MARIA HELENA DA SILVA

ESTUDOS DAS VISÕES SOBRE ÁLGEBRA PRESENTES NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL EM RELAÇÃO A NÚMEROS E OPERAÇÕES

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP

SÃO PAULO

2006

MARIA HELENA DA SILVA

ESTUDOS DAS VISÕES SOBRE ÁLGEBRA PRESENTES NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL EM RELAÇÃO A NÚMEROS E OPERAÇÕES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para a obtenção do título de ***Mestre em Educação Matemática****, sob orientação da* ***Professora Doutora Barbara Lutaif Bianchini****.*

PUC/SP

SÃO PAULO

2006

Banca Examinadora

Para minha família, que sempre está comigo, não apenas neste momento, como em todos os momentos da minha vida, sendo-me sempre muito carinhosa e compreensiva.

Agradecimentos

À Professora Doutora orientadora Barbara Lutaif Bianchini, pela paciência, zelo, apoio e compreensão com que sempre pude contar.

Às professoras doutoras Ana Paula Jahn e Doutora Miriam Cardoso Utsumi pelas sugestões na ocasião da minha qualificação, as quais foram fundamentais para situar minha pesquisa.

A todos os professores e professoras na pessoa do Professor Doutor Saddo Ag Almouloud, da Pós-Graduação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pela atenção e presteza.

Aos colegas e professoras do grupo de pesquisa Educação Algébrica G5, que proporcionaram um espaço, onde foi possível aprofundar o meu tema de pesquisa.

Aos colegas do mestrado, com um especial carinho as colegas Yuk, Maryneusa, Vera Lucia, Vânia, Maria do Carmo, pelo estímulo sempre presente nos momentos de devaneios.

Aos funcionários da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em especial ao Francisco, à Professora Doutora Sueli Cardoso Pita e ao Professor Doutor José Everaldo Nogueira Júnior pela ajuda e carinho.

Ao Vilson amigo e companheiro de longa data, que muito contribuiu em minha jornada acadêmica.

A Autora

Resumo

Este estudo tem o objetivo de investigar as visões sobre Álgebra nos conteúdos que dizem respeito aos Números e Operações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental. Nesta análise documental, com enfoque qualitativo, utilizamos a análise de conteúdo, referendada no estudo de Bardin (1977), por meio da técnica de análise da enunciação. O referencial teórico adotado foram os estudos de Lins e Gimenez (1997), sobre Aritmética e Álgebra, e a pesquisa de Lee (2001), sobre as visões da Álgebra. A revisão bibliográfica também trouxe elementos sobre concepções de álgebra presentes nos discursos de professores, livros didáticos e questões do ENEM, que contribuíram para o exame das visões. A partir desse referencial, investigamos os números e operações nos quatro ciclos. Ficou evidenciado que, apesar de o documento indicar o estudo associado de álgebra e aritmética, não estão contempladas no conjunto de suas orientações ações que possam concretizar essa indicação. As análises revelaram que os PCN trazem em suas orientações, visões da álgebra como aritmética generalizada, como ferramenta, e a álgebra como uma atividade – todas com a finalidade de produzir a linguagem simbólica das letras. Embora não tenha sido foco de nossa investigação, os dados mostraram que, tal como sugerem os PCN de Matemática, faz-se necessário abrir espaços de reflexões sobre o ensino da álgebra no Ensino Fundamental, que englobe os diversos segmentos envolvidos no processo de ensino e da aprendizagem, como professores, pesquisadores, instituições afins, comunidade, sociedade, e outros.

Palavras-chave: Aritmética e Álgebra, Números e Operações, PCN de Matemática do Ensino Fundamental, visões sobre Álgebra.

Abstract

The aim of this study is to investigate the views on Algebra, in contents concerning Numbers and Operations, present in the Mathematics National Curricular Parameters (PCN) for Elementary Education. Therefore, in this documental analysis adopting qualitative approach, the content analysis proposed by Bardin (1977) was applied by means of enunciation analysis techniques. The studies by Lins and Gimenez (1997) on Arithmetic and Algebra and Lee's (2001) research on the views on Algebra were adopted as theoretical framework. A bibliographic review also brought elements of the conceptions of Algebra present in the discourse of teachers, student books and questions of the National Secondary Education Examination (ENEM). Supported by such framework, numbers and operations in the four cycles were then investigated. It became evident that, even though the document suggests the associated study of Algebra and Arithmetic, actions to make feasible such proposition are not contemplated in its guidelines and directions as a whole. The series of analysis revealed that the National Curricular Parameters (PCN) show, in their guidelines, conceptions of algebra as generalized arithmetic, as a tool, and of algebra as an activity – both with the purpose of producing a symbolic language of the letters. Although it was not the main target of this investigation, results showed that, just like the Mathematics National Curricular Parameters (PCNs) suggest, it is necessary to create opportunities to reflect upon the teaching of algebra in the Elementary Education, that include the different segments involved in the teaching/learning process, such as teachers, researches, educational institutions, the community and the society, among others.

Key-words: Arithmetic and Algebra, Numbers and Operations, National Curricular Parameters (PCN) of the Elementary Education, Views on Algebra.

Sumário

Lista de Quadros

Introdução

A Educação Matemática assume a tarefa de pesquisar questões e ações que envolvem o Ensino e a Aprendizagem da Matemática em todos os níveis da Educação e em todas as áreas advindas da Matemática. Os pesquisadores desta área, que se articula com outras ciências, como a Psicologia e a Filosofia, estão interessados no desenvolvimento e na construção do conhecimento matemático, dentro e fora da escola. Na busca de um aprendizado que desperte a atenção, que traga significados e sentidos[1], que seja social e pelo menos, por isso, necessário, a Educação Matemática constitui-se em diversos segmentos de estudos, em diversas áreas: Álgebra, Informática, História da Matemática, Aritmética, Geometria, Formação de professores, Tecnologias na Educação e outras.

Estudos realizados por pesquisadores da área da Educação Matemática, tais como Miguel, Fiorentini e Miorim, (1992), discutem a posição que a Álgebra tem ocupado nas últimas décadas no ensino do Brasil. Os pesquisadores concluem haver um abandono do ensino da Álgebra e que esta deveria ser repensada quanto à sua especificidade e seu papel desempenhado no pensamento humano, particularmente na história do pensamento científico e matemático.

[1] Adotaremos significados e sentidos conforme Franco (2003, p. 15), “O significado de um objeto pode ser absorvido, compreendido e generalizado a partir de suas características definidoras e pelo seu *corpus* de significação. Já o sentido implica a atribuição de um significado pessoal e objetivado, que se concretiza na prática social e que se manifesta a partir das representações sociais, cognitivas, valorativas e emocionais, necessariamente contextualizadas”.

Essa preocupação é partilhada por Maranhão, Machado e Coelho (2004), para as quais, a mudança que vem afetando o ensino da Matemática, como a insuficiência de conteúdos específicos, faz com que seja necessário compreender como a matemática é elaborada e transformada pelas diversas comunidades culturais e científicas ao longo da história. Especificamente sobre a Álgebra, as pesquisadoras lembram que ela, na Educação Básica, vem perdendo espaço e é comumente conhecida como um amontoado de símbolos. Esse fato é visto como crítico, tendo que se examinar e meditar sobre o que se tem descoberto, a partir daí analisar o que poderá ser feito. Razão pela qual, deve-se analisar o que se tem descoberto a seu respeito, bem como as medidas que poderão ser tomadas.

Alguns aspectos, segundo Maranhão, Machado e Coelho (2004) merecem atenção, como a relação entre a Álgebra, como campo de conhecimento para estudos futuros, e as dificuldades de Aprendizagem; a necessidade de articular a Álgebra a outros campos da Matemática e atividades humanas; visões, dimensões e tendências em Álgebra que podem gerar ênfases inadequadas em seu ensino nos diversos estágios da vida escolar, e, por isso, causar lacunas na instrução dos estudantes.

Há mudanças implementadas em alguns países no sentido de aumentar o acesso e o sucesso em Matemática, mas em relação à Álgebra o que se tem feito para torná-la acessível a mais estudantes? Essas são algumas questões mencionadas, geradoras de novas pesquisas que podem auxiliar numa mudança de postura em relação ao ensino da Álgebra.

No grupo de pesquisa, intitulado Educação Algébrica, do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, do qual fazemos parte, vêm sendo realizados estudos e projetos sobre a Álgebra. O projeto maior desse grupo “O que se entende por Álgebra?”, engloba duas questões: Qual a Álgebra a ser ensinada na formação de professores? Como se configuram as lacunas entre os diversos segmentos de ensino e, em particular entre o Ensino Básico e Ensino Superior? Incluem estudos sobre Aritmética e Álgebra, nos diversos níveis de Ensino, investigando dimensões, visões e tendências no ensino e na aprendizagem que estão presentes em noções e concepções matemáticas de professores, alunos e documentos curriculares, e compreendem Números, Equações e Inequações.

Estudos realizados pelas professoras Maranhão, Machado e Coelho (2004), integrantes do referido grupo de pesquisa, destacam que as discussões sobre novas políticas educacionais, como a reformulação da Licenciatura em Matemática e formação de professores, inicial e/ou continuada, requerem elementos de cunho empírico e documental, realizados a partir das relações entre saber matemático, e sujeitos envolvidos no ensino e na aprendizagem, capazes de trazer informações que possibilitem efetivamente uma tomada de posição consistente para o ensino da Matemática.

Partindo dessa demanda, a nossa pesquisa é uma investigação documental sobre os *Números e Operações* nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental[2] (BRASIL, 1997, 1998) e faz parte do processo de aprofundamento que o grupo de pesquisa Educação Algébrica vem realizando sobre a Álgebra. Vale ressaltar ainda que nosso estudo restringe-se apenas aos *Números e Operações* em relação aos números naturais, inteiros e racionais.

A respeito da importância desse tema, Ponte e outros afirmam que:

> *Números e Operações* são um dos temas da Matemática que assumem, desde o início da escolaridade, uma importância central. Hoje, um pouco por todo o mundo, perspectivam-se opções curriculares que, em vez de se centrarem na memorização e aplicação de técnicas de cálculo, dão ênfase à apropriação de aspectos essenciais dos números e suas relações. (2003, p. 63-64). (Grifo nosso).

No Brasil, a partir do final da década de 80, começam a ser discutidas novas perspectivas sobre como desenvolver em sala de aula os conceitos *Números e Operações.* As novas idéias começam a considerar experiências que os alunos trazem para a sala de aula sobre problemas numéricos (NUNES et al., 2002, p. 37).

[2] O Ensino Fundamental no Brasil é composto de 8 anos e foi oficializado pela lei 5.692/71. Posteriormente a lei 9.394 que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional em seu artigo 32 ressalta que: “O Ensino fundamental, com duração mínima de oito anos, obrigatório e gratuito na escola publica, terá por objetivo a formação básica do cidadão [...]”. (1998, p. 13). Atualmente se prevê uma duração de 9 anos.

Nesse contexto, buscamos responder ao seguinte problema de pesquisa: Quais visões sobre Álgebra estão presentes nos conteúdos *Números e Operações* dos PCN[3] (BRASIL, 1997,1998), considerando os conteúdos da Aritmética e da Álgebra para o Ensino Fundamental? Que relações existem entre esses dois campos da Matemática?

Nessa perspectiva, nossa pesquisa compreende tanto estudos sobre dimensões, abordagens e visões da Álgebra quanto pesquisas relacionadas a esses aspectos, sempre sem perder de vista o tema *Números e Operações*.

Devido à importância que os PCN têm na Educação no Brasil, expomos uma breve discussão que permeia a sua constituição com uma análise dos quatros ciclos e, posteriormente, a análise conjunta do primeiro e segundo ciclos bem como do terceiro e quarto ciclos, seguida de nossas análises finais.

O nosso estudo caracteriza-se como documental, e tem enfoque qualitativo. Por sua vez, nossa parte analítica está baseada no método da análise de conteúdo, razão pela qual utilizaremos a técnica análise de enunciação.

Considerando que na **Introdução** foi apresentada a problemática que envolve nossa pesquisa, além do problema de pesquisa e as justificativas, o presente trabalho apresenta cinco capítulos.

O Capítulo I, **Considerações Teóricas,** está dividido em referencial teórico e revisão bibliográfica. O referencial teórico apresenta reflexões sobre Aritmética, Álgebra, a relação entre elas; apresenta ainda, visões da Álgebra, dos pesquisadores, Lins e Gimenez (1997), Spinillo (1994, 2004), Lee (2001) e Da Rocha Falcão (2003). Por sua vez a revisão bibliográfica oferece estudos que envolvem concepções e abordagens para o ensino da Álgebra, tomando como base os pesquisadores, Pinto (1999), Santos (2005), Cruz (2005) e Jamal (2004).

No Capítulo II, **Procedimentos Metodológicos,** é apresentada a metodologia que utilizamos em nossa investigação, a qual está fundamentada no estudo de Bardin (1977) sobre análise de conteúdo.

[3] Cabe salientar que não nos preocuparemos com o processo de elaboração dos PCN, e sim com o conteúdo expresso no documento.

O Capítulo III, **Apresentação dos PCN,** proporciona uma reflexão sobre a construção dos PCN e apresenta o que o documento traz, na sua primeira parte e nos quatros ciclos, sobre os Números e Operações para o Ensino Fundamental.

No Capítulo IV, apresentamos as **Análises dos PCN (BRASIL, 1997,1998),** primeiramente as análises, em conjunto do primeiro e segundo ciclos, que se referem ao volume de 1997, e, em seguida, do terceiro e quarto ciclos, que fazem parte do volume de 1998.

Por fim, no Capítulo V, apresentamos as **Considerações finais** desta pesquisa, seguidas das **Referências**, **Anexos**, **Apêndices**.

Capítulo I

CONSIDERAÇÕES TÉORICAS

Neste capítulo apresentamos não só o referencial teórico que norteou o nosso estudo, sobre quais visões de Álgebra estão presentes nos PCN de Matemática do Ensino Fundamental, como também uma revisão bibliográfica de algumas das dissertações que envolvem concepções e abordagens para o ensino da Álgebra.

1.1 REFERENCIAL TEÓRICO

Percebemos no desenvolvimento da pesquisa que, para responder ao nosso problema, precisávamos olhar com mais atenção a forma como são abordados os conteúdos "Números e Operações" presentes na Aritmética e na Álgebra, como é a relação entre o ensino da Aritmética e da Álgebra, além de conhecer algumas das visões da Álgebra.

Para nos municiar neste aprofundamento, inicialmente apresentamos o posicionamento de Lins e Gimenez (1997) sobre a Aritmética e a Álgebra, sobretudo em relação às concepções, propostas e possibilidades para essas áreas da Matemática na sala de aula.

Em seguida abordaremos o estudo de Lee (2001), a respeito de algumas visões sobre a Álgebra que podem fazer parte da Matemática nos primeiros anos escolares.

Num terceiro momento, apresentaremos o estudo de Spinillo (1994) sobre pesquisas que envolvem conceitos espontâneos, sobre conhecimentos matemáticos de crianças antes do ensino matemático na escola como também nos primeiros anos escolares.

