APARECIDA RODRIGUES SILVA DUARTE

HENRI POINCARÉ E EUCLIDES ROXO:

SUBSÍDIOS PARA A HISTÓRIA DAS RELAÇÕES ENTRE FILOSOFIA DA MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP
São Paulo
2002

APARECIDA RODRIGUES SILVA DUARTE

HENRI POINCARÉ E EUCLIDES ROXO:

SUBSÍDIOS PARA A HISTÓRIA DAS RELAÇÕES ENTRE FILOSOFIA DA MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente.***

PUC/SP
São Paulo
2002

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ______________________________ Local e Data: ____________

"Senhor.

Dá-me alma para te servir
e alma para te amar.

Dá-me vista para te ver
sempre no céu e na

terra, ouvidos para te ouvir
no vento e no mar e mãos
para trabalhar em teu nome.

Minha vida seja digna da
Tua presença".

Fernando Pessoa

Dedico este trabalho ao meu marido Paulo,
aos meus filhos, Alexandre e Aninha,
amores da minha vida.

Aos meus pais, exemplos de luta e
perseverança.

Ao Siqueira (*in memorian)*, amigo de todas as horas.

AGRADECIMENTO

Especiais agradecimentos ao *Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente*, pela competência e dedicação dirigidas a este trabalho, sem os quais não seria possível a realização desta pesquisa, e também pela amizade, incentivo e atenção demonstrados ao longo do curso.

Às *Professoras Doutoras Rosa Lúcia Sverzut Baroni* e *Ana Paula Jahn*, que gentilmente aceitaram participar da banca examinadora e forneceram oportunas e pertinentes sugestões para o aperfeiçoamento desta pesquisa.

Aos *Professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática* da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que não poupam esforços em dar o melhor de si, na formação dos futuros mestres.

Aos meus queridos *amigos do grupo de pesquisa* e do *Mestrado da PUC/SP*, pelo apoio e companheirismo demonstrados em cada etapa de nosso trajeto.

À *minha família*, que em momento algum faltou com seu alento, entusiasmo, conselhos, contagiante alegria e acima de tudo, com seu amor.

Ao *Professor Stélio Roxo*, que gentilmente nos cedeu os documentos pessoais de seu pai, *Euclides Roxo*, fator determinante para a realização desta pesquisa.

Ao *Doutor Dalmo Ribeiro Silva*, pela sua amizade e especial atenção com que se prontificou em colocar à nossa disposição a *Biblioteca da Assembléia Legislativa do Estado de Minas Gerais*.

Aos *funcionários da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro* e do *Colégio Pedro II* por franquearem nosso acesso aos documentos de seu rico acervo.

Aos *amigos e funcionários da PUC/SP*, sobretudo à *D. Maria Dorgina da Silva*, pelo abraço carinhoso desde os tempos da graduação e *Francisco Olímpio da Silva*, pelo auxílio e presteza ao longo desta jornada.

Aos *colegas*, *funcionários* e *alunos da Escola Estadual "Dr. José Marques de Oliveira"* e da *UNIVÁS*; de Pouso Alegre, Minas Gerais, pelo permanente incentivo nesta caminhada.

Ao *Professor Benedito Afonso Pinto Junho*, Vice-Diretor da FAFIEP, amigo atencioso, que muito colaborou para a realização deste trabalho.

À *Suzi*, pelo carinho e dedicação com que cuidou de minha casa, durante minhas ausências.

Ao *Édio*, pelos seus preciosos conselhos.

Enfim, a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para que nosso projeto se tornasse uma realidade.

A autora

RESUMO

O presente trabalho estuda as relações entre a Educação Matemática e a Filosofia da Matemática, objetivando contribuir para o alcance de uma visão mais abrangente das modificações sofridas pelo ensino secundário brasileiro durante o período compreendido entre 1929 a 1940. Tomamos para a análise desta questão, as propostas educacionais sugeridas pelo professor de Matemática Euclides Roxo, quando buscamos compreender como ocorreu a apropriação dos pensamentos do filósofo matemático Henri Poincaré por este professor brasileiro. Assim, elaboramos uma síntese histórica da Matemática, destacando os fatos que determinaram o aparecimento das três principais correntes filosóficas da Matemática, dentre elas o intuicionismo, defendido por Henri Poincaré. Em seguida, analisamos algumas obras desse filósofo, para finalmente confrontar suas idéias com as de Euclides Roxo. Como conclusão, verificamos que, no período histórico analisado, as relações entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática estabeleceram-se por meio de uma intermediação promovida por Euclides Roxo, quando ao fundamentar suas propostas para a renovação do ensino da Matemática na filosofia intuicionista, apropria-se desta mesma filosofia por meio das recomendações pedagógicas de Poincaré. Este trabalho leva em conta também, documentos que se encontram no Arquivo Privado Euclides Roxo - APER, além de livros publicados por esse professor, procurando fazer uma leitura crítica dessa documentação, valendo-nos para tanto, dos ensinamentos da Nova História das Ciências.

Palavras-chave: Educação Matemática, História da Matemática, Euclides Roxo, Henri Poincaré.

ABSTRACT

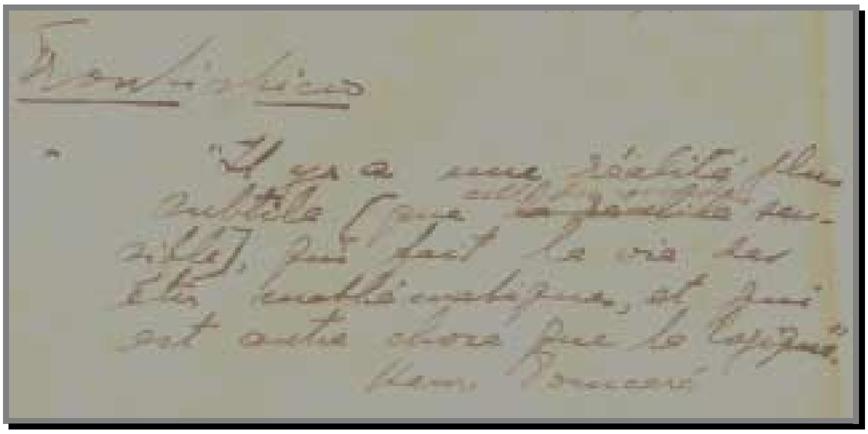
The current work studies the associations between the Mathematics Education and the Phylosophy of Mathematics, aiming a contribution to the achievement of a more comprehensive modification suffered by the brazilian secondary teaching during the period held from 1929 to 1940. Educational proposals suggested by the mathematics professor Euclides Roxo were anylised along this issue, when we searched an understanding of how the appropriation of the thoughts of the mathematics phylosopher Henri Poincaré happened by this brazilian professor. Thus, we elaborated a historic mathematics synthesis highlighting facts that determine the appearance of three main phylosophic chains of mathematics, among them, the intuitionism defended by Henri Poincaré. Afterwards we analysed some of this phylosopher works, and finally confronted his ideas to Euclides Roxo's. In conclusion, we ascertained that along the historic period anylised, the associations between the Phylosophy of Mathematics and the Mathematics Education established themselves by means of na intermediation promoted by Euclides Roxo, when basing his proposals of a mathematics teaching renewal on the intuitionist phylosophy, he appropriates the same phylosophy through the pedagogical recommendations of Poincaré. This work also takes documents into account, which were found in the Private File of Euclides Roxo - APER (PFER), besides the books published by this professor, trying to make a critical reading of such documentation, considering the orientations dictated by the New History of Sciences.

Key Words: Mathematics Education, History of Mathematics, Euclides Roxo, Henri Poincaré.

SUMÁRIO

Euclides de Medeiros Guimarães ROXO

(1890 – 1950)



[illegible]

"Il y a une réalité plus subtile (une [illegible] sensible), qui fait la vie des êtres mathématiques, et qui est autre chose que la logique."

Henri Poincaré

ER.T.3.004 –Henri Poincaré citado por Euclides Roxo

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

O presente trabalho, que denominamos "*Henri Poincaré e Euclides Roxo: subsídios para a história das relações entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática*", é parte de um projeto mais amplo intitulado "*História da Educação Matemática no Brasil, 1920-1960*", coordenado pelo professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, aprovado pela FAPESP, sob o número 01/03085-6.

Mediante o estudo de variados temas ligados à história escolar no período correspondente a 1920 a 1960, intentamos contribuir para a obtenção de uma visão abrangente das modificações sofridas pelo ensino de Matemática brasileiro. Assim, esse projeto pretende:

> ... escrever a história do percurso seguido pelo ensino de Matemática no Brasil, no período compreendido entre o primeiro movimento de modernização desse ensino e o chamado movimento da matemática moderna. Noutros termos, a pesquisa busca reconstruir o trajeto seguido pela matemática escolar situada entre a crítica ao formalismo clássico e a sua adesão à axiomática moderna. Tomando a Matemática como um tipo de produção cultural, a ser apropriada e desenvolvida em diferentes contextos, inclusive o escolar, o estudo pretende preencher uma lacuna importante existente na história da Educação Matemática brasileira (VALENTE, 2001d).

Na busca de compreender o que ocorreu com a Educação Matemática no período que se acha entre a crítica ao formalismo clássico e à axiomática moderna, há necessidade de serem investigadas as relações entre as concepções matemáticas e o seu ensino. Em outras palavras, quais relações se estabeleceram entre Filosofia da Matemática e ensino da Matemática na caracterização desse período histórico da Educação Matemática no Brasil?

A generalidade e extensão de que se reveste a questão assim colocada, levou-nos a investigar as leituras realizadas pelo principal mentor do processo de renovação da Educação Matemática brasileira no período: Euclides de Medeiros Guimarães Roxo.

O professor de Matemática, Euclides Roxo, na condição de diretor do centenário Colégio Pedro II, foi uma das personalidades da história do Brasil que teve participação marcante na reforma de ensino do Colégio Pedro II em 1929, como também nas reformas de ensino de âmbito nacional empreendidas nas gestões de Francisco Campos em 1931 e de Gustavo Capanema em 1942.

Vários textos tratam da participação de Euclides Roxo nestas reformas, dentre os quais destacamos o trabalho de Rocha (2001), intitulado "*A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos*" e o de Dassie (2001), "*A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema*". Em Rocha temos a confirmação de que Francisco Campos acatou integralmente as idéias modernizadoras referentes ao ensino da Matemática, propostas por Euclides Roxo, que até então estavam sendo colocadas em prática no Colégio Pedro II. Em Dassie, verifica-se que Euclides Roxo teve participação direta na elaboração dos programas da reforma de 1942, embora suas sugestões não tenham sido acatadas em sua íntegra.

Mas quais teriam sido as influências sofridas por Euclides Roxo para a proposição da completa modernização da Educação Matemática em nosso país? O próprio Euclides Roxo nos indica o rol daqueles que o influenciaram. No prefácio de seu livro "*Curso de matemática elementar*", escrito em 1929 para servir de guia para a modernização, Roxo arrola figuras como: Poincaré, Klein, Duclout, Myers, Breslich, Borel, Smith, Young, Laisant, Tannery, Carson e Branford. Também no prefácio de sua obra, "*A matemática na educação secundária*" publicada em 1937, Roxo menciona suas referências. Além dos já citados, encontram-se presentes, entre outros, nomes como: Amoroso Costa, Backheuser, Betz, Boutroux, Couturat, Brunschwicg, Dewey, Hadamard, Lebesgue, Pascal, Nunn, Picard.

Ao que tudo indica, de todas essas personagens, aquelas que mais peso estrutural tiveram nas leituras e influências sofridas por Roxo, foram os matemáticos Felix Klein (1849-1925) e Henri Poincaré (1854-1912). Isso nos coloca diante de uma situação que nos parece interessante para o estudo das relações entre matemáticos e professores de Matemática. Podemos dizer que, de modo mais preciso, estes fatos nos remetem à possibilidade de estudar a dinâmica de relações existentes entre a produção Matemática e a Educação Matemática.

No entanto, um estudo dessa natureza revela-se de grande amplitude. Para melhor delimitar fronteiras neste trabalho, vamos conceber como um modo de produção Matemática, uma Filosofia Matemática. Assim, nossa questão de fundo diz respeito ao estudo das relações que envolveram uma Filosofia da Matemática e uma Educação Matemática, no Brasil, na década de 1930.

Em recente pesquisa, Maria Eli Beltrão, analisou, de certo modo, as relações entre as idéias de Klein e as de Roxo. Com o intuito de apresentar uma visão geral dos pensamentos de Felix Klein faz constar em seu trabalho, "um breve estudo sobre parte da trajetória de Félix Klein e as necessidades que o impulsionaram a realização de tal obra, assim como algum reflexo da mesma em nosso país"[1] (BELTRÃO, 2001: 4).

Ao concluir sua pesquisa, a autora arremata:

> Euclides Roxo, diretor do Colégio Pedro II, ciente do Movimento de Modernização do Ensino da Matemática, movimento esse que havia nas décadas anteriores se expandido por vários países, acata as propostas e os argumentos da Comissão Internacional do Ensino da Matemática e, entendemos então, que reflexos das idéias de Klein vieram fazer parte do programa de Matemática do ensino médio brasileiro na década de 30, pois o mesmo foi elaborado pela congregação do Colégio Pedro II, sendo Euclides Roxo seu principal membro e defensor das propostas e idéias de Felix Klein (BELTRÃO, 2001: 111-112).

[1] A obra a qual Beltrão especificamente se refere é "*Elementar Mathematik von höheren Standpunkte aus*" (Matemática Elementar sob o Ponto de Vista Avançado". Trad. R. Fontanilla, Goöttingen, 1908.

Do mesmo modo, a pesquisa realizada por Rocha (2001) registra a grande influência das idéias de Klein nas propostas defendidas por Euclides Roxo, para o ensino de Matemática. Nesse sentido, Rocha faz a seguinte consideração sobre os trabalhos do professor Roxo:

> Em todos os seus trabalhos, especialmente em seus artigos, mostrava-se basicamente um defensor do pensamento do matemático alemão. Todos os vários autores que cita, bem como os pareceres de associações que utilizava em suas manifestações, têm sempre o objetivo de respaldar as idéias divulgadas por esse grande professor de Götting (ROCHA, 2001:91).

Na verdade, em sintonia com os trabalhos de Beltrão e de Rocha, nossa pesquisa também apontou para a inegável influência dos pensamentos pedagógicos de Klein nas propostas defendidas pelo professor Roxo.

Igualmente às idéias de Klein, os pensamentos de Poincaré exerceram papel decisivo nas proposições efetuadas por Roxo para a modernização do ensino da Matemática.

Embora trabalhos posteriores não tenham acentuado as relações entre as idéias de Poincaré e Roxo, nossos estudos indicaram que a principal referência tomada por Roxo, no âmbito de uma Filosofia Matemática, foi Henri Poincaré. O próprio professor Roxo foi categórico ao afirmar que, o grande matemático alemão, Felix Klein, foi êmulo de Poincaré (ROXO, 1937: 56). Assim, relativamente ao nosso objeto de estudo, Henri Poincaré, filósofo matemático, erige-se como principal interlocutor entre a Filosofia da Matemática e seu ensino.

Feita essas considerações, nasce o desafio de responder questões como: quais as relações entre Filosofia da Matemática e a Matemática escolar na proposta de Euclides Roxo? Quais foram as influências sofridas pelo professor de Matemática Euclides Roxo, em termos de uma Filosofia da Matemática representada pelas idéias de Poincaré?

OBJETIVOS DO ESTUDO

O objetivo geral deste trabalho é, pois, estudar quais as dinâmicas que envolvem as relações entre a Educação Matemática e a Filosofia da Matemática. De modo específico, analisaremos as atividades e as propostas educacionais sugeridas pelo professor Euclides Roxo, considerando fundamentalmente suas leituras de Filosofia da Matemática, procurando compreender como ocorreu a apropriação das idéias de Henri Poincaré pelo professor brasileiro.

SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO

Com a finalidade de atingir os objetivos propostos, este estudo encontra-se dividido em seis capítulos.

Tratamos no primeiro capítulo da fundamentação teórico-metodológica na qual se baseia este trabalho, quando descrevemos como ocorreu o seu processo de elaboração, cuja abordagem leva em conta, sobretudo, os ensinamentos da Nova História das Ciências.

No segundo capítulo discorremos sobre os principais acontecimentos históricos que motivaram o aparecimento das correntes filosóficas da Matemática: o logicismo, o formalismo e o intuicionismo. Ao caracterizá-las, daremos ênfase à corrente intuicionista, porquanto Henri Poincaré tenha sido um dos principais representantes desta corrente.

Já no terceiro capítulo, são abordadas especificamente as idéias filosóficas de Poincaré, considerando fundamentalmente suas propostas pedagógicas, posto que elas refletem a linha filosófica por ele defendida. Procuramos pontuar as idéias de Poincaré para posteriormente compará-las com as defendidas por Euclides Roxo.

Relativamente ao quarto capítulo, delineamos a maneira pela qual o Movimento Internacional para a Reforma do Ensino da Matemática fez-se presente no Brasil. Neste sentido, destacamos na trajetória de Euclides Roxo, cujas propostas pedagógicas, condizentes com aquelas apregoadas pelo movimento, foram acatadas nas reformas ocorridas no Colégio Pedro II e na Reforma Francisco Campos. Além disso, fazemos uma breve síntese de algumas reações contrárias às modificações implantadas nestas reformas.

No quinto capítulo analisamos livros didáticos, artigos de jornais e obras pedagógicas de Euclides Roxo, assim como o programa de Matemática do curso fundamental do ensino secundário adotado em 1931. Além disso, e ao mesmo tempo, procedemos análises comparativas com as idéias filosóficas defendidas por Henri Poincaré.

No sexto e último capítulo, apresentamos as conclusões deste estudo.

CAPÍTULO 1

CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

... todos já nos deparamos com a dificuldade de recolher fontes impressas e arquivísticas, geralmente lacunares, parcelares e residuais. Apesar dessas dificuldades, é justamente no manuseio crítico das fontes que o pedagogo ganha a distância necessária para olhar de uma nova maneira a pedagogia, tornando-se, pela sua prática e pelo seu projeto, um historiador.

Clarisse Nunes; Marta Maria de Carvalho

CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

A história da Matemática, no que se refere ao Ensino Fundamental e Médio, apenas recentemente vem ganhando importância como uma das formas da história das ciências, especificamente na denominada Nova História das Ciências. Nela, a ciência é vista como algo que se pratica. Para a construção dessa prática, os homens dependem de circunstâncias sociais, de uma determinada época. Desta forma, é o sujeito que constrói o objeto, o objeto não existindo sem o sujeito (PESTRE, 1998:53). A nova historiografia rejeita a concepção que considera a produção Matemática como que separada *a priori,* pelo historiador, das condições de sua reprodução[2], defendendo que, a reprodução é parte integrante da atividade de produção/invenção do saber matemático (VALENTE, 2001d).

Nesta pesquisa, buscamos analisar o percurso da história da Matemática no ensino secundário no Brasil, à luz da Nova Historiografia das Ciências, considerando que:

> A Educação Matemática vista como apropriação cultural, deve lançar mão, muitas vezes, como ensina a Nova Historia das Ciências, de documentos nunca anteriormente considerados como fontes de pesquisa. Livros didáticos, arquivos escolares, arquivos pessoais de professores constituem grande parte dessa documentação (VALENTE, 2001d).

O termo *apropriação* como empregamos neste estudo, é aquele definido por Roger Chartier (1991:177): "A apropriação, a nosso ver, visa uma história social dos usos e das interpretações, referidas as suas determinações

[2] Reprodução segundo Pestre: são operações através das quais o sentido é localmente produzido; as atividades intelectuais encontram-se engajadas em contextos específicos que determinam as condições de seu desenvolvimento. Assim, o estudo da circulação dos textos e das práticas no tempo e no espaço social e geográfico é primordial para o historiador (PESTRE, 1998:289).

fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as produzem". A idéia de apropriação assim colocada é central para a História Cultural, tomada no sentido de que não se deve privilegiar um conjunto particular de determinações, sejam elas técnicas, econômicas ou demográficas. Neste novo enfoque, pretende-se enveredar pelas relações e tensões que as constituem, tomando como ponto de partida um tema particular, tal como um acontecimento, importante ou obscuro, um relato de vida, uma rede de práticas específicas. Na análise de textos, necessário se faz considerar que a leitura é uma prática investida de gestos, espaços, hábitos, sendo utilizada. Chartier sustenta que as formas materiais que revestem um texto também contribuem para dar feição às antecipações do leitor em relação ao texto e para atrair novos públicos e usos inéditos: "O essencial é, portanto, compreender como os mesmos textos – sob formas impressas possivelmente diferentes – podem ser diversamente apreendidos, manipulados e compreendidos" (1991:177-182).

Considerando, pois, a Educação Matemática como uma apropriação cultural, trabalhamos neste estudo, dentre outras fontes, com o Arquivo Pessoal de Euclides Roxo, o APER[3]. Trata-se de um acervo que reúne centenas de documentos do professor Euclides Roxo, como: correspondência pessoal, rascunhos de livros didáticos, propostas de programas de ensino, documentos técnico-administrativos, recortes de jornal, trechos traduzidos de livros, exercícios de matemática resolvidos, listas de livros, etc. Estes documentos encontram-se no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e estão sendo organizados, com a finalidade de transformá-los em fontes de pesquisa.

Em vista disso, nosso trabalho enfatiza a pesquisa qualitativa, sem, no entanto, descurar aspectos relativos daquela de cunho quantitativo que privilegia as fontes administrativas ou estatísticas.

Assim, considerando que investigamos um arquivo privado, foram observados alguns cuidados, atentando para os ensinamentos de Prochasson (1998), para quem o pesquisador, ao descrever a história a que se propõe, deve

[3] APER: Arquivo Pessoal Euclides Roxo. Os documentos que compõe este arquivo foram cedidos ao professor Wagner Valente por Stélio Roxo, filho de Euclides Roxo (VALENTE, 2002).

cruzar as conclusões do arquivo pessoal com as fontes administrativas e estatísticas, e com a história da época, evitando, dessa forma, a segmentação da história e obtendo uma visão mais ampla dos fatos. É lição do mesmo autor, que devemos pesquisar todos os documentos possíveis: os que dizem respeito a detalhes do cotidiano; os que provêm das testemunhas mais humildes; bibliotecas particulares; arquivos governamentais; e outros, numa atitude de busca da complexidade que deve revestir qualquer análise de realidades passadas.

O pesquisador procurará descobrir os segredos que estão por trás de cartas e correspondências, cuidando que, nem sempre tais documentos são reveladores, pois, embora as correspondências pessoais não tenham, *a priori*, a intenção de divulgação, existe a possibilidade de que estas tenham sido escritas com a intenção de que fossem mais tarde divulgadas. Além disso, o historiador deve evitar, também, armadilhas tais como a relação afetiva que se estabelece entre o historiador e seu material epistolar (PROCHASSON,1998:105-119).

Procuramos também fazer uma leitura crítica, tanto dos documentos do APER, quanto de outros documentos que se fizerem pertinentes, tais como: livros didáticos, livro de atas, programas do curso secundário, dados oficiais, etc., investigando as razões pelas quais esses documentos foram produzidos, preservados e de que modo interferiram na sociedade em que se encontravam inseridos. Neste caso, utilizamos o termo documento no sentido empregado por Le Goff:

> O documento não é inócuo. É antes de tudo o resultado de uma montagem, consciente ou inconsciente, da história, da época, da sociedade que o produziu, mas também das épocas sucessivas durante as quais continuou a viver, talvez esquecido, durante as quais continuou a ser manipulado, ainda que pelo silêncio. O documento é coisa que fica, que dura, e o testemunho, o ensinamento (para evocar a etimologia) que ele traz devem ser em primeiro lugar analisados desmistificando-lhe o seu significado aparente. O documento é monumento[4]. Resulta do esforço das sociedades históricas para impor ao futuro – voluntária ou involuntariamente – determinada imagem de si próprias (LE GOFF, 1992:547-548).

---

[4] Para Le Goff, a história é a forma científica da memória coletiva. Os materiais da memória apresentam-se de duas formas principais: o monumento, aquilo que pode evocar o passado, perpetuar a recordação, por exemplo, os atos escritos; e os documentos, escolha do historiador, que nos dizeres de Febvre: “tudo o que, pertencendo ao homem, depende do homem, serve o homem, exprime o homem, demonstra a presença, a atividade, os gostos e as maneiras de ser do homem” (LE GOFF, 1992:535-540).

Cabe ao pesquisador analisar as condições de produção dos documentos, desestruturando-os com o auxílio de uma crítica histórica. Para que o documento contribua para uma história total, necessário se faz estudá-lo em conjunto com outros documentos, sem subestimar o ambiente que o produziu, recorrendo a documentos iconográficos, provas, que forneçam dados que permitam a descoberta de fenômenos em situação de modo a transferir o documento do campo de memória para o da ciência histórica (LE GOFF, 1992:548).

Convém ainda nos atermos aos ensinamentos de Pestre (1996), que considera a *análise de controvérsias* como um momento importante, por evidenciar fatos, dar maior clareza a determinadas situações; pois do contrário, seriam difíceis de serem detectadas. Através das controvérsias é possível verificar quais os métodos usados pelos contendores, de modo que convença um ao outro e a terceiros. Esta propicia a verificação de como uma determinada convicção se sobressai em face de outras propostas. Tem-se por meio delas, a possibilidade de se constatar como são descritos, apropriados, traduzidos e transformados os enunciados por aqueles que as utilizam. Assim, torna-se muito importante a análise das controvérsias surgidas com o debate público travado pelo professor Euclides Roxo. Observando como Roxo se defende e sustenta suas propostas de reforma do ensino, resulta a possibilidade de se apurar como este professor se apropriou das idéias defendidas por Poincaré.

Pretendemos, portanto, neste trabalho, verificar como se processam as práticas do fazer matemático escolar em nossa história cultural, construindo, em particular, a trajetória do professor de Matemática Euclides Roxo, através da análise de suas leituras e do modo que o influenciaram na formulação de uma proposta modernizadora para o ensino de Matemática brasileira.

Desse modo, tentamos captar aspectos das relações entre Educação Matemática e Filosofia da Matemática num momento histórico fundamental para a história da educação no Brasil.

Para a obtenção dos materiais necessários à elaboração desse trabalho, consideramos imprescindível a investigação junto aos documentos pessoais do professor Euclides Roxo.

Durante a montagem do Inventário Sumário denominado Arquivo Pessoal Euclides Roxo, APER, fizemos uma visita ao Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, local em que se encontram as atas de reuniões dos professores da Congregação desse colégio; além de promover visitas à Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, com a finalidade de consultar jornais e periódicos em tempos da Reforma Francisco Campos. Consideramos ainda, a necessidade de pesquisar livros didáticos da época, notadamente os do próprio professor Roxo, assim como artigos, livros e dissertações que tenham como tema o ensino e filosofia da Matemática. Durante esta fase, os documentos considerados válidos para a pesquisa foram fichados, cada qual contendo uma breve e relevante síntese do assunto tratado, juntamente com a citação bibliográfica completa do documento correspondente.

A partir do exame dos textos e fichas, selecionamos aqueles que melhor se identificavam com o perfil do projeto, considerando o objetivo a ser alcançado. Tratou-se, portanto, de classificar os documentos, organizando-os, ordenando-os e separando-os em grupos de documentos afins, de modo a facilitar a análise e interpretação dos dados obtidos.

Após seleção do material necessário, buscamos analisar, comparar e interpretar os dados obtidos, verificando as semelhanças e as diferenças dos grupos de documentos formados, objetivando responder às questões de que trata esta pesquisa.

Concluídas as fases citadas, passou-se à elaboração da redação final, tendo em vista atingir o objetivo proposto, contribuindo, portanto, para o objetivo do projeto mais amplo, valendo dizer, a reconstrução do trajeto seguido pela Matemática escolar situada entre a crítica ao formalismo clássico e a sua adesão à axiomática moderna durante o período de 1920-1960.

CAPÍTULO 2

A CRISE DOS FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA: AS FILOSOFIAS

O objetivo de minha teoria é estabelecer de uma vez por todas a certeza dos métodos matemáticos... O estado atual das coisas, em que nos chocamos com os paradoxos, é intolerável. Imaginem as definições e os métodos dedutivos que todos aprendem, ensinam e usam em Matemática, os paradigmas de verdade e certeza, conduzindo a absurdos! Se o pensamento matemático é defeituoso, onde acharemos verdade e certeza?

David Hilbert

2.1. ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DAS PRINCIPAIS CORRENTES FILOSÓFICAS DA MATEMÁTICA

Até o início do século XIX, a Geometria Euclidiana era a base que fundamentava a Matemática. Era a teoria pela qual os matemáticos procuravam validar suas proposições. Com o aparecimento das Geometrias não-Euclidianas, perdeu-se a certeza na Geometria como verdade absoluta, que deixou de ser referência de rigor para a Matemática. Os matemáticos passaram a se preocupar com o que seria realmente sua ciência. Em decorrência de tal situação, surgiu a necessidade de procurar outro sistema que fosse capaz de gerar toda a Matemática. Configuram-se assim, três correntes filosófico-Matemáticas: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo.

O logicismo considera que a Matemática é um ramo da Lógica. A Lógica, neste caso, é vista como geradora da Matemática.

O intuicionismo defende que a base da Matemática é a intuição. Considera-se como fundamento da Matemática a intuição, que permite conceber um objeto após outro, obtendo-se seqüências infindáveis, a mais conhecida das quais é a dos números naturais.

O formalismo sustenta que a Matemática é, na sua essência, o estudo dos sistemas simbólicos formais. Seus termos são meros símbolos, e as afirmações são apenas fórmulas envolvendo símbolos. Deseja-se, desta forma, garantir a consistência do sistema envolvido (EVES, 1997:677-683).

2.1.1. A GEOMETRIA EUCLIDIANA

No sentido moderno, a Matemática aparece como ciência, com os gregos, nos séculos V e VI a.C. Os gregos assimilaram o conhecimento em Álgebra elementar e Astronomia dos babilônios e também o conhecimento empírico dos egípcios, dando-lhe o nome de Geometria, significando medida da terra.

Os gregos apreciavam a Geometria não apenas no seu aspecto prático, mas principalmente pela forma teórica, procurando demonstrar de modo dedutivo os princípios geométricos. A Geometria era de tal importância para os gregos como Platão e Aristóteles, que sua forma pura e abstrata se aproximava à religião e à metafísica[5] (COURANT; ROBBINS, 2000).

Euclides[6], em sua obra *Os Elementos*, selecionou e apresentou os principais teoremas geométricos de seus precursores, dando-lhes um tratamento axiomático, ou seja, um tratamento sistemático, utilizando-se do método dedutivo. Euclides baseou-se na lógica aristotélica para finalizar o tratamento axiomático de sua Geometria (JESUS, 1991:09-10).

Constituída dessa maneira, a obra de Euclides é um dos clássicos que maior influência exerceu no pensamento ocidental, sendo que até o séc. XIX representou o modelo a ser seguido pelo pensamento científico (BARKER, 1976:28).

A Geometria Euclidiana caracteriza-se por enunciar suas leis de modo universal, ou seja, enuncia suas leis para todas as figuras e linhas de mesma espécie e não para uma determinada linha ou figura. Além disso, suas leis são rigorosas e absolutas, nunca sendo dadas aproximações, não havendo possibilidade de meias-verdades. Assim constituída, a Geometria Euclidiana procurou, na apresentação de suas definições e demonstração de seus teoremas, evitar conjecturas baseadas no conhecimento prático.

Euclides escolheu um pequeno número de proposições, ditas primitivas, de modo que ninguém pudesse questionar sua veracidade. Eram auto-evidentes e,

---

[5] Platão, (429-347 a. C), foi fundador da escola filosófica denominada Academia. Conta-se que, sobre a porta da Academia estava escrito: “Que aqui não entre aquele que não for geômetra” (HAMLYN, 1987:51-52). Aristóteles de Estagira (384-322 a. C), foi membro da Academia de Platão durante 20 anos. Em 343-2, encarregou-se da educação de Alexandre da Macedônia, o Grande. Fundou em Atenas a escola filosófica chamada Liceu. Foi o grande organizador do saber grego, lançando as bases da lógica formal (HAMLYN, 1987:70-71).

[6] Euclides viveu por volta dos anos 300 a.C. e foi, provavelmente, aluno da Academia de Platão. Ao contrário do que se possa pensar, *Os Elementos* não era somente um tratado de Geometria. Três dos seus treze livros tratam das propriedades aritméticas dos inteiros (maiores que zero) e das razões entre esses números. Há também alguns tópicos de Álgebra (DOMINGUES, H.1993:344).

portanto, não passíveis de demonstração. A estas premissas denominou-as “postulados”.

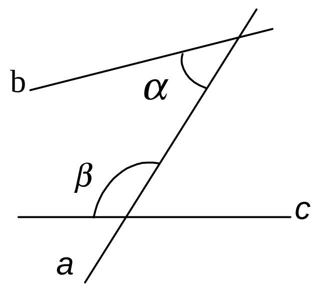
São cinco os postulados estabelecidos por Euclides, a saber:

1. Uma linha reta pode ser traçada ligando dois pontos quaisquer.
2. Qualquer segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente.
3. Um círculo pode ser traçado com qualquer centro e com qualquer raio.
4. Todos os ângulos retos são iguais.
5. Se duas retas, em um mesmo plano, são cortadas por uma outra reta, e se a soma dos ângulos internos de um lado é menor do que dois retos, então as retas se encontrarão, se prolongadas suficientemente do lado em que a soma dos ângulos é menor do que dois ângulos retos (DAVIS; REUBEN,1985:251).

Afora os postulados, Euclides ainda empregou outros cinco grupos de sentenças denominados “axiomas” também considerados como sentenças verdadeiras e universalmente reconhecidas, portanto, não demonstráveis. Não nos ateremos aos axiomas, por consideramos que não há necessidade de descrevê-los para atingirmos nosso objetivo, qual seja, explanar sobre o surgimento das Geometrias não-Euclidianas.

A partir dos postulados e dos axiomas[7], que se encontram no Livro I, são acrescidas 23 definições, de modo a assegurar que os 485 teoremas sejam demonstrados de forma logicamente conclusiva.

De todos os postulados de Euclides o 5º é diferenciado, por ser menos evidente por si próprio. Seu significado pode ser compreendido através da figura:



[7] A diferença entre os postulados e os axiomas está no fato de que os postulados tratam apenas de questões geométricas enquanto que os axiomas tratam de comparação entre grandezas, úteis não apenas para a Geometria como para outras áreas da Matemática. Atualmente as palavras postulados e axiomas não são diferenciadas, sendo consideradas sinônimas (BARKER,1976:32-33).

Supondo termos três retas: *a*, *b* e *c*. Se a reta *a* cortar as retas *b* e *c* de modo que a soma das medidas dos ângulos α e β seja menor que dois ângulos retos, então as retas *b* e *c* se interceptam, bastando apenas que sejam suficientemente prolongadas.

Como se pode notar, 5º postulado caracteriza-se por ter seu enunciado mais complexo que os enunciados dos outros postulados. Deste modo não convenceu, causando perplexidade ao próprio pensamento grego, depois ao árabe e ao pensamento renascentista. O aparecimento das Geometrias não-Euclidianas foi resultado das tentativas de lidar com esse postulado.

2.1.2. AS GEOMETRIAS NÃO-EUCLIDIANAS

O desenvolvimento histórico das Geometrias não-Euclidianas surgiu das tentativas de “eliminar” o 5º postulado de Euclides. Primeiramente, procurou-se mostrar que o 5º postulado não era independente dos demais. Os matemáticos desejavam torná-lo um teorema, deduzindo-o a partir dos quatro primeiros postulados. Essa idéia mostrou-se impraticável, razão pela qual, tentaram substituí-lo por outro mais simples e mais evidente, de modo que o antigo postulado se tornasse um teorema. Assim, o 5º postulado foi substituído por quatro afirmativas a ele equivalentes[8], envolvendo a palavra “paralelas”, motivo pelo qual ficou conhecido como o “postulado das paralelas”[9] (DAVIS; REUBEN,1985:251).

Não obstante, as tentativas baseadas na definição de paralelas acabavam por levar a um círculo vicioso, pois em dado momento, durante a demonstração, era necessário admitir a existência das paralelas. Os matemáticos passaram então, a empregar o *método de redução ao absurdo*, qual seja, processo que, por

---

[8] As quatro afirmativas equivalentes ao 5º postulado são as seguintes: Se uma reta intercepta uma das paralelas, interceptar-se-á a outra.

1. Retas que são paralelas a uma reta são paralelas entre si.
2. Duas retas que se interceptam não podem ser paralelas a uma mesma reta.
3. Sejam dados, em um plano, uma reta *L* e um ponto *P* que não está em *L.* Então existe uma e só uma paralela a *L* passando por *P* (DAVIS; REUBEN, 1985:252) .

[9] Na verdade, a palavra “paralela” só aparece definida na obra de Euclides, na Definição 23: “Retas paralelas são retas que, estando no mesmo plano e sendo prolongadas indefinidamente em ambos os sentidos, não se encontram, em qualquer dos dois sentidos” (DAVIS; HEUBEN, 1985:263-264).

meio da negação do 5º postulado tenta-se mostrar que essa hipótese acarreta uma contradição.

Saccheri (1667-1733)[10] e Lambert (1728-1777)[11], de modo independente, tentaram provar o postulado das paralelas, buscando, pelo método de redução ao absurdo, encontrar uma contradição. Por meio desse processo, obtiveram conclusões surpreendentes. Ambos chegaram muito próximos de descobrir as Geometrias não-Euclidianas. Na verdade, seus estudos não conduziram a absurdos, como eles próprios chegaram a acreditar, mas contribuíram para a descoberta de novas Geometrias que possuíam tanta consistência lógica quanto a Geometria Euclidiana. (GREENBERG, 1997: 154-155).

Os trabalhos de Saccheri e Lambert mostraram-se notáveis, sobretudo por se caracterizarem numa efetiva mudança de perspectiva com relação à Geometria Euclidiana. Esta nova perspectiva possibilitou aos matemáticos, estudos posteriores, cuja reflexão crítica sobre a consistência da Geometria grega, acarretou a descoberta de novas Geometrias.

No século XIX, Gauss[12] observou a não demonstrabilidade do 5º postulado e a possibilidade da construção de sistemas geométricos não-euclidianos. Esse fato foi efetivo para uma mudança radical na concepção de Geometria. Até mesmo para Gauss, a Geometria não deveria ser colocada no mesmo nível que a Aritmética, cuja verdade é puramente a priori, mas no mesmo nível que a Mecânica.

Muitos outros matemáticos contribuíram para a descoberta de outras Geometrias, sendo destacadas as Geometrias de Gauss, Lobachewsky, Bolyai e Riemann[13].

---

[10] Girolamo Saccheri, matemático jesuíta, ensinava matemática em colégios de sua ordem na Itália. Publicou o livro chamado "*Euclides ab omni naevo vindicatus"* ou seja, "*Euclides com toda a falha retirada*" (GREENBERG, 1997: 154-155).

[11] O matemático suíço Johann Heinrich Lambert escreveu em 1766 a obra intitulada "*Die theorie der parallellinien"* cujo tema é o do postulado das paralelas (BOYER,1996:319-320).

[12] Carl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático universalista, é considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Autor da obra *Disquisitiones Arithmeticae*, clásssico da literatura matemática (BOYER,1996:346-350).

[13] O matemático russo Nicolai Ivanovich Lobachewsky (1793-1856), e o matemático húngaro Janos Bolyai (1802-1860), de forma independente, publicaram versões do mesmo tipo de Geometria, a Hiperbólica, por exemplo, na qual é possível fazer passar mais de uma paralela a uma reta dada por um ponto que esteja fora da reta. Já na Geometria do alemão Bernhard Riemann (1826-1866), (Geometria Eliptica), é negada a possibilidade de alongar, arbitrariamente, um dado segmento, de forma que cada segmento admite um comprimento máximo; por dois pontos pode-se sempre passar mais de uma reta. (BARKER, 1976:51-52).

Filósofos como Kant (1724 -1804), haviam afirmado que só existia uma verdadeira Geometria, cujas leis seriam necessárias e imutavelmente euclidianas. O que sucederia à noção de verdade em Matemática, considerando o desenvolvimento de geometrias, cujas leis se contrapõem às da Geometria Euclidiana?

Parecia, aos matemáticos conservadores, que os postulados e teoremas de Euclides eram todos verdadeiros e conseqüentemente, as Geometrias não-Euclidianas deveriam ser logicamente inconsistentes. No entanto, não se conseguira descobrir nas novas Geometrias, um par de teoremas que se contradissessem um ao outro em virtude apenas da forma lógica. Ou seja, não se conseguira provar que as Geometrias não-Euclidianas violavam os requisitos de consistência lógica formal[14], embora também não se mostrassem positivamente consistentes[15].

2.1.3 A AXIOMÁTICA E A GEOMETRIA NÃO-EUCLIDIANA

A revolução na Matemática e na ciência iniciou sua vigorosa fase no século XVII com a Geometria Analítica e o Cálculo Diferencial Integral. No século XVII e XVIII, a axiomática e dedução sistemática[16] da Geometria grega perdem sua importância absoluta, valorizando-se as conjecturas intuitivas. Por exemplo, a idéia de movimento, banida pelos gregos, “reaparece” em demonstrações (JAHN, 1998: 50-52).

---

[14] Um sistema é consistente quando este não encerra nenhum tipo de contradição, isto é, que não se possa provar uma proposição e ao mesmo tempo sua negação. Um sistema tem consistência relativa quando ele é consistente a partir de outro sistema, menos suspeito, que também o seja.

[15] Sob o ponto de vista da Matemática do século XX, os dois tipos de Geometria são, por vezes, aplicáveis ao mundo físico, sendo ambas relativamente consistentes. Somente no século XX levantou-se o problema de saber se a própria Geometria Euclidiana era ou não consistente. Esta pergunta foi feita e respondida por David Hilbert: a Geometria não-Euclidiana é consistente se a Geometria Euclidiana for consistente (DAVIS; HEUBEN, 1985:263-264).

