no entendimento das questões e das dúvidas levantadas e propiciem respostas aos problemas, ou suscitem novos questionamentos para a continuidade do estudo.

Como o objetivo da pesquisa é identificar as mudanças que poderão ocorrer no processo de ensino-aprendizagem de gráficos de função do 2º grau, com o auxílio do computador, procurar-se-á analisar a pesquisa buscando informações que ajudem a identificar essas mudanças que irão ocorrer.

3.4.5.1 – Análise da fita

Neste ponto, faz-se a transcrição da fita que foi gravada durante a atividade da turma, no Laboratório de Informática. A dupla escolhida era formada por J. S. e J. P. C. P. A atividade teve a duração de aproximadamente 40 minutos, sendo que os primeiros 20 foram utilizados para a explicação do professor a respeito da utilização do programa, e para os testes iniciais feitos pelas duplas, utilizando os exercícios de sala de aula. Os 20 minutos finais serviram para a realização do roteiro de atividades em que os alunos iriam discutir, fazer testes e responder as questões. A transcrição a seguir é relativa ao 2º período. Entre parênteses são explicados detalhes do momento do diálogo.

1) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola?

- *Pega a folha que o professor entregou.*
- *Tá aqui.*
- *Qual é a primeira?*

- *Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola?*
- *Testa aí os valores 1, 2, 3.*
- *Veja o gráfico. É pra cima.*
- *Coloca 0, -5, 6.*
- *Deu uma reta.*
- *Coloca –1* (foi colocado –1 somente no campo da constante **a**)
- *É para baixo.*
- *Para a função gerar um gráfico, uma parábola, tem que o ax^2 ser diferente de zero.*
- *Então tá.* (Neste momento foi colocado 0 (zero) no valor da constante **a**, para confirmar a hipótese)

Verifica-se que partiram de uma função qualquer (1, 2, 3) e observaram que o gráfico formado era uma parábola, com a concavidade voltada para cima. Em seguida, testaram (0, -5, 6) para verificar o que aconteceria com esses valores e constataram que resultou no gráfico de uma reta. Neste momento, surgiu a hipótese de que, para obter uma reta o termo ***a*** teria que ser igual a zero. Para confirmar a hipótese, atribuíram (-1, -5, 6) à função. Com isso, entenderam que para gerar uma parábola como gráfico, a constante ***a*** teria que ser diferente de zero, pois sendo igual a zero, ela representaria uma reta.

Os alunos levaram aproximadamente 2 minutos para responder esta questão, incluindo a realização de três testes. Se o tivessem feito no caderno, consumiriam aproximadamente 4 minutos, só para construir os três gráficos. O critério de análise tomou em consideração o tempo utilizado para a construção do gráfico feita pelo professor pesquisador, que tem um domínio maior do que os alunos.

Na resposta final desta pergunta, eles comentaram que o termo ax^2 deveria ser diferente de zero, mas a resposta correta seria que apenas o coeficiente ***a*** deveria ser diferente de zero. Após a conclusão da atividade feita no Laboratório de Informática, o professor fez a correção das questões e em sala de aula, fez a discussão dos resultados, mostrando as respostas que eram esperadas. Neste momento, é importante enfatizar aos alunos que os termos da função, embora próximos graficamente, não devem ser confundidos ou generalizados no momento em que se efetuam as análises da função.

Este esclarecimento, apesar de parecer óbvio, muitas vezes é esquecido pelo professor quando explica o assunto. Isto pode gerar, se não for solucionado já no início, uma dificuldade no entendimento da totalidade do tema, cuja eliminação exigiria um gasto de tempo e esforço que poderia ser evitado, se tivesse recebido a devida atenção.

2) Qual a condição necessária para que a função f(x) = $ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com a concavidade para cima ou para baixo?

- *Coloca o 3.* (Foram colocados os valores 3, -5, 6)
- *É para cima a parábola.* (Foram colocados os valores 0, 0, 6, e posteriormente os valores 0, 0, 0)
- *Olha como fica o gráfico com os valores –1, -1, 6.*
- *Podemos dizer então que quando o ax^2 é negativo a parábola é para baixo.*
- *Se o ax^2 é positivo o que acontece.* (Foi colocado no lugar do coeficiente **a** o valor 1)
- *Se for positivo a curva é para cima.*
- *Deixa eu ver outros valores.* (Foram feitos neste momento oito testes com os seguintes valores: 1, 0, 0; 1, -5, 0; 1, -5, 6; 3, 0, 0; 1, -6, 9; 1, -6, 0; 1, -6, 9; 4, -2, 1.)

- *Quando o termo ax^2 é negativo a curva é para baixo e quando o termo ax^2 é positivo a curva é para cima.*

Os alunos testaram inicialmente (3, -5, 6) e verificaram que o gráfico formado era uma parábola com a concavidade voltada para cima. Testaram os valores (-1, -1, 6) e visualizaram o gráfico com a concavidade voltada para baixo. Levantaram, então, a hipótese de que quando o ax^2 é negativo, a parábola tem a concavidade voltada para baixo. Para comprovarem essa hipótese, testaram (1, -1, 6), alternando somente o sinal da constante ***a***, para garantir que não estariam alterando muito o teste que estavam fazendo. Com isso, chegaram à conclusão que se ***a*** fosse positivo, a parábola teria a concavidade voltada para cima. Como o programa lhes dava agilidade na construção dos gráficos, eles, para confirmarem a resposta que iriam colocar no questionário, fizeram um conjunto de oito testes com os valores (1, 0, 0), (1, -5, 0), (1, -5, 6), (3, 0, 0), (1, -6, 9), (1, -6,0), (1, -6, 9) e (4, -2, 1). Como se vê, o ***a*** foi mantido sempre positivo, pois queriam confirmar que, para qualquer conjunto de soluções em que isto acontecesse, o gráfico seria uma parábola com a concavidade voltada para cima. Esses testes foram possíveis graças a velocidade de resposta do programa. Se fossem feitos no caderno, todavia, levariam aproximadamente 10 minutos, em vez dos 3 que utilizaram.

3) Qual a relação que podemos verificar entre os valores de Δ ($\Delta > 0, \Delta = 0$ *ou* $\Delta < 0$) com o gráfico da função f(x) = ax² + bx + c?

- *Vamos resolver essa do delta.*
- *Quando delta é maior que zero, ei, como vamos fazer.*
- *Não sei.*

- *Esta aqui o delta é menor que zero.* (Foi testado os valores 4, -2, 1) *Tem que ser diferente, vê outro delta*
- *Deu positivo o delta agora* (Foi testado os valores -1, -2, 1) *deu maior, a parábola deu para baixo.*
- *E agora delta igual a zero?*
- *Um, menos seis e nove.*
- *Deu para cima.*
- *Tá então.*
- *Qual a diferença.*
- *Quando o gráfico é para cima ele é positivo.*
- *Espera aí, deixa eu colocar a=-1.* (Foi colocado no lugar do coeficiente **a** o valor -1)
- *É para baixo.*
- *Quando é negativo?*
- *É.*
- *Não é positivo olha.* (Foi testado os valores -1, -6, 9, cujo valor do $\Delta = 72$)
- *Oh! Que estranho!!!* (Foi colocado os valores 8, -6, 9)
- *Acho que é, sabia.* (Testaram os valores 2, -6, 9)
- *Meu delta é negativo.*
- *Tá então cada vez que o termo a é negativo delta é positivo.*
- *Quando o termo a é positivo o delta é negativo.*
- *Viu deu negativo* (Testaram os valores 7, -6, 9)
- *Toda vida dá isso??*
- *Acho que sim.*
- *Porque se eu colocar qualquer número aqui, olha.* (Foram colocados os valores 134, -6, 9)

- *Mais aqui no nosso exemplo o a é positivo* (Colocaram os valores 2, -4, 0)
- *Olha o delta é positivo e o a é positivo também.*
- *É mais na maioria das vezes dá ao contrário.*
- *Coloca c=1.* (Colocaram no lugar do coeficiente **c** o valor 1)
- *É nenhum deles é zero.*
- *Tá quando o valor de a, quando a gente só dá valor para o a e não dá valor para o b e para o c, o delta é igual a zero. Quando a gente dá valor para o a e para o b e não dá valor para o c, o delta é maior que zero. Quando a gente dá valores para o a e c e não dá valor para o b, o delta é menor que zero.*
- *Espera aí, deixa eu ver então, deixa eu colocar aqui.* (Testaram os valores 3, 5, 7; 3, 0, 0; 3, -8, 0; para confirmarem a hipótese)
- *É verdade.*

Pela conversa inicial, nota-se que eles estavam com muitas dúvidas sobre a questão. O primeiro teste foi (4, -2, 1) e constatou que o delta era negativo, e a parábola tinha a concavidade voltada para cima. Testaram em seguida os valores (-1, -2, 10) e verificaram que o delta deu positivo, e a parábola tinha a concavidade voltada para baixo. Neste momento, eles estavam procurando alguma regularidade na relação entre os valores que escolheram e o gráfico, para poderem ter um ponto de partida.

Agora eles queriam uma função em que o delta fosse igual a zero. Testaram (1, -6, 9) e verificaram que o delta era igual a zero e o gráfico da parábola ficava acima do eixo x. Com isso, construíram a hipótese que, quando o gráfico é para cima, o delta é positivo. Para confirmá-la, testaram (-1, -6, 9) e a parábola resultante tinha a concavidade para baixo, com o delta positivo. Assim, verificaram que a sua hipótese estava errada. Em seguida testaram (8,

-6, 9) e o resultado foi a parábola com a concavidade para cima e o delta negativo, comprovando novamente que a hipótese estava errada.

Isso mostra que a construção de hipóteses para encontrar os resultados possíveis da solução de uma função constitui um fator de difícil visualização para alguns alunos.

Nesse aspecto o computador, em função da velocidade para resolver a equação, pode prestar uma razoável contribuição, pois permite que se acompanhe uma seqüência de testes com dados similares, visualizando um a um, sem perder de vista o resultado anterior.

Acredita-se nisso, porque um dos motivos da dificuldade é a demora apresentada pela solução manual das funções, o que mantém a atenção do aluno mais no raciocínio necessário para operacionalizar o exercício, do que para a análise dos resultados. Da mesma forma, o tempo exigido nestas operações, afasta a possibilidade de comparação entre os dados utilizados nas funções e os seus respectivos resultados. Assim, torna-se difícil manter na memória os valores cuja comparação, permitiria concluir mais facilmente sobre a natureza dos resultados.

Aqui pode-se, pois, verificar a facilidade que o programa proporciona para a construção de hipóteses e, ao mesmo tempo, como ele ajuda a derrubá-las. Isso só é possível graças a interação que existe entre o sujeito e o objeto do seu estudo, intermediado pelo programa. Não se pode, ainda, esquecer da discussão que houve entre os sujeitos, que foi muito importante para o desenvolvimento da pesquisa. O aspecto interativo é um requisito necessário para que haja real aprendizagem dos conteúdos e das suas implicações para os sujeitos envolvidos no processo. Isto é perceptível, não somente no ambiente escolar, mas em qualquer situação da existência humana em que a educação estiver presente. O indivíduo não aprende passivamente, dialoga com outra pessoa, com o seu objeto de pesquisa, com os seus instrumentos de trabalho, com outros pesquisadores através das fontes bibliográficas e consigo mesmo, em suas reflexões.

Portanto, mesmo que não tenham conseguido chegar nos resultados esperados, ou não tenham conseguido perceber as regularidades do processo em que trabalharam, os alunos já estavam aprendendo ao discutir seus erros e proporem-se mutuamente, novas hipóteses de ação.