Posteriormente, apresentamos a pesquisa de Da Rocha Falcão (2003) a respeito da introdução do ensino da Álgebra nos primeiros anos do ensino fundamental.

E, finalmente, apontamos algumas reflexões sobre a relação entre a Aritmética e a Álgebra.

1.1.1. Lins e Gimenez (1997)

Há uma discussão em torno do ensino da Matemática segundo o qual o ensino escolar deveria considerar os conhecimentos que os alunos possuem antes de entrarem na escola.

Lins e Gimenez consideram que:

> [...] do mesmo modo que a escola proíbe os métodos da rua [...], a rua proíbe os métodos da escola [...]. É preciso que a Educação Matemática reconheça que ambas as posições estão corretas, e o que isso quer dizer é que nossos alunos estão vivendo em dois mundos distintos, cada um com sua organização e seus modos legítimos de produzir significado[4]. (1997, p. 17).

Os autores discordam da idéia de que trazer a rua para a escola poderia facilitar a aprendizagem. Para eles o papel da escola seria tematizar os significados da Matemática existentes na rua, possibilitando às crianças

[4] Para Lins e Gimenez, significado é um conjunto de coisas que dizem a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. (1997, p. 145-146).

sistematizarem seus conhecimentos anteriores na produção de novos significados, possivelmente matemáticos. A produção de significados, partindo dos temas, (núcleos) existentes na vida dos alunos, organizados com o propósito didático, é o ponto primordial nessa concepção de ensino da Matemática.

A partir da produção de significados, os autores sugerem o caminho para uma investigação aritmética, constituidora de uma “nova aritmética” que se fundamenta na produção de um *sentido numérico* como conjunto de características e de rede de relações que permitem relacionar números com operações, a fim de resolver problemas mediante formas criativas, em que o cálculo tem papel específico e depende também de escolhas metodológicas adotadas pelo professor.

Um bom *sentido numérico* possui algumas características como:

> Identificar significados para os números e as operações, reconhecer o valor relativo dos números, descobrir relações e padrões, imaginar e descrever uma quantidade em função de outras, de formas diversas, e intuir e estabelecer raciocínios na resolução de problemas. Também há fatores de atitude e valor como o saber situar-se no “mundo dos números”, e reconhecer o valor e os limites do uso de cálculo mental, escrito e com calculadora. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 60).

Numa dinâmica escolar, conforme especificam os autores, a visão de *sentido numérico* abarca situação do contexto - problema ou situação apresentada - conteúdos e aplicações.

Os conteúdos envolvem conceitos relativos ao sistema numérico (imagens, referentes, representações, estrutura, tamanho relativo, sistema de referência, relações) e sistema operativo (efeito de operações e modificações, propriedades, relações entre operações, estratégias de cálculo aproximado e exato). Comportam processos de dois tipos: conhecimento estratégico (conhecimento de dados, interpretação, adequação, raciocínio, avaliação e adequação dos resultados) e um sistema de instrumentos (cálculo mental, métodos algorítmicos, modelos gráficos, material manipulativo, calculadora, computador). Os autores propõem também conteúdos de ação em que os alunos aplicam e relacionam procedimentos com base conceitual determinada.

Por sua vez, as aplicações envolvem valores e atitudes, como reconhecimento, aplicabilidade, integração, prudência e eficiência, além do desenvolvimento de multiplicidade de estratégias, métodos e instrumentos diversos, diversidade de soluções, plausibilidade dos resultados, associações operatórias, indução e interação.

Implementar esse *sentido numérico*, segundo Lins e Gimenez (1997), requer que seja realizado um constante processo matematizador produtivo, que pode contribuir tanto para o desenvolvimento formativo dos alunos como para o matemático, o de atitude pessoal e também social, além de envolver o fomento de uma visão crítica perante temas de consumo, meio ambiente entre outros. Implementar esse sentido numérico possibilita também soluções contextualizadas e envolve estratégias de aprendizagem como: uso de números em contextos; importância da visualização numérica, uso de técnicas de agrupamentos e decomposições, compreensão do significado de operações, diversidade de representações, tratamento da ordem, comunicação coletiva de estratégias, e controle e reflexão sobre eficiência e aplicabilidade.

Nessa perspectiva de *sentido numérico,* o papel do cálculo assume cinco aspectos:

1. Reconhecimento de distintos tipos de cálculo e das importâncias relativas de cada um, atribuindo em cada momento o papel operativo procedimental ou conceitual correspondente (informação);
2. Explicitação das relações numéricas de modo a resolver situações problemáticas concretas (intervenção significativa na resolução de problemas);
3. Integração de diversas relações gerais aritméticas estudadas (estruturação dos diversos cálculos);
4. Promoção de criatividade e surgimento de estratégias próprias associadas a processos de generalização, análise, síntese, etc. (gestão); e,
5. Reconhecimento do ajuste, do valor e utilidade das estratégias propostas (controle de qualidade). (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 76).

Devem-se considerar também os vários tipos de situações que se associam às operações. Dentre elas, situações com cálculo mental estrito, que vão além da visualização, que promovam reflexão sobre estratégias usadas; situações com cálculo mental aproximado, que parte de noções de aproximação das quatro operações básicas com números desde 1 até 100. Tais noções possuem três características fundamentais: conhecimento dos números, de relações e de um conjunto de estratégias de cálculo mental idéia clara de ordenação; e delimitação em cada conjunto de números. Para um bom processo de ensino do cálculo aproximado estão o reconhecimento dos números absolutos e relativos, a comparação dos números e a provocação de situações de aproximação com operações de vários níveis de dificuldades.

Segundo Lins e Gimenez (op. cit), para essa “nova aritmética” que tem um sentido numérico específico, no qual o cálculo tem um papel definido, é necessário também que se apresente um rol de formas metodológicas que permitam a apropriação do *sentido numérico* explicitado. Os autores elegem algumas considerações que podem contribuir no processo desta “nova aritmética”, tais como: superar preocupação tecnicista; eliminar a independência de campos numéricos, naturais, frações, inteiros e outros; dedicar menos tempo ao esforço repetitivo de processos já abordados, pensando que o anterior não está suficientemente dominado; um maior uso de um trabalho interdisciplinar (que não se deve reduzir a motivações e uso de procedimentos comuns); e introduzir situações nas quais se observe o valor do uso da calculadora.

Conforme Lins e Gimenez (op. cit), é possível, do mesmo modo, usufruir outros tipos de experiência do mundo físico ou comercial, tais como: o fato de estruturar a aprendizagem de algumas técnicas “institucionais” de cálculo mental ao longo do 1º grau, sem que isso indique que não se possam usar técnicas “pessoais”, por um lado, e por outro lado, o fato de a expressão verbal dever ser dominante sobre qualquer outra, pois os estudantes podem enfrentar situações nas quais apareçam conflitos que possam ser resolvidos numa atividade coletiva.

Partindo desses pressupostos sobre *sentido numérico*, os autores indicam alguns objetivos principais a que se propõe o ensino dessa “nova aritmética”:

1. Desenvolver uma capacidade mínima de interpretar o que há de aritmético em determinadas situações reais; isso implica usar de forma ágil, linguagens diferentes;
2. Integrar e dominar alguns processos gerais aritméticos que permitam a resolução de situações mediante métodos diversos (planificação, uso de referenciais externos à situação, cálculo de diversos tipos, técnicas esquemáticas, etc.);
3. Dominar algumas bases conceituais importantes, reconhecendo sua aplicação em situações concretas;
4. Adquirir um *sentido numérico* o mais geral possível, que permita flexibilizar as técnicas e os conteúdos que se conhecem e reconhecer quando cada uma é mais útil e adequada;
5. Ser capaz de produzir hipóteses diante de problemas, vinculando as justificações necessárias a diversos raciocínios (aditivo, multiplicativo, proporcional etc.);
6. Adotar as mudanças de atitudes necessárias para levar tudo a cabo. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 86).

Segundo Lins e Gimenez (1997) as considerações apresentadas sobre uma “nova aritmética” sejam elas, sentido numérico, orientações metodológicas e objetivos, poderiam até fazer parte de um programa para a educação aritmética básica, mas não é o caso. Eles consideram mais salutar que se avalie o trabalho dos alunos dentro dessa perspectiva de “nova aritmética”.

O enfoque sobre a aritmética de Lins e Gimenez está na implementação de um determinado *sentido numérico*. Veremos a seguir como os autores discutem o ensino da Álgebra.

Conforme Lins e Gimenez (1997), em geral, a atividade algébrica é descrita como “fazer ou usar álgebra“. Eles sinalizam quatro possíveis linhas de características sobre atividade algébrica, estabelecendo dessa forma, associações entre atividade algébrica e concepções de Álgebra existentes em estudos e pesquisas, para explicitar uma outra possibilidade de introdução da Álgebra.

A primeira atividade algébrica se caracteriza pelo uso de determinadas notações que estão associadas à concepção de álgebra letrista, como se a atividade algébrica se resumisse ao cálculo com letras e algoritmos. Essa linha letrista tem uma outra vertente que introduz o uso das letras por meio de abstrações no trabalho com situações concretas, refere-se a um conceito ou objeto conhecido do cotidiano dos alunos. Nesse caso os autores classificam essa vertente como "facilitadora".

A segunda atividade algébrica é caracterizada pela presença de certos conteúdos (temas) em situações realistas criadas com finalidade didática, buscando semelhança com uma situação real, partindo do que é conhecido, como é o caso de algumas propostas de modelagem[5] e investigações[6] matemáticas. Nesses casos, a Educação Algébrica é vista como uma ferramenta.

Uma terceira possibilidade de atividade algébrica que resulta da ação de um pensamento matemático está relacionada à Álgebra como Aritmética generalizada. Segundo esse pensamento a atividade algébrica se caracteriza pela generalidade[7], e tem uma preocupação com envolvimento dos alunos. Mas, essa também é centrada nos conteúdos, priorizando as propriedades operatórias.

E, por último, a noção de conceito isolado que é substituída pela de campo conceitual[8]. Trabalhar num campo conceitual da Álgebra ou em outros significa estar engajado em atividade algébrica, por meio de seqüências didáticas.

Todas as atividades algébricas descritas acima, segundo Lins e Gimenez, de uma forma ou de outra, dirigem- se à sala de aula, e procuram dar conta do

[5] No Brasil, Rodney Bazanezzi realiza um trabalho nesse campo. (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 108).
[6] Paolo Boero na Itália, Alan Bell na Inglaterra, e Jan de Lange na Holanda realizam pesquisas com este enfoque.
[7] Lins e Gimenez fazem distinção entre generalização e generalidade. Generalização emerge quando se passa a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares. Generalidade emerge quando se trata diretamente do que é geral em uma situação, sem intermediação dos casos particulares.
[8] Modelo elaborado por G. Vergnaud. "Campo conceitual é constituído por: a) um conjunto de esquemas operacionais e de invariantes; b) um conjunto de formas notacionais; e, c) um conjunto de problemas que, a um mesmo tempo, são resolvidos por aqueles esquemas e dão sentidos a eles". (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 102-103).

que é correto, buscando preencher o que falta ao aluno, não trabalhando com o que o aluno sabe. As duas primeiras, utilizam a atividade para saber em que nível de aprendizagem estão os alunos e o que lhes falta. As duas últimas, constituem-se como maneiras de fazer com que os alunos cheguem e se engajem corretamente na atividade algébrica.

O grande problema, segundo os autores, é que essas formas de abordagem consideram que sempre o aluno estará disponível, para atender às atividades, ou seja, ele possui conhecimentos necessários para resolver as situações, mas e se ele não possuir tais conhecimentos? Entretanto, não se pode desconsiderar a possibilidade de o aluno não estar disponível.

Após tecer essas considerações sobre atividade algébrica e educação algébrica, Lins e Gimenez assumem a atividade algébrica como processo de produção de significado para a Álgebra considerando que “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para os quais é possível produzir significado em termos de Números e Operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”. (1997, p. 137).

Esse processo incide em uma categoria que comporta temas como equações e expressões numéricas e literais. Além disso, tem como base a possibilidade de produzir significado em relação ao *núcleo* comum (temas, situações cotidianas ou didáticas): Números e Operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade. Há também a possibilidade de produzir significado para equações relacionadas a *núcleos* todo-partes, *núcleo* de balança de dois pratos como “3x + 10 = 100” $\Rightarrow$ ”3 x = 90” , e outros.

Nessa perspectiva de significado para a Álgebra, o conhecimento é reconhecido pelo dueto *crença-afirmação* e *justificação,* isto é, num conhecimento produzido, a *crença-afirmação* corresponde ao que é novo, e *justificação* ao que é dado. A *justificação* estabelece vínculos com a *crença-afirmação* e os *núcleos.* As relações deste *núcleo* são tidas como verdades, que no desenvolver da atividade podem ser abandonadas ou substituídas por outras, no interior desta atividade. (LINS e GIMENEZ, 1997).

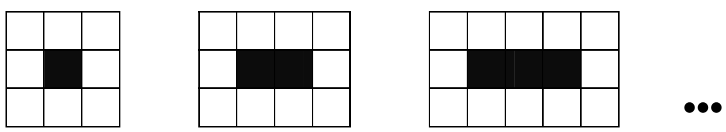
Além da categorização da Álgebra, os autores ressaltam que, a Educação Algébrica proposta comporta um determinado pensamento algébrico que passa necessariamente por produzir significados apenas em relação aos Números e Operações aritméticas (aritmeticismo); considerar Números e Operações apenas segundo suas propriedades (internalismo); e operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (analiticidade). Eles também enfatizam que, dessa forma, transformam-se as expressões obtidas, produzindo significado para situações em termos de Números e Operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades).

A proposta de educação algébrica de Lins e Gimenez compreende, dessa forma, dois objetivos centrais: primeiro, permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados para a Álgebra e, segundo, permitir que esses alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente.

Para atingir esses objetivos, as atividades propostas precisam ter uma estrutura pela qual seja possível produzir afirmações reconhecidas como corretas junto com justificações para sua enunciação. Além disso, com base nas expressões produzidas trabalhar com transformações diretas dessas expressões. A finalidade de melhorar a "destreza" dos alunos nesse processo depende de algum tipo de prática em atividades ou exercícios, tidos como um conjunto de técnicas necessárias neste momento.

A seguir, podemos observar um exemplo, descrito por Lins e Gimenez (1997, p. 153-155), do ponto de vista de sua abordagem de educação algébrica, com padrões de azulejos.

Exemplo: Escrever fórmula para calcular o número de azulejos brancos se você souber o número de azulejos pretos.



Uma variedade de formas pode aparecer, e assim é representado como *crença-afirmação* acrescentando *justificações.*

C-A $_{14}$ – “B = 2P + 6”

J $_{14}$ – “Para cada preto há dois brancos, um em cima e outro embaixo; alem disso, há sempre três ‘em pé’, em cada ponta, num total de 6”.

C-A $_{15}$ – “B = 2(P + 2) + 2”

J $_{15}$ – “A linha de cima e a linha de baixo têm, cada uma, P + 2 azulejos; além disso, há um branco em cada extremidade da fileira de pretos”.