[16] Provar um teorema em um sistema dedutivo, sob um ponto de vista axiomático, consiste em demonstrar que este teorema é uma conseqüência lógica de proposições anteriormente provadas; que por sua vez devem também ser provadas, num processo contínuo de regressão. Para o término do processo de regressão, considera-se uma série de afirmações, quais sejam, os axiomas, aceitos como verdadeiros e para os quais não se exige prova. Quando fatos de um campo científico são colocados em uma ordem lógica de modo que se possa demonstrar que decorrem de um certo número de axiomas escolhidos, dizemos que o campo é apresentado de forma axiomática (COURANT; ROBBINS, 2000:262).

Entretanto, no século XIX, os padrões de rigor matemático foram se tornando cada vez mais acentuados, percebendo, nos *Elementos* de Euclides, inúmeras deficiências de caráter lógico, acarretando a perda da certeza na Geometria Euclidiana, que até então, era considerada por filósofos e matemáticos o mais firme e confiável dos conhecimentos. Esta perda foi filosoficamente intolerável, pois, implicou também, na perda da certeza de todo o conhecimento humano (BARKER, 1976:54).

Os matemáticos da época passaram então a se preocupar em encontrar um sistema axiomático capaz de gerar toda a Matemática. Assim, consideraram a possibilidade da Aritmética servir de fundamentação teórica para sua ciência, reduzindo a Análise e a Geometria à Aritmética. Neste procedimento, denominado de *aritmetização*, busca-se reduzir os conceitos fundamentais de um ramo da Matemática, com base no conjunto dos números naturais.

No caso da aritmetização da Análise, por exemplo, ao invés de se tomar o número $\sqrt{-1}$ como entidade do conjunto dos números complexos, poderíamos defini-lo como um par ordenado de números inteiros (0,1) sobre as quais se realizam certas operações de "adição" e "multiplicação" (FONSECA Fº, 2002:17).

Dado que a Geometria podia ser reduzida à Análise (Geometria Analítica), a Aritmética se configuraria como base natural para fundamentar a Matemática. Os axiomas de Peano[17], por exprimirem as propriedades essenciais dos números naturais, foram utilizados por Weierstrass, Dedekind e Cantor[18], para a aritmetização da Análise e da Geometria.

Weierstrass promoveu a efetiva aritmetização da Análise apresentando uma fundamentação para os números reais sem recorrer a procedimentos que se valiam da intuição geométrica, como vinha ocorrendo até então. Dedekind

---

[17] Giuseppe Peano (1858-1935), tem seu nome associado com os axiomas de Peano. Quais sejam: a) zero é um número; b) se *a* é um número, o sucessor de *a* também é um número; c) zero não é sucessor de ninguém; d) dois números cujos sucessores são iguais são eles próprios iguais; e) se um conjunto *S* de números contém o zero e também o sucessor de todo número de *S*, então todo número está em *S*. Este último item é o conhecido *axioma da indução*. Os axiomas de Peano, formulados em 1889, representam notável tentativa de reduzir a Aritmética a um puro simbolismo formal (BOYER, 1996:415).

[18] Os alemães Karl T.W. Weierstrass (1815-1897), Richard Dedekind (1831-1916), Georg Cantor (1845-1918), preocupavam-se com a falta de definição rigorosa da expressão "número real", fazendo esforços bem sucedidos para fundamentar o Cálculo fora da Geometria. Em todos os três métodos criados, usaram algum conjunto infinito de números racionais para definir um número real (ÁVILA, 1999: 43-45).

apresentou uma fundamentação para os números reais por meio dos "*Cortes de Dedekind*" no conjunto dos números racionais. Já Cantor, definiu os números reais como classes de equivalência de seqüências de Cauchy de números racionais. O processo da aritmetização foi utilizado para a realização desses três processos, acabando por reduzir o conceito essencial de número real, passo a passo, àquele de número natural. Além disso, foi também necessário introduzir conjuntos infinitos nos fundamentos da Matemática (MENEGHETTI, 2001:84).

Uma vez que ocorrera a aritmetização da Análise, Frege[19] observou que a Teoria dos Conjuntos desenvolvida por Cantor parecia servir como fundamento para a Matemática, porquanto a Aritmética podia ser reduzida à lógica da Teoria dos Conjuntos – Frege mostrou que os números naturais podiam ser construídos a partir do conjunto vazio – usando-se as operações da Teoria dos Conjuntos (DAVIS; REUBEN, 1985:373). Russell[20] foi mais além, pretendendo fundamentar toda a Matemática por meio da lógica da Teoria dos Conjuntos. Para tanto, fazia-se necessário uma formulação clara do que seriam as leis da Lógica e definir uma série de termos-chave da Teoria dos Números de forma a possibilitar que a Aritmética se tornasse dedutível das leis da Lógica. Necessitava-se, portanto, de um sistema lógico muito mais potente do que a Lógica tradicional.

Não obstante, o próprio Russell foi quem descobriu que as noções da Teoria dos Conjuntos podiam conduzir a contradições – chamadas antinomias ou paradoxos[21]. A descoberta desses paradoxos determinou o que veio a se chamar "c*rise dos fundamentos*", pois esta descoberta evidenciou que mesmo os princípios básicos da Teoria dos Conjuntos podiam esconder contradições.

---

[19] Gottlob Frege (1848-1925), lógico e matemático alemão, propôs derivar os conceitos da Aritmética dos da lógica formal. No entanto sua proposta teve fraca receptividade até despertar o interesse de Russell, no começo do século XX (BOYER,1996:414-415).

[20] Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred North Whitehead (1861-1947) na obra *Principia Mathematica* entregaram-se à tarefa de estabelecer minuciosamente que as leis da Aritmética e toda a matemática dos números, relacionam-se às leis da lógica. Não se tratava, entretanto, da lógica aristotélica. Exigia-se um sistema lógico mais patente, de modo que Russell, Whitehead e igualmente Frege, contribuíram, em larga escala, para a elaboração das leis da lógica moderna (BARKER, 1976:107).

[21] O mais famoso exemplo de antinomia foi inventado pelo próprio Russell. Costa (1977:10) exemplifica: "Consideremos o conjunto *A* formado por todos os conjuntos que não pertencem a si mesmo. Pelo princípio do terceiro excluído, *A* pertence ou não pertence a *A*. Suponhamos que *A* pertence a *A* ; então, como *A* é o conjunto de todos os conjuntos que não pertencem a si mesmos, *A* não pode pertencer a *A*. Admitamos então, que *A* pertença a *A;* logo, de acordo com a definição de *A*, este conjunto deve pertencer a si mesmo. Há, por conseguinte, contradição".

Assim, os matemáticos passaram a se preocupar em encontrar uma base sólida que viesse a fundamentar sua ciência, buscando uma teoria axiomática isenta de inconsistências. Voltaram-se para a Aritmética, considerando o conjunto dos números naturais como um sistema capaz de gerar toda a Matemática. Neste contexto, a discussão sobre a existência e significação do conceito de número tiveram papel preponderante, acabando por determinar o aparecimento das três principais correntes da filosofia da Matemática:

- o logicismo ou platonismo, que considera os objetos matemáticos reais. Os números existem, mas sua existência é totalmente independente de nosso conhecimento sobre eles;
- o formalismo, que considera os objetos matemáticos isentos de qualquer significado, não importando, dessa forma, se os números existem ou não;
- intuicionismo ou construtivismo, que considera reais somente os objetos matemáticos que podem ser construídos. Assim, os números existem como criações humanas, são construídos pela mente.

2.2. LOGICISMO

A doutrina que sustenta serem as leis dos números deduzíveis da lógica e inteiramente redutíveis à Lógica é conhecida por logicismo, tendo Russell como seu principal representante, embora há quem considere Frege como o verdadeiro fundador dessa corrente[22] (BARKER, 1997:107).

Porquanto Frege tenha se preocupado em mostrar que as leis aritméticas fundamentavam-se nas leis lógicas, Russell ampliou o propósito de Frege, pretendendo mostrar que toda a Matemática encontrava-se sobre bases lógicas, convencido de que ambas eram idênticas.

[22] Newton Carneiro Affonso da Costa considera Frege como precursor da lógica e concebe como principal lider do logicismo, Bertrand Russell (COSTA, 1977:6).

Para o logicismo, os objetos matemáticos são reais, ou seja, sua existência é um fato objetivo, são imutáveis, existindo fora do espaço e do tempo da experiência física. Para esta corrente, um matemático não pode inventar nada, pois tudo já existe, cabendo a ele apenas descobrir estes objetos já existentes (DAVIS; REUBEN, 1985:373). Os números devem ser definidos como tendo significado único, por exemplo, o número "1" deve ser pensado como "unidade" e não como um simples candidato ao elemento inicial de uma seqüência (MENEGHETTI, 1999:363).

A tese logicista compõe-se de duas partes:

- toda idéia Matemática pode ser definida por intermédio de conceitos lógicos (por exemplo, classe ou conjunto, relação, implicação, etc.);
- todo enunciado matemático verdadeiro pode se demonstrado a partir de um princípio lógico.

Citamos como exemplo de princípios lógicos: a) O princípio da contradição: "dadas duas proposições contraditórias, isto é, uma sendo a negação da outra, uma delas é falsa". b) Princípio do terceiro excluído: "De duas proposições contraditórias, uma é verdadeira" (COSTA, 1977:7).

Ao pretender reduzir toda a Matemática à Lógica, Russell e Whitehead introduziram em sua obra, a "*teoria dos tipos*", evitando que os paradoxos se manifestem na Teoria dos Conjuntos. A *"teoria dos tipos"*, entretanto, tornou difícil ou impossível a enunciação e a demonstração de alguns teoremas tradicionais. Além disso, já no início do século XX, outras linhas de ação se apresentaram com o objetivo de organizar a Teoria dos Conjuntos de modo a eliminar os paradoxos (BARKER 1976:114-119).

Com o objetivo de definir os números naturais, Russell, também formulou o "*axioma da redução*"[23], de modo que o princípio da indução finita fosse reduzido a procedimentos lógicos. Assim sendo, o conhecimento tornar-se-ia totalmente

[23] O axioma da redutibilidade afirma que, dada qualquer propriedade de ordem maior do que zero, existe uma propriedade de ordem zero que lhe é equivalente. Dizer que uma determinada propriedade ***P*** é equivalente à uma propriedade ***Q*** significa que todo objeto que possuir ***P***, possui também a propriedade ***Q***, e reciprocamente (COSTA, 1977:7).

desligado do mundo empírico ou intuitivo. Entretanto, este axioma apresentou-se pouco evidente e logicamente mal fundamentado (COSTA, 1977:15).

Segundo Costa, (1977:17), no decorrer das últimas décadas apareceram sistemas e categorias de lógicas, distintas da Lógica Matemática tradicional, o que tornou meio ambígua a tese central do logicismo. O grande mérito do logicismo reside no fato de ter incrementado o progresso da Lógica e ter patenteado que a Matemática e a Lógica são disciplinas intimamente ligadas entre si. Isto não significa ser possível reduzir a Matemática à Lógica. Atualmente a Matemática situa-se inteiramente fora dos limites que o logicismo quis impor.

2.3. FORMALISMO

No início de século XX, Hilbert[24], principal representante do formalismo, optou pela formalização da Aritmética, com intenção de futuramente estender esta formalização para os outros sistemas. Desejava, deste modo, colocar a Matemática em bases rigorosamente sólidas, ou seja, construir um sistema que fosse absolutamente consistente sem, no entanto, necessitar utilizar-se como hipótese a consistência de outros sistemas.

O principal problema a ser enfrentado para a formalização da Aritmética era perguntar se existia um procedimento finito pelo qual fosse possível decidir a verdade ou a falsidade de um enunciado aritmético. Hilbert decidiu reunir os dois processos: o axiomático e o logicista.

Os matemáticos formalistas tinham como finalidade a eliminação dos poderes da intuição na fundamentação e elaboração de uma teoria. Para tanto, os axiomas deixavam de ser verdades evidentes que garantem a fundamentação de um sistema, para se tornarem simplesmente pontos de partida, escolhidos para realizar uma construção dedutiva.

[24] David Hilbert (1862-1943), nasceu em Königsberg, Prússia. Sua obra *Grundlagen der Geometrie* (Fundamentos da Geometria) exerceu forte influência sobre a matemática do século XX, justamente por seu esforço em dar uma base puramente axiomática para a Aritmética (BOYER, 1996:425-426). Participou do 2º Congresso Internacional de Matemática realizado em Paris, em 1900, apresentando uma lista de 23 problemas, envolvendo questões centrais da Matemática, os quais se encontravam ainda sem solução. Com exceção de alguns problemas relativos à teoria dos números, todos foram resolvidos (D'AMBRÓSIO, 2000).

Desse modo, o formalismo desejou transformar o método axiomático[25], de técnica que é, na essência da Matemática. O problema era garantir que na dedução dos teoremas, o sistema fosse de tal maneira, que esses teoremas não caíssem em contradição (COSTA, 1977:33).

Outra preocupação dizia respeito à completude[26] do sistema, isto é, toda sentença Matemática pode ser provada pelo sistema. Se um sistema for incompleto, isto quererá dizer que existem teoremas que não serão dedutíveis dos axiomas do sistema, os axiomas não englobariam todas as informações que nele apreciaríamos ver fixadas (BARKER, 1976:126).

Ao contrário dos logicistas, os formalistas não se interessavam pelo significado de qualquer dos símbolos ou termos apresentados no sistema, e a verdade que eventualmente pudesse expressar. O matemático, segundo os formalistas, deve investigar as propriedades estruturais dos objetos, independentemente dos seus significados. Para o logicista, podemos fazer afirmações em Geometria, usando palavras como “verdadeiro” ou “falso”, pois consideram que os objetos matemáticos existem em seu próprio mundo, isolados de suas aplicações físicas. No entanto, para o formalista, os enunciados não podem ser “verdadeiros” ou “falsos”, pois não têm significado.

O formalista considera inadequado um texto matemático utilizando-se de figuras ou imagens mentais. A Geometria Descritiva, portanto, não é considerada Matemática, uma vez que faz uso de diagramas e figuras, que são consideradas desnecessárias na visão formalística.

A própria Matemática não é vista como ciência, posto que não tem objeto de estudo. A Matemática é considerada uma linguagem para outras ciências.

Exemplos e aplicações retirados a partir da teoria geral também são considerados irrelevantes, podendo ser deixados como observação, entre parênteses ou para ser trabalhados como exercício. Para o formalista, o que

[25] Vale lembrar, que o método axiomático é de grande importância, pois conduz à economia do pensamento. No seu estudo, pode-se tratar das diversas teorias que se enquadram nesta axiomática, sistematizando-as. É aplicado praticamente em toda a Matemática, sendo uma técnica básica para esta ciência.

[26] Dizer que um sistema formalizado é completo, equivale a dizer que toda sentença e sua negação, que possa ser expressa por meio de axiomas do sistema, podem ser demonstradas como teorema pelo sistema.

importa é fazer a demonstração correspondente a uma dada hipótese e a partir daí tirar as conclusões cabíveis. Qualquer outra atitude é considerada supérflua.

Em 1931, Gödel[27], com o Teorema da Incompletude, mostrou que qualquer sistema formal consistentemente forte para conter a Aritmética elementar seria incapaz de demonstrar sua própria consistência. Neste caso, há verdades que não podem ser demonstradas mediante uma dedução formal. Gödel destruiu, assim, o sonho de Hilbert de encontrar um sistema formal no qual todas as verdades matemáticas fossem traduzíveis, mediante algum tipo de interpretação, para teoremas e vice-versa.

Os trabalhos de Gödel patentearam que as demonstrações de consistência, como queria Hilbert, são geralmente impossíveis. Como o formalismo dá enorme importância às demonstrações de consistência, a posição formalista tornou-se pouco segura. Apesar do método axiomático ser uma técnica de grande valor, é incapaz de fundamentar convenientemente a Matemática.

O formalismo deu pouca importância ao significado dos símbolos matemáticos e uma filosofia da Matemática não pode prescindir desse ponto. Apesar de tudo, a corrente formalista contribuiu de modo notável para o aperfeiçoamento da Lógica e ao progresso das investigações sobre os fundamentos da Matemática (COSTA, 1977:43).

2.4. INTUICIONISMO

O intuicionismo, também chamado de construtivismo, é a doutrina na qual a intuição ocupa papel principal para o conhecimento. O matemático e filósofo holandês, Brouwer,[28] é considerado o principal representante desta corrente

---

[27] Kurt Gödel (1906-1978) lógico e matemático alemão, nascido em Brno, na atual República Tcheca, em seu famoso teorema afirma: a) se *S* é um sistema formal suficientemente forte para conter a aritmética elementar, então *S* é imcompleto ou inconsistente; isto é, existem proposições de um sistema que nem elas nem sua negação são demonstráveis na axiomática adotada; b) a eventual consistência de um tal sistema formal não pode ser provada apenas com recursos daquele mesmo sistema (FONSECA Fº, 1998).

[28] Luitzen Egbertus Jan Brouwer, (1881-1966), escreveu sua tese abordando o tema do Princípio do Terceiro Excluído, qual seja, "*de duas proposições contraditórias, uma é verdadeira*". Brouwer considerava-o mal estabelecido. Não podendo, portanto, servir de fundamento aos raciocínios matemáticos (COSTA, 1977:22).

filosófica. Destacam-se também, como adeptos desta corrente filosófica, os matemáticos Kronecker[29] e Poincaré. Tanto Brouwer como Poincaré foram influenciados pelas idéias de Kronecker. Portanto, para que se possa ter uma visão geral desse pensamento filosófico, necessário se torna fazer um pequeno apanhado das principais idéias defendidas por Kronecker.

Kronecker opunha-se ferrenhamente a Cantor e Weierstrass. Admitia que a aritmetização da análise, reduzindo-se tudo aos números naturais, era correta. De qualquer modo, não aceitava as teorias de Weierstrass e Dedekind sobre os números reais. Argumentava que essas teorias implicavam na existência de conjuntos infinitos como entidades realizadas, ou seja, o infinito real dado e para Kronecker, um conjunto infinito tal como o conjunto dos números naturais, não pode ser concebido como algo realizado, completamente dado. Existe o primeiro elemento e uma lei de formação que consiste na adição de uma unidade a cada número para se obter o seguinte. Desta forma, pode-se obter tantos elementos quanto desejados do conjunto, mas jamais podendo ser construídos todos esses números. Afirmava que os números naturais e suas operações são intuitivamente estabelecidos, ou seja, que nós temos a intuição dos números naturais, fundamentada em nossas experiências de tempo e sucessão de eventos (MENEGHETTI, 1999:119).

Desse modo, Kronecker considerava que os números reais, segundo a conceituação usual, não existiam. Edificou uma teoria própria, que sacrifica muitas teorias habituais que se dá o nome de *finitismo*. Afirmava: “*Deus deu os números naturais e o resto é obra dos homens*”. Ou seja, na Matemática, tudo deveria ser intuitivo e construído pelo matemático, a partir dos números naturais, considerados como claros e intuitivos. A intuição neste caso tem caráter racional, nada tendo de mística.

Brouwer, buscou nas idéias de Kronecker as bases para fundamentar o intuicionismo. O intuicionismo nega a possibilidade de se deduzir toda a Matemática somente a partir da lógica, defendendo o papel da intuição na

---

[29] Leopold Kronecker (1823-1891), fez contribuições significativas tanto pelos resultados quanto pelas tentativas, de aritmetizar a Álgebra e a Analise. Fez trabalhos notáveis na Álgebra e na Teoria dos Números. No entanto, a importância de seu trabalho foi ofuscada devido aos relatos de seu conflito com Cantor. Kronecker manifestou-se contrário ao ingresso de Cantor na Universidade de Berlim e também criticou duramente a Teoria dos Conjuntos, que estava sendo desenvolvida por Cantor (BOYER, 1996:295).

formação do conhecimento matemático. Considera todos os objetos matemáticos como criações do espírito, entidades abstratas, nascidas do pensar. O saber matemático escapa a toda e qualquer caracterização simbólica e se forma em etapas sucessivas que não podem ser conhecidas de antemão. É a atividade do intelecto que cria e dá forma aos entes matemáticos, aproximando-se dessa maneira ao *apriorismo* de Kant[30].

Brouwer insistiu que toda a Matemática deveria estar baseada construtivamente nos números naturais, ou seja, os objetos matemáticos existirão se forem dados a partir de uma construção, em um número finito de procedimentos, partindo dos números naturais. A intuição é considerada por esta escola com o significado único de contar. A Matemática é vista como uma atividade sócio-biológica, destinadas a satisfazer certas exigências do homem. É uma atividade que pode ser prolongada, mas não é possível agrupá-las em fórmulas previamente estabelecidas como pretendiam os logicistas e formalistas.

Para os intuicionistas, o matemático não descobre as entidades matemáticas. Ele as cria. Ou seja, a expressão “*A* existe” significa “*A* foi construído pela inteligência humana” (COSTA, 1977:20-21).

Na lógica construtivista, muitas das demonstrações tradicionais da Matemática clássica são inválidas e em outras, conseguem demonstrar de modo construtivista. Um exemplo é a “lei da tricotomia”: qualquer número real ou é zero, ou positivo ou negativo. Este teorema é fundamental em todo cálculo e análise. No entanto, para os critérios de Brouwer, utilizando-se do construtivismo, a demonstração deste teorema não é válida.

Uma das características mais fortes do intuicionismo é a não aceitação do princípio do terceiro excluído da lógica clássica e conseqüentemente, o abandono da forma de demonstração indireta (por absurdo), qual seja, para se demonstrar a verdade de uma proposição *A*, parte-se da hipótese provisória de que *A’*, o

---

[30] Immanuel Kant (1724 -1804), filósofo nascido em Königsberg, Prússia. Segundo Henssen (1999:62-64), foi o fundador do *apriorismo*. Essa corrente filosófica considera tanto a experiência quanto o pensamento como fontes do conhecimento. No *apriorismo,* como o próprio nome sugere, o conhecimento apresenta elementos que são *a priori*, independentes da experiência. Em Kant, espaço e tempo são intuições. São formas *a priori* de sensibilidade, sendo condições necessárias da possibilidade do conhecimento matemático. Kant sustenta que, a geometria pressupõe uma intuição de espaço e, a aritmética, uma intuição de tempo (HAMLYN, 1987: 255-262).

contrário de *A*, é verdadeira e, por meio de uma cadeia de raciocínio, produz-se uma contradição a *A'*, demonstrando assim o absurdo de *A'*. Utilizando-se do princípio do "terceiro excluído", temos que o absurdo de *A'* demonstra a verdade de *A* (COURANT; ROBBINS, 2000:103).

O intuicionismo defende que a atividade Matemática não depende de qualquer tipo de linguagem, suas construções são puramente mentais. A Matemática, de acordo com esta corrente, originou-se historicamente da experiência, através dos sentidos. Mas sua estrutura final é rigorosa, puramente intuitiva, independente das ciências e da filosofia.

Apesar de que as correntes intuicionista e formalista serem antagônicas, pode-se notar que o formalismo de Hilbert utilizou-se do modo intuicionista para a construção de sua Matemática, o método finitista. Hilbert tinha como objetivo defender a Matemática do intuicionismo. Para tanto, utilizou-se de procedimentos elementares e intuitivos[31], para manipular um número finito de objetos e de funções bem determinadas. Tal sistema deveria ser construído com um número finito de axiomas e regras, sendo que todas as provas dentro do sistema deveriam ter um número finito de passos. A partir disto, os teoremas eram demonstrados por dedução.

No início do século XX, Poincaré (1854-1912), Borel (1871-1956), Lebesgue (1875-1941), e outros, defendiam idéias análogas às de Brouwer, apesar de menos radicais. Poincaré não aceitava as idéias formalistas e logicistas propostas por Hilbert, Frege e Russell. Nelas, não vê senão círculos viciosos, banalização formal, inconsistência e objetivos inatingíveis (SILVA,1992:55).

Não obstante descrever uma porção bem particular da Matemática, qual seja, sua parte construtiva, o intuicionismo não se justifica plenamente, pois, entre outros motivos, se o intuicionismo prevalecesse, a Matemática ficaria destituída de boa parte de suas teorias, uma vez que existem alguns teoremas para os quais até agora só foi possível demonstrar mediante prova indireta (COURANT; ROBBINS, 2000:104). No entanto, a crítica intuicionista da Matemática tradicional obrigou os matemáticos a desenvolver novos métodos, o que proporcionou

---

[31] A intuição para Hilbert refere-se à efetuação de operações muito simples, tão seguras e elementares a ponto de serem aceitas sem demonstração.

grandes progressos provocados pelas discussões em torno dos fundamentos. Neste sentido, destacamos a importância dos pensamentos filosóficos de Poincaré, pois este foi um dos representantes mais ativos da corrente intuicionista. Suas críticas agudas ao formalismo hilbertiano, ao logicismo e ao conjuntismo estimulavam seus adversários a buscarem novas alternativas que respondessem às questões colocadas, impulsionando o desenvolvimento da Lógica e da doutrina formalista. Sobre tais fatos, reproduzimos aqui os dizeres de Silva (1992:51): “Os logicistas, formalistas e cantorianos são os adversários contra os quais Poincaré joga toda a força da sua inteligência e da sua ironia, causando aqui e ali estragos consideráveis”.

Como podemos notar, em todas as três correntes filosóficas da Matemática, os números naturais são considerados como intuitivos, tomados como sustentação das teorias defendidas.

Antes do aparecimento das outras Geometrias, repita-se, a Matemática encontrava-se fundamentada na Geometria Euclidiana, considerada como verdade incontestável. Depois desse acontecimento, a Geometria perdeu seu *status*, a Matemática ficou sem uma base norteadora, ocorrendo um colapso em sua estrutura, denominado "crise dos fundamentos".

Considerando que diferentes concepções para o conhecimento matemático implicam diferentes propostas para o ensino da Matemática, iremos nos ater à análise das relações entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática, especificamente tomando a filosofia intuicionista, a partir dos textos do matemático e filósofo francês Henri Poincaré. Explica-se: Poincaré é mencionado como a referência filosófico-matemática de Euclides Roxo, principal protagonista do movimento de renovação da Educação Matemática no Brasil.

CAPÍTULO 3

POINCARÉ: FILÓSOFO MATEMÁTICO INTUICIONISTA

O objetivo principal do ensino matemático é desenvolver algumas faculdades do espírito e entre elas a intuição não é a menos preciosa. É por ela que o mundo matemático permanece em contato com o mundo real e quando a Matemática pura puder passar sem ela, é preciso sempre ter recursos para encher o abismo que separa o símbolo da realidade. O prático terá sempre necessidade dela e para um geômetra puro deve haver cem práticos.

Henri Poincaré

3.1. A FILOSOFIA MATEMÁTICA DE POINCARÉ

Jules-Henri Poincaré, (1854-1912), nasceu em Nancy. Foi engenheiro de minas, obtendo doutoramento em ciências Matemáticas em 1879, defendendo tese sobre Equações Diferenciais.

Ocupou cargos importantes em várias escolas superiores francesas, como também participou de várias sociedades científicas internacionais, sendo agraciado com o título de doutor *honoris causa* em diversas universidades.

Matemático universalista, pois se dedicou a todas as áreas da Matemática, publicou cerca de 500 trabalhos, principalmente em áreas da Matemática e da física. Em 1895, publicou "*Analysis situs",* obra que marca o início do estudo sistemático da Topologia. Poincaré foi um dos decanos da escola francesa, juntamente com Borel, Baire e Lebesgue, legando-nos criações na área da Topologia Algébrica, na Teoria dos Sistemas Dinâmicos e na Teoria das Probabilidades.

Em 1886, é nomeado professor de Física Matemática e de Cálculo das Probabilidades da Faculdade de Ciências da Universidade de Paris, época em que assumiu a presidência da Sociedade Matemática da França.

Versátil, a cada ano escolar lecionava um tópico diferente: capilaridade, elasticidade, termodinâmica, óptica, eletricidade, e outros. Freqüentes eram as vezes em que suas aulas apareciam impressas, logo após terem sido ministradas. Dizia-se de Poincaré que "era um conquistador, não um colonizador" uma vez que não se demorava o suficiente sobre um assunto, para lhe dar acabamento final. Dispunha-se a publicar resultados parciais quando não havia tempo, ou quando havia pouca possibilidade de solução de um problema (BOYER, 1996:417-421).

Seus trabalhos de divulgação na área da filosofia das ciências são considerados clássicos, dentre os quais destacamos os seguintes livros: "*La science et l'hypothèse"* (1902), "*La valeur de la science"* (1905), e os seguintes artigos: "*La logique et l'intuition dans la science et dans l'enseignement*" (1899), "*Les définitions générales en mathématiques*" (1904) e *"L'invention mathématique"* (1908).

Adepto da corrente intuicionista, Poincaré, como a maioria dos matemáticos franceses, tinha uma visão concreta da Matemática, ligada às ciências naturais, que contrastava com a concepção Matemática alemã, caracterizada por considerar que a essência da Matemática poderia ser desenvolvida totalmente apartada do mundo físico real:

> No século passado, e até meados deste, os matemáticos franceses, com algumas exceções, concebiam a Matemática como algo de natureza intuitiva; para eles, a Matemática era uma espécie de ciência física. Por outro lado, os matemáticos alemães logo se aperceberam, principalmente depois da influência da obra de Cantor, que a Matemática é uma ciência puramente abstrata e que era então necessário reconstruir logicamente toda a Análise Matemática, revendo todos os seus fundamentos. (...) O século passado nos legou duas grandes coisas no domínio da Matemática: a visão abstrata cantoriana e a visão concreta francesa de Poincaré, Borel, Lesbegue e dos grandes tratadistas como Goursat e outros (COSTA, 1992:62-63).

Sua visão concreta da Matemática levou-o a se interessar pelo que acontecia tanto na Física quanto na Matemática na passagem do século XIX para o XX, resultando em inúmeras contribuições em ambas as áreas (BOYER, 1996:420).

Poincaré considerava que a linguagem não transporta a verdade de uma proposição de Geometria, uma vez que quando enunciamos uma dada proposição, escolhemos a língua na qual nos propomos a falar sobre o universo, sem enunciar o que quer que seja sobre o próprio universo. Não são, portanto, juízos sintéticos a *priori*[32].

Um dos problemas que mais preocuparam Poincaré em filosofia da Matemática foi o papel da intuição. Considerava-a como a própria faculdade de invenção. Em Poincaré, a intuição é freqüentemente confundida com a evidência,

---

[32] Segundo Kant, um juízo é sintético, quando é necessário acrescentar algo mais do que o conceito para determinar a verdade, não bastando o conceito em si. É a priori, ou seja, um conhecimento puro, por ser considerado anterior à experiência. É universal e necessário. Os princípios da matemática pertencem a essa categoria. Para Kant, o espaço é o fundamento das verdades da geometria clássica euclidiana, única concebida em sua época. A possibilidade de se construir uma infinidade de geometrias, leva Poincaré a concluir que os princípios não demonstrados que servem de fundamento para a geometria não são juízos sintéticos a *priori* (COSTA, 1971:96-97).

possibilitando assim, verificar um conhecimento intuitivo da verdade, sem, no entanto, na maioria das vezes, torná-la independente da razão lógica.

Poincaré, referindo-se ao papel da intuição e da lógica Matemática compara os seguintes axiomas, todos eles atribuídos à intuição:

1. duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si. Poincaré considera este axioma como uma regra da lógica formal;
2. se um teorema é verdadeiro para o número 1 e se demonstrarmos que é válido para n+1, desde que o seja para n, então este teorema é válido para todos os números naturais. Neste axioma, fundamento da indução Matemática, Poincaré considera como um julgamento sintético a *priori* [33];
3. se em uma reta, o ponto *C* estiver entre *A* e *B* e *D* entre *A* e *C*, então *D* estará entre *A* e *B*. Este axioma leva em conta apenas a imaginação;
4. por um ponto só se pode traçar uma paralela a uma reta. Neste caso, Poincaré reputa como sendo uma definição disfarçada[34] (BRUNSCHVICG, 1993:449).

Vê-se, por intermédio desse exemplo que, para Poincaré, a diversidade dos significados impede de procurar na intuição matemática um critério de verdade.

Assim como Klein,[35] discordava da idéia de que a intuição vai se tornando cada vez mais restrita, na medida mesma em que a ciência torna-se mais demonstrativa e verdadeira. Ponderava que, em uma demonstração, é possível distinguir o exterior do interior. O exterior é a parte lógica, o discurso em que a análise sobressai, enquanto que o interior é a razão íntima que torna a demonstração uma unidade, ou seja, a intuição.

---

[33] Segundo Amoroso Costa, O princípio da indução matemática "é sintético porque não se reduz à lógica do princípio da contradição; a *priori* porque equivale afirmar uma propriedade do espírito, e só um número infinito de experiências poderia justificá-lo" (1971:94).

[34] Para Poincaré, os axiomas da geometria são definições disfarçadas, não são juízos sintéticos a priori, não lhes cabendo nenhuma noção intríseca de verdade. São convenções, que nos parece evidentes devido ao hábito (SILVA, 1992:50).

[35] Felix Klein (1849-1925), professor de matemática na Universidade de Göttingen, fez com que esta universidade se tornasse o principal centro de estudos de matemática em todo o mundo, durante o tempo em que lá permaneceu. Sua obra "*Erlanger Programm*" pode ser ainda hoje percebida em quase qualquer tratado de geometria moderno (BOYER, 1996:379-381). Preocupou-se com o ensino da matemática, exercendo forte influência nos meios pedagógicos. O professor Euclides Roxo foi fortemente influenciado por suas idéias pedagógicas (BELTRÃO, 2001:112).

Poincaré compara estes dois aspectos da demonstração como uma jogada de xadrez, em que o motivo externo seria o fato de poder compreender as jogadas praticadas pelos jogadores. No entanto, saber o motivo pelo qual o jogador prefere uma peça ao invés de outra que poderia ser movida sem violar as regras do jogo é a razão íntima, interna, que faz das ações sucessivas dos jogadores, uma espécie de todo organizado (BRUNSCHVICG, 1993:451).

Para Poincaré, a intuição é uma faculdade do espírito, cuja função é essencialmente heurística: “É pela intuição que se descobre e se inventa, mas é pela lógica que se justifica” (POINCARÉ, 1899:161).

Poincaré empregou a palavra intuição em dois sentidos. Um deles, como fonte de noções puras, que conduz à noção do número natural, sobre a qual se baseia toda a Análise. O outro sentido, considera-a como um instinto inventivo, ou seja, representa o trabalho profundo do espírito na descoberta científica (COSTA, 1971:94). Além disso, reconhece os números naturais como intuitivos, básicos. A intuição do número puro transcende os limites da lógica, uma vez que suas verdades são expressas nos axiomas de Peano e que, naturalmente, incluem o princípio da indução completa, exemplo fundamental de um juízo sintético a *priori*. Poincaré irá criticar todos os esforços dos logicistas em reduzir a noção de número puro à lógica, em que se concebe modificar à vontade os axiomas, respeitando-se apenas sua coerência (SILVA, 1992:44). Acreditava também que, ao colocar o método de indução Matemática em uma base repleta de contradição, ficaríamos condenados a permanecer em um círculo vicioso. O processo de indução tornava-se necessário para as demonstrações livres de contradições uma vez que a indução matemática nos é forçada por nossa intuição. Para Poincaré, a prova livre de contradição é a base adequada para a asserção da existência da Matemática (MENEGHETTI, 2001:120).

Para Poincaré, a intuição percorre todos os níveis de atividade do conhecimento humano: a percepção, o entendimento, a imaginação e a razão (SILVA, 1992:45).

Com relação à percepção, a intuição matemática pode agir de forma sutil. Poincaré cita como exemplo, a forma como Klein estuda uma das questões mais abstratas da teoria das funções:

> ... trata-se de saber se numa determinada superfície de Riemann existe sempre uma função que admite singularidades dadas. Que faz o célebre geômetra alemão? Substitui sua superfície de Riemann[36] por uma superfície metálica cuja condutibilidade elétrica varia segundo certas leis. Põe dois de seus pontos em contato com os dois pólos de uma pilha. A corrente deverá passar – diz ele –, e o modo como essa corrente se distribuir na superfície definirá uma função cujas singularidades serão precisamente aquelas que são previstas pelo enunciado (2000:14).

Segundo Poincaré, apesar de Klein oferecer, dessa forma, uma abordagem sumária, não hesita em publicá-la. Tem consciência de que suas conclusões não traduzem uma demonstração rigorosa e sim alguma certeza moral, motivo pelo qual um lógico a teria rejeitado com horror.

Nossa filósofo matemático considera que quanto ao entendimento, a intuição se manifesta quando são feitas analogias entre o domínio da validade de teoremas de diversos contextos e delas se extraem um resultado de validade geral.

Em relação à razão, a intuição pode dar uma visão geral de certa ordem, num único momento, de uma cadeia dedutiva.

Em se tratando da imaginação, cabe à intuição o papel criador que age em função de mecanismos psicológicos que a criam. Poincaré acreditava que há dois níveis distintos de atividade, um inconsciente ou pelo menos parcialmente inconsciente, de ação seletiva; e um consciente, encarregado de organizar e justificar o que foi selecionado pela ação consciente. A ação seletiva irá buscar, no emaranhado das combinações, aquela que irá ascender à consciência durante a criação. Cabe à intuição esta função seletiva, que é guiada por uma sensibilidade estética, voltada para a harmonia e simplicidade. Esta intuição não

[36] Superfície de Riemann: O plano riemanniano é a superfície de uma esfera; os pontos sobre o plano convertem-se em pontos sobre esta superfície e as retas do plano tornam-se círculos máximos sobre a esfera (NAGEL;NEWMAN,2001:26).

corresponde necessariamente à verdade, pode apontar para uma verdade, mas não pode justificá-la.

Vuillemin, ao prefacear a obra de Poincaré, "*A Ciência e a Hipótese*" (1984:7), relata que Poincaré rejeitou e ridicularizou as tentativas de fundamentar a Matemática na Lógica, posto que, ao considerar o princípio da indução um juízo sintético a *priori*, próprio da Matemática pura, opõe-se às doutrinas logicistas e formalistas da Aritmética e da Análise, que vêem nessas ciências a utilização dos princípios da lógica formal, desprovida de sentido e na qual se poderia modificar seus axiomas, levando em conta apenas sua coerência.

Assim, Poincaré foi adversário intransigente do logicismo e do formalismo. Em 1908, no Congresso Internacional de Matemática, em Roma, referiu-se à obra sobre Teoria dos Conjuntos de Cantor, *"Mengenlehre"*, como uma doença da qual a Matemática não estava longe de se curar (COSTA, 1977:19).

Apesar de, num primeiro momento, as críticas de Poincaré ao logicismo causarem atrasos no desenvolvimento da lógica em França, estas acabaram por estimular os lógicos, pois estes tinham que desdobrar novos estudos para responder às suas sutis apreciações. Tornou-se dessa forma, figura relevante na história e desenvolvimento da Lógica, além de ser precursor das modernas correntes construtivistas em Matemática (SILVA, 1992:56).

3.2. AS IDÉIAS PEDAGÓGICAS DE HENRI POINCARÉ

Neste tópico, apresentamos alguns pontos que consideramos marcantes na obra do filósofo Poincaré, que se coadunam com os objetivos já expostos neste trabalho. Assim, buscaremos analisar publicações de Poincaré referentes às suas recomendações pedagógicas, para posterior comparação com as propostas defendidas por Euclides Roxo em suas obras e artigos.

Trataremos especificamente dos seguintes artigos: "*La logique et l'intuition dans la science e dans l'enseignement*" (1889); "*L'invention mathématique*", conferência realizada no Instituto de Psicologia Geral de Paris (1908) e "*Les définitions générales em mathématiques*"; todos publicados na revista "*L'Enseignement Mathématique*", órgão oficial da IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), isto é, "Comissão Internacional para o Ensino da Matemática"[37].

3.2.1. POINCARÉ, Henri. *LA LOGIQUE ET L'INTUITION DANS LA SCIENCE MATHÉMATIQUE ET DANS L'ENSEIGNEMENT.* In: L'Enseignement Mathématique, nº 3, maio, Paris, Genebra: 157 – 162, 1889.

Passamos a analisar, inicialmente, o artigo de Poincaré intitulado "*La logique et l'intuition dans la science e dans l'enseignement"* publicado em maio de 1899, na revista *"L'Enseignement Mathématique".*

Primeiramente, Poincaré faz uma breve retrospectiva sobre a história do desenvolvimento da ciência Matemática, assunto que considera de importância vital para o seu ensino. Para tanto, descreve como eram as linhas de raciocínio encontradas em livros escritos por volta de 1850, ou seja, aproximadamente há 50 anos antes de tal descrição: "Admitia-se naquela época que uma função contínua não pode mudar de sinal sem se anular; isso é demonstrado hoje; admitia-se que as regras ordinárias do cálculo são aplicáveis aos números incomensuráveis; isso é demonstrado hoje" (POINCARÉ, 1899:157). Os raciocínios mais antigos já não satisfazem, defende Poincaré, pois estas noções, que eram baseadas na intuição, não parecem ser mais legítimas. Gradativamente o rigor foi sendo atingido, restringindo-se cada vez mais a intuição da ciência e aumentando a lógica formal.

Assim, argumenta Poincaré, embora as noções matemáticas advindas do rigor tenham adquirido uma pureza perfeita, afastaram-se da realidade. Aparentemente, nestes raciocínios não há obstáculos. No entanto, esses obstáculos não desapareceram, foram apenas transportados para a periferia do

[37] Criada em 1908, a IMUK procurava discutir e tentar solucionar as dificuldades encontradas no ensino da Matemática.

domínio matemático, sendo necessário vencê-los novamente para podermos penetrar no domínio da prática.