Prosseguindo com a atividade, testaram (2, -6, 9) e o delta deu negativo, e a parábola voltada para cima. Com isso construíram outra hipótese, que se a constante ***a*** fosse negativa, o delta seria positivo, e se o ***a*** fosse positivo o delta seria negativo. Para confirmar testaram (7, -6, 9) e o delta se confirmou negativo. Como um dos alunos questionou se sempre isso iria acontecer, fizeram um teste bem amplo, mostrando que o programa daria essa condição de investigação para valores grandes, (134, -6, 9) e confirmaram novamente que o delta era negativo. Nesse momento, pode-se verificar como é importante fazer um planejamento de aula. Em sala, eles fizeram alguns exercícios no caderno para poder conhecer o processo de construção de gráficos de função do 2º grau. Antes disso, porém, houve o cuidado de prever situações em que os gráficos resultantes das proposições apresentassem diferentes conformações, apresentando concavidade para cima, e delta tanto negativo como positivo.

Um dos alunos, verificando os gráficos feitos em sala de aula, encontrou um (2, -4, 0), em que o ***a*** era positivo e o delta também era positivo. Com isso a sua hipótese mostrou-se errada. Depois de algumas discussões, os dois chegaram a outra possibilidade de que quando se dava valor somente para ***a*** e para ***b***, o delta era positivo. Quando se fazia o mesmo para o ***a*** e para o ***c***, o delta era negativo. Já, quando se atribuía valor somente para ***a***, o delta era igual a zero. Para confirmar, testaram (3, 0, 7), (3, 0, 0) e (3, -8, 0) e obtiveram sucesso.

Entretanto, ao se analisar o objetivo da questão “Relacionar os valores do delta com o gráfico. Se o delta for positivo o gráfico intercepta o eixo x em dois pontos, se o delta for igual a zero o gráfico encosta no eixo x em um ponto e se o delta for negativo o gráfico não intercepta o eixo x.”, verifica-se que os alunos fizeram uma análise incorreta. Talvez por dificuldade de interpretação, ou, porque a pergunta não ficou clara.

Apesar disso, é inegável que os alunos fizeram grandes descobertas, principalmente quando criavam hipóteses e em seguida as destruíam, fazendo testes no programa. A dinâmica durante o processo e a facilidade que eles encontravam em ampliar as investigações, foram os pontos que mais os ajudaram a chegar a tais conclusões, apesar de muitas delas não estarem totalmente corretas. O mais importante é, no entanto, o que acontece durante o processo de investigação. Eis aí um ponto que vem marcando o ensino da matemática por muito tempo. O enfoque apenas no resultado, em detrimento dos benefícios obtidos durante o processo de investigação. Isso vem conferindo a disciplina uma reputação de objetividade e precisão absolutas, cuja realidade é questionável. Além do mais, ao se negar o caráter educativo da tentativa, do erro, da nova busca, da discussão, da dúvida, está-se negando a própria natureza humana de ser instável, mutante e imperfeito.

4) Qual a relação que podemos verificar entre as raízes (x´ e x”) da equação com o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$?

- *Qual é a próxima?*
- *Quando delta é maior que zero o x´ e x” tem valores diferentes.* (Foi testado os valores 3, 4, 9). *Quando o delta é negativo eles não tem valor. Quando o delta é igual a zero eles tem o mesmo valor.* (Foram testados os valores 2, 7, 0 e 2, 7, 6)
- *Quando o delta é igual a zero as raízes são iguais?*
- *Sim, são iguais.*

Na discussão da questão nº 3, os estudantes analisaram bastante os valores do Δ, isso fez com que chegassem às conclusões da questão 4 mais rapidamente. Testaram alguns valores só para confirmar as suas hipóteses.

Aqui fica claro que o contato dos alunos com o seu objeto de estudo facilita a construção do conhecimento. Eles não ficaram preocupados somente em resolver uma das questões, independentemente das outras. Quando resolveram a 3ª questão, aprenderam algo além do que ela tinha como objetivo. Pode-se ver isto na questão posterior, em que os testes feitos anteriormente já serviram para resolver a questão 4.

3.4.6 – Considerações sobre a pesquisa

Não foi possível aos alunos resolver mais questões, pois o tempo tinha acabado. No outro dia eles voltaram ao Laboratório de Informática para continuar o questionário. Não foi feito o acompanhamento das atividades nesta outra oportunidade.

Embora não se tenha conseguido fazer o acompanhamento final da resolução do roteiro de atividades, até onde se pôde observar houve uma diferenciação nos resultados de aprendizagem da função do 2º grau e do seu gráfico resultante. Além disso, o que ficou também evidente foi a alteração no processo pelo qual isso aconteceu, o qual adquiriu um caráter de maior naturalidade e fluidez.

Estes aspectos, todavia, não alteram o fato de que é necessário reavaliar a delimitação de pontos referentes à metodologia da pesquisa, como o tempo disponível e a quantificação do questionário, para que se possa mensurar com maior exatidão os resultados obtidos, principalmente do ponto de vista qualitativo.

Não obstante, o próximo capítulo procederá a uma reflexão analítica dos resultados obtidos dentro desta condição de limitação e fará uma explanação sobre as condições educacionais que o geraram, bem como, das suas implicações para a avaliação e dimensionamento das alterações que se julga adequadas ao processo ensino-aprendizagem do tema em questão.

CAPÍTULO 4

Considerações Finais

Conforme proposto neste trabalho, o objetivo que se procurou alcançar, baseado nos conceitos apresentados no segundo capítulo de fundamentação teórica, foi o de identificar as mudanças que poderiam ocorrer no processo de ensino-aprendizagem de construção de gráficos de função de 2º grau, com o auxílio da planilha de cálculo (Excel), e quanto essa tecnologia ajudará no desenvolvimento cognitivo do aluno.

Este capítulo, por sua vez, tem como finalidade apresentar as principais conclusões obtidas durante a aplicação pesquisa, na qual foi utilizada uma metodologia de trabalho para a aprendizagem da construção de gráficos de função de 2º grau, numa turma de 1ª série do ensino médio do Colégio Tupy.

Procurou-se, com base nos dados obtidos durante a aplicação da pesquisa e à sombra dos conceitos teóricos, formular algumas considerações sobre o trabalho desenvolvido e sobre os resultados obtidos.

4.1 – Ação e efeitos no professor

Na presente proposta educativa, o professor desencadeia um processo de mediação do paradigma educacional “tradicional”, segundo o qual a função docente é de protagonizar e dirigir as atividades destinadas a promover a aprendizagem, seguindo em direção a uma postura em que sua atuação passa a ser a de mediador entre o estudante e os conhecimentos que se deseja que ele incorpore. Em outras palavras, o professor de matemática não mais apresenta dados, desenvolve raciocínios, elabora soluções e tira conclusões unilateralmente, como se observa com freqüência nas relações de sala de aula, mas disponibiliza ferramentas que permitem aos próprios alunos realizarem todas estas etapas do processo educacional.

O professor-mediador tem a tarefa de selecionar e alterar os métodos para atender às necessidades dos alunos. Ele precisa transformar o conteúdo do conhecimento, que é designado como objeto do saber, através de adaptações pedagógicas, em objeto de ensino, segundo a definição de transposição didática citado por CHEVALLARD (1991).

Este procedimento ressalta o papel do professor, de criador de conexões apropriadas para a aprendizagem. Seu empenho e dedicação na estruturação de dinâmicas e metodologias diversificadas possibilitará ao aluno o acesso a vários modos de exploração de um determinado conceito. Isto estimulará a interação professor-conteúdo-aluno, que é indispensável na formação do indivíduo em diferentes aspectos, relacionados ao uso do raciocínio lógico e da capacidade de estabelecer conexões entre uma informação e outra.

Buscando estas metas, o professor estará se afastando da pedagogia meramente informativa que vem marcando o ensino da matemática em nossas escolas, e se aproximando de uma educação de caráter interativo, na qual o estudante, o professor e o método de estudo tornam-se um sistema único, no qual a aprendizagem pode ser atingida de várias formas.

Isto contribui, pelo que foi possível perceber, para uma maior compreensão de conceitos abstratos, na medida em que o aluno pode se tornar o construtor do seu próprio conhecimento aproveitando as suas concepções empíricas da matéria para, a partir de uma versão pessoal, chegar à compreensão do conceito genérico do assunto. Ao trilhar este caminho, a pessoa consegue estabelecer vínculos entre os pressupostos teóricos, no caso das funções de 2º grau, e a sua manifestação visual, o que permite reconhecer a sua sistemática aplicativa.

A aprendizagem, desta forma, acontece como sugerido na zona de desenvolvimento proximal, proposta por VYGOTSKY (1998), ou seja, no início o professor lança as bases teóricas do assunto e a seguir, utilizando o computador como instrumento de trabalho interativo, o aluno, ao aplicar os princípios operacionais adequados, vai progressivamente aprendendo a construir os gráficos resultantes, compreendendo neste ato, a sua lógica processual.

Tal procedimento abre também para o professor, ótimas oportunidades de aprendizado, pois as questões que surgem são quase infindáveis. Questões de ordem – qual exercício propor primeiro? Questões de análise – como perguntar para gerar o raciocínio? Questões de tempo – quanto tempo será necessário para chegar a uma conclusão? Questões de verificação – e se a conclusão gera uma falsa análise? Todas estas possibilidades se tornam viáveis pela tentativa de se tornar mediador e não apresentador de conteúdos.

Percebe-se, portanto, que um processo que favorece a aprendizagem consistente, tem também o benefício de ser amplo e contínuo.

4.2 – Efeito transformador no aluno

Através da metodologia utilizada na pesquisa foi possível fazer com que o aluno interagisse com o seu objeto de estudo. Através do programa no computador conseguiu-se desenvolver nos alunos o espírito de cooperação, manifestado através de discussões e troca de idéias, buscando sempre a construção do conhecimento, através das investigações possíveis pelo software. A facilidade na operação do programa e a liberdade na execução dos testes no computador facilitaram o processo de aprendizagem e fizeram com que os alunos perdessem o medo de errar.

Isto, por si só, já é um importante diferencial pedagógico, quando comparado com o tipo de educação que ainda tem sido praticada em nossas escolas, a qual tem na exacerbada valorização do certo, em oposição à desconsideração do erro, uma das suas principais premissas de funcionamento. Não obstante, é justamente este perfeccionismo um dos fatores que contribui para dificultar a eficácia do processo ensino-aprendizagem, pois, errar é uma característica humana que quando bem aproveitada, pode se tornar grande estímulo educativo, ao fazer com que a pessoa reflita sobre o que não está correto nas suas ações, ache as causas e realize esforços para eliminá-las, ou, corrigí-las.

4.3 – A significação do computador

O computador teve um papel importante no desenvolvimento da pesquisa, pois permitiu uma interação maior entre o aluno e a construção do gráfico de função de 2º grau. Conforme ROCHA & CAMPOS (1993), é no poder interativo do computador que reside a sua maior potencialidade de contribuição para a educação. Não podemos ainda, esquecer do tempo que foi ganho na construção dos gráficos com o seu uso. Enquanto para a construção de um gráfico de função de 2º grau realizada com papel, régua, lápis, borracha e caderno, o tempo utilizado foi de aproximadamente 1 minuto, utilizando o programa no computador, este tempo baixou para 5 segundos. Isto significa dizer que houve uma economia do tempo gasto, utilizando o computador, de aproximadamente 90% em relação ao processo manual. Com essa facilidade na construção dos gráficos, houve um interesse maior dos alunos na hora de fazer as investigações diante das questões que foram formuladas. Na busca das soluções, as discussões foram importantes para a construção do conhecimento que se pretendia.