As *justificações* foram produzidas em relação a um mesmo núcleo, e, além disso, no caso dessa atividade, todas as expressões são equivalentes.

O próximo passo é olhar se as expressões, cada uma, representam a mesma coisa que, “2P + 6 = 2(P + 2) + 2”.

Discutindo como as duas expressões podem ser iguais, os alunos chegam eventualmente a, “2(P + 2) = 2P + 4”.

Esse é o primeiro passo que pode ser explorado nesta situação: *Que expressão do tipo “2 (...+...)” é o mesmo que 2P + 6?*

Dependendo do resultado que o aluno admite, continua-se questionando-o, e ele vai produzindo outras *crença-afirmação* e *justificações.* O ritmo do processo varia muito, depende da série, da experiência anterior com base nesse tipo de atividade e com a concentração da turma. De posse dos princípios gerais, o professor pode acompanhar o andamento do trabalho e manter-se sempre focado nos dois objetivos centrais.

Segundo Lins e Gimenez, para podermos diferenciar essa proposta da que usualmente é encontrada em sala de aula, é só observar que a prática docente incluiria apenas produzir fórmulas, diretamente, por tratamento visual/genérico, ou com base em uma tabela de dados:

P	1	2	3	4	5	6	7	8	…
B	8	10	12	14	16	18	20	22	…

Os autores reforçam a idéia que, os exercícios só serão eficazes se os alunos entenderem o que estão fazendo. Eles chamam a situação proposta de “atividades de inserção”, na qual os alunos tomam como legítimo um certo modo de produzir significado e de pensar.

É necessário deixar claro que na proposta de Educação Aritmética e Algébrica sugerida por Lins e Gimenez está incorporada a idéia que a Álgebra e a Aritmética precisam ser pensadas em termos de significados produzidos no interior de atividades, e não como termos de técnicas ou conteúdos. (1997, p. 161).

Os autores concluem que é infundada a afirmação de que a Aritmética deve preceder a Álgebra, e nem o contrário, visto que existem diversas experiências extra-escolares que as crianças trazem consigo envolvidas em aritmética. Tais experiências sugerem a coexistência da Educação Algébrica com a Aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra.

Após as considerações de Lins e Gimenez, sobre Aritmética e Álgebra, faremos uma exposição dos estudos feitos por Lee (2001) a respeito das adequações das visões, para alunos do Ensino Fundamental, centradas em como ensinar a Álgebra para que os alunos construam um pensamento algébrico.

1.1.2. Lee (2001)

O estudo realizado por Lesley Lee no artigo Early Algebra – but Which Algebra? (2001), sobre visões da Álgebra é baseado em uma pesquisa que teve duração de quatro anos a respeito de quais elementos da matemática fazem parte dos primeiros anos escolares. Seis[9] visões de Álgebra foram encontradas: linguagem, um modo de pensar, uma atividade, uma ferramenta, uma aritmética generalizada e a Álgebra é uma cultura.

Álgebra é uma linguagem

Se a Álgebra é um aprendizado tal qual uma linguagem, então quanto mais cedo as crianças forem expostas à Álgebra, melhor. No entanto, ela é

[9] Há ainda uma sétima visão, que diz respeito à álgebra escolar, omitido pela autora para permitir a discussão de pontos gerais sobre a álgebra escolar.

diferente de qualquer linguagem que nós conhecemos, porque é mais sintaxe[10] do que semântica[11].

Segundo a autora, existe um lado escrito da Álgebra que todos concordam que envolve símbolos. É o caso de, $ax^2 + bx + c = 0$, expressão que muitos consideram uma sentença algébrica, enquanto *a*, *b*, *c*, não o é.

A autora conclui que a Álgebra como uma linguagem não é uma boa introdução para qualquer nível escolar, e em especial para Educação Básica, pois as crianças possuem poucos pensamentos algébricos conscientes para expressar e poucas atividades algébricas registradas.

Álgebra é um modo de pensar

Não existe um consenso em torno do que seja pensamento algébrico. Nessa visão, porém, podemos encontrar alguns temas como um tipo interno[12] e externo de pensamento.

Segundo Lee, o tipo interno de pensamento age com e sobre os símbolos algébricos, dirigidos por comandos ou moldes; são pensamentos que não só abarcam operações, ações ou transformações, como também pensamentos sobre relações. E por esse raciocínio envolver símbolos algébricos, não é apropriado para a Educação Básica pelos mesmos motivos que apresentam na visão da Álgebra como linguagem.

O tipo externo de pensamento algébrico é quando se está empenhado em pensar sobre algum sistema matemático ou do mundo real. Ele está envolvido na revelação de modelos, padrões e no ato de dizer ou escrever padrões. Pensar sobre um sistema matemático aritmético tem sido mostrado como uma introdução ao pensamento algébrico excelente e adequado para crianças e adolescentes.

---

[10] Sintaxe, que se refere a regras.
[11] Semântica, que se refere ao significado da palavra.
[12] Segundo a autora é o único tipo de pensamento algébrico permitido no modelo de Lins.

Existe ainda um novo tipo de pensamento algébrico, caracterizado como generalização, que também tem sido introduzida com sucesso na Educação Básica. Alguns elementos podem ser considerados adequados para a introdução da Álgebra:

- Raciocínio sobre modelos (em gráficos, padrões numéricos, formas, etc.), fortalecendo e ignorando, detectar semelhanças e diferenças, repetições e outros.
- Generalização ou pensamento em torno do geral, notando o geral no particular;
- Trabalhar mentalmente o desconhecido, invertendo e revertendo operações;
- Pensar sobre relações matemáticas ao invés de objetos matemáticos.

E os elementos de pensamento algébrico que são menos adequados para a introdução da álgebra são:

- Pensamentos denotativos, transformacionais e manipulativo envolvendo resolução ou encontro de contrastes;
- Pensamento formal;
- Pensamento com símbolos;
- Pensamento mecânico;
- Pensar em referência aos componentes de álgebra[13].(LEE, 2001, p. 394, tradução nossa).

Lee questiona esse tipo de pensamento de generalização, que se considera adequado para a Educação Básica: quando e como detectá-lo considerando que o mesmo não aparece no vácuo? Apesar desta indagação, ela admite que, se as crianças forem engajadas em atividades algébricas adequadas, acima relacionadas, esse tipo de pensamento pode ser desenvolvido.

- [13] Reasoning about patterns (in graphs, number patterns, shapers, etc.), stressing and ignoring detecting sameness and difference, repetition and order;
- Generalizing or thinking in terms of the general, seeing the general in the particular;
- Mentally handling the as-yet-unknown, inverting and reversing operations,
- Thinking about mathematical relations rather than mathematical objects.

Those elements of algebraic thinking that might be less appropriate are:
- Denotation, transformational, manipulative thinking sometimes involving resolving or finding constraints;
- Formal thinking:
- Thinking with symbols;
- Mechanical thinking;
- Thinking in reference to the artifacts of algebra.(LEE, 2001, p. 394)

Álgebra é uma atividade

Esta forma de pensamento está associada à manipulação de aspectos simbólicos e de modelo de atividade construtiva. As resoluções de problemas são vistas como algo que circunda os aspectos de manipulação algébrica (uso de caixa de fósforos, palitos de sorvetes, etc.), e de modelo de sistemas da atividade algébrica, que devem ser bem trabalhadas na Educação Básica, pois o poder intuitivo que as crianças possuem pode ser perdido.

Segundo Lee, está na moda desprezar a importância e complexidade da manipulação algébrica. Talvez a chave para a álgebra básica esteja na palavra representação. Existem outras formas de se representarem variáveis além das letras x e y, como blocos, caixa de fósforos, etc. Os problemas iniciais de álgebra podem envolver desenhos e trabalhos manuais. As manipulações algébricas podem ser úteis para pensar, representar e comunicar propriedades gerais de números e padrões.

Sobre o modelo de sistemas, Lee comenta que alguns educadores matemáticos apontam dificuldades entre estudantes com esse aspecto da álgebra. Porém, outras pesquisas mostraram que enquanto crianças têm êxito com modelo matemático, estudantes de ensino mais elevado podem ter perdido um meio fundamental que crianças possuem para aplicação mecânica de habilidades aritméticas e algébricas.

Álgebra é uma ferramenta

Se a Álgebra é uma atividade de resolução de problemas, então ela usa as ferramentas de semiótica da Álgebra. Outro ponto de vista concebe a Álgebra como uma ferramenta que permite resolver problemas, carrega e transforma mensagens, e não é usada apenas para resolver problemas matemáticos, mas também nas ciências e na “vida real”. Parece haver uma unanimidade sobre a necessidade de iniciar o lado ferramenta (ou processo) da Álgebra, o que se caracteriza como uma possibilidade para a escola básica.

A autora conclui que, se as crianças forem expostas às ferramentas algébricas, ao pensamento algébrico e às atividades algébricas na escola básica, a habilidade no uso de letras simbólicas pode ser experimentada no Ensino Médio. No entanto, se as ferramentas algébricas forem vistas para envolver apenas as letras simbólicas, então a Álgebra como ferramenta talvez não possa ser vista como uma promessa de Álgebra para a escola básica.

Álgebra é uma Aritmética generalizada

Encontramos diferentes percepções ou significados: Aritmética de letras ou pré-álgebra, Álgebra de generalizações de padrões numéricos, um estudo da estrutura da Aritmética, e, ocasionalmente, o estudo de expressões em letras simbólicas sem considerar o significado dos símbolos. Excluindo esse significado, os outros são excelentes candidatos para a Álgebra nos primeiros anos escolares.

Apesar de este ser criticado por educadores, é considerado um modelo implícito no ensino básico e domina pesquisas em educação matemática. Lee credita esse fato, a inserção, por um período longo, da aritmética no ensino básico, sugerindo que atividades baseadas na visão de Álgebra como Aritmética generalizada enriquece o ensino básico. Ela salienta que a separação da aritmética e Álgebra de forma abrupta pode privar os alunos de esquemas poderosos tornando mais difícil a aprendizagem em séries posteriores.

Álgebra é uma cultura

Essa forma de pensamento parte de uma visão antropológica de Álgebra: álgebra como um mundo, uma ilha, uma comunidade, e, finalmente, uma cultura. Ela tem valores, crenças, práticas, tradições, história e processos para sua transmissão. Elementos de cultura algébrica (artefatos) podem ser encontrados no âmbito local e no universal. Nesse sentido, dificuldades em álgebra podem ser vistas a partir de uma perspectiva de conflito cultural, e a introdução à álgebra, como um processo extracultural.

Nesta cultura, atividades algébricas estão comprometidas em utilizar ferramentas algébricas, na medida em que o pensamento algébrico é favorecido, e a linguagem para se comunicar é algébrica. A cultura não está isolada do restante da cultura de matemática básica, mas está envolvida no currículo tanto quanto Aritmética e Geometria quanto têm estado historicamente. ”Em outras palavras, a geometria generalizada tomará o seu lugar ao lado da aritmética generalizada e a definição de aritmética pode ser melhorada ao incluir outros números e objetos do que os tradicionais números naturais e racionais”[14].(LEE, 2001, p. 397, tradução nossa).

A leitura das visões descritas acima nos oferece subsídios para considerarmos que Aritmética e Álgebra deveriam estar juntas, inclusive incorporando outras áreas da Matemática como, a Geometria.

Segundo Lee: “A álgebra tem o potencial de se tornar o tema unificador para a Matemática básica: aritmética como álgebra dos números, Geometria como a álgebra das formas, Estatística como a álgebra das medidas”[15]. (LEE, 2001, p. 397, tradução nossa).

Após o estudo das visões, Lee identificou alguns elementos para a álgebra nos primeiros anos escolares que vieram à tona durante seus estudos. São os seguintes: compromisso com atividades algébricas, promoção e disciplina de um pensamento algébrico e comunicação em uma linguagem algébrica.

No compromisso com atividades algébricas estão as atividades que envolvem, por exemplo:

- Fazer demonstrações aritméticas gerais sobre o comportamento dos números em relação às operações sobre eles (pares ou ímpares, áreas,...);
- Fazer demonstrações geométricas gerais sobre formas, transformações de formas, padrões geométricos;

[14] In other words, generalized geometry would take its place alongside generalized arithmetic and the very definition of arithmetic might be widened to include other numbers and objects than the traditional natural and rational numbers. (LEE, 2001, p. 397).
[15] Algebra has the potential of becoming the unifying theme for elementary mathematics arithmetic as the algebra of numbers, geometry as the algebra of shape, statistics as the algebra of measure. (LEE, 2001, p. 397)

- Demonstrações gerais sobre medidas e freqüências de medidas em contextos estatísticos ou em outros contextos (crescimento de uma planta);
- Trabalhar com uma variedade de materiais e representações algébricas;
- Sistematizar e resolver problemas utilizando uma diversidade de ferramentas algébricas[16]. (LEE, 2001, p. 397, tradução nossa).

Segundo a pesquisadora, promover e disciplinar um pensamento algébrico, envolve questões do tipo “e se?” ou “é sempre assim?”, pensando sobre padrões, semelhanças e diferenças, desfazendo e revertendo operações. Nesse sentido, as crianças são incentivadas a pensar em objetos matemáticos como números, formas, medidas, pensando na relação entre eles. Existe a possibilidade de operar mentalmente e pensar sobre números que elas não conhecem (valores desconhecidos) ou sobre as propriedades de certos números sob certas operações.

Numa comunicação em linguagem algébrica, Lee salienta que deve ser inicialmente uma linguagem natural, uma linguagem referencial de manipulação, ou uma linguagem construída na sala de aula. E que em todas as visões expostas por ela, por convicção própria, é colocado de lado o uso dos símbolos algébricos tradicionais. A autora ressalta, ainda que representações em letras e manipulação dessas representações têm sido colocadas como uma introdução inadequada à Álgebra em qualquer nível.

Segundo a autora, chamar um bloco x e escrever x (ao invés de desenhar o bloco ou uma representação dele) não parece ser um passo difícil para as crianças. Escrever $x + y$ para a soma de dois números em geral ou números que não conhecemos, e então notar que $x + y = y + x$ não está necessariamente ligado às habilidades de uma criança de dez anos de idade, por exemplo. Dessa forma, Lee sugere uma evolução natural ao invés de forçar o uso de

[16] These activities involve, for example,

i) making general arithmetic statements about the behavior of numbers with respect to operations on them (evens and odds, squares,…)
ii) making general geometric statements about shapes, transformations of shapes, geometric patterns
iii) general statements about measures and frequencies of measures in statistical or other contexts (plant growth)
iv) working with a variety of algebraic materials or representations
v) modeling and problem solving using a diversity of algebraic tools. (LEE, 2001, p. 397).

representações simbólicas, salientando que a esperança pode estar no fato de que, no ensino posterior, as crianças estarão prontas para empregar a linguagem algébrica em suas comunicações e pensamentos sobre suas atividades algébricas.

Após as considerações de Lee sobre visões da Álgebra apresentamos o estudo de Spinillo sobre os conhecimentos dos alunos antes de ingressarem no ensino escolar.

