Micheline Rizcallhah Kanaan da Cunha

A QUEBRA DA UNIDADE E O NÚMERO DECIMAL

Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental.

Mestrado em Educação Matemática

Pontifícia Universidade Católica – SP

2002

Micheline Rizcallhah Kanaan da Cunha

A QUEBRA DA UNIDADE E O NÚMERO DECIMAL

Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental.

Dissertação apresentada à banca examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, para defesa, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina.

PUC – SP

2002

RESUMO

O presente estudo teve por objetivo diagnosticar as representações das crianças no que tange a quebra da unidade. Nesse sentido, foi desenvolvido um estudo diagnóstico, com 48 crianças da Escola Pública, divididas igualmente em 4 grupos, cada qual correspondeu a uma série de 2ª a 5ª do ensino fundamental.

Trata-se de uma pesquisa diagnóstico, cujo objetivo foi investigar hipóteses, por meio da análise qualitativa dos dados. O instrumento diagnóstico consistiu de 21 questões, perfazendo 39 itens. As questões versaram sobre três contextos: de medida, monetário, e matemático. As crianças responderam às questões, utilizando-se de dois diferentes sistemas de representação: o oral (linguagem natural) e o escrito (linguagem simbólica).

Tanto a elaboração do instrumento diagnóstico, quanto a análise dos dados e a conclusão do estudo estiveram embasados na Teoria da Epistemologia Genética de Piaget, na idéia Sócio-Construtivista de Vygotsky e na Teoria sobre registros de representação de Nunes e Duval.

A análise dos resultados obtidos das respostas das crianças apontou diferenças entre os sistemas de representação oral e escrita, em favor sistema oral. Ainda da análise, observou-se que apesar da evolução no desempenho das crianças da 2ª a 5ª série, esta não foi alta de uma série para outra, principalmente da 4ª para a 5ª série. Esta última série apresentou, por sinal, um desempenho aquém do esperado.

Palavras-chaves: Quebra da unidade, contextos, sistemas de representação.

ABSTRACT

The present study aimed to investigate children´s representations related to “divisions of the unit”. For this purpose, a diagnostic study was undertaken with 48 children from a Public School, divided in to 4 groups with equal numbers of children from the 2nd to 5th grades.

The diagnostic instrument included 21 questions composing 39 items, which referred to 3 different contexts: measure, monetary and mathematics.

The children´s answers were given in two different representation systems: oral (natural language) and written (symbolic language).

The elaboration of the diagnostic instrument as well as the data analysis and the conclusions were theoretically based on Piaget´s theory of Genetic Epistemology, Vygotsky´s Social-Constructivism and the theories of Nunes and Duval concerning representation registers.

Analysis of children´s responses pointed to differences between the oral and written representation systems in favor of oral one. Results also suggested an evolution in performance from the 2nd to 5th grade, although improvements were not great, particularly when responses of the children from the 4th and 5th grades were compared. Moreover, the performance of the 5th grade children was lower than expected.

Key-words: Division of the unit, contexts, systems of representation.

Ao meu amado filho Giancarlo
Aos meus Pais, Georgette e Rizkallah
(in Memoriam).
A meus irmãos, Pierre, Antoinette, Liliane e
Roukouz e Antoine (in Menoriam)

AGRADECIMENTOS

Enquanto este estudo focalizou a “quebra da unidade, meus agradecimentos voltam-se para a “composição de unidades”. Este trabalho só foi possível, graças a composição de pessoas com diferentes qualidades. A todas elas, mais do que agradecer, quero compartilhar a satisfação da realização deste estudo.

À Profa Dra Sandra Pinto Magina, amiga e orientadora, por me ensinar que descobrir é a melhor maneira de aprender.

À Profa Dra Anna Regina Lanner de Moura, pela incansável ajuda e sugestões.

À Profa Dra Bárbara Bianchini, pelo auxilio constante e valiosas observações e cujo tema de pesquisa reforçaram nosso estudo.

À Profa Dra. Lulu, pelas sugestões das bibliográficas.

À Profa Dra Sônia Igliori, Coordenadora do programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, pelas sugestões que possibilitaram maior reflexão sobre o trabalho.

Aos todos os Professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

Ao Francisco, secretário do Departamento de Estudos de Pós-graduação Em Educação Matemática, pela eficiência e dedicação.

Ao Prof Luciano de Castro Lima, incansável educador e pesquisador.

Ao grupo de estudo Bento de Jesus Caraça.

À minha irmã Nina, exemplo de persistência, incansável lutadora, obrigada por todo incentivo e confiança.

À minha segunda familia, Lili, Toninho, Lara e Renan.

Ao amigo Francisco, pela paciência e ajuda.

À Escola Marina Cintra: direção, professoras e alunos das 2ª a 4ª séries e funcionários. Especial agradecimento a Marlenil, coordenadora, por sua disposição e apoio sem os quais não teria sido possível a realização deste estudo.

À Escola Caetano de Campos, direção, professoras, e alunos da 5ª séries.

A Rose e Marisa, pela amizade e troca de experiência.

A Alide por sua ajuda em casa.

A Lilian, pela paciência e formatação dos textos.

À professora Ivone, pela leitura dos originais.

COMISSÃO JULGADORA

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos fotocopiadores ou eletrônicos.

Assinatura ___________________________ Local e data ____________

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

Todos os dias encontramos propaganda do tipo:

"GASOLINA, a melhor e a mais barata" 1 litro apenas R$ 1,675

Aproveitei esta situação do cotidiano para trabalhar em sala de aula com meus alunos da 5ª série, a fim de diagnosticar como eles entendiam esta representação. Perguntei se sabiam quanto de dinheiro estava representado nessa quantia. A maioria respondeu : – "um real e seiscentos e setenta e cinco centavos" . Pedi que explicassem melhor o que isto significava. –"... um real mais uma moeda de cinqüenta centavos mais uma de 10 centavos e mais cinco centavos, mais duas moedas de um centavos, mais cinco..."

Insisti sobre o último dígito após a vírgula: - "esse cinco o que significa? "Muitas respostas foram imediatas: - "centavos". Voltei a perguntar que moeda era essa? poucos responderam que não existia essa moeda ou que o dinheiro que corresponde a 0,005 também não existia.

Caso a unidade assumida fosse o real, algumas respostas poderiam ter sido expressas como 1 real e 67 centavos e 5/1000 de real ou 1 real 675 /1000 de real, associando-se aos dígitos após a vírgula por intermédio de subunidades de real.

Fizemos alguns cálculos para saber quanto o posto de gasolina lucrava por litro que vendia, por carro, enfim do lucro total ganho, ao ser usada tal representação. Procurei saber como os alunos interpretavam os números com vírgula. Situação parecida com essa, como à conversão do dólar para o real como, por exemplo, 1US = R$ 2,687 e outras situações nas quais se trabalha com medidas provenientes de subdivisões como medidas de comprimento, de volume, área, ângulo e medições de tempo, nos levam a resultados em que, muitas vezes, não existe o significado, na vida prática, para os dígitos após a vírgula.

A representação decimal de um número está constantemente presente em nossa vida. Na maioria das vezes, trabalhamos com esses números de forma mecânica, sem nos preocupar com o significado dos dígitos após a vírgula, nos quais está implícita a idéia da quebra da unidade.

Pensando nas situações descritas acima e nas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à aprendizagem dos números decimais, que realizamos esta pesquisa.

1.2. Problemática, Objetivo e questão de Pesquisa

Os números racionais representados na forma escrita decimais são usados, constantemente, tanto no contexto escolar como no cotidiano. É comum a leitura, a escrita e a operação com números assim representados sem, muitas vezes, sabermos seu significado.

O ensino dos números decimais no contexto escolar geralmente é feito após o ensino das frações e de modo mais especifico após o ensino das frações decimais cujos denominadores são múltiplo ou submúltiplos de dez. Em geral, o ensino inicia-se nas 3ª séries do ensino fundamental e sua introdução é feita com o sistema monetário.

O ensino dos números decimais com freqüência falha por não fazer conexão com o desenvolvimento do conceito medida, com o sistema de numeração decimal, com o ábaco. Caracteriza-se por ser um ensino em um sentido único, ou seja, após o ensino da fração decimal, não há retorno para as potências de 10 e como conseqüência ficam enfraquecidos os nexos de grandezas, da unidade e o valor de posição das potências de 10 relativamente à unidade.

As dificuldades encontradas na aprendizagem destes números foram responsáveis por inúmeras pesquisas, dentre as quais destacamos as pesquisas realizadas na França, por Brousseau e colaboradores que realizaram vários estudos sobre os decimais, levando em consideração fatores como o desenvolvimento histórico, a didática, a aprendizagem e seus respectivos contextos. Uma das importantes conclusões de suas pesquisas diz respeito aos obstáculos epistemológicos que aparecem como conseqüência da aprendizagem dos números naturais.

Concordamos com as confirmações de Brousseau, sobretudo com respeito à aprendizagem dos naturais caracteriza-se como obstáculo para a aprendizagem dos decimais e temos por hipótese que a dificuldade está no fato do aluno não associar os dígitos após a vírgula com a “quebra de unidade”. Vale salientar que o termo “quebra de unidade” aqui usado, não faz alusão a uma quebra física ou espacial, mas está relacionado à racionalidade do número decimal, como a razão entre a unidade e sua respectiva subunidade.

Nossa hipótese, portanto, é que um dos fatores da dificuldade da aprendizagem destes números está relacionado com a quebra da unidade natural que ao ser fragmentada, resulta em quantidades menores, cuja quantificação e respectiva numeralização não mais poderá ser representada com os números naturais.

Conforme nossa hipótese, a não associação dos dígitos após a virgula com a subunidade pode caracterizar-se como uma das principais geradoras das dificuldades na aprendizagem dos números decimais.

O aluno consegue quantificar uma quantidade menor que a unidade, pois ele tem o “senso” ou a noção desta quantidade, mas sente dificuldade para numeralizá-la por meio de uma representação por escrito.

Hogben (1970) associa os números da matemática com os substantivos da gramática:

> *“... - Na gramática matemática, os substantivos se chamam números. Exatamente como podemos distinguir várias espécies de substantivos (próprios, comuns, abstratos, coletivos e pronomes) podemos distinguir várias classes de números. Muitos séculos levou a raça humana para aprender a distinguir as diversas utilizações que ela dava ao número e muitas das dificuldades encontradas na aplicação das regras matemáticas, provém de não se ter, de principio, percebido as duas maneiras profundamente distintas de utilizá-lo. Enquanto o homem contou o tempo em idas e o vinho em frascos não o preocupou o fato de estar a pôr as mesmas palavras a serviço de duas maneiras radicalmente diversas de designar a grandeza. Podemos chamar, a estas duas maneiras distintas de utilizar os números próprios ou contas, e números comuns ou estimativas .Contamos moedas,maçãs , dias e homens. Estimamos alturas, voltagens, áreas, quartos e pulsações.chamamos números próprios os empregados para medir as dimensões de um grupo por que para descrever corretamente o tamanho de um grupo só existe um numero apropriado. Quando dizemos que há exatamente 15 ovelhas no campo significa exatamente 15 (não 15,001 ou 14,999). Mas quando dizemos uma medida como 4 metros e 3 decímetros estamos afirmando apenas que esta medida é mais próxima da divisão correspondente a 4m e 3 decímetros e compreender, portanto, que este numero é um dos componentes de uma classe muito grande de números próximos, exatamente como o substantivo*

> ***homem representa apenas um grande numero de animais muito parecidos.***
>
> *....Na aplicação da matemática ao mundo real, os números próprios ou inteiros como 43 só podem indicar com precisão a grandeza de outros grupos constituídos por indivíduos separados o efetivo de um sindicato operário, o conteúdo de uma urna eleitoral, etc. Em todos os outros casos, inclusive naqueles em que os números correspondem aos substantivos comuns, necessitamos de números esticáveis, como 43+ ou -0,5.*
>
> *.... o uso dos números tanto para contar como para medir foi o motivo de freqüentes desentendimentos entre o homem prático e o matemático. Para resolver o problema de medida, o homem ao invés de criar* ***números de campo,*** *continuou a usar* ***número de rebanho****, introduzindo divisões cada vez menores em sua vara de medir... (pp82, 83,84).*

Concordamos com Hogben sobre a inadequação do mesmo número poder representar a contagem, medida e possibilitar interpretações erradas do número decimal.

Neste estudo diagnóstico, optamos por estudar o número decimal e sua representação com o objetivo de investigar como o aluno dá significado ao número decimal por meio de suas representações.

Achamos importante salientar uma precisão de linguagem que nos permita distinguir nitidamente a diferença entre um objeto matemático, seu número e as distintas representações.

Conforme Pérez (1988) a expressão “número decimal” é ambígua, pois a palavra número exige um adjetivo que se refere à sua natureza intrínseca. Os adjetivos racionais, reais, por exemplo, nos permitem identificar a natureza dos números a que nos referimos. Essa natureza é independente da forma de representar os números e, em particular, do sistema de numeração escolhido. A palavra “decimal” faz referência à base de numeração, também chamada numeração decimal.

Pelo fato de escrever um número no sistema de numeração de base 10, podemos chamá-lo de decimal, da mesma forma se escrevermos o número num sistema de numeração de base dois, podemos chamá-lo de binário e, assim, de modo respectivo para outras bases.

Todo número decimal na base 10 pode ter uma representação escrita com vírgula. Todos os números racionais (decimais ou não decimais) podem ser representados por uma escrita decimal (com vírgula); os racionais que são decimais têm representação decimal limitada, com número finito de casas decimais e os não decimais têm representação decimal ilimitada, com número infinito de casas decimais, porém, periódicas.

Quando nos referimos ao "sistema de numeração decimal", estamos citando a distintas representações escritas dos números decimais. Por exemplo, o número 53/10 pode ser representado como 5,3.

Na prática, comete-se um abuso de linguagem quando se identifica "escrita com vírgula" e "número decimal".

Catto (2000) em seus estudos relata que Tavignot aponta dois objetivos a serem alcançados no processo de ensino dos racionais: "um primeiro, a longo prazo, que se refere à conceituação e um segundo, mais imediato, que diz respeito ao domínio da representação".

Com base em nossa hipótese descrita anteriormente, levantamos a seguinte questão de pesquisa: "Como a quebra da unidade é entendida e representada pelo aluno em diversos contextos?" E, a partir dela, surge outra questão: "Em qual contexto o aluno tem mais facilidade para entender a quebra da unidade?"

1.3. DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS SUBSEQUENTES.

A partir da problemática e hipótese descritas neste capítulo, levantamos a questão de pesquisa do estudo que, na verdade se subdivide em duas. Para respondê-las desenvolvemos um estudo cujo objeto foi a representação do número decimal que se encontra aqui representado em seis capítulos. O primeiro capítulo é este em que colocamos nossa problemática e hipótese e questão de pesquisa.

O capítulo II trata da teoria que subsidiou nosso trabalho. Foi feita uma breve descrição do estudo da formação de conceito à luz das Teorias construtivista e sócio-construtivistas. Na teoria construtivista, o estudo foi feito sob os pontos de vista de Piaget e Vygotsky. Na teoria Sócio-Construtivista abraçamos as teorias de Vygotsky, do qual também emprestamos seus estudos sobre conceitos espontâneos e conceitos científicos. Ainda sobre teorias da aprendizagem, recorremos a alguns pesquisadores em Educação Matemática, entre os quais, Vergnaud e Nunes.

Neste capítulo, ainda destacamos, a teoria das representações e sua importância para a formação de conceito, baseando-nos nas teorias de Nunes e Duval. Abordamos a importância do contexto para o ensino dos decimais, sob os pontos de vistas de Wolff-Michael Roth e outros. Finalmente, descrevemos algumas pesquisas cujos temas estão relacionados com nosso objeto de estudo.

No capítulo III, há um estudo dos decimais de ontem e dos decimais de hoje. Por intermédio de um breve histórico do surgimento e da evolução dos decimais descrevemos quando, como e por quê, foi necessário o uso desse sistema de numeração. Os decimais de hoje são estudados sob o ponto de vista da ciência, da escola e da rua. No estudo dos decimais no contexto da escola, fizemos uma análise das sugestões feitas pelos PCNs sobre o ensino dos decimais. Analisamos alguns livros didáticos em relação às variáveis que conseguimos focalizar na pesquisa. Sob o ponto de vista da rua, os decimais são estudados, considerando-se o uso do sistema monetário e as medições de comprimento, volume, área e tempo.

O capítulo IV é baseado nos capítulos II e III, nele apresentamos o desenho e a metodologia usada na pesquisa. Descrevemos, o universo de estudo, a população e os instrumentos diagnósticos utilizados bem como a justificativa e os critérios para a escolha desses instrumentos.

No capítulo V foi feita a análise quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos, após a aplicação do instrumento diagnóstico principal. Nesta análise, pontuamos as categorias e variáveis provenientes do mapeamento das respostas dos alunos.

No capítulo VI, apresentamos nossas conclusões baseadas no capítulo V.

CAPÍTULO II
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, tratamos da teoria que subsidia nosso trabalho. Estamos interessados em diagnosticar como o aluno entende e representa a “quebra da unidade” em diferentes contextos. Para tanto recorremos à Psicologia Cognitiva e à Educação Matemática.

Procuramos compreender a formação do conceito, sob o ponto de vista da Psicologia Cognitiva, apoiando-nos especificamente na teoria construtivista que tem em Piaget e Vygotsky seus maiores representantes. Complementamos o estudo no que diz respeito à aprendizagem e representações, buscando as idéias e conclusões das pesquisas de alguns estudiosos em Educação Matemática como de Vergnaud, de Nunes & Bryant e de Duval.

No final do capítulo, fazemos uma revisão de literatura das pesquisas mais recentes que estão diretamente relacionadas com nosso trabalho, como as de Brousseau (1986), Pérez (1988), Woerle (1999), Bianchini (2000), Ceryno (2001), entre outras.

2.2. FORMAÇÃO DO CONCEITO

Estudamos a formação do conceito sob o enfoque da teoria construtivista, segundo a qual o conhecimento é construído pelo sujeito com base em sua interação com seu meio físico e social. Dentro desta teoria, destacaremos as teorias de Piaget, Vygotsky e Vergnaud.

Tanto para Piaget (1975) quanto para Vygostky (1989,1995), a criança constrói sua própria versão da realidade pelas suas experiências. Ambos consideram a importância da ação do sujeito na aprendizagem que se dá a partir da ação do indivíduo com o meio e da internalização desta ação. A diferença básica entre eles está no fato que Vygotsky dá ênfase ao meio sóciocultural como um fator determinante no processo da aprendizagem e Piaget enfatiza o desenvolvimento biológico do indivíduo como fator determinante nesse processo.

Para Piaget, o conhecimento é construído pelo sujeito por meio das interações entre este sujeito e o objeto. Na relação entre sujeito e o objeto, a organização e adaptação são aspectos fundamentais. A organização faz parte do desenvolvimento da noção de objeto que o sujeito constrói por meio de reflexos, esquemas, combinações mentais, e outros. No processo da adaptação, Piaget considera a assimilação e a acomodação como conceitos distintos e complementares. A assimilação, no processo adaptativo, é um processo externo e é a forma de se lidar com o objeto, enquanto e a acomodação refere-se à transformação e incorporação das formas de assimilação. A acomodação ocorre quando as estruturas antigas são modificadas pela aquisição de novos conhecimentos. A coordenação entre a assimilação e a acomodação na relação sujeito e objeto conduz a vários estados de desequilíbrios.

É a superação desses estados que gera o conhecimento, resultando de operações lógicas, que são estabelecidas durante o processo do desenvolvimento cognitivo e intimamente relacionado com estruturas biológicas e mentais.

No processo do desenvolvimento cognitivo, de acordo com a teoria da Equilibração (ponto central da teoria de Piaget), conceitos são originados primeiramente das ações e depois das operações.

Segundo Piaget (1973), um conceito é a manifestação de uma assimilação por meio dos esquemas, ou seja, das organizações de ações, no nível de pensamento que podem ser transferidas ou generalizadas por repetições para situações análogas.

Piaget (1990) associa o desenvolvimento cognitivo da criança com estágios de desenvolvimentos: o sensório-motor (de 0 a 2 anos aproximadamente), o pré-operacional (de 2 a 7 anos aproximadamente), o operacional concreto (de 7 a 12 anos) e o operacional formal de (de 12 a 16 anos). Ele é enfático ao afirmar que as idades dos estágios não são fixas, mas dependem de quatro fatores: maturação, meio físico, meio social e equilibração.

Do período sensório-motor para o período pré-operacional, surge a função simbólica ou psico-semiótica. A criança começa a desenvolver a noção de objeto (significante) criando esquemas de pensamento (significados) e passa a diferenciar mentalmente os *significados* dos *significantes.* Torna-se capaz de formar um quadro de uma situação, graças à evolução de sua capacidade de representar no nível de seu pensamento um objeto que está longe de sua percepção. Piaget destaca a formação do conceito a partir dos estágios pré-operacional e do concreto. Vale sobressair que, para ele, a chamada representação simbólica está ligada à aquisição do conhecimento e, portanto, do conceito.

Segundo Piaget, o conhecimento envolve uma descrição e uma operação. A descrição deriva de uma imitação e é chamada de conhecimento figurativo (presente em qualquer percepção). A operação, o ato de operar com algo, Piaget chama de conhecimento operativo e diz respeito à transformação dos estados da realidade e envolve um pensamento.

O conhecimento tem primeiro um aspecto figurativo que é o estágio no qual o sujeito pode descrever o objeto pelo uso da percepção e memória, e um segundo aspecto operativo, que ocorre quando o indivíduo pode agir com o objeto, envolvendo o pensamento lógico.

Vygotsky (1990,1995) como Piaget estudou o conhecimento segundo o desenvolvimento da criança. Um dos principais temas de seu estudo foi à formação do conceito. Sua teoria sobre o funcionamento psicológico tem como aspecto principal, o conceito de mediação que é entendida como o processo de intervenção de um agente intermediário, de forma que a relação entre o sujeito e o objeto deixa de ser direta. Ele incorpora na formação do conceito a dimensão sóciocultural resultante da influência do meio. A cooperação e o papel do outro na aquisição do conhecimento têm um papel central, ou seja, primeiro deve haver a experiência coletiva para que possa existir a individual. Ele acredita que a criança pode ir além de seu nível de desenvolvimento, quando orientada por um mediador.

Segundo Vygotsky, a capacidade de aprendizagem, está relacionada ao nível de desenvolvimento em que a criança se encontra. Considera ainda, que existem dois níveis, um caracterizado pelo desenvolvimento efetivo da criança (nível real) e o outro, pelo desenvolvimento potencial (nível potencial) que se refere aos processos do desenvolvimento e maturação que ainda estão ocorrendo dentro da criança. Para ele, há uma relação muito estreita entre aprendizagem e desenvolvimento, na qual a imitação exerce um importante papel. Por intermédio da imitação resultante de atividades conduzidas por adultos, uma criança pode conseguir mais do que faria sozinha, sem a ajuda de um adulto. A diferença entre os níveis real e o potencial foi chamada de "Zona de Desenvolvimento Proximal" (ZDP), na qual as funções psicológicas ainda estão para serem completadas. De acordo com Vygotsky (1993), o que uma criança é capaz de fazer hoje com a ajuda de um adulto, ela o fará amanhã sozinha. Assim, segundo sua teoria, é no aprendizado que encontramos as principais fontes da formação dos conceitos que levam a um desenvolvimento cognitivo.

Para Vygotsky, um conceito deve pressupor o desenvolvimento de várias funções intelectuais como: a atenção deliberada, memória lógica, abstração e outras. Ele classificou os conceitos como espontâneos e não espontâneos. Conceitos espontâneos são desenvolvidos pelo próprio sujeito com base em sua realidade, vêm das experiências do cotidiano e se desenvolvem com esforços mentais próprios. Os não espontâneos, chamados de conceitos científicos são os que requerem aprendizagem sistematizada e são normalmente desenvolvidos na escola.

> *“.... a concepção da evolução dos conceitos científicos não nega a existência de um processo de desenvolvimento na mente da criança em idade escolar; no entanto, segundo tal concepção esse processo não difere, em nenhum aspecto, do desenvolvimento dos conceitos formados pela criança em sua experiência cotidiana. É inútil considerar dois processos isoladamente. (Vygotsky: 1993, pp. 72)”.*

Vygotsky acredita que a transferência do conceito espontâneo para o cientifico é um caminho de ida e volta, ou seja, as primeiras sistematizações das crianças surgem dos contatos com os conceitos científicos e, então, eles são transferidos para a vida diária, bem como é essencial que a criança forme conceitos espontâneos (adquiridos de sua vida diária) para uma criança ser capaz de fazer generalizações.

Ainda no estudo da formação de conceitos, é de interesse para nosso estudo destacar as idéias de Vergnaud (1987), cujo foco está na relação entre psicologia cognitiva e Epistemologia da matemática. Conforme um dos pressupostos básicos de Vergnaud (1990), o conhecimento constitui-se e desenvolve-se no tempo em interação adaptativa do indivíduo com suas experiências e é fruto de três fatores: maturação, experiência e aprendizagem.

O ponto de partida da “Teoria dos Campos Conceituais” proposta por Vergnaud (1990), é a premissa de que todo o conhecimento emerge da resolução de problemas (teórico ou prático). Uma situação-problema, por sua vez, por mais simples que seja, sempre envolve mais que um conceito. Em contrapartida, para adquirirmos um conceito, precisamos interagir com ele inúmeras vezes, o que é possível dentro de situações. Desta forma, não faz sentido para Vergnaud falar na formação de um conceito, mas sim, na formação de um “Campo Conceitual”, que é definido “como um conjunto de situações cuja apropriação requer o domínio de vários conceitos de naturezas diferentes” (Magina 2001, p. 20).

A resolução de problemas, portanto, tem um papel central na teoria de Vergnaud. Para quem aprende, conceitos teóricos ou propriedades estão vazios de significado se não puderem ser aplicados a alguma situação-problema.

A criança por meio da formação de “esquemas”, adquire competências e, então, concepções. Esquema é um termo utilizado por Piaget, mas este não lhe deu tanta importância. Vergnaud é quem o retoma e põe como fator central na formação de todo e qualquer conceito.

Os invariantes participam ativamente no processo de ligação entre competência e concepção. Eles podem ser descritos em termos de objetos, propriedades e relações e podem ainda ser expresso por palavras e por outras representações simbólicas. São responsáveis pela eficiência dos esquemas e em razão disto são considerados componentes essênciais dos esquemas. Os invariantes estão sempre presentes na formação do conceito.

Vergnaud (1990) definiu a Teoria dos Campos Conceituais como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e ainda o domínio da representação simbólica ligada a ele. É *“Uma teoria psicológica dos conceitos, ou seja, da questão* *de conceitualização da realidade, que estuda e analisa os diferentes passos do processo de aquisição do conhecimento" (p. 133*). Um campo conceitual é um conjunto de situações cujo processo de apropriação do conhecimento pelo sujeito que requer uma variedade de conceitos de naturezas diferentes.

Um campo conceitual é representado pela terna C=(s,I,S), onde:

s- O conjunto de situações que dão significado ao conceito.

I - O conjunto de invariantes (objetos matemáticos, propriedades, situações) que constituem o conceito.

S - O conjunto de representações simbólicas usadas pelo sujeito para representar e identificar os invariantes.

O significado é o centro da teoria de representação. Por meio dele, são feitas as predições e as inferências. Para dar significado ao conceito, o indivíduo deve reconhecer os invariantes e, por meio de ações, adequar o referente ao significado. A relação entre significado e significante é mediada pela interação entre referente e significado e envolve a presença de um signo para representar o conceito.

As idéias expostas nos proporcionaram subsídios para entender o processo de formação e a evolução de conceitos dos números racionais. Elas foram de grande ajuda na elaboração do experimento, sobretudo no que se refere à construção de nosso instrumento diagnóstico. Além disso, essas idéias aparecem durante a análise das produções das crianças.

2.3. REPRESENTAÇÃO

Nesta seção, estudamos as idéias de alguns pesquisadores em Educação Matemática, no que diz respeito à conceitualização e suas relações com a idéia de registros de representações. Estamos ainda discutindo idéias de psicólogos, esses, porém produzem conhecimento diretamente dirigido para a Educação Matemática. Destacamos de forma abreviada as posições de Raymond Duval (1995, 1996, 1999) sobre registros de representações e as de Terezinha Nunes (1993, 1996, 1997, 1998) sobre signos em matemática.

Algumas nomenclaturas, que foram por nós usadas, têm diferentes definições em função do estudo a que se prestam. Assim. achamos conveniente esclarecer que em nosso estudo essas definições serão feitas sob o ponto de vista da semiótica.

Portanto, sob o ponto de vista da semiótica, as representações são signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos e desenhos. Signo ou sinal é algo que nos traz uma significação, ou seja, uma expressão que está ligada à comunicação verbal ou não-verbal, como as palavras e gestos. Para a semiótica, a relação entre o sinal e a significação é mediada por um conceito.

Saussure (1966) define significante e significado como sendo elementos de um sinal lingüístico, ou seja, o significante como uma marca acústica ou gráfica e o significado como o sentido do conceito que o significante transmite. Assim, significante e significado podem ser entendidos como as ligações entre o sinal e a significação. Ainda em termos de semiótica, "símbolo" (ícone, o índex, o interpretante) é discutido como sendo algo que pertence ao sinal. Portanto, o sinal simbólico parece estar relacionado ao objeto e é criado por meio de regras e convenções.

Desse modo, apresentamos teorias de Duval, segundo o qual a aprendizagem matemática inclui atividades cognitivas e necessita da utilização de sistemas semióticos de expressão e representação.

As representações são essenciais ao funcionamento do conhecimento e desenvolvimento do conhecimento. Duval (1995) defende três noções de representações que, embora sejam da mesma espécie, realizam funções diferentes. São elas: - as "representações mentais", que têm uma função de objetivação; as “representações computacionais”, que exercem função de tratamento, e as “representações semióticas”, que realizam uma função de objetivação e de expressão.

As representações mentais são internas e conscientes que ocorrem em nível de pensamento. Foram estudadas por Piaget e definidas pelas crenças, explicações e concepções dos sujeitos relacionados com fenômenos físicos e naturais.

As representações computacionais são internas e não conscientes do sujeito. Exercem uma função de tratamento automática, instantânea. O sujeito realiza certas tarefas sem pensar nos passos necessários para sua realização.

As representações semióticas são externas e conscientes ao sujeito e relativas a um sistema particular de signos, como a linguagem natural, a formal, a escrita algébrica, os gráficos. Elas têm dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado):

> *“... De onde a diversidade de representação para um mesmo objeto representado ou ainda a dualidade das representações semióticas: forma (o representante) e conteúdo (o representado). (Duval 1995, p. 3).*

A forma muda conforme o sistema semiótico utilizado. Cada objeto matemático possui diversos registros de representação e para ocorrer à compreensão, ou seja, a conceituação é necessária integrar todos os registros de representação. Os números, as funções, as retas não devem ser confundidos com suas representações. Assim, o número racional não pode ser confundido com uma de suas representações como, por exemplo, a escrita decimal ou a fracionária; as funções com os símbolos gráficos e os traçados das figuras.

Duval (1999) afirma que não se pode ter compreensão em matemática se não se distingue um objeto matemático de sua representação (símbolos, signos, códigos, tabelas,...). A representação permite comunicação entre o sujeito e as atividades cognitivas do pensamento. A confusão entre o objeto e sua representação leva a uma perda de compreensão.

Duval (1995) chama de "semiósis" a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e "noésis" a apreensão conceitual de um objeto. Conforme Duval, a n*oési*s é inseparável da *semiósis*.

Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a noésis (conceitualização) ocorra por meio de significativas semiósis (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação pelo sujeito que aprende, de vários registros de representação. Isto significa que, quanto maior for à mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto.

As representações semióticas, ou seja, as produções constituídas pelo emprego de signos não parecem ser mais que um meio que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais. Uma figura geométrica, um enunciado em linguagem natural, uma fórmula algébrica ou um gráfico são representações semióticas que surgem de representações semióticas diferentes.

O progresso do conhecimento é sempre acompanhado pela criação e desenvolvimento de sistemas semióticos e específicos que coexistem com o primeiro sistema semiótico que é a língua natural.

O desenvolvimento das representações mentais efetua-se como uma interiorização das representações semióticas do mesmo modo que as imagens mentais são uma interiorização dos perceptos (Vygotsky, 1985; Piaget, 1968). Há ainda o fato de que a pluralidade dos sistemas semióticos permite uma diversificação de representações de um mesmo objeto que aumentam as capacidades cognitivas dos sujeitos e, conseqüentemente, suas representações mentais.

Segundo Duval (1999), para que uma representação funcione verdadeiramente, é necessário que ocorram duas condições: o objeto matemático não pode ser confundido com sua representação; como também, ele deve ser reconhecido em cada uma de suas possíveis representações. A passagem de uma representação a outra ou a mobilização simultânea de diversos sistemas de representação no decorrer de um mesmo processo, fenômenos tão familiares e tão freqüentes na atividade matemática, não tem nada de evidente e espontâneo para a maior parte dos alunos. Os alunos não reconhecem o mesmo objeto por meio de representações que podem ser dadas em sistemas semióticos diferentes como a escrita algébrica de uma relação e sua representação, a escrita numérica de uma razão e sua representação geométrica sobre uma reta e outras.

A conversão requer que se perceba a diferença entre o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa. Como exemplo, tomemos o caso no qual os alunos sabem efetuar adições com números na escrita decimal e fracionária, eles não conseguem fazer a conversão de uma escrita para a outra. A *conversão* de uma representação é a transformação desta representação em uma outra em um outro registro conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão. A *conversão* não pode ser confundida com o *tratamento,* pois este se estabelece dentro do registro, já a conversão ocorre entre registros diferentes. Portanto, o *tratamento de* uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro.

As escritas decimal e fracionária, por exemplo, constituem dois registros diferentes de representação de um mesmo número. Os tratamentos são ligados à forma e não, ao conteúdo do objeto matemático. O cálculo é uma forma de tratamento próprio às estruturas simbólicas. E para cada registro existem regras de tratamento próprias. As escritas decimal e fracionária constituem diferentes registros de representação de um mesmo número. Assim, na escrita de um número, é preciso distinguir a "significação operatória" (termo usado por Duval e que se refere ao procedimento de cálculo) ligada ao significante (número representado). Em virtude das regras do sistema de escrita, as representações 0,25 e 1/4, embora representem o mesmo número têm significação operatória diferente, pois são distintos os procedimentos de tratamento que permitem adicionar 0,25 + 0,25 = 0,5 e 1/4 +11/4= 1/2. A soma de 0,25 + 0,25 implica tratamento de ação diferente de soma 1/4 + 1/4. O número representado não significa nem 0,25 nem 1/4.

Vale lembrar que o essencial não é o registro em si, mas como estes estão sendo utilizados. Em nosso estudo, diagnosticamos a evidência de dois registros de representação para os decimais: o registro da língua natural e o escrito na forma decimal e analisamos como o aluno estabelece conversões entre estas duas representações.

Duval (1999) assinala que, freqüentemente, não existem regras bem explícitas para as mudanças de registro, como há para as atividades cognitivas de formação das representações semióticas e de expansão das representações formadas. É suficiente considerar a passagem do enunciado em língua natural às expressões correspondentes em linguagem formal ou em uma escritura simbólica, assim como a passagem inversa para comprovar isso. Ou ainda a passagem das imagens em textos e dos textos em imagens.

Conforme Duval (1993), a linguagem natural é considerada um registro de partida e um registro de chegada. Das atividades ligadas a *semiósis*, a formação e tratamento são priorizados no ensino. Geralmente, considera-se a *conversão* sem nenhuma importância para a compreensão dos objetos ou conteúdos representados; seu resultado é só mudança de registro, mas ela exerce um papel essencial na conceitualização. Duval considera como *conversão de uma representação*, a transformação dessa representação em uma representação de um outro registro conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A ilustração é a conversão de uma representação lingüística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação lingüística de uma outra língua. A descrição é conversão de uma representação não-verbal em uma representação lingüística.

Duas características demonstram a ligação entre *noésis* (conceitualização) e *semiósis* (representação):

1º) O progresso do conhecimento humano se dá com a criação e o desenvolvimento de novos e específicos sistemas semióticos. Neste caso específico, em termos de conhecimento matemático, é bom lembrar a evolução ou desenvolvimento de nosso sistema de numeração, inicialmente, para os números naturais e suas ampliações para os outros campos numéricos.

2º) O trabalho com vários registros de representação é característica do pensamento humano. O homem cria, conforme suas necessidades vários sistemas semióticos.

Uma aprendizagem levando em conta a ligação entre *noésis* e *semiósis* deve levar o aluno a essa tomada de consciência mais global e para isso três tipos de atividades são necessários: primeiro, para a apreensão das representações semióticas, em segundo lugar, para aprendizagem dos tratamentos de cada representação e em terceiro lugar, para a produção de representações complexas que apresentam uma seqüência: um texto, um cálculo, compreendendo várias etapas, um raciocínio. "*A coordenação de diferentes registros de representação é uma condição necessária para a compreensão*" (Duval, 1995, p. 59).

Nunes (1999), como Duval, destaca a importância da influência do sistema de representação e dos signos sobre a função de organização de pensamento e ações envolvidas na resolução de problemas. Este sistema, por sua vez, é proveniente da cultura e isto significa que o contexto social está sempre presente, ou seja, uma criança se comporta de forma diversa quando desempenha a mesma função em diferentes ambientes.

Para entender a formação dos conceitos e suas representações, Nunes baseia-se nas teorias de Lúria (1976), segundo a qual todas as funções mentais são mediadas por sistemas de signos. A contagem é uma ação mediadora que serve de ferramenta para a resolução de problemas e, por sua vez, não pode ser executada sem a ação mediadora de um sistema numérico.

Outra razão da necessidade da idéia de ações mediadas para entender o ensino e aprendizagem de matemática, é que o sistema de signos permite ao sujeito também formatar as atividades em diferentes caminhos significativos. O maior número que pode ser produzido por um indivíduo que domina os sistema de contagem em seu meio, não é simplesmente determinado pelos padrões de contagem da memória, mas pelo sistema. Contar até mil, não é uma tarefa muito difícil em nosso sistema e, também, podemos contar indefinidamente. Há sistemas de "não-base que são finitas" como é caso do sistema numérico utilizado pelos papuas da Nova Guiné, segundo o qual os números e as operações entre eles são associados às diversas partes do corpo, e em função dessa limitação de associação, seu usuário não pode contar indefinidamente.

Todas as funções mentais superiores, conforme Lúria (1979), são conduzidas por sistemas funcionais. Mesmo as atividades matemáticas mais elementares são dirigidas por sistemas funcionais; ao acrescentar 3 doces a 5 doces o aluno pode se utilizar vários mecanismos como contar nos dedos e, no caso, usar ambas ou apenas uma mão, ou ainda a calculadora. Esses mecanismos variáveis levam a um resultado invariante que é o de achar uma resposta ao problema no caso de adição. Para os educadores, uma das características mais significantes das funções mentais é o fato de elas serem sistemas abertos: os mecanismos variáveis (que são freqüentemente ferramentas) podem ser trocados trazendo ao sistema algo novo a partir do ambiente. Quando um mecanismo é substituído com algo novo, o sistema muda.

Crianças resolvem problemas de adição usando seus dedos para representar os objetos no problema (princípio da correspondência um a um). Uma palavra contável é ligada a um dedo, a última contável indica o total e, neste caso, o sistema muda. Essa mudança exerce grande impacto no sistema de raciocínio, embora o número de dedos seja limitado, o número de palavras continua ilimitado indefinidamente.

Um sistema com limites restritos torna-se muito mais poderoso porque seus limites são removidos por uma mudança de ferramentas. Essa mudança do uso de dedos para o uso de palavras não é simples, pois requer refinamentos dos princípios que organizam os sistemas de raciocínio. Embora os dedos representem coisas por meio da correspondência um a um, esse principio não é suficiente para que alunos compreendam sistemas numéricos com uma base; a composição aditiva é um refinamento da correspondência e ainda um novo princípio para que os alunos compreendam sistemas numéricos. Piaget e Vygotsky acreditavam que a construção de um conceito de número vai além da correspondência visível de um para um, que envolve a interiorização de ações e um longo processo de desenvolvimento.

Nunes (1997) concluiu, a partir de seus resultados de pesquisa, que existem dois tipos de variações nos sistemas de signos que afetam a atividade da resolução de problemas: o que chamou de processo das representações “compactadas” e processo das representações “parciais” versus representações “completas”.

O mesmo conceito pode ser representado de diferentes formas: Por exemplo, em um problema de adição no qual Mary tem três doces de menta e 2 de laranja. Para calcular o total de doces, as crianças podem usar 3 dedos para representar os de menta e dois dedos para representar os de laranja e, então, contar todos os dedos. Neste caso, a representação é completa. Cada doce é representado por um dedo. A criança poderia ter representado as mentas simplesmente pela palavra três, levantar dois dedos para representar os de laranja e contar “quatro, cinco”. Na representação das mentas, a criança trabalhou com a representação “compactada”, não precisou representar cada objeto por um sinal.

Outra idéia de Nunes muito importante para a Educação Matemática, que será utilizada em nosso estudo, diz respeito aos diferentes valores que uma unidade pode ter. Kornilaki (1994) pediu a crianças gregas de 5 anos para resolver uma série de tarefas faltando itens, observou que um grupo de crianças contou somente objetos visíveis. Quando se conta objetos visíveis, nada pode ser representado por um sinal, todos os elementos devem ser representados por objetos. Ao produzir a seqüência das palavras que conta, os elementos são ainda representados um a um, mas a representação é ainda falada. As palavras são em si representações suficientes. O sistema do valor posicional, por exemplo, usa representação compactada: ao em vez de escrevermos 100+20+3, escrevemos 123.

Pesquisas demonstram que as crianças, antes de produzirem as representações compactadas, fazem uma representação extensa completa (100203 para 123) ou uma representação parcial (10023 para 123). (Nunes & Bryant, 1966; Seron & Fayol, 1994; Silva, 1993).

Comprimir $a + a + a + a$ para 4a, significa mudar da adição para a multiplicação. Comprimir $(a \cdot a \cdot a)$ para a potenciação ao a^3 é conseqüentemente ter de lidar com um novo tipo de número.

Na forma de resolução do problema, uma pequena mudança pode fazer uma grande diferença. Se as crianças não tiverem elementos suficientes para produzir uma representação completa dos objetos, elas deverão desenvolver um esquema da situação, na qual o grupo torna-se uma unidade de representação e pode, portanto representar outros grupos. Embora isso possa parecer trivial para um adulto, esta mudança não é simples para as crianças. Nem todas as crianças que resolvem um problema com um conjunto completo de materiais terão sucesso se eles tiverem apenas um conjunto parcial. Bryant, Morgado & Nunes (1991), realizaram estudos com crianças de oito e nove anos, às quais foram solicitaram que resolvessem uma série de problemas de multiplicação. O resultado do estudo mostrou que crianças de oito anos resolveram significativamente mais problemas de multiplicação em conjuntos completos do que em conjuntos incompletos. Isto significa que algumas crianças de oito anos podem ter sucesso ao resolver problemas de multiplicação, se eles puderem representar e contar os elementos um a um, mas não, se eles precisarem desenvolver um esquema da situação na qual as unidades a serem trabalhadas forem grupos. O resultado deste experimento indica que resolver um problema em um ambiente no qual representações completas não estão ainda disponíveis pode provocar o desenvolvimento de um esquema para a situação.

Este esquema parece ser uma representação compactada que permite às crianças atenderem para novas relações na situação.

Representações tornam-se os objetos sobre os quais nos atuamos, quando resolvemos problemas. As operações que executamos sobre as representações completas, podem ser diferentes daquelas que nós executamos sobre as representações compactadas.

A resolução de um problema pode implicar em tipos diferentes de raciocínios resultantes dos diferentes significados da representação que são avaliados no meio. Por exemplo, na resolução de um problema com um conjunto incompleto de objetos, o raciocínio da criança é diferente do que se tivesse um conjunto completo de materiais para representar essa situação. Nunes concluiu que conjuntos incompletos de materiais podem provocar a compressão da representação em algumas situações.

Nunes, tal qual Vergnaud, destaca a importância dos invariantes no ensino da matemática. Os invariantes são conceitos centrais para a matemática. Dedução só será possível em um problema, se existirem invariantes. Nós podemos calcular o tamanho de uma parte, baseando no conhecimento do tamanho do todo e a soma de outras partes porque as relações parte/todo são assumidas constantes. Cada noção científica ou do senso comum pressupõe um conjunto de princípios de conservação explícito ou implícito (Piaget, 1965).

Nunes concluiu em sua pesquisa que diferentes invariantes podem ser construídos em uma situação dependendo de como a situação é representada. Um importante objetivo do ensino da matemática é permitir às crianças comprimir suas representações de tal forma que elas percebam as novas operações que se tornam possíveis por meio destas novas compreensões sem perder de vista as antigas.

Em nosso estudo, as idéias de Duval e Nunes nos auxiliaram quanto aos registros serem condição para compreensão e construção do conceito. Em nosso caso específico, estudamos a representação do número racional apenas na forma decimal, quer expressada pela forma oral, quer na linguagem matemática, por intermédio do registro escrito. Diagnosticamos, portanto, como a criança lê e interpreta o registro de um número decimal, como entende e representa a quebra da unidade e como ocorre o tratamento das representações, bem como a transformação de uma representação para outra, a saber, da transformação da representação oral para a escrita e vice-versa.

2.4. APRENDIZAGEM E CONTEXTO

Várias vezes empregamos em nosso estudo o termo contexto e para isto buscamos em alguns autores suas compreensões e definições a respeito do que significa esse termo e sua importância em pesquisas educacionais.

A palavra contexto tem um significado amplo e é usada de forma diversa nas áreas do conhecimento. Para Lave (1988), refere-se tanto ao ambiente quanto a fenômenos físicos que podem servir para introduzir conceitos matemáticos. Para a autora, o contexto apresenta uma estrutura própria para a atividade nele inserida.

Para Vergnaud (1987) e Nunes (1992) o contexto pode ser entendido como a situação-problema ou o ambiente no qual a situação é construída, ou o fenômeno que dá sentido ao conceito.

É consenso entre alguns pesquisadores (Nunes, 1991; Vygotsky, 1962, 1978) a importância dada ao contexto para a aprendizagem. Para o ensino de qualquer conteúdo, deve-se levar em conta a influência do contexto e uma situação na qual o assunto a ser apreendido possa ser vivenciado pelo aprendiz.

Em Educação Matemática, Roth (1996) categorizou três diferentes sentidos para o termo: o primeiro diz respeito a problemas de matemática que possuem um texto. Aqui a compreensão do texto é um aspecto fundamental do conhecimento. O termo contexto ("con-text” como diz Roth), usado neste sentido de “o que vem com o texto”, refere-se a todo conhecimento adicional necessário para a compreensão do problema matemático. Este “con-text” é como uma história que envolve o problema, e, algumas vezes, as idéias são expostas de forma explícita e, outras vezes, implícita. No último caso, quando implícitas, muitas das idéias não são ditas ou explicadas detalhadamente. De toda forma, a interpretação do problema matemático e do texto vai depender da experiência em leitura que o indivíduo tenha. O segundo sentido do termo refere-se a alguns fenômenos do mundo, que podem ser modelados de uma forma matemática particular. Quando os estudantes apropriam-se significativamente da forma matemática (ou conceito) ligando-a com o fenômeno, este pode ser considerado o contexto que auxiliou a elaboração do significado do conceito.

A terceira maneira de se entender contexto está ligada à noção de ambientes e situações. As situações são caracterizadas por aspectos sociais, físicos, históricos, espaciais e temporais que são constituintes do contexto e formam a base para o desenrolar das atividades. Ambientes são entendidos aqui como os lugares físicos das atividades humanas. Em cada um dos ambientes, existem diferentes situações que incluem diversas práticas, inclusive, matemáticas. Quando as atividades envolvem práticas matemáticas, elas estão inseridas em outras práticas da vida em cada um dos ambientes e é justamente esta inserção que torna a matemática do dia-a-dia poderosa para o indivíduo.

Dentro de uma perspectiva psicológica, Nunes define contexto como situação significativa, ou seja, um rico local de conhecimento onde a criança pode entender as semânticas de uma situação. Situação semântica refere-se a uma situação que tem significado para uma criança. Esta situação não precisa necessariamente estar inserida dentro de uma situação de mundo real, mas precisa ser uma situação em que a criança possa fazer um paralelo entre esta situação e seu cotidiano.

Para conhecer quanto esta criança sabe sobre um conceito específico, é mais importante apresentar à criança uma situação semântica do que inseri-la em uma situação do mundo real.

Nunes (1991) referindo-se aos resultados obtidos dos trabalhos de Carraher, Caharrer e Schielmann (1985), que envolveram resoluções de atividades aritméticas com sistemas orais e escritos, afirma que os princípios que controlam os processos de cálculo em ambos as práticas foram os mesmos, mas há diferenças na organização funcional das atividades de resolução de problemas que dependeram do uso de um ou outro sistema. Nunes concluiu que os sistemas de representação estabelecidos pela cultura (contexto social nele incluso) influenciam a organização funcional das atividades das crianças, mas esses sistemas não podem ser capazes de fazê-lo sem o suporte de um particular sistema de signos. Isto significa que a mesma criança tem desempenho distinto quando conduz a mesma função com o suporte de diferentes sistemas.

Nunes enfatiza a relevância do contexto e, sobretudo, a função semiótica como tendo uma importante parte na resolução de problemas.

Em nosso estudo, tratamos o "contexto" de acordo com as definições de Roth e de Nunes por considerá-las mais abrangentes e mais adequadas ao estudo. Assim, usamos a palavra contexto sempre que nos referimos a fenômenos, lugares físicos (ambientes), a situações-problema ou situações diversas que incluam práticas matemáticas. O "contexto" é fundamental para nosso estudo, pois a partir dele criamos os pressupostos e algumas de nossas hipóteses sobre as situações de aprendizagem dos números decimais. Está estritamente relacionado com nossa questão de pesquisa, que é diagnosticar em qual contexto o aluno tem mais facilidade para a compreensão da quebra da unidade.

Adotaremos em nossa pesquisa a noção de "contexto" de acordo com as teorias de Nunes e Roth (1996). Portanto o termo "contexto" em nossa pesquisa pode referir-se a problemas matemáticos, a fenômenos do mundo que podem ser modelados de uma forma matemática particular, a ambientes (lugares físicos das atividades humanas) e a situações (aspectos sociais, físicos históricos, espaciais, temporais).

Portanto, para diagnosticar como a “noção da quebra da unidade” está vinculada à “noção de contexto” em situações de aprendizagem, criamos o “contexto da medida”, o “contexto monetário” e outro que denominamos de “contexto matemático”. No capítulo sobre a Metodologia, as questões do instrumento diagnóstico nos auxiliam a especificar melhor cada um dos contextos.

2.5. REVISÃO DE LITERATURA

Neste item, citamos algumas pesquisas recentes e diretamente relacionadas com nosso estudo sobre a aprendizagem de números decimais.

Brousseau (1970-1990) e seu grupo na França desenvolveram um estudo sobre a aprendizagem dos números decimais. Em suas pesquisas, trabalharam com crianças na faixa etária entre 10 e 11 anos, no estágio inicial da aprendizagem dos números decimais. Neste trabalho, focalizaram as dificuldades e os obstáculos na aprendizagem desses números, bem como algumas regras necessárias para a compreensão dos problemas do ensino.

Para Brousseau, um obstáculo é um conhecimento, não uma dificuldade. Tal conhecimento produz respostas certas em determinados contextos e repostas falsas em outros contextos, provocando “erros” que resistem por muito tempo.

Alguns obstáculos, segundo conclusões de suas pesquisas, diz respeito aos números decimais serem vistos pelos alunos como justaposição de números naturais, separados por vírgula. Os números naturais, portanto, constituem obstáculos epistemológicos na aprendizagem dos números decimais. Outros obstáculos, segundo Brousseau, podem ser originados em função do desenvolvimento do indivíduo (obstáculos de origem ontogênica).

Além dos obstáculos epistemológicos, Brousseau concluiu que a aprendizagem dos decimais pode ser dificultada em função dos obstáculos didáticos, resultantes da opção didática do professor. O professor precisa conhecer os modelos errôneos dos alunos, pois por meio da compreensão desses modelos poderá criar para o aluno situações significativas que possibilitem reflexões sobre conhecimentos antigos e condições para a construção de novos conhecimentos.

Bianchini (2001) estudou algumas questões da aprendizagem dos números decimais no que dizem respeito à compreensão e significados desses números e as operações com esses números, bem como as questões relacionadas com a aquisição do conceito de número racional na forma decimal. O objetivo de sua pesquisa foi investigar se uma determinada proposta didática para a introdução dos números decimais facilita a compreensão do conceito de decimais.

Bianchini trabalhou em sala de aula com alunos da 3ª série do ensino fundamental, a fim de verificar como se caracterizavam as dificuldades e o processo de ensino para os números decimais. Utilizou a abordagem de medidas para a introdução aos números decimais, com o objetivo de verificar se os efeitos dessa abordagem facilitam aos alunos aprender o significado de número decimal.

Aplicou uma seqüência em sala de aula que permitisse aos alunos a necessidade de novos números. Dentre as atividades propostas, pedia para exprimir medidas menores que uma unidade predeterminada, da qual concluiu a importância de tratar a conceitualização de unidade envolvendo os números racionais.

Priorizou em sua pesquisa o papel da conversão entre diferentes registros de representação. Trabalhou com o número racional na forma decimal, explorando a representação figural, tanto para números racionais escritos na forma decimal como na forma fracionária.

Em sua pesquisa, concluiu que por meio da seqüência didática aplicada, houve uma evolução conceitual dos alunos que participaram das atividades da seqüência, tendo em vista o fato desses alunos desconhecerem os números decimais, ensinados na escola.

A diferença básica entre nossa pesquisa e a de Bianchini reside no fato que Bianchini aplicou uma seqüência didática, enquanto a nossa, restringiu-se a um estudo diagnóstico. Outra diferença entre os dois estudos está na escolha e na ênfase dada aos registros de representação. Bianchine trabalhou com o número racional, explorando as representações: figural, a representação fracionária, a representação decimal, e a conversão entre elas. Já em nossa pesquisa, relacionamos apenas dois tipos de representação: o da linguagem natural tanto na forma escrita quanto na forma oral e o da representação escrita na forma decimal.

Esta pesquisa foi de grande interesse para nosso estudo, pois suas conclusões reforçaram nossa hipótese no que diz respeito à gênese do conceito de número racional na representação decimal estar vinculado à noção de medida e, conseqüentemente, à de "unidade".

Woerle (1999), desenvolveu uma seqüência didática para o ensino dos números racionais, na qual propõe atividades que envolvem as representações desses números tanto na forma fracionária como na decimal, bem como a conversão de um sistema para o outro. Sua seqüência de ensino foi desenvolvida em alunos da 6ª série, tendo em vista uma melhor compreensão desse objeto matemático.

Seu objetivo foi atingir uma melhor compreensão dos números racionais por parte dos alunos por meio de uma seqüência didática, na qual as representações fracionária e decimal dos números racionais são apresentadas simultaneamente aos alunos. O trabalho desenvolvido evidenciou um novo aspecto ao ensino dos números racionais – a conversão de um sistema para o outro - tendo em vista uma melhor compreensão do objeto matemático.

Sua pesquisa constituiu-se em um importante referencial, pois além de muitos fatores, o fator população (nível e idade escolar) permite fazer inferências sobre a seqüência de nosso trabalho para uma população mais avançada e com a qual não tivemos oportunidade de trabalhar.

Pérez (1988) no livro "*Números Decimales Por qué? Para qué?*", estudou a utilização dos decimais em situações do cotidiano, seu desenvolvimento na história. Destaca sua preocupação quanto à significação dos números que apresentam vírgula, ser de fato entendida pelos alunos. Baseou-se nas pesquisas realizadas na França por Brousseau sobre os erros mais comuns cometidos pelos alunos e os obstáculos resultantes da aprendizagem dos números naturais.

Em seu livro, a autora citada apresenta situações familiares nas quais a informação quantificada se transmite por meios de símbolos numéricos escritos com a vírgula, questionando a significação dessas escrituras e sua utilidade e quais situações necessitam de números decimais.

Pérez estuda as diferentes abordagens dos diversos tipos de pesquisa recentes sobre o estudo dos números decimais e com base nas reflexões provenientes de suas investigações, mostra os possíveis caminhos que professores e pesquisadores podem fazer uso para contribuir na aprendizagem dos números decimais.

Ceryno (2001), desenvolveu uma pesquisa sobre a construção do conceito de número e sua relação com a aprendizagem do dinheiro. Teve como principal objetivo investigar como a construção do conceito de dinheiro pode contribuir na elaboração do conceito de número, tendo em vista a ampliação do conjunto dos números naturais. Trabalhou com crianças de uma sala de primeira série do ensino fundamental em uma escola municipal. Diagnosticou e desenvolveu atividades que favoreciam a construção do dinheiro como medida de preço, tanto no aspecto matemático (como medida), quanto pela síntese social do trabalho humano. Nas atividades propostas trabalhou com os conhecimentos prévios de número e dinheiro e com trocas de mercadoria com dinheiro.

Seu trabalho permitiu reflexões a respeito de como a aprendizagem escolar pode auxiliar a interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos sistematizados.

Em função das atividades propostas, Ceryno concluiu que houve reflexão por parte das crianças sobre sua experiência a respeito do número e dinheiro, caso em que a “significação se estabelece no campo da funcionalidade”.

Constatou que “a escrita numérica do dinheiro é fruto da interação direta com a própria escrita, presentes no papel moeda e nos preços escritos”.

Sua pesquisa é de grande interesse para nosso estudo, tendo em vista que trabalhou com uma população cuja faixa etária era menor que a nossa, e nos permitiu utilizar suas conclusões em nossos referenciais práticos e teóricos sobre a construção do conceito de número pela criança. Outro ponto de igual importância para nossos estudos foi o contexto do dinheiro sobre o qual baseou suas atividades e a forma como conduziu as atividades, pois nos permitiu ampliar a noção do contexto de dinheiro da aprendizagem dos naturais para os racionais.

Nesta investigação, outro trabalho que auxiliou, foi o estudo exploratório realizado por Magina e Bianchini (1996) a respeito dos números decimais. Foi uma investigação sobre a concepção que os alunos têm sobre os números decimais e verificação se há transferência dos conhecimentos dos naturais para os decimais e como ocorre tal transferência. A pesquisa ocorreu por intermédio do estudo com crianças da 6ª série. As autoras concluíram que os alunos trabalhavam relativamente bem no conjunto dos naturais, o que não ocorria com os decimais.

CAPÍTULO III
O NÚMERO DECIMAL ONTEM E HOJE

3.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por finalidade apresentar e discutir os números decimais sob vários aspectos, a saber: do ponto de vista da matemática – seu surgimento e percurso no decorrer da história e como ele é tratado hoje – do ponto de vista do senso comum e do ponto de vista da escola. Desta forma, iniciamos este capítulo com uma sessão dedicada a um breve estudo histórico e cuja finalidade é simplesmente situar o leitor no aparecimento e desenvolvimento do número decimal ao longo dos tempos.

Na seqüência, foi feito um estudo dos decimais sob o enfoque matemático atual, ou seja, como um objeto de saber matemático. Este estudo também foi feito de forma sucinta, uma vez que nosso interesse estava na compreensão do número e não em seu estudo com aprofundamento matemático.

O terceiro aspecto abordado – o ponto de vista do senso comum – o número decimal foi visto no contexto da rua: como as pessoas anunciam, olham, lêem e entendem o número decimal.

Por fim, foi feito um estudo dos números decimais sob a perspectiva da escola – como ele é trabalhado e ensinado na escola. Diante da impossibilidade de se fazer um estudo detalhado em todas as escolas, analisamos dois instrumentos considerados de sustentação do professor, quais sejam, o livro didático e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Para a análise, relacionamos 6 categorias, a partir das quais esses instrumentos foram discutidos.

Com relação aos livros didáticos, escolhemos aqueles que são, ou foram adotados em cada uma das séries nas escolas, nos últimos três anos.

Para a análise destes livros didáticos e dos PCNs, listamos algumas categorias que consideramos importante ao o ensino desse conteúdo. Os livros didáticos e o PCNs serão analisados somente em função dessas categorias, ou seja, observamos se essas variáveis eram usadas e, se sim, como eram. Fizemos ainda uma comparação entre as propostas dos PCNs e a forma de abordagens dos livros didáticos, no sentido de analisar a consonância entre eles. Em outras palavras, o que propõe o PCN é o que consta no livro da escola. Não cabe aqui, nenhum outro tipo de avaliação quanto à qualidade do livro didático, ou mesmo, as propostas do PCN.

Desta forma, acreditamos ter abordado o número decimal sob os aspectos que consideramos fundamentais para nossa pesquisa.

3.2. OS DECIMAIS DO PONTO DE VISTA DA MATEMÁTICA

Considerando que o número decimal é um objeto construído pela ciência Matemática, não podemos pesquisar sobre como os alunos o entendem, sem antes discuti-lo do ponto de vista da ciência. Assim sendo, iniciamos sua discussão com base em seu surgimento. Gostaríamos de enfatizar que não se tratou de um estudo histórico sobre esses números, mas sim, de um breve histórico com a finalidade apenas de situá-lo no tempo.

3.2.1. Os números decimais: o surgimento e seu percurso na História.

Neste tópico, fizemos uma sucinta revisão histórica dos sistemas de representação dos números, e o desenvolvimento de seus sistemas de representação.

O conceito de número desenvolveu-se em função da necessidade do homem criar um "instrumento" capaz de auxiliá-lo a contar e, posteriormente, a medir.

Contar objetos de uma coleção é destinar a cada um deles um símbolo (uma palavra, um gesto ou um sinal gráfico) correspondente a um número tirado da "seqüência natural de números inteiros", começando pela unidade e procedendo pela ordem até encerrar os elementos. Cada um dos símbolos será conseqüentemente, um número de ordem do elemento ao qual foi atribuído. O número de integrantes do conjunto foi o número de ordem do último de seus elementos (Ifrah, 1981).

Com a abstração dos números, o homem aprendeu a distinção sutil entre número cardinal e ordinal. Seus antigos instrumentos de contagem (pedras, bastões, conchas, etc...) tornaram-se verdadeiros símbolos numéricos, o que veio a facilitar e combinar números inteiros. Conforme o homem aprendeu a conceber conjuntos cada vez mais extensos, surgiram dificuldades em representá-los e um novo problema aparentemente impossível de ser resolvido: como designar números elevados com o mínimo de símbolo possível? A noção de agrupamento dos objetos que, na linguagem matemática, pode ser traduzido como o emprego de "bases" (base 10, base 2, base 60 e outras), foi uma solução para auxiliar na contagem de grandes quantidades.