O uso do computador possibilitou ao aluno uma visualização de como deveria ser a representação gráfica de uma função de 2º grau e ainda verificar, através dos gráficos apresentados, quais os pontos notáveis dessas funções, como as raízes, o vértice e a intersecção no eixo y. De uma forma prática o software utilizado na aplicação da pesquisa pode fornecer várias informações e foi possível que cada aluno tivesse através de um novo esquema de representação como verificar o comportamento de uma função de 2º grau.

Há também os benefícios do reduzido consume de tempo, pois, ao se utilizar menos de 10% do tempo gasto com quadro, giz, lápis e borracha para fazer a mesma operação, pode-se investigar novos horizontes. Com isso, não se desperdiça tempo e se pesquisa mais, com mais profundidade. Assim, o computador não é visto somente como um facilitador, um redutor de tempo, mas como uma abertura para novas investigações e mais aprofundamentos.

4.4 – Considerações de processo

No processo de aprendizagem, as técnicas utilizadas precisam ser escolhidas de acordo com o que se pretende que os alunos aprendam. O uso de tecnologia somente será importante se facilitar o alcance dos objetivos previstos, se desenvolver uma mediação pedagógica facilitadora, para permitir que se passe do campo da simples diversificação de procedimentos, o que pode tomar uma conotação de mera variação operacional, cuja aplicação poderia ser considerada pelos alunos apenas como forma de distração diferenciada. Não que isso seja totalmente negativo, pois a atratividade dos métodos educacionais tem efeito significativo nos resultados de aprendizagem, como demonstram SALVADOR (2000) e TAPIA e FITA (1999).

Estes pesquisadores estudaram os efeitos motivacionais sobre os alunos de diferentes séries, da aplicação de métodos educativos baseados em metodologias compostas de estruturas diversificadas, como o uso do computador, de música, do quadro de giz, de aulas ao ar livre, etc. Esses efeitos foram bastante distintos em cada nível de desenvolvimento dos jovens, e em relação a cada método. O fato comum em todo o processo, no entanto, é que os métodos mais motivadores obtinham os melhores resultados em termos de aprendizagem. Dentro desta categoria, estavam aqueles que tinham como característica o maior grau de autonomia que proporcionavam aos alunos, na realização das atividades propostas pelo professor. Percebe-se, pois, em função disso, que a informática, pelas suas próprias características de interatividade, dinamismo e autonomia, pode ser considerada um meio efetivo de construção do conhecimento pelos estudantes.

No caso do presente trabalho, a utilização de um software para a construção de gráficos de função de 2º grau contribuiu em muito para atingir os objetivos propostos. A partir dele, foi verificado durante a pesquisa que ocorreram mudanças importantes no processo ensino-aprendizagem de construção de gráficos de função de 2º grau. A agilidade na construção dos gráficos ajudou a otimizar o tempo e com isso fez com que os alunos se interessassem mais pelas questões propostas para a discussão. A interação dos alunos frente ao computador fez com que utilizassem os conhecimentos matemáticos que já dominavam anteriormente para a resolução dos problemas. Com isso, conseguiram relacionar a equivalência de cada uma das componentes da função com a sua projeção gráfica no plano, facilitada pelo programa.

O planejamento do processo que foi utilizado em sala de aula foi importante para se atingir as metas propostas. O assunto visto em sala de aula, antes dos alunos serem levados para o Laboratório de Informática, os exercícios direcionados também em sala de aula, para construção de gráficos feitos a mão no caderno, as verificações feitas no computador destes exercícios, foram importantes para facilitar a construção dos conhecimentos propostos aos alunos no fim da pesquisa.

Dentre as dificuldades que foram encontradas durante o processo, o tempo utilizado no Laboratório de Informática, foi o que mais atrapalhou. O período previsto de 1 aula de 50 minutos, não foi suficiente para que os alunos respondessem a todas as questões propostas. A possível alternativa seria a utilização de aulas faixas (100 minutos) para a discussão no laboratório. Isto pode ser verificado efetivamente em futuros experimentos.

A situação pedagógica vivenciada nesta pesquisa mostrou que os alunos trabalhando em cooperação, interagindo com o objeto de seu estudo, dentro de uma metodologia bem planejada, realizaram avanços educacionais que não ocorreriam espontaneamente.

A própria versatilidade do computador, que hoje permite a visualização dinâmica de fatos que autrora não passavam de anotações no quadro negro, ou das figuras em livros, faz dele um instrumento de grande utilidade no campo educacional.

Este aspecto, no caso da matemática, tem grande relevância, pois permite visualizar e compreender a aplicabilidade dos preceitos matemáticos de maneira mais objetiva e esclarecedora. Uma função de 2º grau e o seu gráfico, por exemplo, tornam-se mais compreensíveis quando se pode observar a ligação entre os pontos definidos e a sua fixação no plano acontecendo ativamente no computador, do que quando se apresenta o assunto no quadro, de forma um tanto fragmentada.

Ao se aplicar a pesquisa, a influência das características do computador na aprendizagem ficou perceptível nas demonstrações explícitas de compreensão manifestadas pelos alunos, tanto verbalizando seu entendimento do assunto, quanto na execução dos exercícios propostos.

4.5 – Sugestões para próximas pesquisas

Partindo das reflexões contidas neste trabalho, a pesquisa apresentada deixa como sugestões alguns aspectos que são merecedores de uma maior investigação:

- Aplicar a metodologia nos assuntos que envolvam gráficos como: equação exponencial, equação logarítmica, equações trigonométricas entre outras.
- Utilizar recursos tecnológicos que possam desenvolver nos educandos a estruturação de conceitos matemáticos dentro da geometria espacial.
- Aplicação de práticas metodológicas que explorem a importância da informática como ferramenta para dar suporte no processo interativo na construção do conhecimento.

Acredita-se que ao explorar os recursos tecnológicos existentes, pode-se chegar a uma melhoria na qualidade de ensino no processo educacional, baseando-se num trabalho interativo e fundamentado na idéia do aprender a pensar, no aprender a aprender, podendo assim, desenvolver no professor e no aluno a capacidade de interação com o outro e com o mundo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Ângela Christina Souza. **Informática Educativa: Razão e Proposta**. In: GOULART, I.B. (org.). A Educação na Perspectiva Construtivista: Reflexões de uma equipe interdisciplinar. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 1998.

ASTOLFI, J. P. e DEVELAY, M. **A Didática das Ciências**. Campinas: Papirus, 1990.

BECKER, H. S. **Métodos de Pesquisa em Ciências Sociais.** São Paulo: Ucitec, 1993.

BICUDO, Maria A. Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

BOLZAN, Regina de Fátima Fructuoso de Andrade. **O Conhecimento Tecnológico e o Paradigma Educacional**. Dissertação de Mestrado: Engenharia de Produção, UFSC. Santa Catarina, março 1998. http://www.eps.ufsc.br//disserta98/regina/index.htm.

BORBA, Marcelo C. **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. **Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques**. In: Didactique des Mathématiques, BRUN, J. (org.). Lausanne-Paris: Delachaus, 1996.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisas em Ciências Humanas e Sociais.** 3ª Ed. São Paulo: Cortez, 1998.

CONCEIÇÃO, Katiani da. **Um Protótipo para Resolução de Problemas de Máximos e Mínimos de Funções de Várias Variáveis**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas, apresentada a UFSC sob orientação da Profª. Dra. Mirian Buss Gonçalves, Florianópolis, 2001.

CYSNEIROS, Paulo G. **Novas tecnologias no cotidiano da escola**. [on line], Acessado: 25/05/2001, ProInfo - Programa Nacional de Informática na Educação. Disponível na World Wide Web: <http:www.proinfo.gov.br/fra_comunidade.asp?opcao=prf_txtie.htm>

DAVIS, P. e HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação, Reflexões Sobre Educação (e) Matemática**. Campinas: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

______________. **Etnomatemática - Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer.** 2ª edição. São Paulo: Editora Ática, 1993.

DEMO, Pedro. **Pesquisa Participante: mito e realidade**. Rio de Janeiro: Senac, 1984.

DE LA TAILLE, Yves. **A Interação Social e a construção das estruturas cognitivas**. Paraná: Associação Brasileira de Psicopedagogia, 1994. 240 min. (Fita de vídeo - VHS)

EZPELETA, Justa. **Notas sobre Pesquisa Participante e Construção Teórica**. In: EZPELETA, J. e ROCKWELL, E. Pesquisa Participante. São Paulo: Cortez, 1986, pp. 77-93.

EZPELETA, Justa e ROCKWELL, Elsie. **Pesquisa Participante**. São Paulo: Cortez, 1986.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** São Paulo: Atlas, 1984.

______________. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** 4ª. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

GRAVINA, Maria Alice. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. [on line], Acessado: 20/09/2001, In: CONGRESSO RIBIE, 1998, Brasília. Anais do IV Congresso Rede Iberoamericana de Informática Educativa. Brasília. Disponível na World Wide Web: <http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie98/117.html>

________________________. **Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria**. In: VII SBIE, 1996 – Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte (MG), pp. 1-13.

HEBENSTREINT, J. **Simulation e Pédagogie, une recontre du troisième type.** Gif Sur Yvette: École Superieure d`Eletricité, 1987.

LEONTIEV, A. N. **The problem of the activity in the history of soviet psychology**. Soviet Psychology nº 1. Jan./Fev. 1989, vol. 27, p. 22-39.

LÉVY, Pierre. **A Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática.** Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget para principiantes**. São Paulo: Summus, 1980.

LÜDKE, Menga. **Novos Enfoques em Pesquisa em Didática**. In: CANDAU, Vera (org.). A Didática em Questão. Petrópolis: Editora Vozes, 1984

LÜDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisas em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, M. A. **Ensino de Matemática Financeira por CBT – Uma abordagem metodológica**. Florianópolis, 1995.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e Educação: Alegorias, tecnologias e temas afins**. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do Trabalho Científico**. 2ª Ed. São Paulo: Atlas, 1986.

MARTIN, J. **Hiperdocumentos e como Criá-los**. Rio de Janeiro: Campus, 1992.

MARTINS, Joel e BICUDO, Maria A. V. **A Pesquisa Qualitativa em Psicologia: fundamentos e recursos básicos**. São Paulo: Educ/Moraes, 1989.

MIZUKAMI, M.G.N. **Ensino: As Abordagens do Processo.** São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MORAES, M. Cândida. **Informática Educativa no Brasil: Uma História Vivida, Algumas Lições Aprendidas**. [on line], Acessado: 17/02/2001 Disponível na World Wide Web: <http:www.edutecnet.com.Br/edmcand.htm>

__________. **Novas Tendências para o Uso das Tecnologias da Informação na Educação**. [on line], Acessado: 27/04/2001 Disponível na World Wide Web: <http://www.edutecnet.com.br/edmcand2.htm>

MORAN, José M., MASETTO, Marcos T., BEHRENS, Marilda A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

OLIVEIRA, Ramon de. **Informática Educativa**. Campinas: Papirus, 1997.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PALANGANA, Isilda Campaner. **Desenvolvimento & Aprendizagem em Piaget e Vygotsky: a relevância social**. São Paulo: Plexus Editora Ltda, 1994.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

____________. **Logo: Computadores e Educação.** São Paulo: Editora Brasiliense, 1985.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas: Problema Central do Desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

____________. **Fazer e compreender**. São Paulo: Edições Melhoramentos e Editora da Universidade de São Paulo, 1978.

____________. **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PIAGET, Jean. GRECO, Pierre. **Aprendizagem e Conhecimento**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social: métodos e técnicas**. 2ª Ed. São Paulo: Atlas, 1989.