Antigamente, pondera Poincaré, quando era inventada uma função, tinha-se em mente um objetivo prático. Atualmente, são inventadas funções estranhas, que apesar do raciocínio lógico pelas quais se caracterizam, não têm utilidade. Se o único objetivo do ensino for utilizar a lógica, então devemos começar estudando tais funções bizarras, mesmo correndo o risco dos estudantes considerarem a Matemática como um amontoado de definições inúteis. Desse modo, conclui Poincaré, devemos acima de tudo, nos preocupar com a mente do aluno e como queremos que ela evolua. Neste caso, para que realmente os alunos compreendam as noções matemáticas necessitaríamos recorrer à experiência ou à intuição, de modo que, quando os alunos estiverem suficientemente amadurecidos, naturalmente surgirão questionamentos que exigirão maior rigor nos raciocínios expostos.

Das noções tidas como intuitivas, apenas a de *número natural* subsiste, única que permanece irredutível e da qual todas as outras noções não são mais que combinações. Dentre as milhares de combinações formadas, algumas são escolhidas. Esta escolha se explica pela intuição, cuja função é escolher, dentre todas as combinações possíveis, as que têm caráter inventivo. Este processo acaba por refletir no ensino, uma vez que:

> A escolha só se explica pela lembrança da noção intuitiva da qual esta combinação tomou o lugar; e se esta lembrança faltar, a escolha parecerá injustificada. Ora, para compreender uma teoria, não basta constatar que o caminho que se seguiu não é cortado por um obstáculo, é preciso compreender as razões que o fizeram ser escolhido. Não se pode, portanto, jamais dizer que se compreende uma teoria se quisermos lhe dar de chofre sua forma definitiva, aquela que a lógica impecável lhe impõe, sem que permaneça algum traço das apalpadelas que a ela conduzira? Não, ela não será compreendida realmente, não se poderá mesmo retê-la, ou só será retida se decorada (POINCARÉ, 1899:160).

Portanto, o objetivo principal do ensino matemático é desenvolver algumas faculdades da mente, entre elas a intuição. Se a intuição for abolida, como desenvolveríamos algumas faculdades da mente? Eis o questionamento com que

Poincaré procura sensibilizar os educadores da época, instigando-os a se importarem com uma educação voltada para o desenvolvimento do raciocínio do aluno, considerando a intuição fator primordial para que isto ocorra.

Poincaré se justifica, argumentando que, algumas pessoas que estudam Matemática, precisam fundamentalmente de suas aplicações práticas, como por exemplo, os engenheiros. Neste caso, é necessário que aprendam a ver correta e rapidamente. A intuição torna-se um requisito essencial. Outros se tornam professores. Também devem cultivar a intuição, pois do contrário teriam uma idéia falsa da ciência, por vê-la apenas de uma forma e, além disso, como poderiam desenvolver em seus alunos uma qualidade que eles próprios não possuem?

3.2.2. POINCARÉ, Henri. *L'INVENTION MATHÉMATIQUE*, In: L'Enseignement Mathématique, 10º année, Paris, Genebra: 357 – 371, 1908.

Neste tópico são apresentadas as idéias de Poincaré sobre invenção Matemática, tomando como principal referência, a conferência que Poincaré realizou em Paris, no Instituto Geral Psicológico, em 23 de maio de 1908 e posteriormente reproduzida na revista L'Enseignement mathématique, sob o título "*L'invention mathématique*".

Pode-se pensar que uma aptidão para a Matemática seja decorrente de uma ótima memória, inicia o autor. Poincaré nos adverte que apenas uma boa memória não é suficiente, é necessário que a memória esteja em sintonia com o desenvolvimento geral do raciocínio. Por meio da intuição podemos perceber de imediato a totalidade de um raciocínio, sem necessariamente utilizar a memória.

As considerações pedagógicas do filósofo matemático seguem enfatizando que conforme o desenvolvimento da intuição, as pessoas podem se tornar criadoras e obter relativo sucesso, independente da forma como fazem uso de sua memória. A compreensão da Matemática depende do modo como se utiliza a intuição, sendo que algumas pessoas possuem uma intuição especial em grau mais ou menos elevado, permitindo adivinhar harmonias e relações escondidas.

Poincaré, em seguida, define a demonstração Matemática como “silogismos *colocados em uma certa ordem*”[38], e a ordem na qual estes elementos são colocados é muito mais importante do que estes próprios elementos” [grifo do autor] (POINCARÉ, 1908:360).

A escolha da ordem em que os elementos matemáticos são colocados é justamente o que determina a seqüência na demonstração matemática. Esta escolha está diretamente relacionada com a intuição, que assume assim, importância capital para a filosofia defendida por Poincaré.

Para Poincaré, a invenção matemática consiste em fazer novas combinações com elementos matemáticos, construindo apenas combinações úteis. Para este filósofo, inventar é o mesmo que discernir, escolher. É justamente o ato de combinar elementos matemáticos, de forma conveniente, tornando-os úteis. As escolhas do matemático incidirão sobre tais combinações, enquanto que as combinações improdutivas não serão examinadas, pois o trabalho inconsciente tornará evidente as combinações úteis, que subitamente aparecerão na mente do inventor. Assim, o trabalho inconsciente tem lugar importante na invenção matemática. As idéias que ocorrem repentinamente são sinais de um longo trabalho inconsciente.

Resumidamente, no entender de Poincaré, o problema da psicologia da invenção Matemática divide-se em dois níveis: a atividade inconsciente, responsável pela seleção das combinações frutíferas, correspondente à parte criativa; a atividade consciente, na qual cabe o papel de organizadora e justificadora das combinações escolhidas. Desse modo, o trabalho inconsciente só será fecundo, se for precedido de um período de trabalho consciente, depois de alguns dias de trabalho voluntário. Poincaré segue considerando que muitas vezes quando se trabalha em uma questão difícil, pode acontecer de nada se apresentar como um bom resultado. Entretanto, após um período de repouso, a idéia decisiva surge na mente do matemático. É como se o repouso restituísse ao espírito sua força. O trabalho ganha novos elementos que serão decisivos na elaboração do resultado final. Provavelmente durante o repouso, o trabalho

[38] Silogismo: “No sentido lato, todo raciocínio dedutivo rigoroso e que não supõe nenhuma proposição estranha subentendida” (LALANDE,1999:1013).

inconsciente se manifeste intensamente para direcionar o inventor para o caminho correto. Tais idéias podem se revelar durante o próximo período de trabalho consciente ou em um passeio ou uma viagem. Para Poincaré após a inspiração revelada, é indispensável verificar o que se revelou subitamente, pois esta é uma regra que pode comportar exceções. Deve-se pôr em prática os resultados obtidos, deduzir as conseqüências imediatas, ordená-las, redigir as demonstrações.

Poincaré conclui que o eu inconsciente desempenha papel imprescindível para a invenção matemática e não pode, portanto, agir de modo puramente mecânico, pois se assim procedesse, poderíamos confiar este trabalho a qualquer máquina.

Qual a causa para que determinadas idéias, dentre as milhares produzidas no subconsciente venham a se revelar, tornando-se conscientes? Para Poincaré, é devido ao fato do trabalho intenso afetar profundamente nossa sensibilidade. A ação seletiva própria do nível inconsciente irá escolher dentre essas idéias, aquela que irá aparecer repentinamente no nível consciente.

O verdadeiro inventor, para Poincaré, ao escolher entre as combinações, utiliza-se de regras extremamente sensíveis e delicadas. Levanta como hipótese, a suposição de que, somente poderão tornar-se conscientes as combinações harmoniosas, dentre as muitas produzidas pelo inconsciente. Essa harmonia é, ao mesmo tempo, uma satisfação para nossas necessidades estéticas como também um auxílio para a mente em que ela é guia, fazendo com que a mente pressinta uma lei matemática. Ora, do mesmo modo como os fatos experimentais nos levam ao conhecimento das leis físicas, os fatos matemáticos dignos de serem estudados são aqueles passíveis de conduzir ao conhecimento de uma lei Matemática.

Poincaré conclui: "As combinações úteis, são precisamente as mais belas, eu quero dizer aquelas que podem melhor encantar esta sensibilidade especial que todos os matemáticos conhecem, mas que os profanos ignoram ao ponto em que muitas vezes são tentados a rir dela” (POINCARÉ, 1908:368)[39]. Para nosso autor, esta hipótese pode ser confirmada pela observação de que quando para um matemático ocorre uma idéia súbita, tal idéia pode não ser ratificada quando passarem pelo crivo da verificação. Ao que Poincaré acrescenta: “... se esta idéia tivesse sido justa, teria lisonjeado nosso instinto natural de elegância matemática” (1908:368). Assim, esta sensibilidade estética desempenha um papel primordial, comprovando que aquele que é desprovido de tal sensibilidade jamais será um verdadeiro inventor.

O papel do trabalho consciente preliminar que sempre precede todo trabalho inconsciente frutífero é de agitar o eu inconsciente, colocando em movimento as combinações que trazem em seu cerne os elementos escolhidos por nossa vontade. Entre elas encontram-se o que Poincaré chamou de a “boa combinação”, isto é, aquelas que têm chances de se tornarem idéias que vão fazer parte da invenção. O trabalho inconsciente salienta Poincaré, jamais fornece pronto o resultado de um cálculo longo em que se tenha de aplicar regras fixas. Estas inspirações são pontos de partida para tais cálculos, sendo necessário fazê-los no segundo período de trabalho consciente. Isto decorre porque as regras do cálculo são estritas e complicadas, exigindo disciplina e concentração próprias da consciência. Poincaré salienta que essas observações foram constatadas pessoalmente por ele mesmo, que as relatou com o intuito de contribuir para uma melhor compreensão do tema. Acrescenta que não deixa de ser uma situação hipotética, carecendo, portanto, de estudos mais aprofundados. Assim, concluindo com Poincaré, caberá, portanto, à ação inconsciente buscar a combinação específica que virá subitamente à consciência, durante o trabalho matemático. A intuição é justamente a função que procede a escolha, dentre as milhares combinações, daquela que fará parte do processo criativo. A intuição é estimulada por uma sensibilidade estética, marcadamente harmoniosa e simples, e por isso mesmo determinante na ação avaliadora da intuição.

[39] Tal suposição também é compartilhada por Amoroso Costa: “A criação matemática apresenta um interesse psicológico muito grande, como sendo o ato em que o espírito limita ao mínimo o auxílio do mundo exterior. Tudo se reduz aí a escolher, na massa dos fatos e das relações, aqueles que podem levar a resultados gerais; os espíritos verdadeiramente matemáticos têm o sentimento da ordem em que se devem encadear os raciocínios pra atingir um fim determinado, assim como os jogadores de xadrez sabem discernir o bom lance entre os lances permitidos pelas regras do jogo. Nesse trabalho é preciso também salientar o papel primordial do senso estético, porque as combinações úteis de fato, as transformações fecundas, são ao mesmo tempo as mais belas, e essa harmonia é um admirável fio condutor” (1971:95).

3.2.3. POINCARÉ, Henri. *LES DÉFINITIONS GÉNÉRALES EN MATHÉMATIQUES.* In: L'Enseignement Mathématique, 6º année, Paris, Genebra: 257–283, 1904.

Toda e qualquer teoria matemática, tem seus postulados, axiomas etc. Quando se transfere para o ensino elementar, essa preocupação continua. E é aí que se torna um problema. Como se dá essa escolha? Dependendo dessa escolha somos partidários de determinada corrente filosófica da Matemática. Dependendo dos fundamentos que tomamos, somos partícipes de uma determinada corrente. Esse foi o tema que Poincaré abordou, em 1904, na conferência realizada no Museu Pedagógico de Paris, denominada "*Les définitions générales en mathématiques*", quando fez uma análise sobre a importância das definições e nos fornece pistas para responder à questão de como se manifesta a influência de determinada corrente filosófica no ensino. Nesta sessão, iremos nos deter nas recomendações pedagógicas de Poincaré, defendidas nessa conferência. Basicamente, são duas as suas recomendações[40], que passaremos a analisar:

A primeira, diz respeito à incapacidade dos estudantes em compreender as razões pelas quais determinada teoria foi escolhida. O fracasso no ensino da Matemática deve-se à falta de justificação na apresentação de suas teorias e também pelo excesso de rigor, em que a intuição está ausente. Assim se expressa Poincaré: "Mas como se atinge o rigor? É restringindo cada vez mais a parte da intuição na ciência, e aumentando a lógica formal". A pesquisa do rigor exige qualidade ao mesmo tempo estética e científica, que se faz muitas vezes em detrimento da intuição. Dessa maneira, mascaram-se as razões que estavam presentes em sua origem, não se percebe o motivo pelas quais as questões foram propostas, esquece-se suas origens históricas. O autor continua sua explanação considerando que o desejo de compreensão varia de acordo com a maturidade da pessoa envolvida. No caso dos adolescentes, nas primeiras exposições, deve-se evitar detalhes sutis e dar ao educando uma visão geral da demonstração. Assim, como se deve proceder na escolha de uma definição,

[40] Classificamos em apenas duas as recomendações pedagógicas de Poincaré, em conformidade com os dizeres de Claude-Paul Bruter (1996:49-70).

considerando-se a disciplina Matemática no ensino elementar? Pode-se demonstrar rigorosamente uma definição e ao mesmo tempo dar ao educando uma visão total dela para um iniciante na teoria matemática? A proposta de Poincaré é omitir detalhes sutis e dar ao iniciante uma visão geral que, em filosofia, consiste em dar uma visão intuitiva da demonstração.

Poincaré faz diferenciação entre uma boa definição para teóricos e para o ensino: enquanto que para sábios e filósofos uma boa definição é “aquela que satisfaz as regras da lógica”, para o ensino, “uma boa definição é aquela que é compreendida pelos alunos” (POINCARÉ, 1904:257). Em seguida indaga: se a Matemática é uma ciência “que só faz apelos aos princípios fundamentais da lógica” por que então a maioria das pessoas tem dificuldades para compreender a Matemática? O fato de que pessoas são incapazes de inventar não é o que deve preocupar o ensino e sim a falta de compreensão que manifestam sobre as demonstrações que lhes são expostas, conclui.

Todos os que se dedicam ao ensino, afirma Poincaré, devem se preocupar com a razão pela qual os alunos manifestam incompreensão sobre as demonstrações, pois este é um dos fatores que concorrem para que as pessoas tornem-se incapazes de compreender a Matemática. Se imaginarmos uma série de silogismos, de modo que as conclusões dos primeiros sirvam de premissas para os seguintes, poderemos nos enganar depois de certo tempo passado em que já desenvolvemos numerosos deles, uma vez que os teoremas se apóiam uns nos outros e encontram-se ligados por um fio tênue. Assim, pode ocorrer esquecimento da proposição inicial, ou o que é mais grave, esquecer o sentido dela. Examinar sucessivamente cada silogismo que compõe um teorema e constatar que está correto não garante sua compreensão. Para Poincaré, as pessoas exigem mais que esta constatação:

> Quase todos são muito mais exigentes, eles querem saber, não somente se todos os silogismos de uma demonstração estão corretos, mas o porque deles se encadearem em tal ordem, de preferência a outra ordem. Tanto que lhes parecem produzidos pelo capricho, e não por uma inteligência constantemente consciente do objetivo a alcançar, eles não crêem ter compreendido (POINCARÉ, 1904:258).

A lógica permite decompor cada parte da demonstração em grande número de operações elementares, todas elas corretas, fato este que não lhe permite ter uma visão geral de conjunto. Esta é dada pela intuição. Eis como Poincaré exemplifica:

> Tomemos a idéia de função contínua. É apenas uma imagem sensível, um traço feito com giz no quadro negro. Pouco a pouco ela se depura; servimo-nos dela para construir um sistema complicado de desigualdades, que reproduz todas as linhas da imagem primitiva; quando tudo estiver concluído, **tirou-se o andaime**, como depois da construção de uma abóbada; esta representação grosseira, apoio inútil daqui para diante, desapareceu e só deixou o próprio edifício, irrepreensível aos olhos do lógico. E, entretanto, se o professor não recordar a imagem primitiva, se ele não restabelecer momentaneamente o **andaime**, como o aluno adivinhará por qual capricho estas desigualdades foram erguidas deste modo, umas sobre as outras? A definição seria logicamente correta, mas ela não lhe mostraria a realidade verdadeira [Grifos do autor] (1904, p. 264-265).

Para Poincaré, as definições matemáticas têm vários sentidos, podendo convir e serem compreendidos por alguns e não por outros. Isto porque, segundo este filósofo, do mesmo modo que há lógicos como Weierstrass e intuitivos como Riemann, entre os matemáticos, o mesmo ocorre com os estudantes. Uns preferem tratar os problemas pela Análise e outros pela Geometria. Devemos, pois, nos resignar à diversidade das mentes e não desejarmos querer mudá-las. É preciso, no entanto, ensinar a todos. Tanto os incapazes de tornarem-se matemáticos, quanto àqueles que têm afinidade com a ciência.

Poincaré explica o modo como a parte da intuição foi cada vez mais ficando restrita na ciência. Novamente, chama a atenção para os livros escritos por volta de 1850, que pareciam desprovidos de lógica. Naquela época, afirma, confiava-se na intuição, embora não se pudesse obter a certeza. Como a certeza é necessária, a intuição foi ficando como uma parte cada vez menor. Desse modo, foi-se introduzindo o rigor nas definições: “A idéia vaga que devíamos à intuição, foi resolvida em um sistema complicado de desigualdades, apoiada nos números naturais. Foi assim que desapareceram definitivamente todas as dificuldades que assustavam nossos pais, quando refletiam sobre os fundamentos do cálculo infinitesimal” (POINCARÉ, 1904:262). A Matemática se aproximou do rigor, perdendo, no entanto, em objetividade. Foi afastando-se da realidade que a Matemática atingiu a pureza perfeita. Possuía-se então, uma noção vaga, formada por elementos advindos da experiência e outros a priori. Deste tempo, apenas se conservou os elementos a priori, que servem como definição, e os outros são deduzidos por raciocínio lógico. No entanto, estes elementos que se tornaram definições pertencem aos objetos reais, vindos de experiências ou de alguma vaga noção intuitiva.

Por essa razão, Poincaré entende que, no ensino deve-se recorrer à experiência ou à intuição para que os alunos realmente compreendam as noções matemáticas, fazendo-se necessário encontrar um modo de exposição das teorias que a compõem apresentando-as de forma densa, rigorosa e rápida, isto é, praticar uma ontogênese da ciência[41].

A segunda recomendação pedagógica de Poincaré solicita que os estudantes refaçam rapidamente, mas sem queimar etapas, o caminho percorrido lentamente pelos fundadores da ciência. Caso contrário, corre-se o risco de um estudante considerar a Matemática como um amontoado de definições inúteis, caso seu estudo se inicie sem outra preocupação a não ser a demonstração. Nesta segunda recomendação, nota-se que Poincaré reitera o que já havia proposto em sua conferência “*La logique et l’intuition dans la science mathématique”,* em 1899. Poincaré considera que somente o retorno aos conceitos e às práticas pedagógicas, em harmonia com as leis profundas do desenvolvimento biológico do ser, pode tornar a Matemática agradável aos estudantes. Assim, defende a idéia de que os filhos devem passar pelos mesmos caminhos que já perfizeram seus pais:

> Os zoólogos pretendem que o desenvolvimento embrionário de um animal resuma em um tempo muito curto toda a história de seus ancestrais dos tempos geológicos. Parece que acontece o mesmo com desenvolvimento dos espíritos. O educador deve fazer a criança passar por onde passaram seus pais; mais rapidamente, mas sem

[41] Ontogênese ou ontogenia: desenvolvimento do indivíduo quer mental, quer físico, desde a sua primeira forma embrionária até o estado adulto, em oposição ao desenvolvimento da espécie (filogênese ou filogenia). O princípio segundo o qual a ontogênese reproduz a filogênese foi, sobretudo, popularizado por Haeckel (1834–1919), que o qualificava “lei biogenética fundamental”. No plano educacional, esta lei é conhecida como “princípio genético” ou “caminho histórico” (LALANDE, 1999:766).

> queimar etapas. Por essa razão, a história da ciência deve ser nossa primeira orientação. Nossos pais acreditavam saber o que é uma fração, ou a continuidade, ou a área de uma superfície curva; somos nós que percebemos que eles não sabiam. Do mesmo modo nossos alunos crêem sabê-lo quando começam a estudar seriamente a Matemática. Se, sem outro preparo, eu chego e digo: “Não, você não sabe; é preciso que eu demonstre o que parece evidente a você”, e se na demonstração eu me apoio nas premissas que lhes parecem menos evidentes que a conclusão, o que pensarão estes infelizes? Eles pensarão que a ciência matemática é apenas um amontoado arbitrário de subtilidades inúteis; ou mesmo eles se desgostarão dela, ou mesmo se divertirão como em um jogo e chegarão a um estado de espírito análogo ao dos sofistas gregos (POINCARÉ, 1904:65).

Cabe, portanto, à história, segundo Poincaré, desempenhar esse papel pedagógico conscientizador. Assim, o desenvolvimento da mente deve passar pelas mesmas etapas pelas quais seus pais passaram, de forma rápida, sem, no entanto, suprimir etapas. Poincaré admite, desse modo, a possibilidade da história exercer uma função conscientizadora baseando-se na aceitação do “princípio genético”[42].

Segundo Miguel (1993:41-56), a função didática da história assume, para Poincaré, uma dimensão psicológica:

> “O recorrer à história é, para ele [Poincaré], mais uma concessão necessária que o professor deve fazer ao aluno devido à sua imaturidade psicológica e, nesse sentido, é quase inevitável que se sacrifiquem os padrões atualizados de rigor, não para abandoná-los, mas para que, no momento adequado, possam ser recuperados de forma consciente por parte do aprendiz”.

Para Poincaré, a lógica indica os caminhos em que não encontramos obstáculo, mas não nos mostra qual caminho nos leva a atingir um determinado objetivo. É facultativo da intuição ter em mente qual o objetivo que queremos atingir. Sem a intuição, o geômetra seria como um escritor que conhece muito

[42] Para o plano educacional, o “caminho histórico” ou “princípio genético” era defendido por Comte (1798-1857), para quem os conhecimentos são expostos segundo a ordem pela qual foram obtidos pelos seres humanos. Dessa forma, toda didática se resumiria em “estudar sucessivamente, na ordem cronológica, as diversas obras originais que contribuíram para o progresso da ciência”. Assim, o princípio genético era freqüentemente adotado por educadores do século XIX e início do século XX, como um modo aparentemente sensato de justificar a importância pedagógica da história. No entanto, este princípio é hoje muito contestado (MIGUEL,1993:41-56).

bem a Gramática, mas não têm idéias: “Para o próprio geômetra puro, esta faculdade é necessária, é pela lógica que se demonstra, é pela intuição que se inventa. Saber criticar é bom, saber criar é melhor” (POINCARÉ, 1904:266). Responsável pela invenção, a intuição deve ser destacada no ensino, posto que, devemos nos servir corretamente das premissas fornecidas pela intuição, para que aprendamos a raciocinar. Inicialmente, ao expor os primeiros princípios, o professor deve evitar muitas sutilezas que podem se tornar desagradáveis e até inúteis: “Não se pode tudo demonstrar e não se pode tudo definir; (...) e será preciso sempre recorrer à intuição” (POINCARÉ, 1904:268). Deve-se esperar que o aluno esteja familiarizado com o raciocínio matemático de modo que, quando seu raciocínio estiver amadurecido, as dúvidas surgirão sucessivamente, espontaneamente, como aconteceu com seus pais, exigindo a demonstração e então o rigor se fará necessário. Em suma, a ênfase será dada ao aspecto “esclarecedor” ou “explicativo” das demonstrações mais do que ao seu rigor.

Como então, encontrar uma definição que satisfaça as regras da lógica e ao mesmo tempo satisfaça nosso desejo de compreender a demonstração como um todo, qual sua finalidade e também nossa necessidade de pensar com imagens?, pergunta Poincaré para, em seguida, ponderar que uma definição que satisfaça ao mesmo tempo as regras da lógica e também a finalidade da demonstração, não é encontrada na maioria das vezes. Embora seja necessária a demonstração sem contradições, para justificar uma definição, tal medida não é suficiente, pois a definição assim imposta não satisfará a muitos. Estes não descansarão enquanto não obtiverem respostas para as questões que se colocam: Por que se reuniram tais elementos, dentre tantos, qual o critério de escolha? Por que tal combinação teve mais direito à existência do que outras? A que necessidade corresponde? Como foi previsto que desempenharia papel importante na ciência? Há na natureza objeto familiar que possamos considerar como sua imagem, ainda que grosseira?

Se conseguirmos responder todas essas questões, ressalta Poincaré, resta ainda escolher um nome para esta definição, lembrando também que esta não é uma escolha arbitrária. De forma que deve ser uma definição que agrade ao lógico pelo seu enunciado correto e ao intuitivo pela justificativa obtida. Ainda mais, o ideal é que, “a justificativa preceda o enunciado e o prepare” (POINCARÉ, 1904:269).

Finalizando, Poincaré adverte que, pelo fato de cada parte do enunciado de uma definição ter como objetivo de distinguir o objeto a ser definido de outros objetos vizinhos, faz-se necessário mostrar também, as diferenças dos objetos vizinhos dos quais convém distinguir nosso objeto.

A definição que interessa para Poincaré, para que seja compreendida por todos, é aquela que não acarreta contradição, nem nos termos, nem com as verdades anteriormente admitidas. Faz-se necessário ainda, prepará-la e justificá-la. A justificativa deverá preceder o enunciado e o preparar. Caminharemos, por meio de alguns exemplos particulares, para o enunciado geral, ou seja, utilizando o método da indução, que vai do particular ao geral.

Desse modo, a concepção da Matemática de cada autor guia e limita também suas escolhas em matéria de demonstração. A variedade de demonstrações em Matemática proporciona uma liberdade de escolha tanto para o professor quanto para o matemático, que buscará utilizar a que seja mais adequada às suas aspirações e necessidades. Tal escolha, no entanto, não está separada da filosofia de quem a busca, que, no caso do professor, escolherá a mais adequada à didática de ensino que adota. Este procedimento acabará por influenciar seus educandos, uma vez que a filosofia do professor invariavelmente influencia a sua forma de ensinar.

Depois de expor e justificar suas recomendações pedagógicas, Poincaré passa a tratar dos assuntos do ensino, mostrando mais diretamente como esses princípios podem ser aplicados em Aritmética, em Geometria, em Análise e em Mecânica.

3.2.3.1. ARITMÉTICA

Poincaré acreditava que as operações com números naturais fossem decoradas pelos alunos sem que para eles fizessem o menor sentido. Isto por dois motivos: o primeiro, porque os alunos não sentem necessidade dessas operações, uma vez que são ensinadas muito cedo, na tenra idade. Em segundo, por estas definições não serem satisfatórias do ponto de vista lógico.

Dizer que a adição é um simples ato de juntar, não é defini-la. O que temos a fazer é, por meio de exemplos concretos, mostrar o que é adição. Para a subtração, no entanto, antes de defini-la como a operação inversa da adição, cabe exibir exemplos mostrando a reciprocidade das operações, preparando o aluno para a definição formal.

Para a multiplicação, do mesmo modo, começa-se por exemplos, mostrando a possibilidade de resolução, somando diversas parcelas iguais entre si, para que a definição lógica seja introduzida naturalmente.

Quanto à divisão, deve-se tomar como exemplo a noção de partilha, familiar ao aprendiz, mostrando que a multiplicação reproduz o dividendo, fazendo com que gradativamente o aluno perceba a divisão como a inversa da multiplicação.

Quanto às frações, deve-se igualmente começar com exemplos simples, do cotidiano do aluno, e paulatinamente introduzindo as abstrações necessárias, mostrando que o comprimento que representa tal fração é divisível até o infinito. As definições mais sutis podem ser ensinadas mais tarde, podendo deixa-las para o ensino superior.

Para as operações com frações, Poincaré sugere preparar os alunos utilizando a teoria das proporções, de modo que o aluno seja exercitado com vários exercícios clássicos de regra de três, introduzindo-se aí, alguns dados fracionários. Para as noções de proporção, deve-se buscar ajuda nas imagens geométricas, apelando-se para a intuição.

Após a definição de multiplicação de fração, para melhor justificá-la, deve-se demonstrar as propriedades comutativa, associativa e distributiva.

Os números incomensuráveis devem ser definidos a partir da noção de grandeza contínua, mostrando que alguns comprimentos podem ser descritos de tal forma que a razão entre eles é um número racional e que com outros não ocorre a mesma coisa.

Para um número irracional, sua representação decimal será fornecida por uma cadeia de desigualdades que caracterizará este número de modo único e em cada desigualdade o número irracional estará entre dois racionais.

Poincaré recomenda que:

> ... estas desigualdades permitem definir as relações incomensuráveis de modo que seremos muito naturalmente conduzidos à definição de número incomensurável. Será bom escolher um exemplo em que a impossibilidade de encontrar uma medida comum possa se demonstrar facilmente, tal o exemplo clássico de raiz quadrada de dois (POINCARÉ, 1904:271).

Podemos justificar as operações com números incomensuráveis sob o ponto de vista lógico, mostrando que seguem as mesmas regras dos números naturais e também por imagens concretas extraídas da Geometria.

Quanto aos números negativos, é necessário utilizar-se exemplos práticos para facilitar a compreensão das operações envolvidas:

> Em primeiro lugar, incluiremos os exemplos de grandezas suscetíveis de mudar de sinal, como segmentos, os ângulos, o tempo, a temperatura, e faremos com estes exemplos , exercícios de adição e de subtração. O termômetro está a quatro graus abaixo de zero, ele sobe ou ele desce seis graus, para quanto vai a temperatura?... (POINCARÉ, 1904: 271).

A regra dos sinais, na multiplicação, será compreendida se justificarmos de duas formas: logicamente, mostrando que esta regra satisfaz às propriedades comutativa e distributiva e por fim, usando exemplos concretos, alguns tirados da teoria das proporções em Geometria e outros dos movimentos uniformes em Mecânica.

Poincaré sugere também, a inclusão de imagens geométricas sendo que sua importância é justificada pela filosofia e história da ciência: “Se a Aritmética tivesse permanecido isenta de toda mistura com a Geometria, ela só teria conhecido o número natural; é para se adaptar às necessidades da Geometria que ela inventou outra coisa” (POINCARÉ, 1904:271).

3.2.3.2. O ENSINO DA GEOMETRIA

Poincaré advoga que, para aprender a pensar corretamente nos axiomas da Geometria, faz-se necessário comparar, medir, experimentar, justificando a necessidade dos axiomas, confrontando-os com experimentos, solicitando o emprego da intuição, enfatizando o sentido concreto de suas relações. Defende uma apresentação da Geometria em seus aspectos visuais e intuitivos, sendo que a demonstração deve ser feita com o auxílio da imaginação visual, clarificando os diferentes fatos e problemas geométricos.

Poincaré sugere abordar inicialmente o estudo da reta. Deve-se pensar na reta como um eixo de rotação, mostrando tal fato de forma concreta, por meio de um fio estendido, tomando tais regras como axiomas, justificando-os com experiências imprecisas, mas satisfatórias no secundário. “O essencial é aprender a pensar corretamente nos axiomas, uma vez admitidos” (Poincaré, 1904:272).

Assim, para o círculo, sugere que se inicie o aprendizado com o manuseio do compasso, retirando observações que levarão o aluno à definição lógica. Já com relação ao plano, considera a régua e a prancheta como instrumentos convenientes, para fazer comparações com esferas, cones, cilindros, de forma que o aluno distinga a noção de plano das figuras geométricas.

Poincaré justifica o emprego de instrumentos móveis por considerá-los filosóficos:

> ... o incessante emprego de instrumentos móveis; não é um artifício exagerado e é muito mais filosófico do que se acreditou no início. O que é a Geometria para o filósofo? É o estudo de um grupo, e de qual grupo? Do dos movimentos dos corpos sólidos. Como então definir este grupo sem fazer mover alguns corpos sólidos? (Poincaré, 1904:272 -273).

Considera a definição clássica das paralelas, quais sejam, retas situadas num mesmo plano e que não se cruzam, uma definição negativa, pois, não é possível verificar esse fato experimentalmente, por mais que as prolonguemos. É uma definição que contrasta com a noção de movimento dos corpos, não sendo um dado imediato da intuição. É preferível definir paralelas como a translação retilínea de uma figura invariável, como um movimento em que todos os pontos da figura têm trajetórias retilíneas. Para Poincaré, "nas exposições geométricas, é preciso evitar que os teoremas apareçam como isolados uns dos outros e fazer ver o fio que os reata" (POINCARÉ, 1904:273).

Poincaré acredita que a maior parte das definições matemáticas é uma verdadeira construção. Desse modo, acha conveniente iniciar a noção a qual se está trabalhando executando a construção diante dos alunos, de modo a preparar a definição.

Considera necessário a abstenção de toda definição de volume e superfície; nos primeiros anos do curso, "uma vez que as crianças acreditam saber o que é e não reclamam" e para compreender a definição lógica é necessário saber o cálculo integral (POINCARÉ, 1904:274).

3.2.3.3. CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Pode-se estudar Cálculo Diferencial utilizando-se o método de Lagrange e o de Leibniz. É necessário que se conheça os dois. Mas, qual deles é o mais viável para o iniciante? Indaga Poincaré.

Inicialmente, com intuito de habituar os alunos a pensar em derivadas, Poincaré propõe empregar a notação de Lagrange[43], só falando em diferenciais quando os alunos estiverem aptos para fazer mudanças de variáveis. É imprescindível que o aluno aprenda a pensar em derivada, para depois conhecer a notação diferencial, pois senão, poderá se enganar com a mais simples mudança de variável.

Assim, a definição clássica tornar-se-á mais clara quando preparada a partir de exemplos concretos. Um primeiro exemplo, utilizando-se a noção de tangente e outro, a noção de velocidade.

Neste caso, Poincaré refere-se apenas à notação diferencial de primeira ordem, por considerá-la vantajosa quando se faz uso moderado dela. A notação diferencial de primeira ordem torna-se importante quando se trabalha com números infinitamente pequenos e com a teoria dos pequenos erros, um assunto importante para a Física.

Poincaré nos ensina: "Tendo, então aprendido a conhecer as derivadas, partindo do exemplo concreto da velocidade, sabendo já calculá-las e manejá-las, o aluno abordará as diferenciais de primeira ordem e aprenderá a valer-se delas, mas em condição expressa. O professor jamais escreverá: $df = \frac{df}{dx} + \frac{df}{dy}$ mas sempre: $df = f'_x\, dx + f'_y\, dy$" (POINCARÉ, 1904:277).

Para o cálculo integral, Poincaré advoga que, para o secundário, deve-se definir integral como uma superfície. Não convém distinguir funções contínuas das descontínuas; as funções que têm ou não derivadas. Os alunos do secundário acreditam saber o que é uma superfície e só perceberão que este conceito é mais sutil, após estudarem muito bem o cálculo integral. Portanto, deve-se começar do modo mais simples, definindo integral, do seguinte modo: "como a área compreendida entre o eixo dos x, duas ordenadas e a curva, mostrar que quando uma das ordenadas se desloca, a derivada desta área é precisamente a própria ordenada. É o raciocínio de Newton, é assim que o cálculo integral nasceu, e por

[43] Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) nasceu em Turim e foi professor da École Normale e da École Polytechinique, sendo considerado um dos mais notáveis matemáticos do século XVIII. Deve-se a Lagrange a notação usual para derivadas de várias ordens: f'(x), f''(x),..., $f^{(n)}$(x)... (BOYER, 1996:338).

bem ou por mal é preciso passar por onde nossos pais passaram...” (POINCARÉ, 1904:279). Para o secundário, faz-se necessário também, escolher áreas de modo que possam ser calculadas por meio da Geometria elementar.

3.2.3.4. MECÂNICA

Poincaré aconselha a utilização de derivadas, por ser vantajosa quando no trato de definições da cinemática, tais como velocidade, aceleração.

Quanto às noções de massa e força, alega que, de modo geral, os jovens que receberam educação secundária não aplicam o que aprenderam sobre as leis mecânicas no cotidiano. É como se o mundo da ciência e a realidade fossem separados. Para muitos alunos, as forças são flechas com as quais se fazem paralelogramos. Essas “flechas” são seres imaginários, que em nada se relacionam com a natureza.

Para definir força, pensa ser importante mostrar por meio de exemplos concretos, as várias espécies de força: tensão nos fios, elasticidade de uma mola, a gravidade que age em todas as moléculas de um corpo, o atrito, etc. Como também executar algumas experiências simples e bem escolhidas. Somente depois que o aluno entrar em contato experimentalmente com a noção de força é que Poincaré acha conveniente representá-la por flechas e, ainda assim, sendo necessário voltar de vez em quando com exemplos concretos.

Do mesmo modo, experiências devem anteceder a definição de massa, preparando-a. A definição de massa deve ser extraída da dinâmica, após o aluno estar familiarizado com a noção de massa, com o objetivo de fazer com que os alunos percebam a diferença entre massa e peso.

Finalizando a conferência, Poincaré admite que o ensino de Matemática na França é bom e que as melhorias por ele propostas devem ser lentas e graduais. A apresentação das noções do modo como foram propostas são necessárias como preparação para a definição lógica. É mister que o aluno ao menos perceba a sua necessidade, não devendo, portanto, substituí-la. Embora tais definições assumam caráter provisório, ainda assim, são necessárias para que se possa compreender e verificar a necessidade da definição lógica, cuja utilidade só será percebida em sua totalidade, no ensino superior.

3.3. PONTOS ESSENCIAIS DA FILOSOFIA DE POINCARÉ

Em síntese, apresentamos abaixo as principais idéias defendidas por Poincaré, em sua filosofia, apresentadas nas análises dos textos anteriores:

- os números existem como criações humanas, são construídos pela mente;
- a linguagem não transporta a verdade de uma proposição em Geometria;
- o objetivo principal do ensino matemático é desenvolver algumas faculdades da mente, entre elas a intuição;
- a intuição é a própria faculdade de invenção; representa o trabalho profundo do espírito na descoberta científica;
- a intuição percorre todos os níveis de atividade do conhecimento humano: a percepção, o entendimento, a imaginação e a razão;
- a intuição também assume o sentido de fonte de noções puras, conduzindo à noção de número natural, considerado como intuitivo, básico;
- o princípio da indução completa é considerado como um juízo sintético *a priori*, sendo assim, os conceitos devem ser construídos seguindo do particular para o geral e não inversamente;
- a maioria dos conceitos da Teoria dos Conjuntos de Cantor deveriam ser excluídas da Matemática;
- rejeição ao formalismo e ao logicismo;

- a psicologia da invenção matemática assume dois níveis: o nível inconsciente, correspondente à parte criativa, selecionando as combinações úteis de conduzir ao conhecimento; o nível consciente, responsável pela organização e justificação das combinações escolhidas;
- a falta de compreensão de uma determinada teoria matemática deve-se à falta de justificação e excesso de rigor na apresentação inicial dessa teoria;
- a compreensão de uma demonstração varia de acordo com a maturidade do estudante, devendo-se evitar, no início de uma exposição, detalhes sutis, dando ao educando uma visão geral da demonstração;
- as práticas pedagógicas encontram-se em harmonia com as leis do desenvolvimento biológico do ser; portanto, os estudantes devem refazer rapidamente, mas sem queimar etapas, o caminho que seus pais já percorreram;
- para as operações aritméticas, deve-se preparar os alunos para as definições formais, exibindo exemplos simples, retirados do cotidiano do aluno, de modo a justificá-las; recomendável também, buscar ajuda nas imagens geométricas, apelando-se para a intuição, com o intuito de facilitar a compreensão das operações aritméticas;
- em Geometria, enfatizar a demonstrações com o auxílio da imaginação visual; manusear instrumentos como compasso e a régua, além de outros materiais concretos;
- o estudo do Cálculo Diferencial deve ser introduzido por meio da notação de Lagrange; a definição clássica de derivadas tornar-se-á mais clara, se iniciada a partir de exemplos concretos, retirados inclusive, da Mecânica;
- convém iniciar o Cálculo Integral definindo integral como uma superfície, utilizando-se do raciocínio de Newton;

- para a Mecânica, deve-se definir força por meio de exemplos práticos, para depois defini-la formalmente; o mesmo procedimento deve ser usado para a noção de massa.

CAPÍTULO 4

EUCLIDES ROXO E O MOVIMENTO INTERNACIONAL RENOVADOR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

> *... atribuo ao ensino secundário a função de construir um sistema de hábitos, atitudes e comportamentos, ao invés de mobiliar o espírito de noções e de conceitos, isto é, dos produtos acabados, com os quais a indústria usual do ensino se propõe a formar o stock dos seus clientes. A educação do homem não se fará jamais mediante o sistema de receptividade passiva pelo qual se vem degradando, no ensino secundário, a inteligência da juventude.*
>
> ***Francisco Campos***

4.1. O MOVIMENTO INTERNACIONAL PARA A REFORMA DO ENSINO DA MATEMÁTICA: REFLEXOS NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA

No final do século XIX, surgiram em diversos países europeus, inúmeras revistas especializadas em Matemática, tendo como objetivo publicar os avanços obtidos nesta ciência. A Matemática achava-se então, internacionalizada. Em 1897, foi realizado o 1º Congresso Internacional de Matemática em Zurique. A partir de 1900, este congresso passou a ser realizado de quatro em 4 anos, com interrupções nesta regularidade apenas durante as duas guerras mundiais (D'AMBRÓSIO, 2000). Em paralelo a esse movimento de internacionalização e em meio às discussões filosóficas sobre como a Matemática deveria ser fundamentada, surge também o movimento internacional de reforma do ensino de Matemática, no IV Congresso Internacional de Matemática ocorrido em Roma, que culminou com a criação, em 1908, do IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), ou CIEM (Commission Internacionale de L'Enseignement Mathématique), isto é, "Comissão Internacional para o Ensino da Matemática". Este movimento, presidido por Felix Klein (1849-1925), fazia-se representar em vários países, (França, Alemanha, Inglaterra, Itália e Estados Unidos), tendo como principal objetivo discutir e tentar solucionar as dificuldades no ensino da Matemática. Um dos tópicos a ser debatido referia-se à reorientação dos métodos de ensino voltado para a intuição e suas aplicações (VALENTE, 2001c).