Segundo Ifrah (1981):

> *"... O homem ao aprender a contar abstratamente a ao agrupar toda a sorte de elementos segundo o princípio da base, aprendeu a estimar, a avaliar e medir grandezas diversas". (p. 77)*

Para a interpretar um número, utilizamos princípios matemáticos que foram elaborados ao longo de muitos séculos: "princípio de posição" e o "princípio da extensão".

O princípio da posição revolucionou a ciência em função da simplificação que produziu, facilitando e simplificando a escrita dos números inteiros.

O segundo princípio é a extensão do princípio da posição para a escrita dos números menores que a unidade e que, por sua vez, deu origem aos números decimais.

A regra numeral que consiste em atribuir a um símbolo um valor diferente, segundo o lugar que ocupa na escrita, foi imaginada somente quatro vezes na história da humanidade (Ifrah in Pérez, 1989):

- os babilônios, no segundo milênio a.C. utilizaram um sistema de numeração de posição de base 60 e servia para representar números inteiros e frações. Até hoje continuamos a empregar o sistema sexagesimal para expressar as medidas de tempo, de arcos e ângulos.
- os chineses, provavelmente, no século VII a.C. utilizaram um engenhoso sistema de numeração que combinava barras

horizontais e verticais para distinguir as ordens de unidades diferentes. Posteriormente, ao século VII, introduz em sua numeração um sinal especial, um círculo, para assinalar a ausência de unidades de uma ordem. A partir de então, todas as regras aritméticas e algébricas relativas aos números inteiros alcançaram rapidamente um grande aperfeiçoamento. Na China, as operações com frações eram conhecidas com tendência a decimalização (Boyer, 1974). Representaram números inferiores à unidade de forma semelhante à nossa.

- os maias usavam um sistema de numeração escrito na base 20, no qual os algarismos recebiam um valor dependendo de sua posição na escrita. Cada número superior a 20, era escrito em uma coluna vertical que possuía tantas linhas horizontais quanto ordens de unidade que continha. Este sistema possuía um zero que se coloca tanto em posição final como entre os algarismos.

- os hindus criaram a primeira numeração escrita com estrutura idêntica à nossa e cujos sinais gráficos constituíram a representação prévia de nossos algarismos atuais. Os algarismos são sinais que não fazem referência a nenhum objeto concreto e a regra de posição aplica-se, seguindo as potências consecutivas da base 10. Graças aos hindus, o invento do sistema de numeração decimal e o zero foram uma das maiores descobertas da humanidade (Ifrah, 1981).

A propagação do sistema decimal de posição foi feita pelos árabes que ao utilizarem a barra horizontal, aperfeiçoaram a notação às frações ordinárias empregadas pelos hindus.

A primeira obra que se conhece na qual, o sistema decimal e as operações de cálculo são explicados detalhadamente, é o Tratado de Aritmética de Al-Khawarizmi (780-850). Seus trabalhos permitiram o uso do número decimal como instrumento matemático.

AL-Uglidisi em 952 é o primeiro matemático árabe a utilizar os decimais. AL-Kasi, astrônomo e matemático, é o primeiro a explicar em seu livro, “Chave da aritmética” escrito em (1429), uma teoria das frações decimais e a noção do número decimal. Descobriu as frações cujos denominadores são potências de dez, que foram por ele chamadas de frações decimais. Usa uma nova representação para as frações como a fração 358/501. Insiste na facilidade dos cálculos com esta forma mais prática de notação. Reconhece o número decimal como uma descoberta matemática, porém ainda sem uma teoria que fixe sua definição, suas propriedades e sua posição epistemológica.

Posteriormente, a necessidade da medição impôs ao homem, a criação das frações. O primeiro passo consistiu na redução do problema da medida para a contagem, no qual se escolheu de forma arbitrária, uma unidade de medida. A comparação entre a unidade de medida escolhida e a grandeza a ser medida impôs a necessidade da subdivisão da unidade em partes iguais que deu origem a frações da unidade. As noções de unidade e de frações desta unidade tornaram a medição de qualquer grandeza contínua sempre possível.

O desenvolvimento do comércio, a repartição de terrenos, os cálculos de distância, entre outros, impuseram o desenvolvimento dos números decimais por serem eficientes aos cálculos.

Só no século XVI, alguns matemáticos compreenderam que se poderia utilizar para números não inteiros a mesma escrita dos números inteiros.

François Viéte (1540-1603), usa os números decimais com mais de uma representação. O belga Simon Stevin sugeriu que os cálculos e as medidas podiam ser simplificados com o uso dos números decimais. Seu livro “A Disme” (a décima), primeiro livro cujo único conteúdo trata da representação decimal dos números, é uma espécie de aritmética que permite efetuar todas as operações usando números inteiros. O número

0,375 é por ele representado como 3(1) 7(2) 5(3) que se lê 3 primeiras, 7 segundas e 5 terceiras. A notação de Stevin foi substituída pela de John Napier, a partir de 1620 e resulta na notação atual, segundo a qual a vírgula separa a parte inteira da parte decimal. Estes números eram conhecidos como números de Stevin. Em 1792, com a Revolução Francesa e com o surgimento do sistema métrico decimal em substituição aos antigos sistemas de unidades que o cálculo com decimais passou a ser fortemente aceito com interesse para a vida prática. Com Cantor e outros matemáticos (Pérez, 1988), no final do século XIX, esses números ganharam status de números. As notações para os decimais evoluíram e, no ano de 1952, o suíço Jost Bürgi substituiu a ordem das frações consecutivas, colocando no alto das unidades o sinal º, ou seja, o número 679,567 = 679º 567. No mesmo ano, Magina substituiu esta notação, colocando ponto entre o algarismo das unidades e das dezenas 679.567. A notação atual com a vírgula da forma como temos hoje, deve-se ao neerlandês Wilbord Snellius no século XVII (Ifrah, 1981).

O relato acima nos fornece de forma bastante abreviada os antecedentes históricos dos números decimais que são fundamentais para nosso estudo. Na História, procuramos fatos que pudessem esclarecer o uso das representações dos números decimais que são utilizados atualmente e os porquês das dificuldades que os alunos apresentam ao ler, interpretar e operar com os números decimais.

A necessidade de exprimir e representar medidas de quantidades menores ou maiores que uma unidade fixada e ainda facilitar os cálculos, tornando-os mais práticos e mais rápidos foi o elemento norteador da construção e da evolução do sistema decimal de numeração de posição. Essa evolução foi marcada por dificuldades e pela lentidão causada por obstáculos provenientes do próprio conceito de número. Durante muito tempo (século VIII ao século X), os números foram concebidos como sendo múltiplos da unidade e a unidade não era considerada como um número, como o conceito de número Natural.

Atualmente, os números que impregnam nossa vida são números cuja representação é feita por intermédio de dígitos com vírgula, cuja gênese e desenvolvimento, discutimos nos parágrafos anteriores. Embora os decimais sejam bastante trabalhados, ainda assim, não são interpretados corretamente.

3.2.2. O Número decimal: O Objeto de saber Matemático

Conforme Pérez (1988), o número decimal é hoje associado a um contexto rico de significado que tem o status de conceito matemático regido por uma sólida teoria matemática que o define e lhe dá consistência. Mas antes de chegar a este status matemático, o número decimal passou por diferentes etapas que se caracterizaram nas distintas formas de concebê-lo como número. Durante séculos, o número decimal serviu apenas para auxiliar a medir e a representar quantidades.

A unificação do cálculo dos naturais com as "razões geométricas" e com a introdução do sistema de numeração decimal possibilitou que o número decimal fosse empregado como instrumento matemático de aproximações e de radicais. Na verdade, funcionava apenas como um registro de representação para facilitar o manuseio e as operações com os racionais e com os irracionais.

"Número decimal" pode ser definido como um número racional. O número racional por sua vez pode ser definido sob vários aspectos, dentre eles o aspecto aritmético e o algébrico.

No aspecto aritmético, Caraça enfoca o aspecto racional do número decimal no contexto de medida. Assim, a medida de um comprimento resulta da relação entre números e, no caso da medida, da relação entre a unidade e a subunidade. Conforme Caraça, a escolha da unidade embora aleatória, é condicionada pelo resultado da medição. Quando na relação entre a unidade e a subunidade, os números não são divisíveis entre si, surge a necessidade de expressar o resultado no campo dos racionais, tendo em vista a insuficiência dos naturais para medir quantidades contínuas.

Sob o aspecto algébrico, o número racional pode ser definido, como solução da equação ax=b (a e b inteiros e a• 0) .

O conjunto dos racionais (Q) pode ainda ser definido como o conjunto de todas as classes de equivalência que a relação R definida por (a,b)R(c,d) • a x b = b x c determina em Z x Z*.

Não podemos confundir a representação decimal do número racional com o número decimal.

A representação decimal pode ainda auxiliar a representar aproximações de números irracionais. Não temos interesse em definir números irracionais, mas vale lembrar que estes números não podem ser expressos como razões de dois números inteiros.

Segundo Klein (1992), diante da impossibilidade de escrever números irracionais (como o números •2, ð e outros) como uma razão entre números, surgiu a necessidade de aproximar o número irracional por meio de frações ou de números decimais. Quando os gregos depararam-se com os números irracionais, usaram aproximações e nunca se deram conta de que nem as frações, nem os decimais jamais representariam com exatidão os números irracionais. Assim, as aproximações dos irracionais, na verdade, não são nem frações, nem decimais, mas podem ser representadas de "forma inexata" pela representação decimal. Quando desejamos, por exemplo, construir um segmento cujo comprimento deve ser exatamente a •2, podemos fazer muitas aproximações como, 1,4; 1,41; 1,416, ou outras, com infinitas casa decimais, mas não conseguiremos jamais expressar exatamente esse valor por intermédio da representação decimal.

Hogben auxilia a elucidar a relação do racional e do decimal quando faz referência à base decimal dos números infinitamente grandes ou pequenos expressos por potências de dez.

O modelo físico para 10^n, está muito além dos exíguos confins da geometria grega. Esta era capaz de fornecer um modelo um modelo para:

- 10^1, como sendo um segmento de dez unidades de comprimento,

-10^2, como sendo um quadrado de 10 unidades de lado;

- 10^3, como sendo um cubo de 10 unidades de lado.

No entanto, passado esse ponto, o número n como expoente de 10, não tinha equivalente físico no mundo real. Mas na nova escrita numeral, 10^{12} (um bilhão) significa algo positivo, qual o valor de cada coluna da 13ª coluna de um ábaco com treze ou mais colunas. Assim, o horizonte dos grandes números foi incomensuravelmente ampliado. O mesmo raciocínio pode ser usado para o aumento do horizonte dos pequenos números. Foi preciso nos fixar na primeira coluna do ábaco para refletir sobre as implicações do novo mundo de se traduzir 10^n. Dispondo-se a série geométrica na ordem decrescente em que o expoente de n aparece na escrita decimal, percebe-se que n diminui de uma unidade quando se reduz o valor da conta dividindo-o por 10 e podemos estender o horizonte dos expoentes a qualquer valor por menor que seja. Assim:

... 10 000 1000 100 10 1 1/10 1/100 1/1000

... 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3}....

Na maioria dos livros didáticos, é comum encontrarmos o número racional que possui ao menos uma escrita na forma de fração decimal (fração cujo denominador é uma potência de 10). O número decimal pode ser escrito na forma $n = b/10^a$, sendo b e a inteiros. Segundo esta definição, um número inteiro positivo ou negativo é também um número decimal. A fração 1/7 é um número racional, mas não é um número decimal, pois não podemos escrevê-la como fração com denominador que seja potência de 10. No entanto, podemos escrevê-lo por meio de uma representação escrita com vírgula, ou seja, 1/7 = 0,142857142857142857...

Outra propriedade maravilhosa destes números é que são capazes de estender o significado de 10^n para a^n, sendo a base “a” qualquer número diferente de zero.

A definição matemática para o número decimal está vinculada ao número real: Um número decimal é um número real. A representação decimal concebida como uma seqüência de algarismos separados por vírgula pode ser utilizada para designar todos os números reais. Os números racionais têm sua representação decimal dada por parte não inteira finita e dízimas periódicas. Os irracionais têm sua representação com infinitas casas depois da vírgula, sem que se forme um período como, por exemplo, o número pi = 3,1415... e outros.

3.3. OS DECIMAIS SOB O PONTO DE VISTA DO SENSO (DA RUA)

No contexto do cotidiano da rua, os números decimais impregnam a vida do dia a dia. São medidas de inflação, porcentagem, freqüência, tempo, energia elétrica, de velocidade, massa, dinheiro, temperatura, entre muitas outras. Toda grandeza da vida cotidiana é passível de ser representada com números decimais. Em todos eles, a representação escrita corresponde a números que possuem vírgula e separam a parte inteira das unidades fracionárias.

Na linguagem comum, costuma-se confundir a expressão “número racional decimal” e a “escrita com vírgula”, aplicando-se ambiguamente a locução “número decimal”, pois não se distingue um número de sua representação.

No entanto, são freqüentes as situações nas quais o número decimal é escrito na forma sem vírgula. Por exemplo, meio quilo cuja representação na forma decimal é 0,5 kg pode ser escrito como número sem virgula como 500 gramas. A possibilidade de conversão de unidade leva, muitas vezes, a interpretação errada dos números decimais, como números inteiros, pois não nos permitem compreender a natureza essencial do número decimal.

No senso comum, muitas vezes, a leitura do número decimal é feita como se não existisse a virgula. A representação escrita não corresponde à forma como se fala ou como se lê. Como, por exemplo, 2,456 é lido como dois e quatrocentos e cinqüenta e seis e sendo, portanto, esquecido o caráter decimal da subdivisão da unidade. Outro caso típico é o do sistema monetário no qual a representação escrita está em desacordo com a oral. A existência de moedas como os centavos, reforça erros de leitura. Por exemplo, o caso para R$ 2,50 (dois reais e cinqüenta centavos) que, muitas vezes, é lido como "dois e cinqüenta" esquecendo-se, portanto o caráter decimal dos dígitos após a virgula. Por outro lado, a omissão da virgula resultante da mudança de unidades pode em certos casos complicar a escrita, a leitura e conseqüentemente a interpretação desses números.

Nas notações científicas, perdem-se informações da precisão do número. Por exemplo, o número 5908456 pode ser escrito em notação científica, como $5,9 \times 10^6$. No caso se fosse dada a notação científica para então escrever o número com todas as casas decimais, perderíamos a informação dos outros dígitos, pois resultaria em 59000000.

3.4. OS DECIMAIS NA ESCOLA

Como falamos na introdução deste capítulo, analisamos, na perspectiva escolar, os instrumentos de sustentação do professor, quais sejam, o livro didático e os PCNs.

Os livros didáticos que analisados são os adotados nos últimos três anos em cada série das escolas em que aplicaremos nosso estudo. Para essa análise, selecionamos seis categorias que consideramos fatores de influência na formação conceitual desses números. Assim sendo, observamos *se* essas variáveis são usadas e, se sim, *como*.

A tabela abaixo apresenta os livros adotados em cada uma das séries nos últimos três anos.

SÉRIES	LIVROS ADOTADOS	Ano em que foi adotado
2ª série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed:Scipione 1997 Pires C, C. & Nunes M. **Matemática No Planeta Azul**, Ed. FTD,SP, 1999	1997/1998 /1999 2000/2001
3ª série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione 1997 França E., Bordeaux, ª L., Rubinstein C. **Matemática Para Gostar e Aprender**, Ed. do Brasil, SP, 1999	1997/1998 /1999 2000/2001
4ª série	Imenes L, M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione 1997 Pires C, C. & Nunes M. **Matemática No Planeta Azul**, Ed. FTD, SP, 1999	1997/1998 /1999 2000/2001
5ª série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione 1997 Giovani, J. Castrucci, B Giovani J. J. A Conquista da Matemática, Ed. FTD, 1996	/19971998 /1999 2000/2001

A seguir, apresentamos as categorias por nós listadas e justificamos o porquê de cada uma delas.

3.4.1. Categorias para Análise dos Livros e PCN

Na escolha das categorias tivemos como base os elementos que contribuem para a formação do conceito do número decimal e também o fato deste critério de escolha possibilitar a análise dos livros didáticos e dos PCNs de forma objetiva e imparcial.

Incluímos a "quebra da unidade" em seis categorias que listamos a seguir, tendo em vista nossa hipótese, segundo a qual, acreditamos ser ela o elemento-chave para a compreensão dos números decimais.

1 – "quebra da unidade no sistema monetário" (<u>SM</u>).

2 – "quebra da unidade nas medidas" (<u>M</u>).

3 – "quebra da unidade na extensão do ábaco" (<u>EA</u>).

4 – "quebra da unidade em divisões não exatas"(<u>DNE</u>).

5 – "quebra da unidade: sua gênese e desenvolvimento"(<u>GD</u>).

6 – "quebra da unidade e situações genéricas do cotidiano"(<u>SGC</u>).

3.4.2. Razões para a escolha de cada categoria.

1– "quebra da unidade no sistema monetário" <u>(SM).</u>

Conforme Esteves (2001), o estudo do sistema monetário pode ocorrer sob os pontos de vista de contagem e de medida. Sob o aspecto da contagem, trabalha-se com o sistema monetário no conjunto dos números naturais. Neste caso, a unidade monetária considerada é um número natural cujas subdivisões, os centavos, continuam sendo números naturais. Um real ao ser subdividido em centavos tem representação física feita por moedas e, portanto, essas subdivisões são unidades naturais.

Nosso interesse é estudar o sistema monetário na representação decimal, sob o ponto de vista da medida, no qual a quebra da unidade não tem representação na forma inteira, mas, sob a forma decimal, como os dígitos após a vírgula. Por exemplo, na representação R$ 13,32, os dígitos após a vírgula são provenientes das frações do real como unidade natural. Esta forma de representação do dinheiro impregna o cotidiano do aluno e caracteriza-se como um conhecimento prévio do aluno, segundo Duval pode em função disso, tornar-se mais significativa. Daí, nosso interesse em abordar o sistema monetário sob esse enfoque.

2 – "quebra da unidade nas medidas" (M).

Na elaboração de nosso diagnóstico, procuramos apoio nas teorias de Piaget e Vygotsky, com respeito à construção do conceito de medida em crianças de 8 aos 11 anos e nas idéias de Duval e Nunes sobre a representação dessas medidas. Pensamos ser esta categoria uma das mais importantes para a construção do conceito de número decimal, pois historicamente foi a partir da medida e não da contagem que surgiu a necessidade dos números racionais. Como "medida" em nosso instrumento diagnóstico, trabalhamos com medidas de comprimento, área e volume e nas suas representações tanto na forma oral como na escrita. Queríamos observar nessa categoria se a representação da medida na forma escrita ou oral é entendida como um número decimal.

3 – "quebra da unidade na extensão do ábaco" (EA).

A extensão do ábaco está sendo aqui entendida como a extensão dos números naturais. Da mesma forma, como podemos estender a ordem e classe dos números naturais para valores maiores do que a unidade, podemos fazê-lo para valores menores que a unidade. No estudo desta categoria, é de nosso interesse averiguar sob que abordagem e quando é introduzida a extensão das ordens para quantidades menores do que a unidade. Nesta categoria, caracteriza-se o estudo das frações decimais com os denominadores 10 ou múltiplos de 10, dando origem aos décimos, centésimos, milésimos, décimos de milésimos e assim sucessivamente com as respectivas representações do número decimal 0,1 como um décimo da unidade; 0,01 como um centésimo da unidade; 0,001 como um milésimo da unidade e, assim, por diante.

No ábaco, a representação do número 333,333 auxilia a compreensão dos valores de cada dígito em função de sua posição, antes e depois da vírgula: com três, trinta e trezentos antes da vírgula, enquanto para o caso de 0,333 três décimos, três centésimos, três milésimos.

4 – "quebra da unidade em divisões não exatas" (DNE).

Ao elegermos esta categoria, buscamos apoio nas idéias de Vergnaud (1990), segundo o qual, um conceito matemático só se desenvolve dentro de um Campo Conceitual, na interação com outros conceitos e por meio da resolução de problemas. Analisamos, portanto, se esta categoria está inserida em problemas matemáticos cuja interpretação dos resultados possibilite dar significado ao número decimal obtido como quociente da divisão de quantidades, quer sejam contínuas ou discretas. Também, nesta categoria podemos perceber a necessidade da extensão dos números naturais uma vez que estes não dão conta da divisão entre dois números quaisquer.

5 – "quebra da unidade: sua gênese e desenvolvimento"(GD)

Há consenso entre pesquisadores como Vergnaud (1990), Piaget (1995) e outros, segundo os quais, os fatos históricos auxiliam a aprendizagem, pois permitem ao aluno vivenciar a necessidade histórica da criação do conceito e seu desenvolvimento.

6 – "quebra da unidade e situações genéricas do cotidiano" (SGC).

Embora acreditemos, já que a aprendizagem está além de seu uso prático, pensamos que, para esta faixa etária, as situações práticas possibilitam situações mais significativas para o aluno e, como conseqüência, favorecem a aprendizagem. Situações como compra, venda, preços, medições de tempo, massa, velocidade, energia e outras unidades trabalhadas no cotidiano da criança, evidenciam e justificam sua aprendizagem, pois em todas elas se encontra a necessidade de uso dos números decimais.

3.4.3. Análise dos livros

Para facilitar a análise dos livros didáticos, usamos o auxílio de siglas para mencionarmos o livro, o autor, o ano e a série no qual o livro foi adotado, conforme a nomenclatura a seguir:

		SIGLA
2ª série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione, 1997 Pires C, C. & Nunes M. **Matemática No Planeta Azul**, Ed. FTD, SP, 1999	**2ª IJL** **2ª PN**
3ª série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione, 1997 França E., Bordeaux, A. L., Rubinstein C. **Matemática Para Gostar e Aprender**, Ed. do Brasil, SP, 1999	**3ª IJL** **3ª FBR**

4ª série	Imenes L, M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione, 1997 Pires C, C. & Nunes M. **Matemática No Planeta Azul**, Ed. FTD, SP, 1999	**4ª IJL** **4ª PN**
5º série	Imenes L,M.& Jakubo J. Lellis M. **Novo Caminho Matemática**, Ed. Scipione, 1997 Giovani, J. Castrucci, B Giovani J. J. A Conquista da Matemática, Ed. FTD, 1996	**5ª IJL** **5ª GCG**

A análise dos livros didáticos foi feita em função das categorias. Assim, por meio da tabela a seguir, é possível analisar quais das categorias mencionadas foram trabalhadas, diretas ou indiretamente. Em caso afirmativo, assinalaremos com X, caso a categoria foi abordada.

livros / categoria	2ª IJL	2ª PN	3ª IJL	3ª FBR	4ª IJL	4ª PN	5ª IJL	5ª GCG
SM			**X**		**X**		**X**	
M			**X**		**X**	**X**	**X**	**X**
EA								**X**
DNE					**X**	**X**	**X**	**X**
GD								
SGC			**X**		**X**	**X**	**X**	**X**

De acordo com a tabela, podemos concluir que os livros da 2ª série, **2ª IJL e 2ª PN**, trabalham apenas os números naturais. O dinheiro é trabalhado apenas como contagem. No livro **2ª PN,** são apresentadas algumas tabelas com valores monetários na representação decimal.

No livro **3ª IJL,** são trabalhadas categorias com a quebra da unidade no sistema monetário, na medida e em algumas situações gerais inseridas no cotidiano. No livro **3ª FBR,** embora não tenhamos encontrado nenhuma das categorias, achamos algumas atividades que envolvem o "dinheiro", apenas como contagem. Uma das atividades sobre lucro ou prejuízo, apresenta uma tabela com as representações decimais dos valores das mercadorias, porém, não é feita nenhuma menção com relação à representação decimal ou para o significado dos dígitos, após a vírgula.

Em relação aos livros das 4ª e 5ª séries, as categorias mais trabalhadas são as que tratam da quebra da unidade no contexto da medida, nas divisões não exatas, e em situações gerais do cotidiano, seguidas da categoria **SM** e **SGC.** Essas categorias aparecem com mais freqüência nos livros **4ª IJL e 5ª IJL.**

3.4.4. Análise dos PCNs.

Algumas das sugestões propostas pelos PCNs para o ensino da matemática, baseiam-se na relação entre a observação e as relações entre essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Conforme os PCNs, nesse processo, a comunicação deve ser estimulada com a finalidade de possibilitar ao aluno falar e escrever sobre a matemática e, ainda, trabalhar com representações, organizar e tratar dados. Assim, entre os objetivos propostos para o ensino fundamental, está o de proporcionar situações para o aluno comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas. Ainda ampliar e construir novos significados para os números, com base em seu uso no contexto social e na análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção.

Para o primeiro 1º ciclo, uma das sugestões em relação aos conteúdos conceituais e procedimentais é a utilização de estratégias para o aluno reconhecer o número no contexto diário e em situações que envolvem contagem e medida. Ainda possibilitar a observação de critérios que definem uma classificação de números familiares como maior metade. Possibilitar, portanto que o aluno seja capaz de utilizar o número como um instrumento para representar e resolver situações presentes no cotidiano, evidenciando a compreensão das regras do sistema de numeração decimal.

Para o 2º ciclo, o objetivo é ampliar o significado de número natural, construir o significado de número racional e de suas representações (fracionária e decimal) com base em seus diferentes usos no contexto social. Os PCNs ainda propõem que, por intermédio da análise das regras de funcionamento do sistema de numeração decimal, os alunos podem interpretar e construir qualquer escrita numérica, inclusive a dos números racionais na forma decimal. Enfim, é esperado que o aluno reconheça os números naturais e decimais no contexto diário.

É importante que as atividades com números decimais estejam sempre vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa do resultado, empregando números naturais mais próximos. Outra recomendação é que os alunos desenvolvam uma boa base em leitura e escrita de números decimais e acompanhem a realização do cálculo escrito, com verbalizações que auxiliem o valor posicional das ordens que compõem os números com os quais estão operando.

Para os alunos do 3º ciclo como os da 5ª e 6ª série, os PCNs têm como objetivos possibilitar aos alunos, destas séries, estabelecer relações entre os aspectos quantitativos e qualitativos; comunicar-se matematicamente, descrever, representar e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre as diferentes representações. Como objetivo, ampliar e construir novos significados para os números baseando-se em seu emprego no contexto social e na análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção. Resolver situações-problema, envolvendo números naturais, racionais. Identificar, interpretar e usar diferentes representações dos números, indicados por distintas notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não matemáticos.

Conforme foi exposto acima, e tendo em vista nossas categorias, foi possível elaborar uma tabela com um resumo das principais sugestões dos PCNs para o ensino fundamental:

PCN/categorias	2ª série (1º cido)	3ª e 4ª séries (2º ciclo)	5ª séries (3º ciclo)
SM		X	X
M	X	X	X
EA			
DNE		X	X
GD		X	X
SGC	X	X	X

3.4.5 Comparação entre o livro e o PCN

Comparando-se os resultados da análise dos livros com a análise dos PCNs, observamos que nos livros da 2ª série do 1º ciclo havia poucas situações que possibilitavam a utilização de estratégias para o aluno identificar números em situações que envolvem medida e critérios que definem a classificação de números, como maior, menor ou metade.

Para as 3ª e 4ª séries do 2º ciclo, apenas os livros **4ª IJL e 4ª PN** seguem mais rigorosamente algumas das sugestões dos PCNs no que diz respeito à construção do número racional e de suas representações fracionárias e decimais, no contexto diário.

Entre os livros da 5ª série, destacamos o **5ª IJL** e **5ª GCG**, pois encontramos com maior freqüência sugestões dos **PCNs,** como as de resolver situações-problema, envolvendo números naturais, racionais, bem como situações nas quais é possível Identificar, interpretar e utilizar diferente representações dos números, indicados por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não matemáticos.

CAPÍTULO IV
METODOLOGIA

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos o tipo de pesquisa e a forma como conduzimos nosso estudo. Fazemos a descrição do desenho metodológico e das questões que deram origem a nosso trabalho, bem como o plano da pesquisa no qual a metodologia foi baseada.

Nossa pesquisa-diagnóstico é um tipo de pesquisa qualitativa que permite observar e interpretar comportamentos relacionados com a aprendizagem matemática. Goldin (2000), enfatiza este tipo de pesquisa em Educação Matemática, cuja metodologia utiliza-se de entrevistas baseadas em questionário ("Structured Task-Based Interviews" – **STBI**), com a finalidade de investigar hipóteses, por meio da análise qualitativa dos dados obtidos.

Por intermédio da análise do comportamento verbal ou não-verbal, o pesquisador faz inferências sobre o pensamento matemático e sobre a aprendizagem. Das inferências, pode-se compreender melhor os vários aspectos da educação matemática. O desenho deste tipo de pesquisa pode abranger investigação exploratória, descrição, técnicas de análise e outras. As tarefas utilizadas podem servir de pesquisa para fazer observações sistemáticas na psicologia da aprendizagem matemática e na resolução de problemas. O método de observação permite distinguir o que é possível ser ou não controlado no desenho da pesquisa. Além disso, permite precisar o que será observado do que será inferido e controlar total ou parcialmente as tarefas, evidenciando as variáveis como conteúdo e estruturas matemáticas, complexidade, lingüística e estruturas semânticas.

A escolha da população, das variáveis, das tarefas e do tempo para concluir as tarefas, é feita cuidadosamente com o objetivo de concluir com êxito a observação de determinados comportamentos matemáticos (comportamento apropriado para uma exploração e resolução de problemas em matemática). Caracteriza-se, também, pela reaplicabilidade, na qual outros pesquisadores podem conduzir a STBI com os mesmos controles, mesmas variáveis, mesmas questões. Neste relato deve ficar claro que é a tarefa apresentada e não a tarefa interpretada, que é fundamental no controle experimental. Na STBI, não se definem os resultados como modelo de resposta correta ou incorreta. O pesquisador tenta observar, gravar e interpretar modelos de comportamento, incluindo as manifestações do sujeito, a fala, a escrita, o desenho e as ações. Por intermédio desse tipo de pesquisa pode se fazer inferências, usando o que se pode observar para ser inferido do que não se pode inferir.

Este tipo de pesquisa justifica seu uso em Educação Matemática, pois freqüentemente pesquisadores interagem com o sujeito. Em relação às estruturas matemáticas, permite que pesquisadores desenhem tarefas que facilitarão interações particulares entre estruturas internas do sujeito e as estruturas matemáticas.

A teoria é fundamental nas STBNI, pois cada investigação científica é de modo fundamental baseada em teoria e, portanto teoricamente guiada. Permite ainda avaliar a eficiência dos meios e estratégias que foram usados, e ainda identificar e compreender as experiências dos alunos pelas suas manifestações orais e escritas.

Por fim, tivemos o interesse em estudar os números decimais, mobilizados no ensino dentro de diferentes contextos e seus sistemas de representações, bem como a conversão de um sistema de representação para o outro, mais especificamente, em nosso caso de registro verbal para o registro sob a forma da escrita decimal. Esses pressupostos estão desenvolvidos no capitulo II desta dissertação.

A seguir, descrevemos o desenho de nosso experimento que consta dos estudos preliminares e do principal. Este último será apresentado em quatro seções: o universo pesquisado, o material utilizado, o procedimento e a descrição do instrumento aplicado às crianças.

4.2. DESENHO DO EXPERIMENTO

Nosso estudo desenvolveu-se baseado nas questões sobre a relação entre o conceito do número decimal e a quebra da unidade, sua representação em diferentes contextos e na questão do ensino do sistema monetário constituir-se em um fator facilitador para a aprendizagem dos números decimais.