ROCHA, Ana Regina; CAMPOS, Gilda H. Bernardino de. **Avaliação da Qualidade de Software Educacional**. Em Aberto, Brasília, n. 57, p. 33-44, jan./mar. 1993.

ROSA, Silvana Bernardes. **A Integração do Instrumento ao Campo da Engenharia Didática: o caso do perspectógrafo**. Tese de Doutorado em Engenharia da Produção, apresentada a UFSC sob orientação da Profª. Dra. Leila Amaral Gontijo, Florianópolis, 1998.

SALVADOR, César Coll (org). **Psicologia de Ensino.** Rio de Janeiro: Artes Médicas, 2000.

SEMINÁRIO NACIONAL DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO 1 e 2, Brasília e Salvador, 1981 e 1982. Anais. Brasília: Secretaria Especial de Informática (SEI). 1 volume, 1982.

SOUZA, H. G. **Informática na Educação e Ensino de Informática: algumas Questões.** Em Aberto, ano II, nº 17, jun., 1983, pp.1-8.

TAPIA, Jesus Alonso; FITA, Enrique Caturia. **A Motivação em Sala de Aula.** 2ª Ed. São Paulo: Loyola, 1999.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisação-ação.** São Paulo: Cortez, 1986.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais.** São Paulo: Atlas, 1987.

ULBRICHT, Vânia. Ribas. **Modelagem de um ambiente hipermídia de construção do conhecimento em geometria descritiva.** Florianópolis, 1997. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Coordenadoria de Pós-Graduação, UFSC.

VALENTE, J.A. **Liberando a Mente: Computadores na Educação Especial.** Campinas: Editora Unicamp, 1991.

________________. **Computadores e conhecimento: Repensado a Educação**. Primeira edição Campinas. NIED – Unicamp, 1993.

________________. **O computador na sociedade do conhecimento**. Coleção Informática para a Mudança na Educação. São Paulo: 1992.

________________. **O que é Informática na Educação?** [on line], Acessado: 10/01/2001, Disponível na World Wide Web: <http:www.mathematika.cjb.net>

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6a. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

__________________ . **The instrumental method in psychology**. In: WERTSCH, JAMES v. (org). The concept of activity in soviet psychology. Nova York: M. E. Sharpe. 1981, pp. 134-143.

WADSWORTH, Barry. **Inteligência e Afetividade da Criança**. 4ª Ed. São Paulo: Enio Matheus Guazzelli, 1996.

APÊNDICES

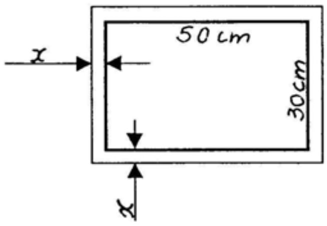
APÊNDICE 1

PLANEJAMENTO DE AULA

Conteúdo: Estudo da função do 2º grau

Exemplo-problema para a introdução do conteúdo.

A tela de um quadro tem forma retangular e mede 50 cm por 30 cm. Nessa tela foi colocado uma moldura, também retangular, de largura x uniforme. Calcule a medida x sabendo que o quadro passou a ocupar uma área de 2400 cm².



4 Estudo da função polinomial do 2º grau

Neste capítulo, vamos estudar mais detalhadamente as características da função polinomial do 2º grau com uma variável, também chamada de *função quadrática*.

Definição

A função f: R → R dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais e $a \neq 0$, denomina-se função polinomial do 2º grau ou função quadrática. Os números representados por a, b e c são os coeficientes da função. Note que se $a = 0$ temos uma função do 1º grau ou uma função constante.

Assim, são funções polinomiais do 2º grau:

$f(x) = x^2 - 3x + 4$	coeficientes: $a = 1$, $b = -3$ e $c = 4$
$f(x) = 8x^2 - 1$	coeficientes: $a = 8$, $b = 0$ e $c = -1$
$f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x$	coeficientes: $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$ e $c = 0$
$f(x) = -5x^2$	coeficientes: $a = -5$, $b = 0$ e $c = 0$

Em geral, o domínio da função quadrática é R, ou um de seus subconjuntos. No entanto, quando essa função está ligada a uma situação real, é preciso verificar o que representa a variável independente x para determinar o seu domínio.

Exemplos

1 Considere a função f do 2º grau, onde $f(0) = 5$, $f(1) = 3$ e $f(-1) = 1$. Escreva a lei de formação dessa função e calcule $f(5)$.

Como a função f é do 2º grau, podemos escrever: $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Usando os dados:

$f(0) = 5$

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 5 \Rightarrow c = 5$

$f(1) = 3$

$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3 \Rightarrow a + b + 5 = 3 \Rightarrow a + b = -2 \quad (I)$

$f(-1) = 1$

$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 1 \Rightarrow a - b + 5 = 1 \Rightarrow a - b = -4 \quad (II)$

Resolvendo o sistema formado por (I) e (II):

$$\begin{array}{r} a + b = -2 \\ \underline{a - b = -4} \\ 2a = -6 \Rightarrow a = -3 \end{array}$$

Substituindo em (I): $-3 + b = -2 \Rightarrow b = 1$.

Como $a = -3$, $b = 1$ e $c = 5$, a lei de formação da função será $f(x) = -3x^2 + x + 5$ e $f(5) = -3 \cdot (5)^2 + 5 + 5 = -65$.

$f(x) = -3x^2 + x + 5$ e $f(5) = -65$

2 O dono de uma marcenaria, que fabrica um certo tipo de armário, sabe que o número de armários N que ele pode fabricar por mês depende do número x de funcionários trabalhando na marcenaria, e essa dependência é dada pela função $N(x) = x^2 + 2x$. Qual é o número de empregados necessários para fabricar 168 armários em um mês?

Note que, na função $N(x) = x^2 + 2x$, x representa o número de trabalhadores, sendo portanto um número natural (0, 1, 2, 3, ...). Então, essa função tem domínio $D = \mathbb{N}$.

Queremos saber qual o valor de x para que $N(x) = 168$.

$N(x) = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 + 2x = 168$

$x^2 + 2x - 168 = 0 \rightarrow$ resolvendo a equação do 2º grau

$\Delta = 4 + 672 = 676$

$$x = \frac{-2 \pm 26}{2} \begin{cases} x' = \dfrac{-28}{2} = -14 \rightarrow \text{não serve} \\ x'' = \dfrac{24}{2} = 12 \end{cases}$$

Para produzir 168 armários em um mês, são necessários 12 funcionários.

EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS

87 Dada a função $f(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule:

a) $f(0)$ d) $f(\sqrt{2})$

b) $f(-1)$ e) $f\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ f) $f(4)$

88 Seja a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 5$.

a) Determine, na forma decimal, o valor de $\dfrac{f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{f(0)}$.

b) Os valores de x tal que $f(x) = -4$.

89 Dada a função $f(x) = x^2 - 4x - 5$, determine os valores reais de x para que se tenha:

a) $f(x) = 7$ b) $f(x) = 0$ c) $f(x) = -5$

90 Considere a função $f(x) = x^2 - x + 3$. Calcule x de modo que $\dfrac{f(x)}{f(1)} = 5$.

91 Dada a função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, calcule:

a) m, para que $f(m - 1) = 0$

b) x, de modo que $f(x + 2) = 1$

92 Uma função f do 2º grau é tal que $f(0) = 6$, $f(1) = 2$ e $f(-2) = 20$. Determine o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

93 Seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + 3$, onde $f(2) = f(-2)$ e $f(1) = \frac{1}{2}$. Nessas condições, determine o valor de $f(-4)$.

94 Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sabendo que $f(1) = 4$, $f(2) = 0$ e $f(3) = -2$, calcule o produto $a \cdot b \cdot c$.

95 A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero $(1 + 2 + 3 + 4 + ... + n)$ pode ser calculada utilizando a função quadrática $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$.

a) Qual a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?

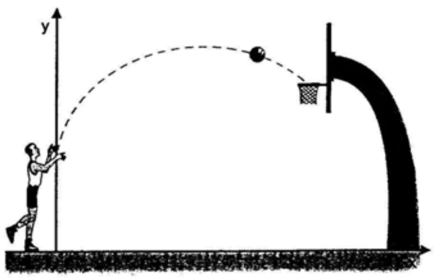
b) Qual o valor de n para que tal soma seja igual a 703?

96 Um corpo lançado do solo verticalmente para cima tem posição em função do tempo dada pela função $h(t) = 40t - 5t^2$, onde a altura h é dada em metros e o tempo t é dado em segundos. Determine:

a) a altura em que o corpo se encontra em relação ao solo no instante $t = 3$ s;

b) os instantes em que o corpo está a uma altura de 60 m do solo.

97 (UFRGS) Oscar arremessa uma bola de basquete cujo centro segue uma trajetória plana vertical de equação $y = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{8}{7}x + 2$, na qual os valores de x e y são dados em metros.



Oscar acerta o arremesso, e o centro da bola passa pelo centro da cesta, que está a 3 m de altura. Determine a distância do centro da cesta ao eixo y.

Gráfico de uma função quadrática

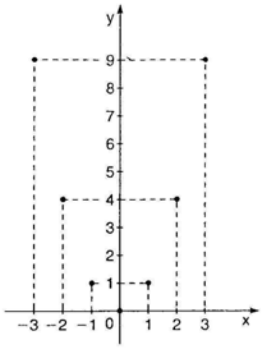
Para construir o gráfico de uma função quadrática, vamos atribuir alguns valores à variável x e determinar as respectivas imagens y, assinalando os pontos obtidos (x, y) num plano cartesiano.

Como o domínio de uma função do 2º grau é, em geral, o conjunto $\mathbb{R}$, não será possível representar o seu gráfico integralmente. Vamos então representar alguns de seus pontos, tentar descobrir a forma do gráfico e verificar se há alguma regularidade.

Exemplos

1 Construir o gráfico da função $y = x^2$.

x	y	(x, y)
−3	9	(−3, 9)
−2	4	(−2, 4)
−1	1	(−1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)
3	9	(3, 9)

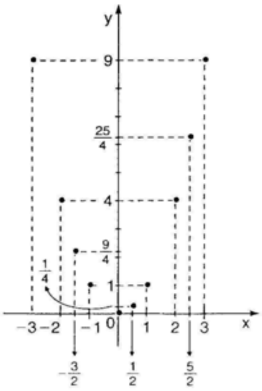


Podemos ainda atribuir outros valores a x para saber como se comportará o gráfico, por exemplo, entre 0 e 1 ou entre 1 e 2.

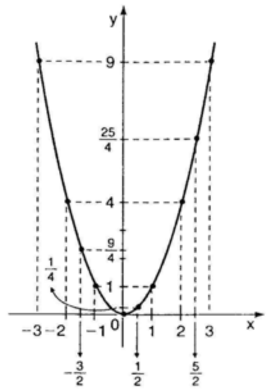
$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$ ponto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

$x = \frac{5}{2} = 2{,}5 \Rightarrow y = \frac{25}{4} = 6{,}25$ ponto $\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$x = -\frac{3}{2} = -1{,}5 \Rightarrow y = \frac{9}{4} = 2{,}25$ ponto $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$



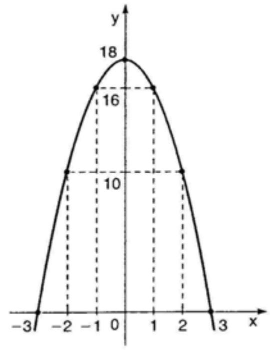
Unindo os pontos, obtemos o gráfico da função:



O gráfico obtido para a função $f(x) = x^2$ é uma curva plana chamada *parábola*.