1.1.3. SPINILLO (1994)

Spinillo (1994) apresenta resultados de suas pesquisas sobre as habilidades matemáticas que a criança na fase pré-escolar, até 8 anos, possui antes de ser instruída formalmente com conceitos matemáticos. Seu estudo procurou compreender as razões que dificultam a aprendizagem de Matemática na escola pelas crianças. Uma indagação feita é se as crianças possuem habilidades Matemáticas que poderiam facilitar sua aprendizagem. Por último, a autora tece algumas considerações sobre o ensino de Matemática nas séries iniciais.

A seguir, apresentamos uma síntese do estudo de Spinillo (1994).

Noções sobre o sistema numérico

Spinillo ressalta que a atividade de contagem mais comum entre as crianças consiste em contar objetos. A compreensão do sistema numérico decimal, entretanto, requer mais do que uma simples contagem de elementos: exige que se lide simultaneamente com valor absoluto e valor relativo. A autora ainda lembra que o uso de material concreto pedagógico, como a contagem de dinheiro, não tem garantido a compreensão dos princípios básicos de nosso sistema de numeração.

Noções sobre adição e subtração

A pesquisadora observa que noções sobre adição e subtração são operações fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos e geralmente são ensinadas após as crianças dominarem a contagem e informações acerca das posições dos números. Entretanto, pesquisas comprovam que crianças possuem conhecimento intuitivo, espontâneo sobre adição e subtração antes de receberem instrução escolar e são capazes de realizar adições e subtrações, usando cálculos mentais elaborados desde que faça sentido adicionar e subtrair.

Um aspecto constatado é que as crianças se envolvem mais nas atividades quando são significativas para elas, em atividades que envolvam referente (refere-se a alguma coisa), o que não acontece em atividade que evolve linguagem matemática que é descontextualizada e não se refere a objeto algum. Como o caso de um e dois dá quanto?

A autora lembra que a escola não tem propiciado problemas que façam surgir essa habilidade, e também não tem se preocupado em ligar a nova linguagem (matemática) ao conhecimento informal construído das crianças, preocupando-se mais com questões de formalização do que com questões de natureza conceitual.

Representação de quantidades e de operações matemáticas

Spinillo (1994), considera uma atividade sobre simbolismos matemáticos produzidos por crianças de 3 a 7 anos em que deveriam anotar em papel a quantidade de blocos sobre uma mesa. Essa atividade foi desenvolvida por Hughes, para quem as representações realizadas podem ser classificadas como:

1. Representações idiossincráticas: uso irregular e inconsistente de grafismos.

2. Representações pictóricas: representa a quantidade pela aparência e pela numerosidade, desenhando no papel os blocos colocados na mesa.
3. Representações icônicas: representa a quantidade apenas pela numerosidade, fazendo rabiscos, por exemplo.
4. Representações simbólicas: representa a quantidade através dos símbolos convencionais. (HUGHES, 1984, apud SPINILLO, 1994, p. 45).

Essa classificação mostra como as crianças podem inventar formas de representação, conclui Spinillo.

As Representações simbólicas são usadas preferencialmente a partir dos 7 anos, e as pictóricas, por crianças na pré-escola. As crianças pré-escolares não dominam o simbolismo matemático convencional, mas são capazes de inventar um sistema que representa a numerosidade, que são diferentes dos formais, e poderiam ser apreciados na escola, considerando o fato de que o simbolismo convencional não se gera espontaneamente. “Novamente, é importante fazer a passagem das formas mais elementares para formas mais eficientes, poderosas e adequadas ao pensamento matemático, desenvolvendo, solidificando e ampliando as noções espontâneas já existentes”. (SPINILLO, 1994, p. 45).

Sobre as representações espontâneas em relação ao simbolismo das operações a autora concluiu que é mais fácil para as crianças representarem quantidades do que operações. E, apesar de elas possuírem um conceito espontâneo sobre a subtração e adição, é difícil representar tais operações em um sistema formal, preciso. Sendo assim, a compreensão do conceito não garante o uso adequado da representação. A compreensão de tais operações antecede a capacidade de representá-las.

A pesquisa de Spinillo revelou também que ocorrem dificuldades na passagem dos simbolismos das operações concretas para os simbolismos da Aritmética e vice-versa. A autora sugere que a escola deveria criar situações em que as crianças trabalhassem a tradução dessa passagem, discutindo com seus colegas, esclarecendo e descobrindo dúvidas sobre as representações percebendo a importância de um simbolismo comum, a aritmética.

Divisão e equivalência numérica

A pesquisa evidenciou que crianças podem proceder à divisão usando o princípio de correspondência um a um ao lidar com diferentes unidades envolvidas, mantendo a equivalência dos blocos. Essa é uma informação importante acerca das habilidades numéricas que as crianças possuem antes de serem instruídas sobre divisão e equivalência entre quantidades representadas por unidades distintas, que são comumente desconsideradas na escola que privilegia o algoritmo e o aprendizado convencional da Matemática.

Noções e estratégias espontâneas sobre proporção

A pesquisa demonstrou que crianças possuem conhecimentos espontâneos sobre proporção, e que estes conhecimentos são desconsiderados pela escola em função da crença de que eles só são adquiridos no ambiente escolar. A autora constata que há atividades relativas a proporção que podem ser exploradas por crianças de 6-8 anos com objetivo de integrar as noções espontâneas existentes na Matemática formal, gerando conhecimento mais sistematizado e eficiente.

Capacidade da criança em aprender proporções

O estudo evidenciou que crianças desde os 6 anos podem ser ensinadas a fazerem julgamentos proporcionais usando o referencial de metade. O uso desta estratégia parece ser um passo importante na aprendizagem de formas de raciocínio proporcional.

As noções iniciais sobre probabilidade

Crianças de 5 a 8 anos, possuem noções espontâneas acerca de probabilidade antes da instrução escolar. Esta foi outra revelação da pesquisa citada. A estimativa parece ser uma tarefa possível de ser realizada. A autora indaga que estimar não tem sido uma prática no ambiente escolar, e que esta tarefa poderia ser uma atividade cognitiva que deveria ser mais explorada na Educação Matemática.

Conhecimento matemático espontâneo e a instrução escolar

A respeito dessa discussão, a autora comprovou que as crianças possuem habilidades matemáticas antes de serem formalmente instruídas na escola. Dentro de suas limitações, elas são usuárias competentes dos números, realizam adições e subtrações, apresentam noções acerca de conceitos complexos como proporção, probabilidade. Apesar desse repertório, as crianças experimentam dificuldades, pois segundo Spinillo, a escola não tem sabido lidar com a diferença entre Matemática do cotidiano e Matemática escolar; e não tem integrado conhecimento espontâneo das crianças às situações de instrução.

De acordo com Spinillo, a Matemática na escola é descontextualizada, podendo se referir a qualquer coisa, qualquer lugar, enquanto que a Matemática informal tem sempre um referente (concreto ou hipotético). É difícil para a criança na escola passar a receber a Matemática sem referente (generalização e abstração), visto que no seu dia-a-dia sempre há um referente. As crianças utilizam certos procedimentos orais para resolução de problemas matemáticos. Esses deveriam ser como ponte para chegar à Matemática escrita. No entanto, mesmo que implícita, a proposta é que os procedimentos orais sejam substituídos por algoritmos e regras de resolução prestigiados pela escola.

Spinillo orienta que integrar conhecimento matemático informal ao formal não significa transportar ou transferir atividades informais para a escola, isso não garante a integração entre o conhecimento espontâneo e o conhecimento novo, nem garante a construção destes.

A integração deveria fazer um convite ao conhecimento matemático informal para sala de aula, de forma que a criança pudesse revisar os conhecimentos que possui, ampliando-os e desenvolvendo compreensão mais efetiva dos conceitos. Isso não é tarefa fácil, e requer do professor considerações como: saber o que a criança sabe, saber qual caminho a criança percorre para alcançar tal conhecimento e qual a instrução necessária para mediar "a transformação dos conhecimentos espontâneos em conhecimento e representações mais elaboradas e eficientes". (SPINILLO, 1994, p. 50).

Após as considerações de Spinillo, apresentamos o estudo de Da Rocha Falcão de 2003, sobre a Álgebra nas séries iniciais.

1.1.4. Da Rocha Falcão (2003)

A pesquisa realizada por Da Rocha Falcão (2003) a partir do questionamento da programação tradicional de que a aritmética venha a ser ensinada antes da Álgebra no ensino fundamental no Brasil.

O pesquisador aponta duas explicações para este fato. Em primeiro lugar há razões pedagógico-institucionais referentes à necessidade de ter um currículo oficial que sirva de referência ao sistema escolar nacional, e seja coordenado e fiscalizado pelo Estado. Nesse sentido, o conteúdo dos vários campos dos saberes específicos como a Matemática e outros, segue uma ordem do que pode ser ensinado e a qual nível de ensino.

Em segundo lugar, esse processo de escolha de conteúdos, mudanças e adaptações de saberes, é chamado de transposição didática[17], processo que diz respeito a uma associação estreita com considerações pedagógico-psicológica, relacionada à forma de encarar os processos de aprendizagem limitados por estágios gerais de desenvolvimento que garantam ao aluno condições de aprender o conteúdo que o professor pretende ensinar.

[17] Noção estudada pelo filosofo e historiador Yves Chevallard.

Nessa perspectiva a Aritmética representa um campo mais acessível que a Álgebra, pois a resolução de problemas envolve procedimentos mais ligados ao significado específico de cada problema que foi proposto, e a Álgebra por sua vez, utiliza procedimentos generalizantes, com simbologia sofisticada, como regras de manipulação, independente dos conteúdos dos problemas.

De fato, deduz Da Rocha Falcão (2003), a aritmética e a Álgebra implicam atividades diversas de resolução de problemas. Segundo seu estudo a resolução aritmética implica uma decomposição em sub-problemas que vão se resolvendo até chegar à solução final. A resolução algébrica, em compensação, implica uma sistematização prévia do problema, com identificação de aspectos importantes como valores conhecidos, incógnitas, etc.

O autor ressalta que a prioridade do ensino aritmético em detrimento da Álgebra parece ser responsável por alguns obstáculos didáticos na introdução da Álgebra elementar por volta da 6ª e 7ª séries. Além disso, suas pesquisas o levam a crer que é possível introduzir o ensino da Álgebra antes do que indica o ensino oficial. Esses dados questionam o ensino de Álgebra vigente na programação tradicional.

Da Rocha Falcão acrescenta que a Álgebra retoma relações com números, que estão presentes na aritmética, os quais serão generalizados com letras, representando variáveis e/ou incógnitas: pode se pensar em $5 + 3 = 3 + 5$ ou em $x + y = y + x$; para qualquer y e qualquer x. Porém, ela não pode ser aritmética generalizada, pois tem propriedades intrínsecas como campo conceitual específico que é. Portanto, ela tem uma dupla função: representar fenômenos e relações, e auxiliar na resolução de problemas matemáticos. (DA ROCHA FALCÃO, 2003, p. 30).

Neste sentido, Da Rocha Falcão propõe os seguintes elementos para compor atividades algébricas:

<table>
<tr><td colspan="2">Atividades em Álgebra</td></tr>
<tr><td>Ferramenta representacional</td><td>Ferramenta de resolução de problemas</td></tr>
<tr><td>Modelização: captura e descrição dos fenômenos do real.Generalização: passagem de descrições específicas, ligadas a um contexto para leis gerais.</td><td rowspan="3">Algoritmos, regras sintáticas, prioridade de operações, princípio da equivalência entre equações.</td></tr>
<tr><td>Função: explicitação simbólica de relações elementares.</td></tr>
<tr><td>Generalização: passagem de descrições específicas, ligadas a um contexto, para leis gerais.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elementos básicos do campo conceitual algébrico</td></tr>
<tr><td>Números, medidas, incógnitas e variáveis, regras de atribuição de símbolos, gama de acepções do sinal de igual, trânsito entre formas de linguagem.</td><td>Operadores, sintaxe, prioridade de operações, princípio da equivalência, conhecimentos-em-ação vinculados a experiências extra-escolares de compensação e equilíbrio, fatos aritméticos instrumentais (ex: elemento neutro da adição).</td></tr>
</table>

Quadro 1: Elementos básicos de caracterização do campo conceitual da Álgebra (a partir das contribuições de F.G. Bodanskii, G. Vergnaud e Da Rocha Falcão e colaboradores). Fonte: Da Rocha Falcão (2003, p. 31).

Esse quadro apresenta elementos utilizados em atividade algébrica que foi possível ser explorada em sala de aula nos primeiros anos escolares.

O pesquisador apresenta um plano de trabalho possível de introdução à Álgebra, composto de cinco atividades interconectadas realizadas em uma escola pública de Recife. As atividades são realizadas em seqüências, uma implicando a outra. A seqüência[18] é assim relacionada: 1) exploração do conceito de função; 2) passagem para uma representação mais significativa; 3) passeando entre semelhança e diferenças; 4) estabelecimento de relações envolvendo grandezas desconhecidas; e 5) composição relações de segunda ordem a partir de relações simbólicas sem números.

Da Rocha Falcão recomenda que há várias maneiras pelas quais pode ser trabalhada a Álgebra antes do que propõe o nosso ensino oficial. Seu exemplo é apenas uma possibilidade, por onde começar.

Após as considerações de Lins e Gimenez sobre a Aritmética e Álgebra, a exposição dos estudos de Lee, a respeito das visões da Álgebra, o estudo de

[18] Para maiores detalhes ver Da Rocha Falcão (2003, p. 31-36).

Spinillo sobre conhecimentos espontâneos dos alunos, e as indagações de Da Rocha Falcão sobre o ensino da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental, vamos apresentar uma reflexão sobre a relação da Aritmética e da Álgebra, que complementa os estudos acima relacionados.

1.1.5. Uma reflexão sobre a relação da Aritmética e Álgebra

Os estudos acima apresentados nos fizeram entender, entre outras reflexões que o ensino da Matemática deveria ser introduzido nos primeiros anos escolares de maneira a proporcionar reflexões e abstrações, possibilitando a construção de significados pelos alunos. No entanto, é necessário que este processo de construção seja realizado respeitando os procedimentos, representações e linguagens que os alunos conhecem e os saberes matemáticos com que lidam.

Diante desse pressuposto, como é vista a relação existente entre a Aritmética e Álgebra? Como poderemos constatar na análise dos ciclos dos PCN, (Capítulo III) a aritmética ocupa prioritariamente o primeiro e segundo ciclos, o ensino da Álgebra é inserido a partir do quarto ciclo; no terceiro ciclo é desenvolvida uma "pré-álgebra".

Por outro lado, há uma discussão entre educadores matemáticos (LINS E GIMENEZ, 1997; DA ROCHA FALCÃO, 2003, TELES, 2004, E OUTROS) sobre quando, como e em que ordem, devem ser realizados os ensinos da Aritmética e da Álgebra no âmbito escolar.

Teles (2004) pensa que, na história da matemática, a aritmética é relacionada à manipulação de quantidades conhecidas, algoritmos e procedimentos de cálculos, enquanto que a Álgebra nasceu para resolver problemas que envolvem quantidades desconhecidas.