Para responder a tais questões, elaboramos dois estudos diagnósticos, o primeiro foi denominado de estudo preliminar, e teve a função de nos auxiliar na elaboração do segundo, que foi chamado de estudo principal. A seguir, descrevemos cada um dos estudos, iniciando pelo estudo preliminar.

4.2.1. Estudos Preliminares

Faremos uma breve descrição deste estudo preliminar, concentrando-nos, em especial em nossos objetivos que foram:

- Obter uma idéia do conhecimento sobre os números decimais, em crianças cuja faixa etária estivesse entre oito e dez anos de idade e estivessem cursando o ensino fundamental entre as 2ª e 5ª séries desse nível.
- Aprimorar um instrumento para precisar as informações anteriores obtidas de um estudo para outro, no sentido de fornecer informações a respeito de como ocorre a aquisição dos conceitos dos números decimais.
- Servir como treinamento para a pesquisadora na direção de aprimorar a maneira de entrevistar os alunos, o que trará como conseqüência informações mais detalhadas que, com certeza, contribuirão na análise dos dados obtidos e na conclusão de nossa pesquisa.

Para a construção do instrumento diagnóstico definitivo, elaboramos um questionário preliminar que foi aplicado em dez crianças escolhidas aleatoriamente de diferentes séries e diferentes escolas do Ensino Fundamental da Rede Pública Estadual da seguinte forma: três crianças na 2ª série, com faixa etária entre de oito a dez anos, que ainda não haviam estudado números decimais; três da 3ª série, com faixa etária de nove a dez anos, que já haviam tido um primeiro contato com o estudo do sistema monetário; com quatro crianças, sendo duas da 4ª e duas da 5ª, com faixas etárias que variavam de nove a onze anos na série anterior, que haviam tido contato mais formal com os números decimais.

4.2.2. ESTUDO PRINCIPAL

Por intermédio da analise do estudo preliminar, foi possível obter informações mais detalhadas a respeito das idéias dos alunos com relação aos números decimais e, com isto, pudemos preparar um questionário mais elaborado que resultou no estudo principal. O questionário constou de 21 questões e tinha como objetivo avaliar os conhecimentos dos alunos com relação ao número decimal, tanto no que se refere a seu entendimento quanto a sua representação. As questões estão relacionadas a situações do cotidiano dentro e fora da escola e envolvem os conceitos de número decimal em diferentes contextos. Passaremos a descrever com mais detalhes os itens que fizeram parte de nosso estudo principal que foram: nosso universo de estudo, o material que usamos, o procedimento e a descrição das questões usadas em nosso instrumento diagnóstico.

4.2.2.1. Universo do Estudo

O estudo foi realizado em duas escolas estaduais localizadas na região do centro da cidade de São Paulo. Uma que dispõe de classes da 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental e a outra que recebe alunos a partir da 5ª série.

A escola das séries iniciais funciona em dois períodos com oito classes em cada período, de 1ª a 4ª séries. As turmas têm aproximadamente 30 alunos. Nosso estudo foi realizado no período vespertino, que consta de quatro turmas de 2ª série; quatro turmas de 3ª e quatro turmas de 4ª série. O teste foi aplicado para 36 crianças escolhidas por sorteio da seguinte forma: 12 alunos da 2ª série, 12 da 3ª; 12 da 4ª em um total de 36 alunos, sorteados de tal forma que apenas três crianças fossem da mesma turma. A opção por uma amostra aleatória foi para podermos contornar os vícios de uma coleta com elementos padronizados e responder às exigências de confiabilidade estatística. As professoras, em geral, foram contrarias ao sorteio dos alunos e pressionaram para que ao invés do sorteio selecionássemos os melhores alunos. Isto foi facilmente contornado quando explicamos o objetivo do que queríamos diagnosticar. A faixa etária dos alunos sorteados variava entre 7 e 11 anos.

A segunda escola foi escolhida porque tínhamos interesse em investigar a formação do conceito de números decimais, também, em alunos que já tivessem tido contato com esses números de maneira formal. Portanto, era necessário que nossa investigação fosse além das quatro séries iniciais estendendo-se até a 5ª série. A escola selecionada foi aquela para a qual todos os alunos da 1ª escola são encaminhados para prosseguirem seus estudos no ensino fundamental. Nela também de maneira aleatória sorteamos três alunos de cada turma totalizando 12 alunos para participarem do estudo. Isto foi muito oportuno, pois, como nosso objetivo era diagnosticar a formação do conceito e os elementos que participam nessa formação, poder acompanhar os alunos de 2ª a 5ª séries advindos de uma mesma população, o que nos permitiu traçar um perfil mais fidedigno do caminho percorrido pelo aluno.

Assim, nossa população constou de crianças que não haviam aprendido números decimais na escola (2ª série), de crianças que estavam no início de sua introdução (3ª série), na sua utilização em situações elaboradas pelo ensino (4ª série) e quando esses números já são trabalhados de maneira formal (5ª série). Tínhamos interesse em observar se o ensino do sistema monetário contribui de fato para a aprendizagem dos números decimais.

4.2.2.2 Material Utilizado

Em nosso estudo, o material utilizado constou de:

- Teste escrito, composto de 21 questões, distribuídas em cinco páginas.
- Um gravador portátil
- Caderno, lápis, borracha para as anotações dos observadores.
- 1 pacote de folhas de papel sulfite.
- Massa de modelar colorida.

Com relação aos instrumentos usados na coleta dos dados da pesquisa, observamos e registramos o comportamento dos alunos, numa atuação direta, submetendo-os individualmente ao questionário escrito que continha 21 questões relacionadas com o cotidiano dos alunos e questões baseadas nos livros didáticos das respectivas séries. Verificamos e registramos o comportamento dos alunos durante o questionário. Para registrarmos suas reações e suas manifestações orais e escritas, fizemos anotações constantes durante toda aplicação do teste. Para tanto, dispúnhamos de gravador e de um caderno em branco, para anotações de gestos e comportamentos.

4.2.2.3. Procedimento

A aplicação do teste ocorreu individualmente e fora da sala de aula. Ambas as escolas nos ofereceram uma sala com mesa e duas cadeiras onde foi possível não só aplicar o teste, como também, gravar a entrevista. Cada criança sorteada respondia ao teste individualmente e o tempo gasto foi, aproximadamente, de 40 minutos. As entrevistas ocorriam ao longo da aplicação do teste, para que pudéssemos melhor entender o comportamento dos alunos. A entrevista também nos oferecia a possibilidade de investigar se havia diferença entre o dito (oral) e o representado no papel (escrito). E, em caso afirmativo de haver diferença, quais eram elas.

Cada questão era lida em voz alta para garantirmos que eles tinham entendido a questão do ponto de vista lingüístico. Quando necessário dávamos explicação, bastante sucinta para não influenciarmos na resposta dos alunos.

4.2.2.4. Instrumento Diagnóstico

Tendo em vista o objetivo de diagnosticar a formação do conceito de número decimal, elaboramos um teste que nos permitisse diagnosticar:

- se o aluno estava familiarização com decimais, e em caso afirmativo em quais contextos e como os representava;
- em quais contextos a representação dos números era mais significativa
- como relacionava os dígitos após a vírgula com da quebra da unidade
- em qual contexto a quebra da unidade era mais significativa
- se o uso abusivo dos exemplos que envolvem "dinheiro" facilitava ou atrapalhava a conceituação dos números decimais.

Vale lembrar que nos referimos a contexto, primeiramente com relação às atividades que envolvem medida, dinheiro e que chamamos de contexto de medida e contexto monetário, respectivamente. As atividades, que não estão incluídas nos contextos anteriores, denominamos de contexto matemático ou questões descontextualizadas. É importante salientar que o contexto da vida é também contexto matemático, porém em algumas situações pode não ser consciente para o aluno. Quando medindo ou comprando, o aluno não tem consciência da matemática envolvida. É na escola, com a ajuda do professor que o aluno pode adquirir a consciência matemática.

No quadro, a seguir, apresentamos todas as questões propostas para que se tenha uma idéia geral do teste que foi aplicado e então discutimos cada uma delas.

1) Qual é sua altura ____________	11) Qual a melhor a maneira de escrever 20 centavos. Como podem ser escritos. Marque com X dentro do quadradinho. 0,20 centavos 20 centavos R$ 0,02
2) Observe as massinhas e diga quantas tem em cada figura: a) _______ b) _______ c) ________ d) _________	12) Qual destes números é 8 décimos: 8 0,8 0,08 0,008
3) Se a massinha tem 25 cm de comprimento, quanto mede sua metade? _______________________	13) Como se escreve um real e cinco centavos. Marque com X o que está correto 1,50 1,5 1,05
4) Vamos comparar a altura de dois amigos Pedro e João. João tem 1,3m e Pedro tem 1,30m. ( ) João é mais alto que Pedro ( ) Pedro é mais alto que João ( ) Os dois tem a mesma altura ( ) Não dá para comparar as alturas	14) Meio litro pode ser escritos como. Marque com X uma ou mais formas possíveis de se escrever meio litro. 0,2 litros 0,5litros 500 mililitros
5) Maria tem R$ 11,25, Pedro tem R$11,5. Compare as duas quantias e diga se eles tem a mesma quantia ou quem Tem mais. _______________________	15) Num mercado existem as seguintes mercadorias e o seus preços dessa forma:1 bala de custa 8 centavos;1 refrigerante custa 80 centavos;1 chiclete de bola custa 15 centavos a) Se você comprar esses produtos quanto você vai gastar? b) Se você pagar com R$5,00 quanto vai sobrar?
6) O preço da bala no mercado custa 8 centavos e na escola custa vinte centavos. Escreva o valor em número de cada dinheiro no quadradinho. No mercado R$ Na escola R$	16) Faça um quadradinho no número menor. 0,5 0,09 0,1
7) Você sabe quanto custa um pãozinho na padaria perto de sua casa? Escreva o valor que você acha. _______________________	17) Some 2 + 0,35 + 0,02 e escreva o resultado Se quiser faça as contas neste espaço _______________________
8) Marque com X qual das garrafas tem mais refrigerante. Uma garrafa de refrigerante tem 1litro. Uma garrafa de refrigerante com 250 ml	18) Marque com X, qual quantia é maior e diga por que ( ) 2 e cinco centavos ( ) 2 reais e cinco centavos ( ) 2,5 reais
9) Compare os números. Veja se existe algum número que seja maior que os outros. Se existir, escreva no quadradinho Qual é o maior. Se não existir deixe em branco. 1metro e 80 1,8m 1,80 m	19) Escreva usando números para cada valor escrito abaixo oito centavos ________________ cinqüenta reais e seis centavos ____________ sete décimos ____________ sete metros e dois centímetros ____________
10) Se Mara tem R$ 2,3 escreva por tenso _______ Se Mara tem R$ 2,03 escreva esta Quantia por extenso ____________ Se Mara tem R$ 2,30 escreva esta Quantia por extenso ____________	20) Escreva em cada linha Quanto dinheiro eu tenho: 5 moedas de 1 centavos ____________ 20 moedas de 10 centavos ____________ 4 moedas de 25 centavos e 4 moedas de 10 centavos ________ 2 moedas de 0,5 ____________ 3 moedas de 0,05 ____________ 2 moedas de 0,5 e 3 moedas de 0,05 __________
	21) Quanto tem de massinha em cada figura

A seguir foi feito um estudo de cada questão no que diz respeito a nossos objetivos, à nossa expectativa em relação ao grau de dificuldade das questões e nossas previsões em relação às repostas dos alunos. Convém lembrar que o enunciado de todas as questões foi lido lidas em voz alta pela pesquisadora, bem como foi pedido que o aluno também fizesse a leitura de suas conclusões em voz alta. Com isto quisemos diagnosticar pontualmente as interpretações em cada uma das situações propostas no teste.

Contexto de medida

1ª) Qual é sua altura?______________________________

Nesta primeira questão, nosso objetivo foi observar se o aluno estava familiarizado com a medida e com o número decimal a ela associado, e como conseguia expressar sua altura por meio de uma representação, usando número decimal.

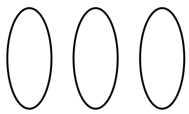
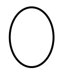
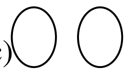
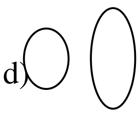
Supomos que esta questão fosse fácil, pois saber a própria altura faz parte do cotidiano dos alunos. Era possível que apenas a 2ª série apresentasse alguma dificuldade na representação escrita, embora nossa expectativa fosse que eles conseguissem explicitar em linguagem natural, na forma oral, o valor ou uma avaliação de sua altura com respostas do tipo 1 metro e dois ou 1,2m.

Para os alunos das demais séries, consideramos que esta questão fosse fácil e que eles conseguissem representar suas medidas por meio de registros na linguagem natural (tanto escrita quanto oral) e na linguagem matemática (na representação escrita decimal).

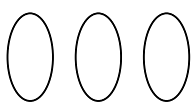
Para os registros escritos, seria possível que encontrássemos respostas que apresentassem dificuldades com a unidade, tais como: 1,5 metros ou 1,5 sem unidade ou 1metro e 5 e ainda 1,5 cm.

Contexto de medida

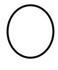
2ª) Observe as massinhas e diga quanto de massinha você vê em cada caso

a)  b)  c)  d) 

Embora esta questão possa parecer muito simples à primeira vista e, portanto de fácil resolução, consideramo-la fundamental e a chave para nosso estudo, pois nela esta implícita as noções de unidade e subunidade que fazem parte da hipótese de nosso estudo. O objetivo é observar se o aluno identifica e representa a unidade e conseqüentemente a sua quebra em subunidades. Para garantirmos a compreensão dos alunos, em relação às situações envolvidas na questão, optamos por trabalhar no concreto. Bianchini (2001) salienta em sua pesquisa que muitas das dificuldades dos alunos decorrem da falta de conceitualização da unidade em diversas situações. Descrevemos abaixo as situações da questão 2.

Na situação a) 

São colocadas sobre a mesa três massas idênticas, de mesmo tamanho, mesma espessura e pedimos ao aluno para escrever a quantidade de massinha que estão sobre a mesa. Nossa expectativa é que todos os alunos considerem esta unidade como sendo padrão para as situações seguintes.

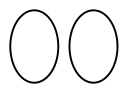
Na situação b) 

A figura corresponde à meia massinha. Esta situação difere da anterior no aspecto quantidade discreta e contínua e na quebra da unidade padronizada na situação anterior. Para que fique caracterizada a quebra de unidade, achamos necessário mostrar ao aluno como se obtém experimentalmente a metade. Assim a noção de meia massinha passará a ser conhecida. Para isso faremos o corte da massinha diante do aluno e a seguir isolaremos um pedaço da mesma.

Nosso objetivo é observar se o aluno identifica o pedaço da massinha, ou no caso a metade, como subunidade e se sim, como ele representará tal quantidade. Isto é, qual dos registros de representação ele fará uso: se através de uma representação fracionária, ou de uma representação com o número decimal. Consideramos esta questão fácil quanto à compreensão do aluno, porém de difícil representação. Para os alunos das 2ª e 3ª séries, seria possível que encontrássemos o mesmo tipo de resposta, tendo em vista que a 2ª série ainda não iniciou a aprendizagem dos números racionais. Quanto à 3ª série, embora já tenha tido contato com os racionais, é provável que os alunos ainda não estivessem totalmente familiarizados com tal representação racional fracionária ou decimal. Sendo assim, as respostas poderiam ser do tipo "um inteiro" ou mesmo "um", caso o aluno contasse a meia massinha como quantidade discreta.

Do contrário, se o aluno considerasse esta quantidade como contínua, relacionando-a com a quebra da quantidade do item anterior, seria possível que respondesse "metade" ou "meio". Em ambos os casos, a resposta provavelmente seria por extenso, já que os termos "metade" ou "meio" devem ser muito mais familiares para alunos dessa série.

Como os alunos das 4ª e 5ª séries já trabalharam com os números racionais na forma fracionária, torna-se mais significativa à quebra da unidade, bem como sua representação numérica em forma de fração "1/2". Tendo em vista os alunos já terem trabalhado também com os números fracionários na representação decimal. Nossa dúvida foi se esta representação seria correta, isto é, se eles representariam "0,5" ou ainda escreveriam "0,05". Para outros, ainda seria possível que encontrássemos respostas do tipo "meio ou metade", pois tais termos são muito freqüentemente usados em nosso cotidiano.

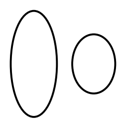
Na situação c) 

A situação indica duas meias massinhas. Vale lembra que as duas massinhas foram obtidas da divisão de uma massinha e que foi feita na presença do aluno. Nosso objetivo foi observar como o aluno opera no concreto com quantidades não inteiras. Em outras palavras, como ele opera com subunidades e como representa essa operação por meio de símbolos. A questão permite também diagnosticar se ao calcular a nova quantidade a idéia de subunidade é abandonada, passando a ser uma nova unidade tal qual na primeira situação e, neste caso, ao invés de 1, responda 2.

Nossa expectativa foi que os alunos apresentassem maior dificuldade para responder esta situação comparada com as situações anteriores, pois além da dificuldade da representação da subunidade ainda há o obstáculo com a operação relativa a adição de duas quantidades menores que a unidade.

As crianças das 2ª e 3ª séries poderiam responder esta questão de duas formas: primeiramente, se elas mudassem a representação da unidade para esta nova quantidade, trabalhariam no discreto e contariam duas novas unidades, respondendo, portanto dois. Caso algumas mantivessem como referência a unidade do item anterior, contariam duas metades ou duas meias ou mesmo um inteiro. Achamos pouco provável que elas conseguissem operar numericamente com essas quantidades, chegando à resposta um inteiro. Como na situação anterior, acreditamos que a resposta desses alunos fosse dada por extenso.

Já para as crianças das 4ª e 5ª séries, tendo em vista já estarem mais familiarizados com os números racionais, em suas representações fracionárias ou decimais, elas poderiam responder “1/2” ou, no caso da representação escrita decimal, “0,5”. Neste último caso, ainda pode aparecer resposta do tipo “0,05”, numa evidência clara de dúvida quanto à posição do cinco para os décimos ou centésimos.

<u>Na situação d)</u> 

A situação indica duas massinhas de tamanhos diferentes uma inteira e a outra metade. Nosso objetivo foi investigar, se ao comparar os dois tamanhos, o aluno percebe que se trata de uma unidade e meia e para computar tal quantidade, não é mais possível fazer a correspondência biunívoca para a contagem, pois se trata de uma unidade e um pedaço da unidade e não duas quantidades idênticas.

Nossa expectativa foi que os alunos tivessem mais facilidade para entender e resolver esta situação que a anterior, pois a comparação foi direta e estava explícita a diferença entre os tamanhos de ambas. Os alunos poderiam apresentar alguma dificuldade para o tratamento e representação da quantidade total. Esperávamos que a maioria dos alunos respondesse corretamente quando a resposta fosse representada na linguagem natural na forma oral, mas que vários tivessem dificuldade em representar esse valor na representação escrita decimal, sobretudo, os alunos da 2ª e 3ª séries, já que trabalharam com números decimais. É possível que os alunos das 2ª e alguns da 3ª séries ficassem presos na contagem de quantidades discretas e, portanto respondessem “2”. Poderiam ainda ocorrer respostas do tipo mistas, que levassem em consideração a quantidade, mas também a subunidade e, neste caso, teríamos respostas como “duas metades” ou “duas meias”. Já entre os alunos das 4ª e 5ª séries deveriam aparecer respostas escritas corretamente, seja na representação em forma de fração, seja na representação na forma decimal. Resumidamente, as respostas esperadas foram:

Para as 2ª e 3ª séries- 2; 1 maior e 1 menor, 1 e meia.

Para as 4ª e 5ª séries- 1 e 1/2; ou 1,5.

Contexto de medida

3ª) Se o comprimento de uma massinha for 25cm, qual será o comprimento de sua metade?

Esta questão complementa e generaliza a questão anterior no que diz respeito à quebra de unidade e do registro de representação na forma decimal.

Pesquisas (Romanato,1997, in Bianchini, 2001), mostraram que a ampliação dos naturais aos números racionais já tem início nas 1ª e 2ª séries com as idéias de metade e quartos.

Queríamos diagnosticar se o aluno conseguia avaliar uma medida para a metade da massinha, sem o uso da régua, apenas por avaliação, que a medida da metade da massa deveria ter a metade da medida da massa toda. Também queríamos observar se ele relacionava os dígitos após a virgula com as subunidades resultantes da quebra da unidade. Podemos, como conseqüência, investigar como ele faz para saber a medida da metade se pelo senso de grandeza ou pela da divisão.

Supomos que esta seja uma questão difícil no que diz respeito ao algoritmo da divisão, o que nos leva a esperar um baixo percentual de sucesso. Prevemos que os alunos das 2ª séries dêem respostas do tipo “5”, pois ao aprender os sistemas de numeração na base “10”, o sistema decimal, eles podem generalizar de forma abusiva ao concluir que a metade de qualquer número na base 10 é sempre “5”. Assim sendo, o “5” seria um rótulo, o sinônimo de metade. Outra possibilidade é pensar no “25” como o número próximo de “20” e concluir por meio da avaliação que a metade de “25” estará, portanto próximo da metade de “20” que é “10”. Ainda dentro campo das possibilidades de respostas, o aluno da 3ª série poderá calcular ou avaliar o resultado e pensar apenas na parte exata da divisão, respondendo que a metade será respectivamente “12”. Já entre os alunos da 4ª série, devem aparecer respostas que cheguem na parte decimal do número e essa resposta devem aparecer em maior quantidade para os alunos da 5ª, onde esperamos que a maioria desses alunos consiga efetuar esta divisão corretamente, ou seja “12,5”.

Contexto de medida

4ª) Vamos comparar a altura de dois amigos João tem 1,3m e Pedro tem 1,30m.
Marque com X a alternativa correta
( ) João é mais alto que Pedro
( ) Pedro é mais alto que João
( ) Os dois tem a mesma altura
( ) Não dá para comparar as alturas

Esta questão permite diagnosticar se (e como) o aluno lê e interpreta o número apresentado no contexto de medida. Permite ainda investigar se a leitura do número com vírgula é interpretada pelo aluno como numero decimal, no qual, os dígitos após a vírgula representam valores menores que a unidade.

Ao comparar o número 1,3 com 1,30 tivemos como objetivo investigar se o aluno percebia que essas duas formas de escritas representavam o mesmo número.

Notamos que, embora esta questão tenha o mesmo contexto que a primeira, ela difere no sentido que na primeira foi pedido para o aluno representar a altura, enquanto esta pede ao aluno para interpretar uma representação que não foi escrita por ele.

Duval (1999) considera a linguagem natural como um registro de partida e um de chegada. Para ele, é suficiente considerar a passagem do enunciado em língua natural para as expressões correspondentes em linguagem formal ou em uma escrita simbólica. Pedimos ao aluno que lesse as alturas em voz alta e, posteriormente, registrasse por escrito sua resposta, para podermos comparar se o que ele entendia e o que ele representava estava em consonância.

Bianchini (2001), em sua pesquisa com alunos das 3ª séries, concluiu que eles apresentam dificuldades relacionadas à linguagem: Tanto na compreensão do enunciado de algumas questões como nos momentos em que precisavam responder questões utilizando a linguagem escrita.

Brousseau (1988), em seus estudos sobre os decimais, concluiu que os alunos entendem os números decimais como justaposição de dois números inteiros. Nesta questão, seria possível verificar as idéias de Brousseau a partir da leitura dos alunos. Também seria possível com esta questão, relacionarmos os estudo de Brousseau com a noção do aluno das subdivisões da unidade.

Nossa previsão era que, para a maioria das crianças das 2ª, 3ª, 4ª séries deveriam aparecer muitas respostas do tipo Pedro é maior que João, isso porque nossa conjectura estava alinhada com nossa hipótese, segundo a qual, a criança que não entende a unidade, não conseguirá responder corretamente e olhará o decimal 30 como maior que o decimal três e, possivelmente, faça associação da parte decimal das alturas (3 e 30) com os valores desses números no conjunto dos naturais. Para as 5ª séries, esperávamos que a maioria dos alunos já tivesse bastante familiaridade com esses números, tanto dentro quanto fora da escola e, portanto esperávamos que concluíssem que ambos tinham a mesma altura.

Contexto monetário

5ª) Maria tem R$ 11,25, Pedro tem R$11,5. Compare as duas quantias e diga se eles tem a mesma quantia ou quem tem mais. Escreva sua resposta

Esta questão, em termos de representação, era similar à questão 4, diferindo apenas quanto ao contexto. No contexto monetário, a representação decimal era exata, chegando apenas até a segunda casa decimal, embora fosse comum no contexto do cotidiano, como em postos de gasolina, encontrarmos uma representação do tipo R$ 1,569 ou mesmo preços genéricos com apenas uma casa depois da vírgula como R$ 11,5.

A representação do dinheiro no senso comum é feita, em geral, com apenas uma casa após a vírgula e ao compararmos uma representação decimal de um número racional qualquer com a representação decimal do sistema monetário, poderemos concluir ser esta uma das possíveis razões dos erros de leitura e interpretação dos alunos. Por exemplo:

O número 11,5 no contexto matemático R$ 11,5 No contexto monetário

11 inteiros e 5 décimos 11 reais e 50 centavos

Ao representarmos 11 reais e cinqüenta centavos, só poderemos representá-lo como “R$ 11,50”, caso contrário ao representarmos tal quantia como R$ 11,5 permitirá ao aluno fazer analogia com o sistema decimal no contexto matemático, com as regras das subdivisões de uma unidade qualquer, o que certamente implicará erros. Assim, na representação e leitura do dinheiro R$ 11,5 no senso comum, a primeira casa está representando os centavos, ou seja, cinqüenta centavos. Daí, o “cuidado” que se deve ter ao trabalhar com sistema monetário, como exemplo, para a aprendizagem dos sistemas de representação decimal, pois se trabalhamos com dinheiro só podemos escrever os centavos na representação decimal com “duas casas” após a vírgula, caso contrário, certamente o aluno fará generalizações erradas que influenciarão em sua aprendizagem dos sistemas de representação dos números na forma decimal em qualquer contexto.

Outros cuidados que deveremos ter estão relacionados com a representação resultante de interpretações erradas dadas ao sistema monetário e recaírem dentro da contagem como número natural. Por exemplo, o valor R$ 1,50 “um real e cinqüenta centavos”, podem ser escrito como natural “cento e cinqüenta centavos”, como já foi estudado por Brousseau.

No estudo da ”representação do número na forma decimal”, concordamos com uma das hipóteses de Bianchini (2001), segundo a qual: ”O fato de estabelecer a ligação entre a representação decimal dos números racionais e a medida, enfocando a mudança de unidade, pode favorecer o aparecimento de dificuldades”. O aluno pode, portanto, considerar os números decimais como pares de números naturais. Por exemplo, o número 1,29m com a mudança da unidade, poderá ser escrito como 12,9 dm, ou ainda, como um natural 129 cm. Da mesma forma podemos extrapolar este raciocínio para o sistema monetário no qual R$ 1,50 podem ser representados por 150 centavos ou 1 real e 50 centavos.

No estudo da relação entre dinheiro e a formação do “conceito de número”, estamos de acordo com Ceryno (2001), segundo a qual:

> *”Na escola, ao usar dinheiro e moeda na construção do conceito de número” é necessário delimitar que sua existência é uma combinação de medida de valor (variável) e de padrão de troca (invariável). Como padrão de troca a unidade monetária permite a comparação entre quantidades discretas e contínuas, considerando a sua natureza de origem distinta e ainda permite a comparação de quantidades contínuas também distintas em sua natureza e padrão de medida”.*

Foi nosso propósito investigar se, no contexto monetário, o aluno conseguiria relacionar e interpretar os dígitos após a vírgula, por se tratar de um contexto bastante familiar para ele. Nossa previsão foi que as crianças acertassem a questão. Foi possível que os alunos das 2ª e 3ª séries vissem estes números como justaposição de dois números naturais, separados por vírgula e respondessem que 25 era maior que 5, embora as crianças desta série pudessem já ter manipulado dinheiro em seu cotidiano.

Concluindo, esperava-se que as crianças das 4ª e 5ª séries respondessem que R$ 11,5 fosse maior que R$ 11,25, pois o decimal no contexto monetário já estaria dominado e as crianças saberiam as respectivas subdivisões.

Contexto monetário
6ª) O preço da bala no mercado custa 8 centavos e na escola custa vinte centavos. Escreva o valor em número de cada dinheiro no quadradinho.
No mercado ☐ na escola ☐

Quisemos investigar se o aluno tem mais facilidade para trabalhar com registros escritos por extensos ou registros na representação decimal. Foi possível ainda investigar se o sentido por meio do qual se faria à conversão de representação, interferiu na resposta do aluno.

Nossa expectativa foi que esta fosse uma questão fácil. Os alunos podiam representar tal quantia, como número natural. Poderia acontecer também que o aluno acertasse a representação na forma decimal, sem dar significado à representação, tendo em vista que tal representação pudesse caracterizar-se um rótulo, ou como um registro fotográfico. O aluno gravou que centavos estão relacionados com zeros posicionados após a virgula. Assim, no caso de registro fotográfico, foi possível que algumas crianças não tivessem prestado atenção para a posição do zero e dessem como respostas 0,8 ou 0,08 ou mesmo 0,008. Para a representação dos vinte centavos, pensávamos ser mais fácil sua representação do que oito centavos, pois poderia ser que o aluno concluísse que bastava colocar vinte após a vírgula, sem se preocupar com os zeros como para oito centavos.

Resumindo, para a representação escrita do número decimal neste contexto, esperávamos para as 2ª e 3ª séries, respostas como 8 e 20 no caso do aluno ainda pensar na contagem do discreto ou como 0,8; 0,20 ou 0,08 e 0,008 considerando-se o registro fotográfico, sem dar o devido significado à quantidade de zeros ou à posição dos mesmos.

Já para as 4ª e 5ª séries, esperávamos que a maioria acertasse e escrevesse 0,08 e 0,20, tendo em vista, a maturidade, o ano de escolaridade e a familiaridade com o uso do sistema monetário decimal.

Contexto monetário

7ª) Você sabe quanto custa um pãozinho na padaria perto de sua casa?

Nesta questão, quisemos observar se o aluno conseguia avaliar o preço, e como associaria um número para representar tal quantia: se ele faria o registro do número na representação escrita na forma decimal ou como número inteiro, ou ainda na representação por extenso.

Esta questão foi mais complicada que a anterior, pois envolveu alguns estágios de desenvolvimento cognitivo, como a interpretação do enunciado, a avaliação do valor pedido e, em seguida, sua representação. Ainda no contexto monetário inserido no cotidiano, como por exemplo, o aluno pode ter visto o preço do pão escrito num cartaz na padaria, nosso objetivo foi investigar se o uso constante do dinheiro, seu registro escrito e na linguagem matemática poderia facilitar a compreensão dos dígitos após a virgula como subunidades monetárias, ou se o registro era feito de forma mecânica, sem algum significado. Pensamos que esta questão seria fácil em termos de representação.

Resumidamente, para as 2ª e 3ª séries, as possíveis respostas poderiam ser 15 centavos, ou 00,15; 0,015; 00,15 e ainda 0,15. Já para as 4ª séries e 5ª séries esperávamos maior número de acertos, com resposta como 0,15 ou 15 centavos.