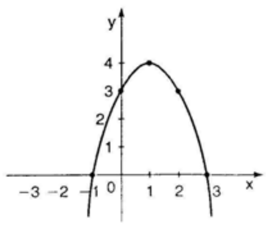
3 Construir o gráfico da função $y = -2x^2 + 18$.

x	y
−3	0
−2	10
−1	16
0	18
1	16
2	10
3	0



4 Construir o gráfico da função $y = -x^2 + 2x + 3$.

x	y
−2	−5
−1	0
0	3
1	4
2	3
3	0
4	−5



O gráfico de uma função polinomial do 2º grau ou quadrática é uma curva aberta chamada parábola.

Para evitar a determinação de um número muito grande de pontos e obter uma boa representação gráfica, vamos destacar três importantes características do gráfico da função quadrática:

➤ concavidade; ➤ posição em relação ao eixo *x*; ➤ localização do seu vértice.

Concavidade

Pelos exemplos dados, podemos observar que em algumas parábolas a abertura ou concavidade está voltada para cima, enquanto em outras está voltada para baixo.

Observe:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Em } f(x) = x^2\text{, temos } a = 1 > 0.\\ \text{Em } f(x) = 2x^2 - 4x + 3\text{, temos } a = 2 > 0.\end{array}\right\} \text{concavidade voltada para cima}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Em } f(x) = -4x^2 + 36\text{, temos } a = -4 < 0.\\ \text{Em } f(x) = -x^2 + 2x + 3\text{, temos } a = -1 < 0.\end{array}\right\} \text{concavidade voltada para baixo}$$

A concavidade de uma parábola que representa uma função quadrática $f(x) = a^2 + bx + c$ do 2º grau depende do sinal do coeficiente a:

a	CONCAVIDADE	ESBOÇO
$a > 0$	voltada para cima	
$a < 0$	voltada para baixo	

EXERCÍCIOS

98 Observando as seguintes funções quadráticas, diga se a parábola que representa o gráfico da função tem a concavidade voltada para cima ou para baixo. Justifique.

a) $y = x^2 - 5x + 6$
b) $y = -x^2 - x + 6$
c) $y = 3x^2$
d) $y = 2x^2 - 4x$
e) $y = 1 - 4x^2$
f) $y = -x^2 + x + 6$

99 Dada a função $y = \left(\frac{m - 1}{m + 2}\right)x^2 + x + 4$, calcule $m \in \mathbb{R}$, de modo que a parábola tenha a concavidade voltada para cima.

100 Determine o valor de m para que a parábola que representa graficamente a função $y = 3x^2 - x + m$ passe pelo ponto $(1, 6)$.

101 Seja a função $f(x) = mx^2 + 6x - \frac{5}{4}$, com $m \in \mathbb{R}$ e $m \neq 0$.

a) Que figura geométrica representa o gráfico dessa função?
b) Descreva o comportamento dessa figura em função dos valores de m.

102 Ache m na função

$f(x) = (m - 5)x^2 + 3x - 1$ de modo que:

a) f seja do 2º grau;
b) a parábola que representa o seu gráfico tenha a concavidade voltada para baixo.

Zeros de uma função quadrática

Já vimos que os *zeros* ou *raízes* de uma função f(x) são os valores do domínio para os quais $f(x) = 0$.

Assim, os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

Por exemplo, para determinar as raízes da função $f(x) = x^2 - 7x + 6$, fazemos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 - 7x + 6}_{\text{equação do 2º grau}} = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{2} \begin{cases} x' = 6 \\ x'' = 1 \end{cases}$$

Então, os números 1 e 6 são os zeros da função $f(x) = x^2 - 7x + 6$.

Você notou que, para determinar as raízes ou zeros da função quadrática, tivemos que resolver uma equação do 2º grau. Vale a pena relembrar algo a respeito das raízes dessa equação.

Equação do 2º grau com uma incógnita

Equação: $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Raízes: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

Se $\Delta > 0$, então as duas raízes são reais e diferentes: $x' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Se $\Delta = 0$, então as duas raízes são reais e iguais (raiz dupla): $x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$.

Se $\Delta < 0$, então não há raízes reais.

Soma das raízes: $S = x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$.

Produto das raízes: $P = x' \cdot x'' = \dfrac{c}{a}$.

Para determinar os zeros ou raízes de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos de analisar a equação $ax^2 + bx + c = 0$.

Se $\Delta > 0$, então a função possui dois zeros reais distintos.

Se $\Delta = 0$, então a função possui um zero real duplo.

Se $\Delta < 0$, então a função não possui zeros reais.

Exemplos

Determinar os zeros da função $y = x^2 - 2x + 6$.

Devemos resolver a equação $x^2 - 2x + 6 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 4 - 24 = -20 < 0$

A função $y = x^2 - 2x + 6$ não tem zeros reais.

Seja a função $f(x) = x^2 - 2x + 3k$. Sabendo que essa função possui dois zeros reais iguais, determine o valor real de *k*.

A condição para que a função tenha zeros reais iguais é que $\Delta = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3k) = 4 - 12k$

Então, $4 - 12k = 0 \Rightarrow -12k = -4 \Rightarrow 12k = 4 \Rightarrow k = \dfrac{4}{12} \Rightarrow k = \dfrac{1}{3}$.

Interpretação geométrica das raízes

Os zeros ou raízes de uma função são os valores de x tais que $f(x) = 0$. No plano cartesiano, são os pontos do gráfico da função que possuem ordenada nula.

Geometricamente, os zeros ou raízes de uma função polinomial do 2º grau são as abscissas dos pontos em que a parábola intercepta o eixo x.

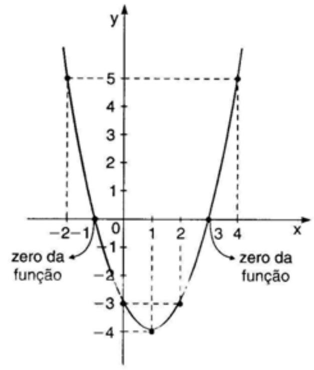
Observe os gráficos das funções a seguir.

➤ $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = 16 > 0 \Rightarrow$ a função possui dois zeros reais diferentes

$x = \dfrac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x' = 3 \\ x'' = -1 \end{cases} \rightarrow$ zeros da função



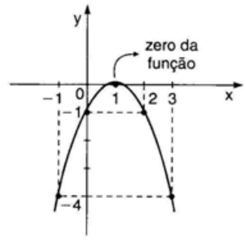
Como a função possui dois zeros reais diferentes, a parábola intercepta o eixo x em dois pontos distintos: $(-1, 0)$ e $(3, 0)$.

➤ $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

$f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow$ a função possui um zero real duplo

$x = \dfrac{-2}{-2} = 1 \rightarrow$ zero da função



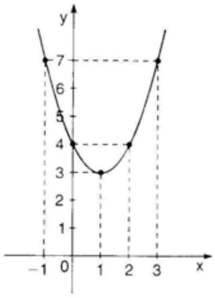
Como a função possui um zero real duplo, a parábola intercepta o eixo x em um único ponto: $(1, 0)$.

➤ $f(x) = x^2 - 2x + 4$

$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0$

$\Delta = -12 < 0 \rightarrow$ a função não possui zeros reais

Como a função não possui zeros reais, a parábola não "corta" o eixo x.



EXERCÍCIOS

103 Determine os zeros das seguintes funções:

a) $y = x^2 + 2x$
b) $f(x) = x^2 - 7x + 10$
c) $f(x) = 4 - x^2$
d) $y = 2x^2 - 3x + 4$
e) $f(x) = x^2 + 2x + 1$
f) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$

104 Faça um esboço do gráfico das funções a seguir, marcando, se existirem, os zeros da função:

a) $y = x^2 - 5x + 6$
b) $y = -x^2 + 4$
c) $y = x^2 - 4x + 4$
d) $y = x^2 + 2x + 5$
e) $y = -x^2 + x + 2$
f) $y = -x^2 + 3x$

105 Determine o parâmetro real k, de modo que a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ tenha:

a) dois zeros reais diferentes
b) um zero real duplo
c) nenhum zero real

106 Calcule k de modo que a função $y = kx^2 - 2x + 3$ admita 2 como zero.

107 Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + 10$, calcule a e b sabendo que suas raízes são -2 e 5. A seguir, faça um esboço do gráfico.

108 (Ence) Determine m para que a função $f(x) = (m + 1)x^2 - 2mx + m + 5$ possua raízes reais e desiguais.

109 Sendo a e b as raízes da função $y = 2x^2 - 5x + m - 3$ e sabendo que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{4}{3}$, calcule o valor de m.

110 Dada a função $f(x) = (k - 2)x^2 - 3kx + 1$, calcule k para que a soma das raízes seja igual ao seu produto.

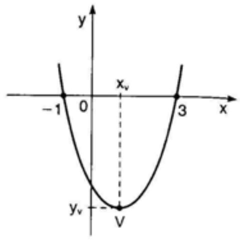
111 Determine os pontos onde a parábola representativa da função $y = x^2 + x - 20$ corta o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

112 Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2mx + 16$. Determine $m \in \mathbb{R}$ de modo que:

a) a função f não tenha raízes reais;
b) o gráfico da função f passe pelo ponto $(2, -4)$;
c) a parábola representativa da função seja tangente ao eixo x.

113 (UFES) Determine os possíveis valores reais que a e b podem assumir para que o gráfico da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^2 + bx + 1$ encontre o eixo OX em um único ponto $P = (3, 0)$.

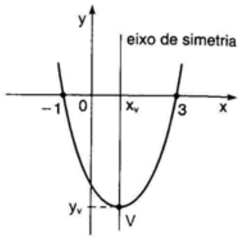
Vértice da parábola



Para a construção do gráfico da função quadrática e outras aplicações que veremos mais adiante, é importante determinar as coordenadas do vértice da parábola.

Vamos analisar, por exemplo, a função $y = x^2 - 2x - 3$.

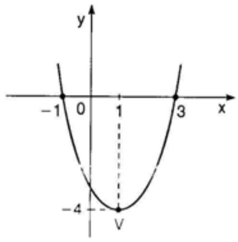
Nessa função, temos que o gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para cima ($a = 1 > 0$) e as raízes ou zeros são $x' = -1$ e $x'' = 3$.



Para determinar as coordenadas x_v e y_v do vértice *V*, vamos lembrar que toda parábola possui um eixo de simetria que passa por esse ponto. No caso em estudo, o eixo de simetria é paralelo ao eixo *y*.

Assim, os pontos $(-1, 0)$ e $(3, 0)$ são eqüidistantes do ponto $(x_v, 0)$, onde o eixo de simetria corta o eixo *x*, e x_v é a média aritmética dos números -1 e 3.

$$x_v = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



Se $x_v = 1$, podemos calcular y_v:

$$y_v = (1)^2 - 2(1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

Então, $V(1, -4)$.