Segundo essa pesquisadora, os estudos em educação matemática apresentam a aritmética como área que trabalha com números, operações com suas respectivas propriedades, enquanto a Álgebra possui um aspecto de generalização da aritmética e tem a função de ferramenta, por meio de uma linguagem simbólica. A autora conclui que na matemática escolar é quase impossível estabelecer limites entre Álgebra e Aritmética; muito menos, impor uma ordem rigorosa, primeiro Aritmética, depois Álgebra.

O estudo de Teles (2004) contatou que, entre outras dificuldades encontradas na aprendizagem da Álgebra, está a dificuldade conceitual não resolvida na aprendizagem da aritmética, como a falta de compreensão da propriedade distributiva na aritmética que, entre outras, impede a manipulação de expressões algébricas.

Lins e Gimenez (1997) consideram que a aritmética e a Álgebra têm que partilhar um mesmo núcleo ou vários núcleos vivenciado pelo aluno. Nesse processo é necessário trabalhar com os significados produzidos pelos alunos (significado no sentido de Lins e Gimenez) a partir dos quais, o professor desenvolve a Aritmética e a Álgebra, que por sua vez permite aos alunos desenvolver a capacidade de pensar algebricamente. Para que isso aconteça é necessário que a educação aritmética amplie suas atividades e as habilidades que considera, levando em conta o *sentido numérico* proposto pelos pesquisadores. Por outro lado, a educação algébrica precisa considerar que qualquer aspecto técnico só pode se desenvolver, se o aluno reconhecer a lógica subjacente das operações. (LINS e GIMENEZ, 1997).

Os autores salientam que a mudança de perspectiva mais importante quando se discute aritmética e Álgebra é passar a pensar em termos de significados produzidos no interior das atividades e não em termos de técnicas e conteúdos.

Segundo Lins e Gimenez, alguns professores acreditam que ao se centrarem em trabalhar habilidades técnicas estão preparando os alunos para técnicas mais difíceis. No entanto, mesmo rejeitando esta noção de “técnicas”, os autores assumem que a abordagem proposta por eles cria condições para que os alunos trabalhem com técnicas. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 161).

Da Rocha Falcão constatou que o momento de inserir o ensino da Álgebra na escola nada mais é do que uma escolha institucional e representa uma decisão de transposição didática. Seus estudos comprovam que é possível e satisfatório o ensino da álgebra em séries iniciais do ensino fundamental desde que se “contemplem aspectos relevantes do campo conceitual algébrico e se baseiem em atividades que possibilitem às crianças um nível de representação conceitual ao seu alcance”. (DA ROCHA FALCÃO, 2003, p. 36).

Lee (2001) considera que o fato de a Aritmética ter sido por muito tempo um campo da Matemática privilegiado no Ensino Básico é salutar no ensino da álgebra usufruir os esquemas poderosos construídos pelos alunos ao estudarem a aritmética.

Para Lins e Gimenez:

> O grande objetivo da educação aritmética e algébrica, hoje, deve ser o de encontrar um equilíbrio entre três frentes: i) o desenvolvimento da capacidade de por em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de integrar e explorar situações; ii) o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar), o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização; iii) o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade. Sendo, i e ii estão profundamente relacionados. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 165).

Os autores ressaltam que sua proposta é trabalhar com base em significados e não em conteúdos e que, além disso, é necessário examinar modelos que nos permitam apenas a leitura dos outros pela falta, ou seja, é preciso que se olhe para os modelos acolhendo o que de salutar eles trazem para o ensino e a aprendizagem do conhecimento matemático.

Considerando essas reflexões sobre o ensino da Aritmética e da Álgebra, entendemos que tais campos da Matemática precisam ser apresentados aos alunos não necessariamente em uma ordem específica e pré-determinada. Entendemos, sim, que os professores devem introduzir o assunto partindo do conhecimento que os alunos já trazem consigo, pois se tal conhecimento for mobilizado nas situações apresentadas, os alunos serão capazes não só de produzir significados, mas também de se apropriar de conhecimento matemáticos.

1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente trabalho tem como objetivo central investigar as visões de Álgebra presentes nos PCN do Ensino Fundamental de Matemática. Com base nessa finalidade a revisão bibliográfica propiciou análise de trabalhos de pesquisa que envolvem concepções, dimensões, visões e abordagens sobre a Álgebra voltada ao Ensino Básico. É interessante esclarecer que todas as pesquisas se referiram ao estudo de Usiskin[19] (1995) sobre concepções da Álgebra.

1.2.1. Pinto (1999)

Pinto (1999) buscou compreender como o professor de matemática do ensino fundamental concebe o ensino da álgebra partindo de sua concepção algébrica. Foram realizadas entrevistas com sete professores.

A Álgebra como meio para resolver problemas matemáticos (equações) foi uma concepção revelada por todos os professores, o que pode ser justificado pelo fato de ser a dimensão mais utilizada no ensino de matemática de 5ª a 8ª série, sendo também a que mais está presente na história do desenvolvimento desse conhecimento.

A Álgebra a como generalização da aritmética foi lembrada por 3 professores. Segundo Pinto, ao conceber essa dimensão, o professor entende a necessidade de reconstruir a relação com a matemática com os alunos, em vez de usá-la indiscriminadamente.

A Álgebra como estudo das relações entre grandezas matemáticas (funcional) foi evidenciada por 2 professores, que concebem essa dimensão articulada às duas anteriores, possibilitando o uso da simbologia algébrica em situações não relacionadas aos campos da matemática.

E finalmente a Álgebra como estudo das estruturas matemáticas (estrutural) foi manifesta no discurso de 2 professores. Segundo o pesquisador,

[19] Para ver detalhes sobre as concepções ver Usiskin (1995, p. 9-22).

esses professores ao expressarem essa dimensão, demonstram possuir um conhecimento amplo sobre o papel da álgebra - estrutural, simbólico e axiomático - na estruturação do conhecimento matemático. Dessa forma, esses professores redimensionam as atividades algébricas em sala de aula, dando importância àquelas que são fundamentais ao conhecimento do aluno e assim já não consideram tanto o cálculo letrista que o currículo atual ainda recomenda.

Desta análise das dimensões abordadas pelos professores, Pinto verificou dois grupos: o primeiro de cinco professores que concebem a álgebra de forma limitada com ênfase à resolução de problemas, deixando de lado outros aspectos desse conhecimento. O segundo, de dois professores que concebem a álgebra de forma integral, recorrendo a todas as dimensões.

No primeiro grupo as atividades algébricas se baseiam em abordagens letristas-facilitadoras, com predomínio do uso da álgebra geométrica. O pensamento algébrico utilizado está associado às situações geométricas e visuais como forma de aplicação da simbologia algébrica. A ênfase nessa aplicação ocorre em detrimento do aprendizado da linguagem algébrica articulada ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

No segundo grupo, uma concepção de educação algébrica baseada em atividades significativas para o aluno, atividades que se aproximam da modelagem matemática, mas não é exatamente. Nelas, são destacados os papéis da linguagem e do simbolismo algébrico, como forma de expressão do pensamento matemático para resolução de problemas e em todos os campos de sua aplicação. Nesse sentido, os professores buscam atividades cujo enfoque está no aprendizado da linguagem articulada ao desenvolvimento do pensamento.

O autor considera um avanço o fato de nenhum professor conceber a educação algébrica cujas atividades estejam baseadas essencialmente em abordagens letristas e sim em letristas-facilitadoras. O primeiro grupo, concebe as atividades algébricas, relacionadas à álgebra geométrica; já segundo grupo, tendendo para algumas abordagens da modelagem matemática.

1.2.2. Santos (2005)

Santos (2005) investigou quais concepções admitem professores sobre o ensino da álgebra ao trabalhar situações-problema, conforme estudo de Usiskin (1995) sobre concepções de álgebra e de Bednarz, Kieran e Lee (1996) sobre abordagens da álgebra.

A pesquisadora realizou análises qualitativas e quantitativas das informações obtidas em questionários de 28 professores do Ensino Básico e encontrou três concepções implícitas no modo de conceber o ensino de álgebra desses professores que correspondem a três abordagens.

Todos os 28 professores expressam a álgebra como aritmética generalizada, sendo que 8 concordam parcialmente e todos consideram a álgebra como generalização das leis que regem os números. Santos ressalta que o estudo da álgebra como aritmética generalizada conduz o aluno a uma aprendizagem significativa, pois depende de conhecimentos prévios de aritmética para que se processe a generalização.

Um grupo de 25 professores admite a álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, sendo que 2 concordam parcialmente e consideram a álgebra como regras de transformações e soluções de equações. Segundo a autora, esses professores podem estar influenciados pelos textos de livros didáticos.

Outro grupo concebe a álgebra como o estudo de relação de grandezas abordando a introdução do conceito de variável. Segundo a pesquisadora, apenas 4 dos 28 entrevistados adotam essa concepção, o que causa uma preocupação, pois trata o ente algébrico (variáveis) desvinculado de qualquer particularidade, ou seja, trata-o como generalização.

O último grupo de 18 professores admite que os problemas algébricos são sempre resolvidos por estruturas algébricas, sendo que 11 concordam parcialmente. Porém, Santos constatou que os professores desconhecem a concepção de Usiskin (1995) sobre álgebra como estudo das estruturas algébricas, e a maioria das respostas relacionadas a essa questão não foi acompanhada de justificativas. Por este motivo, a autora não relaciona essa possibilidade como uma concepção por parte dos professores. Contudo, para o nosso estudo é um dado importante de ser ressaltado e será comentado mais adiante.

O estudo de Santos (2005) revelou que o ensino da álgebra é tratado principalmente como aritmética generalizada, por todos os professores (28), seguida de procedimentos para resolver certos tipos de problemas (25 professores), e, em grau menor, como relação de grandezas, que corresponde a 4 dos entrevistados. Segundo a autora, esses dados demonstram uma situação promissora para o ensino da álgebra, pois os professores abordam a álgebra em três formas distintas, facilitando para o aluno a construção de conceitos algébricos.

1.2.3. Cruz (2005)

Cruz (2005) com o objetivo de investigar como a noção de variável é abordada em livros didáticos nos 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, analisou quatro coleções de livros didáticos focalizando três aspectos: 1) a relação dos PCN com tais coleções, 2) as abordagens utilizadas para introduzir e desenvolver a álgebra nos livros didáticos, e 3) os diferentes usos atribuído a idéia de variável, conforme o estudo de Usiskin (1995).

Segundo a autora, todas as coleções declararam estar de acordo com as recomendações dos PCN. Apenas uma delas emprega situações-problema para introduzir o pensamento algébrico. Todas utilizaram a história da matemática, em geral como recurso didático fazendo parte do desenvolvimento do conteúdo. Quanto à organização do conteúdo, duas das coleções utilizam a organização linear dos conteúdos, contrariando as indicações dos PCN que ressaltam que essa forma não favorece as interligações entre os diferentes campos da matemática.

As coleções apresentam as quatro abordagens da álgebra, atribuindo mais ou menos enfoque em uma delas. Em duas coleções a abordagem da generalização começa na 5ª série, quando se trabalham padrões numéricos e algébricos, examinando regularidades. A abordagem da resolução de problemas é destacada e utilizada em todas as coleções, principalmente no trabalho com as equações. A abordagem estrutural é vista em todas as coleções, com excessiva aplicação de técnicas nos exercícios propostos, com exceção de uma coleção na qual se pode observar o trabalho de interpretação geométrica da fatoração. A abordagem funcional é vista na 8ª serie, momento em que é trabalhada a noção de função. Segundo a autora essa abordagem poderia ser tratada na 6ª série, mesmo de forma superficial, ao lidar com variação de grandezas.

Todas as coleções apresentam as variáveis nas suas diferentes formas. A princípio como generalizadora de modelos tendo como função traduzir e generalizar dados de um problema. Em seguida, na 6ª séries, como incógnita em que a variável assume um valor numérico desconhecido momentaneamente, para resolver equações e sistemas a fim de simplificar e resolver.

Na 7ª série são exploradas as regras da álgebra, por meio da manipulação de símbolos algébricos. Nesse caso, todo trabalho é abstrato, e as variáveis são tidas como um sinal no papel, sem nenhuma referência numérica.

Na 8ª série, as técnicas serão utilizadas na resolução de equações de 2º grau. Segundo a pesquisadora, isso causa um distanciamento entre a técnica e a prática. As variáveis são tratadas como incógnitas no trabalho com equações e em seguida, apresentam a idéia de função. Nesse momento, a variável é apresentada como substituta de vários possíveis valores de uma grandeza relacionada à outra.

Em apenas uma coleção, a variável é explicitada utilizando a idéia de parâmetro, representando um número que depende outro número. Cruz observou ainda que o trabalho com a álgebra enfatiza ora um aspecto da variável ora outro, sem relacionar os diferentes usos à idéia de variável.

1.2.4. Jamal (2004)

Jamal (2004) estudou os saberes que os alunos possuem sobre álgebra, analisando questões em programas vestibulares e no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM – de 2001, 2002 e 2003. Em relação a esse exame, seu trabalho constatou que o número de questões de álgebra vem aumentando e que os conhecimentos algébricos priorizados apresentam aproximadamente metade das questões, as quais abordam conteúdos do Ensino Fundamental e todas elas são formuladas a partir de situações cotidianas.

Para resolver as 13 questões de Álgebra propostas no ENEM, os alunos necessitam de habilidades como: identificar regularidade em expressões matemática e estabelecer relação entre variáveis (em 8 questões), compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana (em 4 questões) e em 3 questões é pedido que se utilizem e interpretem modelos para resolução de problemas que envolvam medições. A resolução não envolve cálculos nem a memorização de regras matemáticas e sua maioria abrange tabelas, análise de gráficos, inferências matemáticas, regra de três e porcentagem. O autor considera a maioria das questões não rotineiras, por não estarem presentes nos livros didáticos ou materiais apostilados.

Ao relacionar os conhecimentos algébricos envolvidos com as quatro concepções da álgebra, Jamal constatou que todas as questões propostas no ENEM de 2001, 2002 e 2003, têm preferência pela dimensão de equação (resolução de equações) e a funcional (estudo das relações entre grandezas) em todos os vestibulares e também no ENEM. A maioria das questões envolve processos de caráter estrutural, isto é, as operações realizadas não são sobre os números, mas sobre expressões algébricas.

Quanto ao ENEM, nenhuma questão abordou a aritmética generalizada ou a estrutural, sendo que, das treze[20] questões envolvidas, as mais freqüentes são a dimensão de equação (as letras são usadas como incógnitas) representando 71% e a funcional (as letras são usadas com variáveis para

[20] Alguma questão envolveu mais de uma dimensão da Álgebra.

expressar relações) que corresponde a 29%. Quanto ao desempenho dos alunos, baseados nos acertos das questões do ENEM de 2001 e 2002, o resultado mostrou-se insatisfatório com a média de 29,2% de acertos.

Esta revisão bibliográfica propiciou as considerações abaixo relacionadas.

A dimensão aritmética generalizada é muito lembrada e utilizada por professores, por relacionar-se a conhecimentos prévios de aritmética, talvez por isso professores reconhecem nessa dimensão, o uso da variável como leis que regem números.