Contexto de medida

8ª) Marque com X qual das garrafas tem mais refrigerante

Uma garrafa de refrigerante com 1 litro ☐

Uma garrafa de refrigerante com 250ml ☐

Queríamos diagnosticar se o aluno conseguiria avaliar a subunidade quando representada por números inteiros e não por decimais e ainda se consideraria apenas valor numérico, sem dar significação às unidades nas quais eram expressas as medidas. Consideramos esta questão difícil aos alunos, e em particular. aos alunos da 2ª série. Para os alunos mais velhos, nossa expectativa foi que o acerto ocorresse, sobretudo pelo fato desta situação estar inserida no contexto do seu cotidiano: a compra de refrigerante de 1 litro no mercado ou de 250ml na escola.

A resposta esperada para os alunos de 2ª e 3ª séries foi que "250 fosse maior que 1 litro", pois, pelo fato de não termos representado um número na forma decimal com vírgula, o aluno concluiria tratar-se de dois números naturais e indicaria conforme a lógica dos naturais que 250 era maior que um. Deveríamos considerar ainda o fato de que alunos desta série ainda não tiveram contato com subunidades o que se caracterizaria também, como possível fonte de erro.

Já para os alunos das 4ª e 5ª séries, se usássemos os mesmos argumentos acima mencionados, teríamos, possivelmente, como número de acertos total: "1 litro é maior que 250 ml".

Contexto de medida

9ª) Compare os números. Veja se existe algum numero que seja maior que os outros. Se existir, escreva no quadradinho qual é o maior. Se não existir deixe em branco: 1metro e 80; 1,8m ou 1,80m?

Queríamos investigar, no contexto de medida, utilizando-se de diferentes registros de representações, qual(is) era(m) mais significativo(s) para o aluno.

Consideramos o contexto de medidas um dos mais ricos para se trabalhar com a noção de unidade e suas subdivisões, pois, historicamente foi à necessidade de medir que impôs ao homem, a criação de um novo campo numérico, o dos racionais e, a partir de então, o conhecimento de que as grandezas podem ser contínuas e cuja medição não mais poderia ser feita com os números naturais.

A medição da altura está dentro do contexto de vida do indivíduo e, portanto trabalhar com a altura permite entrar nas medições de grandezas contínuas que o aluno está familiarizado. Por outro lado, deveremos estar atentos, como já citamos anteriormente que as possíveis mudanças de unidades podem permitir ao aluno fazer extrapolação para outras unidades, cujas “medições” podem ser efetuadas por meio dos números naturais.

No senso comum, muitas vezes, observamos as pessoas comentarem que sua altura é, por exemplo “um metro e oitenta”. Esta forma de expressão oral traz implicitamente o número decimal, como justaposição de dois naturais (Brousseau 1988) e reforça positivamente a compreensão de tal definição. Além disso, afasta a possibilidade de dar significação ao “80” como subdivisão da unidade padrão, no caso o metro.

Pensávamos ser esta questão difícil. Para os alunos das 2ª e 3ª séries, nossa expectativa foi que respondessem que 1 metro e 80 era maior, primeiramente, porque o tamanho de sua representação era maior que as demais e, também, porque os alunos nesta idade, possivelmente, só tiveram contato com a altura, no cotidiano fora da escola, sem nunca terem visto números decimais e as unidades para as medições das grandezas.

Em relação aos alunos das 4ª e 5ª séries, esperávamos que fossem dadas mais que duas respostas: 1,8m ou 1,80m. Poderia acontecer de que alguns alunos ainda ficassem presos ao senso comum e respondessem 1m e 80.

Contexto monetário

10ª) Se Mara tem R$ 2,3 escreva esta quantia por extenso ____

Se Mara tem R$ 2,03 escreva esta quantia por extenso ____

S Mara tem R$ 2,30 escreva esta quantia por extenso ____

Em sua pesquisa, Bianchini (2001), durante a aplicação de sua seqüência didática propôs o mesmo tipo de questão aos alunos de 3ª série, com o objetivo de diagnosticar como os alunos davam significado aos dígitos após a vírgula e como ocorria a conversão entre os registros da representação matemática escrita para a linguagem natural escrita. Embora tenha diagnosticado a dificuldade que os alunos têm para expressar-se por escrito, ainda assim houve grande porcentagem de acerto.

Quisemos investigar se essa representação era significativa para o aluno.

Esperávamos que os alunos das 2ª e 3ª séries dessem a mesma resposta R$ 2,3 e R$ 2,03, não considerando o zero do número e 2,03. Para o valor R$ 2,30 esperávamos que escrevessem dois reais e trinta centavos.

No entanto, para os alunos das 4ª e 5ª séries, nossa expectativafoi que respondessem de forma correta para R$ 2,3 e escrevessem dois reais e trinta centavos e para R$ 2,03 que escrevessem dois reais e três centavos. Finalmente, para o valor R$ 2,30 que escrevessem dois reais trinta centavos.

Contexto monetário

11ª) Qual a melhor maneira de escrever 20 centavos. Como podem ser escritos? Marque com X dentro do quadradinho que você acha mais correto

0,20 centavos ☐

20 centavos ☐

R$0,02 ☐

Nesta questão, também dentro do contexto monetário, nosso propósito foi observar quais das representações indicadas foram mais significativas para o aluno.

Nossa hipótese foi que o aluno associasse a palavra centavo com os dígitos e zeros após a virgula. Assim, nossa expectativa foi que a questão fosse fácil.

Para as crianças da 2ª e 3ª séries, esperávamos que respondessem 20 centavos, pois era mais fácil sua leitura e interpretação. Para as outras séries, a resposta esperada era 0,20 centavos, pois contêm o zero e a vírgula que leva a conclusão do centavo. Poderia também acontecer que nas 4ª e 5ª séries aparecessem outras respostas como R$ 0,02, pois indicaria subunidades do real e não do centavo, uma vez que vinha acompanhada do símbolo R$, e dois centavos são uma subunidade do real.

Contexto matemático

12ª) Quais destes números são 8 décimos: marque com X a resposta correta

8 ☐

0,8 ☐

0,08 ☐

0,008 ☐

Esta questão trata os números decimais dentro do contexto matemático. Procuramos investigar se para interpretar uma representação decimal em qualquer contexto, o aluno faz analogia com o sistema monetário ou outro sistema e ainda se procura corresponder décimos e centavos ou centésimos e centavos. Queríamos, portanto, investigar se para o aluno, a representação para oito décimos é semelhante à representação oito centavos. Teríamos ainda a oportunidade de comprovar se de fato os alunos desprezam o zero. Esta questão nos pareceu difícil aos alunos.

Aos alunos das 2ª , 3ª e 4ª séries esperávamos respostas 8 ou 0,08 ou mesmo 0,008, enquanto aos alunos das 5ª séries, as respostas possíveis seriam 0,8; 0,08 ou ainda 8.

Contexto monetário

13ª) Como se escrevem um real e cinco centavos. Marque com X o que está correto

1,50 ☐ 1,5 ☐ 1,05 ☐

Nosso objetivo foi diagnosticar, especificamente, no contexto monetário como o aluno efetua a mudança do registro verbal ou escrito para o registro decimal. Esta questão teve o mesmo objetivo da questão 10, e diferiu apenas no sentido em que se dá essa conversão de registros. Pudemos, portanto, investigar em qual sentido a conversão foi mais significativa.

No caso dos alunos das 2ª e 3ª séries, poderiam ter aparecido respostas como 1,5 e aos alunos das 4ª e 5ª séries, possivelmente, a resposta seria 1,05.

Contexto de medida

14ª) Como pode ser escrito meio litro? Marque com X uma ou mais formas possíveis de se escrever meio litro.

0,2 litros ☐ 0,5litros ☐ 500ml ☐

Embora esta questão pareça mais adequada aos alunos das 4ª e 5ª séries, pois possivelmente já tiveram a oportunidade de trabalhar com grandezas e as respectivas unidades, quisemos investigar como os alunos de todas as séries trabalhavam e representavam a “metade” ou “meio” dentro do contexto de medidas volumétricas.

Esperávamos que os alunos das 2ª e 3ª séries sentissem dificuldade nesta questão. As respostas esperadas eram 0,2 litros ou 0,5 litros, eles possivelmente associariam a idéia de meio com um número que contenha vírgula, já que algo inteiro foi representado por um número sem vírgula. Este argumento invalidou a resposta 500ml para estas séries.

Quanto aos alunos das 4ª e 5ª séries, essa questão foi fácil e suas respostas seriam 0,5 litros ou 500ml.

Contexto monetário

15ª) Num mercado, existem as seguintes mercadorias e os seus preços dessa forma: 1 bala de custa 8 centavos; 1 refrigerante custa 80 centavos; 1 chiclete de bola custa 15 centavos

a) Se você comprar esses produtos quanto você vai gastar?
b) Se você pagar com 5 reais, quanto vai sobrar?

Nesta questão, nosso objetivo foi diagnosticar como o aluno "trata" as representações no contexto monetário. Estamos emprestando de Duval (1999) a nomenclatura para "tratamento", segundo o qual, significa trabalhar internamente uma representação, como o aluno efetua a adição e subtração.

Nossa expectativa foi que o aluno não operasse diretamente com as representações escritas por extenso indicadas no enunciado e que, primeiramente, fizesse a conversão do registro na linguagem natural para a forma decimal escrita e daí, então, operasse segundo as instruções do enunciado.

Além das representações, foi nosso interesse investigar o seguinte:

- se o aluno acostumado a comprar ou a tratar com o dinheiro conseguiria efetuar a adição e subtração mentalmente, sem recorrer ao algoritmo.

- no caso do aluno optar pelo algoritmo como ele posicionaria os dígitos após a vírgula.

- como ele representaria o valor total se em centavos ou reais.

- como faria e como representaria o resultado da subtração.

Nossa previsão foi que esta questão fosse difícil para os alunos das 2ª e 3ª série e apenas alguns alunos conseguissem resolver tal situação com a experiência do cotidiano, sem fazer uso de algoritmos. Provavelmente, apareceriam respostas entre R$ 1,00 e R$2,00 no caso da adição e entre R$3,00 a R$ 4,00 para o resultado da subtração.

Nossa expectativa para os alunos da 4ª e 5ª séries foi que eles fizessem uso dos algoritmos, tanto para a subtração como a adição. As possíveis respostas estariam entre R$ 1,00 e R$ 2,00. Quanto ao item b era esperado que chegassem próximo do valor de R$ 3,00.

Contexto matemático

16ª) Faça um quadradinho em volta do menor numero

0.5   0.09   0.1

Nesta questão, nosso objetivo foi diagnosticar se no "contexto matemático" o posicionamento dos dígitos após a vírgula na representação decimal era associado com a quebra da unidade. Podia-se ainda diagnosticar se o aluno fazia conexão com o sistema monetário.

Esperávamos que apenas os alunos da 5ª série acertassem esta questão, ou seja, que o menor fosse 0,09. Para as demais séries, nossa previsão foi que o número 0,1 fosse considerado menor.

Contexto matemático

17ª) Some 2+ 0.35 + 0.002 e escreva c

Essa questão complementa a questão 15 e tem como objetivo investigar como o aluno das 4ª e 5ª séries opera com os decimais no contexto matemático.

Quisemos também investigar como o aluno posicionava os dígitos e como interpretava o resultado, se interpretava como inteiro ou como um decimal. Ao pedirmos para escrever o resultado procuramos também observar se fazia uma analogia com o sistema monetário decimal.

Achávamos esta questão fácil aos alunos das 4ª e 5ª séries, pelo fato de já terem estudado este conteúdo e difícil para as demais séries.

Esperávamos que as 2ª e 3ª séries resolvessem esta questão sem considerar as vírgulas e somassem os números da mesma forma que o fazem para números inteiros. Assim, possivelmente dariam como respostas o valor 39.

No entanto, esperávamos que as 4ª e 5ª séries efetuassem a adição utilizando algoritmos e posicionassem corretamente os dígitos após a vírgula, isto é, que os décimos ficassem embaixo dos décimos, centésimos abaixo dos centésimos e assim sucessivamente, obtendo como resposta o valor correto 2,352.

Contexto monetário

18ª) Marque com X, qual quantia é maior e diga por quê

( ) 2 e cinco centavos

( ) 2 reais e cinco centavos

( ) 2,5 reais

Nesta questão, ainda no contexto do dinheiro, tivemos por objetivo investigar qual(is) da(s) representação(ões) acima foi(foram) mais significativas para o aluno, se as representações escritas por extenso ou se as representações escritas em linguagem matemática.

No caso da primeira representação, "2 e cinco centavos", podíamos investigar se o aluno percebia que esta representação era incompleta em termos de significado, pois não estava explícito o valor do 2, se eram 2 reais ou 2 centavos.

Na representação decimal escrita 2,5 reais era possível investigar se a criança acertava a questão, graças à leitura oral: "dois e meio" reais, no qual o "meio" implicava na metade de um real.

Nossa expectativa foi esta questão fosse fácil a todos os alunos. As possíveis repostas foram 2 reais e cinco centavos ou 2,5.

19ª) Escreva usando números para cada valor escrito abaixo (contexto monetário) oito centavos ________________________________ (contexto monetário) cinqüenta reais e seis centavos _______________ (contexto matemático) sete décimos _____________________________ (contexto matemático) sete metros e dois centímetros ______________

Nesta questão tivemos como objetivo, reunir várias representações de números decimais em diferentes contextos a fim de investigar se o aluno fez tratamento da representação decimal de forma genérica e se conseguiu dar significado ao posicionamento das casas decimais com as respectivas unidades quer sejam unidades monetárias, unidades de medidas, de comprimento ou unidades inseridas dentro de um contexto matemático qualquer. Esta questão permitiu de certa forma investigar, as possíveis dificuldades dos alunos com relação à representação dos números decimais dentro dos diferentes contextos.

Nossa previsão foi que esta questão fosse difícil aos alunos das 2ª séries, por isso esperávamos é que eles acertassem apenas os itens relacionados com o contexto monetário. As possíveis repostas seriam 8,0 ou 00,8 para oito centavos e 50 e 6 ou 50,6 para o seguinte. Já aos demais itens, nossa expectativa foi que não conseguissem escrever o registro correspondente.

Aos alunos das 3ª , 4ª e 5ª séries, nossa previsão também foi que a questão fosse fácil. As possíveis respostas aos dois primeiros itens seriam 0,8 ou 0,08 e 50,6 ou 50,06 respectivamente.Aos demais itens esperávamos 0,07 ou 7 e para o último 7,02, ou mesmo, 7,2.

Contexto monetário

20ª) Escreva em cada linha quanto dinheiro eu tenho:

5 moedas de 1 centavos __________

20 moedas de 10 centavos __________

4 moedas de 25 centavos e 4 moedas de 10 centavos __________

2 moedas de 0,5 __________

3 moedas de 0,05 __________

2 moedas de 0,5 e 3 moedas de 0,05 __________

Nosso objetivo foi investigar como ocorreu o tratamento das representações completas para decimais com as subunidades como foi o caso de duas moedas de 0,5 ou 2 moedas de 0,05 e para 1 centavos ou 10 centavos.

Nossa expectativa em cada caso foi a seguinte;

- No caso de 5 moedas de 1, todos os alunos responderiam possível como 5 centavos e que apenas a 5ª série responderia 0,05.

- No caso de 20 moedas de 10 centavos, questão difícil à 2ª série, mas fácil às demais. Como respostas possíveis, 20 centavos. Às 3ª, 4ª, 5ª séries poderiam aparecer respostas como 200 centavos ou 2 reais.

- Para o caso de 4 moedas de 25 centavos 4 moedas de 10 centavos, esperávamos que apenas alguns alunos das 2ª e 3ª séries conseguissem responder corretamente e muitos alunos das 4ª e 5ª séries respondessem R$ 1,40, ou seja, um real e quarenta centavos.

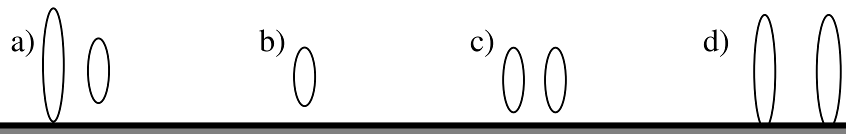
- O item "2 moedas de 0,25", poderia ter sido escrito como 2 moedas de vinte e cinco centavos, mas nosso objetivo foi exatamente investigar como o aluno das 4ª e 5ª séries operava no contexto monetário, valores que se apresentam na forma decimal. Não esperávamos que as 2ª e 3ª séries respondessem corretamente, porém que as 4ª e 5ª séries respondessem de forma correta, ou seja, 50 centavos e alguns ainda o fizessem na representação decimal 0,50.

- Para o caso de 3 moedas de 0,05, repetimos os argumentos acima, tanto no que diz respeito a apresentação da questão como as respostas. Sabíamos que existia um grau de dificuldade maior nesta questão comparada à questão anterior, envolvia uma avaliação ou cálculo mais trabalhoso para o produto 3 x 0,05. As respostas poderiam ser 0,15 ou 15 centavos, ou ainda, 0,015.

- No último item, esperávamos que a maioria das 2ª e 3ª séries tivessem dificuldade em responder ou não respondessem corretamente, pois nunca trabalharam com este tipo de representação. Para as 4ª e 5ª série, que em função da complexidade, respondessem R$ 1,05 ou R$ 1,15.

Contexto de medida

21ª) Quanto tem de massinha em cada figura:



Essa questão foi idêntica a 2ª questão, diferindo apenas, na forma como foi apresentada ao aluno. Nosso objetivo foi investigar se o aluno acertou mais quando trabalhou no concreto. Para os alunos das 2ª e 3ª séries, esperávamos que tivessem mais dificuldade com esta questão. As possíveis respostas são, 2, 1, 2 e 2, respectivamente, pois achávamos que trabalhassem no discreto. Para os alunos das 4ª e 5ª séries, esperávamos que respondessem 1,5; meio ou 0,5; dois meios ou um inteiro ou ainda 1; e dois ou 2, respectivamente.

CAPÍTULO V
ANÁLISE DO EXPERIMENTO

5.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo trata da análise dos resultados obtidos com base na aplicação do nosso instrumento diagnóstico, descrito no capítulo anterior. Fazemos dois tipos de análise: a análise quantitativa e a qualitativa.

Primeiro descrevemos a análise quantitativa dos dados obtidos, na qual consideramos o percentual de acertos dos alunos. Tendo em vista que algumas questões foram respondidas tanto na forma oral como na forma escrita e ainda, que muitas das respostas orais e escritas eram discordantes, achamos conveniente, analisar o desempenho dos alunos em dois sistemas de representação: no sistema oral e no escrito.

A importância de se proceder à análise levando em consideração o percentual de acerto das crianças nesses dois sistemas, reside no fato de que eles têm características diferentes entre si. Conforme Nunes (1997), enquanto o sistema de representação oral, é mais informal, estando muitas vezes ligado a experiências fora da escola e ao cotidiano da criança, o sistema escrito está mais relacionado à aprendizagem formal que ocorre na escola com ajuda do professor.

Com relação à análise da parte quantitativa escrita, apresentamos inicialmente, um gráfico do desempenho geral, seguido do gráfico por itens e por fim três gráficos, dois dos quais sobre as questões contextualizadas e um sobre as questões não contextualizadas.

O gráfico geral indica o percentual de acerto total de cada série, pois no início podemos diagnosticar como ocorreu a evolução de uma série.

Já o gráfico do percentual de acerto por item para cada série, permitiu diagnosticar quais itens foram mais fáceis ou mais difíceis para cada série e também analisar se a evolução dos itens, como mais fáceis ou mais difíceis foi uma tendência de todas as séries ou mudou de uma série para a outra, ao longo das quatro séries estudadas. Vale salientar que o instrumento diagnóstico constou de 21 questões, algumas das quais com subitens, perfazendo um total de 39 itens.

Em seqüência, à análise escrita, já descrita anteriormente, prosseguimos, à análise das respostas das crianças no sistema oral. Analisamos, portanto, as questões que possibilitaram respostas orais, e da mesma forma que a análise escrita, fizemos a análise oral, com o auxilio dos três gráficos: o gráfico geral oral, o gráfico oral por itens e, por fim, o gráfico oral comparativo entre as questões contextualizadas e não contextualizadas.

Para finalizar a análise quantitativa, fizemos uma comparação entre o desempenho dos alunos no que se refere ao sistema escrito e o oral. Após a análise quantitativa, fizemos a análise qualitativa, que nos permitiu classificar nossa população, segundo suas estratégias de ações.

5.2. ANÁLISE QUANTITATIVA

Conforme foi citado na introdução deste capítulo, realizaremos aqui a análise quantitativa, para fazer o levantamento do percentual de acerto e erro, com base no que foi efetivamente escrito pela criança.

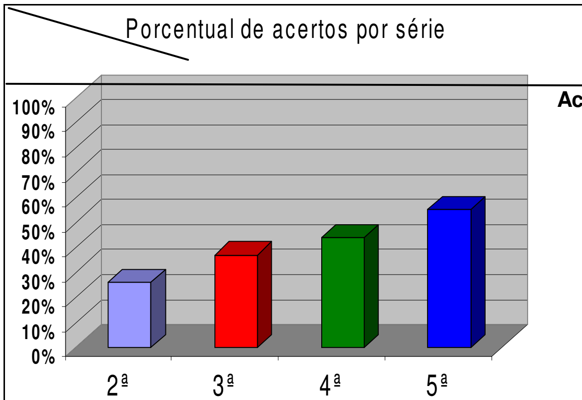
5.2.1. Desempenho escrito

Discutimos o desempenho escrito sob três aspectos: primeiro apresentamos o desempenho geral por meio de um gráfico do percentual geral de acertos de todas as séries. Na seqüência, o desempenho de cada série por itens e, por fim, agrupamos esses itens em contextos que chamamos de questões contextualizadas e de "questões descontextualizadas" e que foram analisadas sob estes pontos de vista.

As questões contextualizadas, que se referem às medidas chamamos de "contexto de medida", ou ao dinheiro, de "contexto monetário". As questões ou itens que não se encaixavam nos contextos anteriores, denominamos de "questões descontextualizadas".

5.2.1.1. Desempenho escrito geral

Pelo gráfico abaixo, é possível notar que há uma evolução do número e do porcentual de acerto de uma série para outra. Os alunos da 2ª série tiveram um baixo porcentual de acertos, (cerca de aproximadamente 1/4) aos alunos da 2ª série e aos alunos da 5ª série, pouco mais de 50%. Isto nos permite afirmar que houve evolução da 2ª para a 5ª série.



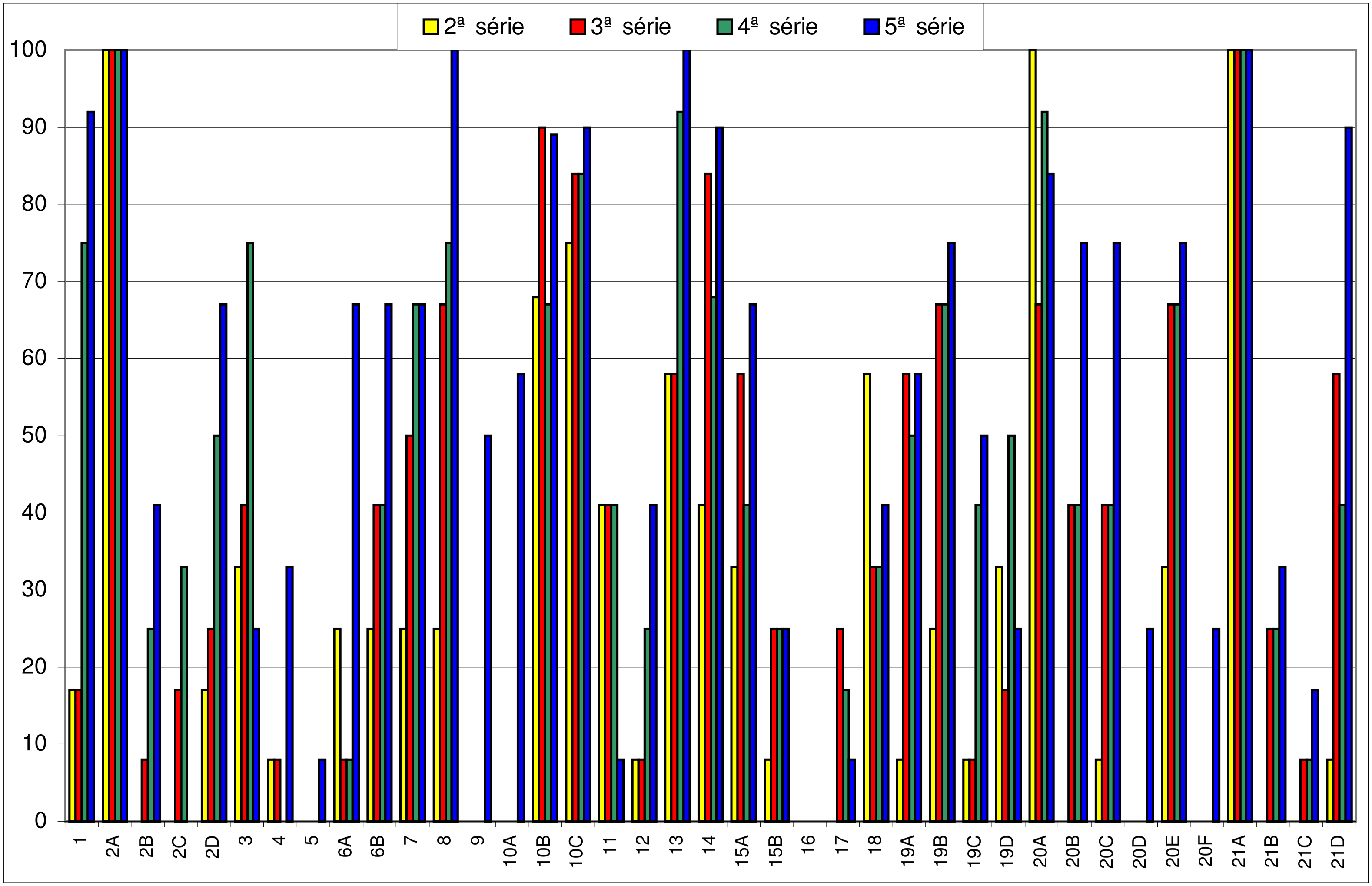
Série / Acertos	Nº de acerto por total de itens	respostas corretas (%)
2ª	119/456	26%
3ª	168/456	36,8%
4ª	199/456	43,6%
5ª	251/456	55,1%

468 é o número total de itens do instrumento diagnóstico (39) multiplicado pelo número de sujeitos de cada série (12).

Outro ponto que gostaríamos de salientar, que, apesar das crianças das 5ª séries terem apresentado resultados melhores em comparação com as demais, o porcentual geral de acerto ainda foi baixo. De fato, considerando que essas crianças já deveriam estar mais acostumadas a trabalhar com os números decimais, tendo em vista que já estudaram esses números há quase três anos, tanto dentro quanto fora da escola, o porcentual de acerto de pouco mais de 50% foi baixo, pois isto significa que pouco mais da metade das crianças desta série conseguiu resolver as questões de forma satisfatória. Embora a análise geral do desempenho das crianças seja boa, para se ter um panorama geral global, ela fica muito a desejar no que tange ao esclarecimento dos porquês de tal desempenho e, ainda, se isto ocorre para todo e qualquer tipo de questão de decimal e em que contexto. Não ficam evidentes quais são as dificuldades, onde elas ocorrem, onde há maior ou menor número de acerto. Assim sendo, a sessão seguinte analisa o desempenho de nossa amostra segundo o porcentual de acerto em cada item. Continuaremos a considerar o percentual global de cada série.

5.2.1.2. <u>Desempenho por itens</u>

Inicialmente apresentamos o gráfico geral de acertos por itens para todas as séries. Este gráfico nos forneceu uma idéia de quais questões foram mais fáceis ou mais difíceis aos alunos e como ocorreu a evolução de uma série para outra.


2ª série
3ª série
4ª série
5ª série
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
2A
2B
2C
2D
3
4
5
6A
6B
7
8
9
10A
10B
10C
11
12
13
14
15A
15B
16
17
18
19A
19B
19C
19D
20A
20B
20C
20D
20E
20F
21A
21B
21C
21D

Pelo gráfico, é possível observar que cinco questões foram boas e seis foram piores para todas as séries. De um total de 39, os itens 2A, 10B, 10C e 20A, 21A foram os que tiveram maior porcentual de acertos, pois todas as séries acertaram, pelo menos, mais de dois terços, e enquanto os itens 2C, 4, 5, 12, 15B, 16, 17, 20D, 20F, 21B e 21C apresentaram pior porcentual de acerto, ou seja, todas as séries acertaram abaixo de 30%. No mais, observou-se, como foi previsto que a 5ª série saiu-se melhor na quase totalidade dos itens, embora haja itens onde as séries mais atrasadas acertaram mais que as séries mais avançadas.

Iniciamos nossa análise pelo grupo das cinco questões que foram mais fáceis e nas quais o grupo saiu-se bem, com um porcentual de acerto de 100%.

Os itens 2A, 21A, correspondem à contagem para quantidade de massinhas, tanto de forma concreta (com a própria massinha) como abstrata, (representação das massinhas no pape), respectivamente.

No item 2A, as massinhas foram colocadas diante do aluno, em uma situação concreta e todos os alunos identificaram cada massinha, como sendo a unidade padrão de contagem (identificação da unidade no concreto). O mesmo ocorreu com o item 21A, embora a massinha estivesse agora representada no papel (identificação da unidade no abstrato). Os alunos não tiveram dificuldade em listar uma massinha como a unidade padrão em ambos os itens, pois o porcentual de acerto para ambos os casos foi 100%. O item 20A corresponde ao contexto monetário e buscamos também verificar se a criança identificou a unidade padrão no dinheiro. Verificamos que também, neste item, a criança tinha um bom porcentual de acerto, embora este fosse 16% menor que nos itens 2A e 21A. Tais resultados permitem afirmar que os alunos têm bom desempenho na contagem para quantidades discretas, tanto no contexto da medida, quanto no contexto monetário (quando o dinheiro tem representação física identificada por objetos discretos, como é o caso das moedas e notas de papel).

Nos itens 10B, 10C, que tratavam da representação escrita decimal no contexto monetário, a grande maioria dos alunos acertou ao escrever por extenso as representações R$ 2,03 e R$ 2,30, o que nos leva a crer que eles entenderam o símbolo dinheiro, nesta representação. Essa compreensão pode ter sua origem na cultura, na experiência ou na prática da vida prática. No item 10A, porém, os alunos apresentavam um alto porcentual de erro, 0% de acerto às 2ª, 3ª e 4ª séries e menos de 60% para a 5ª ao escrever por extenso a representação do número 2,3. A, maioria dos alunos desprezou o zero de 2,03 e considerou R$2,03 e R$ 2,3 como se fossem idênticos e números naturais. De fato, referenciando a literatura, Bianchini (2001) em sua pesquisa, detectou o mesmo tipo de dificuldade ao aplicar a seqüência didática em alunos de 3ª série. Pérez (1988) também em seus estudos apontou como uma dificuldade dos alunos, a leitura de zeros colocados após a vírgula. Este ponto torna-se mais interessante quando observamos a questão 13. Nesta questão, mesmo a maioria dos alunos mais novos conseguiu fazer a diferenciação entre 1,05 e 1,5. Uma possível explicação para que isto tenha ocorrido, pode ser a forma como a questão foi apresentada. Conforme Duval (1999), o sentido em que ocorre a conversão de representação interfere na leitura e interpretação por parte do aluno. Quando o número era representado na forma escrita por extenso, o aluno respondia de um modo e quando era representada por um número decimal, a resposta era diferente.