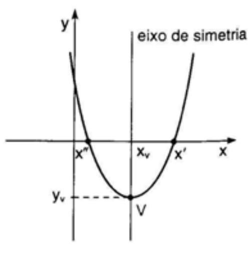
Existe uma outra maneira de determinar as coordenadas do vértice da parábola que representa a função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Basta aplicar as fórmulas: $x_v = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$

Demonstração

Seja a função $y = ax^2 + bx + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Supondo que essa função tenha duas raízes reais diferentes (x' e x''), teríamos como esboço do gráfico:



Como o vértice é um ponto do eixo de simetria e as raízes são eqüidistantes de x_v, temos:

$$x_v = \frac{\overbrace{x'' + x'}^{\text{soma das raízes}}}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} \Rightarrow \quad x_v = -\frac{b}{2a}$$

Para o cálculo de y_v, devemos substituir esse valor de x na função $y = ax^2 + bx + c$.

$$y = a \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c \Rightarrow y_v = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \Rightarrow \quad y = -\frac{\Delta}{4a}$$

Observações

Se a função possui uma raiz dupla, o seu gráfico corta o eixo x num único ponto que, evidentemente, será o vértice.

$$x = x_v = -\frac{b}{2a}$$

➤ Se a função não possui zeros reais, a parábola não corta o eixo x. No entanto, mesmo nesse caso, continuam valendo as fórmulas que determinam o vértice da parábola. A demonstração desse fato pode ser feita tomando-se dois pontos da parábola que sejam eqüidistantes do eixo de simetria.

Exemplos

1 Determinar as coordenadas do vértice V da parábola que representa a função $f(x) = -5x^2 + 3x - 1$.

Na função $f(x) = -5x^2 + 3x - 1$, $a = -5$, $b = 3$, $c = -1$ e $\Delta = 3^2 - 4(-5)(-1) = 9 - 20 = -11$.

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2(-5)} = \frac{3}{10}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(-11)}{4(-5)} = -\frac{11}{20}$$

Logo, o vértice é o ponto $V\left(\frac{3}{10}, -\frac{11}{20}\right)$.

2 **Determinar *a* e *b* de modo que o gráfico da função definida por $y = ax^2 + bx - 9$ tenha o vértice no ponto $(4, -25)$.**

Pelos dados do problema, $x_v = 4$.

Como $x_v = -\frac{b}{2a}$, temos: $-\frac{b}{2a} = 4 \Rightarrow -b = 8a \Rightarrow b = -8a$

Substituindo na função dada, obtemos:

$y = ax^2 + bx - 9 \Rightarrow -25 = a \cdot 4^2 + (-8a) \cdot 4 - 9$

Daí, $16a - 32a - 9 = -25 \Rightarrow -16a = -16 \Rightarrow a = 1$

Como $b = -8a \Rightarrow b = -8 \cdot 1 \Rightarrow b = -8$

$a = 1$ e $b = -8$

EXERCÍCIOS

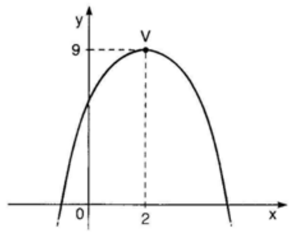
114 Determine o ponto $V(x_v, y_v)$, vértice da parábola que representa o gráfico das seguintes funções:

a) $y = x^2 - 6x + 5$
b) $y = 3x^2 - 4x$
c) $y = -x^2 + x - 3$
d) $y = x^2 - 4$
e) $y = -6x^2$
f) $y = 4x^2 - x + \frac{3}{5}$

115 Determine *a* e *b* para que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + 6$ tenha o vértice no ponto $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$.

116 Calcule *a*, *b* e *c* de modo que o vértice da parábola representativa da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ seja $(1, -16)$ e que -3 seja um zero da função.

117 Determine a função quadrática $y = ax^2 + bx + 5$ correspondente ao gráfico.



118 A parábola $y = ax^2 + bx + c$ passa pelos pontos $(1, 2)$, $(0, 3)$ e $(2, 4)$. Determine as coordenadas do seu vértice.

119 A parábola de equação $y = ax^2$ passa pelo vértice de outra parábola cuja equação é $y = 4x - x^2$. Ache o valor de *a*.

Construindo o gráfico

Agora que já conhecemos as principais características da parábola, podemos esboçar com mais facilidade o gráfico de uma função quadrática.

Exemplos

1 Construir o gráfico da função $y = x^2 + 2x$.

$a = 1 > 0 \rightarrow$ concavidade voltada para cima

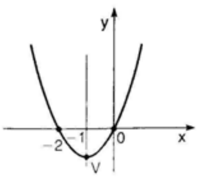
zeros da função: $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow x' = 0$ e $x'' = -2$

ponto onde a parábola corta o eixo *y*: $x = 0 \Rightarrow y = 0$ $(0, 0)$

vértice da parábola: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4} = -1$

$\Big\}$ V(−1, −1)



2 Construir o gráfico da função $y = -x^2 + 4x - 5$.

$a = -1 < 0 \rightarrow$ concavidade voltada para baixo

zeros da função: $-x^2 + 4x - 5 = 0$

$\Delta = 16 - 20 = -4 \rightarrow$ não possui zeros reais

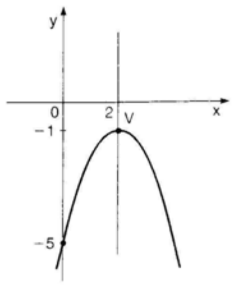
ponto onde a parábola corta o eixo *y*:

$x = 0 \Rightarrow y = -5 \rightarrow (0, -5)$

vértice da parábola: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4}{-4} = -1$

$\Big\}$ V(2, −1)



EXERCÍCIOS

120 Trace, no plano cartesiano, o gráfico das seguintes funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 4x + 3$

b) $y = -x^2 + 6x - 9$

c) $f(x) = x^2 - 4$

d) $y = -x^2$

e) $f(x) = x^2 - 4x$

f) $y = x^2 - 6x + 5$

121 Trace, num mesmo sistema de coordenadas cartesianas, os gráficos das funções: $y = x^2$; $y = 2x^2$ e $y = 3x^2$. Compare os resultados e diga o que deve acontecer com o gráfico da função $y = \frac{1}{2}x^2$ em relação aos anteriores.

122 Dada a função $f(x) = -x^2 + 4x - 2$:

a) Determine os zeros de *f*, se houver.

b) Calcule as coordenadas do vértice de seu gráfico.

c) Esboce seu gráficc.

123 Dadas as funções $f(x) = (x + 1)(x - 3)$ e $g(x) = \frac{x}{2} + 3$, determine:

a) os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas;

b) o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas;

c) o vértice da parábola;

d) o ponto de intersecção da reta com o eixo das ordenadas;

e) o ponto de intersecção da reta com a parábola situado no 2º quadrante.

A seguir, construa os gráficos das duas funções num sistema de coordenadas cartesianas e compare com as respostas dadas nos cinco itens.

124 Elabore, num sistema de coordenadas cartesianas, o gráfico da função $f(x) = 2x^2 - 3x - 5$.

125 (Unicamp-SP)

a) Encontre as constantes *a*, *b* e *c* de modo que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ passe pelos pontos (1, 10), (−2, −8) e (3, 12).

b) Faça o gráfico da função obtida no item *a*, destacando seus pontos principais.

126 O gráfico de uma função *f* é uma parábola que passa pelos pontos (1, 0), (3, 0) e (2, −1). O gráfico da função *g* é uma reta que passa por (1, 0) e (0, −1).

a) Resolva a equação $f(x) = g(x)$.

b) Construa os gráficos de *f* e *g* num sistema de coordenadas cartesianas e interprete graficamente o resultado obtido no item *a*.

Determinação do conjunto imagem da função quadrática

Já sabemos que a função quadrática $f(x) = ax^2 + b + c$ é definida para todo *x* real, ou seja, $D = \mathbb{R}$.

Podemos utilizar as coordenadas do vértice para obter o conjunto imagem dessa função.

Exemplos

1 Determinar o conjunto imagem da função $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

$\Delta = 1 > 0 \rightarrow$ dois zeros reais

$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$

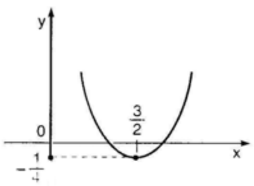
$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4}$

$a = 1 > 0 \rightarrow$ concavidade para cima

Podemos observar que $f(x) \geqslant -\frac{1}{4}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

$Im = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant -\frac{1}{4}\right\}$

Esboço:



2 Determinar o conjunto imagem da função $f(x) = -5x^2 + 2x - 1$.

$f(x) = -5x^2 + 2x - 1$

$\Delta = -16 < 0 \rightarrow$ não tem zeros reais

$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-10} = \frac{1}{5}$

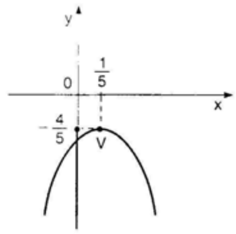
$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-16}{-20} = -\frac{4}{5}$

$a = -5 < 0 \rightarrow$ concavidade para baixo

Aqui $f(x) \leqslant -\frac{4}{5}$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

$Im = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \leqslant -\frac{4}{5}\right\}$

Esboço:



EXERCÍCIOS

127 Determine o conjunto imagem das seguintes funções quadráticas:

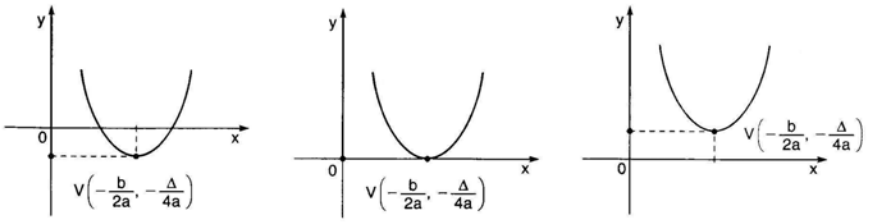
a) $f(x) = x^2 - 10x + 9$
b) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$
c) $f(x) = x^2 - 5x + 4$
d) $f(x) = -2x^2 + 1$
e) $f(x) = x^2 - 6x$
f) $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$
g) $f(x) = x^2 - x - 1$
h) $f(x) = -x^2 + 4$
i) $f(x) = -x^2 + 6x - 10$

128 Determine *m* na função $y = 2x^2 + 4x + 3m$, de modo que o conjunto imagem seja $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geqslant 5\}$.

Valor mínimo ou valor máximo da função quadrática

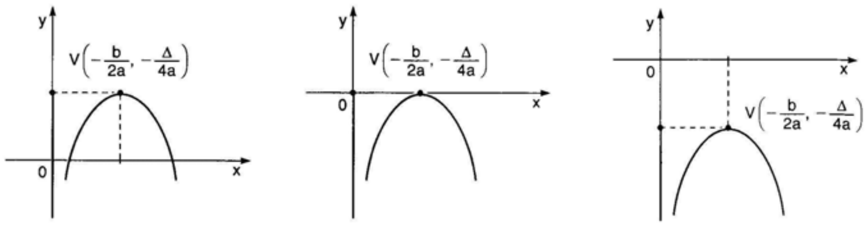
Pelos esboços dos gráficos das funções quadráticas você pode perceber que, dependendo da posição da parábola (concavidade para cima ou para baixo), a função pode ter um valor *mínimo* ou um valor *máximo*, e que esses valores correspondem à ordenada do vértice da parábola.

$a > 0$



Pelos esboços, você observa que a função $y = ax^2 + bx + c$ apresenta um *valor mínimo* $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, que é a ordenada do vértice *V*. Nesse caso, a abscissa do vértice *V* é chamada *ponto de mínimo* da função.