A dimensão que envolve equações para resolver problemas matemáticos também é reconhecida pelos professores, provavelmente influenciados pelo fato de essa dimensão ser mais utilizada no terceiro e quarto ciclo, na escola e como também em livros didáticos desde a 5ª série.

Essa dimensão também é a mais encontrada em questões cobradas nos vestibulares e ENEM, no entanto, as questões abordadas foram consideradas não rotineiras pelo pesquisador por não estarem presentes em livros didáticos ou materiais apostilados. (JAMAL, 2004).

A dimensão funcional que aborda relações entre grandezas matemáticas, não é muito admitida como uma possibilidade para a álgebra entre os professores, e quando é lembrada, é a associada a equações e aritmética generalizada. O motivo de isso acontecer talvez seja o fato de essa dimensão tratar o ente algébrico desvinculado de qualquer particularidade.

Se por um lado, a dimensão estrutural não é muito lembrada entre os professores ao lidarem com o ensino da álgebra, por outro lado é reconhecida como uma representante da álgebra. Há dois pontos de vista: um que mostra que professores que a conhecem possuem um conhecimento amplo sobre a álgebra, outro que reconhece a álgebra como estudo de estruturas, mas não entende ou admite essa possibilidade ao lidar com atividades algébricas. (SANTOS, 2005).

Além disso, grande parte das questões sobre álgebra em vestibulares e no ENEM, envolve processos de caráter estrutural, operando sobre expressões algébricas e não sobre os números.

As pesquisas demonstraram que os professores de uma forma ou de outra recorrem a uma abordagem letrista facilitadora, seja na forma geométrica ou tendendo a modelagem. Além disso, os professores não priorizam nenhuma dimensão. Esse fato é tido como salutar, pois, ao envolver mais de uma dimensão, o professor possibilita diversas formas de aprendizagem de conceitos algébricos.

<table>
<tr><th colspan="5">Concepções de Álgebra</th></tr>
<tr><td></td><td>Concepções de Álgebra</td><td>Concepções de 7 professores</td><td colspan="2">Abordagem letrista facilitadora</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Pinto (1999)</td><td>Generalização da Aritmética</td><td>3</td><td rowspan="2">Geométrica</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>Resolver problemas matemáticos (equação)</td><td>todos</td></tr>
<tr><td>Estudo das relações entre grandezas (funcional)</td><td>2</td><td rowspan="2">Tendendo à modelagem</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Estudo das estruturas matemáticas (estrutural)</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td></td><td>Concepções de Álgebra</td><td>Concepções de 28 professores</td><td colspan="2">Uso da variável</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Santos (2005)</td><td>Generalização da Aritmética</td><td>28</td><td colspan="2">Como leis que regem os números</td></tr>
<tr><td>Resolver problemas matemáticos (equação)</td><td>25</td><td colspan="2">Regras de transformação e solução de equações</td></tr>
<tr><td>Estudo das relações entre grandezas (funcional)</td><td>4</td><td colspan="2">Introdução do conceito de variável</td></tr>
<tr><td>Estudo das estruturas matemáticas (estrutural)</td><td>18</td><td colspan="2">Não contabilizado na pesquisa</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td></td><td>Concepções de Álgebra</td><td>Concepções de livros didáticos
(4 coleções)</td><td colspan="2">Todas declaram que estão de acordo com os PCN</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Cruz (2005)</td><td>Generalização da Aritmética</td><td>2</td><td colspan="2" rowspan="2">Uma utiliza situações-problema</td></tr>
<tr><td>Resolver problemas matemáticos (equação)</td><td>Todas a partir da 5ª série</td></tr>
<tr><td>Estudo das relações entre grandezas (funcional)</td><td>Todos a partir da 8ª série</td><td colspan="2">Todas utilizam a historia da Matemática em seu conteúdo</td></tr>
<tr><td>Estudo das estruturas matemáticas (estrutural)</td><td>Todos</td><td colspan="2" rowspan="2">Duas utilizam organização linear do conteúdo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nas 4 coleções a Variável é usada de todas as formas e relacionam-se</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td></td><td>Concepções de Álgebra</td><td>Concepções em 13 questões no ENEM</td><td colspan="2">Concepções nos vestibulares analisados</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Jamal (2004)</td><td>Generalização da Aritmética</td><td>0</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>Resolver problemas matemáticos (equação)</td><td>10</td><td colspan="2">34</td></tr>
<tr><td>Estudo das relações entre grandezas (funcional)</td><td>4</td><td colspan="2">27</td></tr>
<tr><td>Estudo das estruturas matemáticas (estrutural)</td><td>0</td><td colspan="2">5</td></tr>
</table>

Quadro 2: Concepções de Álgebra presente nos estudos de Pinto (1999), Santos (2005), Cruz (2005) e Jamal (2004).

A análise do quadro nos mostrou que professores apesar de conceberem a álgebra como um estudo voltado à resolução de equações e estudos de estruturas matemáticas, recorrem à abordagens facilitadoras quando se propõem a ensinar álgebra, ou seja, algo que envolve de alguma forma uma participação dos alunos, em atividades geométricas ou tendendo à modelagem.

O fato de os professores conceberem a álgebra dessa forma pode estar relacionado ao fato de haver uma exigência de resolução de problemas, que podem ser resolvidos algebricamente. Essa exigência é constatada ao se observar questões de vestibulares e do ENEM que envolvem álgebra. Nelas a incidência maior é sobre a dimensão resolução de problemas que envolvem equações.

Um aspecto que chamou a atenção na pesquisa de Cruz (2005) foi a utilização das situações-problema em apenas uma coleção de livros didáticos analisadas, que foi elaborada conforme recomendação dos PCN. Como veremos nos próximos capítulos, essa abordagem é muito mencionada nos PCN.

Como podemos perceber há uma relação, pois ela é abordada por professores, livros didáticos desde a 5ª série e também é cobrada em questões de vestibulares e ENEM. Essa relação deixa a sugestão de que o modo como o professor vê a Álgebra, parte da utilização de livros didáticos, como também de uma preocupação com a exigência sobre esses conhecimentos que virá no ensino posterior.

Capítulo II

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nós realizamos alguns estudos sobre metodologia de pesquisa, e selecionamos os seguintes pesquisadores: Antonio Chizzotti (2001), Sérgio Vasconcelos de Luna (2000), Menga Lukde e Marli E. D. A. André (1986), que contribuíram para o entendimento do ato de pesquisa. E os estudos de Laurence Bardin (1977) e Maria Laura Puglisi Franco (2003) que enfocam aspectos da análise de conteúdo que utilizaremos em nossa pesquisa.

Para melhor nos situar, optamos por definir o que entendemos por pesquisa e metodologia. Elaboramos uma síntese, em tópicos, do que consideramos fundamental na leitura realizada, para explicitarmos nossos procedimentos metodológicos.

O nosso entendimento do que seja pesquisa se aproxima do de Luna, como sendo: "[...] a produção de conhecimento novo [...], [...] que preenche uma lacuna importante no conhecimento disponível em uma determinada área do conhecimento". (2000, p.15).

O trabalho que estamos realizando trilha este caminho, pois, outros estudos já foram realizados sobre os PCN de Matemática, no entanto, a nossa pesquisa segue uma perspectiva nova, inserida na necessidade de ampliar o conhecimento sobre a Aritmética e a Álgebra deste documento para subsidiar outros estudos e pesquisas.

Com a finalidade de produzir conhecimento novo, vamos adotar uma metodologia que interprete as mensagens extraídas deste documento oficial da educação no Brasil.

Sobre metodologia

Luna considera que “a metodologia é um instrumento poderoso justamente porque representa e apresenta os paradigmas de pesquisa vigentes e aceitos pelos diferentes grupos de pesquisadores, em um dado período de tempo”.(2000, p. 10). É essa perspectiva de metodologia que vai nos subsidiar e possibilitar o desenvolvimento de nossa pesquisa.

O autor também indica que o valor da metodologia tem variado ao longo dos anos. Segundo ele: “de fato reconhece-se, hoje, que a metodologia não tem status próprio, precisando ser definida em um contexto teórico-metodológico”. E ainda salienta: “Neste contexto, o papel do pesquisador passa a ser o de um intérprete da realidade pesquisada [...]”, e “espera-se, sim, que ele seja capaz de demonstrar - segundo critérios públicos e convincentes - que o conhecimento que ele produz é fidedigno e relevante teórica e/ou socialmente”. (LUNA, 2000, p.13-14).

Para nos ajudar a interpretar as mensagens dos PCN, vamos recorrer a análise documental.

Sobre pesquisa documental

A análise documental é uma operação ou um conjunto de operações que representam o conteúdo do documento, de forma diferente da original, facilitando sua consulta ou referenciação, tendo como objetivo dar forma conveniente e representar de outro modo à informação contida, por intermédio de procedimentos de transformação. O propósito é oferecer ao leitor o máximo de informações (aspecto quantitativo) como o máximo de pertinência (aspecto qualitativo). (BARDIN, 1977, p. 45).

Como o objeto fundamental de nossa pesquisa é um documento, podemos dizer nossa pesquisa é documental.

Segundo a definição de Chizzotti:

> A pesquisa documental é, pois, uma etapa importante para se reunir os conhecimentos produzidos e eleger os instrumentos necessários ao estudo de um problema relevante e atual, sem incidir em questões já resolvidas, ou trilhar percursos já realizados. (2001, p.19).

Definindo a metodologia

Considerando essas definições sobre pesquisa e metodologia, o desenvolvimento de nosso trabalho sobre os PCN será realizado, por meio da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (1977).

Este método envolve um conjunto de técnicas e análises, que tem como foco as mensagens contidas em comunicações, no nosso caso, um documento. Ela conduzirá os nossos esforços a buscar sentidos e significados sobre os *Números e Operações* nos PCN, isto é, estamos buscando compreender, explicitar, desvendar e fazer comparações sobre a mensagem contida relacionando-as para que as análises advindas tenham relevância teórica.

Conforme Bardin, a análise de conteúdo, não é um instrumento, mas um leque de apetrechos, podendo ser um único instrumento, marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações que podem ser qualquer material de significação de um emissor para um receptor controlado ou não decifrado pelas técnicas de análise de conteúdo. (BARDIN, 1977, p. 31-32).

A intenção da análise de conteúdo, segundo a autora, é a inferência[21] de conhecimentos, relativos às condições de produção, que recorrem a indicadores, que podem ser quantitativos ou não, procurando responder a quais conseqüências e/ou efeitos as mensagens podem sugerir no saber envolvido.

Para Bardin,

> O objetivo da análise documental é a representação condensada da informação, para consulta e armazenagem; o da análise de conteúdo é a manipulação de mensagens (conteúdo e expressão desse conteúdo), para evidenciar os indicadores que permitam inferir sobre uma outra realidade que não a da mensagem. (1977, p. 46).

Baseados nesta definição, a nossa análise buscará desvendar o que está implícito e o que está explícito no que refere-se a *Números e Operações* contidos nos PCN, a partir dos estudos de pesquisadores e estudiosos em Educação e Educação Matemática cujas reflexões estão presentes no capítulo anterior, a saber:

- O estudo de Rômulo Lins e Joaquim Gimenez (1997) em *Perspectivas em Aritmética e* Álgebra *para o século XXI.*
- As visões sobre Álgebra no artigo: Early Algebra – but Which Algebra? de Lesley Lee (2001).
- O estudo de Spinillo (1994) sobre os conceitos espontâneos de alunos na fase inicial do Ensino Básico.
- Nas reflexões de Da Rocha Falcão (2003) a respeito da introdução da álgebra nos primeiros anos do ensino fundamental.
- Considerações sobre a relação entre o ensino da Aritmética e Álgebra.
- A revisão bibliográfica que contém as pesquisas de Pinto (1999), Santos (2005), Cruz (2005), Jamal (2004).

Nessa perspectiva, vamos realizar nosso estudo vinculado aos estudos relacionados à Educação Matemática, pois:

[21] Inferência: operação lógica, pela qual se admite uma proposição em virtude da sua ligação com outras proposições já aceitas como verdadeiras. (Bardin,1977, p. 39).

> Uma informação puramente descritiva não relacionada a outros atributos ou às características do emissor é de pequeno valor. Um dado sobre o conteúdo de uma mensagem deve, necessariamente estar relacionado, no mínimo, a outro dado. (FRANCO, 2003, p.16).

A investigação que desenvolvemos será do nosso ponto de vista, um estudo novo, pois não encontramos na busca que realizamos nenhum estudo que contemplasse as visões de álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental, a partir do estudo do tema Números e Operações.

A técnica que utilizaremos para realizar nossa pesquisa será a análise da enunciação que descrevemos sinteticamente a seguir.

Análise da Enunciação

Para Bardin (1997), a Análise da Enunciação consiste em desvelar o sentido e significados contidos nas mensagens. A característica marcante dessa técnica está numa concepção da comunicação como processo, em que são elaborados sentidos e operadas transformações, e não como um dado imobilizado. Sendo assim, funciona desviando-se das estruturas e dos elementos formais.

A enunciação então, é a melhor maneira de se alcançar o que se procura quando o processo de elaboração do discurso se confronta com anseios, motivações, desejos, imposições do código lingüístico (como é o caso de conceitos matemáticos) e condições de produção (como as discussões em torno da elaboração dos PCN).

Nesse sentido a análise da enunciação completa a análise temática, portanto é fundamental distingui-las. Na análise temática não se considera a organização nem a dinâmica do tema (no nosso trabalho o tema são Números e Operações), mas a sua freqüência, segmentada e comparável, em função de um quadro de referência (que é o referencial teórico selecionado). A análise da enunciação é estudada em uma dinâmica própria segundo a singularidade do tema, organização e adaptação própria do pesquisador, pois é um estudo novo sem qualquer interpretação antes do estudo formal. (BARDIN, 1977, p. 175).

O nosso estudo será realizado conforme indica D'Unrug, citado por Bardin, (1977, p. 174, grifo da autora). Este autor ressalta que a técnica da enunciação parece privilegiar os discursos portadores de *ideologia* e resultantes de uma abordagem *clínica* enquanto materiais para os quais esta técnica está particularmente adaptada. Essa técnica é baseada na análise lógica, isto é, uma análise das relações entre as proposições, entendendo proposição como uma afirmação, uma frase, uma pergunta ou uma negação.

Como já dissemos nossa análise é documental, tem cunho qualitativo e ainda recorre mesmo que de forma breve, à análise quantitativa.

Sobre enfoque qualitativo

Nossa pesquisa é documental, com enfoque qualitativo, pois vamos analisar os significados dos dados, captando os aspectos gerais e particulares, porque queremos imprimir em nosso estudo o que é fundamental para fazermos uma leitura esclarecedora dos PCN. É necessário esclarecer que o conhecimento que buscamos "não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa [...]" e que nosso "objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações". (CHIZZOTTI, 2001, p. 79).

Por isso, nosso estudo estará atento às especificidades dos dados e à sua pertinência no contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática. Temos, portanto, que estar abertos para novas possibilidades, livres de preconceitos, para podermos perceber e decifrar o que está explícito e para desvendar o que está oculto nos PCN.