Os reflexos desses movimentos, tanto no que se refere às emergentes correntes filosóficas da Matemática, quanto aos questionamentos pedagógicos em relação ao seu ensino, se fizeram sentir no Brasil, tendo como conseqüência o surgimento dos novos programas de Matemática implementados no Colégio Pedro II[44], a partir de 1929. O principal responsável por tais mudanças foi o

[44] O Colégio Pedro II foi criado em 1837, sendo a primeira escola secundária pública a apresentar um plano gradual e integral para o ensino secundário. A partir de sua criação, os alunos eram promovidos por série, não mais por disciplina. O ensino secundário não era obrigatório, ou seja, não havia necessidade de se possuir diploma para candidatar-se a uma vaga no ensino superior. Bastava ter idade mínima de 16 anos e ser aprovado nos exames preparatórios. No entanto, os alunos que chegavam ao final do curso obtinham o título de bacharel em Letras além de garantir a matrícula em qualquer ensino superior, sem necessidade de prestar os exames preparatórios (MIORIM,1998:87). A partir de 1890, o ensino secundário sofreu modificações significativas, com a Reforma Benjamin Constant. Por meio dela, foram extintos os exames parcelados passando-se a exigir, para o ingresso no curso superior, a realização de estudos regulares nas escolas particulares ou oficiais e a aprovação nos exames de madureza realizados ou no Colégio Pedro II, então denominado Ginásio Nacional, ou nos estabelecimentos de ensino a ele equiparados.

professor Euclides Roxo, defensor das propostas pedagógicas sugeridas por Klein.

4.2. A TRAJETÓRIA DE UM EDUCADOR

O professor de Matemática Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, com seu trabalho e por força de sua influência política, foi responsável direto pelas propostas de mudanças radicais na estrutura do ensino de Matemática brasileiro. Ocupou um dos cargos mais elevados no que concerne o ensino secundário, até meados do século XX, qual seja, diretor do Colégio Pedro II, que na ocasião representava o que havia de melhor na educação brasileira.

Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu na cidade de Aracaju, Sergipe, em 10 de dezembro de 1890. Foi um dos mais brilhantes alunos do Colégio Pedro II.

Em 1909, concluiu o curso de bacharelado do Pedro II em seis anos, obtendo distinção grau dez em todos os exames das disciplinas cursadas, desde o de admissão até o último[45]. Roxo formou-se em engenharia civil pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro em 1916.

Euclides Roxo ao iniciar sua vida profissional em 1915, permaneceu como professor substituto de Aritmética do Colégio Pedro II, pelo prazo de três anos[46]. Com o falecimento do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, assume a cátedra[47], em 1º de outubro de 1919, em conformidade com o artigo 42 do Decreto 11530, assinada pelo Presidente da República Epitácio Pessoa (APER, ER.T.2.016). Como professor do Colégio Pedro II, regeu aulas em todas as séries

---

[45] Naquela época, o curso secundário completo tinha duração de seis anos. Após o curso primário era obrigatório o exame de admissão para ingresso no secundário (MACHADO, 2002). O Livro de Atas de Exames do Internato Nacional Bernardo de Vasconcelos, (denominação que se dava ao Internato do Colégio Pedro II na época), certifica a aprovação de Euclides Roxo, com distinção em todas as matérias com grau 10. O documento está assinado pelos professores Sílvio Romero, Oiticica de Menezes, João Ribeiro e M. Silva (Atas doc.1. imagem 173).

[46] Documento assinado por Carlos Maximiliano Pereira dos Santos, Ministro do Estado da Justiça e Negócios Interiores em nome do Presidente da República, em 30 de dezembro de 1915 (APER, ER.T.2.012).

[47] Um professor catedrático era aquele que, submetido a um rigoroso concurso, defendia alguma idéia inovadora e arrojada em alguma área do conhecimento. Além disso, era necessário grande domínio em outras disciplinas. A cátedra era vitalícia. Maiores detalhes sobre a trajetória histórica dos professores catedráticos de Matemática, ver PRADO, (2002).

do curso, inclusive a 6ª, que se destinava à preparação para o vestibular da Escola Politécnica (APER, ER.T.1.007).

Em 1923, lança o livro “Lições de Aritmética” adotado neste mesmo ano pelo Colégio Pedro II. Na medida em que este colégio era modelo para os demais estabelecimentos de ensino existentes no país, o livro de Euclides Roxo foi muito bem aceito, difundindo-se por todo o Brasil, podendo ser considerado como precursor de suas propostas modernizadoras (VALENTE, 2000 a).

A partir de 1925, Euclides Roxo assume a direção do Externato do Colégio Pedro II, permanecendo neste cargo até 1930. Nesta posição privilegiada, e levando em conta o fato de estar sempre atualizado com os lançamentos de livros de Matemática, fazem com que, em 1927, lance sua proposta de renovação do ensino da Matemática para a Congregação do Colégio Pedro II. Sua proposta coincide com o movimento de reforma do ensino da Matemática que já vinha ocorrendo em alguns países desenvolvidos da Europa.

Foi, desse modo, o primeiro a procurar introduzir no Brasil, os pontos de vista inseridos no moderno movimento de reforma iniciado na Alemanha, por Felix Klein. Nos dizeres do próprio Roxo, em documento que discrimina dados relativos à sua vida profissional, verifica-se sua ativa participação na Reforma Francisco Campos e sua adesão ao movimento internacional:

> Convidado pelo ministro Francisco Campos para elaborar os novos programas de Matemática baixados com o decreto 19890 de 18 de abril de 1931, redigiu os programas e as instruções pedagógicas para o ensino dessa disciplina de acordo com as modernas tendências e com os pontos de vista que foi o primeiro a preconizar entre nós. Tais instruções se encontram às págs. 51 a 60 do folheto “Organização do Ensino Secundário” junto a uma carta do prof. Hahniemam Guimarães, ex-assistente técnico do ministro na qual o mesmo atesta o que acima foi afirmado (APER, E.R.T.1.007).

A reforma, sugerida por Euclides Roxo, é implantada no Colégio Pedro II, a partir de 1929. Ainda em 1929, Euclides Roxo lança novo livro, “*Curso Matemática Elementar*”, volumes I, II e III, apresentando a fusão dos conteúdos de Aritmética, álgebra e Geometria. Apesar de não ter a mesma aceitação que o anterior, “*Lições de Aritmética*”, o qual continuava a ser bastante utilizado, o novo didático foi adotado pelo Colégio Pedro II.

Publicou ainda, as seguintes obras didáticas, em colaboração com os professores Henrique Costa e Otávio de Castro: “*Exercícios de aritmética*”, “*Exercícios de álgebra*”, “*Exercícios de geometria*” e “*Exercícios de trigonometria*” (APER, E.R.T.1.007); em colaboração com Cécil Thiré e Julio César de Mello e Souza[48]: “*Curso de matemática*” 3º, 4º e 5º anos. Em 1937 publicou “*A matemática na educação secundária*”.

Euclides Roxo assumiu a direção do Internato do Colégio Pedro II em 1931, e nele permaneceu até 1935, quando pede afastamento (TAVARES,2002). Oficialmente, sua exoneração data de 25 de agosto de 1937, em documento assinado pelo Presidente da República Getúlio Vargas e pelo Ministro da Educação e Saúde, Gustavo Capanema (APER, E.R.T.2.065).

Cumpre também acrescentar que Euclides Roxo foi professor de Aritmética e Álgebra na Escola de Marinha Mercante do Rio de Janeiro, catedrático concursado do Instituto de Educação, Diretor da Divisão do Ensino Secundário do Ministério da Educação e Saúde, membro da Associação Brasileira de Educação, participou da Comissão Nacional do Livro Didático, chegando à presidência dessa mesma comissão. Fez parte ainda, da comissão responsável pela elaboração dos programas do curso ginasial, durante a gestão de Gustavo Capanema[49].

Euclides Roxo faleceu em 21 de setembro de 1950, no Rio de Janeiro.

---

[48] Cécil Thiré, professor catedrático de matemática do Colégio Pedro II, filho do também catedrático de matemática do mesmo estabelecimento, Arthur Thiré (1853-1910). Julio César de Mello e Souza (1895-1974), o conhecido Malba Tahan, foi professor interino do Colégio Pedro II. Apenas em 1954, Malba Tahan obteve o título de docente, ocasião em que foi considerado pela Congregação do Pedro II como possuidor de “notório saber”. Thiré, Mello e Souza apoiaram as propostas de Roxo para os novos programas de 1930, que foram aprovados pela Congregação, conforme o registro efetuado na Ata da sessão de 14 de novembro de 1930 (TAVARES,2002).

[49] Gustavo Capanema (1900-1985) ocupou o cargo de Ministro da Educação e Saúde em 1934, permanecendo à frente deste ministério até 1945 (DASSIE, 2001).

4.3. EUCLIDES ROXO E SEUS OPOSITORES

A fim de defender suas idéias modernizadoras, Euclides Roxo lança mão dos métodos de ensino inseridos no moderno movimento de reforma iniciado na Alemanha, introduzidos por Felix Klein, cuja principal proposta é a de incorporar, numa só disciplina, os ramos da Matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) até então ensinados em separado. Outras idéias igualmente inovadoras são adicionadas, tais como, utilizar a noção de função como eixo de fusão das diversas partes da Matemática, permitindo ao estudante a familiarização com os fenômenos científicos e também com situações do cotidiano (VALENTE, 2000 b).

Seus pares, que não concordavam com esta proposta inovadora, eram minoria naquela ocasião, no Colégio Pedro II. Assim sendo, Euclides Roxo consegue fazer as modificações almejadas, auxiliado por, entre outros, Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza, lentes do mesmo estabelecimento de ensino. As modificações foram implantadas a partir da primeira série e seriam gradativamente adotadas nas séries seguintes, de forma a permitir ajustes e promover a participação de professores, com críticas e sugestões no processo que estava sendo colocado em prática. No entanto, com a precipitação dos fatos políticos decorrentes do governo provisório de Vargas, aquelas modificações foram aceleradas, quando da Reforma Francisco Campos.

Por terem sido adotadas no Colégio Pedro II, as propostas inovadoras no ensino da Matemática, espalham as idéias modernizadoras por todo país. Esta iniciativa recebeu manifestações de aplauso e elogios, as quais destacamos: voto unânime do conselho Diretor da ABE; carta do prof. Everardo Backheuser, catedrático da Escola Politécnica; carta do prof. Barbosa de Oliveira, catedrático da Escola Politécnica; artigo de crítica de João Ribeiro; carta do prof. Jonathas Serrano; carta do prof. Lelio Gama, da Escola Politécnica e do Observatório Nacional (APER, E.R.T.1.007). Surge, também, em conseqüência, forte resistência por parte de profissionais ligados ao ensino tradicional da Matemática.

O professor Ramalho Novo foi o primeiro a se manifestar publicamente contra a reforma de ensino recém-implantada, por considerá-la antipedagógica.

São suas as palavras, fazendo apelo ao professor Roxo, publicadas no *Jornal do Commercio* em 11 de janeiro de 1931: “Escreva artigo doutrinários, com citações eruditas em línguas diversas; mas, poupe a mocidade da nossa terra a vergonha de ter de comprar compêndios que todo professor criterioso tem o dever de repudiar, por funestos e danosos à formação intelectual de seus discípulos” (E.R.T.4.098). Nesse artigo Ramalho Novo argumenta que os livros de Roxo são copiados do livro de Ernst Breslich, contendo as mesmas tolices e erros do professor americano.

O professor Tenente Coronel Sebastião Fontes, da Escola Militar, também foi contrário às novas alterações no ensino da Matemática. Defensor do positivismo, criticava o ensino simultâneo dos ramos da Matemática, em oposição à ordem tradicional propugnada nos programas da escola positivista. Sustentou seu ponto de vista em publicação no mesmo *Jornal do Commercio* em 06 de abril de 1930: “Alguns professores, ampliando excessivamente afirmações de matemáticos notáveis da atualidade, chegaram à conclusão que as partes constitutivas da Matemática, Aritmética, Álgebra, Geometria Analítica e até o Cálculo Transcendente devem ser propiciadas aos alunos de mistura, assim à moda de uma salada de frutas” (E.R.T.4.094).

O professor Almeida Lisboa, catedrático de Matemática do Colégio Pedro II, foi um dos críticos mais implacáveis de Euclides Roxo, atacava especialmente o caráter utilitário e prático adotado no novo programa (DASSIE, 2000:29).

Vejamos parte de um artigo do professor Lisboa, quando faz considerações às propostas de seu antigo aluno, o professor Roxo:

> Na qualidade do mais antigo professor catedrático do Colégio Pedro II, declaro não ter colaborado, nem de leve, nos seus atuais programas de Matemática.
>
> Sou fundamentalmente contra eles: não os considero sequer programas de ensino, porque tudo destroem.
>
> ... Os livros em que o Sr. Roxo expõe o seu programa, são excessivamente infantis. Suas aplicações práticas são ilusórias e de nenhum alcance. Neles não há vestígio da mais simples demonstração de qualquer teorema, por mais elementar que seja; existem apenas verificações materiais, e portanto imperfeitas e grosseiras.
>
> Desapareceu o raciocínio modelar, característico de uma demonstração da própria

> Matemática. Há noções erradas ou imprecisas. Foi abolido tudo o que era útil ao desenvolvimento intelectual do aluno (E.R.T.4.097), (JORNAL DO COMMERCIO, 28/12/1930).

Tais críticas às suas idéias pedagógicas fizeram com que o professor Euclides Roxo procurasse igualmente, no mesmo jornal, defender a reforma aprovada para o Colégio Pedro II. A partir de 30 de novembro de 1930, começa a expor os motivos que o levaram a se engajar no movimento de renovação do ensino de Matemática, baseando-se no que já estava ocorrendo na Europa e Estados Unidos. Estes artigos, intitulados "*O ensino da matemática na escola secundária*" foram publicados sempre aos domingos, até 1º de março de 1931. A partir do quinto artigo, o professor Roxo passa a se defender das críticas ferrenhas de Almeida Lisboa. Roxo e Lisboa travam pelo jornal, acirrado debate, verdadeira batalha em defesa de suas idéias, enveredando até para ofensas pessoais.

4.4. A REFORMA FRANCISCO CAMPOS

Segundo Nagle, o entusiasmo educacional e o otimismo pedagógico são características marcantes no final da 1ª República, de tal forma que a sociedade brasileira, para ser analisada adequadamente, não pode prescindir desses acontecimentos:

> A manifestação desse clima cultural é tão intensa que tende a ofuscar o conjunto dos outros acontecimentos que se desenrolam nos setores político, econômico e social. Diante das modificações setoriais, da efervescência ideológica e dos movimentos político-sociais, a escolarização foi percebida como um instrumento de correção do processo evolutivo e como uma força propulsora do progresso da sociedade brasileira.
>
> A crença nos poderes da escolarização difundiu-se amplamente no período, o que se demonstra pela ocorrência de várias iniciativas e reformas, dos Governos Federal e Estaduais, no campo da escolarização; durante todo o período da história brasileira, até 1930, não se encontra outra etapa tão intensa e sistemática discussão, planejamento e execução de reformas da instrução pública (NAGLE, 1974:125).

Antes de 1930, cada província do Brasil trabalhava de forma autônoma, assim sendo, também ficava a critério de cada uma delas, a administração da parte educacional de seu território. Com a vitória da Revolução, formou-se o Governo Provisório, tendo Getúlio Vargas[50] como presidente. Getúlio incorpora a idéia do nacionalismo, surgindo a centralização do poder, de modo que os estados perdem sua autonomia. Nesta ambiência política, com a implantação do governo provisório, Vargas tratou de organizar o ministério, chamando Francisco Campos[51] para a pasta da Educação e Saúde Pública.

O Ministério da Educação, na gestão Campos, considerava o ensino secundário de importância primordial para o sistema educacional. Mais do se preocupar com o ingresso dos estudantes nos cursos superiores, sua finalidade deveria ser para com o cidadão, habilitando-o a tomar por si mesmo as decisões mais convenientes e seguras para sua vida (DASSIE, 2001:3). Dessa forma, considerou necessário estabelecer um controle de modo a garantir que as funções do ensino secundário fossem realmente cumpridas. Neste sentido, empreendeu a reforma do ensino secundário, em 18 de abril de 1931, por meio do decreto nº19890 que foi consolidada em 4 de abril de 1932. Esta reforma não só definiu um currículo orientado para a formação cultural e de elite como também criou um sistema nacional de inspeção para o curso secundário, composto por uma rede de inspetores regionais, com o objetivo de garantir que o ensino desejado estivesse efetivamente sendo ministrado nos colégios particulares e nas redes estaduais. Logo, para que uma escola obtivesse equiparação com o Colégio Pedro II, fazia-se necessário submeter-se à inspeção realizada pelo ministério, durante pelo menos dois anos. Os custos de inspeção das escolas privadas ocorriam às suas próprias expensas, sendo estas justificadas por poderem, a partir da equiparação, emitir diplomas de curso legal, obtendo assim, acesso à universidade. Os exames parciais e finais que até então eram

[50] Getúlio Dornelles Vargas (1883-1954), gaúcho da cidade de São Borja , foi figura dominante na política brasileira em regime de caráter marcadamente ditatorial durante o período de 1930 a 1945, e de 1951 a 1954, quando foi eleito presidente pelo voto popular (SKIDMORE, 1996).

[51] Francisco Luis da Silva Campos (1891-1968), natural de Dores do Indaiá, Minas Gerais, formado em Direito, foi Secretário do Interior do governo de Antonio Carlos em Minas Gerais, colaborando ativamente na reforma do sistema educacional mineiro. Sua experiência no setor educacional mineiro contribuiu para que Getúlio Vargas o escolhesse para o Cargo de Ministro da Educação e Saúde. Foi também Consultor Geral da República (1933-1937) e Ministro da Justiça (1937-1941) (ROCHA, 2001).

controlados pelo Colégio Pedro II, passaram a ser controlados por essa inspeção[52] (SCHWARTZMAN, 1979).

Pouco antes da reforma de Campos, em plena movimentação dos militares para investir Getúlio Vargas como chefe do Governo Provisório, mais precisamente em 25 de outubro de 1930, encontramos o professor Euclides Roxo como diretor do Externato Pedro II[53]. Ligado à República Velha[54] e publicamente avesso às novas modificações governamentais, coloca seu cargo à disposição, uma vez que tal cargo era de confiança, e, portanto, de livre nomeação pelo presidente da República.

A esse respeito, encontra-se no APER (E.R.T.3.123), um relato manuscrito de Euclides Roxo intitulado "*Minha exoneração do Pedro II em 1930*". Nele, Euclides Roxo descreve em detalhes o que ocorrera no dia 25 de outubro daquele ano.

Apesar disso, em dezembro de 1930[55], Euclides Roxo volta a assumir importante cargo no Colégio Pedro II, desta vez como diretor do Internato, cargo este que ocupou até 1937[56]. No mesmo dossiê de sua exoneração, encontra-se outro manuscrito, intitulado "*A minha nomeação para Diretor do Internato*". Adotando o mesmo estilo empregado no manuscrito anterior, e ao sabor de uma narrativa detalhista e cronológica, Roxo vai citando os acontecimentos ocorridos entre os dias nove e treze de dezembro de 1930. Segundo esta narrativa, o Ministro da Justiça e Saúde, Francisco Campos, ao ser perquerido sobre a indicação do nome de Euclides Roxo, uma vez que este "nome estava na lista dos mais entusiastas do governo deposto", alegara que sua atitude em nada impedia

---

[52] Tal concepção de inspeção e reconhecimento continuou sendo mantida ainda na legislação de 1942 (SCHWARTZMAN, 1979).

[53] Euclides Roxo foi nomeado interinamente Diretor do Externato do Colégio Pedro II em 19 de agosto de 1925. Assina o documento de nomeação Afonso Pena, Ministro de Estado da Justiça e Negócios Interiores, em nome do Presidente da República. Esta nomeação foi ratificada em 3 de março de 1926, assinada pelo Presidente da República Arthur Bernardes e por Afonso Pena (APER, ER.T.2.022 - ER.T.2.024).

[54] Era conhecida a posição anti-revolucionária de Roxo. Ele era casado com Marília de Alencar Roxo, neta do Almirante Alexandrino Faria de Alencar, o qual participou como Ministro da Marinha na maioria dos governos da República Velha (VALENTE, 2002).

[55] Nomeado em 08/12/30, e empossado em 11/12/1930. Assinam os documentos, Getúlio Vargas e Francisco Campos, (APER, E.R.T.1.024).

[56] Marília, esposa de Euclides Roxo, era também sobrinha de Armando de Alencar, que foi Ministro do Supremo Tribunal Federal no Governo Vargas (VALENTE, 2002). Encontra-se no APER, uma cópia de bilhete de Armando de Alencar para Getúlio Vargas, solicitando a indicação de Euclides Roxo para o cargo de Diretor do Externato do Colégio Pedro II (APER, E.R.T.1.067).

o Governo em solicitar aquela colaboração, posto que se fazia necessária ao melhoramento do ensino, ainda mais naquele momento, quando “pretendia empreender grandes reformas, principalmente no ensino secundário, que é o que mais precisa ser melhorado” (ER. T.3.123).

Euclides Roxo aceita o convite do ministro, considerando especialmente as declarações já referidas daquele auxiliar do presidente, bem como o comunicado publicado no “*Correio da Manhã*”, no qual se solicitava a sua nomeação. São palavras do professor Roxo: “... só me restava aceitar o cargo, pois não podia recusar ao meu país e à casa da educação, os serviços que me eram solicitados...” (ER. T.3.123).

Em 1931, Francisco Campos, convida Euclides Roxo para participar da comissão que tratará da reforma do ensino brasileiro, que aceita participar da elaboração dos novos programas de Matemática do novo governo. Dessa forma, as modificações no ensino ocorridas no Colégio Pedro II, acabaram por ser introduzidas em todo o país.

Euclides Roxo, ao propor a reforma do ensino secundário de Matemática, apropriou-se das novas idéias que estavam em plena efervescência nos países desenvolvidos, conseguindo, por meios legais, a aprovação da reforma de ensino da Matemática, tomando como modelo a reforma do ensino francês e alemão.

Para que se possa perceber a importância desta mudança, cabe lembrar, que naquela época, havia as Matemáticas, quais sejam: a Álgebra, a Geometria e Aritmética. Os professores prestavam concursos independentes para o que são hoje disciplinas que compõe a ciência Matemática. Euclides Roxo, seguindo as orientações metodológicas internacionais, ousou modificar esta estrutura, a partir de 1929, no Colégio Pedro II e 1931, para todo país, passando a ser ministrada apenas a disciplina Matemática, por meio da junção dos ramos Aritmética, Álgebra e Geometria numa só disciplina, unificação até hoje conservada.

Assim, para o Colégio Pedro II, em 1929, o ensino de Matemática passou por uma completa renovação, seguindo as orientações pedagógicas internacionais sendo que a reforma atingiria inicialmente apenas os alunos que cursariam o primeiro ano, atingindo a partir de 1930, também o segundo ano e assim sucessivamente.

A Reforma Francisco Campos, no que se refere ao ensino da Matemática, acatou quase que integralmente as idéias modernizadoras propostas por Euclides Roxo, até então colocadas em prática somente no Colégio Pedro II. No entanto, sua implantação deu-se de forma abrupta, isto é, ao invés de um procedimento gradual como fora pensado de início, estas foram introduzidas simultaneamente para todas as séries de ensino no país. A partir de então, teremos apenas a disciplina Matemática, ao invés da clássica separação em três ramos (Aritmética, Álgebra e Geometria). Além disso, o ensino secundário passou a ter dois ciclos: um fundamental (5 anos) e outro complementar (2 anos), visando a preparação para o curso superior e evitando que o ensino secundário permanecesse meramente propedêutico, isto é, servindo apenas de preliminar para o ensino superior (MIORIM, 1998:95).

Miorim ainda nos esclarece que, na Reforma Francisco Campos, "o objetivo do ensino de Matemática deixava de ser apenas o 'desenvolvimento do raciocínio', conseguido através do trabalho com a lógica dedutiva, mas incluía, também, o desenvolvimento de outras 'faculdades' intelectuais, diretamente ligadas à utilidade e aplicações da Matemática".

Euclides Roxo, como se pode notar, ao participar da primeira reforma de ensino na República Nova, inspirando-se no movimento de renovação internacional do ensino da Matemática, trouxe à tona problemas relativos ao ensino da disciplina, provocando discussões acaloradas em todo o Brasil, especialmente no Rio de Janeiro, sede do governo federal.

CAPÍTULO 5

AS IDÉIAS PEDAGÓGICAS DE EUCLIDES ROXO

... a falta de interesse do aluno médio pela Matemática se explica, não pela ausência de uma faculdade especial, mas pela circunstância de que, sendo ele um ser humano, a Matemática, apesar de prenhe de interesse humano, não lhe é apresentada de maneira humana.

Euclides Roxo

5.1. AS PUBLICAÇÕES DO PROFESSOR EUCLIDES ROXO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste capítulo, com o intuito de identificar pontos de convergência entre os pensamentos de Poincaré e Euclides Roxo, buscaremos analisar, em ordem cronológica, publicações de autoria do professor Roxo, obedecendo ainda, a seguinte seqüência:

- os livros didáticos: "*Lições de aritmética*" (1923); "*Curso de matemática elementar*" volumes I, II e III (1929 a 1931);
- o artigo "*O ensino da matemática na escola secundária*" publicado na revista SCHOLA em novembro de 1930;
- artigos publicados no "*Jornal do Commercio"*, no período que compreende novembro de 1930 a março de 1931; também daremos destaque à polêmica mantida por Euclides Roxo e Almeida Lisboa, no "*Jornal do Commercio*" durante o período de dezembro de 1930 a fevereiro de 1931. Nosso interesse, neste caso, é de buscarmos, por meio desta controvérsia, argumentos de Euclides Roxo que se sobressaiam, e que exprimam verdadeiramente, suas idéias pedagógicas, considerando, como nos lembra Pestre (1998), que "as análises das controvérsias são instrumentos sobremaneira eficazes na luta contra as leituras anacrônicas – e notadamente aquelas da história julgada".
- faremos ainda, uma pesquisa junto ao programa oficial de ensino de Matemática de 1931, expresso através do Decreto 19.890 de 18/04/1931, uma vez que este programa foi proposto por Euclides Roxo e integralmente aceito pelo Ministério da Educação (ROCHA, 2001: 197-200);
- os capítulos do livro "*A matemática na educação secundária*", e do artigo "*A matemática e o curso secundário*", ambos de cunho especificamente pedagógico, publicados em 1937.

5.1.1. DOS LIVROS DIDÁTICOS

5.1.1.1. ROXO, Euclides. *LIÇÕES DE ARITMÉTICA*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1923.

Iniciamos com uma análise do prefácio da obra "*Lições de aritmética*", publicada pela primeira vez em 1923 e oficialmente adotado no Colégio Pedro II. Como poderemos verificar no decorrer da análise desta primeira obra, Euclides Roxo seguia um modelo de ensino tradicional. Não se percebe ainda, influências das idéias defendidas pelo movimento internacional para a reforma da Matemática, tampouco das idéias de Poincaré.

Na introdução da obra, o autor nos esclarece o principal motivo pela qual foi destinada, qual seja, aos candidatos a exames preparatórios, satisfazendo também aos programas exigidos nos exames de admissão das Escolas Politécnicas, Militar e Naval.

Para obter êxito em suas pretensões, Euclides Roxo esclarece aos seus leitores que procurará alongar um pouco mais as definições expostas na obra, procurando tornar clara e precisa a significação de cada operação elementar, objetivando melhor compreensão dessas definições e suas propriedades:

> A compreensão exata dessas definições e propriedades têm muito mais importância que a demonstração e o enunciado das regras, o qual, em rigor, podia ser suprimido e estivemos a pique de fazê-lo: ninguém aprende uma operação decorando a respectiva regra (ROXO, 1923).

O capítulo II, página 17, inicia-se com seguinte definição de Adição: "Sendo dadas várias coleções de objetos, chama-se soma dos números de objetos dessas coleções o número de objetos da coleção formadas pela reunião das diferentes coleções dadas". A seguir, é feito um breve comentário sobre a nomenclatura utilizada para os números que participam da operação e, por meio de exemplo, procura levar o estudante a perceber que a soma de seus termos é independente da ordem estipulada. Não há preocupação, por parte do autor, em preparar a definição de adição por meio de exemplos concretos, mostrando ao leitor o que vem a ser a operação adição.

O capítulo III inicia-se também com a seguinte definição de subtração: ”Dados dois números, *a* e *b*, tais que o primeiro, chamado minuendo, seja maior que o segundo, chamado subtraendo, chama-se diferença entre esses dois números, ou excesso do primeiro sobre o segundo, um terceiro número que, somado com o segundo, reproduza o primeiro” (ROXO, 1923: 23). Note-se que, toda a explicação que se segue, inclusive os teoremas relativos à subtração, o autor utiliza dados algébricos, ou seja, utiliza-se de letras, somente ocorrendo mudança a partir da página 27, quando, para estabelecer as regras da teoria da subtração, passa a fazê-lo por meio de exemplos numéricos.

No capítulo IV, página 31, tem-se a seguinte definição de multiplicação: “Sendo dados dois números, denominados multiplicando e multiplicador, chama-se produto do multiplicando pelo multiplicador a soma de tantas parcelas iguais ao multiplicando quantas são as unidades do multiplicador”. Na página seguinte, o autor exibe o seguinte teorema: “O produto de dois fatores não se altera quando se muda a ordem dos fatores”. Neste caso, observamos que Euclides Roxo não demonstra este teorema, limitando-se a exemplificar com dados numéricos, mais precisamente, mostrando ao estudante que 4 X 5 = 5 X 4, utilizando, para esta finalidade, vinte pequenos traços dispostos em quatro filas iguais, com cinco elementos cada uma delas.

Assim Euclides Roxo define divisão, no capítulo V:

> A divisão é um caso particular da subtração; ela tem por fim, dados dois números, subtrair o menor do maior, sucessivamente, enquanto for possível. Assim, dados os números 37 e 5, de 37 devemos subtrair 5 e achamos 32; deste resultado subtrair novamente 5 e achamos 27 e assim por diante até chegarmos ao resto 2, de onde não se pode mais tirar 5. O primeiro número chama-se *dividendo,* o segundo *divisor*; o número de subtrações sucessivas chama-se *quociente*, que no caso acima é 7, e o resto da última subtração chama-se *resto* da divisão [Grifo do autor] (ROXO, 1923: 47).

Para a divisão, Euclides Roxo não se propõe a mostrar, por meio de exemplos, que somando diversas vezes as parcelas iguais entre si, obteremos o produto delas.

Assim como nas operações usuais da Aritmética já citadas, Euclides Roxo inicia o assunto referente às frações, expondo de imediato sua definição e notação usual. Desta forma, observa-se que não acata as sugestões de Poincaré, que recomenda iniciar o estudo das frações com exemplos simples, e pouco a pouco ir introduzindo as abstrações concernentes ao conteúdo tratado. Tampouco constatamos as demonstrações das propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação, como forma de justificar sua definição.

Comparando, pois, as definições expostas nesta obra, com as recomendações pedagógicas de Henri Poincaré, percebemos que no caso da adição e da subtração, não há, conforme recomenda Poincaré, uma preparação de modo a vir justificá-las. Contrariamente às posições de Poincaré, Euclides Roxo limita-se a definir a adição como um simples ato de juntar, não mostrando ao aluno exemplos concretos do que vem a ser a adição; quanto à subtração, logo após sua definição, o autor trata de mostrar que esta operação é a inversa da adição, sem antes exibir, como sugere Poincaré, alguns exemplos mostrando a reciprocidade das operações.

Enfim, em todos os capítulos analisados, verificamos que Euclides Roxo não prepara o leitor com exemplos familiares para num momento posterior, introduzir gradativamente a definição lógica a eles referente. Nota-se, em todos os capítulos que tratam dessas operações, um esforço do autor em inserir, à medida do possível, números representados por letras, buscando, ao nosso ver, a definição lógica de modo rápido, quando não o faz de imediato. Observa-se também a tentativa de junção entre a Aritmética e a Álgebra, indicando o prenúncio da sua proposta, em 1927, da unificação dos vários ramos da Matemática.

Embora Euclides Roxo considere, como Poincaré, a importância da compreensão das definições, nesta obra seus métodos de ensino diferem daqueles defendidos por Poincaré. Entre as diferenças, constata-se a quase nenhuma inclusão de imagens geométricas em suas explicações; a falta de preparação anterior por meio de exemplos particulares até chegar ao enunciado geral.

A esse respeito, o próprio Euclides Roxo faz comentários em artigo publicado no *Jornal do Commercio* de 28 de dezembro de 1930, em resposta às críticas proferidas pelo professor Almeida Lisboa, no mesmo jornal. Ao final do artigo, em represália à acusação do professor Lisboa de que a reforma promovida pelo professor Roxo não iria subsistir, posto que esta era "*um crime contra a mocidade e o Brasil*", assim se manifesta:

> Crime "contra a mocidade e o Brasil" eu já cometi, em matéria de ensino, quando estava sob a tutela intelectual do meu prezado mestre!
>
> Crime de que me penitencio, perpetrei-o, sim, martirizando turmas e turmas, de meninos de 10 a 15 anos, com aulas que absolutamente não estavam ao alcance das suas inteligências tenras!
>
> Crime de que tenho remorsos, pratiquei-o, é certo, mas quando tentava meter na cabeça daquelas pobres crianças as minhas "Lições de Aritmética" e as "Lições de Álgebra" do professor Almeida Lisboa, despertando nelas o invencível horror pela Matemática! (E.R.T.4.097), (ROXO, 1930g).

Como podemos verificar, Euclides Roxo, mostra-se extremamente crítico em relação à metodologia de ensino empregada no seu compêndio "Lições de Aritmética", fato que vem a corroborar com nossas observações, sobre a pouca ou nenhuma apropriação neste compêndio, das idéias de Poincaré.

5.1.1.2. ROXO, Euclides. *CURSO DE MATEMÁTICA ELEMENTAR*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, v. I, 1929.

A obra "Curso de Matemática elementar", volume I, de Euclides Roxo, foi publicada em 1929, destinando-se aos alunos da primeira série secundária e redigida de acordo com o programa aprovado pela Congregação do Colégio Pedro II.

Vamos nos ater, primeiramente, ao seu prefácio, posto que Euclides Roxo inicia sua exposição com trechos extraídos da conferência pronunciada por Henri Poincaré, no Museu Pedagógico de Paris em 1904, intitulada "Les définitions générales en mathématiques", sobre a qual já nos referimos anteriormente.

O professor Roxo começa por fazer menção ao assunto principal tratado por Poincaré naquela conferência, qual seja, a incompreensão que a maioria dos alunos manifesta pela ciência Matemática.

Para tanto, prefere citar e manter todos os trechos em francês, não fazendo sobre eles qualquer referência. Percebe-se assim, a importância e o respeito que Poincaré lhe inspira, uma vez que as palavras e ensinamentos desse filósofo sequer precisariam ser complementadas ou comentadas, cuja simples leitura por si só, haveria de esclarecer o leitor.

No sentido de melhor elucidar o que foi tratado no prefácio da obra do professor Roxo (1929:5-6), passamos a traduzir e transcrever partes do artigo de Poincaré, mencionadas em seus primeiros parágrafos:

> Como há tantas mentes que se recusam a compreender a Matemática? Não há aí alguma coisa de paradoxal? Como é uma ciência que só faz apelo aos princípios fundamentais da lógica, ao princípio de contradição, por exemplo, àquilo que representa por assim dizer o esqueleto de nosso entendimento, àquilo que não se saberia despojar sem parar de pensar, e há pessoas que a acham obscura! E ainda estão em maioria!

Que eles sejam incapazes de inventar, tudo bem, mas que eles não compreendam as demonstrações que lhes são expostas, que permaneçam cegos quando lhes apresentamos uma luz que nos parece brilhar com um brilho puro, é isto que é prodigioso.

> E, entretanto, não é preciso ter uma grande experiência em exames para saber que estes cegos não são de modo algum exceção? Há aí um problema que não é fácil de resolver, mas que deve preocupar todos aqueles que querem se dedicar ao ensino (POINCARÉ,1904:257-258).
>
> Em outras palavras, nós devemos obrigar os jovens a mudar a natureza de seu espírito? Uma tentativa dessa seria vã; nós não possuímos a pedra filosofal que nos permitiria transmutar uns nos outros os metais que nos são confiados; tudo o que podemos fazer é trabalhá-los nos acomodando às suas propriedades (POINCARÉ,1904:259).

> ... sem dúvida é difícil para um mestre ensinar o que não o satisfaz inteiramente; mas a satisfação do mestre não é o único objetivo do ensino; deve-se em primeiro lugar preocupar-se em como é o espírito do aluno e no que queremos que ele se torne (POINCARÉ,1904:265).

> O educador deve fazer a criança passar por onde passaram seus pais; mais rapidamente, mas sem queimar etapas. Por essa razão, a história da ciência deve ser nossa primeira orientação (POINCARÉ,1904:265).

> O objetivo principal do ensino matemático é desenvolver algumas faculdades do espírito e entre elas a intuição não é a menos preciosa. É por ela que o mundo matemático permanece em contato com o mundo real e quando a Matemática pura puder passar sem ela, é preciso sempre ter recursos para encher o abismo que separa o símbolo da realidade. O prático terá sempre necessidade dela e para um geômetra puro deve haver cem práticos (POINCARÉ,1904:266).

> É na exposição dos primeiros princípios que é preciso evitar muita sutileza; lá ela seria mais desagradável e, além disso, inútil. Não se pode tudo demonstrar e não se pode tudo definir; (...) e será preciso sempre recorrer à intuição; não importa fazê-lo um pouco mais cedo ou um pouco mais tarde, ou mesmo lhe pedir um pouco mais ou um pouco menos, contanto que servindo-nos corretamente das premissas que ela nos forneceu, nós aprendêssemos a raciocinar corretamente (POINCARÉ, 1904:268).

Logo após, Euclides Roxo passa a se referir a Felix Klein, que considera, assim como Poincaré, os dois maiores matemáticos de sua época. Direciona o artigo para as duas tendências existentes na Matemática, segundo a visão de Klein. A saber:

- A primeira, lógica e analítica, que divide a ciência em partes devidamente marcadas, estudando-as na medida do possível em separado. Tem como ideal, o estudo lógico de cada divisão por si mesma.
- A segunda, caracterizada por intuitiva, experimental e sintética, pretende abranger as várias divisões da ciência Matemática sob um mesmo ponto de vista, compreendendo a ciência como um todo.

Ao que acrescenta, estar a Matemática impregnada quase exclusivamente, da primeira tendência. No seu ponto de vista, qualquer reforma do ensino da Matemática necessita, pois, de um maior desenvolvimento da segunda tendência.

Com relação à segunda tendência, Euclides Roxo entende que se deve desenvolver uma maior compreensão dos métodos genéticos do ensino[57], uma compreensão mais intuitiva das propriedades do espaço, e acima de tudo, o desenvolvimento da idéia de *função*.

Segundo o professor Roxo, a nova reforma tentou reunir três tendências do movimento de reforma internacional, que dizem respeito a três questões principais: metodologia, seleção da doutrina e finalidade do ensino.

A primeira tendência visa tornar essencialmente predominante o ponto de vista psicológico. Esta tendência diz respeito à importância de um ensino voltado para o ser humano, mais do que ao conteúdo a ser ensinado. Um mesmo assunto deve ser ensinado de forma conveniente, de acordo com a maturidade do indivíduo, começando pela intuição e pouco a pouco ir apresentando os elementos lógicos, adotando, preferencialmente o método genético ou heurístico.

A segunda tendência refere-se à escolha da matéria a ensinar, tendo em vista as aplicações da Matemática ao conjunto das outras disciplinas. Nesta tendência discute-se a importância do ensino de Matemática inter-relacionado com outras disciplinas. A finalidade da Matemática no secundário seria preparar o aluno para a vida, utilizando aplicações práticas, de modo a torná-lo um cidadão para viver com dignidade em uma sociedade democrática. Torna-se, pois, importante ensinar a Matemática em perfeita interação com as outras disciplinas do curso, "procurando aliviar o estudante de uma grande sobrecarga de estudos cujo interesse é puramente formalístico" (ROXO, 1929).

Quanto à terceira tendência, qual seja, a subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais da nossa época, considera que o ensino da Matemática deve estar subordinado à finalidade da escola moderna, decorrente da necessidade, de se ter em vista, em seu ensino, suas aplicações às ciências físicas e naturais e à técnica.

[57] Ver nota de rodapé nº 42, página 62.

Além disso, Euclides Roxo acentua que estas tendências se complementam e se harmonizam, de forma que delas decorrem outras características que também se entrelaçam e se completam.

O autor passa então, a descrever essas características, quais sejam: a fusão dos diferentes ramos da Matemática: a Aritmética, a álgebra e a Geometria, interligando-os em uma única disciplina; a introdução precoce da noção de função, especialmente sob a forma gráfica; o abandono, em parte, da rígida Geometria euclidiana, *"com a introdução da idéia de mobilidade de cada figura*, por meio da qual em cada caso particular, se torna compreensível o caráter geral da Geometria" [grifo do autor] (ROXO, 1929:8); introdução das noções de coordenadas e de Geometria analítica, que são acessíveis aos alunos desde as primeiras séries; introdução das noções de cálculo diferencial e integral, ainda que faltasse a base rigorosamente lógica, pois esta seria suprida com o processo intuitivo; ainda em conexão com o estudo da Geometria elementar, desenvolver o ensino do desenho projetivo e da perspectiva; o ensino dos conceitos deveriam obedecer a uma seqüência que facilitasse o aprendizado dos conteúdos da Matemática; a introdução do método de laboratório, que tem como propósito levar o aluno à descoberta de fatos matemáticos, de modo que áreas, volumes comprimentos e ângulos, fossem determinados por meio de experiências executadas pelos alunos; utilização de réguas graduadas, compassos, instrumentos de medir ângulos, papel milimetrado, balanças, termômetros, alavancas, polias, aparelhos de demonstração, figuras e sólidos de vidro, de fios de seda, etc., como recursos que, aliados ao método heurístico, permitem a experimentação e auxiliam na descoberta, além de dar mais vivacidade e tornar mais interessante o ensino, ajudando o aluno a adquirir de modo suave, a abstração Matemática; desenvolver o método histórico, sustentando que os professores deveriam ter uma base sólida em História da Matemática, "princípio francamente reconhecido, mas raramente respeitado" (ROXO, 1929:8-10).