A seguir, todas as questões, refere-se a quantidades contínuas; são elas: 1, 2B, 2C, 2D, 3, 4, 5, 6A, 6B, 7, 8, 9, 10A, 12, 15A, 15B, 16, 17, 19A, 19B, 19C, 20B, 20C, 20D, 20F, 21B, 21C e 21D e tiveram porcentual de acerto no máximo 30%. Eram questões sobre medidas de comprimento, área e volume e sobre o sistema monetário (quando o dinheiro não tem a representação feita por objetos discretos).

Iniciamos a análise dessas questões pela de número 1, por se tratar da altura e, portanto, assunto do cotidiano da criança, já que as crianças preocupam-se com a altura, ao compararem quem é o maior ou menor da turma ou medidas em geral. Foi possível verificar que apenas 17% dos alunos das 2ª e 3ª séries sabiam as medidas de suas alturas. Uma possível razão pode ser o fato destes alunos conseguirem apenas quantificar, medir e numeralizar grandezas discretas e não contínuas.

Na questão dois, os itens, 2B, 2C e 2D, a seguir referem-se diretamente a "quebra da unidade". É importante notar a diferença do porcentual de acerto do item 2A para os demais 2B, 2C e 2D. Isto, particularmente, nos interessa, porque enquanto na questão 2A a unidade está preservada, para que os alunos acertem os itens 2B, 2C e 2D, eles devem considerar a quebra da unidade. Vale lembrar que o item 2A tem porcentual de acerto de 100%. Isto cai drasticamente para os demais itens dessa questão. É importante salientar tal diferença, por se tratar da quebra da unidade e os resultados obtidos nos fornecem claro indício das dificuldades que a criança tem em "quebrar a unidade", o que observaremos nas demais questões que isto também ocorre.

Pelas manifestações orais dos alunos de todas as séries, foi possível perceber que eles diferenciavam as duas quantidades de massinhas, pois expressavam oralmente que uma era a "metade da outra". No entanto, não conseguiam escrever sua representação escrita, quer em forma decimal ou fracionária.

Embora os alunos tenham se expressado corretamente, observamos que a maioria não conseguiu representar tal quantidade na forma escrita. Esse resultado está de acordo com o esperado para as 2ª séries, tendo em vista que os alunos desta série ainda não aprenderam os números racionais e sua representação escrita na forma decimal. Nossas expectativas não foram confirmadas para os alunos das 3ª, 4ª e 5ª séries, nas quais esperávamos que essas crianças tivessem maior índice de sucesso, pois eles deveriam saber como representar a quantidade menor que a unidade. O que nos pareceu que a quebra da unidade foi, se não o maior, um dos fatores de grande influência na aprendizagem dos decimais.

Para representar a quantidade menor que a unidade, há necessidade do conhecimento do conjunto numérico dos racionais. Porém surpreendeu-nos o baixo desempenho das demais séries, já que os alunos das 3ª e 4ª séries estão mais familiaizados com os decimais e os alunos da 5ª série dominam os decimais há mais tempo.

Iniciamos as discussões de apenas algumas questões por série, para não nos estender em demasia e evitar cansativas repetições. A medida do possível, fomos comparando os resultados de uma série com a série anterior.

Nos itens 2B, 2C, 4, 5, 9, 10A, 12, 15B, 16, 17, 19A, 19C, 20B, 20C, 20D, 20F, 21B, 21C e 21D, a 2ª série acertou menos que de 10% e em várias delas, o porcentual de acerto foi 0%. Como sabemos que a 2ª série não estudou ainda este conteúdo, poderíamos considerar as respostas corretas como de "chute" da criança. Vamos nos deter apenas em 2 ou 3 questões que tiveram porcentual de acerto acima de 20%. Na questão 7, sobre a avaliação do preço do pão e sua representação, 25% dos alunos acertaram a representação escrita decimal. O que nos pareceu que os aluno consideraram o preço centavos como um "rótulo". O que nos possibilitou inferir à luz da teoria de Piaget, que o aluno acertou não porque conheça o decimal, mas porque o conhecimento figurativo ou o conceito espontâneo possibilitou tal acerto. A nosso ver, a questão 18 também pode ser analisada com base nesse mesmo fundamento teórico, pois, nas palavras dos alunos, a quantia considerada maior era a que tinha "representação extensa mais comprida".

Na 3ª série, os alunos já começaram a aprender sobre os decimais e considerando que o instrumento diagnóstico foi aplicado no final do ano, ainda assim foi interessante observar que eles apresentaram pior desempenho em situações contínuas, tanto no contexto de medidas, como no monetário. Também no contexto matemático, a maioria das questões apresentou desempenho abaixo de 10%. No contexto de medidas, estão as questões 1, 2B, 2C, 4, 9, 21B e 21C; no contexto monetário, observamos que o pior desempenho é mostrado nas questões 5, 6A, 10A, 15B, 20D, 20E e 20F e no contexto matemático, as questões foram 12, 16, 17, 19C e 19D.

Na questão 18, chamou atenção o porcentual de acerto desta série (33%) ter sido menor que o de acerto da 2ª série (58%), Isto nos pareceu estranho, tendo em vista que o conhecimento espontâneo deveria ter evoluído para o conhecimento formal, em função dos alunos terem mais vivência na escola e na vida fora dela. Supomos que o baixo porcentual de acerto desses alunos possa ser justificado em função da aprendizagem não significativa dos números decimais provenientes, segundo Duval, dos erros da leitura e da interpretação das representações escritas de um número.

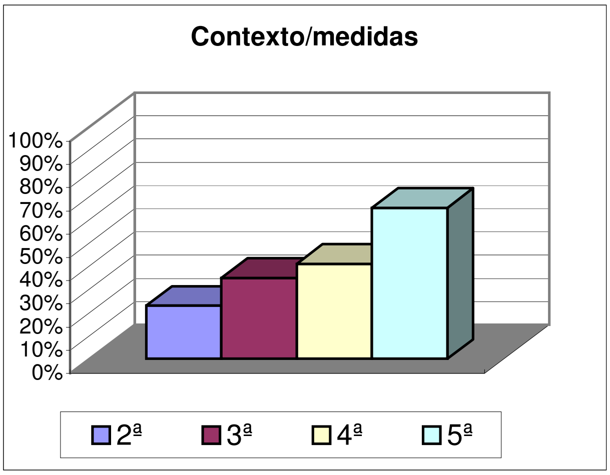
Os alunos da 4ª série apresentavam desempenho pior (0%) nas questões 5, 9, 10A, 16, 20C, 20D e 20F. Já os alunos da 5ª série tiveram maior dificuldade (0% de porcentual de acerto) nas questões 2C, 5, 20D e 21C; essas questões envolvem a representação escrita do número decimal tanto no contexto de medida como no monetário.

5.2.1.3 Desempenho das questões contextualizadas

Esta parte da pesquisa trata da análise das questões contextualizadas. Considerando-se que a maioria das questões era contextualizada, optamos pela separação em dois contextos gerais: o contexto de medida e o monetário.

No contexto das medidas, estão as questões que tratam das contagens para quantidades discretas e contínuas tais como, comprimento, volume e área. As questões que fizeram parte dele foram: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 14 e 21.

A seguir, o gráfico fornece o desempenho de cada uma das séries para essas questões contextualizadas em relação à medida.



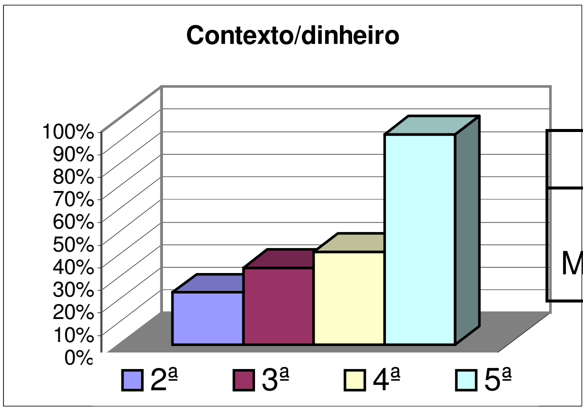
Porcentagem de acertos	2ª	3ª	4ª	5ª
Contexto/medida	23%	35%	41%	65%

No gráfico acima se pode observar, que a maior evolução deu-se da 4ª para as 5ª séries.Mesmo assim, o desempenho dos alunos da 5ª série foi baixo nesse contexto. Nossa interpretação para este resultado é, que os alunos desta série não têm a noção de unidade e subunidades no contexto de medida. Uma das possibilidades para que isto tenha ocorrido, está na falta de ênfase dada ao contexto de medida e conforme Caraça (1974), é na medida que surge a necessidade do uso do novo campo numérico. Acrescenta-se a isto, o fato de que a criança passa praticamente três anos do ensino fundamental, trabalhando apenas com quantidades discretas, utilizando apenas o campo numérico dos naturais. A passagem do campo dos naturais aos racionais é feita muito rapidamente, sem que o aluno sinta a necessidade de usar o novo campo numérico. Parece que para resolver problemas de situações do contínuo, a criança tenta modelizar a situação contínua para uma situação discreta. Assim, ela “discretiza” o contínuo, e passa a trabalhar com uma falsa unidade natural. O volume, o comprimento e a área que são grandezas contínuas passam a ser discretizadas quando o aluno expressa, por exemplo, o valor de 1litro, 1 gota, 1 algodão que são os exemplos das quantidades representadas por unidade naturais, quando na verdade, são unidades racionais (Hogben, 1956), possíveis de serem fragmentadas e que necessitam de outro campo numérico a fim de serem caracterizadas.

Comparando apenas este contexto com o geral, chamou-nos a atenção que as 2ª, 3ª e 4ª séries apresentavam porcentual de acerto próximo, já a 5ª série, dá um salto porcentual de 10%. Isto nos permite inferir que, a 5ª série tem bom desempenho no contexto de medida.

No contexto monetário, foram classificadas as questões que trabalham com dinheiro, são elas: 5, 6,7, 10,11,13,15,18,19 e 20.

O desempenho dos alunos no contexto monetário foi estudado conforme o gráfico a seguir.

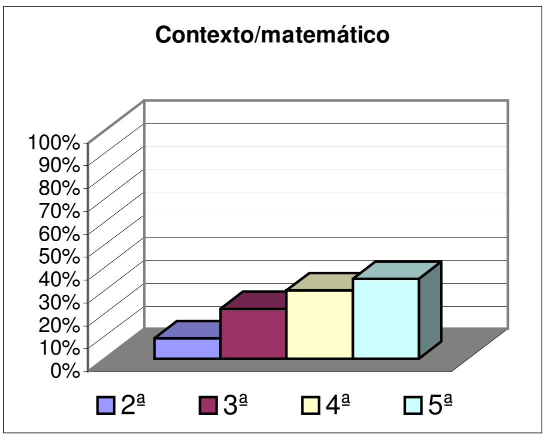


Série	2ª	3ª	4ª	5ª
Contexto Monetário (%)	26	34	41	93

O contexto monetário novamente descreveu o mesmo perfil às 2ª, 3ª e 4ª séries, ou seja, o porcentual de acerto é igual quando a situação é contextualizada, quer na medida ou no dinheiro. Uma possível explicação para essa ocorrência é a não compreensão do significado do número decimal, pois conforme Duval (1999), o aluno só tem o conceito do número quando primeiro compreender os diversos tipos de representação e suas respectivas conversões. Já para as 5ª séries, há um salto muito grande tanto com relação à medida, quanto em relação ao dinheiro, sendo neste substancialmente maior do que no geral. Podemos inferir para os alunos da 5ª série que isto ocorre, porque, em geral, nesta faixa etária o aluno manuseia mais o dinheiro se compararmos com as crianças das séries anteriores. O que nos chamou a atenção foi que do ponto de vista do dinheiro, os dados nos levariam a crer que as crianças da 5ª série têm o significado do número decimal.

5.2.1.4. Desempenho nas questões não contextualizadas

Consideramos questões não contextualizadas aquelas trabalhadas fora do contexto de medida e do monetário, que podem se referir às questões ou situações quaisquer da matemática trabalhadas em sala de aula, como as operações com números decimais e suas respectivas representações. Embora saibamos que todas as nossas questões referem-se ao conteúdo matemático dos números decimais, para facilitar nossa nomenclatura, passamos a chamá-las de questões no "contexto matemático". Assim sendo, julgamos como contexto matemático às questões 12, 16, 17, 19C. 19D.



Séries	2ª	3ª	4ª	5ª
Contexto Matemático (%)	9	22	30	35

Pelo gráfico observamos que, para todas as séries, o porcentual de acerto foi baixo e menor que 40%, o que nos leva a inferir que os alunos têm dificuldade quando trabalham com os decimais em questões descontextualizadas.

Do ponto de vista da formação do conceito, discutida no capítulo II, fica claro que esses alunos ainda não se apropriaram do conceito de números decimais, pois quando o aluno construiu o conceito, ele pôde trabalhar em diferentes situações. Em nossa pesquisa verificamos que os alunos conseguem resolver melhores questões dentro de situações específicas, como é o caso dos alunos da 5ª série com relação ao contexto monetário.

Comparando o desempenho das crianças em situações contextualizadas com as não contextualizadas, seja em medida ou no dinheiro, salientamos que todos os alunos apresentaram queda de desempenho, mas ficou mais evidente, entretanto, para os alunos da 2ª e 5ª série. Quanto aos alunos da 2ª série, demonstraram não conhecer realmente a questão formal e os da 5ª, embora se pudesse supor que já tivessem aprendido, parece que ainda não se apropriaram desse conceito. O fato de que apenas um terço das crianças da 5ª série tenha obtido sucesso nas repostas, nos dá mais indícios de que elas resolvem questões sobre números decimais por meio do conhecimento prévio. Parece, portanto, que a escola não está favorecendo o desenvolvimento do conceito científico, mas é a experiência da vida que de fato está ampliando o conceito espontâneo das crianças.

Feita a análise do sistema de representação escrita do instrumento diagnóstico, passamos agora a análise do desempenho das crianças no sistema oral.

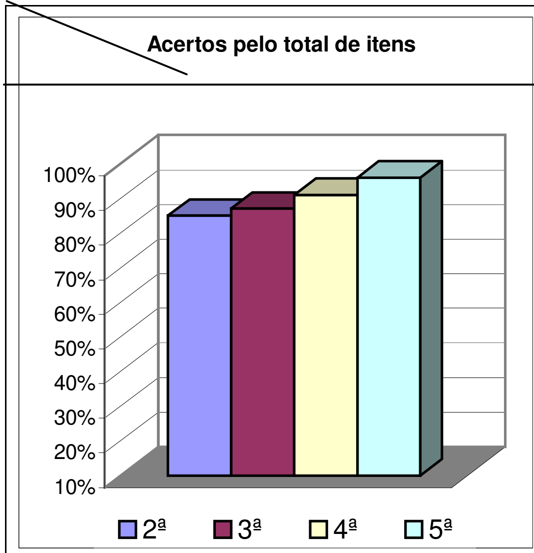
5.2.2. Desempenho oral

Da mesma forma que a análise quantitativa escrita, apresentamos inicialmente um gráfico do desempenho oral geral, a seguir um gráfico do desempenho por itens e, finalmente, um gráfico sobre o acerto das questões orais contextualizadas e não contextualizadas.

5.2.2.1. Desempenho oral geral

Houve sete questões do teste diagnóstico que possibilitaram obter simultaneamente respostas orais e escritas. Muitas delas apresentavam mais de um item, o que perfez um total de 13 itens, são: 2B, 2C, 2D, 7, 11, 18, 19A, 19B, 20A, 20B, 21B, 21C, 21D. Estes itens estão apenas inseridos no contexto de medidas (2B, 2C, 2D, 21B, 21C e 21D) e no contexto monetário (17, 11, 18,19A, 19B, 20ª , 20B).

A seguir, apresentamos o gráfico que descreve o porcentual geral de acerto dos resultados da parte oral.



Série / Acertos	Nº de acerto por total de itens	Respostas corretas (%)
2ª	132/156	85
3ª	135/156	87
4ª	142/156	91
5ª	149/156	96

156 é o número total de itens do instrumento diagnóstico que possibilitaram respostas orais

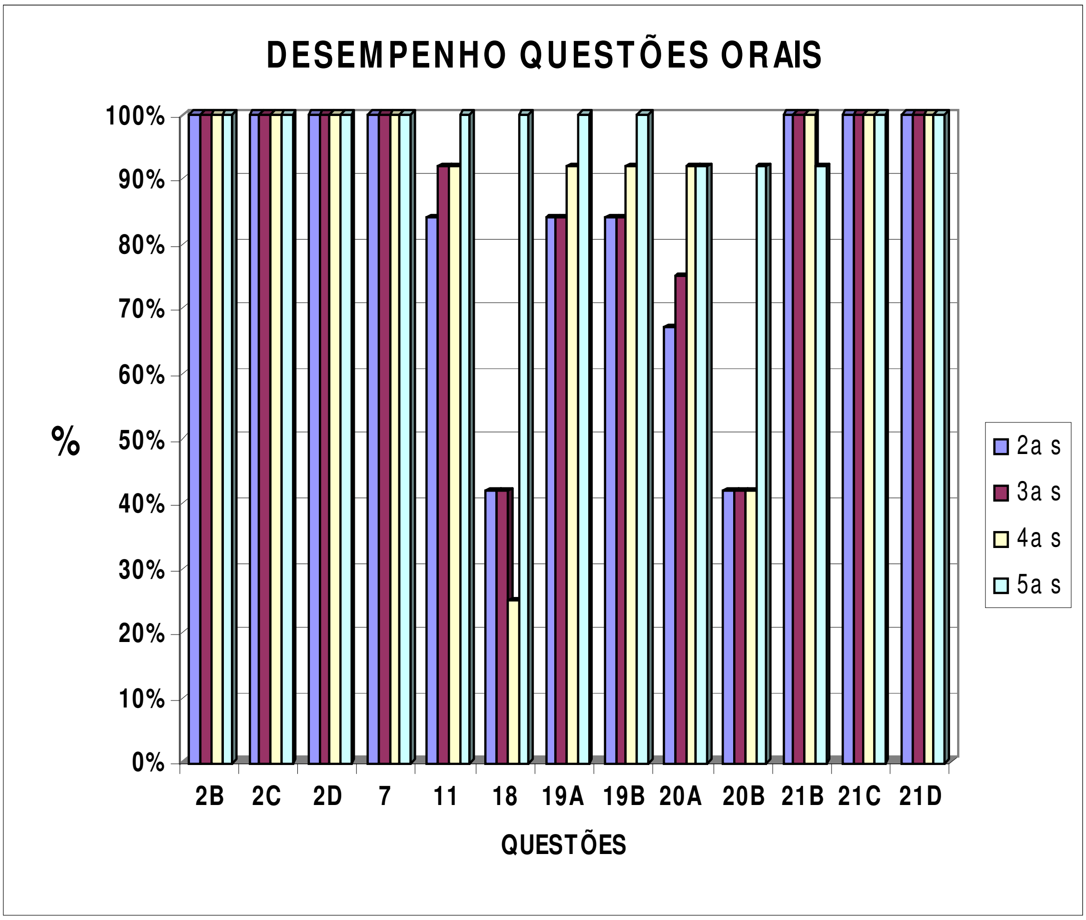
Pelo gráfico acima, foi possível observar que a evolução no porcentual de acerto entre as séries foi pequena, menor do que ocorreu nas questões escritas. Tal resultado, porém pode ser explicado pelo chamado "efeito de teto", onde o porcentual mais baixo - da 2ª série foi tão alto, que sua diferença para 100% não poderia ser maior que 15%.

Embora os alunos da 2ª série não tivessem estudado números decimais, ainda assim tiveram desempenho similar ao dos alunos das 3ª, 4ª e 5ª séries. Uma possível justificativa pode estar relacionada com o fato de que estas questões são encontradas com freqüência no cotidiano das crianças, o que possibilitou respostas orais, sem a necessidade de conhecer o registro decimal escrito. De fato, as propagandas nas vitrinas, o preço da gasolina nos postos de gasolina, enfim, os produtos vêm sempre acompanhados do valor monetário correspondente. É comum ouvirmos falar sobre o preço dos objetos, do litro, da área da sala. O decimal é, constantemente, mencionado no sistema oral, porém sua representação matemática formal deve ser aprendida na escola. Isto foi referenciado por Vygotsky (1989) em sua teoria sobre a formação do conceito e por Duval (1999) na teoria das representações.

Tal como foi feita a análise do desempenho das crianças no sistema escrito por itens, faremos a seguir esta análise no sistema oral.

5.2.2.2. Desempenho oral por itens.

Nesta parte, apresentamos o gráfico oral por itens para todas as séries.



No gráfico ou na tabela ao lado, observamos que o porcentual de acerto para as questões 2B, 2C, 2D, 7, 21B, 21C e 21D, foi de 100%, enquanto as questões 11, 18, 19A, 19B, 20 A, 20B o percentual de acerto ficou em torno de 70%. O resultado observado nesse sistema de representação é muito diferente do que ocorreu no sistema escrito, pois o percentual de acerto no sistema de representação oral teve um substancial aumento em relação ao escrito. Os alunos sabem expressar oralmente o que é uma massinha e meia, porém não conseguem representar matematicamente por escrito.

Destacamos, particularmente, as questões 18, 20A e 20B, que embora não tenham tido porcentual de acerto de 100%, ainda assim apresentaram resultado muito discrepante do escrito.

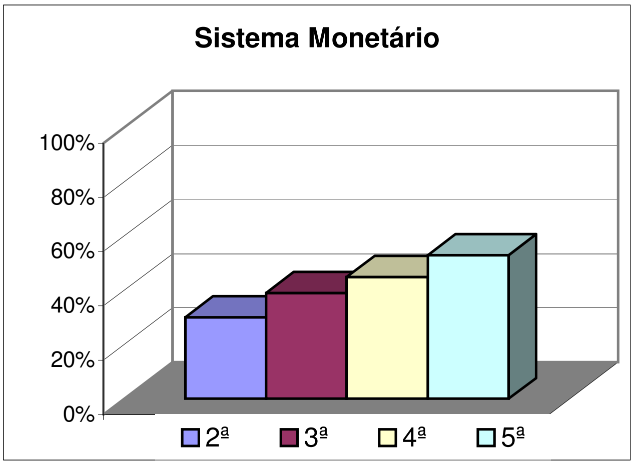
Por exemplo, o porcentual de acerto dos itens 2B, 2C e 2D, no sistema de representação escrito, foi menor que 40% e no oral foi 100%, o que significa que o aluno sabe expressar-se oralmente, porém não sabe representar por escrito. À luz da teoria de Duval (1993, 1995,1999), podemos inferir que o aluno não consegue fazer a conversão do sistema oral para o escrito e, portanto, acertar a representação apenas no sistema oral de representação, não significa que ele tenha o significado do número decimal. Os tipos de representações utilizadas pelos alunos são discutidos nas estratégias, na sessão 5.3 da análise qualitativa.

Dinheiro	2ª	3ª	4ª	5ª
Oral (%)	30	39	45	53

5.2.2.3. Desempenho oral por contexto

A análise do desempenho no sistema oral por contexto contemplou apenas as questões contextualizadas, pois as descontextualizadas só foram respondidas no papel e a lápis. Portanto, não temos para essas questões nenhum dado oral.

Não apresentamos o gráfico do desempenho oral no contexto de medida, tendo em vista que o porcentual de acerto foi 100% para todas as séries. O aluno consegue quantificar oralmente quantidades menores que a unidade, com expressões, como “meio”, “metade”, que são comuns no cotidiano escolar ou fora da escola. No entanto, não consegue representar o valor correspondente, usando a escrita decimal.



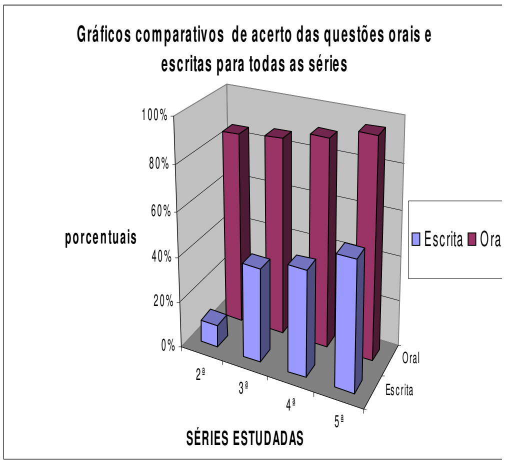
O gráfico acima nos forneceu um dado interessante para a 5ª série, já que o porcentual de acerto no contexto monetário no sistema oral foi pior que no sistema escrito. Não sabemos precisar o que aconteceu, pois no sistema de representação escrito pudemos inferir que as crianças desta série demonstraram melhores resultados no contexto monetário que no de medida. Como a palavra dinheiro é bastante mencionada no dia-a-dia, esperávamos que este desempenho fosse coerente com o desempenho no sistema escrito. Possivelmente o modo como a questão foi formulada, deve ter influenciado o resultado apresentado por estas crianças.

5.2.3. <u>Comparação entre os desempenhos quantitativos das partes orais e escritas.</u>

A seguir, o gráfico permite observar e comparar o desempenho de cada série em relação ao porcentual de acerto dos resultados escritos e do porcentual de acerto dos resultados da parte oral.

Como esperado, houve evolução do porcentual de acerto de uma série para outra, tanto dos resultados do sistema escrito quanto dos resultados do sistema oral. Observa-se, porém, que para todas as séries, o percentual de acerto das respostas no sistema oral foi muito maior que no sistema escrito. Isto nos leva a crer que o desempenho dos alunos de todas as séries é maior quando os alunos se expressam oralmente e

Gráfico comparativo entre acertos orais e escritos



Nº de acerto por total de itens

2ª

3ª

4ª

5ª

Número de acerto escrito (%)

9

36

46

58

Número de acerto oral (%)

85

87

91

96

156 é o número total de itens do instrumento diagnóstico que possibilitaram respostas orais e escritas simultaneamente.

menor quando o fazem por meio da representação escrita.

Podemos inferir pelos dados acima que, em geral, o aluno entende o que significa valores menores que a unidade, porém não consegue representá-los, utilizando a representação matemática escrita.

Para a 2ª série, a diferença entre os dois sistemas de representação foi bem acentuada. Esta como já explicamos anteriormente, esta diferença pode estar relacionada com o fato dos alunos desta série ainda não terem aprendido na escola os números racionais e suas representações, o que justifica o baixo porcentual de acerto para as representações escritas. Já o alto percentual de acerto oral, resulta do possível convívio que o aluno tem com os decimais fora da escola, o que lhe permite, muitas vezes, contato com as representações, sem ao menos lhes dar significado. É o caso dos preços das mercadorias e das medidas de comprimento, volume, e outras.

Para os alunos da 3ª série, o porcentual de acerto escrito diferiu em 50% do porcentual de acerto oral. Embora essa diferença entre a parte oral e escrita tenha sido menor que a diferença observada no gráfico da segunda série, não era o que se esperava, tendo em vista que estes alunos já iniciaram a aprendizagem dos racionais e deveriam, portanto, ter mais compreensão dos dígitos após a vírgula e da relação entre eles com a “quebra da unidade”.

Para alunos da 4ª série, essa diferença foi cerca de 50%, o que nos leva a supor que os alunos desta série embora mais familiarizados com os números decimais, ainda não conseguem dar significado e representar quantidades menores que a unidade utilizando a representação decimal.

Por fim, para os alunos da 5ª série, a diferença entre o desempenho oral e escrito foi 40%.

A seguir, apresentamos uma síntese dos principais resultados obtidos da análise quantitativa.

5.2.4 Síntese da análise quantitativa.

Objetivando elucidar o leitor sobre os principais achados da pesquisa, listamos a seguir uma síntese dos principais resultados:

- Em todas as questões que envolveram quebra da unidade, os alunos apresentaram baixo porcentual de acerto.
- As crianças tiveram melhor desempenho no sistema de representação oral (100% de acerto) que no escrito (cerca de 30% de acerto).

- Não houve diferença entre o desempenho das crianças entre situações contextualizadas e não contextualizadas, com exceção das 5ª séries que têm melhor desempenho no contexto monetário no sistema escrito.
- Os alunos das 4ª e 5ª séries não dominam o campo dos racionais.
- Os alunos não conseguem representar quantidades menores que a unidade no sistema escrito.
- Não conseguem ler e interpretar um número na representação decimal.
- Os alunos não conseguem associar os dígitos após a vírgula com quantidades menores que a unidade.
- No contexto monetário, os alunos da 5ª série apresentavam melhor desempenho no sistema escrito que no oral.
- Todos os alunos, sobretudo, os das 2ª e 5ª séries, apresentavam maior dificuldade quando trabalhavam com questões descontextualizadas.
- Embora tenha havido evolução da 2ª a 5ª série na aprendizagem, ainda assim foi pequena.

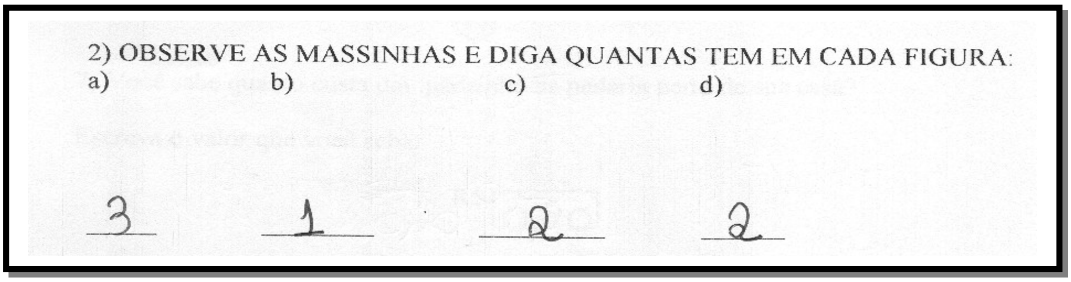
5.3. ANÁLISE QUALITATIVA

Esta parte da análise tratou das estratégias utilizadas pelos alunos ao responderem às questões do teste diagnóstico. Para tanto, descrevemos apenas as respostas, nas quais evidenciamos os erros mais comuns cometidos pelos alunos de todas as séries. Com isso, procuramos relacionar o raciocínio utilizado pelo aluno com a representação correspondente empregado pelo aluno dentro de cada contexto, com base em nosso referencial teórico, em especial, os trabalhos de Brousseau, Duval, Nunes, Bianchini Ceryno e outros, já citados anteriormente.

5.3.1 No contexto da Medida

No contexto da medida, os alunos das 2ª, 3ª, 4ª e 5ª séries apresentaram maior insucesso nas questões 2B, 2C, 2D, 3, 4, 8, 9, 14, 21B, 21C e 21D. As questões, 2B, 2C e 2D que tratavam da massinha em uma situação onde a mesma ficava em frente ao aluno, embora a massinha padrão tivesse sido dividida ao meio, os alunos continuaram a considerar a metade da massinha como padrão de unidade. Assim, no item 2A, a unidade-padrão foi assumida como sendo o tamanho de uma massinha inteira e nos demais itens, a metade continuou sendo assumida como o mesmo padrão que o anterior, ou seja, como 1.