Esta forma de seleção de dados é um aspecto característico das pesquisas qualitativas. Ludke e André (1986, p. 42) nos alertam que: "não existe uma forma melhor ou mais correta" de realizarmos uma pesquisa qualitativa, "o que se exige é sistematização e coerência do esquema escolhido com o que pretende o estudo”.

Nesse sentido, o estudo que realizamos sobre os *Números e Operações* nos PCN, proporcionará um recorte, que os interessados no ensino da Aritmética e Álgebra do Ensino Fundamental terão à disposição para subsidiar suas pesquisas, e também como material que pode ajudar na reflexão do processo de ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Básico.

Sobre traço quantitativo

Conforme Bardin (1977) e outros, a análise qualitativa não rejeita toda e qualquer forma de quantificação.

A abordagem quantitativa admitida na análise de conteúdo baseia-se em freqüência delicada de certos elementos da mensagem, possibilitando inferências, seja pela presença ou ausência, nesse caso podendo-se constituir em índice tão importante quanto a freqüência de aparição. (BARDIN, 1977, p. 115).

Faremos em certo momento de nossa análise da enunciação um recorte quantitativo dos dados, pois, segundo a autora, existe essa possibilidade quando as mensagens analisadas forem de apenas um autor ou de vários, mas que contenham singularidade de condições de produção, expressão e de finalidade da comunicação.

A análise quantitativa não será por si só por freqüência, mas relacionada ao discurso contido nas mensagens do documento.

A Análise de Conteúdo comporta ainda, unidades de análise: registro e contexto. Recorreremos às duas para efetuar nosso estudo: ao mesmo tempo, utilizaremos a técnica de análise da enunciação, acima descrita e faremos uma categorização *a priori* e *a posteriori* do tema Números e Operações.

Unidades de registros

Bardin (1977) considera a unidade de registro, uma unidade de significação a codificar que corresponde a um segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando à categorização. Tal segmento pode ser, por exemplo: palavra, tema, itens que selecionamos conforme o objetivo estabelecido.

Na definição de Bardin, (1977), o tema é uma unidade de significação que se liberta naturalmente de um texto analisado, segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura. Dessa forma, o texto pode ser recortado em idéias constituintes, em enunciado e em proposições portadoras de significação isoláveis. E, ainda conforme a autora, o tema é geralmente utilizado na Análise da enunciação, pois, é empregado como unidade de registro para estudar, atitudes, valores, tendências, etc.

Nessa perspectiva, vamos analisar o tema *Números e Operações* presentes nos Conteúdos dos PCN de Matemática do Ensino Fundamental, que dizem respeito aos dois volumes de 1997 e 1998, para que transpareçam as visões sobre Álgebra que buscamos.

Unidades de contextos

As Unidades de Contextos são leituras do momento em que foram realizados os textos, documentos ou entrevista, e são unidades básicas que contribuem para a compreensão do sentido e do significado das unidades de registros, sendo assim,

> [...] deve ser considerada e tratada como unidade básica para a compreensão da codificação da unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da unidade de registro) são excelentes para a compreensão do significado exato da unidade de registro. (FRANCO, 2003, p. 41).

O nosso estudo dos PCN terá como Unidade de Contexto o Bloco de Conteúdos, por contemplar indicações sobre conteúdo: à forma como ele pode ser trabalhado e resultados esperados. Abordaremos também dimensões da

Álgebra, delineando os temas que envolvem nosso objeto de estudo, os Números e Operações, bem como as Orientações Didáticas, por trazerem análises dos conceitos e procedimentos a serem ensinados. Analisaremos, ainda as formas como as crianças constroem esses conhecimentos matemáticos e exemplos de situações-problema.

Vamos, no decorrer de nossa análise, proceder a um diálogo entre as mensagens da unidade de contexto, unidade de registro e os referenciais teóricos que selecionamos.

Sobre a categorização

A respeito de categorizar, Bardin nos recomenda que:

> Classificar elementos em categorias impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com outros. O que vai permitir o seu agrupamento, é a parte comum existente entre eles. É possível, contudo, que outros critérios insistam noutros aspectos de analogia, talvez modificando consideravelmente a repartição anterior. (1977, p. 118).

Nossa análise não foi realizada, tal qual está exposto o tema *Números e Operações* no documento. No nosso estudo, fomos analisando elementos e aspectos relacionados a esse tema, conforme foram fornecendo dados importantes, seja pela presença ou ausência, nas mensagens dos PCN sobre o ensino e a aprendizagem de Aritmética e Álgebra. Considerando essa técnica de análise, optamos pela categorização *a priori* e categorização *a posteriori*. Esse sistema de categorias corresponde às nossas intenções de investigação e também às características das mensagens. (BARDIN, 1977).

A categorização *a priori e a posteriori*

Segundo Bardin, as categorias são rubricas ou classes que se reúnem um conjunto de elementos como a unidade de registro.

No nosso estudo, a categorização *a priori* são as mensagens referentes ao tema *Números e Operações* que constam no documento.

A categorização *a posteriori* que estamos procedendo está vinculada à categorização *a priori*. Dessa forma, ela vai se constituir em verificações, abordagens e análises sobre os *Números e Operações* presentes no PCN como um todo, com uma atenção especial aos tópicos: *Ensino e aprendizagem de* Matemática, *Objetivos de Matemática*, *Conteúdos de Matemática, Conteúdos conceituais e procedimentais* e principalmente as *Orientações Didáticas* que encontram-se nos dois volumes.

A categorização tem sempre a perspectiva de trazer à tona as visões sobre Álgebra a respeito do ensino e da aprendizagem dos *Números e Operações*.

Elaboramos o seguinte quadro com o objetivo de facilitar a compreensão do leitor no que refere-se à Análise de Conteúdo que será desenvolvida em nossa pesquisa.

<table>
<tr><td colspan="2">ANÁLISE DE CONTEÚDO</td></tr>
<tr><td colspan="2">Técnica de análise de conteúdo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análise da enunciação busca o sentido e significados dos Números e Operações contidos nos PCN</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análise qualitativa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Análise dos PCN - documento oficial da Educação no Brasil</td></tr>
<tr><td colspan="2">Traço quantitativo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nos moldes considerados oportunos na análise de conteúdo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Unidade de Análises</td></tr>
<tr><td>Unidade de contexto</td><td>Unidade de registro</td></tr>
<tr><td>Bloco de Conteúdos Objetivos e Orientações Didáticas</td><td>Tema: Números e Operações</td></tr>
<tr><td colspan="2">Categorização</td></tr>
<tr><td>Categorização a priori:
Seleção das mensagens sobre o tema
Números e Operações
presentes nos PCN</td><td>Categorização a posteriori:
Verificação, abordagem e análises das dimensões,
visões e concepções utilizando a
Técnica análise da enunciação</td></tr>
</table>

Quadro 3: Procedimentos metodológicos, elaborado a partir da leitura sobre análise de conteúdo de Laurence Bardin (1977).

Capítulo III

APRESENTAÇÃO DOS PCN

Neste capítulo, faremos uma análise do que os PCN trazem sobre os Números e Operações para o Ensino Fundamental, como também apresentaremos uma análise geral dos quatro ciclos para que, no Capítulo IV, possamos realizar as análises, em conjunto com o primeiro e segundo ciclos, e, em seguida, do terceiro e quarto ciclos.

3.1. NOSSA PESQUISA E OS PCN

Fruto de estudos, pesquisas, práticas e debates, os PCN nasceram no período de 1995 a 1998, de uma das prioridades do Ministério da Educação que foi a elaboração de referenciais curriculares para o Ensino Básico. (PIETROPAOLO, 1999).

Os PCN estão organizados em quatro ciclos, cada ciclo corresponde a dois anos do Ensino Fundamental. O documento foi divido em dois volumes: 1º e 2º ciclos, e 3º e 4º ciclos.

Cury (1996) e outros julgam que o processo de construção dos PCN deveria ter sido mais dialogado com educadores, pesquisadores e sociedade, na perspectiva de ampliar sua abrangência em relação à discussão no território nacional como também a responsabilidade de sua implementação.

É fato que se fizéssemos uma análise detalhada das reformas educacionais no Brasil, o que não é o caso neste momento, veríamos que, em geral houve pouco consenso em suas formulações. No entanto, concordamos com Cury (1996, p. 16) que qualquer implantação deveria contar com a contribuição de partidos, sindicatos e outras organizações afins, como também de organizações de educadores e intelectuais de associações profissionais e científicas, pois segundo esse pesquisador "é delas que provém um sabor de prática e com suor da pesquisa". Além disso, é delas que se "pode esperar uma participação efetiva e fundamentada para que a relação: dirigentes/dirigidos se aproxime cada vez mais do ideal de uma 'vontade geral' consensual".

Talvez, buscando esse consenso, o Ministério da Educação tenha solicitado parecer sobre o documento à ANPEd - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Em resposta ao parecer solicitado, a ANPEd (1996) enviou um parecer preliminar, pois considerou o prazo pequeno para uma análise total do documento. Dessa forma foi elaborado um parecer sobre os aspectos mais gerais do documento, suas implicações para Educação Básica no Brasil, como também uma análise e discussão sobre a decisão e processo adotado na confecção do documento; se o documento seria base comum nacional, currículo nacional ou parâmetros curriculares nacionais; sobre os fundamentos, questões de métodos; formato e apresentação.

A associação destaca que há entre os associados um sentimento de que o processo adotado pelo governo para a elaboração dos PCN não garantiu a participação ampla e nem o embasamento na experiência já existente no país em relação ao currículo das primeiras séries.

Esse sentimento de que existe uma lacuna, mesmo antes de ser editado o documento, entre a confecção dos PCN e uma parcela maior de envolvidos na Educação no Brasil também é constatada por Pietropaolo (1999), quando analisou pareceres sobre os PCN de Matemática do Ensino Fundamental. O estudo dos pareceres[22] evidenciou considerações negativas sobre o processo de elaboração do documento, que entre outros pontos, questionam o não

[22] Para ter uma visão maior sobre a constatação ver Apêndice A.

envolvimento de outras instituições. Alguns sugerem que a comunidade de educadores matemáticos deveria ter se articulado para elaborar subsídios que servissem de referencial para o Ministério. Apesar disso, há, entre os pareceristas, consenso sobre o caráter inovador do documento, pois reflete recomendações de educadores matemáticos e incorpora pesquisas recentes em Educação e Educação Matemática.

Um consenso constatado nos pareceres diz respeito à necessidade de mudanças na formação dos professores como elemento fundamental na implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Destacamos que alguns pareceres indicam que professores não receberam qualificação adequada em sua formação inicial para implementar os PCN, e outros sugerem que o documento não se destina propriamente a professores[23].

Embora haja críticas à sua elaboração e implantação, os PCN de Matemática trazem à tona temas relevantes para o ensino, como a avaliação continuada, tratamento da informação, etnomatemática, resolução de problemas, temas transversais, história da Matemática, o cálculo mental e a estimativa, além de jogos e materiais manipuláveis, e outros (CURY, 1996; PIETROPAOLO, 1999; LOPES, 2004; PIRES, 2005).

O documento de Matemática reflete também, mais do que uma mera mudança de conteúdos, uma mudança de filosofia de ensino e de aprendizagem, apontando a necessidade de modificação no que e como ensinar, em como organizar situações de ensino e aprendizagem, e em como avaliar, entendendo assim, conteúdo em três dimensões: conceitos, procedimentos e atitudes (BLUMENTHAL, 2000).

Por outro lado, as pesquisas de Brighenti e Mareni (2003), Alves (2004), e outros, na área da educação e educação matemática têm demonstrado que os PCN são conhecidos pelos professores, coordenadores, mas que é difícil constatar na sala de aula, efetivamente qual a contribuição do documento.

[23] Parecer 6: "[...] adverte que o documento se destina mais a orientadores, supervisores, assessores e necessita ser traduzido [...]". (PIETROPAOLO, 1999, p. 94-95).

A pesquisa realizada por Brighenti e Mareni (2003) sobre ações metodológicas realizadas segundo as metas dos PCN de Matemática, constatou que coordenadores pedagógicos, professores e alunos consideram tímida a efetivação das propostas dos PCN nas salas de aula, e que profissionais da educação afirmam realizar ações segundo o documento revelando conhecimento do mesmo. Entretanto, há pouco uso do seu conteúdo como subsídio para modificações da sua prática pedagógica.

As pesquisadoras ainda constataram que professores não se sentem preparados para realizar as ações metodológicas sugeridas nos PCN. Essa constatação confirma as considerações feitas em pareceres analisados por Pietropaolo (1999), como é o caso do parecer 7 que considera o documento suficiente para a orientação de equipes técnicas, mas não é o momento de usar como referencial para orientar o professor no planejamento e revisão de sua prática.

Confirmando os estudo de Brighenti e Mareni, Alves (2004), concluiu em sua pesquisa que os PCN de Matemática são pouco conhecidos, e quando há o conhecimento de seu conteúdo, há um grande espaço entre as suas indicações e o aluno. Em contrapartida, há um discurso que as orientações do documento estão sendo colocadas em prática, mas na verdade isso raramente ocorre nas aulas.

No entanto, como verificado por Brighenti e Mareni (2003), Pietropaolo (1999) e outros, parece haver um consenso entre os professores que conhecem o documento, quanto ao caráter instrutivo dos conteúdos de Matemática, e que as reflexões e indicações contidas auxiliam no trabalho escolar.

Outros trabalhos mostram evidências de que as reflexões e indicações presentes nos PCN contribuem para o ensino da Matemática. A fim de verificarmos como esse documento tem contribuído em pesquisas sobre os *Números e Operações*, que são o tema de nosso estudo, buscamos trabalhos que explicitassem essa relação.

Gregolin (2002) investigou o conhecimento matemático escolar, especificamente o estudo das operações – adição, subtração, multiplicação e divisão – com números naturais. Sua pesquisa analisa, entre outros aspectos, os algoritmos da divisão, usados pelos alunos no segundo ciclo do Ensino Fundamental, havendo uma valorização da estimativa como procedimento salutar ao ensino da matemática, e neste aspecto, obteve bons resultados de aprendizagem.

Segundo o autor, “a estimativa que se produz, usando o algoritmo por estimativas é global em relação ao dividendo como um todo -, o que induz a um refinamento crescente da capacidade de estimar e controlar os resultados de quem divide”. (GREGOLIN, 2002, p. 114).

Gregolin buscou nos PCN de Matemática, fundamentos de procedimentos e exemplos de atividades para justificar e embasar a significação do tema *estimativa* em sua tese. Além dessa passagem, o pesquisador, recorre ao documento para exemplificar o uso do número negativo como ferramenta para a resolução de subtração. Segundo Gregolin, “números negativos não são estudados até a quarta série, mas pode ser um bom momento para a introdução da idéia para ser usada como uma ferramenta”. (2002, p. 123).