$a < 0$



Pelos esboços, você observa que a função $y = ax^2 + bx + c$ apresenta um *valor máximo* $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, que é a ordenada do vértice *V*. Nesse caso, a abscissa do vértice *V* é chamada *ponto de máximo* da função.

Então:

- se $a > 0$, $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função.
- se $a < 0$, $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função.

Exemplos

1 **A função $f(x) = x^2 - x - 6$ admite valor máximo ou valor mínimo? Qual é esse valor?**

$f(x) = x^2 - x - 6$

Como $a = 1 > 0$, a função admite valor mínimo, que vamos calcular:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{4 \cdot 1} = -\frac{25}{4}$$

O valor mínimo da função é $y = -\frac{25}{4}$.

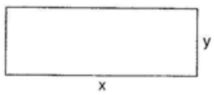
2 **Determinar o valor de k de modo que a função $f(x) = -x^2 - 2x + k$ tenha 2 como valor máximo.**

$$\left.\begin{aligned} y_v &= 2 \\ y_v &= -\frac{\Delta}{4a} \end{aligned}\right\} \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(-1)(k) = 4 + 4k \therefore -\frac{4 + 4k}{4(-1)} = 2 \Rightarrow 4 + 4k = 8 \Rightarrow k = 1$$

3 **Considerar todos os possíveis retângulos que possuem perímetro igual a 80 cm. Dentre esses retângulos, determinar aquele que terá área máxima. Qual será essa área?**

Seja o retângulo da figura, com seus lados medindo, em centímetros, x e y.



Perímetro: $2x + 2y = 80 \Rightarrow x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x$ (I)

Área: $\underbrace{A = x \cdot y}_{\text{função com duas variáveis independentes } x \text{ e } y}$ (II)

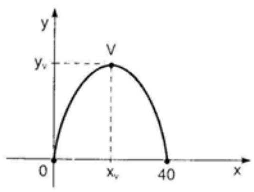
Substituindo (I) em (II), obtemos:

$A = x \cdot y = x(40 - x)$

$\underbrace{A = -x^2 + 40x}_{\text{função quadrática com uma variável independente } x}$

Estabelecendo a função $A = -x^2 + 40x$, podemos determinar o valor de x que nos dará a área A máxima:

$A = -x^2 + 40x$



$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-40}{-2} = 20 \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-1\,600}{-4} = 400 \Rightarrow A_{máx} = 400 \text{ cm}^2$$

Se $x = 20$, então $y = 40 - 20 = 20 \Rightarrow y = 20$ cm

O retângulo que terá a maior área será o de lados 20 cm e 20 cm, e a área máxima será de 400 cm².

EXERCÍCIOS

129 Determine se as funções abaixo possuem valor máximo ou mínimo, a seguir calcule esse valor.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$

b) $f(x) = -2x^2 + 4x - 1$

c) $f(x) = x^2 - 1$

d) $f(x) = 4 - x^2$

130 Suponha que Ana tenha uma corda de 12 m e com ela deseje construir retângulos, onde cada lado é representado por um número inteiro de metros.

a) Dê as medidas dos lados dos possíveis retângulos construídos por Ana.

b) Dentre todos os retângulos, qual deles tem a maior área?

131 Uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima. Ao fim de *t* segundos, atinge a altura *h*, dada por: $h = 40t - 5t^2$.

a) Calcule a posição da pedra no instante 2 s.

b) Calcule o instante em que a pedra passa pela posição 75 m, durante a subida.

c) Determine a altura máxima que a pedra atinge.

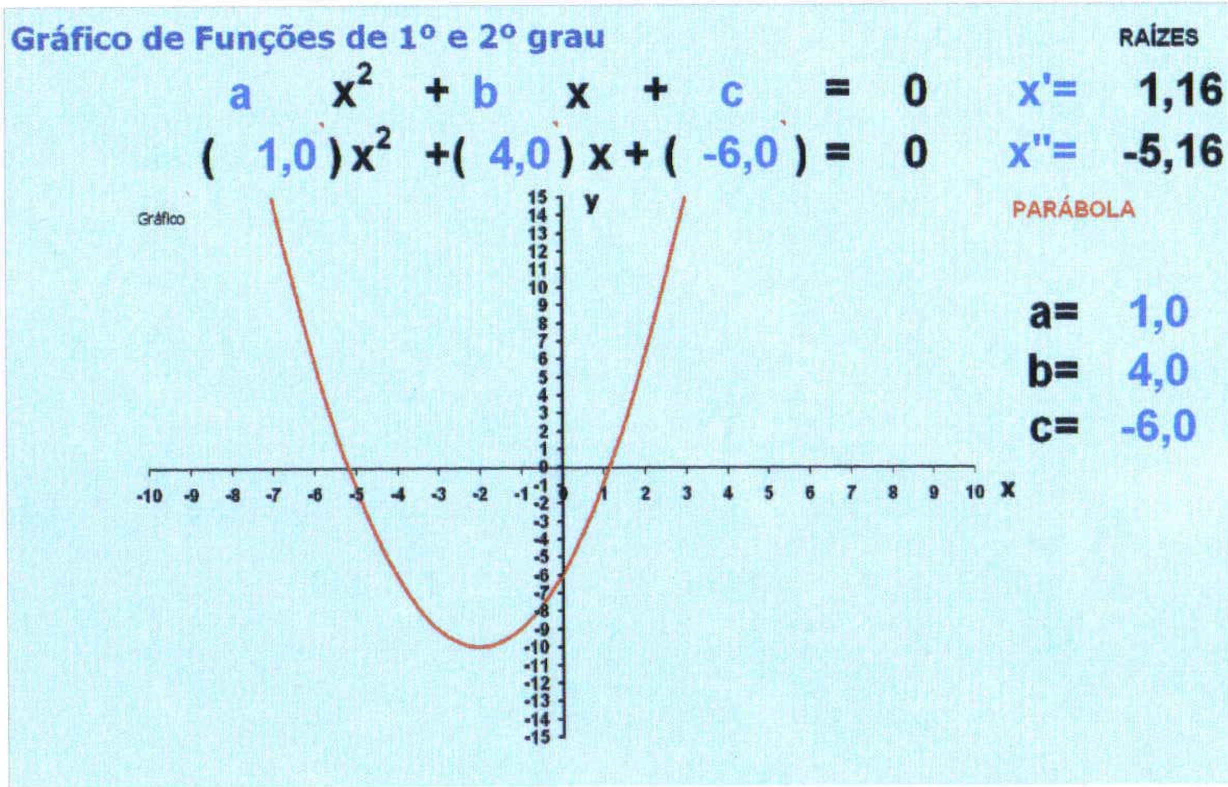
d) Construa o gráfico da função *h* para $0 \leq t \leq 8$.

132 Qual é o valor de *h* para que a função $f(x) = -4x^2 + 2x + h - 2$ tenha como valor máximo -6?

133 Dada a função $f(x) = 3x^2 - 6x - m$, determine para que valor de *m* o mínimo valor da função é 4.

APÊNDICE 2

Tela de apresentação do Programa Gerador de Gráficos das Funções de 1° e 2° grau. Programa utilizado na Pesquisa-Piloto (2002).



APÊNDICE 3

SOCIEDADE EDUCACIONAL DE SANTA CATARINA
Mantenedora da ESCOLA TÉCNICA TUPY JOINVILLE - SC

Núcleo Setorial de Matemática 1

Exercícios de observação, investigação e interpretação de gráficos de funções do 2º grau

Responda o questionário abaixo da maneira mais clara e detalhada possível...

1) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola?

R:..
....

2) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com a concavidade para cima?

R:..
....

3) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com a concavidade para baixo?

R:..
....

4) Escreva se sempre é possível e como se pode determinar o(s) ponto(s) de intersecção da parábola com o eixo das abscissas (x), sem construir este gráfico.

R:..
....
....
....
....

5) Escreva como se pode determinar o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas (y), sem construir este gráfico.

R:..
....

6) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x' e x") diferentes?

R:..
....

7) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x' e x") iguais (raiz dupla)?

R:..
....

8) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola que não intercepte o eixo "x"?

R:..
....

9) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com o seu eixo de simetria coincidente com o eixo “y”?

R:...
....

10) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x’ e x”) simétricas?

R:...
....

11) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x’ e x”) sendo que uma delas seja zero?

R:...
....

12) Qual a condição necessária para que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola que apenas toque (encoste) no eixo “x”?

R:...
....

Utilize este espaço para complementar, se necessário, algumas das questões anteriores ou para outras observações que a equipe julgar relevantes:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Equipe:.. **nº** ....
.... **nº** ....
.... **nº** ....
.... **nº** ....

Turma: .... **Data:** ..... / ..... / 2002

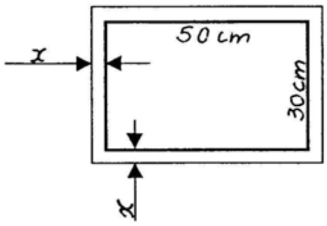
APÊNDICE 4

PLANEJAMENTO DE AULA

Conteúdo: Estudo da função do 2º grau

Exemplo-problema para a introdução do conteúdo.

A tela de um quadro tem forma retangular e mede 50 cm por 30 cm. Nessa tela foi colocado uma moldura, também retangular, de largura x uniforme. Calcule a medida x sabendo que o quadro passou a ocupar uma área de 2400 cm².



4 Estudo da função polinomial do 2º grau

Neste capítulo, vamos estudar mais detalhadamente as características da função polinomial do 2º grau com uma variável, também chamada de *função quadrática*.

Definição

A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais e $a \neq 0$, denomina-se função polinomial do 2º grau ou função quadrática. Os números representados por a, b e c são os coeficientes da função. Note que se $a = 0$ temos uma função do 1º grau ou uma função constante.

Assim, são funções polinomiais do 2º grau:

$f(x) = x^2 - 3x + 4$	coeficientes: $a = 1$, $b = -3$ e $c = 4$
$f(x) = 8x^2 - 1$	coeficientes: $a = 8$, $b = 0$ e $c = -1$
$f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x$	coeficientes: $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$ e $c = 0$
$f(x) = -5x^2$	coeficientes: $a = -5$, $b = 0$ e $c = 0$

Em geral, o domínio da função quadrática é $\mathbb{R}$, ou um de seus subconjuntos. No entanto, quando essa função está ligada a uma situação real, é preciso verificar o que representa a variável independente x para determinar o seu domínio.

Exemplos

1 Considere a função f do 2º grau, onde $f(0) = 5$, $f(1) = 3$ e $f(-1) = 1$. Escreva a lei de formação dessa função e calcule $f(5)$.

Como a função f é do 2º grau, podemos escrever: $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Usando os dados:

$f(0) = 5$

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 5 \Rightarrow c = 5$

$f(1) = 3$

$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3 \Rightarrow a + b + 5 = 3 \Rightarrow a + b = -2 \quad \text{(I)}$

$f(-1) = 1$

$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 1 \Rightarrow a - b + 5 = 1 \Rightarrow a - b = -4 \quad \text{(II)}$

Resolvendo o sistema formado por (I) e (II):

$$\begin{array}{l} a + b = -2 \\ \underline{a - b = -4} \\ \quad 2a = -6 \Rightarrow a = -3 \end{array}$$

Substituindo em (I): $-3 + b = -2 \Rightarrow b = 1$.