Dentre estas características, cumpre-nos destacar as que se coadunam com os pensamentos de Poincaré, quais sejam: a predominância essencial do ponto de vista psicológico, uma vez que esta tendência vai considerar a maturidade do aluno como requisito essencial para a descoberta e compreensão das noções Matemáticas, apoiando-se na intuição e na experiência; o abandono da rígida Geometria euclidiana, introduzindo a Geometria em seus aspectos visuais e intuitivos com o auxílio de instrumentos móveis, inserindo assim, idéia de mobilidade da figura.

Os primeiros capítulos do livro são dedicados ao estudo da Geometria plana e espacial. No seu estudo, Euclides Roxo procura introduzir suas noções por meio de experimentos concretos, com o auxílio da intuição. Vejamos como o professor Roxo expõe aos seus leitores algumas dessas noções:

> Cortemos um corpo em duas partes (serrando, p. ex., um cubo de madeira, cortando com a faca um paralelepípedo de sabão); as superfícies que limitam o corpo (as faces) ficam divididas em duas partes por linhas; do mesmo modo se rasgarmos uma folha de papel, ou se a dobrarmos, simplesmente, a folha fica separada em duas partes. Em qualquer desses casos o que separa uma da outra, as duas partes, é uma linha (ROXO, 1929:19).

Euclides Roxo adverte o leitor, que qualquer representação concreta, como por exemplo, representar uma linha por uma dobra ou pela borda de uma folha de papel, na verdade tem largura e não pode, evidentemente, ser uma linha verdadeira, mas pode "ajudar-nos a pensar em uma linha Matemática". Justifica desse modo o autor, a necessidade de buscar ajuda em materiais concretos, auxiliado pela imaginação visual, antes de expor o assunto de modo mais formal.

Assim como Poincaré, quando o professor Roxo trata das superfícies planas, abstém-se da definição rigorosa, preferindo apresentá-la por meio de exemplos concretos: "Considera-se que uma superfície é plana, quando a aresta de uma régua, colocada em qualquer posição, toca a superfície em toda a sua extensão". Da mesma forma, Euclides Roxo preocupa-se, igualmente como Poincaré, com o estudo dos movimentos dos corpos sólidos. Enfoca a idéia de geração das linhas e superfícies pelo movimento, procurando, dar a idéia de movimento, utilizando-se de fatos extraídos do cotidiano do aluno:

> De um modo geral quando um ponto se move, seu caminho é uma linha (reta ou curva). Quando nos acontece observarmos uma estrela cadente, vemos um traço luminoso no céu, formado pelo conjunto de imagens que em nosso órgão visual

> formam as posições sucessivas do ponto luminoso em seu rápido deslocamento, imagens que persistem, durante um tempo muito curto, após a mudança de posição do ponto luminoso.
>
> Em geral, uma linha que se move, descreve ou *gera* uma superfície. Em alguns casos, porém, uma linha pode escorregar sobre si mesma, como a linha reta. Analogamente, uma superfície que se move *gera*, em geral, um sólido, mas certas superfícies entre as quais o plano, podem escorregar sobre si mesmas.
>
> Quando um sólido se desloca no espaço, ele gera, em geral, um outro maior, de modo que não podemos obter nada de novo. Em alguns casos um sólido pode girar sobre si mesmo: uma esfera presa entre as pontas de um compasso curvo, em dois pontos diametralmente opostos; o eixo cilíndrico de uma máquina fixa (moinho de café) [grifo do autor] (ROXO, 1929:22-23).

Nota-se em todos os tópicos nos quais há maior ênfase na Geometria, o emprego de instrumentos móveis: para a circunferência, o uso do compasso; para o plano, a régua e a prancheta, são entre outros, bastante utilizados. Poincaré sugere que se inicie o aprendizado do círculo com o manuseio do compasso, sendo conveniente iniciar uma noção executando sua construção diante do aluno, preparando-o para a definição. Observemos, pois, como procede Euclides Roxo, quando define circunferência. Faz uso dos instrumentos: papel, lápis, uma régua de papel e alfinete. Nota-se também, que o autor se esforça por manter um diálogo com o leitor, antecipando suas dúvidas, que por meio de perguntas, tenta eliminá-las:

> Tomemos uma régua de papel e fixemo-la com um alfinete num ponto de uma folha de papel estendida sobre a mesa; através de um pequeno orifício feito a certa distância do ponto *O*, marquemos com uma ponta fina de lápis um ponto *A*; se, retirado o lápis, e conservando fixo o alfinete, deslocarmos um pouco a régua, poderemos marcar um outro ponto *B*, cuja distância ao ponto *O* será igual a distância do ponto *A* a *O*. Por que? Podemos, desse modo marcar quantos pontos quisermos. Haverá um meio de obter todos esse pontos, todos os pontos cujas distâncias ao orifício sejam iguais à do primeiro ponto? Se houver, todos esses pontos juntos formarão o que se chama um **lugar geométrico**.
>
> É fácil obter todos os pontos em questão; conservando sempre fixo o alfinete e mantendo a ponta do lápis no outro orifício, fazemos a régua rodar até que volte à posição donde partiu. Traçamos assim uma linha curva que se chama **circunferência**

> **de círculo**, ou simplesmente **circunferência**, ou ainda, **círculo** [grifo do autor] (ROXO, 1929:37).

Nesta obra, é visível a mudança de orientação metodológica. Apenas no capítulo VI é que Euclides Roxo inicia sua preleção sobre as quatro operações fundamentais. Antes, porém, no capítulo anterior, trata de adição, subtração, multiplicação de segmentos, sem, no entanto, definir tais operações. Neste caso, reportamo-nos aos dizeres de Poincaré, quando se refere ao fato de que estas operações são ensinadas muito cedo. Mais importante que defini-las é mostrar, por meio de exemplos concretos, o que vem a ser cada uma destas operações.

As noções tratadas no capítulo V são complementadas por inúmeros exercícios práticos, tais como:

> 1. Trace um segmento, marque a olho o seu meio e verifique medindo as duas partes.
> 2. Repita o exercício precedente para segmentos de vários comprimentos. Organize uma tabela dos erros verificados.
> 3. Trace um segmento de 12,8 cm: divida-o ao meio, calculando a metade do seu comprimento e marcando-a a partir de uma das extremidades; verifique medindo a parte restante (ROXO, 1929:69).

Ainda no capítulo V, observamos a introdução de um tratamento algébrico com o apoio concreto da Geometria, procurando desenvolver no aluno a intuição espacial. Apresenta, dessa forma a fusão dos três ramos da Matemática: a Aritmética, a álgebra e a Geometria, que reflete no capítulo VI, quando trata especificamente das operações adição, subtração, multiplicação e divisão. Não há, ao contrário do que se notou na obra "*Lições de aritmética*", definições explícitas de tais operações – com exceção da divisão – partindo o autor para justificativas e explicações práticas e detalhadas sobre como devem ser feitas tais operações. A seguir, menciona artifícios para abreviar as operações, tal como o cálculo mental.

Quanto à divisão, esta é a única operação sobre a qual o autor apresenta uma definição formal, aos moldes da que foi exposta em sua obra de 1923. Porém, ao invés de iniciar o tópico com a imediata definição, Euclides Roxo o faz introduzindo de uma série de observações, acompanhadas de exemplos concretos tal como:

> Quando o divisor só tem um algarismo, não se precisa escrever os dividendos parciais, que se formam mentalmente, escrevendo-se imediatamente os algarismos sucessivos do quociente. Assim, para dividir 34421 por 8, diz-se: 34 por 8, **4**; 4 vezes 8, 32, para 34, 2; 24 por 8, **3**; 3 vezes 8, 24, para 24, 0; 2 por 8, **0**, 0 vezes 8, 0, para 2, 2; 21 por 8, **2**; 2 vezes 8, 16, para 21, 5. O quociente é 4302 e o resto 5 [grifo do autor] (ROXO, 1929:93).

O capítulo XVII refere-se às frações ordinárias. Vejamos como Euclides Roxo apresenta estas frações. Primeiramente, define como número inteiro "aquele que exprime um número exato de unidades de qualquer espécie" Depois de apresentar exemplos pertinentes com a definição em questão, e de explicar, por meio de exemplos, o que vem a ser múltiplo de uma unidade, Euclides Roxo ensina: "Quando a unidade suposta é dividida em um certo número de partes iguais e se tomam uma ou mais dessas partes, o resultado assim obtido chama-se fração". E apresenta como exemplo inicial: "Seja *AB* um segmento que representa a unidade de comprimento dividida em 20 partes iguais, de modo que cada parte é *um-vigésimo* da unidade" [Grifo do autor] (ROXO, 1929:281).

Embora o professor Roxo inicie frações por intermédio de exemplos, acaba por não atender aos ensinamentos de Poincaré, porquanto não mostra que o comprimento que representa uma fração é divisível até o infinito. Tampouco prepara o leitor utilizando-se das teorias das proporções, com exercícios clássicos de regra de três. Neste primeiro volume, Euclides Roxo também não faz menção ou demonstração das propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação de fração, conforme igualmente sugeria Poincaré. Por outro lado, observamos que as explicações de Euclides Roxo para esse conteúdo são coincidentes com as recomendações de Poincaré, no que se refere a buscar ajuda em imagens geométricas, de modo a facilitar o entendimento de seus leitores.

Verificamos nesta obra, uma preocupação do autor em justificar, por meio de exemplos práticos, as definições antes mesmo de apresentá-las. Busca, inclusive, a ajuda da Geometria, introduzindo operações com segmentos antes de iniciar as operações aritméticas usuais. Além disso, observamos a inclusão de notas históricas, até então inéditas em sua obra. Em tais aspectos, notamos que a metodologia empregada por Roxo nesta última obra, diversamente daquela de 1923, encontra-se muitíssimo mais proxima das recomendações pedagógicas de Poincaré.

5.1.1.3. ROXO, Euclides. *CURSO DE MATEMÁTICA ELEMENTAR*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, v. II, 1930a.

No segundo volume do "*Curso de matemática elementar*", de modo semelhante ao que foi apresentado no primeiro volume, nota-se uma preocupação por parte de Euclides Roxo em preparar as definições e axiomas enunciados, procurando primeiramente familiarizar o leitor, por meio de noções intuitivas e de exemplos concretos, obtendo sobre as proposições empregadas um conhecimento tácito, advindo da utilização de instrumentos móveis e exemplos retirados do seu cotidiano. Por essa razão, vamos nos deter apenas nos capítulos que ofereçam alguma relação com as recomendações pedagógicas mencionadas por Poincaré, e que não foram mencionadas no primeiro volume.

Assim, iniciamos nossa análise no capítulo III, que traz como título: "*Retas paralelas. Movimento de translação*" e como subtítulo "*Exercícios preliminares*". Nele, Euclides Roxo inicia sua exposição, solicitando ao leitor, como o próprio subtítulo indica, que faça a medição dos lados opostos de um paralelepípedo, dando como exemplo concreto, os lados opostos de uma sala de aula. A seguir, Euclides Roxo informa ao seu leitor que, se este proceder a medição das arestas opostas de um paralelepípedo, dando como exemplo, as paredes opostas da sala de aula, verificando que "seus prolongamentos têm, em todos os pontos, a mesma distância" (1930a:49). Esta informação vem acompanhada da seguinte explicação: "Assim, na figura 41 verificamos ser $AD = BC = EF = GH$, etc.", bem como da seguinte da figura:

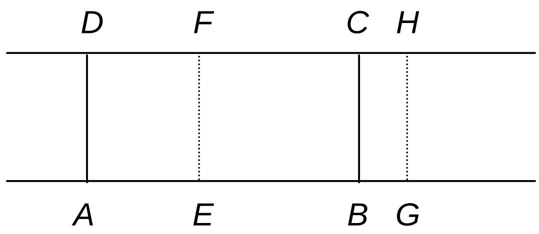


Fig.41

Logo após e do mesmo modo, Euclides Roxo apresenta outro exemplo, equivalente ao primeiro. Somente depois dessas explicações é que o autor passa a definir o que são retas paralelas: “Duas retas que em toda sua extensão guardam sempre a mesma distância dizem-se paralelas”. A partir disso, Euclides Roxo procura fazer com que seu leitor perceba que, “duas retas são paralelas quando estão no mesmo plano, mas não se podem encontrar por mais que se prolonguem”. Para tanto, toma como exemplo, a sala de aula anteriormente mencionada (ROXO, 1930a:49).

Notamos que a metodologia de ensino utilizada por Roxo, neste capítulo, mostra-se em parte sintonizada com os ensinamentos de Poincaré, posto que, na introdução do assunto “retas paralelas” procura justificá-lo por meio de exemplos concretos, buscando também ajuda em imagens geométricas. No entanto, reportando-nos aos textos de Poincaré, este nos deixa claro, em seu artigo sobre as definições matemáticas, que a definição clássica das paralelas, quais sejam, retas situadas num mesmo plano e que não se cruzam, é uma definição negativa, porquanto não podemos verificar experimentalmente este fato por mais que prolonguemos as retas dadas (POINCARÉ, 1904:273). Neste caso, observa-se que Euclides Roxo deixa de acatar na íntegra as sugestões de Poincaré sobre aquela noção.

Ainda no capítulo III, precisamente na página 51, o professor Roxo explica ao seu leitor, como o movimento produzido pelo deslocamento de um esquadro retângulo ao longo uma régua, produz um deslocamento paralelo ou uma translação. Esta explicação vem acompanhada de uma figura representativa de tal exposição. Acompanha também, o seguinte comentário: “No movimento de translação, cada reta escorrega sobre si mesma ou se transporta para uma posição paralela à posição primitiva” (ROXO, 1930a:52).

Dando seguimento a estas explicações, aparecem os primeiros exercícios deste capítulo, os quais procuram fazer com que o aluno compreenda as noções explicitadas, trabalhando com material concreto, como segue: “Mostre as bordas paralelas de uma mesa, de uma folha do caderno, de uma caixa retangular, de um cubo. Dê outros exemplos de retas paralelas”, ou com construções geométricas: “Prolongue os lados opostos de um retângulo, cuidadosamente desenhado, e mostre que os prolongamentos são sempre eqüidistantes” (ROXO, 1930a:52).

Com o intuito de anunciar o “Postulado das Paralelas” ou “Postulado de Euclides”, o professor Roxo solicita ao seu leitor que:

> Trace uma reta *BC*, fig. 44. Seja *A* um ponto tomado fora de *BC*. Trace por *A* uma reta *AD* que corte *BC* em *D*. Faça *AD* girar em torno de *A*. Então o ponto *D* se move ao longo de *BC*, tomando posições como *E*, *F*, *G*.
>
> Admitiremos que há uma posição dessa reta girante, como *AL*, tal que ela não corte *BC*. Nessa posição, a reta girante é **paralela** a *BC*. Além disso, admitiremos que essa é a *única posição* em que a reta girante não encontra *BC*. Assim, quando ela tiver passado além da posição *AL*, por pouco que seja, ela cortará *BC* à esquerda de *D* [grifos do autor] (1930a:53).

Esta orientação vem acompanhada da seguinte figura:

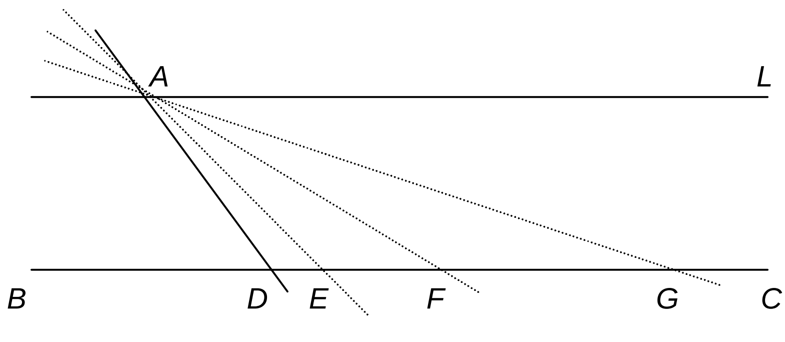


Fig. 44

Pela forma como se reporta ao leitor, solicitando que construa uma figura, notamos que Euclides Roxo se esforça para que este compreenda o que será enunciado em seguida, qual seja, o “Postulado das Paralelas”. Esta forma de exposição faz-nos relembrar a seguinte argumentação de Poincaré: “Eu disse que a maior parte das definições Matemáticas era uma verdadeira construção. Conseqüentemente, não convém fazer a construção em primeiro lugar, executá-la diante dos alunos, ou melhor, de fazê-la executar de modo a preparar a definição?" (POINCARÉ, 1904: 274).

Portanto, neste caso, Euclides Roxo atende ao conselho de Poincaré, pois trata de executar uma construção, preparando a definição do "Postulado das Paralelas" que foi apresentada em seguida. Mais ainda, Poincaré considera preferível definir translação retilínea de uma figura invariável, mostrando que uma translação semelhante é possível, por uma constatação experimental como fazer deslizar um esquadro sobre uma régua. Desta constatação, segundo Poincaré, torna-se fácil depreender a noção de paralela e o postulado de Euclides.

Como vimos, Euclides Roxo define retas paralelas antes mesmo do movimento de translação. No entanto, para o enunciado do "Postulado de Euclides" as recomendações de Poincaré são adotadas em sua totalidade.

Consideramos desse modo, que Euclides Roxo *apropriou-se* das idéias de Poincaré, uma vez que estas sofreram modificações conforme interpretação e interesse de Euclides Roxo.

5.1.1.4. ROXO, Euclides. *CURSO DE MATEMÁTICA ELEMENTAR*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 3ª série – II – Geometria, 1931a.

O terceiro volume do "*Curso de matemática elementar*", diferentemente do segundo volume, mereceu, por parte do autor um breve prefácio. Se atentarmos para a data de publicação do primeiro e segundo volumes, 1929 e 1930, respectivamente, notamos que estes foram escritos antes da Reforma Francisco Campos. O terceiro volume, no entanto, foi publicado em 1931, sendo o primeiro a ser lançado por Euclides Roxo de acordo com os programas de Matemática e diretrizes metodológicas baixadas pelo Ministério da Educação, para todos os estabelecimentos de ensino secundário do Brasil. Daí a necessidade de Euclides Roxo em esclarecer que a elaboração desse compêndio obedecerá a mesma orientação adotada para o primeiro e segundo ano, seguindo especialmente o método heurístico e, assim como no prefácio do primeiro volume, pretende que os estudantes que façam uso do mesmo e não fiquem presos a regras e definições decoradas. Euclides Roxo aproveita a ocasião para confirmar a vitória dos pontos de vista defendidos por ele no movimento reformador no ensino da Matemática.

Neste prefácio, o professor Roxo comunica também aos seus leitores que o ensino da Geometria introduzido nos volumes I e II, por meio de um curso intuitivo e experimental, passaria, a partir desse volume, a ser exposto de modo formal, com o cuidado de introduzir esse estudo dedutivo por meio das noções inferidas intuitivamente no curso preparatório. Embora o autor contasse com a possibilidade de reduzir um pouco mais o número de teoremas demonstrados pelo método dedutivo, deixa a critério do professor omitir, conforme se apresentem as circunstâncias, os teoremas demonstrados, uma vez que, muitos deles foram estabelecidos de forma intuitiva e experimental nos volumes anteriores. Euclides Roxo ressalta que esta abundância de teoremas demonstrados deve-se ao fato de que receou "parecer demasiado inovador" (1931a:6). Apesar disso, pelo que se extrai das leituras dos artigos já mencionados neste estudo, aquele receio do professor Roxo não foi suficiente para aplacar as exacerbadas críticas decorrentes dos professores tradicionalistas.

A obra referente ao terceiro volume vem acompanhada de esmerado cuidado gráfico, revelando já na sua primeira página a figura imponente do Edifício Martinelli, localizado na cidade de São Paulo, exemplo de modernidade que conheciam aqueles dias, certamente com a intenção de associá-la à própria obra.

O terceiro volume presta-se ainda, para ser revelador de um fato que entendemos como importante. Na terceira página, encontra-se uma relação de obras do professor Roxo, dentre elas, aquela denominada "*O ensino de matemática na escola secundária*" acompanhada da observação de que se achava no prelo, isto já em 1931. Note-se que esta obra somente fora publicada em 1937. O fato passa a ser relevante, na medida em que provoca a seguinte indagação: Por que uma obra que estava no prelo em 1931, aguardou seis anos para ser finalmente publicada?

Todo o primeiro capítulo, denominado "*Introdução ao estudo formal da geometria*" é dedicado a um estudo histórico sobre Geometria, especialmente a grega. Verificamos assim, que foi dado maior ênfase ao aspecto histórico neste volume em comparação aos outros dois primeiros. Notamos também, que ao final desse capítulo, Euclides Roxo insere um texto de autoria de Amoroso Costa intitulado "*As demonstrações matemáticas*". Nele, Amoroso Costa define como teoria dedutiva, um esquema do qual um grupo de símbolos primeiros encontra-se ligado entre si por um grupo de proposições primitivas, ou seja, aquelas que não podem ser descritas em termos mais simples do que já o foram. Dessa associação surge um mecanismo lógico que conserva em sua essência conseqüências denominadas teoremas. Costa considera, ainda, que a ciência Matemática não se reduz apenas a um esquema lógico, muito embora dele extraia a sua matéria, e, sem a qual, seria impossível construí-la em todo o seu rigor. Assim se justifica:

> Um mesmo corpo de ciência pode ser posto de uma infinidade de modos sob essa forma de um sistema encadeado. A escolha das noções primitivas e dos postulados permanece arbitrária; o que para um autor é postulado passa a ser teorema para outro; o que era noção não definida passa a noção construída por definição (ROXO, 1931a: 30).

Do mesmo modo como Euclides Roxo destaca os dizeres de Amoroso Costa, também nós o fizemos, porquanto notamos semelhança destes dizeres com os de Poincaré, quando este confere à intuição a função de escolher, dentre as milhares de combinações que podem ser formadas pelo encadeamento lógico, aquelas que têm caráter inventivo (1899:160). Estas escolhas, segundo Poincaré, incidirão sobre as combinações que o matemático considere úteis. Além disso, esse processo de escolha recai de modo semelhante sobre o ensino, pois, para a compreensão de uma teoria, o aluno necessita entender as razões pelas quais foram escolhidas tais combinações, que devem ser satisfatórias sob o ponto de vista do aluno. Poincaré lembra que o desejo de compreensão varia de acordo com a maturidade do aluno. Assim, no ensino, as definições devem ser compatíveis com um adequado conhecimento prático. Por isso a necessidade de justificar e de preparar antecipadamente as noções que deverão ser entendidas pelos alunos (1904:268).

Ainda segundo Poincaré, a infinidade de demonstrações em Matemática proporciona uma liberdade de escolha tanto para o professor quanto para o matemático, e desse modo, na apresentação dos primeiros princípios, podemos evitar uma exposição muito rigorosa; lá ela poderia parecer desagradável e, além disso, inútil. Quando o aluno estiver amadurecido, questionamentos mais sutis surgirão espontaneamente, exigindo gradativamente a demonstração e o rigor (1904:267).

Estas considerações de Poincaré refletem-se, ao nosso ver, no pensamento de Roxo, posto que, além da citação do artigo de Amoroso Costa, no prefácio deste didático, o autor concede uma maior liberdade de escolha para os professores, os quais contariam com a opção de demonstrar ou não, conforme as circunstâncias, os teoremas apresentados neste compêndio.

No capítulo dois, § 3, sob o título: *"Redução ao absurdo, demonstração de recíprocas"*, encontramos Euclides Roxo explicando aos seus leitores o que vem a ser a "Redução por absurdo", definindo-a da seguinte forma: "Assim se denomina um método indireto de demonstração, pelo qual, em vez de se provar, diretamente, que a tese resulta da hipótese, mostra-se que, não se pode negar a tese sem que daí resulte um *absurdo*" [grifo do autor] (ROXO, 1931a:57). O professor Roxo ainda apresenta quatro fases que compreendem uma demonstração por absurdo, a saber:

1. Admite-se a negativa do fato a ser provado.
2. Partindo dessa suposição, chega-se, por um raciocínio rigoroso, a outras afirmações.
3. prossegue-se na dedução sucessiva de afirmações até chegar-se a uma que seja falsa.
4. Desde que o raciocínio correto não pode levar, de uma suposição certa, a uma conclusão falsa; logo a afirmação que se quer provar é verdadeira [grifo do autor] (ROXO, 1931a:57).

Em conformidade com as afirmações de Zapater (1997:41), e de Meneghetti (2001:120), vimos que um dos elementos mais fortemente divulgados como caracterizadores da filosofia intuicionista é a não aceitação do princípio do terceiro excluído da lógica clássica e, conseqüentemente, a demonstração por absurdo. Torna-se evidente, neste caso, que Euclides Roxo, no que se refere ao ensino da Matemática, não concorda com esta importante característica do Intuicionismo e, portanto, diverge neste aspecto, de um preceito básico da filosofia defendida por Poincaré.

Nesta obra, como pudemos verificar, Euclides Roxo considera que os alunos já estão suficientemente amadurecidos para que se inicie um estudo formal da Geometria. Deixa a critério dos professores a escolha de quais teoremas devem ser demonstrados e quais devem ser admitidos sem demonstração. No entanto, contraditoriamente, observamos que, apesar de Euclides Roxo concordar com Poincaré, sobre a importância das escolhas das demonstrações e considerar necessário um certo grau de maturidade do aluno, para que o mesmo possa compreender uma demonstração; acaba por adotar postura oposta à corrente intuicionista, ao pretender ensinar seus alunos a demonstrar por absurdo. De todo modo, as relações entre Filosofia da Matemática e ensino da Matemática sofrem apropriações, resultantes do contexto histórico em que se encontram envolvidas. De fato, faz-se necessário considerar o tempo, o espaço social e geográfico em que Euclides Roxo estava inserido.

5.1.2. ROXO, Euclides. O ensino da Matemática na escola secundária. In: ***SCHOLA***. Rio de Janeiro: ABE, nº 8, nov.1930b.

Passamos agora a analisar o artigo ”*O ensino da matemática na escola secundária*” publicado na revista SCHOLA - Associação Brasileira de Educação, nº 08 em novembro de 1930, às páginas 265 a 273.

Neste artigo, Euclides Roxo faz um breve histórico dos acontecimentos anteriores ao movimento renovador do ensino da Matemática, seus precursores e também como esse movimento renovador ganhou corpo e acabou difundindo-se, chegando até o Brasil.

Roxo destaca que a crença de que fosse possível fazer com que o adolescente assimilasse o rigoroso encadeamento lógico da Geometria euclidiana, bem como "toda a chamada Matemática elementar cristalizada no perfeito formalismo" trouxe como resultado um verdadeiro "horror à Matemática", além de confirmar que "raros são os que dão para a Matemática". O autor salienta ainda que inúmeros são os homens que progridem em suas profissões, orgulhando-se de ter passado pelo colégio, sem ter entendido absolutamente nada de Matemática (ROXO 1930b:265-273).

Neste artigo, como em muitos outros, Euclides Roxo volta a citar a célebre conferência realizada por Poincaré em 1904, "*Les définitions mathématiques et l'enseignement*", como forma de justificar a falta de compreensão por parte dos alunos de assuntos referentes à Matemática. Novamente, transcreve alguns trechos da conferência, em francês, que se encontra traduzida em tópicos anteriores deste estudo. Neles, Poincaré nos fala que não é preciso ter grande experiência em exames, para se perceber a ineficiência do ensino de Matemática. Atesta esse fato, o relato feito por Euclides Roxo, ao examinar o que ocorre no ensino brasileiro, quando conta sua própria experiência como participante de bancas examinadoras de Matemática:

> Durante os oito anos em que fiz parte de bancas examinadoras de Matemática, do Colégio Pedro II, examinando anualmente cerca de 2000 estudantes, adquiri a certeza da absoluta ineficiência do ensino daquela matéria do curso secundário: não atingiam talvez a 5% os candidatos em que se podia verificar um certo grau de compreensão da matéria, de aptidão para resolver, raciocinando, um problema simples ou de demonstrar, com verdadeiro senso lógico, o teorema mais fácil. Na impossibilidade de reprovar a quase totalidade dos examinandos, tínhamos de fazer baixar o nível do exame e contentarmo-nos com um mínimo ridículo de preparo: um certo desembaraço no efetuar, mecânica e quase inconscientemente, os cálculos numéricos, resultantes de aplicações de fórmulas e regras à resolução de problemas-padrões, estudados quase de cor. Mesmo assim, a porcentagem de reprovações nunca veio abaixo de 40%. Não estou censurando o nosso professorado; para os meus alunos, apesar de todo o esforço, jamais consegui um resultado melhor (ROXO, 1930b:265-273).

Euclides Roxo continua sua narrativa esclarecendo que um movimento geral de renovação pedagógica surgiu na última década do século XIX, nos círculos pedagógicos de países como Alemanha, França, Inglaterra e América do

Norte, buscando tornar mais eficiente o ensino da Matemática no curso secundário, contra a orientação rotineira até então nele empregada. Este movimento teve seu efetivo desenvolvimento a partir de conferências realizadas por Felix Klein, iniciadas em 1900.

Em França, a questão começou a ser debatida com o famoso inquérito promovido pela Câmara dos Deputados em 1904, sobre o ensino secundário. Esta comissão concluiu que o ensino deveria se tornar mais simples e mais intuitivo e que, alguns assuntos considerados pertencentes à Matemática superior deveriam ser passadas para o ensino secundário. Colocou-se à frente desse movimento o eminente matemático Emile Borel[58], defensor do moderno movimento de renovação:

> A Borel, juntaram-se nesse movimento de renovação e de agitação em torno das idéias gerais relativas à filosofia científica e ao ensino, os mais eminentes matemáticos e físicos franceses, a começar pelo grande Poincaré, seguido de Picard, Lippmam, Lucien Poincaré, Langevin, Marotte, nas conferências feitas em 1904, no Museu Pedagógico de Paris (ROXO, 1930b:265-273).

Euclides Roxo, relata também neste artigo, o congresso realizado em Roma, em 1908, resultando na fundação da "*Comissão Internacional para o Ensino da Matemática*", o IMUK, subordinada a um *comité-central* sob a presidência de Felix Klein e vice-presidência de G. Greenhill, de Londres, e secretariado por H. Fehr, de Genebra. Foram nomeados delegados de várias partes do mundo, responsáveis por apresentar relatórios sobre os seguintes quesitos[59]:

---

[58] Félix Édouard Justin Émile Borel (1871-1956), matemático francês adepto à corrente intuicionista, esteve no Brasil, em 1922, ocasião em que pronunciou uma conferência intitulada "A teoria da relatividade e a curvatura do universo" (COSTA,1971:57).

[59] O professor de matemática do Internato do Colégio Pedro II, Arthur Thiré (1853-1924), revela-se um dos mais interessados nessas discussões internacionais. Em 1912, sugere a nomeação do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia (? - 1919), como delegado do Brasil no Congresso de Matemática a reunir-se na Europa, em 1912, em Cambridge, Inglaterra. A proposta foi aceita, e Raja Gabaglia segue para a Inglaterra como delegado do Brasil. A revista *L'Enseignement mathématique*, de maio de 1914, publica uma lista de participantes da Comissão Internacional, no qual Raja Gabaglia figura como único membro da América do Sul na Comissão (VALENTE, 2001c). O professor Gabaglia, em 1885, ganhou o primeiro lugar no concurso para lente do Colégio Pedro II, lecionando, sobretudo, Matemática. Foi diretor deste colégio em 1914, além de professor da Escola Naval e da Escola Politécnica (VALENTE, 1999: 176.

- Qual é o estado atual do ensino da Matemática, do ponto de vista da sua organização, da sua finalidade e do seu método?
- Quais as tendências modernas que nele se fazem sentir?

Foram fundadas subcomissões nos países que aderiram ao IMUK, de modo a elaborarem resposta às questões colocadas. Segundo Euclides Roxo, a subcomissão alemã, sob direção de Felix Klein, promoveu uma série de trabalhos sobre a organização e o método de ensino nas escolas alemãs, "como jamais se fez para nenhuma outra matéria de ensino" (ROXO, 1930b:265-273). Esses trabalhos se prestariam para o estudo dos problemas do ensino de Matemática, juntamente com os das outras sub-comissões da IMUK. Infelizmente, a Primeira Guerra Mundial pôs termo a esta pretensão. As subcomissões prosseguiram separadamente ao estudo dos problemas do ensino em seus respectivos países.

Por meio deste artigo, percebemos que Euclides Roxo utiliza-se uma vez mais da autoridade de Poincaré para atestar o desinteresse pelo aluno quanto ao ensino da Matemática, como também mostrar a ineficiência do excessivo rigor dos mestres tradicionais, que acaba por tornar a Matemática inacessível à maioria dos alunos. Neste sentido, para dar maior credibilidade ao seu ponto de vista, relata a criação do IMUK, fazendo um apanhado histórico, iniciando com os precursores desse movimento internacional, até sua efetiva criação, arrolando suas principais finalidades.

5.1.3. DOS ARTIGOS DE JORNAL

5.1.3.1. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – I – O moderno movimento de reforma e seus precursores. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 30 nov. 1930c.

Euclides Roxo julgou necessário apresentar perante os meios educacionais brasileiros, como justificação das modificações por ele introduzidas nos programas de Matemática do Colégio Pedro II, uma série de artigos dominicais que foram publicados pelo *Jornal do Commercio*.

O primeiro artigo data de 30 de novembro de 1930, tendo como título "*O ensino de Matemática na escola secundária – I – O movimento de reforma e seus precursores*". Roxo faz uma narrativa sobre pensamentos e obras dos vários autores que considerou como precursores no ensino de Matemática, no final do século XIX. Utiliza como método, a apresentação de tais autores em ordem cronológica e pelos seus países de origem, a começar pela França, em seguida Inglaterra, Alemanha. Logo após, passa a relatar o processo de criação do IMUK, citando os principais adeptos desse movimento de renovação do ensino da Matemática, nos países: França, Inglaterra, Alemanha, Itália, Estados Unidos e Argentina.

Em breves palavras, Roxo conta como Petrus Ramus, em França de 1550, abandonou por completo as idéias contidas no compêndio de Euclides. Logo após, e de modo semelhante, faz comentários sobre o pensamento e obras de autores como Clairaut, Legendre, Lagrange. Em todas as obras comentadas, Euclides Roxo mostra como esses autores, buscam, cada um à sua maneira, uma exposição do ensino de Geometria misturada com recursos intuitivos, evitando uma feição estreitamente lógica, contrariamente ao encadeamento lógico conservado por autores adeptos ao ensino tradicional de Geometria, tais como Combérousse, Rouche que segundo Roxo, causaram grave prejuízo para o ensino, por fazer predominar, para o ensino secundário, a feição lógica e abstrata, tomando modelo os "Elementos" de Euclides, com absoluto desprezo das aplicações práticas e dos recursos intuitivos.

No entanto, Euclides Roxo evidencia que, apesar dos precursores do movimento renovador terem como objetivo tornar o ensino de Geometria mais acessível aos interessados, esses autores não se mostraram indiferentes às questões relativas aos princípios fundamentais dessa disciplina.

A seguir, o professor Roxo passa a citar autores ingleses, em especial John Perry que, segundo ele, "promoveu um forte movimento de combate ao ensino unilateral e exclusivamente da Geometria, procurando fazer o ensino da Matemática completamente baseado na intuição, para conduzir primordialmente a um completo domínio da aplicação prática" (E.R.I.3.151), (ROXO,1930c).

Da Alemanha, destaca as idéias pedagógicas de Pestalozzi, Holzmüller, Herbart, defensores para o ensino de Geometria, uma orientação voltada com a maior extensão possível para os métodos intuitivos, acompanhados de desenhos e construções, especialmente nas primeiras séries do ensino fundamental.

Euclides Roxo deixa claro que, no Brasil, precisamente no programa do Colégio Pedro II, até pouco antes de 1930, nossos compêndios eram moldados em conformidade com os compêndios franceses, "daqueles que se enquadram nos moldes rígidos do positivismo" e que, mesmo em relação à reforma realizada em 1929, houve críticas em relação ao programa aprovado, considerando-o copiado da obra de Breslich[60], uma vez que neste programa, o livro de Breslich foi aceito como um dos guias dessa reforma, e porque, segundo Roxo, o programa empregava expressões tais como "bloco retangular" (rectangular block), utilizada em quase todos os compêndios ingleses e americanos, e que tais críticos, desconhecendo obras escritas em inglês, consideraram como unicamente adotadas nas obras de Breslich[61] (E.R.I.3.151), (ROXO,1930c).

Passa, então, Euclides Roxo a narrar como surgiu na Alemanha o movimento reformador para o aperfeiçoamento do ensino secundário, tendo à frente Felix Klein, como um dos principais colaboradores. Justifica, primeiramente, sua adesão ao movimento internacional:

> Conhecemos muito bem um outro país a que esses conceitos, emitidos para a França em 1900, ainda se aplicam, como uma luva, em 1930. Aqui, como lá, acontece que o ensino secundário não prepara para as escolas superiores, e muito menos para a vida, mas para os exames colocados à porta dessas Escolas. Desse modo existe uma verdadeira descontinuidade entre o ensino secundário e o superior, descontinuidade que Klein observava na organização alemã, em virtude da qual o estudante como que recomeça na Universidade o estudo já feito, mas de um ponto de vista inteiramente diferente do que ele encontrou nos ginásios.
>
> O relator da IMUK para o ensino secundário em França, foi M. Th. Rousseau. A propósito desse relatório, acentua Klein uma superioridade do ensino francês sobre o

[60] Euclides Roxo utiliza-se em seus compêndios das seguintes obras de E. R. Breslish: "Senior mathematics" e "Developing Functional thinking in secondary school mathematics", ambas de 1928 (ROXO,1937:10).

[61] Há um estudo em andamento sobre o tema que vem sendo realizado por Sório (2002).

alemão, mas que nós, apesar de muito subordinados à influencia francesa, não temos sabido imitar: é a disposição da matéria em círculos concêntricos, predominando nos círculos internos a intuição e, nos externos, o desenvolvimento crescente da dedução (E.R.I.3.151), (ROXO,1930c).

Ao longo dessa narrativa, verifica-se que ela se assemelha, quando não, há mesmo parágrafos idênticos, aos já expostos no livro “Curso de Matemática elementar” (1929) e no artigo publicado na revista SCHOLA (1930).

Quanto ao movimento reformador do ensino secundário francês, Euclides Roxo cita novamente seus maiores incentivadores, a começar por Henri Poincaré. Insiste na conferência sobre “*Les définitions mathématiques et l'enseignement*”, novamente transcrita em francês e sem tradução, cujo trecho já traduzimos e transcrevemos na resenha de sua obra “Curso de Matemática elementar” (1929). Igualmente em francês, cita trechos de Borel e Tannery sobre o ensino secundário, que na opinião de Euclides Roxo, apresentam tendências francamente renovadoras.

Na Itália, enquanto um grupo de matemáticos, tais como Cremona, recomendava um ensino de Geometria seguindo principalmente um encadeamento rigorosamente lógico aos moldes de Euclides, outro grupo diametralmente oposto ao primeiro, liderado por Gino Loria, defendia idéias da nova pedagogia aprovada pelos alemães, justificando essa adesão ao movimento reformista pela verificação de falta de preparo dos estudantes italianos, que “não podiam compreender explicações tão abstratas” (E.R.I.3.151), (ROXO,1930c).

Da Inglaterra, Euclides Roxo menciona autores como Benchara Branford, segundo o qual ofereceu valiosa contribuição sobre as condições psicológicas do ensino para o desenvolvimento da compreensão Matemática da criança. Além dele, menciona Mair, Duroll e Carson.

Dos Estados Unidos, Euclides Roxo destaca, entre outros, o matemático E. H. Moore, da Universidade de Chicago, cuja conferência “*On the fondation of Mathematics*”, de 1902, acredita trazer idéias semelhantes às defendidas por Felix Klein.

Finalmente, o professor Roxo mostra como o movimento reformador do ensino da Matemática teve repercussão na Argentina, cujo Conselho Nacional de Educação adotou em 1914, um programa moldado nas novas idéias reformistas, tendo em Jorge Duclout, um de seus principais representantes.

Além disso, ao término de sua exposição, Euclides Roxo responde, em breves palavras, a uma das acusações apresentadas nesse mesmo jornal, pelo diretor e proprietário de cursos preparatórios, o Cel. Sebastião Fontes, anteriormente citado neste trabalho. Trata-se da acusação feita em 06 de abril desse mesmo ano, no sentido de que os compêndios americanos aprovados por ele, Roxo, dentre outras coisas, utilizavam novidades para obtenção de lucros com a venda de novos livros didáticos. São palavras de Roxo, dirigindo-se ao seu detrator:

> Enclausurado nas grades férreas do seu dogmatismo filosófico, S.S. não tomou conhecimento das iniciativas pedagógicas dos nossos tempos, que são todas por ele etiquetadas com os nossos rótulos de "metafísica" ou "futurismo". No caso, foi usada também a nova etiqueta – "comercialismo", que a nosso ver representa apenas o fruto de estado de espírito do Sr. Coronel Fontes, sempre tão preocupado com o desenvolvimento do seu curso na rua do Ouvidor, em cujos vistosos anúncios, freqüentemente publicados, lêem-se magníficos reclamos como estes: "o de maior freqüência", "o que maior porcentagem de aprovações consegue nos exames", "exames feitos com o próprio professor da junta", etc., etc. (E.R.I.3.151), (ROXO,1930c).