Para exemplificar essa situação, ilustramos o caso da aluna Jane Souza de Andrade de 10 anos:


2) OBSERVE AS MASSINHAS E DIGA QUANTAS TEM EM CADA FIGURA:

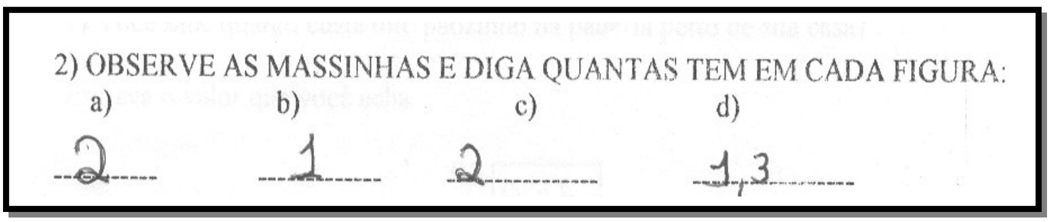
a) 3 b) 1 c) 2 d) 2

Um dado importante foi que os alunos responderam corretamente no sistema oral, pois sabiam estar trabalhando com quantidades menores que a unidade considerada. Assim, para o item 2B, a resposta oral era "meia massinha" enquanto a resposta escrita era "1". Este tipo de estratégia manteve-se nos itens 2C e 2D, daí o fato das respostas mais comuns terem sido respectivamente 2 para os dois itens que trabalhavam com duas massinhas de tamanhos diferentes.

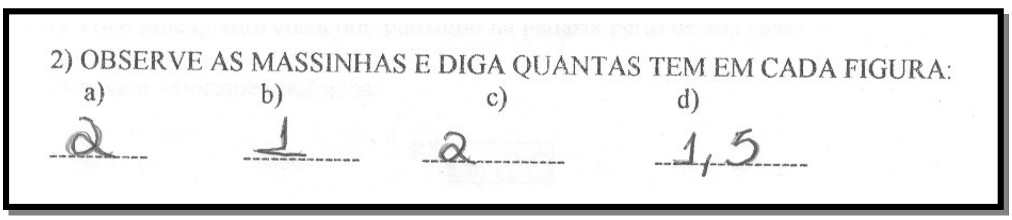
Em geral, nossa interpretação é que o aluno tem a noção de quantidade menor que a unidade, mas não consegue representar corretamente o registro matemático escrito correspondente. Pelas respostas dos alunos, podemos inferir que os alunos das 2ª e 3ª séries trabalham apenas no campo de contagens discretas e, portanto, apenas no campo numérico dos naturais. Conforme Nunes (1997) as crianças resolvem o problema da contagem usando seus dedos para representar os objetos da questão proposta. A mudança de uso de dedos para palavras e para escrita requer refinamentos dos sistemas de raciocínio. De acordo com Nunes, outro fato importante, diz respeito aos diferentes valores que uma unidade pode ter. Se a criança não tem elementos suficientes para produzir uma representação, ela desenvolve um esquema da situação e, neste caso, específico ela atribuiu ao objeto reduzido em relação ao anterior, um novo padrão de contagem.

Alguns alunos das 4ª e 5ª séries ainda trabalham apenas no campo numérico dos naturais. No item 2C, observamos que, cerca de 42% da 4ª e 75% da 5ª série representaram o valor de "meia massinha como sendo 1", ou seja, duas meias massinhas foram computadas como duas massinhas inteiras. No entanto, foi interessante observar que, no item 2D, cerca de 50% dos alunos da 4ª e 67% da 5ª série, representaram a quantidade indicada com a representação decimal, como por exemplo, 1,5 ou 1,3 para o valor de quantidade total para um inteiro e um pedaço menor que a unidade.conforme os exemplos a seguir:

a) aluno da 4ª série:


2) OBSERVE AS MASSINHAS E DIGA QUANTAS TEM EM CADA FIGURA:
a) 2 b) 1 c) 2 d) 1,3

b) aluno da 5ª série:


2) OBSERVE AS MASSINHAS E DIGA QUANTAS TEM EM CADA FIGURA:
a) 2 b) 1 c) 2 d) 1,5

Os alunos tiveram dificuldade ao representar 0,5 no item 2B, mas conseguiram representar 1,5 ou 1,3 no item 2D. Nossa interpretação para isso, no item 2B, é que o aluno termina por assumir 0,5 como 1, ao escrever parte da massinha, pois não tendo a referência da unidade-padrão, ele muda o padrão da unidade da massinha inteira para sua metade. No entanto, quando a situação apresenta uma inteira e sua metade, o padrão da unidade volta a ser a da maior, e metade da unidade para a menor. Uma dúvida que permanece é se o aluno ao escrever 1,5 de massinha está relacionando o decimal 0,5 com o meio da massinha ou apenas escreve o valor menor após a vírgula, sem fazer conexão com a unidade assumida como padrão no item 2A.

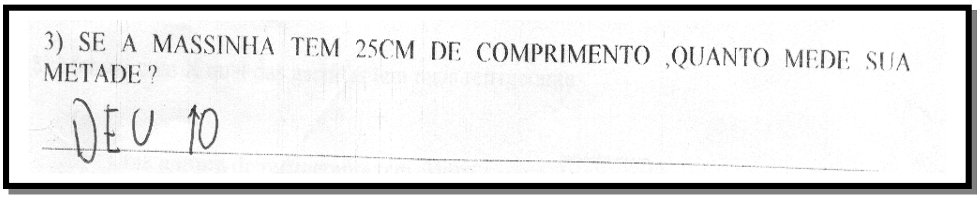
Nossa explicação com base nos procedimentos adotados por esta amostragem, muitas das dificuldades encontradas nesta questão decorre da falta de conceitualização da unidade padrão. Este resultado também foi obtido por Bianchini (2001) em seu estudo com crianças da 3ª série.

Segundo Duval (1999), para que ocorra a conceitualização, é preciso primeiro haver conversão entre representações. Em nosso caso, estamos considerando a conversão da representação lingüística para a representação decimal e, a seguir, a coordenação entre os dois registros de representação.

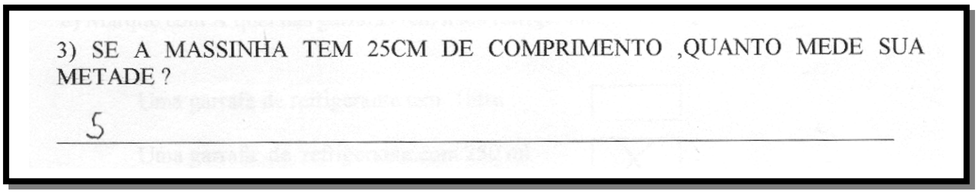
Na questão três a avaliação da medida do comprimento da metade da massinha, os alunos da 2ª série responderam literalmente que "mede metade", sem atribuir valor numérico. Já 50% dos alunos da 3ª série responderam cinco como referência da metade de dez, de acordo com nossa expectativa. O restante dessa série, bem como os alunos das 4ª e 5ª séries responderam que o tamanho de meia massinha era 10; 12, ou até13, o que significa que eles efetuaram a divisão aproximada de 25 por 2. Fato curioso ocorreu com 50% dos alunos da 5ª série ao responderem

5 para a medida da metade de 25 cm, da mesma forma que os alunos da 3ª série. Aqui nos questionamos: a resposta 5 veio do raciocínio que a unidade-padrão deveria ser 10 e 5 é sua metade? Ou de outra forma, que 20 é o inteiro e 5 é a parte quebrada do número? Em ambos o caso, ficou evidente que esses alunos não ampliaram seus conceitos de número, ficando presos ao conjunto dos naturais.

Exemplificando:


3) SE A MASSINHA TEM 25CM DE COMPRIMENTO ,QUANTO MEDE SUA METADE ?

DEU 10


3) SE A MASSINHA TEM 25CM DE COMPRIMENTO ,QUANTO MEDE SUA METADE ?

5

Os alunos de todas as séries erraram a questão quatro, tanto no registro oral como no escrito, ao concluírem que 1,30 é maior que 1,3. Este resultado está de acordo com as conclusões de Brousseau (1981), segundo o qual a naturalização dos números pode provocar obstáculo para a aprendizagem dos racionais. Concluímos que, embora, os alunos das 4ª e 5ª séries já tenham estudado números decimais, ainda assim, não conseguem ler e interpretar a representação decimal proposta nesse contexto. Conforme Duval (1999), os alunos não têm o conceito de número decimal, quando não conseguem representar ou interpretar o registro dado. A análise dos procedimentos adotada pelos alunos de todas as séries nos leva a inferir que eles interpretaram os números dados como sendo números naturais separados por vírgula e como 30 é maior que 3, então 1,30 é maior que 1,3.

As leituras orais que os alunos faziam desses números eram as mesmas: 1 e 30 é maior que 1 e 3, porque 30 é maior que 3. Notemos que os alunos estariam substituindo a vírgula em matemática pelo “e”, da mesma forma como costuma acontecer na gramática portuguesa. Neste caso, o erro cometido na leitura, reforçou o erro na interpretação do número.

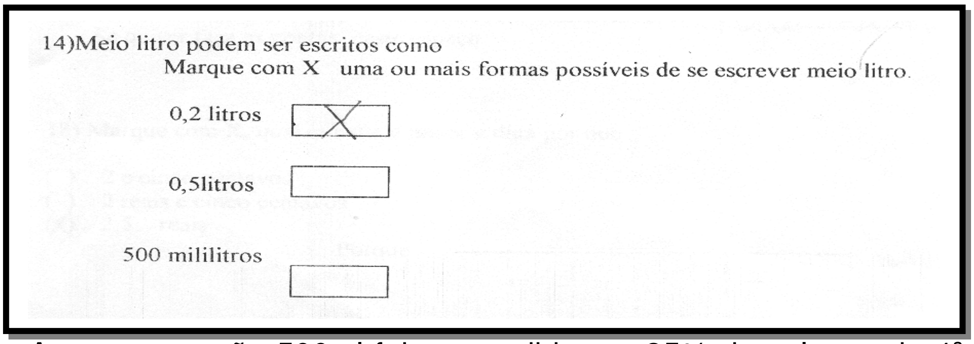
Ficou óbvio para nós, depois de compararmos os procedimentos adotados nas questões 4 e 8, que os alunos da 2ª série trabalham apenas no domínio dos naturais: se na questão 4, 1,30 era maior que 1,3, na questão 8, 250ml é maior 1litro. No entanto, nesta mesma questão quase todos os alunos das 3ª, 4ª e 5ª de forma diferente da 2ª série, tiveram êxito ao responder que 1litro é maior que 250ml. Uma das possibilidades do sucesso para as demais classes pode estar relacionada com o fato dos alunos dessas séries, apresentarem mais maturidade e convívio com situações similares no cotidiano fora da escola.

Analisando os registros de representação dos alunos na questão nove, notamos que a maioria escolheu a representação mais extensa: 1,80m e 80. Novamente, parece que para esses alunos o número decimal é entendido como dois números naturais separados por vírgula. Assim 1,80m é maior que 1,8m, por que 80 é maior que 8 e o tamanho da representação de 1,80m é maior que o tamanho da representação 1,8m. Observamos que a forma do representante interfere na interpretação do representado (Duval, 1999). Portanto, o aluno não relaciona os dígitos do número com a parte inteira e com as frações da parte inteira. O aluno lê e interpreta cada representação como números diferentes, ou seja, identifica cada representação como se fosse um objeto matemático diferente, o que confirma as hipóteses de Duval (1995).

Na questão 14, cerca de 50% dos alunos da 2ª série, respondeu que meio litro tem representação 0,2 litros (maioria dos alunos) ou 0,5 litros. A escolha de 0,2, foi feita por alunos das 2ª ,3ª e, também, por 30% dos alunos da 4ª .Esta resposta nos instigou a refletir sobre a ênfase que é dada na divisão para o cálculo da metade, ou seja, a metade é sempre obtida pela divisão por dois. Assim, o aluno associou neste caso, a “metade” com “meio litro” e, conseqüentemente, com o número 2. Daí sua resposta ter sido 0,2 como a melhor representação para meio litro.

Outro fato que contribuiu para esta resposta pode ainda estar na maneira como formulamos a questão e as alternativas, o que pode ter favorecido aos alunos a escolha da representação decimal. Assim, o aluno associou “meio” de litro com a representação 0,2 ou 0,5, daí terem sido estas as respostas mais freqüentes aos alunos das 3ª , 4ª e 5ª séries.

No exemplo a seguir a resposta do aluno. da 2ª série:



14)Meio litro podem ser escritos como
Marque com X uma ou mais formas possíveis de se escrever meio litro.

0,2 litros [X]

0,5litros [ ]

500 mililitros [ ]

A representação 500ml foi respondida por 35% dos alunos da 4ª e por 50% dos alunos da 5ª série.

As últimas questões do contexto de medida que também apresentam erros comuns em todas as séries são os itens da questão 21. Esta questão difere da questão dois, pelo fato que as massinhas estavam representadas por meio de um desenho. As repostas dos alunos foram às mesmas para ambas as questões, decidimos não a discutir, pois estaríamos repetindo o que foi dito na questão dois. Assim, da mesma forma, os alunos acertaram ao responder a questão oralmente e erraram na representação por escrito de acordo com as justificativas dadas no item dois. Isto nos permite inferir que o objeto real ou sua representação não deu diferença quantitativa em relação ao porcentual de acerto, nem diferença qualitativa em relação às estratégias que os alunos usaram, seja na questão dois ou na 21.

Em muitas questões é interessante notar, que como as do contexto monetário, o instrumento diagnóstico pode ter permitido uma evolução e conseqüentemente, acerto em alguns casos. Mesmo tendo-se isto em conta, observamos que, na última questão, os alunos continuaram cometendo os mesmos erros de representação da 2ª questão.

È possível inferir que no “contexto de medida” o aluno, em geral, tem a noção da quantidade menor que a unidade, embora não consiga representá-la matematicamente, quer na forma fracionária quer na decimal. Para os alunos das 2ª série, isto é justificado pelo fato não terem as ferramentas necessárias para isto, tendo em vista que não aprenderam o conjunto dos racionais. No entanto aos demais alunos, a explicação pode estar no fato de não conseguirem entender a quebra da unidade e como conseqüência não atribuírem significado aos dígitos após a vírgula. Acrescentam-se a isto os argumentos apresentados por Duval em relação a conceitualização estar associada à coordenação de vários registros de representação.

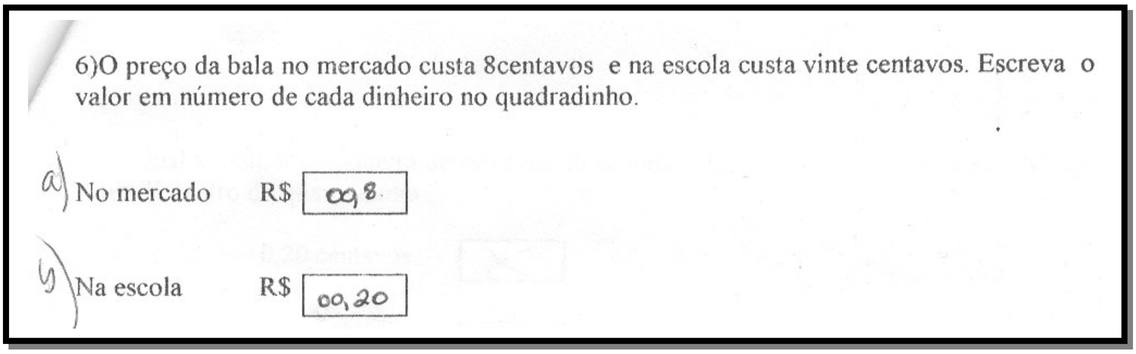
A seguir, passamos à análise qualitativa das questões no contexto monetário.

5.3.2. <u>No contexto monetário.</u>

Embora o uso do dinheiro seja bastante familiar ao aluno, ainda assim em muitas respostas, a leitura e a interpretação dos números são feitas no domínio dos naturais. Observamos que, neste contexto, os alunos repetem os menos tipos de erros que cometem no contexto de medida. Por exemplo, na questão cinco, os obstáculos da “naturalização”, conforme Brousseau favorecem o insucesso dos alunos ao responderem que R$11,25 é maior que R$ 11,5. Embora a representação R$ 11,5 seja válida matematicamente, é inconveniente, pois induz a erros que advêm de vícios de leitura, como no caso de “11 reais e cinco”. Alunos das 4ª e 5ª séries, também, erraram essa questão, fato este que nos surpreendeu, tendo em vista já terem maior contato com os decimais no contexto monetário. Podemos inferir que tanto no contexto monetário como no de medida, a leitura e interpretação do registro decimal ainda não são dominadas pelos alunos desde a 2ª até a 5ª série do ensino fundamental.

No item seis A, o aluno deveria escrever o registro correspondente à quantia 8 centavos, ao invés de ler e interpretar como ocorreu com a questão 5. Analisando os registros dos alunos, observamos que a representação mais comum foi "8" para 70% dos alunos da 2ª, 65% dos alunos da 3ª, 50% dos alunos das 4ª, e 17% dos alunos da 5ª série. Pudemos, portanto, observar, que predomina o campo numérico dos naturais para alunos das 2ª e 3ª séries e mesmo para alguns das 4ª e 5ª séries. No entanto, quando alguns alunos das 2ª e 3ª usaram a representação 00,8 e 00,08 possibilitou-nos refletir, pois o uso dessas representações é indício da necessidade da representação decimal. Já aos alunos das 4ª e 5ª séries, observamos que representações como 00,8; 0,8; 0,80 e 0,08, indicam evolução quanto às representações e amadurecimento matemático quanto ao campo numérico a ser utilizado.

Para exemplificar tem-se:

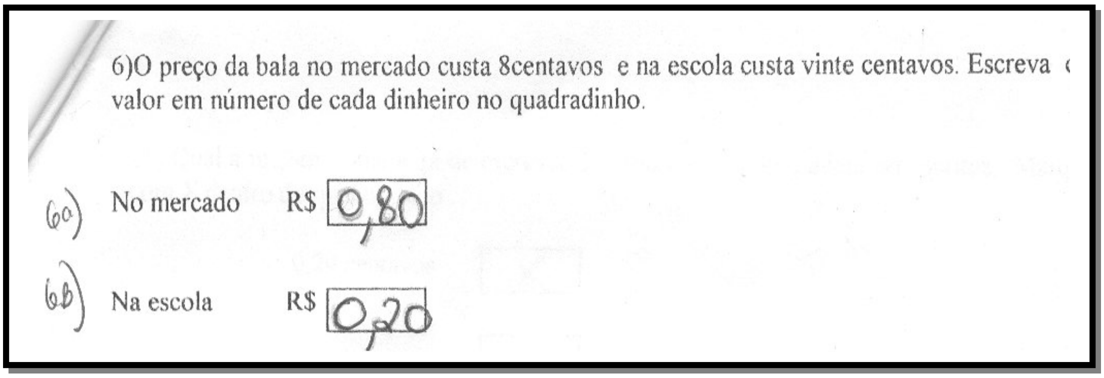

6)O preço da bala no mercado custa 8centavos e na escola custa vinte centavos. Escreva o valor em número de cada dinheiro no quadradinho.

a) No mercado R$ 00,8

b) Na escola R$ 00,20

Ainda no item 6B, observamos o predomínio do campo dos naturais quando a maioria dos alunos das 2ª, 3ª, 4ª séries respondeu que a representação para vinte centavos é simplesmente 20. Parece que para, os alunos destas séries, o contexto monetário não favoreceu a necessidade de outro campo numérico. No entanto, analisando-se os registros dos alunos da 5ª, notamos que foi comum a representação decimal 0,20, seguida da representação 00,20. Assim, pudemos inferir que os alunos da 5ª série têm mais facilidade para representar o número por meio da representação decimal, quando trabalham no contexto monetário.

Outro exemplo de um aluno que ilustra o que acabamos de dizer:

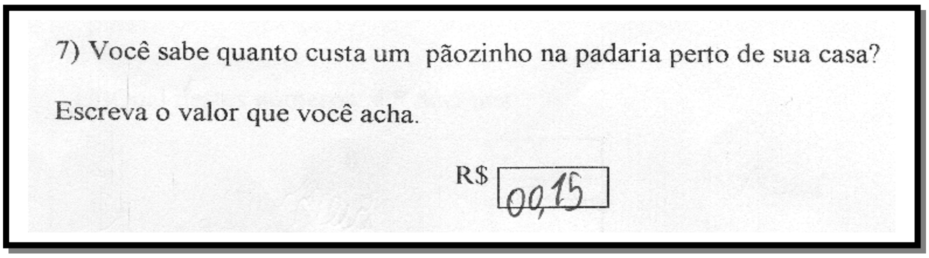

6)O preço da bala no mercado custa 8centavos e na escola custa vinte centavos. Escreva o valor em número de cada dinheiro no quadradinho.

6a) No mercado R$ 0,80

6b) Na escola R$ 0,20

Na questão sete, o aluno deveria avaliar e representar a quantia correspondente a um pãozinho. Para cerca de 50% dos alunos da 2ª série, o preço era 15 centavos, seguida da representação 0,15 para 25% dos alunos. Para os alunos da 3ª série, 30% dos alunos representaram como 00,15 e os outros 30% como 0,20.

Conforme o exemplo do aluno a seguir:


7) Você sabe quanto custa um pãozinho na padaria perto de sua casa?

Escreva o valor que você acha.

R$ 00,15

Para os alunos das 4ª e 5ª séries, predominou a representação 0,15,seguida da representação 10 ou 12 ou ainda 15 centavos da mesma forma que para os alunos das séries anteriores.

Nesta questão, foi possível verificar que o registro fotográfico influencia a tanto a leitura, como a escrita quanto à interpretação da representação utilizada. No caso específico, o aluno deveria, além de lembrar, representar o valor correspondente ao preço do pão.

Embora alguns alunos tenham escrito 15 centavos, outros associaram os centavos a um registro de um número com zero e vírgula. Esta associação, porém ainda é feita sem a interpretação da quebra da unidade monetária, ou seja, que os centavos correspondem a frações do real.

Na leitura e na representação escrita do item 10A, todos os alunos, com exceção dos alunos da 5ª série, erraram ao escrever dois reais e três centavos para a quantia R$2,03. Ou seja, para os alunos da 2ª, 3ª e 4ª séries, os números 2,03 e 2,3 são idênticos. O zero do número 2,03 é ignorado. O mesmo fato foi observado nos estudos de Bianchini. Já os alunos da 5ª série conseguem perceber a diferença entre as representações R$ 2,3 e R$ 2,03.

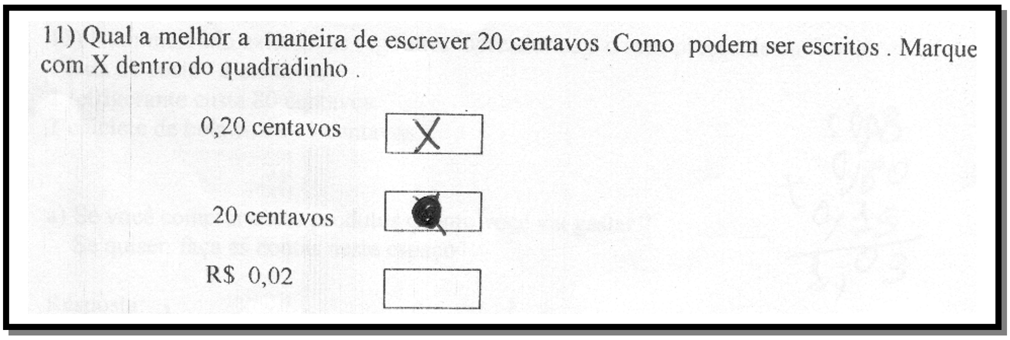
Ao compararmos o item 10A com a questão sete, sobre a avaliação do preço do pão, observamos que, quando numa representação aparecem reais e centavos simultaneamente, os alunos colocam antes da virgula os dígitos que correspondem ao maior valor, como é o caso dos reais, e após a vírgula os dígitos com menor valor, como os centavos. No entanto, o aluno não relaciona os centavos com os reais em termos da quebra da unidade. Assim, como centavos é menor que real, deverá vir depois da vírgula, enquanto o real deverá vir depois da vírgula por ser maior.

A melhor representação para vinte centavos foi "20", para menos de 50% dos alunos das 2ª e 3ª séries. No entanto, a outra metade dos alunos representou 20 centavos como 0,20. Houve uma evolução em termos de representação para esta série, embora os alunos ainda não saibam justificar a presença dos dígitos após a vírgula. Outra tendência foi representar como 0,02 e ainda 0,2.

Aqui também, é provável que o próprio instrumento diagnóstico possa ter auxiliado e despertado no aluno a necessidade para a representação decimal em algumas situações, pois, no decorrer da aplicação do instrumento diagnóstico, muitos dos alunos começaram a utilizar com mais freqüência à representação decimal.

Outra possibilidade pode estar associada ao próprio contexto monetário em função de sua operacionalidade no cotidiano da vida.

Mais de 70% dos alunos da 4ª e 5ª séries representaram 20 centavos como 0,20 seguida da representação escrita 20 centavos.


11) Qual a melhor a maneira de escrever 20 centavos .Como podem ser escritos . Marque com X dentro do quadradinho .

0,20 centavos X

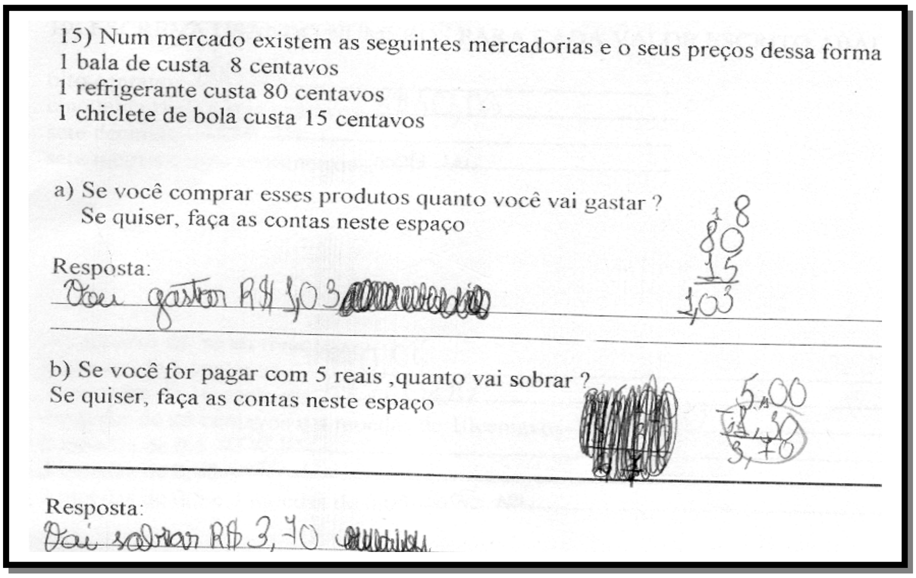
20 centavos

R$ 0,02

Para representar um real e cinco centavos, 60% dos alunos da 2ª série, escolheram 1,5 seguida da representação 1,05. Neste caso observamos que o aluno conseguiu diferenciar 1,5 de 1,05, o que não ocorreu nos itens 10B e 10C com os números 2,03 e 2,3 que foram assumidos como o mesmo número. Os alunos das 3ª e 4ª séries escolheram a representação 1,05 como sendo a correta, seguida da representação 1,5. Todos os alunos da 5ª série optaram pela representação correta, 1,05.

Uma possível hipótese para que isto tenha ocorrido foi como falamos anteriormente, o fato do próprio diagnóstico ter induzido a aprendizagem. Outra possibilidade foi à maneira como foram enunciadas as questões, pois pode ter favorecido o maior acerto de uma comparada à outra.

Ainda no contexto monetário, no item 15A, o aluno deveria somar as quantias indicadas. Notamos que a maioria dos alunos da 2ª não conseguiu resolver esta questão e os poucos que a fizeram, operaram com os números como se fossem números naturais, pois as respostas dos alunos foram 10,3 ou 2 reais e 3 reais. Porém, cerca de 50% dos alunos da 3ª série resolveram a questão com sucesso ao responder R$1,03.


15) Num mercado existem as seguintes mercadorias e o seus preços dessa forma
1 bala de custa 8 centavos
1 refrigerante custa 80 centavos
1 chiclete de bola custa 15 centavos

a) Se você comprar esses produtos quanto você vai gastar ?
Se quiser, faça as contas neste espaço

8
80
15
1,03

Resposta: Vai gastar R$ 1,03

b) Se você for pagar com 5 reais ,quanto vai sobrar ?
Se quiser, faça as contas neste espaço

5,00
-1,30
3,70

Resposta: Vai sobrar R$ 3,70

Metade dos alunos das 4ª e 5ª séries resolveram a questão no campo dos racionais e representou o resultado como 1,03. A outra metade da 4ª série representou como 103 ou 93 e ainda 1,21.

Alguns alunos da 5ª série ainda representaram como 1,75. Notamos pelas representações dos alunos que alguns da 4ª série ainda têm dificuldade com os racionais no contexto monetário.

Na questão 18, os alunos deveriam indicar qual a maior quantia em dinheiro que estava representada. Cerca de 60% dos alunos da 2ª indicaram 2,5 como sendo a maior, enquanto menos de 40% responderam que a maior era dois reais e cinco centavos pelo fato de ter uma representação mais extensa. Este mesmo resultado foi dado pelos alunos das 3ª e 4ª séries. Para os alunos da 5ª série, a maioria respondeu 2,5 seguida de 37% dos alunos que escolheram todas como corretas e

25% que consideraram a representação mais extensa como sendo a correta.

Parece que a escolha da representação 2,5 foi feita, apenas, em função da leitura “dois reais e meio” coincidir com a representação decimal.

Na questão 19, no item A, o aluno deveria representar com número, o valor de oito centavos. Embora este item seja parecido com a questão seis, percebemos que, para os alunos da 2ª série, diminuiu o porcentual de insucesso. Assim, embora 50% dos alunos tenham optado por representar apenas oito centavos, os 50% restantes apresentaram como 0,8; 0,08 e ainda 00,8. Já apenas 34% dos alunos da 3ª série optaram por representar apenas oito centavos, no entanto, muitos já representaram como 00,08. A maioria dos alunos das 4ª e 5ª séries, optaram pela representação 0,08, seguida da representação 0,8. Observamos, portanto, maior tendência para a resposta decimal, o que nos permitiu inferir que, neste item, o aluno associou a palavra centavos a dígitos, após a vírgula.

No item 19B, o aluno escreveu os reais antes da vírgula e os centavos após a vírgula. Embora utilize a vírgula, ainda assim interpreta os números como naturais. Cerca de 60% da 2ª série responderam 50,6 seguida de 30% que responderam 50,06. Conforme explicamos anteriormente, o aluno desta série ainda não relaciona de forma correta o centavo como fração de real e não o associa com dígitos em relação à vírgula. Os alunos da 3ª, 75% representaram como 50,6, seguida da representação 50,06. Já os alunos das 4ª e 5ª séries, mais de 50% representaram como 50,06, seguida da representação 50,6.

Na questão 20, os alunos da 2ª série responderam apenas o item 20A.

No item 20A, observamos que a maioria dos alunos de todas as séries respondeu corretamente, tanto no oral como no escrito. Podemos inferir que os alunos acertam na contagem tanto no contexto de medida como no monetário.