Como $a = -3$, $b = 1$ e $c = 5$, a lei de formação da função será $f(x) = -3x^2 + x + 5$ e $f(5) = -3 \cdot (5)^2 + 5 + 5 = -65$.

$f(x) = -3x^2 + x + 5$ e $f(5) = -65$

2 O dono de uma marcenaria, que fabrica um certo tipo de armário, sabe que o número de armários N que ele pode fabricar por mês depende do número x de funcionários trabalhando na marcenaria, e essa dependência é dada pela função $N(x) = x^2 + 2x$. Qual é o número de empregados necessários para fabricar 168 armários em um mês?

Note que, na função $N(x) = x^2 + 2x$, x representa o número de trabalhadores, sendo portanto um número natural (0, 1, 2, 3, ...). Então, essa função tem domínio $D = \mathbb{N}$.

Queremos saber qual o valor de x para que $N(x) = 168$.

$N(x) = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 + 2x = 168$

$x^2 + 2x - 168 = 0 \rightarrow$ resolvendo a equação do 2º grau

$\Delta = 4 + 672 = 676$

$$x = \frac{-2 \pm 26}{2} \begin{cases} x' = \dfrac{-28}{2} = -14 \rightarrow \text{não serve} \\[2ex] x'' = \dfrac{24}{2} = 12 \end{cases}$$

Para produzir 168 armários em um mês, são necessários 12 funcionários.

EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS EXERCÍCIOS

87 Dada a função $f(x) = x^2 - 5x + 4$, calcule:

a) $f(0)$ d) $f(\sqrt{2})$

b) $f(-1)$ e) $f\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ f) $f(4)$

88 Seja a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 5$.

a) Determine, na forma decimal, o valor de $\dfrac{f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{f(0)}$.

b) Os valores de x tal que $f(x) = -4$.

89 Dada a função $f(x) = x^2 - 4x - 5$, determine os valores reais de x para que se tenha:

a) $f(x) = 7$ b) $f(x) = 0$ c) $f(x) = -5$

90 Considere a função $f(x) = x^2 - x + 3$.

Calcule x de modo que $\dfrac{f(x)}{f(1)} = 5$.

91 Dada a função $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, calcule:

a) m, para que $f(m - 1) = 0$

b) x, de modo que $f(x + 2) = 1$

92 Uma função f do 2º grau é tal que $f(0) = 6$, $f(1) = 2$ e $f(-2) = 20$. Determine o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

93 Seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + 3$, onde $f(2) = f(-2)$ e $f(1) = \frac{1}{2}$. Nessas condições, determine o valor de $f(-4)$.

94 Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sabendo que $f(1) = 4$, $f(2) = 0$ e $f(3) = -2$, calcule o produto $a \cdot b \cdot c$.

95 A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero $(1 + 2 + 3 + 4 + ... + n)$ pode ser calculada utilizando a função quadrática $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$.

a) Qual a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?

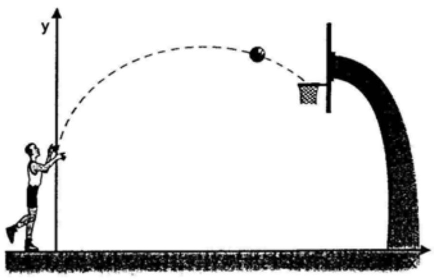
b) Qual o valor de n para que tal soma seja igual a 703?

96 Um corpo lançado do solo verticalmente para cima tem posição em função do tempo dada pela função $h(t) = 40t - 5t^2$, onde a altura h é dada em metros e o tempo t é dado em segundos. Determine:

a) a altura em que o corpo se encontra em relação ao solo no instante $t = 3$ s;

b) os instantes em que o corpo está a uma altura de 60 m do solo.

97 (UFRGS) Oscar arremessa uma bola de basquete cujo centro segue uma trajetória plana vertical de equação $y = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{8}{7}x + 2$, na qual os valores de x e y são dados em metros.



Oscar acerta o arremesso, e o centro da bola passa pelo centro da cesta, que está a 3 m de altura. Determine a distância do centro da cesta ao eixo y.

Gráfico de uma função quadrática

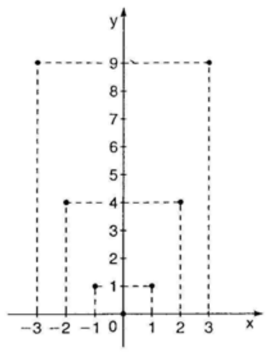
Para construir o gráfico de uma função quadrática, vamos atribuir alguns valores à variável x e determinar as respectivas imagens y, assinalando os pontos obtidos (x, y) num plano cartesiano.

Como o domínio de uma função do 2º grau é, em geral, o conjunto $\mathbb{R}$, não será possível representar o seu gráfico integralmente. Vamos então representar alguns de seus pontos, tentar descobrir a forma do gráfico e verificar se há alguma regularidade.

Exemplos

1 Construir o gráfico da função $y = x^2$.

x	y	(x, y)
−3	9	(−3, 9)
−2	4	(−2, 4)
−1	1	(−1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)
3	9	(3, 9)

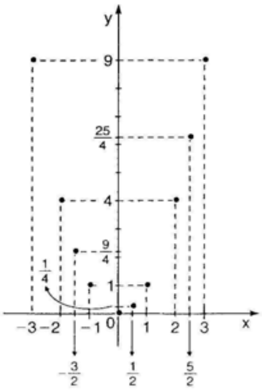


Podemos ainda atribuir outros valores a x para saber como se comportará o gráfico, por exemplo, entre 0 e 1 ou entre 1 e 2.

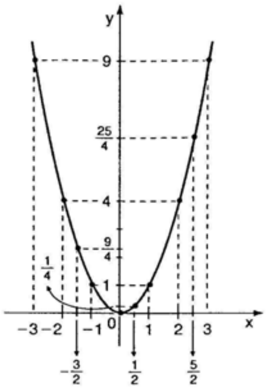
$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$ ponto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

$x = \frac{5}{2} = 2{,}5 \Rightarrow y = \frac{25}{4} = 6{,}25$ ponto $\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$x = -\frac{3}{2} = -1{,}5 \Rightarrow y = \frac{9}{4} = 2{,}25$ ponto $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$



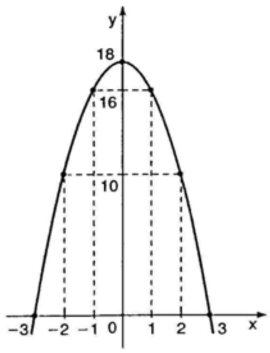
Unindo os pontos, obtemos o gráfico da função:



O gráfico obtido para a função $f(x) = x^2$ é uma curva plana chamada *parábola*.

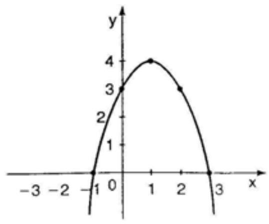
3 Construir o gráfico da função $y = -2x^2 + 18$.

x	y
−3	0
−2	10
−1	16
0	18
1	16
2	10
3	0



4 Construir o gráfico da função $y = -x^2 + 2x + 3$.

x	y
−2	−5
−1	0
0	3
1	4
2	3
3	0
4	−5



EXERCÍCIOS

1) Construir o gráfico das funções abaixo:

a) $y = x^2 - 5x + 6$

b) $y = 2x^2 - 4x$

c) $y = -x^2 - x + 6$

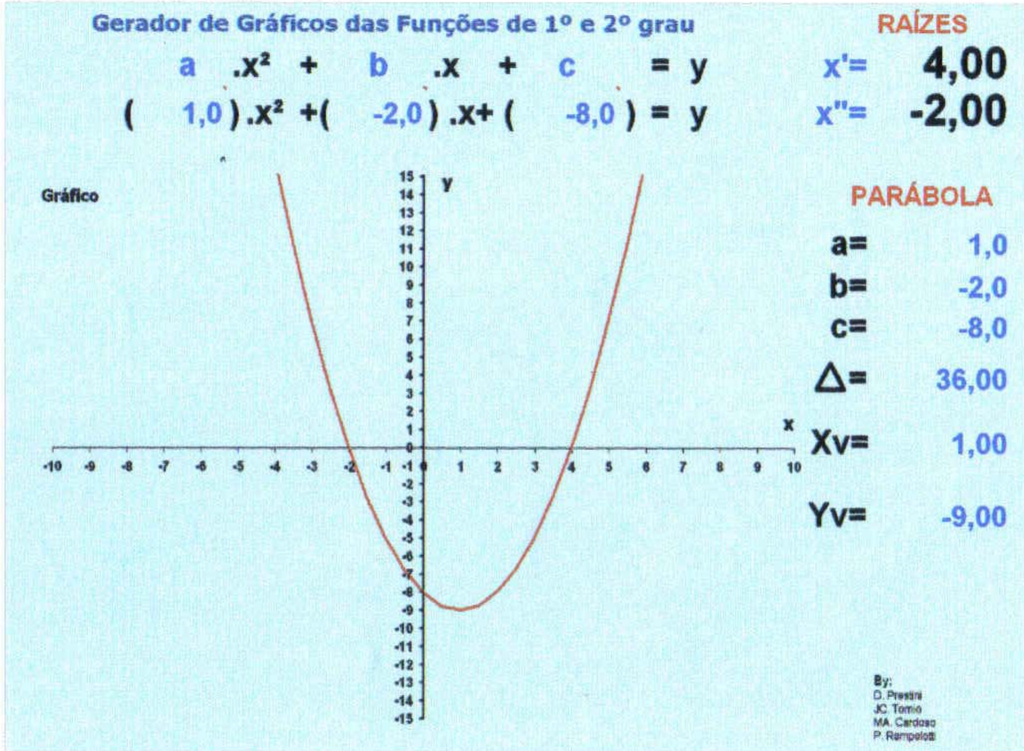
d) $y = 1 - 4x^2$

e) $y = 3x^2$

f) $y = -x^2 + x + 6$

APÊNDICE 5

Tela de apresentação do Programa Gerador de Gráficos das Funções de 1º e 2º grau. Programa utilizado na Pesquisa (2003).



APÊNDICE 6

SOCIEDADE EDUCACIONAL DE SANTA CATARINA
Mantenedora da ESCOLA TÉCNICA TUPY JOINVILLE - SC

Núcleo Setorial de Matemática

Roteiro de Atividades

Exercícios de observação, investigação e interpretação de gráficos de funções do 2º grau.

Responda as perguntas abaixo da maneira mais clara e detalhada possível...

1) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola?

R:..
....
....
....

2) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com a concavidade para cima ou para baixo?

R:..
....
....
....

3) Qual a relação que podemos verificar entre os valores de Δ $(\Delta > 0, \Delta = 0 \; ou \; \Delta < 0)$ com o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$?

R:..
....
....
....
....

4) Qual a relação que podemos verificar entre as raízes (x´ e x”) da equação com o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$?

R:..
....
....
....
....
....

5) Descreva como se pode determinar o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas (y) sem construir este gráfico.

R:..
....
....
....
....

6) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere como gráfico uma parábola com o seu eixo de simetria coincidente com o eixo y?

R:...
....
....
....

7) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x' e x") simétricas ao eixo y?

R:...
....
....
....

8) Qual a condição necessária para que a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ gere duas raízes (x' e x") sendo que somente uma delas seja zero?

R:...
....
....
....

Utilize este espaço para complementar, se necessário, algumas das questões anteriores ou para outras observações que a equipe julgar relevantes:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Equipe:.. **nº** ....

.... **nº** ....

Turma: .... **Data:** ..... / ..... / 2003