Cabe notar que, dentre as várias insinuações feitas por Fontes, esta foi a que mereceu maior atenção por parte de Roxo. O professor Roxo não levou em consideração, por exemplo, a afirmação feita por Fontes de que não havia encontrado nos textos de Poincaré, garantias suficientes que o autorizasse a propor a fusão das Matemáticas no ensino secundário.

Entretanto, neste artigo, como nos demais já analisados, extraímos que, sob o ponto de vista de Euclides Roxo, Poincaré se apresenta como um dos principais incentivadores do movimento reformador em França. Isto porque, além de notarmos em Roxo uma preocupação diretamente ligada à questão da compreensão por parte dos alunos, quanto às noções contidas na ciência

Matemática, verifica-se em suas propostas, a busca pelo predomínio de uma feição intuitiva, ao invés de uma única preocupação com o rigor matemático para o ensino secundário.

Destacamos também a observação feita por Euclides Roxo, que tanto em França como no Brasil o "ensino secundário não prepara para as escolas superiores e muito menos para a vida, mas para os exames colocados à porta dessas escolas". Sustenta ainda, que existe uma verdadeira descontinuidade entre o ensino secundário e o superior, e seu objetivo, ao escrever um artigo tão longo, é mostrar a importância do movimento em apreço, para professores que só passaram a ter conhecimento da referida proposta, com a publicação do programa do primeiro ano do Colégio Pedro II, para 1928 e depois com a publicação de seus didáticos (E.R.I.3.151), (ROXO:1930c).

Com efeito, para atingir seu objetivo e também para rebater às críticas desferidas ao seu programa, Euclides Roxo procura respaldo em autores conhecidos e respeitados, exibindo um texto entrelaçado com idéias as mais variadas e de indiscutível autoridade, como forma de deixar claro aos leitores a confiabilidade de suas propostas.

5.1.3.2. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – II – Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma*. JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 07 dez. 1930d.

Passamos agora a deter nossa atenção ao artigo de Euclides Roxo publicado no Jornal do Commercio em 7 de dezembro de 1930, intitulado "*O Ensino da Matemática na Escola Secundária – II – Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma*".

Neste artigo, Euclides Roxo faz um apanhado geral dos assuntos tratados no movimento de reforma da Matemática, relatando as principais diretrizes e modalidades adotadas pelos países europeus e pelos Estados Unidos.

Trata inicialmente das dificuldades e preocupações pedagógicas pelas quais atravessa o ensino da Matemática. Considera que estas podem ser amenizadas ou até mesmo superadas quando utilizamos uma metodologia de ensino em que prepondere o ponto de vista psicológico. Euclides Roxo passa em seguida, a analisar "*a predominância essencial do ponto de vista psicológico*", uma das principais tendências do movimento de reforma do ensino da Matemática, segundo orientação de Felix Klein.

Euclides Roxo nos esclarece, a respeito desse tema:

> Quer-se, com isso, significar que o ensino não pode depender unicamente da matéria a ensinar, mas deve atender, antes de tudo, ao indivíduo (subjekt), a quem se tem de educar. Um mesmo assunto será exposto a uma criança de 6 anos e a uma de 10, de modos inteiramente diferentes e muito outra será, ainda, a maneira pela qual se explicará a um adolescente. Aplicado particularmente ao ensino da Matemática, esse princípio geral nos conduz a começar sempre pela intuição viva e concreta para, só pouco a pouco, trazer ao primeiro plano os elementos lógicos, e adaptar, de preferência, o método genético ou heurístico, que permite uma penetração lenta das noções (E.R.I.3.152), (ROXO,1930d).

A "predominância essencial do ponto de vista psicológico", é, então, defendida por Roxo, porquanto favoreça uma metodologia de ensino no qual o aluno torna-se interessado, provocando-o à pesquisa, dando-lhe um sentimento ou a ilusão, de que ele mesmo é quem descobre o que se lhe ensina. No entanto, o professor Roxo deixa claro que o ponto de vista psicológico a qual se refere, diz respeito ao ensino da Matemática elementar e secundária.

Para a defesa desse ponto de vista, principia fazendo um apanhado das idéias de Felix Klein, abordando a metodologia de observação e análise que a ciência Matemática tem desenvolvido ao longo de sua história. Na verdade, trata-se de dois processos, que Klein denomina por A e B, os quais preponderam alternadamente no curso da história da Matemática. No processo A, considera-se, grosso modo, os vários ramos da Matemática de forma separada, através do qual os matemáticos decompõem a ciência em partes bem delimitadas, evitando interagir com outros de seus ramos. Essa postura caracteriza-se por um olhar sobre o objeto matemático de modo lógico, formal. Quanto ao processo B, os ramos da Matemática são estudados de uma maneira global, interacionista, desenvolvendo o trabalho matemático segundo a forma intuitiva, criando conexões entre as várias partes que a compõe.

Segundo Euclides Roxo, a utilização dos métodos A e B deve garantir que a ciência Matemática progrida, alcance seus objetivos; para tanto, um método não deve sobrepujar o outro, havendo um desenvolvimento equilibrado entre ambos: "... as duas direções do pensamento matemático mostraram-se igualmente fecundas; atuando alternativamente, e muitas vezes simultaneamente, fizeram surgir, dessa união mesma, os maiores progressos que a Matemática registra" (E.R.I.3.152), (ROXO,1930d). Cabe, no entanto, ao matemático, a escolha da direção a seguir, conforme seus dotes e preferências.

Mas, como esses processos interferem no ensino da Matemática? Este artigo discute como o desenvolvimento da ciência influencia a metodologia de ensino da Matemática, particularmente no ensino secundário. Tal como na Alemanha de Klein, o Brasil apresenta, segundo Roxo, uma acentuada predominância pelo processo A que, devido à sua estrutura rigidamente lógica é causadora, nos alunos secundaristas, de um verdadeiro horror à disciplina Matemática.

Os conceitos a serem ensinados deveriam obedecer a uma seqüência que facilitasse o aprendizado dos conteúdos da Matemática. Assim, necessário seria partir de um conhecimento intuitivo para depois atingir a forma mais abstrata e formal que a Matemática adquiriu através dos séculos. Indispensável, portanto, que os professores tivessem uma base sólida em História da Matemática. Para Euclides Roxo, a escola deveria respeitar a lógica própria de cada indivíduo, defendendo que a lógica sistemática constituir-se-ia em ponto final e não ponto de partida: "A intuição forma a base do conhecimento e, a princípio, só lentamente se penetra na consciência da lógica". Buscava um ensino balanceado, unindo intuição e lógica. O ensino intuitivo seria utilizado nas séries iniciais do secundário, com o objetivo de preparar o aluno para as séries finais. Quando este já tivesse maturidade suficiente, ser-lhe-ia então, apresentado o método dedutivo (E.R.I.3.152), (ROXO,1930d).

Assim, como no artigo anterior, Euclides Roxo volta a defender a eliminação da descontinuidade entre o secundário e o ensino superior na Matemática, que não leva em consideração a formação de professores secundários na Universidade. Tal descontinuidade provoca um abismo entre o ensino superior e o secundário. O professor, via de regra despreparado pedagogicamente, não faz uso dos avanços obtidos na Universidade, expondo as teorias de modo sistemático, acarretando nos estudantes o desinteresse pela Matemática.

Com objetivo de melhor justificar a teoria que preconiza a necessidade de fazer preponderar o ponto de vista psicológico no ensino da Matemática, o professor Roxo vale-se dos pensamentos de Henri Poincaré, especialmente da já citada "e nunca demais lembrada" conferência sobre "*Les définitions mathématiques et l'enseignement*". Segundo Roxo, "Ainda do mesmo ponto de vista, de uma maior subordinação do ensino à psicologia do estudante, a voz mais autorizada que se fez ouvir, em França, nos primórdios deste século" (E.R.I.3.152), (ROXO,1930d).

Neste artigo, o professor Roxo volta novamente a transcrever vários parágrafos da conferência de Poincaré, repetindo mais uma vez alguns trechos já apresentados no prefácio da obra "*Curso de matemática elementar*" (1929).

Dos trechos ainda não citados, consideramos importante a tradução e exposição dos mesmos, para que o leitor possa perceber o teor das idéias de Poincaré, insistentemente citadas por Euclides Roxo:

> O que é compreender? Esta palavra tem o mesmo sentido para todo o mundo? Compreender a demonstração de um teorema é examinar sucessivamente cada um dos silogismos dos quais ela se compõe e constatar que ele está correto, de acordo com as regras do jogo? Do mesmo modo, compreender uma definição é somente reconhecer que já se sabe o sentido de todos os termos empregados e constatar que ela não implica nenhuma contradição?
>
> Sim, para alguns; quando eles tiverem feito esta constatação, dirão: eu compreendi. Não, para a maioria. Quase todos são muito mais exigentes, eles querem saber, não somente se todos os silogismos de uma demonstração estão corretos, mas o porque deles se encadearem em tal ordem, de preferência a outra ordem. Enquanto eles lhes

parecem produzidos pelo capricho, e não por uma inteligência constantemente consciente do objetivo a alcançar, eles não crêem ter compreendido.

Sem dúvida eles mesmos não compreendem bem do que reclamam e não saberiam formular seu desejo, mas se não estão satisfeitos, eles sentem vagamente que alguma coisa lhes falta. Então, o que acontece? No começo eles percebem ainda as evidências que se colocam sob seus olhos; mas como elas só estão ligadas por um fio muito tênue às que precedem e às que seguem, elas passam sem deixar vestígios em seu cérebro; elas são imediatamente esquecidas; tão logo esclarecidas, elas caem imediatamente em uma noite eterna. Quando eles estiverem mais adiantados, não verão nem mesmo esta luz efêmera, porque os teoremas se apóiam uns nos outros e aqueles dos quais teriam necessidade são esquecidos; é assim que eles se tornam incapazes de compreender a Matemática.

Não é sempre falha de seu professor; muitas vezes sua inteligência, que tem necessidade de distinguir o fio condutor, é muito preguiçosa para o procurar e o encontrar. Mas para ajudá-los, é preciso em primeiro lugar que nós compreendamos bem o que os detêm.

Outros se perguntarão sempre para que isso serve; eles não terão compreendido se não encontrarem ao redor deles, na prática ou na natureza, a razão de ser desta ou daquela noção Matemática. Sob cada palavra, eles querem colocar uma imagem sensível; é preciso que a definição evoque esta imagem, que a cada estágio da demonstração eles a vejam transformar e evoluir. Somente nesta condição, eles compreenderão e reterão. Eles freqüentemente iludem a si próprios; não escutam o raciocínio, eles olham as figuras; imaginam ter compreendido e eles apenas vêem (POINCARÉ, 1904:257-258); (ROXO, 1930d).

Diferentemente dos outros artigos em que Euclides Roxo cita Henri Poincaré, observamos que, neste, revela também sua opinião, na qual procura reforçar os dizeres de Poincaré. Conclui que é uma monstruosidade um professor querer impor aos seus alunos o mesmo rigor que este adquiriu por uma inclinação especial de sua personalidade e por meio de muitos anos de estudo. O professor que age dessa maneira pode induzir seus alunos a duvidar até daquilo que eles supunham compreender, além levá-los ao tédio ou mesmo ao desprezo pela Matemática.

Além disso, Euclides Roxo concorda com Poincaré, considerando que entre os alunos existem inclinações diversas e cabe ao professor trabalhar com essa diversidade de espíritos. Considera também que entre os próprios matemáticos essa distinção se apresenta, exemplificando como faz Poincaré, que existem lógicos como Weierstrass e intuitivos como Riemann. E mais, aconselha aos professores terem paciência e mesmo alegrarem-se com esta heterogeneidade de mentes. Encerra este ponto de vista, citando novamente Poincaré: "... nós não possuímos a pedra filosofal que nos permitiria transmutar uns nos outros os metais que nos são confiados; tudo o que podemos fazer é trabalhá-los nos acomodando às suas propriedades" (POINCARÉ, 1904:257).

Euclides Roxo termina sua preleção sobre as idéias de Poincaré, reafirmando a necessidade de se cultivar a intuição, mesmo entre aqueles que futuramente se dedicarão com maior afinco às ciências exatas e que, certamente se fará indispensável um conhecimento profundo e rigoroso dos seus princípios. Para tanto, alega que sem a intuição, não poderiam conhecer verdadeiramente a Matemática, e especialmente aos professores, não estariam capacitados a desenvolver em seus alunos uma qualidade que eles mesmos não possuem.

Em seguida, na defesa de seus argumentos, o professor Roxo também evoca os ensinamentos de Branford[62], fazendo-nos refletir sobre qual a dinâmica entre as relações concretas e abstratas no ensino da Matemática, e como um indivíduo consegue apreender determinado conteúdo levando-se em conta sua idade e a adequação dessas relações durante a aprendizagem.

Por fim, Euclides Roxo cita os vários métodos de classificação utilizados no ensino: o sintético, o analítico, o dedutivo, o indutivo, o socrático, o heurístico e o de laboratório; analisando-os, mostrando suas vantagens e também as dificuldades inerentes na aplicação de cada um deles. Para ampará-lo, toma como referencial teórico J.W.A.Young[63]. Dentre os métodos citados, Euclides Roxo mostra-se inclinado à adoção do método heurístico, pois para ele, este método permite "atingir os ideais da instrução Matemática, do que a simples *ingestão passiva* de qualquer corpo de doutrina Matemática por mais volumoso que seja" [grifo do autor], (E.R.I. 3. 152), (ROXO,1930d).

---

[62] Trata-se Benchara Branford, autor do livro "*A study of mathematical education*", Oxford, 1924 (ROXO,1937a:10).

[63] J.W.A. Young é autor da obra "*The teaching of Mathematics in the elementary and secondary school*", New York, 1929 (ROXO,1937a:14).

Euclides Roxo defende a adoção do método genético ou heurístico, posto que este método visa estimular a atividade do aluno e levá-lo, na medida do possível, a descobrir, ou supor que descobre sozinho as verdades matemáticas, o conhecimento desejado, ao invés de ser um receptor passivo de conhecimentos. Tal procedimento deve ser feito por meio da resolução de problemas, propostos com o objetivo de orientar a pesquisa de teoremas e desenvolvimento da presteza na conclusão lógica. Embora esse método exija mais tempo, com pouco progresso nos primeiros meses de uso, esse atraso é compensado pela rapidez que alcança posteriormente. Para Euclides Roxo é um método essencialmente ativo e construtivo:

> Ensinar heuristicamente não é sinônimo de nada ensinar; se, na verdade, dizer explicitamente a solução completa seria falsear o espírito do método, o aluno deve, entretanto ser ajudado de acordo com as circunstâncias, por perguntas, sugestões, ou, ainda esboçando-lhe uma linha de ataque ou iniciando a resolução. Convém, entretanto, que o aluno esteja inteirado do objetivo alvejado, para melhor cooperar com o mestre, ao invés de supor como poderia parecer, que este procede daquele modo por incivilidade ou preguiça (E.R.I.3.152), (ROXO,1930d).

Esclarece, citando Klein, que, ao contrário do que possam imaginar algumas pessoas, que crêem que a Matemática se ocupa unicamente em deduzir conseqüências lógicas, todo aquele que trabalha em investigação Matemática serve-se principalmente de sua fantasia e utiliza-se do método indutivo, apoiado em recursos heurísticos. Estas pessoas fazem tal julgamento, por observar apenas a forma cristalizada em que se apresentam as teorias Matemáticas. Logo, conclui Roxo, a educação Matemática voltada para um método exclusivamente dedutivo, fazendo derivar de uma série de axiomas previamente estabelecidos, “além de ser antipsicológica, não corresponde ao processo evolutivo da Matemática” (E.R.I. 3.152), (ROXO, 1930d).

Como podemos observar, Euclides Roxo, ao defender a predominância essencial do ponto de vista psicológico, como importante ferramenta no auxílio da pedagogia escolar, evoca primordialmente as idéias de Henri Poincaré. Quando propugna um ensino da Matemática utilizando como recurso a fantasia e o método indutivo apoiado em recursos heurísticos e ainda afirma ser antipsicológica uma educação que se volta para o método exclusivamente dedutivo, o professor Roxo aproxima-se do que Poincaré considera como principal objetivo do ensino da Matemática, qual seja, desenvolver algumas faculdades da mente, dentre as quais a intuição não é a menos importante.

5.1.3.3. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – IV – Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma. 2. Subordinação da escolha da matéria a ensinar às aplicações de Matemática ao conjunto das outras disciplinas. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 21 dez. 1930f.

Selecionamos este artigo dominical publicado no *Jornal do Commercio* em 21 de dezembro de 1930, por constatarmos em alguns de seus trechos pontos de vista de Euclides Roxo que se relacionam com os de Poincaré. Passamos, portanto, a analisá-los, observando em suas explanações, as semelhanças e também contrastes entre os pontos de vista dos protagonistas de nosso estudo.

Como já anteriormente dito, em uma das propostas do movimento internacional de reforma do ensino da Matemática, a denominada "*subordinação da escolha da matéria a ensinar às aplicações de Matemática ao conjunto das outras disciplinas*", Euclides Roxo discute a importância de tornar o ensino de Matemática inter-relacionado com outras disciplinas. Entende que, uma das finalidades do ensino da Matemática no secundário é preparar o aluno para a vida. Logo, as aplicações práticas despontam como um aspecto importante a ser considerado no seu ensino. Para tanto, propõe acentuar a conexão entre a Matemática e outras disciplinas tais como a física, a química, a astronomia, a Aritmética comercial, etc. A importância de ensinar a Matemática em perfeita interação com as outras disciplinas do curso justifica-se porquanto "a Matemática não deve ser estudada como uma ciência morta e isolada, mas seu ensino deve ser vivificado pelo contato com outras disciplinas, *não depois de terminado o ensino de Matemática, mas sim durante o curso"* [Grifo do autor] (E.R.I. 3.154), (ROXO,1930f).

Roxo considera que os alunos da escola secundária, de modo geral, não são capazes de reconhecer e aplicar os ensinamentos matemáticos quando estes aparecem em circunstâncias reais, uma vez que, freqüentemente estes ensinamentos apóiam-se em exemplos artificialmente arranjados dentro da própria Matemática e em formulações abstratas. Além disso, o ensino da Matemática fundamentado unicamente em entes puramente lógicos faz com que a maioria dos estudantes adquira uma completa aversão por esta disciplina. Desse modo, assim como em Poincaré, considera conveniente, por exemplo, ensinar Geometria ligando-a ao desenho geométrico e com o auxílio de instrumentos de medição.

Entretanto, Euclides Roxo ressalta a necessidade de que essa tendência seja devidamente limitada, ou seja, é necessário manter um equilíbrio entre a ciência pura e aplicada. Para tanto, não se deve cair no extremo oposto de restringir o estudo da Matemática apenas às aplicações interessantes, prejudicando o lado abstrato, que lhe garante a firmeza e certeza característica. O poder de abstração, no entanto, deve ser gradativamente desenvolvido, a princípio de modo simples, acompanhado de exemplos práticos, para melhor compreensão do assunto por parte dos alunos.

O professor Roxo finaliza seu artigo dizendo que a reforma pretende que a seleção das matérias constitutivas da Matemática escolar seja subordinada às aplicações que delas se façam nas disciplinas, ao invés de procurar nos outros domínios do saber ou da atividade humana, os assuntos para problemas matemáticos que sirvam de exercícios para sua teoria, escolhidas arbitrariamente ou por motivos meramente lógicos.

Tais ponderações do professor Roxo, extraídas dessa proposta do movimento de reforma internacional, qual seja, da conexão da Matemática com outras disciplinas, liga-se aos pensamentos de Poincaré, pois, para este filósofo, o mundo matemático deve permanecer em contato com o mundo real de modo a torná-lo provido de sentido, e desse modo, o que deve preocupar o ensino é a falta de compreensão dos estudantes quanto às demonstrações que lhes são expostas, pois essas parecem dissociadas do mundo físico real. Para efetiva compreensão das demonstrações necessário se faz recorrer à experiência ou à intuição. Relembrando, Poincaré considera ser vantajosa trabalhar as definições da cinemática como auxílio das derivadas uma vez que, de um modo geral, os estudantes da escola secundária não aplicam o que aprenderam sobre as leis mecânicas no cotidiano, como se o mundo da ciência e a realidade fossem separados. Eis como se expressa Poincaré, sobre a relação entre a física e a Matemática, em sua obra "*O valor da ciência*" (2000:90): "O matemático não deve ser para o físico um simples fornecedor de fórmulas; é preciso que haja entre eles uma colaboração mais íntima".

5.1.3.4. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – VIII – Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma. 3. Subordinação do ensino da Matemática à finalidade da escola moderna. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 18 jan. 1931c.

Neste texto, Euclides Roxo defende que a Matemática, mesmo na sua forma mais abstrata, não se encontra apartada da vida, "ela é justamente o tratamento ideal dos problemas da vida" (E.R.I.3.158), (ROXO, 1931c), e, portanto, o ensino da Matemática deve estar subordinado à finalidade da escola moderna, qual seja, voltada para o sucesso prático, estimulando o aluno a ter confiança em si próprio, acostumando-o com o cálculo mental, de forma a torná-lo mais seguro e desembaraçado nas operações numéricas. Convém também que desenvolva o senso de estimativa das grandezas e de apreciação do grau de exatidão dos cálculos sobre valores aproximados. Isto decorre da necessidade de se ter em vista, em seu ensino, suas aplicações às ciências físicas e naturais e à técnica (E.R.I.3.160),(ROXO,1931e).

Essa tendência, avalia o professor Roxo, é contrária ao preconceito de que o professor de Matemática tem como único objetivo a formação da inteligência do aluno e ensinar-lhe a raciocinar com rigor. Justifica seu ponto de vista utilizando, entre outros, os preceitos de Keyser[64], qual seja, a esperança do melhoramento do ensino da Matemática repousa na possibilidade de humanizá-lo.

A humanização do ensino da Matemática é definida no sentido de apresentar e interpretar as idéias e doutrinas dela inerentes, de modo tal, que farão apelo não apenas à faculdade computatória ou à faculdade lógica, como também a todas os grandes interesses do espírito humano. Para humanizar o ensino da Matemática, torna-se necessário alcançar uma concepção da significação humana da Matemática. Euclides Roxo considera ser indispensável o conhecimento da Matemática bem como a reflexão sobre ela. Ou seja, é necessário que, além do conhecimento das noções Matemáticas, haja uma visão profunda e liberal adquirida por uma prolongada contemplação da natureza Matemática, meditando sobre as relações de contraste e semelhança com outras formas do pensamento humano. Ao que acrescenta: "Embora se trate de uma questão sobre a Matemática, não é uma questão Matemática: é uma questão filosófica. E justamente por isso, que os matemáticos, a despeito de possuírem uma, mas apenas uma, das condições indispensáveis para considerarem a questão, têm-na em geral, ignorado" (E.R.I.3.158), (ROXO,1931c). Esse fato pode explicar a razão pela qual de uma grande parte dos alunos que estudam Matemática no secundário, poucos são os que encontram algum prazer nesse estudo. Não é, como tradicionalmente se explica, que estes alunos não possuem a faculdade Matemática em grau considerável. A falta de interesse do aluno médio pela Matemática deve-se ao fato de que, apesar da Matemática ser repleta de conhecimento humano, esta não lhe é apresentada de maneira humana.

Euclides Roxo compara a concepção do que seria a significação humana da Matemática para um matemático normal, representante da escola velha e um matemático normal, representante do moderno espírito crítico. O matemático representante da escola velha, provavelmente dirá que a Matemática é a ciência do pensamento rigoroso somente acerca de algumas coisas, tais como números, figuras, certas operações, etc., tendo inúmeras aplicações à engenharia e às ciências naturais e além disso, a Matemática é um excelente exercício para

[64] Cássius J. Keyser, professor da Columbia University de Nova York, autor da conferência intitulada "*The humanization of the teaching of Mathematics*" feita em 1912, em Michigan School Master's Club (ROXO, 1931c).

disciplinar a mente. Já o matemático representante do moderno espírito crítico, dirá que: “a Matemática é a ciência do pensamento rigoroso sobre todas as coisas que interessam ao pensamento humano, sobre todas elas” (E.R.I.3.158), (ROXO,1931c). Ou seja, o professor de moderno espírito crítico revela-se possuidor de uma visão global da Matemática; inclui e ultrapassa a do professor tradicional, pois sua concepção sobre a significação humana da Matemática abrange todas as atividades e interesses humanos.

Ainda assim, salienta Euclides Roxo, não se pode negar ao matemático o direito de permanecer indiferente ao valor social ou à significação humana da Matemática, pois sua atividade contribui, de qualquer forma, mais cedo ou mais tarde, direta ou indiretamente, para o bem da humanidade. Porém, ao professor, esse direito à indiferença é negado posto que, o professor exerce uma profissão cujas funções são eminentemente sociais, cujas obrigações são humanas.

Segundo Euclides Roxo, se quisermos saber o que significa humanamente essa ciência, “devemos olhar para um matemático como Platão, por exemplo, ou para *um filósofo como Poincaré”* [grifo nosso] (E.R.I. 3.158), (ROXO,1931c). Devemos olhar especialmente para nossas próprias faculdades, procurando discernir aquelas conexões (informações, analogias, estruturas, objetivos) que reúnem todas as grandes formas de atividade e aspiração humanas: as ciências naturais, etimologia, filosofia, jurisprudência, religião, arte e Matemática em um único empreendimento do espírito humano. Isto porque, o espírito humano é suscetível de uma variedade de luzes, em uma variedade de mundos.

Vejamos então, o que vem a ser estas luzes, aludidas por Roxo:

1. Há a luz da percepção, geralmente confundida com o brilho solar ou a refulgência do som, pois a música é também, para o espírito, uma espécie de iluminação.
2. Há a luz da imaginação, que descobre um mundo cheio de coisas maravilhosas e que revela o interior das coisas iluminadas por ela.
3. Há a luz do pensamento, da razão, da lógica, a luz da análise, muito mais pálida que a luz da percepção e do que a imaginação, mas muito mais penetrante e muito mais ubíqua (onipresente), que qualquer delas.

4. Há uma quarta luz, a da emoção, o brilho e a glória de coisas que, a não ser em lampejos, não são reveladas em percepção nem em imaginação, nem em pensamento: o mundo da verdade, do bem e do belo, do espírito, da aspiração e da religião (E.R.I. 3.158), (ROXO,1931c).

O professor Roxo nos exibe esta variedade de luzes, ou sistema de mundos nos quais residem os interesses humanos, a quem nos cumpre ensinar Matemática. E mais, a significação humana na Matemática não se limita a um desses mundos, mas envolve a todos de modo penetrante.

A Matemática por ser abstrata, é considerada estática, fria, incolor e separada da vida. Ao contrário, afirma Euclides Roxo, a Matemática mesmo no seu mais alto grau de pureza e abstração, não está apartada da vida; ela é justamente o modo ideal de tratar os problemas da vida. E exemplifica: O conceito de *equação* corresponde, na vida, ao conceito de lei natural, que dá ordem ao que antes era mutação caótica, garantindo uma liberdade parcial; o que se entende pela noção de limite, encontra-se por toda parte, sob forma de algum ideal do qual nós nos podemos aproximar mais e mais, porém nunca podemos atingir completamente; o conceito de *função* encontra, na vida, o seu correspondente no senso de interdependência e indeterminação dos elementos do mundo. Os conceitos de *variável* e de *constante*, de *relação*, *transformação*, de *grupo*, finito e infinito encontram-se também, desde o início nos próprios elementos da Matemática. A noção de *grupo* é encontrada entre as mais simples noções e concepções geométricas, como também no conjunto dos números inteiros. O mesmo acontece com os outros conceitos anteriormente referidos.

Então, por que razão haveríamos esperar por anos adiantados de estudo para apresentá-los? Pergunta o professor Roxo. Os conceitos focais da Matemática superior encontram-se sempre presentes nos rudimentos da ciência. Cumpre, portanto, aos professores aproveitar as concepções superiores que neles se encontram, dando uma noção viva de sua presença.

Roxo finaliza defendendo que esse modo de tratar as idéias implica, mais do que um conhecimento verbal das suas definições, uma completa familiaridade com as doutrinas em que se estendem as significações das idéias assim definidas.

Este foi, em resumo, o assunto tratado por Euclides Roxo neste artigo. Comparando com o pensamento de Poincaré, o que primeiramente nos chama a atenção na fala de Euclides Roxo é o tema da humanização do ensino de Matemática, não bastando apenas o conhecimento das noções Matemáticas, sendo necessário também uma reflexão profunda de sua natureza. E, mais que isso, uma questão filosófica. Remontando aos ensinamentos de Poincaré, lembramos a ênfase que este dá para a compreensão em Matemática. Poincaré exemplifica que a Escola Politécnica fecharia suas portas “aos alunos muito bons, que sabem muito bem suas matérias, que a compreendem muito bem, e que, entretanto, são incapazes de fazer delas a menor aplicação” (POINCARÉ, 1904:266). Argumenta que a palavra compreender tem vários significados e que neste caso levou-se em consideração apenas o conhecimento das noções Matemáticas, o que não é suficiente “nem para fazer um engenheiro, nem para fazer um geômetra”. Poincaré prefere escolher dentre os alunos que compreendem integralmente, ou seja, aqueles que desenvolvem várias faculdades do espírito, que têm uma visão geral dessa ciência, que desenvolvem a capacidade criativa.

Desse modo, para Poincaré, o único objetivo do ensino da Matemática não é a utilização da lógica. Devemos, mais do que isso, nos preocupar com a mente do aluno, para que realmente estes compreendam as noções Matemáticas, recorrendo à intuição ou à experiência. Poincaré enfatiza que é por meio da intuição que “o mundo matemático permanece em contato com o mundo real” (POINCARÉ, 1904: 265). Vale lembrar também, que Poincaré é considerado um dos principais representantes da visão concreta da Matemática francesa, ou seja, ligada à ciência física (COSTA, 1992:62-63). Neste sentido, os pensamentos defendidos por Roxo harmonizam-se com os de Poincaré, pois a compreensão em Poincaré toma um sentido mais abrangente do que a simples aquisição de um conhecimento matemático. É necessário saber, além disso, como aplicá-lo às atividades cotidianas.

Notemos também que, quando Euclides Roxo exibe o que chamou de “uma variedade de luzes”, divide-as em quatro grupos. Fazendo uma analogia com a argumentação de Poincaré, quando defende que a intuição percorre todos os níveis da atividade humana, dividindo-os também em quatro níveis, a saber: a percepção, o entendimento, a imaginação e a razão, notando que: a percepção (corresponde à primeira luz); o entendimento (correspondente à terceira luz); à razão (que também fizemos corresponder à terceira luz); à imaginação (correspondente à segunda luz). Quanto à quarta luz, podemos associá-la à função seletiva da intuição, qual seja, uma sensibilidade estética, voltada para a harmonia e simplicidade que desempenha, para Poincaré, papel fundamental para a invenção Matemática.

Apesar de considerarmos os quatro níveis apresentados por Poincaré semelhantes aos quatro grupos de luzes apresentados por Roxo, faz-se necessário esclarecer que Euclides Roxo, pelo menos neste artigo, não relaciona explicitamente essas luzes à intuição, como o faz Poincaré. Roxo relaciona-as às variadas formas de atividades e aspirações humanas, enquanto Poincaré considera que a intuição permeia todos os níveis de atividade humana.

Destacamos também que, para Poincaré, a noção de grupo de movimentos dos corpos sólidos é a “verdadeira fonte da Geometria” (POINCARÉ, 1904: 273), e vemos do mesmo modo destacada a noção de grupo na fala de Roxo, ao admitir que esta se encontra entre as mais simples noções e concepções geométricas.

Assim, concluímos que, neste artigo há muitos pontos em comum entre os pensamentos de Euclides Roxo e Poincaré, especialmente porque o próprio professor Roxo conclama aos que se interessam pela significação humana da Matemática, busquem fazê-lo por intermédio dos preceitos defendidos pelo filósofo Poincaré. Interessante notar ainda, que Euclides Roxo enfatiza em Platão a sua condição de matemático, ressaltando, em contrapartida, a condição do filósofo Poincaré.

5.1.3.5. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – XIII – Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma*.* Inclusão das noções de cálculo infinitesimal. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 01 mar. 1931g.

Neste artigo, Euclides Roxo defende a inclusão de noções do cálculo diferencial e integral nas últimas séries do ensino secundário. Para essa defesa, procura respaldo nas idéias pedagógicas de Felix Klein e Jules Tannery. Como no capítulo referente aos assuntos do secundário expostos por Henri Poincaré, encontra-se um tópico sobre o cálculo diferencial e integral, resolvemos então, analisar este artigo, visando buscar semelhanças ou contrastes no pensar de Euclides Roxo e Henri Poincaré.

Primeiramente, cumpre notar que Euclides Roxo estava ciente das prováveis críticas que iria receber ao defender a inclusão do cálculo no secundário. Isto porque, inicialmente, chama a atenção dos seus leitores para esse fato, indagando: “Se o aparecimento da palavra *função* nos programas do secundário foi motivo de escândalo, que se dirá do intento de ali incluir noções de Cálculo?” [Grifo do autor] (E.R.I.3.163), (ROXO,1931g). Euclides Roxo comenta que, para seus opositores esta inclusão oferecia uma sobrecarga ao programa de Matemática, e se justifica, utilizando-se dos pensamentos de Klein, propondo substituir os assuntos menos relevantes pelo cálculo, disciplina que considera essencial, menos abstrata e mais acessível.

Euclides Roxo ainda se vale das recomendações pedagógicas de Klein para criticar a colocação, em primeiro plano, das operações com quantidades infinitesimais e, igualmente em algumas vezes, do cálculo das derivadas no sentido de Lagrange. Este procedimento, segundo Klein, privou o ensino alemão, não só do rigor como também da clareza, motivo pelo qual ocorreu forte oposição à permanência do cálculo infinitesimal no ensino secundário.

Como Klein, Euclides Roxo deseja que os conceitos representados pelos símbolos $y = f(x)$, $\frac{dy}{dx}$ e $\int y$ tornem-se familiares aos alunos secundaristas com essas denominações, mas não de modo abstrato e sim enlaçados organicamente dentro do ensino geral, partindo de exemplos simples e ascendendo gradativamente, até chegar às séries superiores, quando então se procederia a sistematização dos conhecimentos lentamente adquiridos, com vistas ao aprendizado dos princípios do cálculo infinitesimal. Ainda de acordo com Klein, considera que, do ponto de vista pedagógico, não pode acarretar nenhum dano para os estudos mais elevados, o fato do colegial ter aprendido um pouco a diferenciar e integrar, mesmo lhe faltando uma base rigorosamente lógica, devendo esta ser suprida por um processo intuitivo. Pondera que esse preparo será de grande utilidade ao estudante no curso superior, cabendo ao professor a tarefa de cativar seus alunos, de modo a tornar o assunto atraente e estimulante.

Euclides Roxo afiança que a escola secundária costuma utilizar-se do estudo dos máximos e mínimos, geralmente inclusos nos planos de curso das séries mais adiantadas, e que este estudo é essencialmente adequado para familiarizar o estudante com a idéia de variabilidade das expressões literais, completada pela sua representação gráfica. Assim, propõe que tal estudo seja feito utilizando-se de exemplos práticos, nas mais simples discussões de gráficos, logo nas primeiras séries. Assim, nas séries finais, o estudo dos máximos e mínimos poder-se-ia ligar aos elementos do cálculo infinitesimal, como forma de introduzir e motivar os alunos para esta disciplina.

Roxo defende também, um estudo que principie por considerações simples sobre áreas e volumes, levando intuitivamente o aluno à noção de integral. Não se compreende, aduz o autor, porque razão os princípios do cálculo são mais aptos a levar ao formalismo do que, por exemplo, a resolução logarítmica dos problemas trigonométricos ou o estudo do binômio para expoentes inteiros e positivos. Ao que acrescenta, enfaticamente: “tanto mais, que não se trata de modo algum, repitamo-lo, de uma sistematização do cálculo...” (E.R.I. 3.163), (ROXO,1931g).

Finalizando, Euclides Roxo vale-se dos dizeres de Jules Tannery[65], quando este solicita aos professores que utilizem os trabalhos matemáticos realizados nos últimos três séculos, pois, para Tannery, temos nas mãos os mais aperfeiçoados aparelhos de iluminação elétrica e continuamos a nos servir das lâmpadas de bronze desenterradas da Grécia ou da Itália, lâmpadas essas que devem ser admiradas e colocadas em uma vitrine. A esta solicitação, o professor Roxo acrescenta uma crítica à forma como vinha sendo trabalhada a Geometria euclidiana no ensino secundário, questionando:

> Quando teremos a coragem e a independência de espírito necessário para por nos mostruários dos museus os belos candelabros gregos da didática euclidiana e iluminar, com as lâmpadas dos Edsons da Matemática moderna, essa obumbrada e fria catacumba, que é uma aula de Geometria elementar? (E.R.I.3.163), (ROXO,1931g).

Voltando nossa atenção para os escritos de Poincaré, notamos que, para a inclusão no ensino secundário das noções do cálculo diferencial e integral, Euclides Roxo consente uma introdução intuitiva dessas noções, que seriam posteriormente devidamente formalizadas, no curso superior. Neste sentido, a intuição é para Roxo, assim como para Poincaré, requisito essencial para a educação Matemática. Para a integração, deve-se escolher áreas de modo que possam ser calculadas pela Geometria elementar. Neste aspecto, igualmente há concordância de opiniões entre esses dois educadores.

Entretanto, enquanto Poincaré defende o estudo do cálculo diferencial empregando-se o método de Lagrange, sendo ainda imprescindível que o aluno aprenda a pensar em derivada para depois conhecer a notação diferencial, Euclides Roxo expõe neste artigo, amparado nas idéias de Klein, opinião oposta, qual seja, considera que a idéia de introduzir o cálculo das derivadas no sentido de Lagrange priva o ensino não só do rigor como também da clareza. Quanto à notação, Poincaré afirma que o professor jamais deverá escrever: $df = \frac{df}{dx} + \frac{df}{dy}$

[65] Jules Tannery, autor da obra *"Leçons d'Aritmétique théorique et pratique*", foi publicada em 1894 na coleção "*Cours complet de mathématiques élémentaires*". Essa coleção obteve sucesso internacional. O professor Euclides Roxo fez uma apropriação dessa obra de Tannery para escrever o livro "*Lições de Arithmética*" (Valente, 2000a).

mas sempre: $df = f'_x\,dx + f'_y\,dy$" (POINCARÉ, 1904:277). E como vimos, Euclides Roxo pretende que as notações $y = f(x)$, $\frac{dy}{dx}$ e $\int y$ sejam familiares aos alunos secundaristas. Vemos aqui, idéias contrastantes entre esses dois pensadores. Desse modo, percebemos que para a inclusão do cálculo infinitesimal no ensino secundário Euclides Roxo não se apropriou em sua totalidade, das propostas pedagógicas de Poincaré. Neste caso, Roxo valeu-se mais das recomendações de Felix Klein. Não obstante, filosoficamente, há concordância pois as noções de cálculo a serem incluídas no curso secundário seriam ensinadas de modo não formalizado.

5.1.3.6. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – Réplica ao Sr. Joaquim Almeida Lisboa. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 28 dez. 1930g.

Esta é a primeira das réplicas feitas por Euclides Roxo, publicadas no *Jornal do Commercio*, com o objetivo de defender-se das críticas desferidas pelo professor de Matemática Joaquim Inácio de Almeida Lisboa[66]. Como as demais que se seguem, estaremos analisando aspectos das defesas sustentadas por Euclides Roxo, que coloquem em evidencia seu modo de pensar e que revelem afinidades com o pensar de Henri Poincaré.

Antes de começar a rebater as críticas de seu opositor, o professor Roxo faz uma pequena análise da vida professoral de Almeida Lisboa, pois segundo ele, podemos obter "ilações em benefício do aperfeiçoamento do ensino secundário" (E.R.I. 3.155), (ROXO,1930g). Não nos ateremos, entretanto, aos ataques pessoais que se encontram por todo este artigo e nos que se seguiram. No entanto, atenderemos ao pedido de Euclides Roxo, no sentido de procurar,

[66] Joaquim Inácio de Almeida Lisboa, autor da obra "*Lições de álgebra"* era professor catedrático do Colégio Pedro II, sendo considerado um professor extremamente severo, ríspido com alunos e colegas. Ausentava-se com freqüência do colégio, tirando várias licenças médicas. Na Ata da Congregação do Colégio Pedro II de 15 de março de 1920, (LACP, 1920:15/03:7), encontra-se registrado a decisão dos professores em aprovar todos os alunos de Almeida Lisboa na disciplina Aritmética, posto que, até aquela ocasião, este professor ainda não havia entregado as notas referentes a 1919 (VALENTE, 2001c).

nesta polêmica, ilações com vistas a esclarecer como dois educadores de idéias opostas em relação ao ensino, defendem seus pontos de vista.

Euclides Roxo mostrou-se surpreso ao ver seu colega, também catedrático no Colégio Pedro II, vir a público, para questionar a reforma de ensino da Matemática ocorrida neste colégio. O programa de ensino fora discutido pela Congregação, no dia 20 de dezembro de 1930. Ambos estavam presentes e, segundo Roxo, o professor Lisboa naquela ocasião, não articulou uma só palavra[67]. Porém publicou no *Jornal do Commercio* em 21 de dezembro de 1930 sua primeira manifestação contrária aos programas aprovados no Colégio Pedro II.

Euclides Roxo faz também considerações sobre Almeida Lisboa: um belo talento, um grande matemático, que poderia ter sido ótimo professor de curso superior. No entanto, no magistério, "ele concretiza a maior catástrofe que se poderia imaginar" (E.R.I. 3.155), (ROXO,1930g). Assim, por meio dessa comparação, aproveita para sugerir a criação de uma escola normal para professores secundários, para formar professores que, além de um ótimo conhecimento sobre a teoria Matemática, conheçam também a psicologia infantil e as modernas teorias sobre pedagogia e metodologia.