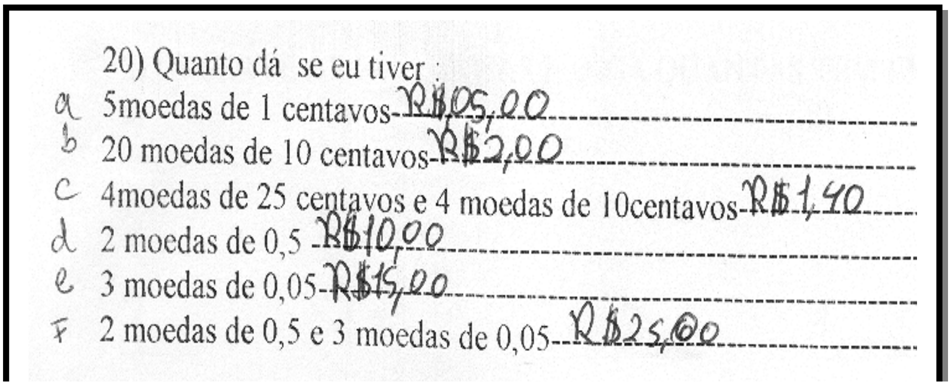
No item 20B, observamos que apenas 34% dos alunos da 3ª, 42% dos alunos da 4ª série e 67% dos alunos da 5ª série responderam corretamente 2 reais. Embora os alunos tenham trabalhado com o dinheiro como contagem no campo dos naturais, eles não conseguem interpretar que 1 real equivale a 100 centavos. Podemos inferir que a noção da unidade caracteriza-se como um fator de dificuldade também no campo dos naturais. Isto também foi referenciado por Bianchini (2001).

No item 20C, o cálculo total da quantidade de quatro moedas de 25 centavos e 4 moedas de 10 centavos, teve como resposta 1,4 para 42% dos alunos das 3ª, 4ª e 5ª séries. Ainda, alguns alunos da 5ª optaram por escrever a resposta como 1 real e 40 centavos. Parece que além do registro fotográfico das moedas de 25 centavos e 10 centavos terem favorecido a resposta, a pouca quantidade de moedas também permitiu um cálculo mental com a adição em vez da multiplicação.

Já no item 20D, os alunos das 3ª, 4ª e 5ª séries tiveram insucesso, pois as respostas mais freqüentes foram 0,10 ou dez centavos e apenas 25% dos alunos da 5ª série responderam corretamente um real. A análise dos registros dos alunos nos permite inferir que a dificuldade está em no fato de que os alunos não conseguem interpretar a quantia 0,5, como 5 centavos ou 50 centavos. As respostas mais mencionadas foram 00,10, seguidas da resposta 2,05 ou 0,02 e 2

No item 20E, observamos que também a dificuldade de representação e interpretação do registro decimal possibilitou o insucesso. Alguns alunos da 3ª representaram o resultado como 00,15 (quinze centavos), outros como R$ 15,00, ou ainda, R$ 015,00.

Exemplificando:


20) Quanto dá se eu tiver :
a 5moedas de 1 centavos-R$05,00
b 20 moedas de 10 centavos-R$2,00
c 4moedas de 25 centavos e 4 moedas de 10centavos-R$1,40
d 2 moedas de 0,5 -R$10,00
e 3 moedas de 0,05-R$15,00
f 2 moedas de 0,5 e 3 moedas de 0,05-R$25,00

Neste item, a maioria dos alunos das 4ª e 5ª séries respondeu 0,15 seguida da resposta 15 centavos.

O item 20 F é, na verdade, a junção do item 20D com o item 20E. Todos os alunos apresentaram dificuldade nesta questão. Apenas 25% dos alunos da 5ª série acertaram este item. Os alunos da 3ª mostraram-se incapazes de resolver este item. Mesmo errando a questão, cerca de 60% dos alunos da 4ª série responderam 23 centavos. Já os alunos da 5ª série apresentaram respostas diversas, como 0,10; 0,15 (cerca de 37%); seguidas de outras como 1 real e 15 centavos (1,15).

5.3.3. <u>No contexto matemático</u>

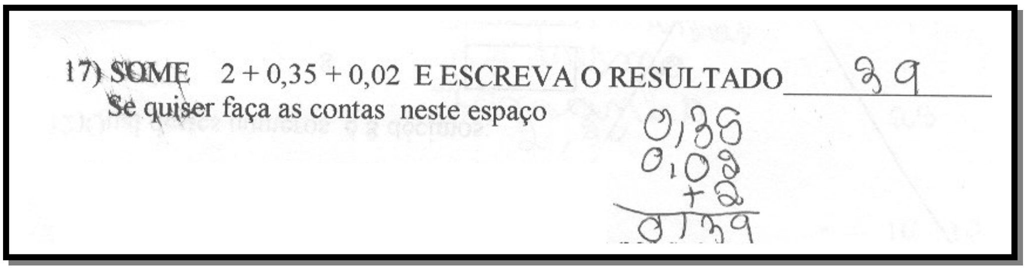
No contexto matemático, estão as questões 12, 16, 17, 19C e 19D.

Na questão 12, a maioria dos alunos da 2ª representou oito décimos como 0,008 e 35% dos alunos representou como 0,08. Cerca de 34% da 3ª representaram como 0,008, seguidos de 25% que representam como 8. Percebemos o começo do abuso dos zeros após a vírgula para a representação dos décimos, o que não ocorreu para os centavos no contexto monetário. Neste exemplo, como o aluno não tem a representação física do valor em objetos como é o caso das moedas, o aluno não tem outra alternativa senão representar tal quantia como número decimal. Assim, os "décimos" sugerem ao aluno uma forma de representação diferente dos centavos. No caso de oito centavos, o aluno representou por oito, em razão do fato de existir uma representação física em moedas para este valor e, portanto, o aluno entende tal representação como número natural.

Na questão 16, os alunos de todas as séries responderam que 0,1 era o menor dos números apresentados, confirmando as conclusões de Brousseau (1997), segundo o qual, o número decimal é visto como dois naturais separados por vírgula. A análise dos registros anteriores nos permite afirmar que os alunos sabem que os dígitos, após a virgula, são menores que os dígitos que vem antes da vírgula, como foi observado na questão 13, porém, eles não conseguem comparar os dígitos que aparecem após a vírgula quando comparam números diferentes, em função do obstáculo dos naturais, não importando as posições que os dígitos ocupam após a vírgula.

Na questão 17, também a adição entre os números foi feita como se fossem números naturais: 2 + 0,35 + 0,02 = 39.

Como exemplo, tem-se:


17) SOME 2 + 0,35 + 0,02 E ESCREVA O RESULTADO 39
Se quiser faça as contas neste espaço
0,35
0,02
+2
0,39

Foi interessante observar que, em alguns casos, apesar do aluno somar como se fossem números naturais, ainda assim deram a resposta 0,39 no campo dos decimais.

No item 19C, a maioria dos alunos de todas as séries apresentou baixo porcentual de acerto e apenas poucos alunos responderam 0,7. O mesmo foi observado para o item 19D, sobre a representação de sete metros e dois centímetros, no qual observamos registros como 07,2; 7,2 e ainda 7,02.

5.3.4 Síntese da análise qualitativa

Nesta seção, temos por objetivo elucidar o leitor sobre os principais achados da pesquisa, que mencionamos a seguir:

No contexto de medida:

- As crianças expressaram oralmente o valor correto da unidade e de suas frações, porém, não conseguiram representá-las no sistema escrito.
- As crianças da 2ª a 5ª séries do ensino fundamental mudaram a unidade-padrão de uma massinha inteira para meia massinha, em função da dificuldade de representação.
- A maioria das crianças das 2ª a 5ª séries, não conseguiu ler e interpretar a representação escrita decimal.
- Os alunos não relacionam os dígitos após a vírgula com as frações da unidade.
- Pudemos inferir que, neste contexto, a escola não favoreceu o conhecimento científico dos alunos, mas apenas contribuiu para a ampliação do conhecimento espontâneo.

No contento monetário:

- Parece que as crianças até a 4ª série tratam o decimal relacionado ao dinheiro como um "rótulo", ou seja, elas manuseiam o dinheiro como se a representação com vírgula fosse uma característica do sistema monetário. Elas têm a noção que o valor que corresponde ao real deve vir antes da vírgula, e os centavos devem estar após a vírgula, no entanto, não relacionam os centavos como fração do real, e conseqüentemente, não relacionam o dígito após a vírgula como fração da parte inteira do real.
- Em função da maneira como é enunciada questão, precebemos que os alunos em situações como 2,03, desprezam o zero. No entanto, em outras como1,05 é considerado
- Os alunos da 5ª série apresentam mais facilidade para trabalhar no sistema decimal escrito, quando no contexto monetário.

No contexto matemático:

- Para as crianças pesquisadas não se pôde observar que expressassem oralmente ou por escrito uma relação entre o que conheciam sobre o assunto do dia-a dia e o que a escola ou o professor pretendia ensinar.

CAPÍTULO VI
CONCLUSÃO

6.1. Introdução

Estamos chegando ao final de nosso estudo, cujo foco foi diagnosticar qual a representação que crianças entre oito e onze anos têm do número na forma decimal. Em outras palavras, queremos saber se alunos que cursam entre as 2ª e 5ª séries fazem conexão entre os dígitos após a vírgula na representação decimal, com a subunidade.

Assim, uma das hipóteses iniciais deste trabalho, é que as dificuldades da aprendizagem dos números decimais podem estar relacionadas ao não entendimento da "quebra da unidade natural", que, ao ser fragmentada, resulta em quantidades menores que a unidade e que, portanto, não podem mais ser representadas com números naturais.

Para apresentarmos as conclusões de nosso estudo de maneira clara, objetiva e organizada, retornaremos às principais discussões que realizamos no desenvolvimento desta dissertação, com o propósito de retratar a trajetória por nós seguida para responder à questão de pesquisa posta no início deste trabalho.

Assim, iniciaremos o presente capítulo fazendo uma breve revisão dos quadros teóricos que utilizamos. Depois relembraremos resumidamente as etapas da pesquisa, seguidas de nossos comentários e reflexões.

Chegaremos então à seção que buscará responder à questão de pesquisa de nosso estudo e apresentará sugestões para futuras pesquisas.

6.2. Breve revisão do quadro teórico utilizado

Conforme comentamos acima, faremos aqui apenas algumas referências aos aspectos principais das teorias que nos deram sustentação na elaboração e desenvolvimento deste estudo.

Sobre as idéias de Piaget (1975,1990), vale lembrar que para ele o conhecimento é composto de dois aspectos:

- ♣ O primeiro chamado por Piaget de "figurativo", está presente em qualquer percepção e inicia-se pela imitação, dando origem à formação da função simbólica. Esse aspecto apóia-se apenas na percepção e memória do sujeito com relação ao objeto. Nesse sentido, é que o fato de uma criança saber, por exemplo, lidar com dinheiro, manuseá-lo, saber ler e representar por escrito certa quantia, não significa necessariamente que ela esteja relacionando esta quantidade aos decimais, ao número menor que 1. Pode ser que, de fato, ela saiba número decimal, mas também pode ser que esteja usando a moeda ou trabalhando com o valor representado na moeda, utilizando sua memória e percepção visual.
- ♣ O segundo aspecto, que Piaget chamou de "conhecimento operativo", envolve o pensamento lógico e diz respeito aos estados de transformação da realidade, quando o indivíduo é

capaz de atuar sobre o objeto, modificando-o. Nesse sentido, a criança pode não só lidar com o dinheiro, mas saber que 25 centavos são um quarto do real ou menor que a metade do real.

Vygotsky (1989) em sua teoria sustenta a importância do aspecto sócio-cultural no desenvolvimento da criança. Destaca que a aprendizagem alavanca o desenvolvimento do processo cognitivo. Para ele a aprendizagem tem lugar no que chamou de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que permite às crianças aproximarem-se de um nível mais alto com ajuda de outros, seja o professor, ou colega da escola, os amigos, os pais, enfim, as pessoas que interagem com ela. São as interações que possibilitarão à criança formar seus conceitos tanto os espontâneos como os científicos, aprendidos, particularmente, no ambiente escolar. Assim, é de fundamental importância o conhecimento prévio para que a criança possa entender o conhecimento formal, ou seja, que o professor ajude o aluno a fazer conexão entre o conhecimento formal que a escola tem por objetivo ensinar, e os conhecimentos prévios que o aprendiz já traz.

Esse aspecto da teoria de Vygotsky, sobre conhecimento espontâneo é de grande valia para nosso estudo. O conhecimento espontâneo é assistemático e advém da experiência, enquanto o científico é geral, sistemático, ensinado na escola e pode ser usado em diferentes situações. Em nosso estudo, foi interessante ressaltarmos que, em relação ao conhecimento prévio, apenas as crianças da 5ª série traziam de suas experiências cotidianas, por exemplo, em situações de compra e uso do dinheiro, por sua vez, foram importantes para a compreensão do número decimal desenvolvido na escola. Isto não ocorreu nas 2ª, 3ª e 4ª séries, pois o que parece ter ficado claro é que eles têm apenas o ”rótulo” do dinheiro e não o conhecimento prévio. Assim, apenas nas crianças da 5ª série, o conhecimento espontâneo ajudou a construção do conhecimento formal.

Nunes (1992, 1993,1997), destaca a importância da inserção de atividades em situações semânticas. Essas situações são consideradas como locais ricos para a aprendizagem, embora não sejam necessariamente do mundo real, são ambientes nos quais a criança pode se apropriar do significado. Ainda destaca a importância do sistema de representação e dos signos sobre a função de organização de pensamento e ações envolvidas na resolução de problemas. O sistema de representação para a autora é proveniente da cultura e isto significa que o contexto social está sempre presente. Ainda, na teoria das representações, baseamo-nos nas afirmações de Duval e Piaget.

Duval (1993, 1995,1999) afirma que não se pode ter compreensão em matemática se não se distingue um objeto de sua representação. Enfatiza a relação entre a conceitualização e os registros de representação. Segundo ele, a aprendizagem matemática inclui atividades cognitivas e necessita da utilização de sistemas semióticos de expressão e representação. As representações são essenciais ao funcionamento e desenvolvimento do conhecimento. Defende três noções de representações que embora sejam da mesma espécie realizam funções diferentes: mentais, computacionais, e as semióticas que foram por nós mencionadas para base desta pesquisa.

Para ele, as representações semióticas são representações externas e conscientes ao sujeito e têm dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado). A forma muda conforme o sistema semiótico utilizado. Cada objeto matemático possui diversos registros de representação e para que ocorra a conceitualização (noésis), conforme Duval, é preciso integrar todos os registros de representação. As representações são relativas a um sistema semiótico particular de signos, como a linguagem natural, a linguagem formal, a escrita algébrica. A linguagem natural é considerada por Duval um registro de partida e um registro de chegada.

Em nossa pesquisa, tomamos emprestadas a teoria de Nunes e Roth (1996) no que diz respeito à noção de contexto e sua importância na aprendizagem. Passamos a adotar a noção de “contexto” de acordo com esses dois autores.

Portanto o termo “contexto” em nossa pesquisa pode referir-se a problemas matemáticos, a fenômenos do mundo que podem ser modelados de uma forma matemática particular, a ambientes (lugares físicos das atividades humanas) e a situações (aspectos sociais, físicos históricos, espaciais, temporais).

6.3. Revisão das etapas da pesquisa.

Os referenciais teóricos permitiram compreender melhor o modo como ocorre a conexão entre a compreensão e a representação de um objeto matemático, no caso, do número decimal e de suas representações. Assim, foi possível compreender como o aluno dá significado às representações decimais para quantidades menores que a unidade bem como a importância do contexto para se efetivar uma representação significativa. Com isso, pudemos construir nosso instrumento diagnóstico, que constou de vinte e uma questões num total de trinta e nove itens.

As questões do teste diagnóstico envolviam leitura, interpretação, compreensão e representação de números decimais em diferentes contextos.

Elegemos os contextos que ocorrem com mais freqüência no cotidiano do aluno e os que consideramos como elementos-chave para que a aprendizagem dos números decimais torne-se mais significativa. São eles: “contexto monetário”, “contexto de medida” e o “contexto matemático”. Como contexto monetário, incluímos as questões que tratam sobre o dinheiro tanto como quantidade, como medida. O “contexto de medida” diz respeito às questões que tratam das medidas em geral, como comprimento, volume, área e outras. Como contexto matemático, situamos as questões que não podem ser categorizadas nem no contexto de medidas, nem no contexto monetário.

A aplicação do teste diagnóstico ocorreu em alunos de 2ª a 5ª séries do ensino fundamental, em uma escola pública do centro de São Paulo. As faixas etárias variavam entre oito a doze anos de idades.

A aplicação do teste diagnóstico foi feita com cada aluno, individualmente, fora da sala de aula. O registro dos dados ocorreu de duas formas: oralmente e por escrito. O registro das manifestações orais dos alunos foi anotado pelo entrevistador, enquanto o registro escrito dos alunos era feito pelo próprio aluno na folha impressa de questões.

6.4. Comentários e reflexões sobre a pesquisa

Nesta parte, foram feitas algumas observações e reflexões sobre os dados do estudo, tendo como base o instrumento diagnóstico e o referencial teórico. Procuramos sempre que possível explicitar a teoria subjacente, dentro dos pontos de vista da teoria construtivista e da teoria das representações.

Em função de nosso objetivo, optamos por trabalhar com os números racionais, apenas por meio dos registros de representação na linguagem natural escrita e oral, na linguagem figural e na linguagem simbólica escrita como é o caso da representação escrita decimal do número racional.

Foi possível observar que ao responder o teste diagnóstico, o aluno mobilizava conhecimentos anteriores para tentar responder questões que envolviam novos conhecimentos. O conhecimento sobre o conjunto numérico dos naturais era sempre mobilizado para responder a situações que necessitavam de conhecimento de outro campo numérico. Isto aconteceu na 2ª questão, quando o aluno deveria responder 1,5 como a quantidade final da massinha resultante da fragmentação da unidade de massinha e não dois como a maioria respondeu. Isto confirma as conclusões de Brousseau (1980, 1981, 1983, 1997) no que diz respeito à mobilização do conhecimento anterior do campo numérico dos naturais constituírem-se como obstáculos para a aprendizagem de novos números: são conhecimentos locais, servem em algumas situações e não em outras. Assim o número natural não pode mais servir para expressar quantidades não inteiras, surge, então, a necessidade de representar com o número decimal.

Percebemos, em alguns casos, que o aluno usa uma forma por ele inventada para representar um novo número, e isto também possibilita o erro. Outras vezes, verificamos, que outro fator de erro pode estar associado ao aspecto perceptivo da representação. Poderíamos falar em conceito espontâneo ou conhecimento figurativo da representação decimal que, em função de usar a operacionalidade que possibilita ao aluno concluir que décimos centésimos e centavos devem sempre vir acompanhados de certa quantidade de zeros antes ou após a vírgula.

Como exemplo das duas situações anteriores, podemos citar o caso do aluno que representou uma massinha e meia como 1,3. Ele criou uma representação que, pela percepção indica que o meio ou a metade devem vir após a vírgula. No caso, o "meio" ter sido representado por 0,3, o aluno deve ter feito referência ao uso constante no senso comum, que meio de meia hora que é representada por 60 e, portanto, ele extrapolou que 3 é metade de 6.

Outro exemplo é quando o aluno associa as palavras décimos e centavos com a representação de um número que deverá ter uma quantidade de zeros na representação escrita, antes ou depois da vírgula, como é o caso da representação 00,08.

Pelas análises feitas, concluímos que a maioria dos alunos não dá significado à representação com vírgula, ou seja, muitos alunos ignoram a vírgula e operam com o número como se fosse número natural sem vírgula. Isto foi observado em alguns exercícios e, sobretudo, no exercício cinco, no qual se pede ao aluno para efetuar uma adição com números decimais.

Foi possível constatar que os alunos têm dificuldade na compreensão do significado da representação e, portanto, não reconhecem o número racional em nenhuma de suas representações. Para que ocorra apreensão dos significados de uma representação, é preciso, segundo Duval, coordenar simultaneamente vários registros de representações.

Neste ponto, gostaríamos de ressaltar nossa convicção, para o caso específico da aprendizagem dos números racionais na representação decimal, que antes da coordenação simultânea dos registros, é necessário que o aluno aproprie-se da noção dos possíveis valores que uma unidade pode assumir, das quantidades maiores e menores (no caso da quebra da unidade) para poder, então, fazer conexão, entre as posições relativas dos dígitos antes e após a vírgula com as quantidades da unidade considerada. Ou seja, o aluno deve fazer conexão entre a unidade, seus múltiplos e seus submúltiplos.

Conforme o exercício dez, percebemos que o conhecimento é influenciado pelo sentido em que ocorre a conversão: do verbal para o numérico, do numérico para o verbal, do oral para o escrito e, do escrito para o oral, do numérico para o figural e, assim, sucessivamente.

Percebemos que há falhas de conceitualização dos números decimais durante a conversão das representações da linguagem natural escrita ou falada para a decimal escrita. Vale ressaltar que, muitas vezes, o entendimento da linguagem não encerra a compreensão do conceito em sua total complexidade. Pode ser que o aluno, ao expressar-se oralmente, esteja reproduzindo, imitando uma representação, sem ao menos tê-la ter operado, e internalizado, conforme Piaget.

O que nos chamou atenção foi à constatação de que a dificuldade de se trabalhar com a representação e as possíveis conversões desta representação, são também funções do contexto com o qual se trabalha.

Ou seja, foi possível observar, em geral, que o contexto no qual os alunos apresentaram maior dificuldade e erros foram no contexto matemático. No contexto monetário, os alunos da 5ª série, apresentaram maior chance de acerto que nos demais contextos.

Notamos que ao longo da aplicação, o teste diagnóstico também serviu de instrumento de aprendizagem.

6.5. Nossa questão de pesquisa, algumas reflexões e sugestões para as futuras pesquisas

As reflexões sobre como o aluno consegue quantificar quantidades menores que a unidade em diferentes contextos e como ele consegue representar essas quantidades, deram origem a uma questão de pesquisa, que foi subdividida em duas. São elas:

- ♣ *“Como a quebra da unidade é entendida e representada pelo aluno em diferentes contextos?”* e,
- ♣ *“Em qual contexto o aluno tem mais facilidade para entender a quebra da unidade?”.*

Para responder a essas questões, procuramos diagnosticar as concepções que os alunos tinham em relação à representação números decimais e como eles representaram esses números em diferentes contextos. Assim, apoiadas nas idéias centrais das teorias da Epistemologia Genética (Piaget), Socio Construtivista (Vygotsky), das Representações (Duval) e também em resultados de estudos recentes (Bianchini, Ceryno, Woerle e outros) encontramos os princípios que nortearam a elaboração do instrumento diagnóstico, a organização dos dados obtidos, e sua análise. Tais idéias serviram-nos igualmente de suporte para responder nossa questão de pesquisa e assim apresentar conclusões do estudo.

Os principais resultados, foram obtidos das manifestações dos alunos, tanto das manifestações orais quanto das manifestações escritas tendo-se freqüentemente em conta a importância do contexto.

O entendimento da quebra da unidade muda em função do contexto. Para os alunos 2ª, 3ª e 4ª série é mais bem entendida no contexto de medida, e no sistema oral de representação, porém ainda neste contexto, ela não é entendida no sistema de representação escrita. No contexto monetário ela não é totalmente entendida, nos dois sistemas de representação, o oral e escrito, e muitas vezes a representação ocorre por uma rotulação e não pela compreensão. Já no contexto matemático ela não é entendida quer na leitura, quer na representação escrita.

Os alunos da 5ª série entendem mais a quebra da unidade nos contextos monetários, quando no sistema oral de representação, seguido do contexto de medida no mesmo sistema de representação. Porém não compreendem, quando no contexto matemático. Embora haja um avanço da 5ª série em relação às demais séries, parece ainda que ainda não foi totalmente incorporada por todos os alunos desta faixa etária. Na maioria das questões os alunos parecem entender número decimal como números naturais separados por vírgula, e isto melhora um pouco quando mudam os contextos ou quando muda a representação. O que nos leva a questionar se há entendimento ou se o número é visto como apenas rótulo? Ou em outras palavras estamos falando do aspecto figurativo do conhecimento?

O não entendimento da representação decimal não impede ao aluno a operacionalização com o número, como é o caso do dinheiro e outras medidas.

O aluno associa as palavras décimos e centavos com a representação de um número que deverá ter zeros na representação escrita, como é o caso da representação 00,08.

A exclusão do zero na representação 2,03 é uma prova de que o aluno não dá significado a representação decimal.

A maneira como é solicitado ao aluno para que interprete a representação importância da representação ficou evidenciada quando na leitura do número 1,05

- Todas as séries com exceção da 5ª erram ao escrever por extenso 2,03, uma vez que ignoram o zero entre o 2 e o 3 e a leitura passa a ser como se fosse 2,3. O mesmo não ocorre para a leitura de 1,05 e 1,5 que são entendidos pelos alunos como dois números diferentes.
- Nas questões sobre quantidades contínuas, o percentual de acertos foi baixo em quase todos os contextos. Sendo que contexto que apresentou percentual de acerto mais baixo foi o contexto matemático.
- As 2ª, 3ª, 4ª, séries apresentam o mesmo desempenho escrito nos contextos de medidas e monetário.
- O ensino dos decimais não ocorre nas 3ª séries e quando isto é feito, ocorre no final do ano letivo.
- Os alunos das 4ª e 5ª séries, ainda não dominam as representações dos decimais.
- Os alunos não sabem dar significado aos dígitos após a virgula, como porções da unidade.

Embora o contexto monetário seja mais familiar para os alunos ele independente da faixa etária, eles têm dificuldade para ler e interpretar a representação do dinheiro quando feito na representação decimal. O contexto monetário não auxilia na aprendizagem dos decimais, embora os alunos 5ª séries apresentem melhor desempenho nesse contexto.

Sugerimos, portanto, alguns cuidados que devem ser levados em conta no que diz respeito a trabalhar com o “dinheiro” para auxiliar na aprendizagem dos números. No início da aprendizagem, o uso do dinheiro pode contribuir para apreensão do conceito de número natural, porém em função de sua representação, pode vir futuramente a constituir-se em obstáculos para a aprendizagem dos números racionais e especificamente, na aprendizagem da representação decimal.

Para a sala de aula, sugerimos que os professores trabalhem com as várias noções de unidade e conforme as orientações dos PCN, que isto seja feito desde as séries iniciais, e sempre que possível, fazer as conexões de metade, meio, com as representações que sejam mais significativas e oportunas em função da faixa etária e o contexto social nos quais o aluno se encontra.

A conclusão a partir de nosso estudo é que em vários momentos os alunos parecem entender a quebra da unidade, pois conseguem exteriorizar oralmente, mas a grande dificuldade parece existir na representação por escrito.

Conforme esperado, as crianças das 2ª séries não tinham a compreensão da unidade e da quebra. Mas, o mais surpreendente, é que a 5ª série está muito aquém do esperado, o que nos leva a concluir que, pelo menos para a nossa população, a maneira como o processo de ensino, tal qual tem sido feito, oferece pouco recurso para favorecer a criança a construção do conhecimento científico. As conclusões aqui apresentadas são resultado da análise dos dados obtidos da aplicação do instrumento diagnóstico e, portanto, circunscritas no limite do nosso universo de estudo.

Embora nossa amostra tenha sido aleatória e os dados tenham sido retirados de uma população de Escola Pública que representa a maioria das crianças brasileiras, não temos dados estatísticos suficientes que nos permitam inferir para além de nossa população. Apesar disso, sentimo-nos confortáveis em fazer algumas afirmações que poderão possivelmente contribuir para dar pistas sobre prováveis concepções das crianças dessa faixa etária, relativas a compreensão e representação do número decimal.

CAPÍTULO VII
BIBLIOGRAFIA

ALEKSANDROV, A.D.[et al] *La matemática: su contenido métodos y significado.* Versión española de Manuel Lópes Rodríguez. Espanha: Alianza Editorial, 1988.

BIANCHINI, Bárbara Lutaif. *Estudo sobre a aplicação de uma seqüência didática para o ensino dos números decimais.* Tese de Doutorado em Psicologia da Educação. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL: Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* Vol. 3. Brasília: MEC/SEF. 1997.

BRASIL: Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino de Quinta a Oitava Séries*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. *Les Obstacles Epistemologiques et Les Problèmes en Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble, Vol 4, nº 2. 1983.

________________ *Problèmes de l'enseignement des décimaux. Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, *vol. 1, nº 1*.1980.

________________ *Problèmes de Didactique des décimaux. Recherches en Didactique des Mathematiques*. Grenoble, vol. 2, nº 1.1981.

________________ *Theory of Didactical Situations in Mathematics.* Melbourne, Australia: Monash University, 1997.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa-Portugal, Edgard Blucher, 1974.

CARRAHER, Terezinha [et al]. *Na vida dez, na escola zero. 7.ed*. São Paulo: Cortez, 1993.

CERYNO,ELIN. *Número e Dinheiro: Construção Mútua*. Tese de Mestrado. Santa Catarina: Universidade do Estado de Santa Catarina. 2001.

DANTZIG, T. *Número, A linguagem da Ciência*. Rio de Janeiro: Zahar Editores. 1970.

DUVAL, R. *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM de Strasbourg, vol V. 37-65. 1993.

_______________ *Semiósis et pensée humaine: r*egistres sémiotiques et aprendissages intellectuels. (1995).

_______________ *L´analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l´activité mathématique*. Cours sur les apprentissages intellectuels donné à la PUC/SP. 1999.

GOLDIN, Gerald, A. *A Scientic Perspective on Sturctured, Task-Based Interveiws* In: *Mathematics Education Research.* HANDBOOK OF RESEARCH DESIGN IN MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION /edited by Anthony E. Kelly and Richard A. Lesh. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey, London, 1999.

HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática - Influências e Função da Matemática nos Conhecimentos Humanos*. Rio de Janeiro: Globo.1956.

IFRAH, G. *Os Números: História de uma grande invenção.* São Paulo: Globo.1989.

KAMII, C. *A Criança e o Número*. Trad. Reina A. de Assis. Campinas: Papirus, 1989.

KLINE, M. *Matemáticas Para Los Estudiantes de Humanidades*. Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología. Fondo de Cultura Económica. México, S/D.

MAGINA, S et all. *Repensando Adição e Subtração*. Contribuições das Teorias dos Campos Conceituais. São Paulo: Proem, 2001.

MAGINA, S. BIANCHINI, B.L. Introdução aos números decimais: um novo conceito ou uma extensão dos naturais? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPEM), 1996, São Paulo, Anais do IV Encontro de Educação Matemática. São Paulo, p. 171-178, 1996.

NIVEN, I. *Números: Racionais e Irracionais.* Trad. Renate Watanabe. Sociedade Brasileira de Matemática: Rio de Janeiro, 1984.

NUNES, T. SCHLIEMANN, A. L. e CARRAHER D. *Street Mathematics and School Mathematics. Cambridge: University Press.*1993.

NUNES, T. Bryant , P. Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective. United Kingdom: University of Oxford, 1997.

NUNES, T. Cognitive Invariants Cultural Variation in Mathematical Concepts. International Journal of Behavioral Development, 1992, 15(4) 433-453.

PÉREZ, J. C. *Números decimales. Por qué? Para qué?* Madrid: Editorial Sintesis, São Paulo, 1988.

PIAGET, J. *Epistemologia genética*. São Paulo: Martins Fontes,1990

PIAGET, J. Szeminska, A. *A Gênese do Número na Criança.* Trad. Cristiano Monteiro Oiticica. São Paulo: Zahar Editores,1975.

ROTH, W. - *"Where Is the Context in Contextual Word Problems?"*- Revista Cognition and Instruction, vol. 14, nº 4,1996.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1987.

VERGNAUD, Gérard. *Epistemology and psychology of mathematics education* in: KILPATRICK, Jeremy and NESHER, Pearla. *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. New York, Cambrige university press, p. 14-30, 1990.

VERGNAUD, Gérard. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. Journal of Mathematical Behavior, p. 167-181, 1998.

VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente*. São Paulo: Martins Fontes,1989.

_______________ *Pensamento e Linguagem*. São Paulo, Martins Fontes,1989.

WOERLE, N. H. *Números racionais no ensino fundamental: múltiplas representações*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo,1999.