Já o professor Lisboa acusa Euclides Roxo de dar à Matemática um caráter utilitário e essencialmente prático. Ao que Roxo considera uma afirmação inconsistente, posto que, os programas do Pedro II encontram-se em conformidade com os mais modernos compêndios americanos, alemães e até mesmo franceses.

Enquanto Euclides Roxo considera que a única preocupação de Almeida Lisboa é colocar na cabeça dos alunos a maior quantidade de teoria possível, fazendo-os "engolir a seco teoremas e teoremas demonstrados" preocupando-se mais com a matéria do que com os discípulos. Almeida Lisboa argumenta que os alunos do Pedro II sairão do secundário sem saber demonstrar, formando uma

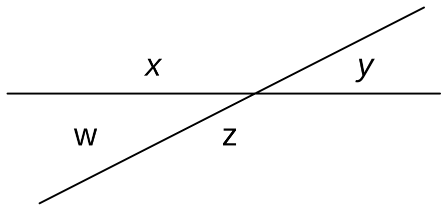
[67] Segundo Tavares, a Congregação do Colégio Pedro II se reuniu em 14 de novembro de 1927, para discutir a reforma da Matemática, proposta por Euclides Roxo. Esta proposta foi aprovada por mais de dois terços dos professores. Esclarece que, durante o período de implantação até a sessão do dia 20 de dezembro de 1930, não se percebe qualquer manifestação por parte do professor Lisboa. No entanto, neste dia, Almeida Lisboa vota contra os novos programas de matemática (2002).

geração de ignorantes, e ainda, nos livros do professor Roxo não há vestígio de uma simples demonstração; o que existem são verificações materiais e grosseiras. A esta acusação Euclides Roxo revida, afirmando que seu opositor pretendia fazer adolescentes de onze e doze anos "engolir" o seu compêndio de Álgebra, ignorando que a escola secundária sempre deverá começar por uma "intuição viva e concreta e só pouco a pouco poderão ser trazidos ao primeiro plano os elementos lógicos" (E.R.I. 3.155), (ROXO,1930g). Considera também que Almeida Lisboa tem uma preocupação obsessiva por demonstrações rigorosas e que este fato já não é absoluto, mesmo na alta Matemática, lamentando igualmente, a aversão que Lisboa manifesta contra o transferidor, instrumento que todos sabem não ser rigoroso, mas imprescindível em todos os escritórios técnicos. O professor passa então, a citar autores de livros didáticos que fazem uso do transferidor no curso propedêutico de Geometria: Godfrey and Liddons (*Elementary Geometry*), Ernst Breslich (*Sênior Mathematics*) e Behrendsen Gotting (*Lehsbuck der Math*.).

No artigo "*Os programas de Matemática do Colégio Pedro II (última resposta ao Sr. Euclides Roxo)*", Almeida Lisboa relaciona cinqüenta erros encontrados nos didáticos de Euclides Roxo. Selecionamos dentre os vários exercícios criticados por Almeida Lisboa e esclarecidos por Euclides Roxo, o *exercício 3*, que se encontra na página 30, do livro "*Curso de Matemática Elementar*", volume II, o qual Almeida Lisboa classifica como "curioso".

Na verdade, para melhor compreensão do *exercício 3*, descreveremos os *exercícios 1 e 2,* por considerarmos que há uma ordem na resolução dos exercícios, levando gradativamente o aluno à uma conclusão ainda que intuitiva, no *exercício 3*, da igualdade dos ângulos opostos pelo vértice, e também porque a figura nº 26 o qual o exercício se refere é a mesma para todos.

Figura 26:



Os exercícios são os seguintes:

> Com um papel transparente copie a figura formada pelos ângulos y e z (fig.26) e coloque essa cópia sobre a figura formada pelos ângulos x e w e veja se z coincide com x e y com w. Que relação resulta daí para dois ângulos opostos pelo vértice?
>
> Verifique se a conclusão a que chegou no exercício 1 traçando duas retas quaisquer que se cortem e medindo com o transferidor, os dois pares de ângulos opostos pelo vértice.
>
> Mostre que na fig. 26 se tem:
>
> $x + y = 180$
>
> $y + z = 180$
>
> $x + y = y + z$
>
> e, portanto, $x = z$. Por que? (ROXO, 1930a:30).

Euclides Roxo defende-se da acusação de Almeida Lisboa de que o *exercício 3* refere-se a uma resolução algébrica de problemas, por um sistema de equações: o que nele se pretende, afirma, é fazer um esboço de demonstração, de modo intuitivo, sobre a igualdade dos ângulos opostos pelo vértice.

Neste exercício, consideramos que a colocação do professor Lisboa é despropositada, pois justamente nele, ao contrário do que ocorre nos dois primeiros, nota-se uma preocupação em provar de modo genérico, que dois ângulos opostos pelo vértice são iguais. Observamos também, que Almeida Lisboa copia em seu artigo, apenas o enunciado do *exercício 3*, sem citar ou descrever a figura e os dois primeiros exercícios, podendo com isso, sugerir ao leitor tratar-se realmente de simples exercício algébrico, sem nenhuma relação com a Geometria:

> Parece que são necessárias três equações para concluir que x é igual a z. Mas a terceira equação é inútil, e qualquer principiante de álgebra, pelos velhos métodos, saberia e diria logo que o sistema é indeterminado, sendo $x = z$. O problema nem sequer é de Álgebra: mas de elementaríssima Aritmética: sendo iguais duas somas de duas parcelas, e uma das parcelas sendo comum, as outras parcelas são iguais. E são desta natureza os problemas exigidos no Pedro II (E.R.I.4.097), (LISBOA,1930).

O professor Lisboa ainda questiona se os exercícios apresentados no compêndio de Euclides Roxo são apropriados para o ensino secundário, deixando a desejar, portanto, aos alunos do Colégio Pedro II. Assim se manifesta: “não estão de acordo com o apurado rigor matemático”, são “futilíssimas questiúnculas”, são “problemas excessivamente infantis”, “banalidades desprezíveis”, “são futilidades”, “Matemática para jardineiros analfabetos”. A esse respeito, o professor Roxo se defende dizendo que não se trata de um livro “para jardineiros analfabetos” e que retirou alguns de seus exemplos e exercícios de livros americanos dirigidos à escola secundária, para alunos com idades que variam de 12 a 18 anos, reiterando indignado que, “os nossos guris entram para o Pedro II com 11, 10 e até 9 anos de idade!” (E.R.I. 3.155), (ROXO,1930g).

O professor Lisboa também acusa haver nos compêndios do professor Roxo, verificações experimentais de teoremas da Geometria, motivo pelo qual Euclides Roxo considera-o ignorante da moderna pedagogia da Matemática secundária afirmando que no ensino introdutório de Geometria, as verdades geométricas devem ser apresentadas sob a forma intuitiva, sem recorrer a um raciocínio rigorosamente dedutivo. Ao que Euclides Roxo acrescenta: “Mais tarde, quando o próprio estudante, numa fase mais adiantada do seu desenvolvimento intelectual sentir, ele próprio a necessidade de demonstração, ela ser-lhe-á apresentada com muito maior proveito e sem causar o tédio, mas antes o prazer e o interesse” (E.R.I.3.155), (ROXO,1930g).

Acreditamos que as defesas de Euclides Roxo quanto à sua metodologia, no que se refere às críticas lançadas por Almeida Lisboa neste artigo, encontram-se em sintonia com os pensamentos de Poincaré. Vejamos como se assemelha a última explanação que citamos de Euclides Roxo com esta frase de Poincaré:

> Mais tarde, ao contrário, quando o espírito do aluno, familiarizado com o raciocínio matemático, estiver amadurecido por esta longa convivência, as dúvidas nascerão deles mesmos e então sua demonstração será bem-vinda. Ela o despertará de novo, e as questões se formularão sucessivamente para a criança, (...), até que o rigor perfeito, possa, sozinho, satisfazê-la. Não basta duvidar de tudo, é preciso saber porque se duvida (POINCARÉ, 1904:265).

Note-se também, como já várias vezes mencionado, que Poincaré defende a constatação experimental para o ensino da Geometria, com o emprego de instrumentos móveis, tais como compasso, pranchetas, réguas; do mesmo modo como Euclides Roxo o faz na defesa de seus pontos de vista.

5.1.3.7. ROXO, Euclides. ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA – XI – Quarta Réplica ao Sr. Joaquim Almeida Lisboa. *JORNAL DO COMMERCIO*, Rio de Janeiro, 08 fev. 1931f.

Dentre as quatro réplicas ao Sr. Lisboa publicadas por Euclides Roxo, optamos por analisar a última, uma vez que nesta, Euclides Roxo faz um apanhado geral das outras, rechaçando novamente as críticas desferidas por Lisboa nos artigos posteriores. Além disso, Euclides Roxo relaciona cinqüenta erros que Almeida Lisboa julga ter encontrado em seus compêndios[68]. Trata-se de exercícios, definições, proposições e até mesmo de erros gramaticais, que Euclides Roxo discute, rebatendo um a um. Eventualmente, quando se fizer necessário, vamos nos referir também às outras réplicas.

Neste artigo, verificamos que na relação dos 50 erros apontados por Almeida Lisboa e contestados por Euclides Roxo, com exceção de dez deles, envolvendo definições ou exercícios de Aritmética e Álgebra, os restantes, ou seja, a grande maioria dos assuntos arrolados, pertence à Geometria.

Vê-se desse modo, tratar-se de dois métodos de ensino, um tradicional, inclinado para a Geometria euclidiana clássica, que Roxo define como “o estático e morto formalismo do Sr. Lisboa”, e outro que retira seus preceitos dos congressos internacionais de Matemática, dando ênfase aos aspectos intuitivos para um curso propedêutico de Geometria, com o objetivo de alcançar por parte dos alunos, uma maior compreensão das proposições geométricas, levando-se em conta, para isso, a maturidade dos estudantes, além de utilizar instrumentos como o transferidor, o compasso e o duplo decímetro (o que, segundo Roxo,

[68] Detalhes pormenorizados dos “50 erros” encontram-se em Sório (2002, em preparação).

escandalizou o professor Lisboa), aliando de alguma forma o estudo da Geometria ao do Desenho.

Nesta réplica, como também nas demais, Euclides Roxo ampara-se em grande número de obras didáticas, que menciona em textos de sua autoria, e em artigos escritos por ele. Além disso, deixa claro que “conforme anunciei no meu Prefácio, os meus compêndios, são meras compilações e adaptações daqueles livros estrangeiros. Tanto nesses compêndios, como nos artigos, que venho publicando nesta Folha, só há um mérito: é que aí *nada é meu, tudo é dos outros*” [grifo do autor] (E.R.I. 3.159), (ROXO,1931d).

Voltando aos “erros” mencionados pelo professor Lisboa, selecionamos aqueles em que a questão da definição Matemática é colocada em pauta. Isto porque Euclides Roxo, ao defender a necessidade da reforma do ensino de Matemática, tinha por objetivo alcançar uma maior compreensão do aluno em detrimento da quantidade de assuntos expostos, especialmente aos alunos de tenra idade, sempre recorrendo, como vimos, à conferência de Poincaré, “*Les définitions mathématiques*”, de 1904.

Dentre os erros apontados por Lisboa, destacamos o “caso do triângulo articulado”, pois este assunto aparece em todas as réplicas, de modo que inferimos que as explicações do professor Roxo não convenceram seu opositor.

Em seu primeiro artigo, Almeida Lisboa declara: “O professor Roxo inventou um triângulo articulado (pág. 83), que não pode existir” (E.R.I. 4.097), (LISBOA,1930). Em artigo subseqüente, repete: “O ilustre diretor do Pedro II sustenta a existência de triângulos articulados. As deformações das estruturas metálicas nada têm de comum com as das figuras de Geometria pura” (E.R.I. 4.101), (LISBOA, 1931).

O problema em questão encontra-se na obra intitulada “Curso de Matemática elementar”, v. 2, p. 37, que mereceu apenas um comentário encontrado na página 83 daquele mesmo volume. O problema encontra-se assim formulado:

> Faça um triângulo de tiras de cartolina, cujos lados tenham 8 cm, 10 cm, e 12 cm de comprimento. (Para isso, corte tiras de papel que tenham mais cerca de 1cm. Do que os comprimentos dados, faça orifícios afastados às distâncias dadas e ligue as tiras por meio de barbantes munidos de nós ou pequenos grampos). A figura do triângulo pode ser alterada sem vergar nem esticar os lados? (ROXO, 1930a:37).

O professor Roxo esclarece que utilizou o "triângulo articulado" como um meio sugestivo para fazer com que o aluno compreenda o caráter de indeformabilidade dos triângulos, e além disso, menciona que retirou este exemplo do livro de Godfrey and Liddons, p. 25, fig. 49.

Em 18/01/31, Almeida Lisboa retoma a critica ao exemplo do triângulo articulado, entendendo inconcebível tal figura geométrica.

Euclides Roxo defende-se, dizendo que do modo como Almeida Lisboa enuncia a questão, faz parecer que se trata dos triângulos em geral. Como Roxo já havia anteriormente citado, fazia menção a triângulos materiais feitos de três hastes rígidas, presas por articulações, e que se referia apenas ao modo de ligação dos lados entre si, de forma que nestes pontos de reunião não se produzem esforços que tenham por efeito impedir a sua mudança de direção; a indeformabilidade resulta unicamente da invariabilidade dos lados. Cita outros autores, com o intuito de lhe conferir autoridade: Rousk, Ballito. "*Récréations mathématiques*" p.240; Gordon Mirich (da Teacher College Columbia University); Merquis Newell (Evanston School), A. Flamant, "*Resistence des matériaux*", 1909. E Ainda acrescenta: "Aliás, o emprego do triângulo articulado para dar intuitivamente a idéia de rigidez é aconselhado pelos grandes mestres da pedagogia" (E.R.I.3.161), (ROXO,1931f).

Na questão dos "triângulos articulados", consideramos que Euclides Roxo segue as recomendações metodológicas de Poincaré, quando este se refere ao aprender a pensar em Geometria, confrontando a teoria com experimentos, solicitando o emprego da intuição e enfatizando o sentido concreto de suas relações. Neste sentido, relembramos a frase de Poincaré sobre uma boa definição para o ensino, ser aquela que é melhor compreendida pelos alunos. Observamos que, embora a concepção dos triângulos articulados não fosse bem aceita por matemáticos como o professor Lisboa, era no entanto bem acolhida pelo professor Roxo, como um meio de patrocinar uma melhor compreensão por parte dos alunos quanto à indeformabilidade dos triângulos.

Almeida Lisboa chama a atenção de seus leitores para as seguintes definições, igualmente extraídas do compêndio de Euclides Roxo "Curso de Matemática elementar", v. 1, p. 21, que no nosso exemplar corresponde às páginas 18 e 19. Estas definições correspondem ao que Lisboa denominou de "erro número 3", quais sejam: em relação à definição de superfície: "que não é uma parte do sólido nem tão pouco do espaço que o cerca"; de área: "chama-se área o tamanho ou grandeza de uma superfície". Ao que acrescenta: "esta definição nada significa: mas existe em bons autores. O mesmo acontece com a definição de comprimento..." (E.R.I.4.101), (LISBOA,1931).

No didático do professor Roxo, essas "definições" aparecem assim expostas:

> **Superfícies**. – Se considerarmos os corpos ou modelos de madeira apresentados em aula, a parte externa de cada um, a qual nós podemos tocar, a qual pode apresentar uma certa coloração, ser mais ou menos iluminada, é o que vulgarmente se chama *superfície do corpo* (...) a Geometria só se ocupa do cilindro exato, da esfera perfeita, etc., isto é, de formas ideais que não existem na realidade e que só podemos conceber. Os modelos mais exatos, os desenhos mais perfeitos de formas Matemáticas são apenas imagens aproximadas, dessas formas ideais.
>
> Se fizermos abstração da matéria que constitui um corpo, e, em lugar dele, considerarmos um sólido, temos que imaginar *alguma coisa* que o separe do resto do espaço e que não é uma parte do sólido nem tão pouco do espaço que o cerca, mas apenas separa um do outro e não tem espessura: essa separação se chama **superfície.** Ela tem forma, tamanho e posição. Se o sólido se mover, a superfície move-se com ele e toma diferentes posições sucessivas. Se considerarmos o tamanho ou a grandeza de uma superfície notamos que ela é de uma espécie diferente da grandeza de um sólido; chama-se **área** o tamanho ou a grandeza de uma superfície [grifos do autor] (ROXO:1929:18).

Antes, porém, de "definir" comprimento, Roxo conceitua linha. A seguir conceitua comprimento: "... se considerarmos o tamanho de uma linha, notamos que ele é de uma espécie diferente do tamanho de um sólido ou de uma superfície, o tamanho ou a grandeza de uma linha chama-se **comprimento**" [grifo do autor] (ROXO:1929:18-19).

No artigo publicado no Jornal do Commercio de 08/02/31, Euclides Roxo se justifica, com relação à área: "ela não pretende sequer ser uma definição; mas que significa muita coisa para um principiante tenho a máxima certeza". Tal "definição", continua, foi extraída de um compêndio do inglês W. J.Bobbs, "*A school course in geometry*" da Longmann's modern mathematical series. Roxo solicita também, que se compare com a definição de Combette, "*Cours de géométrie élémentaire*": "on, appelle aire d'une figure plane l'étenue de la portion du plan limite pour cette figure"[69] (E.R.I.3.161), (ROXO,1931f).

Quanto à superfície e à linha, encontramos sua justificativa no artigo do dia 25 de janeiro de 1931, quando Euclides Roxo acrescenta partes de suas frases, que retiradas por Lisboa do contexto, ficaram com seu sentido deturpado.

Euclides Roxo lembra aos seus leitores que, após a reforma, o curso de Geometria passou a ser ministrado em quatro anos; enquanto que antigamente só havia Geometria no quarto ano. Assim, a Geometria que é apresentada de forma intuitiva, vai gradativamente se modificando, para se tornar, já no terceiro ano, puramente lógica.

Já no artigo publicado em 11/01/1931, utilizando-se dos dizeres de E. H. Moore, da Universidade de Chicago, o professor Roxo sustenta que para o ensino propedêutico de Geometria, deve-se importar antes com a organização pedagógica do que com a lógica. O rigor no sentido puramente matemático não deve ser a maior preocupação, nem nas noções gerais, nem nas definições, nem nos axiomas, nem nos princípios. A experiência, a intuição e a indução devem ser largamente empregadas, de modo a conseguir maior clareza e compreensão por parte dos alunos. Dessa forma, o rigor deve ser exigido na medida em que pode ser compreendido pelos alunos, de acordo com suas idades.

[69] "Chamamos área de uma figura plana a extensão da porção do plano limitado por esta figura" [tradução nossa].

Estas considerações foram abordadas por considerarmos que, uma das questões mais importantes para o ensino secundário, sob o ponto de vista de Poincaré, é justamente a compreensão das demonstrações e definições matemáticas. De tal modo, Poincaré nos ensina que devemos nos preocupar acima de tudo com a mente do aluno e como queremos que ela evolua. E mais, para que os alunos compreendam as noções matemáticas, necessitamos sempre recorrer à experiência e à intuição. Recordemos ainda, que segundo este filósofo, faz-se necessário preparar e justificar as definições, por meio de exemplos particulares, indo gradativamente para o enunciado geral, utilizando o método da indução (POINCARÉ,1904:269).

Consideremos agora, como último exemplo, entre os muitos "erros" atribuídos ao compêndio do professor Roxo, o de número 17: "A circunferência é o lugar geométrico de um ponto que se move de modo que sua distância a um ponto fixo (alfinete) seja sempre a mesma" pg.44 (E.R.I.4.101), (ROXO,1931e).

Trata-se de um problema que se encontra na página 37 do livro *"Curso de matemática elementar"*, volume I, 1929. Verificamos que Almeida Lisboa explicitou a definição exatamente do mesmo modo como se encontra no didático de Euclides Roxo. Entretanto, convém lembrar que, no parágrafo que antecede essa definição, Roxo vai definir lugar geométrico, por meio do auxílio de uma régua de papel fixada por um alfinete em uma folha também de papel, estendida sobre uma mesa. Na régua ainda é feito um pequeno orifício a uma certa distância do alfinete, onde deve ser colocado um lápis, com a finalidade de marcar diversos pontos. Com efeito, o lugar geométrico fica definido como o conjunto de todos os pontos cujas distâncias em relação ao orifício (produzido pelo alfinete) são iguais. Só então Euclides Roxo vai definir circunferência: "...conservando sempre fixo o alfinete e mantendo a ponta do lápis no outro orifício, fazemos a régua rodar até que volte à posição donde partiu. Traçamos assim uma linha curva que se chama **circunferência de círculo**, ou simplesmente **circunferência**, ou ainda, **círculo"** [grifo do autor] (ROXO, 1929: 37).

Euclides Roxo, em sua última réplica, busca definições análogas em autores como Hadamard, Godfrey and Siddons, Young e também Poincaré:

> Pour le circle, on peut partir du compas; les élèves reconnaitront du premier coup la courbe tracée; on leur sera observer insuite que la distance des deux points de pin-instrument reste constante, que pour une de ces points est fixe et pour autre móbile, et on sera ainsi amené naturellement à la définition logique (E.R.I. 3.161), (ROXO,1931f)[70].

Vemos assim, que no ensino, existem duas concepções opostas. Em uma delas, a intuição tem papel preponderante especialmente no princípio da aprendizagem. A outra contrastante, enfatiza as definições puramente lógicas, com pouca ou nenhuma participação da intuição.

Assim, supondo que um professor incline-se ao formalismo, tal como percebemos em alguns aspectos Almeida Lisboa, quando enfatiza em seu ensino a abstração, este procurará então, fortalecer as relações lógicas decorrentes do assunto estudado, apresentando-o de maneira sistemática e ordenada. Tomando como exemplo uma aula de Geometria, é provável que tal professor se refira às noções de ponto, reta, plano; em conformidade com os dizeres de Hilbert, em sua obra "Fundamentos de Geometria":

> Definição: Nós pensamos em três sistemas diferentes de coisas; nomeamos as coisas do primeiro sistema como pontos; nós os designamos pelas maiúsculas A, B, C...; chamamos de retas as coisas do segundo sistema e as designamos pelas minúsculas a, b, c...;chamamos de planos as coisas do terceiro sistema e as designamos pelos caracteres gregos α, β, γ... Os pontos constituem os elementos da Geometria linear; os pontos e as retas são os elementos da Geometria plana; enfim os pontos, as retas e os planos são os da Geometria do espaço ou do próprio espaço.
> Entre os pontos, as retas e os planos, imaginamos algumas relações que exprimimos por expressões tais como "estar em", "entre", "congruente"; a descrição exata e apropriada ao objetivo da Matemática destas relações é dada pelos axiomas da Geometria ... (ARSAC, 2000).

Em contrapartida, um professor, assim como percebemos em alguns aspectos Euclides Roxo, que acate os ensinamentos de Poincaré, quando recomenda para o ensino elementar uma compreensão intuitiva, mantendo uma

---

[70] "Para o círculo, podemos partir do compasso; os alunos reconhecerão imediatamente a curva traçada; faremos com que observem que a distância entre os dois pontos correspondentes às duas pontas do compasso é constante, que um desses pontos é fixo e o outro móvel, e serão assim levados naturalmente à definição lógica" [tradução nossa].

relação viva com os objetos de estudo, enfatizando o sentido concreto de suas relações, possivelmente avaliará a obra de Hilbert “Fundamentos da Geometria” como não sendo conveniente para o ensino secundário. Isto porque, Poincaré se manifesta da seguinte forma sobre o texto já citado, quando Hilbert refere-se a ponto, reta e plano como “coisas”:

> O que são estas “coisas”? Nós não o sabemos, e não temos que saber; seria mesmo deplorável que nós procurássemos sabê-lo; tudo o que temos o direito de saber, é o que nos ensinam os axiomas, por exemplo: dois pontos diferentes determinam sempre uma reta, que é seguido deste comentário: ao invés de determinam, nós podemos dizer que a reta passa por estes dois pontos, ou que ela junta esses dois pontos, ou que os dois pontos estão situados na reta. Assim, “estar situado numa reta” é simplesmente definido como sinônimo de “determinar uma reta”. Eis aí um livro que eu considero muito bom, mas que eu não recomendaria a um aluno do liceu. (POINCARÉ, 1904:260).

Notemos que, para um ensino introdutório de Geometria, Poincaré sugere abordar inicialmente o estudo da reta. Entretanto, ao invés de definir o segmento de reta como o caminho mais curto entre dois pontos, assunto que considera delicado para ser trabalhado no ensino secundário, deve-se pensar na reta como um eixo de rotação, mostrando tal fato de forma concreta, por meio de um fio estendido, tomando tais regras como axiomas, justificando-os com experiências imprecisas, mas satisfatórias no secundário. “O essencial é aprender a pensar corretamente nos axiomas, uma vez admitidos”. (POINCARÉ, 1904:272).

Dessas observações e citações, concluímos que as idéias de Euclides Roxo, contrariamente às de Almeida Lisboa, harmonizam-se com as idéias pedagógicas de Poincaré, posto que defende, para um ensino propedêutico de Geometria, uma compreensão intuitiva condizente com a idade dos alunos, priorizando verificações materiais ao invés de definições precisas e rigorosas.

5.1.4. PORTARIA MINISTERIAL DE 30 DE JUNHO DE 1931. PROGRAMAS DO CURSO FUNDAMENTAL DO ENSINO SECUNDÁRIO. In: BICUDO, Joaquim de Campos. *O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação* (de 1931 a 1941 inclusive). São Paulo: 1942.

Neste tópico, procuraremos analisar como os princípios norteadores do programa oficial encontram-se firmados, buscando verificar semelhanças entre eles os defendidos por Poincaré. Isto porque, como esclarece Rocha (2001: 197-200), o programa de Matemática para o curso secundário de 1931 foi proposto por Euclides Roxo, e inteiramente aceito pelo Ministério da Educação e Saúde Pública.

A finalidade basilar do ensino da Matemática, segundo as instruções pedagógicas para o programa de Matemática, era a de desenvolver a cultura do aluno pelo conhecimento de processos matemáticos, habilitando-o à concisão e ao rigor de raciocínio, por meio da exposição clara do pensamento, em linguagem precisa. Para tanto, considerava necessário que o aluno compreendesse perfeitamente o alcance e a natureza das operações elementares, adquirindo habilidade crescente no modo de aplicá-las, sendo conveniente ainda, desenvolver o senso de estimativa das grandezas em cálculos sobre valores aproximados.

Vê-se neste programa, uma preocupação com a exposição da matéria e orientação metodológica, subordinada às exigências da pedagogia, especialmente nas séries inferiores, tendo sempre em vista, em cada fase do ensino, "o grau de desenvolvimento mental do aluno e os interesses para os quais tem maior inclinação" (BICUDO,1942:156-161).

Em Poincaré, notamos também, grande preocupação com a compreensão por parte dos alunos das noções matemáticas expostas em sala de aula, posto que, os alunos sempre perguntarão para que serve tais noções e não a terão compreendido até encontrarem, ao redor deles, na prática ou na natureza, a razão de ser dessas noções. Poincaré também enfatiza o fato da existência de variadas tendências entre os alunos, alguns com inclinação à lógica e outros à intuição; sendo, no entanto, necessário ensinar a todos. Defende ainda, uma Educação Matemática diferenciada para principiantes, fazendo-os adquirir o hábito de analisar suas concepções, levando-os a se conscientizar da incorreção de seu conceito primitivo e fazendo-os desejar, por eles próprios, a melhoria de suas definições, atingindo gradativamente o rigor (POINCARÉ, 1904:258-260).

Notamos, portanto, que nestes aspectos, o programa aprovado para 1931, revela-se em sintonia com o pensar de Poincaré. Ainda mais que, assim está recomendado nas instruções pedagógicas de 1931:

> Partindo da intuição viva e concreta, a feição lógica crescerá, a pouco e pouco, até atingir, gradualmente, a exposição formal; ou por outras palavras, os conhecimentos serão adquiridos, a princípio, pela experimentação e pela percepção sensorial, e, depois, lentamente, pelo raciocínio analítico. Assim, quanto à geometria, o estudo demonstrativo formal, deve ser precedido de um curso propedêutico, destinado ao ensino intuitivo, de caráter experimental e construtivo (BICUDO, 1942:156-161).

Segundo o programa de 1931, a Matemática deve ser vista como um conjunto harmônico, de modo que seus ramos: Aritmética, Álgebra e Geometria sejam ensinados em íntima correlação. Esta unificação deve ser obtida adotando-se como idéia central, a noção de função, apresentada a princípio intuitivamente e desenvolvida paulatinamente, tanto na forma geométrica quanto na forma analítica. Considera também conveniente, logo na 5ª série, a introdução das noções fundamentais e iniciais do cálculo das derivadas, aplicadas a problemas elementares da Mecânica e da Física.

Em Poincaré, notamos que no tópico intitulado "*Mecânica*" (1904:278), considera vantajoso relacionar velocidade e aceleração ou outras noções de cinemática com o cálculo das derivadas. Poincaré ainda "gostaria que esta definição [a de derivada] fosse preparada por exemplos concretos" (1904:276). No entanto, em seus escritos, não encontramos nenhuma alegação ou sugestão de que estas noções devam ser expostas inicialmente nas primeiras séries. Embora Poincaré defendesse que a Geometria deveria ser ensinada em conjunto com outros ramos da Matemática, especialmente a Aritmética, não se encontra explicitado em seus textos, o ensino unificado da Aritmética, Álgebra e Geometria.

As instruções pedagógicas de 1931 recomendam também, que os assuntos de interesse puramente formalístico, com cálculos desprovidos de interesse didático, devem ser abandonados, no curso secundário. Os assuntos devem ser escolhidos entre as noções e processos que tenham aplicações práticas, acentuando os vínculos crescentes entre a Matemática e o conjunto das demais disciplinas, especialmente às das ciências físicas e naturais, dando preferência a exemplos e problemas que provoquem interesse às cogitações dos alunos.

Além disso, com o intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso deve também fazer alusões a problemas clássicos e curiosos, a fatos importantes da história da Matemática, bem como trazer a biografia de grandes matemáticos.

Fazendo ligação entre as instruções aludidas em 1931 e as recomendações pedagógicas de Poincaré, verificamos que a supressão de conteúdos puramente formalísticos, sem cálculos que não apresentem interesse didático, é defendido por esse filósofo. Entretanto, Poincaré considera que a História da Matemática deve ser a principal orientação a ser seguida pelo professor, de modo a fazer com que a criança passe por onde seus pais passaram, de maneira rápida, sem queimar etapas. Este caminho será feito por intermédio da intuição e da experiência, até chegar ao raciocínio lógico rigoroso. Neste aspecto, não se trata de tomar a História da Matemática como um simples instrumento de motivação para o aluno, apresentando curiosidades e biografias de grandes vultos, diferentemente como tratado na instrução pedagógica de 1931.

Para a Aritmética, o programa de 1931 destaca a importância do cálculo mental. Para as operações sobre frações defende a importância de iniciar com explicações intuitivas, pelo fracionando de objetos ou grandezas geométricas. As noções de divisibilidade, número primo, decomposição de fatores, mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, devem ser explicadas na primeira série “sem a preocupação de formalismo ou de rigor dedutivo”, evitando a mecanização do processo. No cálculo com frações deverão ser evitadas expressões exageradamente complicadas, procurando essencialmente a significação de frações e o cálculo sobre elas (BICUDO, 1942:156-161).

Em Poincaré, quando o autor se refere às frações, aconselha iniciar pelo clássico exemplo de divisão de uma torta, ao que acrescenta: "... é preciso mostrar (eu digo mostrar, mostrar aos olhos e não demonstrar, bem entendido) que ela, a fração é divisível até ao infinito". Para as definições mais complexas, aquelas puramente aritméticas, "... é preciso abandoná-las, para o ensino superior, se preferir" (POINCARÉ,1904:269). Poincaré também destaca a importância que desempenha as imagens geométricas no tratamento aritmético: "se a Aritmética tivesse permanecido isenta de toda mistura com a geometria, ela só teria conhecido o número inteiro; é para se adaptar às necessidades da Geometria que ela inventou outra coisa" (POINCARÉ,1904: 271).

Consideramos, deste modo, que os ensinamentos de Poincaré revelam-se acordados com as instruções pedagógicas para o ano de 1931. Entretanto, não encontramos no programa de Matemática de 1931, nenhum comentário sobre introduzir as operações sobre frações expondo em primeiro lugar a teoria das proporções, preparando estas operações com numerosos exemplos extraídos dos problemas clássicos de regra de três. Também não vimos instruções relativas à definição de multiplicação de frações, com demonstração das propriedades comutativa, associativa e distributiva, como sugere Poincaré.

Para o ensino da Geometria, destacamos os seguintes aspectos contidos nas instruções pedagógicas para o programa de matemática de 1931:

- iniciar por um curso propedêutico intuitivo e experimental, procurando familiarizar o aluno com idéias fundamentais relativas às figuras geométricas, no plano e no espaço, fazendo uso da régua, compasso, esquadros, transferidor e construção de modelos; de modo a permitir que gradativamente o aluno comece a tirar suas próprias conclusões, e sentir ao mesmo tempo, a necessidade da demonstração rigorosa;
- desde o princípio, deve-se salientar a importância da simetria axial e central, da rotação e translação;
- ao iniciar o estudo dedutivo da Geometria, preocupar-se primeiramente com a compreensão da demonstração, partindo-se dos fatos inferidos no curso propedêutico;

- as primeiras noções de Trigonometria devem ser dadas na segunda série, utilizando exemplos de interesse prático, necessárias à resolução de problemas de triângulos e retângulos, entre outros;
- o estudo da Geometria deverá ser complementado posteriormente com a resolução logarítmica de triângulos e retângulos, com o traçado gráfico das funções trigonométricas, sendo que nas últimas séries os alunos poderão fazer uso da régua logarítmica.

Aqui também, os aspectos abordados para a Geometria, nas instruções para o programa de 1931, são semelhantes às recomendações pedagógicas de Poincaré. No entanto, Poincaré não aborda noções trigonométricas e logarítmicas em suas explanações.

5.1.5. DAS OBRAS PEDAGÓGICAS

5.1.5.1. ROXO, Euclides. *A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SECUNDÁRIA*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1937a (Atualidades Pedagógicas, v.25).

A ciência Matemática é geralmente considerada como definitivamente constituída e acabada. Atingiu, portanto, um estado de equilíbrio e encontra-se cristalizada. Ao contrário do que pensa o senso comum, observa Euclides Roxo, a Matemática encontra-se em vertiginosa evolução e este fato não poderia deixar de influir na concepção do ensino da Matemática "quer no tocante à escola e à organização da matéria versada, quer em relação à própria finalidade do ensino" (ROXO,1937a:6).

Assim destaca Euclides Roxo que, paralelamente ao constante desenvolvimento da ciência Matemática, surgiu, no final do século XIX um movimento renovador do ensino da Matemática, no qual participavam professores e psicólogos e também matemáticos ilustres tais como: Felix Klein, Henri Poincaré, Laisant, Tannery, Darboux, Borel, Sylvester, David Smith, Young, Gino Loria.

Nesta obra, Euclides Roxo apresenta opiniões destes renomados especialistas sobre as questões mais relevantes e de ordem mais geral sobre o ensino da Matemática.

Por tratar-se de idéias fortemente inovadoras, Euclides Roxo esclarece ao seu leitor que, evitou ao máximo intervir nos assuntos tratados, pois não se julgou com autoridade suficiente para defendê-las com argumentos próprios, limitando-se a coordenar e resumir obras alheias relativas ao ensino de Matemática.

Não obstante, consideramos que, o modo de organizar e eleger os temas tratados, além da escolha dos autores que figuraram durante o desenvolvimento dos textos propostos, são atitudes subjetivas do autor. Tais posturas implicam necessariamente, na aceitação e análise de determinada metodologia, que no caso, mostra-se avessa ao da Educação Matemática tradicional e se apóia nas idéias inovadoras propostas pelo movimento de reforma internacional do ensino de Matemática. Assim, depreendemos que, mesmo não admitindo autoria, Euclides Roxo deixa transparecer sua linha de pensamento e metodologia. O que não ocorre, entretanto, é a defesa desses pontos de vista pelo autor, muito embora Euclides Roxo acentue a magnitude dos matemáticos e especialistas em educação por ele citados.

Esta obra trata-se de uma compilação de vários textos publicados por Euclides Roxo, especialmente em artigos do *Jornal do Commercio*. Assim sendo, não temos a intenção de repetir os temas já versados nas análises anteriores. Neste livro, voltamos nossa atenção para o terceiro capítulo, intitulado "*Intuição e lógica na educação matemática*", posto que este incide sobre aspectos determinantes para a pesquisa que ora apresentamos. Como o próprio título indica, discorre sobre os conceitos de intuição e de lógica e o modo como interferem na Educação Matemática.

Euclides Roxo aborda inicialmente o conceito de intuição. Para tanto, vale-se de autores como Locke em "*Essai sur l'entendement humain*"; Dewey "*Comment nous pensons*"; e também Poincaré, "*La valeur de la science*".

Euclides Roxo cita Poincaré, quando o filósofo menciona vários axiomas, todos atribuídos à intuição e advoga que o fato da intuição poder assumir uma diversidade de significados, a impede de ser empregada como um critério de verdade[71] (POINCARÉ,2000:18). Euclides Roxo acrescenta que, quando verdades intuitivas surgem na mente do indivíduo ele as aceita de pronto, como algo por demais óbvio, que não lhe havia ocorrido anteriormente. Além disso, não tem consciência plena dessas verdades, não as reconhece como informações novas.

Quanto ao conceito de lógica, Euclides Roxo busca nas idéias de Dewey a definição de pensamento lógico. Para Dewey, o sentido do termo lógico que deve preocupar o ensino é definido de modo mais prático e vital, designando precauções sistemáticas, negativas ou positivas, em que a reflexão é penetrante, permitindo fornecer os melhores resultados. Deve-se procurar desfazer a falsa oposição estabelecida entre o lógico e o psicológico. A cada grau do desenvolvimento, o indivíduo tem sua lógica particular que a educação deve respeitar.

Assim se manifesta Euclides Roxo:

> Em cada grau do seu desenvolvimento, o espírito tem uma lógica peculiar, que a educação deve desenvolver, ao invés de impor, como lógica, a disposição sistemática da matéria a ensinar.
>
> O espírito não amadurecido tem a sua lógica própria. Na vida intelectual da criança que também a tem, desempenham papel importante a curiosidade, o raciocínio, a experiência, a prova (ROXO, 1937a: 63).

O lógico e o psicológico encontram-se ligados. Não são, portanto, opostos nem mesmo independentes. Além disso, o pensamento lógico não pode ser desenvolvido segundo um modelo constituído e imposto pelo adulto. Por esse motivo, as crianças e adolescentes sentem dificuldades em aceitar o raciocínio lógico do adulto. Na defesa desses argumentos, Euclides Roxo busca apoio nas idéias de Poincaré, citando trechos de sua conferência "*Les définitions*

[71] Ver página 48.

mathématiques", quando o filósofo questiona o motivo pelo qual tantas pessoas se recusam a compreender a Matemática. Assim se manifesta Euclides Roxo:

> Poincaré reconhece, pois que não basta apresentar aos alunos a *luz clara do raciocínio lógico*, para que eles vejam a verdade matemática. Continuam 'cegos'. No ensino da matemática, mesmo aquela fase elevada, de cujos exames Poincaré tinha experiência, nada adianta a simples apresentação de um encadeamento lógico das proposições.
>
> 'Compreender' não tem o mesmo sentido para todos. Embora sem saber o que lhes falta, a maioria não se contenta com a correção dos silogismos de uma demonstração, que lhes parecem fruto de um mero capricho, pois que não se tornam conscientes do fim que se tem em vista.
>
> O fio com que se prendem as evidências, que se lhes apresentam, é demasiado tênue para que o vejam constantemente. (...) Culpa do professor? Preguiça do aluno? Como combatê-la? Aliás, combater o quê? [grifos do autor], (ROXO, 1937a: 64-65).

Além disso, Euclides Roxo pondera que, mesmo entre os adultos, o raciocínio puramente lógico, nem sempre é aceito prontamente.

Outro tópico abordado neste capítulo refere-se ao papel da intuição e da lógica no desenvolvimento da Matemática. Para tanto, vale-se novamente ods pensamentos de Poincaré:

> É bem conhecida a classificação de Poincaré para os espíritos matemáticos: *lógicos e intuitivos*. Tal classificação não resulta nem da diversidade dos assuntos a que se dedicam, nem da diferença de educação recebida. É a própria natureza do espírito que os faz de um ou de outro tipo.
>
> As duas espécies de espírito desempenham papel importante no desenvolvimento da ciência. Se a lógica nos pode dar o rigor e a certeza, ela não basta, a ciência da demonstração não é *toda* a ciência matemática. A instituição completa-a, "iria dizer, como contrapeso ou como contraveneno da lógica", pois a lógica gera monstros, por vezes. Tais as funções bizarras que fazem o possível para se assemelharem às 'honnêtes fonctions qui servent à quelque chose'[72] [grifos do autor], (ROXO, 1937a: 66).

[72] "honestas funções que servem à qualquer coisa" (tradução nossa).

Euclides Roxo considera ainda, que tanto Poincaré como Felix Klein acentuaram com pertinência o papel da intuição na descoberta matemática, uma vez que ambos "podiam fazê-lo com conhecimento de causa, pois não terá talvez havido nos tempos contemporâneos, espírito matemático tão fecundo como o desses dois" (ROXO, 1937a:66).

Euclides Roxo do mesmo modo se ampara no ponto de vista de Amoroso Costa, ao entender que a intuição serve de guia ao pensamento matemático, não só na primeira fase de uma pesquisa como também durante uma demonstração. E assim conclui: "o desenvolvimento do pensamento matemático se tem feito à custa da intuição e da lógica. Se só a lógica pode dar certeza, é a intuição o fio condutor para as novas descobertas" (ROXO,1937a:82).

A seguir, Euclides Roxo passa a criticar os partidários do ensino clássico, que insistem que a principal finalidade do ensino da Matemática é a educação do raciocínio, acentuando prematuramente o aspecto lógico formal, com exclusão do aspecto psicológico, sem recorrer, deste modo, à intuição, além de desprezar as aplicações utilitárias, consideradas indignas da formação matemática.

Novamente, Euclides Roxo recorre aos pensamentos de Poincaré:

> A maioria dos meninos são incapazes de se tornar matemáticos [sic]; devem apenas 'aprender matemática'. Não é de admirar que entre eles se apresentem espíritos diversos, se os próprios matemáticos, como vimos, "não foram fundidos no mesmo molde".
>
> 'Demais é bom', conclui o grande Poincaré, "que haja lógicos e intuitivos; quem ousaria dizer que preferiria que Weierstrass jamais houvesse escrito, ou que não tivesse existido Riemann? Temos de resignar-nos com a diversidade dos espíritos, ou melhor, devemos regozijar-nos com ela" (ROXO,1937a: 69-70).

Na defesa de suas idéias, Euclides Roxo também menciona a lei biogenética, segundo a qual, o indivíduo durante seu desenvolvimento, passa por todos os estágios de desenvolvimento da espécie. Para o ensino, impõe-se o método genético, graduando lentamente a passagem dos conhecimentos adquiridos intuitivamente pela criança até atingir a organização lógica dos assuntos da Matemática.

Termina a exposição destas idéias com os seguintes pensamentos de Poincaré:

> É na exposição dos primeiros princípios que convém evitar subtilidades demais; ela seria aí mais repugnante e, aliás, inútil. Não se pode tudo demonstrar e não se pode tudo definir; e será preciso sempre recorrer à intuição. Que importa fazê-lo um pouco mais cedo ou um pouco mais tarde, ou mesmo pedir-lhe um pouco mais ou um pouco menos, desde que, servindo-nos corretamente das premissas que nos fornecem, aprendamos a raciocinar certo? (POINCARÉ, apud ROXO, 1937a: 72).

Euclides Roxo passa a discutir a utilização da base de conhecimentos intuitivos anteriormente adquiridos. E afirma: "Quando as crianças começam a estudar Matemática já formaram muitas intuições em relação ao espaço e ao movimento". Diante de tal afirmação, impõem-se as questões: "Qual a atitude do educador perante tais intuições? Devem ser aceitas sem discussão e utilizadas como postulados, devem ser ignoradas ou devem ser discutidas?" (ROXO,1937a:72).

Por considerar que não é a apresentação de um raciocínio estritamente matemático que pode educar uma criança, Euclides Roxo sustenta que ao iniciar um estudo deve-se deixar que o aluno utilize suas próprias intuições, sendo assim mais fácil, posteriormente, moldar-lhe o pensamento em um tipo mais formal. A capacidade do aluno para a abstração e a dedução formal irá aumentando lentamente, desde que não se tente forçá-la. Convém, pois, aceitar uma idéia grosseira e pouco precisa que os alunos já possam ter dos conceitos. Reporta-se mais uma vez, a Henri Poincaré:

> Estamos numa classe de *quatrième*; o professor dita: "o círculo é o lugar dos pontos do plano que se acham à mesma distância de um ponto interior chamado centro". O bom aluno escreve essa frase ao seu caderno; o mau aluno desenha bonecos; mas nenhum dos dois compreende. Então o professor pega o giz e traça um círculo no quadro negro. "Ah! Pensam os alunos, porque não disse logo: o círculo é uma rodela! Teríamos compreendido".
>
> Sem dúvida, quem tinha razão era o professor. A definição dos alunos nada valeria porque não serviria para nenhuma demonstração e, sobretudo, porque não lhes poderia dar o hábito salutar de analisar as próprias concepções. Mas seria mister

> *mostrar-lhes que eles não compreendem, levá-los a se darem conta do seu primitivo conceito, a desejarem, por si mesmos, que este se apure e se desbaste*” [grifo do autor] (POINCARÉ, apud ROXO, 1937a:74).

Para Euclides Roxo, a intuição é uma faculdade tão valiosa quanto o raciocínio, devendo ser desenvolvida e educada no ensino de Matemática. Novamente, reproduz trechos da conferência de Poincaré, “*Les définitions matématiques*”: “O fim principal do ensino da Matemática é desenvolver certas faculdades do espírito e, entre estas, a intuição não é a menos preciosa” (ROXO,1937a:75).

Considera ainda, que a exagerada preocupação com o rigor é o maior obstáculo para uma adoção da intuição como base para o ensino da Matemática. A esta alusão, Euclides Roxo acrescenta os seguintes dizeres de Poincaré, de modo a tornar incontestável a sua colocação: “É inútil ressaltar quanto seria funesta ao ensino e prejudicial ao desenvolvimento dos espíritos; quanto seria ressicante para os pesquisadores, cuja originalidade estancaria prontamente...” (ROXO,1937a:76).

Assim, conclui, o ensino da matemática não deve ficar limitado ao treino da capacidade de raciocínio dedutivo, mas a uma formação estrutural em que a capacidade de intuição é das mais relevantes.

Para Euclides Roxo, não tem cabimento a excessiva preocupação com o rigor na organização lógica da Matemática secundária. Este rigor será sempre ilusório, pois o estabelecimento de uma base axiomática estritamente rigorosa ainda é uma questão aberta nas pesquisas matemáticas: “Demais, o que hoje é rigoroso, amanhã já o não será” (ROXO, 1937 a:78). Neste sentido, Euclides Roxo se reporta aos ensinamentos de Poincaré, para ratificar seus argumentos:

> Se lermos um livro de cinqüenta anos atrás, a maior parte dos raciocínios que nele encontraremos, nos parecerá desprovida de rigor.
>
> Admitia-se, nessa época, que uma função contínua não pode mudar de sinal sem se anular; hoje se demonstra. Admitia-se que as regras ordinárias do cálculo são aplicáveis aos números incomensuráveis, hoje se demonstra. Admitiam-se muitas

outras coisas que, às vezes, eram falsas (POINCARÉ, apud ROXO, 1937a:78).

Além disso, Euclides Roxo considera que a feição rigorista numa exposição inicial em Matemática contribui para aumentar o tédio e despertar aversão dos alunos para assuntos abstratos.

Euclides Roxo faz referência a Jules Tannery, para quem, se quisermos ser absolutamente rigorosos no ensino da Geometria, deveríamos começar pelos vinte axiomas de Hilbert. E questiona: “Quem concordaria em iniciar o ensino da Geometria, a meninos, por proposições de tal gênero?” (TANNERY, apud ROXO,1937a:76).

Um estudo sobre os fundamentos da Matemática, convencerá o professor de que o rigor no sistema geométrico só existe em sua imaginação. Este fato reflete diretamente no ensino secundário, mostrando ser descabido qualquer excesso de rigor. Assim Euclides Roxo conclui: “A evolução do pensamento matemático nos últimos tempos é de molde a não justificar o escrúpulo de provar todas as verdades matemáticas pelo raciocínio formal” (ROXO,1937 a:83).

Como se denota neste capítulo, Euclides Roxo busca, nos ensinamentos de Henri Poincaré e também em outros pensadores (Felix Klein, Tannery, Darboux, Schultze, Betz, Amoroso Costa, Dewey), respaldar suas considerações pedagógicas, que, como pudemos observar, estão em consonância com as defendidas pelo filósofo e matemático Henri Poincaré.

5.1.5.2. ROXO, Euclides. A MATEMÁTICA E O CURSO SECUNDÁRIO. In: ABE. *UM GRANDE PROBLEMA NACIONAL (Estudos sobre o ensino secundário).* Rio de Janeiro: Irmãos Pongetti editores, 1937b.

O texto tem origem numa série de conferências organizadas pela Associação Brasileira de Educação – ABE, sobre o ensino secundário. Uma dessas palestras foi à de Euclides Roxo.

Roxo inicia sua preleção explicando os motivos pelos quais até o final do século XIX houve uma predominância da organização excessivamente lógica e sistemática. Faz recair sobre a concepção grega de ensino a responsabilidade sobre este estado de coisas, uma vez que, o estudo dos "*Elementos*" de Euclides, "um corpo de doutrina admirável", supunha-se fortalecer o espírito.

Entretanto, o movimento renovador do ensino da Matemática, ao invés de enfatizar os objetos do ensino, disciplina ou matéria, volta-se para o sujeito do ensino, o indivíduo que recebe o ensino. Este movimento tomou corpo, difundindo-se internacionalmente, liderado por Felix Klein, que nos dizeres de Euclides Roxo, era êmulo de Poincaré (ROXO,1937b:56).

Euclides Roxo alega que. mais do que dar um caráter utilitarista ao ensino da Matemática, faz-se necessário, perante o crescente desenvolvimento industrial e comercial, dar ao pensamento matemático uma feição intuicionista.

Como Klein, considera como características fundamentais do moderno movimento de reforma: a predominância essencial do ponto de vista psicológico; a subordinação da escolha, da matéria a ensinar, às aplicações da matemática ao conjunto de outras disciplinas; a subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais da nossa época.

Neste artigo, Euclides Roxo vai novamente discorrer sobre estas três tendências, aos moldes do que já foi relatado em outros artigos. Ao tratar da predominância essencial do ponto de vista psicológico, novamente recorre aos ensinamentos de Poincaré. Com esta finalidade, cita parágrafos inteiros de suas obras.

Relata, como ocorreu no Brasil, a adoção das orientações defendidas pelo movimento internacional de reforma da Matemática:

> Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II, a modificação dos programas de matemáticas, de acordo com a orientação do moderno movimento de reforma e a conseqüente unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de *matemática*, lecionada em 5 anos, passando de então por diante, a haver apenas *exames de matemática*, nas diversas séries do curso. A reforma Francisco Campos adotou o nosso ponto de vista, que até hoje vigora e que tem

> provocado certa oposição da parte de alguns professores, embora ilustres, mas muito apegados ao ponto de vista clássico (ROXO,1937b:74).

Euclides Roxo faz questão de esclarecer ao seu leitor que, neste artigo, recorreu apenas a autores franceses e alemães, deixando propositalmente de lado os autores americanos. Esta postura, diz respeito às críticas recebidas de que a reforma por ele proposta fora feita aos moldes da orientação americana, considerada pelos professores conservadores, “utilitária e novidadeira”. Procura dessa forma, deixar claro que estas tendências predominam mesmo entre os matemáticos dos povos mais conservadores em questões educacionais.

Observa-se neste artigo, a intenção de Euclides Roxo em justificar perante os educadores brasileiros, a adoção das novas orientações pedagógicas, acreditando na contribuição que prestava para o ensino moderno da Matemática. Em suas justificativas, vale-se novamente dos preceitos pedagógicos de Henri Poincaré, do mesmo modo como procedera em artigos anteriores.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Quando as crianças começam a estudar Matemática já formaram muitas intuições em relação ao espaço e ao movimento. Qual atitude do educador perante tais intuições? Devem ser aceitas sem discussão ou utilizadas como postulados, devem ser ignoradas ou devem ser discutidas?

Euclides Roxo

CONCLUSÕES

Retomemos, agora, nosso problema de pesquisa. Este trabalho propôs-se estudar as relações entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática, focando especificamente as influências exercidas pela corrente intuicionista, aqui representada pelo filósofo matemático francês Henri Poincaré, nas propostas pedagógicas defendidas pelo professor de Matemática Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, durante o período histórico compreendido entre 1927 e 1940. Para isso, fizemos, inicialmente, uma abordagem histórica sobre os principais acontecimentos que acarretaram no aparecimento das principais correntes filosóficas da Matemática, enfatizando o intuicionismo, de modo a permitir uma maior compreensão de alguns textos de autoria de Henri Poincaré e posteriormente compará-los com os de autoria do professor Roxo.

Ressaltemos, uma vez mais, que Euclides Roxo exerceu papel fundamental na reformulação dos aspectos metodológicos introduzidos na educação brasileira, primeiramente no Colégio Pedro II, em 1929, como também na Reforma Francisco Campos em 1931, e, em menor escala, na Reforma Gustavo Capanema, em 1942.

Neste sentido, buscamos analisar os textos publicados por Euclides Roxo durante este período, verificando como este se apropriou das idéias filosóficas de Henri Poincaré. Para que possamos melhor compreender os resultados obtidos, separamos em dois grupos os trabalhos de Euclides Roxo, de acordo com as conclusões parciais e características específicas dos textos em questão.

O primeiro grupo, é composto dos livros didáticos, ou seja, aqueles destinados à utilização de alunos e professores em sala de aula, durante a prática escolar e que abordam essencialmente conteúdos matemáticos. Vimos inicialmente que, no didático "*Lições de Aritmética*", publicado em 1923, os métodos de ensino diferem daqueles defendidos por Poincaré. Constatamos, por exemplo, dentre os vários itens analisados, a pouca ou nenhuma inclusão de imagens geométricas. Também neste didático, não há uma preparação antecipada de modo a facilitar a compreensão dos enunciados apresentados. Fizemos constar, entretanto, que no artigo publicado em 28 de dezembro de 1930, no *Jornal do Commercio*, Euclides Roxo mostrou-se crítico em relação à metodologia empregada na obra.

Nas obras "*Curso de Matemática",* volumes I e II, publicadas em 1929 e 1930 respectivamente, nota-se uma mudança radical na orientação metodológica aplicada. Euclides Roxo busca nos pensamentos de Poincaré, sustentação às modificações implantadas, especialmente aqueles emitidos na conferência pronunciada em 1904, denominada "*Les définitions mathématiques*". Dela extrai seus principais argumentos na defesa da tendência do movimento de reforma internacional, defendendo para o ensino a predominância do ponto de vista psicológico. Busca o autor justificar, por meio de exemplos práticos, as definições antes de apresentá-las. Defende também, conforme sugerido por Poincaré, a constatação experimental para o curso de Geometria, com o uso de instrumentos tais como compasso, esquadro, prancheta etc. Há também inclusão de notas históricas. Verificamos ainda que, em relação às recomendações pedagógicas de Poincaré, Euclides Roxo não as acata na íntegra. No entanto, algumas destas sofrem alterações, conforme o entendimento e interesse de Euclides Roxo.

Já para o volume II de Geometria, "*Curso de Matemática elementar*", publicado em 1931 e especificamente destinado à terceira série, verificamos uma maior inclusão de exposições de modo mais rigoroso. Obedece Euclides Roxo à idéia de apresentar gradativamente demonstrações formais aos estudantes, considerados mais amadurecidos nesta série, e, portanto, mais aptos à compreensão de desenvolvimento dedutivo, na visão deste autor. No entanto, Euclides Roxo deixa claro aos professores que porventura viessem a utilizar aquele didático sua liberdade em escolher demonstrar ou não os teoremas nele apresentados. Há neste livro um capítulo intitulado "*Introdução ao estudo formal* *de Geometria*", quando é feito um estudo histórico, priorizando a Geometria grega. Neste capítulo acha-se inserido um texto de Amoroso Costa, que trata das escolhas de postulados e teoremas. É justamente essa liberdade de escolha que recai sobre os professores quando tratamos do ensino.

Cabe acrescentar que, nesta obra didática, Euclides Roxo define o "método indireto de demonstração" ou seja, a demonstração por absurdo. Esta demonstração, importante lembrar, não é aceita pelos intuicionistas. Neste caso, Euclides Roxo não concorda com esta importante característica da corrente intuicionista.

Com relação ao estudo dos textos do primeiro grupo, composto pelos livros didáticos de Euclides Roxo, concluímos que, embora Euclides Roxo acate as idéias pedagógicas básicas de Henri Poincaré, não adotou integralmente seus ensinamentos. Consideramos que, Euclides Roxo se apropriou de muitas idéias de Poincaré, mas em alguns pontos não se ateve a elas. É exemplo disto o caso da demonstração por absurdo, aceita por Roxo e totalmente rejeitada pelos intuicionistas. Cabe lembrar que, Euclides Roxo se apropria das idéias de Poincaré, no sentido descrito por Chartier, que envolve entre outros aspectos, a apreensão, manipulação e compreensão de textos. Desta forma, para explicar a posição de Euclides Roxo, devemos considerar aqui o contexto histórico, social, cultural e econômico da época em que o professor Roxo publicou suas obras, quando sofreu influência de outros pensadores.

Num segundo grupo, reunimos os resultados alcançados nas análises de publicações que tratam especificamente da pedagogia da Educação Matemática; ou seja, das finalidades do ensino, das escolhas e organização da matéria versada.

Verificamos que em todas essas obras, Euclides Roxo procura, na conferência de Poincaré, "*Les définitions mathématiques*" amparo para suas idéias. Não faz nenhum reparo aos pensamentos de Poincaré, adotando-os integralmente. Utiliza-se da autoridade do matemático para atestar o desinteresse dos alunos pela Matemática, aproveitando para mostrar a ineficiência do excesso de rigor dos mestres.

Quanto ao programa oficial de Matemática para o ensino secundário de 1931, verificamos serem semelhantes as propostas de Euclides Roxo e as recomendações pedagógicas de Poincaré, com exceção de alguns temas pontuais como a introdução do estudo de frações por meio da teoria das proporções ou a demonstração das propriedades comutativa, associativa, distributiva em conformidade com sugestões de Poincaré. No entanto, em relação às idéias gerais, consideramos que estas foram aceitas na íntegra por Roxo.

Na obra "*A Matemática na educação secundária*", publicada em 1937, detivemo-nos especificamente no capítulo III, que tem como tema as relações entre intuição e lógica. Euclides Roxo faz considerações no sentido de que a lógica não se encontra em oposição à intuição. Além de admitir a existência de uma diversidade de intuições, defende que cada indivíduo tem sua própria lógica de acordo com sua maturidade. Assim, considera necessário respeitar os estágios de desenvolvimento mental em que os alunos se encontram, não adiantando, pois, impingir-lhes demonstrações rigorosas que estão fora do alcance de sua compreensão. Novamente busca respaldo nas idéias de Poincaré. Além disso, ainda que de modo rápido, Euclides Roxo fala sobre a crise dos fundamentos, fato que considera se refletir no ensino da Geometria, de modo que seria descabido qualquer excesso de rigor nesta disciplina.

Euclides Roxo também concorda com os pensamentos de Henri Poincaré quando sustenta a adoção do método genético; o equilíbrio que deve existir entre a ciência pura e aplicada; a necessidade da Matemática permanecer em contato com a realidade; a necessidade de um ensino voltado para a prática, utilizando-se de aplicações físicas, naturais e técnicas. Igualmente a Poincaré, Euclides Roxo defende ainda um ensino propedêutico de Geometria, sem preocupação com o rigor lógico nas definições e nos axiomas, devendo a experiência, intuição e indução serem largamente empregadas; o ensino deve ser condizente com a idade dos alunos, exigindo-se apenas o rigor que possa ser por eles compreendido.

Nos artigos de jornal, destacamos a polêmica travada entre Euclides Roxo e Almeida Lisboa. Em Almeida Lisboa, encontramos o perfil do professor de

Matemática tradicional, para quem as demonstrações rigorosas devem ser introduzidas de imediato, sendo em sua concepção a maneira correta de ensinar Matemática. Euclides Roxo, contrariamente, propõe um ensino ministrado inicialmente de forma intuitiva e gradual, e na medida em que o aluno sinta a necessidade da demonstração, isto já em uma fase mais adiantada de seu desenvolvimento intelectual, passar-se-ia a demonstrar de modo rigoroso.

Dessa controvérsia, depreende-se que houve um choque entre concepções de ensino, pois, Lisboa caracteriza a metodologia de ensino de seu oponente nos seguintes termos: "O Sr. Roxo quer suprimir a ciência e quer acabar com o raciocínio lógico e rigoroso! Protesto!“ (E.R.I.3.157), (LISBOA, 1931). Esta metodologia preocupa-se fundamentalmente com a questão: como se ensina? Neste caso, o método é somente um modo de exposição e organização da matéria, esvaziada do relacionamento humano, sendo, portanto, mais um problema do professor que a expõe, do que dos alunos que a aprendem. Como apoio à nossa observação, vimos em que medida Euclides Roxo descreve o modo pelo qual Almeida Lisboa ministra suas aulas: “ele gosta de impingir a definição lógica, pronta, acabada, no seu mais alto grau de perfeição, embora saiba que os meninos não a digerem” (E.R.I.3.161), (ROXO, 1931f). Quanto à outra metodologia, especificamente à de Euclides Roxo, preocupa-se fundamentalmente com a questão: como o aluno aprende? Neste caso, o bom método é a melhor maneira para fazer o aluno aprender, relacionado principalmente com uma Psicologia especial por meio da qual o aluno vai aprender, no nível de maturidade em que este aluno se encontra; ou seja, em vez de ser rigorosamente lógico, é rigorosamente psicológico.

Nota-se deste modo que são contrastantes as idéias de Euclides Roxo e Almeida Lisboa no que diz respeito às definições, principalmente de alguns conceitos geométricos, ficando claro por meio da escolha das definições a adesão a metodologias opostas de ensino. Vimos assim, que há duas concepções opostas. Uma defendida por Euclides Roxo, em que a intuição tem papel preponderante, especialmente no início da aprendizagem; e outra que enfatiza as definições puramente lógicas, com pouca ou nenhuma participação da intuição.

Como resultado da análise desta polêmica, constatamos que o procedimento metodológico proposto por Roxo encontra-se completamente sintonizado com as idéias de Poincaré.

Com relação ao segundo grupo analisado, podemos dizer que os pensamentos filosóficos de Poincaré foram integralmente adotados. Em todos os textos em que Euclides Roxo cita Poincaré, não observamos nenhuma crítica com relação ao pensar do filósofo em referência. Suas citações foram sempre acompanhadas de elogios, não se preocupando Euclides Roxo, muita das vezes, com a tarefa de acrescentar qualquer outro comentário, ou um novo raciocínio, com suas próprias palavras, às citações de Poincaré. Vê-se que, para Euclides Roxo, a palavra de Poincaré é suficiente para convencer o leitor. A autoridade de Poincaré não deixa oportunidade para outras justificativas que possam contradizer as questões colocadas. Por notar em Poincaré um pensador brilhante, de indiscutível competência, para Roxo, as idéias lançadas pelo filósofo seriam as que melhor se aplicavam às questões ali abordadas.

Constata-se dessa forma que a Filosofia da Matemática interfere na modificação do ensino da Matemática. Na medida em que somos partidários de determinada corrente filosófica, o ensino que ministramos estará impregnado desta filosofia. A metodologia de ensino é parte da concepção de educação, pois expressam valores que justificam propostas de renovação do ensino. A metodologia, portanto, não é neutra, está profundamente ligada ao tipo de crença que temos sobre educação, e que naturalmente, encontra-se em íntima relação com a filosofia que defendemos.

Logo, as relações que envolvem o ensino da Matemática e a Filosofia da Matemática expressam-se pelas escolhas feitas para o ensino. Podemos relacionar ensino e Filosofia da Matemática por meio da escolha, entre outros, de axiomas, teoremas, o modo de demonstração, o conteúdo. Mesmo após privilegiarmos determinado conteúdo, elegemos o modo como este conteúdo será desenvolvido em sala de aula, como será trabalhada uma seqüência lógica, qual forma consideramos dar maior significado à aprendizagem.

Poincaré, em “As definições gerais em matemática”, faz uma análise sobre a importância das definições e nos fornece ingredientes para responder à questão de como se manifesta a influência de determinada corrente filosófica no ensino. As definições Matemáticas que escolhemos dependem da verdade que defendemos. Assim, vê-se a importância da escolha dos axiomas, porquanto determinará qual corrente filosófica está sendo acatada. Dependendo, pois, da corrente filosófica, aceitaremos ou não como verdadeira, uma demonstração de determinada proposição. Assim, tal escolha, não está separada da filosofia de quem a busca, que, no caso do professor, escolherá a mais adequada à didática de ensino que adota. Este procedimento acabará por influenciar seus educandos, porquanto a filosofia do professor invariavelmente influencia a sua forma de ensinar.

O que ditou as recomendações pedagógicas de Poincaré foi sua crença filosófica. Euclides Roxo se apropriou dessa filosofia por meio de suas recomendações pedagógicas. Com efeito, a partir do momento que ele adota as recomendações pedagógicas de Poincaré, também está adotando aquela filosofia.

Por estarem ligadas a uma reforma imposta, ou seja, não se conferindo prévia oportunidade ao professorado para ampla discussão sobre as novas metodologias a serem aplicadas em todo o país, tal como ocorrido em França e Alemanha, as propostas de Euclides Roxo não surtiram os efeitos desejados. Não se levou em conta que a escolha das definições envolvem apelo às autoridades, cuidado com regras e finalmente, avaliação do contexto em que estas definições serão utilizadas. As escolhas, no entanto, não são neutras e condizem com as concepções prévias dos professores de Matemática no momento em que com elas se defrontam. As mudanças na prática de um professor estão associadas a uma maior capacidade de autonomia e reflexão. A prática, por sua vez, está ligada às concepções sobre a Matemática e seu ensino, bem como ao contexto social da situação de ensino.

A respeito do contexto social em que se insere o ensino, um aspecto importante a ser aqui destacado é que, no final do século XIX, estudos históricos registram a valorização da intuição como a principal característica norteadora do ensino primário, nas escolas européias, americanas e brasileiras. Utilizava-se então, *o método intuitivo* ou *lições das coisas*[73] (SOUZA, VALDEMARIN, ALMEIDA, 1998:64-67). Entretanto, no âmbito do ensino secundário não havia a menor preocupação com a intuição. Antes de 1930, o secundário era considerado um mero instrumento de preparação para o ingresso no Ensino Superior. Visava, portanto, os exames preparatórios. Entre o ensino primário e secundário existia, portanto, um vazio provocado por tais práticas metodológicas contrastantes.

Professores como Almeida Lisboa, pensavam no ensino secundário em termos de exames preparatórios, enfatizando o percurso a ser seguido para atingir este objetivo. A metodologia por eles aplicada era eminentemente conteudista. A Matemática, desde a primeira série era introduzida em sua forma lógico-dedutiva, com seus ramos ministrados em separado. Não havendo, portanto, a preocupação com a maturidade do aluno e tampouco com o aspecto intuitivo, considerado prerrogativa única do ensino primário.

A Reforma Francisco Campos impôs, para todo o território nacional, modificações expressivas na estrutura do ensino secundário, visando dar-lhe um caráter eminentemente educativo, em oposição à finalidade exclusiva de matrícula aos cursos superiores. Euclides Roxo destaca-se neste contexto, por praticar uma intermediação entre o primário e o secundário, propondo uma mudança de concepção, com a introdução do aspecto intuitivo no secundário. Uma preocupação básica que se afigurava era como trazer o intuitivo para esse grau de ensino. Euclides Roxo vê, nas idéias pedagógicas de Poincaré, algumas das respostas para essa questão, baseando-se, repita-se, especialmente em seu texto "*Les définitions mathématiques*", quando Poincaré convida-nos a refletir sobre a seguinte questão: Como se compreende?

Não obstante a forma pela qual as reformas para o ensino secundário em 1927 e 1930 foram implantadas, na metodologia aprovada, a intuição ganha

[73] Este método recebeu também outras denominações, como *ensino por aspectos* e *ensino intuitivo*. Alguns dos princípios metodológicos estabelecidos para o método intuitivo, segundo Pestalozzi (1746-1827), compreendiam: a redução de cada matéria a seus elementos mais simples; explicação de uma dificuldade de cada vez; atribuição a cada lição um objetivo determinado, imediato ou próximo; desenvolvimento da idéia e não da palavra; procedimento do conhecido para o desconhecido; do simples para o composto; da síntese para a análise; etc (SOUZA, VALDEMARIN, ALMEIDA, 1998: 27).

destaque como ferramenta para motivar o aluno a um aprendizado mais eficiente, como forma de contribuir na melhoria da qualidade do ensino, além de levar a um aumento da demanda de estudantes interessados em dar continuidade ao estudo da ciência Matemática, no Curso Superior. Portanto, com a adoção de alguns aspectos presentes e próprios da corrente filosófica do intuicionismo, a par com as reformulações de conceitos até então empregados no ensino tradicional da Matemática, surgiram discussões generalizadas no seio da sociedade brasileira, levando a uma reflexão acerca do modelo tradicional até então aceito, sem maiores questionamentos, e também com relação ao novo modelo imposto. Ao contrário de outras reformas instituídas até então no país, cujas modificações se limitavam às listas de conteúdos a serem ministrados, as reformas abordadas neste estudo foram mais abrangentes, envolvendo alterações na metodologia de ensino até então empregadas. Foram, portanto, reformas que se preocuparam com os modos de agir do professor, ou seja, sua prática pedagógica.

Como pudemos verificar, por meio das análises realizadas nos diversos textos de autoria do professor Roxo, quais sejam: seus livros didáticos, suas obras de cunho especificamente pedagógico, o programa para o curso de Matemática de 1931 e nas justificativas publicadas no Jornal do Commercio, Euclides Roxo não toma diretamente partido do intuicionismo de Poincaré, mas o faz por meio das recomendações pedagógicas defendidas por esse filósofo.

Em outras palavras, a dinâmica entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática durante este período histórico se explicita por meio de uma intermediação, promovida por Euclides Roxo, em que fundamenta suas propostas para a renovação do ensino da Matemática na filosofia intuicionista, apropriando-se das recomendações pedagógicas de Poincaré.

Ao optar por Poincaré, Euclides Roxo deu ao ensino secundário brasileiro, ênfase para o ponto de vista psicológico, sendo inovador neste aspecto. A Matemática escolar, mais do que discorrer sobre demonstrações impecáveis sob o ponto de vista do rigor lógico, tenderia a dar significado à aprendizagem do aluno, voltando-se, deste modo, para a compreensão dos conteúdos a serem trabalhados. Neste sentido, para alcançar a compreensão dos conceitos, torna-se primordial observar a maturidade do aluno.

Assim, evocando primordialmente as idéias de Henri Poincaré, matemático e filósofo intuicionista, Roxo justifica seu pensamento perante a sociedade da época, acreditando na contribuição que prestava para o ensino moderno da Matemática.

BIBLIOGRAFIA

APER – **Arquivo Pessoal Euclides Roxo**. São Paulo: Programa de Estudos Pós-graduados, PUC-SP.

ARSAC, G. Variations et variables de la démonstration géométrique In: **Recherches en didactique des mathématiques. Grenoble**: La pensée sauvage, vol.19/3, p. 357-390, 1999.

ATAS – Doc. 1, Imagem 173. São Paulo: Programa de Estudos Pós-graduados, PUC-SP.

ÁVILA, G. **Introdução à análise matemática.** São Paulo: Edgard Blücher, 2ª ed.,1999.

BARKER, S. F. **Filosofia da matemática.** Rio de Janeiro: Zahar, 2ª ed., 1976.

BELTRÃO, M. E. P. **Felix Klein: uma visão do cálculo infinitesimal no ensino médio.** Dissertação de Mestrado, Rio Claro: 2001.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRUNSCHVICG**,** L. L'intelligence mathématique e la vérite in: **Les étapes de la philosophie mathématique.** Paris, A..Blanchard, 1993.

BRUTER, C. Les leçons pédagogiques d'Henri Poincaré. In: **Comprende les mathématiques – les 10 notions fondamentales**. França: Odile Jacob, 1996.

CHARTIER, R. O mundo como representação. In: **Estudos avançados 11(5). IEA-USP.** São Paulo, 1991.

COSTA, M. A. **A idéias fundamentais da matemática**. São Paulo: Grijalbo e Editora da Universidade de São Paulo, 1971.

COSTA, N. C. A. da,. **Introdução aos fundamentos da matemática**. São Paulo: HUCITEC, 1977.

___________. O ambiente matemático no século XIX e a lógica do século XX. In: **Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea.** Coleção CLE., vol. I, Campinas: UNICAMP,1992.

COURANT,R.; ROBBINS, H. **O que é matemática?** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

COUTRIM, G. **Fundamentos da filosofia**. São Paulo: Saraiva, 14ª ed., 1999.

D'AMBRÓSIO. U. Um brasileiro no Congresso Internacional de Matemáticos de 1900. **Jornada Unespiana de história da matemática.** Rio claro: UNESP, 2000, no prelo.

DASSIE, B. A. **A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema**. Dissertação de Mestrado, PUC-RJ, 2001.

DAVIS, P. J.; REUBEN, H. **A experiência matemática** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DOMINGUES, H. H. O livro dos livros de Matemática. In: IEZZI, G. et.al. **Matemática.** 2ª série, 2º grau, São Paulo: Atual, 1993.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FREIRE, L. A obra mathemática de Theodoro Ramos. **Jornal do Commercio**, Domingo, 5 de julho de 1936.

FONSECA FILHO, C. **História da computação: teoria e tecnologia.** Disponível em: <**http://www.cic.unb.br/tutores/hci/hcomp/EvolucaoConceitual**> Acesso em: 05 fev. 2002.

GREENBERG, M. J. **Euclidean and non-euclidean geometries.** New York: W.H. Freeman and Company, 3ª ed., 1997.

HAIDAR, M. L. M. **O ensino secundário no Império Brasileiro.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo. Editorial Grijalbo Ltda, 1972.

HAMLYN, D.W. **Uma história da filosofia ocidental**. Rio de Janeiro: Zahar, 1990.

HESSEN, J. **Teoria do conhecimento***.* São Paulo: Martins Fontes, 1999.

JAHN, A. P. **Des transformations des figures aux transformations ponctuelles: etude d'une sequence d'enseignement avec Cabri-géomètre.** Relations entre aspects géométriques et fonctionnels en classe de Seconde. Tese de Doutorado. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1998.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário básico de filosofia.** Rio de Janeiro: Zahar, 3ª ed., 1998.

JESUS, W. P. **Aprendiz de matemática: uma iniciação ao método axiomático.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 1991.

LALANDE, A. **Vocabulário técnico e crítico de filosofia.** São Paulo: Martins Fontes, 3ª ed., 1999.

LATOUR, B. **Ciência em ação: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora***.* São Paulo: Editora UNESP, 2000.

LE GOFF, J. : **História e memória**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1992.

LISBOA, J. I. A. Os programas de Matemática no Colégio Pedro II. **Jornal do Commercio,** Rio de Janeiro, 21 dez. 1930.

___________ Os programas de Matemática no Colégio Pedro II (Última resposta ao Sr. Euclides Roxo). **Jornal do Commercio,** Rio de Janeiro, 01 fev. 1931.

MACHADO, R.C.G. **Os exames de admissão.** Dissertação de Mestrado, em preparação, 2002.

MENEGHETTI, R.C.G. “Logicismo: prós e contras”. In: **III Seminário nacional de história da matemática**. Vitória, Universidade Federal do Espírito Santo, 28 a 31 de março de 1999.

___________ **O intuitivo e o lógico no conhecimento matemático: uma análise à luz da história e da filosofia da matemática**. Tese de Doutorado. Rio Claro: UNESP, 2001.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre a história e educação matemática**. Tese de Doutorado, Campinas: Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1993.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual Editora, 1998.

MOACYR, P. **A instrução e o Império**. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1936.

MONDIN, B. **Curso de filosofia**. São Paulo: Paulinas, vol.2, 2ª ed., 1981.

NAGEL, E. ; NEWMAN, J. A prova de Gödel. In: **Debates – lógica**, nº 75, São Paulo: Perspectiva, 2001.

NAGLE, J. **Educação e sociedade na primeira República**. São Paulo: EPU; Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

NUNES, C.; CARVALHO, M.M. C. Historiografia da educação e fontes. In: **Cadernos da ANPED**, nº 05, 15ª Reunião nacional da ANPED, set. 1993.

NUNES, M. T. **Ensino secundário e sociedade brasileira**. Rio de Janeiro: Instituto Superior de Estudos Brasileiros, 1962.

PESTRE, D. "Por uma nova história social e cultural das ciências: novas definições, novos objetos, novas abordagens" in: **Cadernos IG/Unicamp**. Vol.6, nº. 1. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1996.

__________ Les sciences et l'histoire aujourd'hui. In: **Le débat**. nº. 102, nov./déc. Paris: Gallimard, 1998.

POINCARÉ, J.H. La logique et l'intuition dans la science mathématique et dans l'enseignement, in: **L'Enseignement Mathématique**, Paris, Genebra, nº 3, maio, 1889.

____________ Les définitions générales en mathématiques in: **L'Enseignement Mathématique**, Paris, Genebra, 6º année, 1904.

____________ L'invention mathématique**,** In: **L'Enseignement Mathématique**, Paris, Genebra, 10º année, 1908.

____________ **A ciência e a hipótese***.* Brasília: Universidade de Brasília,1984.

____________ **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2000.

PRADO, R. C. **Os professores catedráticos do Colégio Pedro II**. Dissertação de Mestrado – PUC-SP, em preparação, 2002.

PROCHASSON, C. Atenção: Verdade! Arquivos privados e renovação das práticas historiográficas. In: FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS. **Revista Estudos históricos da Fundação Getúlio Vargas. Arquivos Pessoais**. Número especial, Vol.11, nº 2,1998.

PORTARIA MINISTERIAL DE 30 DE JUNHO DE 1931**.** Programas do curso fundamental do ensino secundário**.** In: BICUDO, Joaquim de Campos. **O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação** (de 1931 a 1941 inclusive). São Paulo: 1942.

ROCHA, J. L. **A matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos.** Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: PUC-RJ, 2001.

ROXO, E. **Lições de aritmetica**., Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1923.

_________ **Curso de matematica elementar***.* v. I, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1929.

_________ **Curso de matematica elementar***.* v. II, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1930a.

_________ **Curso de mathematica elementar**. v. III, Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1931a.

_________ O ensino da matemática na escola secundária. **Schola**, Rio de Janeiro: ABE, nº 08, ano I, p.265-273, nov. 1930b.

_________ O ensino da matemática na escola secundária – I – O moderno movimento de reforma e seus precursores. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 30 nov. 1930c.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – II – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 07 dez. 1930d.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – III – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 1. Predominância essencial do ponto de vista psicológico – Conexão entre as diversas partes da matemática. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 14 dez. 1930e.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – IV – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 2. Subordinação da escolha da matéria a ensinar às aplicações de matemática ao conjunto de outras disciplinas. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 21 dez. 1930f.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – V – Réplica ao Sr. Professor Almeida Lisboa. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 28 dez.1930g.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – VII – Segunda Réplica ao Sr. Lisboa. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 11 jan. 1931b.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – VIII – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 3. Subordinação do ensino de matemática à finalidade da escola moderna. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 18 jan. 1931c.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – IX – Terceira Réplica ao Sr. Lisboa. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 25 jan.1931d.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – X – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 3. Subordinação do ensino de matemática à finalidade da escola moderna (Continuação). **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 01 fev. 1931e.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – XI – Quarta Réplica ao Sr. Joaquim Almeida Lisboa. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 08 fev.1931f.

__________ O ensino da matemática na escola secundária – XIII – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – Inclusão das noções de cálculo infinitesimal. **Jornal do Commercio**, Rio de Janeiro, 1º mar.1931g.

__________ **A matemática na educação secundária**. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1937a.

__________ A matemática e o curso secundário. In: PEIXOTO, A., et alli. **Um grande problema nacional** (Estudos sobre o ensino secundário). Rio de Janeiro: Pongetti, 1937b.

SCHWARTZMAN, S. et al. **Tempos de Capanema**. São Paulo: Paz e Terra: Fundação Getúlio Vargas, 2000.

SILVA, J. J. da. Ciência e filosofia de Poincaré. In: **Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea.** Coleção CLE., vol. I, Campinas: UNICAMP,1992.

SILVA, C. M. S. Matemática no Brasil: história e relações políticas. In: **Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática.** pp. 14-41. Sociedade Brasileira de História da Matemática/Departamento de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN. 8-11 de abril, 2001.

SKIDMORE, T. **Brasil: de Getúlio a Castelo.** 10ª ed., Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

SORIO, W. **Os livros didáticos de Euclides Roxo.** Dissertação de Mestrado, PUC-SP, em preparação, 2002.

SOUZA, R. F.; VALDEMARIN, V. T.; ALMEIDA, J. S. **O legado educacional do século XIX**. Araraquara: UNESP, 1998.

TAVARES, J. C. **A congregação do Colégio Pedro II e os debates sobre o ensino da matemática.** Dissertação de Mestrado, PUC-SP, 2002.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730 – 193).** São Paulo: Annablume, 1999.

____________ Os primeiros sinais de modernização da matemática escolar no Brasil. in: **Anais do III Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática** (no prelo). Coimbra, Portugal: Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, 7 a 12 de fevereiro, 2000 a.

_____________ Anos 30: o primeiro movimento de modernização da matemática escolar no Brasil e a produção de uma nova vulgata para o ensino, in: **Livro de Resumos do III Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação.** Coimbra, Portugal: Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação, 23 a 26 de fevereiro, 2000 b.

____________ História da matemática escolar: Problemas Teórico-Metodológicos, in: **Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática**, pp. 207-219. Sociedade Brasileira de História da Matemática/Departamento de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN. 8-11 de abril, 2001a.

____________ O conceito de função: política e educação matemática no Brasil dos anos 1930-1945, in: **Caderno de Resumos do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Rio de Janeiro - IM/UFRJ. 19 a 23 de julho, 2001b.

____________Euclides Roxo e o movimento de modernização internacional da matemática escolar, in: VALENTE, W. R. (org.) in: **Euclides Roxo e a modernização da matemática escolar no Brasil**. (no prelo), 2001c.

___________ (coord.): **História da educação matemática no Brasil, 1920-1960**. Projeto em Andamento (Auxílio à Pesquisa-FAPESP/PUCSP), 2001d.

____________ Histórias de professores, histórias da educação matemática. In: **APER – Inventário sumário**. São Paulo: EDUC (no prelo), 2002.

ZAPATER, L. F. **A intuição no conhecimento matemático: algumas considerações para possíveis articulações com a educação matemática**. Rio Claro: UNESP, Dissertação de Mestrado, 1997.

WERNECK, A. P. T. **A gênese dos programas de ensino na Reforma Francisco Campos**. Dissertação de Mestrado – PUC-SP, em preparação, 2002.