Outra pesquisa que recorreu às recomendações dos PCN, foi a realizada por Alves (2004), que investigou, por meio de um estudo de caso, se houve reelaboração do saber docente de uma professora que trabalha com matemática no 2º ciclo, a partir da inserção dos PCN de matemática, no qual o tema matemático envolvido foram Números Racionais, em específico a fração. A pesquisadora relata detalhadamente o tratamento que os PCN indicam sobre o tópico fração.

A autora pondera que apesar de algumas limitações, os PCN de Matemática são importantes para os professores de 1º e 2º ciclos, pois condensam orientações curriculares sobre o ensino de Matemática.

Entre outras evidências, a pesquisa de Alves, demonstrou que o documento foi consultado para a elaboração do planejamento anual e que a professora tem ciência das orientações a respeito dos conhecimentos dos alunos. No entanto, o que se viu em suas aulas foi a não consideração do conhecimento dos alunos, contradizendo as recomendações dos PCN.

Contrariando os estudos de Alves, Costa (2003) constatou a existência da presença dos PCN no discurso e na prática dos professores, em sala de aula. Costa utilizou o jogo “Malucos por inteiros”, desenvolvido em grupos cooperativos, em sua pesquisa visando à formação dos alunos. O seu objetivo foi investigar se o trabalho com esse jogo auxilia no ensino e na aprendizagem dos números inteiros, em alunos de 6ª, 7ª e 8ª séries. Sua pesquisa apresenta uma análise sobre os PCN de 1998, em especial sobre os conteúdos, procedimentos, conceitos e atitudes que foram a fonte para a elaboração do jogo.

O estudo de Costa demonstrou que o jogo permitiu uma ação diferenciada, por fazer os professores refletirem sobre o conteúdo matemático, entendendo-o melhor. A partir do jogo também foram abordados temas que não tinham sido assimilados em séries anteriores pelos alunos.

As pesquisas acima mencionadas mostram que os PCN orientam pesquisadores e professores em suas ações sobre o ensino e aprendizagem em matemática no ambiente escolar. Mas, o que traz esse documento tão importante para a Educação no Brasil sobre o ensino e aprendizagem dos Números e Operações?

Nesse sentido, apresentamos a seguir, as análises a propósito das recomendações sobre o tema Números e Operações para o Ensino Fundamental presentes nos PCN.

Concordamos com Pietropaolo (1999), que o documento em muitos momentos reproduz suas recomendações entre os objetivos, conteúdos, conceitos e procedimentos, neste sentido nossa análise se mostrará em muitos momentos repetitivo.

A nossa finalidade é promover aos leitores um panorama sobre o tema Números e Operações no documento como um todo, e em cada ciclo.

3.2. NÚMEROS E OPERAÇÕES NOS PCN (BRASIL, 1997, 1998)

O nosso estudo se refere às mensagens contidas nos PCN sobre os Números e Operações, relacionadas aos números naturais, inteiros e racionais, situados nos campos da Aritmética e da Álgebra. Salientamos que o nosso intento ao realizarmos a seleção do conteúdo foi examinar as visões sobre álgebra presentes nesse documento. Apesar disso, não nos furtamos de comentar outros aspectos que contribuíram nesse processo.

Lembramos que os PCN são formados por dois volumes, o primeiro de 1997 refere-se ao ensino de 1ª a 4ª série, o segundo de 5ª a 8ª série de 1998. Além disso, o documento é dividido em duas partes, uma oferece subsídios sobre o ensino e a aprendizagem da matemática para o ensino fundamental e a outra que detalha, ordena e amplia essas indicações nos ciclos. Vale lembrar ainda que cada volume oferece orientações didáticas.

Nesse sentido, apresentamos primeiramente uma análise a respeito do tema Números e Operações para o Ensino Fundamental de Matemática, presentes na primeira parte do documento e em seguida, o estudo sobre o tema em cada volume.

A nossa análise dos ciclos refere-se às mensagens contidas nos itens: *Conteúdos* de Matemática, *Objetivos* e *Orientações Didáticas*, além dos *Conteúdos Conceituais e Procedimentais,* relativo aos Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal e Operações com Números Naturais, no Primeiro Ciclo; Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais, e, as Operações com Números Naturais e Números Racionais, no Segundo Ciclo. E no Terceiro e Quarto Ciclos, os Conceitos e Procedimentos referentes aos Números e Operações.

Números e Operações para o Ensino Fundamental de Matemática

Os *Números e Operações* constituem-se em um dos Blocos de Conteúdos presentes na primeira parte dos PCN e partindo dessas considerações que se delineiam os conteúdos nos Ciclos sobre o tema, em conceitos e procedimentos, por isso, descrevemos o que há no Bloco, salientando que há pouca diferença entre os textos dos dois volumes.

Para os PCN (BRASIL, 1997, 1998), há um relativo consenso de que os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devam contemplar o estudo dos *Números e Operações*, tanto no campo da Aritmética, quanto da Álgebra.

Segundo os PCN, no decorrer do Ensino Fundamental espera-se que o aluno assimile e construa os conhecimentos numéricos num processo dialético, em que apareçam como um instrumento eficaz para resolver problemas e como objetos, a serem estudados considerando suas propriedades, relações e como se configuram historicamente. (BRASIL, 1997, p. 54-55).

O documento recomenda que:

> Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se deparar com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação — ele irá ampliando seu conceito de número. (BRASIL, 1997, p. 55).

Quanto às operações, acima citadas, o enfoque é feito na compreensão dos diferentes significados de cada uma, como também nas relações existentes entre elas. Acrescente-se a isso os estudos reflexivos do cálculo, contemplando diferentes tipos: exato e aproximado, mental e escrito.

A respeito da Álgebra os PCN indicam que:

> Embora nas séries iniciais já se possam desenvolver alguns aspectos da pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas)

> compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50-51).

Segundo o documento, partir da generalização de padrões e do estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da noção de função nos terceiro e quarto ciclos, sendo que a abordagem formal deste conceito se dará no ensino médio. (BRASIL, 1998, p. 51).

Além de expor o que o documento explicita no Bloco de Conteúdo é interessante não só colocar o que indica o documento em relação aos Objetivos gerais de Matemática para o Ensino Fundamental, como também explicitar a finalidade das Orientações Didáticas.

Segundo os PCN, em seus dois volumes, os objetivos do ensino fundamental devem levar o aluno a:

> – Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
>
> – Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.
>
> – Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.
>
> – Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.
>
> – Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares.

- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções.
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1997, p. 51-52, 1998, p. 47-48).

Para os PCN, o intuito das Orientações Didáticas é fornecer elementos que contribuam para a reflexão a respeito de como ensinar, analisando conceitos e procedimentos que serão ensinados, o modo como estes se relacionam e a forma como os alunos constroem os conhecimentos matemáticos. O documento alerta para que essas orientações sejam ampliadas com outras leituras sobre conteúdos matemáticos que fazem parte do Ensino Fundamental.

A leitura das Orientações Didáticas nos permitiu perceber as visões sobre Álgebra presentes no documento, pois além de manifestar separadamente os conteúdos traz um leque de exemplos, possibilitando à nossa pesquisa intuir sobre as visões presentes no momento em que foi elaborado o documento. Por esse motivo, vamos analisar detalhadamente alguns aspectos que constam das Orientações Didáticas.

Feitas as considerações sobre a primeira parte dos PCN sobre o Bloco de Conteúdos Objetivos e Orientações Didáticas, vamos a seguir proceder à nossa análise dos ciclos.

3.2.1. Primeiro Ciclo

No primeiro ciclo, as crianças entre 6 e 7 anos ingressam no Ensino Fundamental e mesmo antes de ingressarem na escola, elas lidam com letras e números como códigos de representação, que fazem parte de um mesmo universo, e são transmitidos pela fala ou não. Conforme o conhecimento vai se formando, esses códigos vão adquirindo outros significados, em forma escrita ou não, que irão se ampliando ou não, no decorrer da vida.

Conforme os PCN (1997), o ensino no Primeiro Ciclo deve considerar os conhecimentos que os alunos possuem, proporcionando condições de ele estabelecer relações entre as noções existentes e os novos conteúdos, pois, essas relações, podem possibilitar uma aprendizagem significativa isto é, uma aprendizagem que possibilite outras aprendizagens.

É esperado neste ciclo que o aluno utilize formas de representação para transmitir sua estratégia e seu resultado. Assim ele vai evoluindo na direção de construções mais elaboradas como a escrita, a partir da exploração de situações-problema elaboradas com apoio de recursos didáticos como fichas, palitos, moedas e instrumentos de medida como calendários e embalagens.

Um aspecto que é ressaltado pelos PCN (1997), neste ciclo, é a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática enfatizando que, se para a aprendizagem da escrita, o suporte natural é a fala, para aprendizagem da Matemática a expressão oral também representa papel fundamental na passagem do pensamento para a escrita.

Os Objetivos indicados pelos PCN para o Primeiro Ciclo que dizem respeito aos Números e Operações e que consideramos importante citar são:

- Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos.
- Interpretar e produzir escritas numéricas, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.
- Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais.
- Desenvolver procedimentos de cálculo mental, escrito, exato e aproximado, pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
- Refletir sobre a grandeza numérica, utilizando a calculadora como instrumento para produzir e analisar escritas.
- Utilizar tabelas e gráficos para facilitar a leitura e interpretação de informações e construir formas pessoais de registro para comunicar informações coletadas. (BRASIL, 1997, p. 65-66).

Partindo desses Objetivos, os PCN enfatizam que no Primeiro Ciclo, a característica geral deverá ser o trabalho com atividades que aproximem o aluno das operações, dos números, explorando alguns significados das operações, em especial a adição e subtração, vinculados com os conhecimentos que o aluno tem quando chega à escola.

Recomendando reflexão sobre os conteúdos neste ciclo, os PCN lembram que apesar do trabalho do professor em sala de aula percorrer caminhos distintos, é importante ter coordenadas orientadoras como os Objetivos e Bloco de Conteúdos como guias.

Nesse sentido, o documento propõe que:

> Com relação ao número, de forma bastante simples, pode-se dizer que é um indicador de quantidade (aspecto cardinal), que permite evocá-la mentalmente sem que ela esteja fisicamente presente. É também um indicador de posição (aspecto ordinal), que possibilita guardar o lugar ocupado por um objeto, pessoa ou acontecimento numa listagem, sem ter que memorizar essa lista integralmente. Os números também são usados como código, o que não tem necessariamente ligação direta com o aspecto cardinal, nem com o aspecto ordinal (por exemplo, número de telefone, de placa de carro, etc.). (BRASIL, 1997 p. 67).

Partindo dessa reflexão, os PCN indicam um enfoque voltado à compreensão do número como um objeto matemático a ser compreendido em suas dimensões e especificidades. Esse trabalho pode ser realizado partindo de situações cotidianas, pois é a partir delas que os alunos constroem significados dos números e começam a elaborar escritas numéricas. Tais escritas, indicam os PCN, podem ser apresentadas aos alunos, sem que seja necessário compreendê-las e analisá-las pela explicitação de sua decomposição em classes, unidades, dezenas e centenas, e ordens. (BRASIL, 1997 p. 67-68).

Antes de apresentarmos os conceitos e procedimentos é importante apresentar os significados adotados pelos PCN para esses termos.

Segundo os PCN, os conceitos permitem interpretar fatos e dados e são generalizações que permitem organizar a realidade e interpretá-la. Sua aprendizagem acontece de forma gradual em diferentes níveis e comporta o vínculo de relações com conceitos anteriores. Os procedimentos não devem ser encarados como uma aproximação metodológica para aquisição de um conceito, mas como conteúdos que possibilitam o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicável em diferentes situações. (BRASIL, 1998, p. 49-50).

Essas definições mostram a intenção do documento em relação aos alunos, ou seja, pretende-se que os conceitos sejam elementos que sistematizam o ambiente cognitivo em que vai acontecer a aprendizagem que pode ter relações com os conceitos anteriores. Por sua vez os procedimentos envolvem capacidades com o saber fazer, que se pode aplicar em outras situações.

Depois das reflexões sobre os conteúdos de matemática e os significados dos conceitos e procedimentos, vamos apresentar os números naturais com suas operações e sistema de numeração decimal presentes nos conceitos e procedimentos do primeiro ciclo

- Reconhecimento de números no contexto diário.
- Utilização de estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos.
- Utilização de estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismo e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
- Leitura, escrita, comparação, contagem, classificação e ordenação de números familiares ou freqüentes.
- Leitura, escrita, comparação, e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional).
- Análise interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração.
- Utilização de sinais convencionais (+, -, x, :, =) na escrita das operações.

- Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.
- Decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental, exato e aproximado.
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais, e a multiplicação e divisão apenas, por meio de estratégias pessoais. (BRASIL, 1997, p. 70-72).

Os PCN (1997) neste ciclo indicam que o professor deve focalizar o ensino partindo das hipóteses levantadas pelos alunos e das estratégias pessoais que utilizam para resolverem as situações-problema.

3.2.2. Segundo Ciclo

No segundo ciclo, as crianças já foram introduzidas ao ensino escolar. Podemos dizer que já estão familiarizadas com a escrita Matemática, além disso, a idade entre 9 e 10 anos proporciona uma visão maior do mundo ao seu redor, incentivando questionamentos mais elaborados.

Os PCN (1997) citam como característica geral para este Ciclo o trabalho com atividades que permitam ao aluno progredir na construção de conceitos e procedimentos matemáticos. Isso não significa término de aprendizagem desses conteúdos, antes deve continuar considerando os conhecimentos prévios como ponto de partida para a aprendizagem.

Apesar de aumentar a capacidade de compreensão dos significados dos números e operações, as generalizações realizadas pelos alunos são bastante elementares, associadas à observação e representações, sem haver a formalização de conceitos.

Nesse ciclo, os Objetivos relacionados aos Números e Operações são:

- Ampliar o significado do número natural pelo uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.
- Construir significado do número racional e de suas representações, decimal e fracionária, a partir do contexto social.

– Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.
– Resolver problemas com números naturais e racionais; ampliar procedimentos de cálculos - mental, escrito, exato e aproximado, reconhecendo regularidades e propriedades das operações.
– Utilizar diferentes registros gráficos – desenhos, esquemas, escritas numéricas – como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados. (BRASIL, 1997, p. 80-81).

A partir desses objetivos, os conceitos e procedimentos associados aos Números e Operações presentes nos números naturais e racionais com suas operações e sistema de numeração decimal são:

– Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
– Sistema de numeração decimal: compreensão e utilização das regras para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza e também compreensão para leitura e representação dos números fracionais na forma decimal.
– Comparar, ordenar e localizar na reta numérica os números racionais na forma decimal.
– Explorar diferentes significados das frações: parte-todo, quociente e razão.
– Leitura, escrita, comparação e ordenação das frações.
– Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
– Reconhecimento da porcentagem no contexto diário e uso de cálculo simples.
– Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.
– Resolução das operações com números naturais e cálculos de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e técnicas convencionais.
– Uso do cálculo mental, exato e aproximado ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas. (BRASIL, 1997, p. 85-88).

Segundo os PCN (1997), o professor começa a inserir no ensino terminologias, enunciados, e técnicas convencionais, sem deixar de valorizar e estimular as hipóteses e estratégias pessoais dos alunos.

3.2.3. Terceiro Ciclo

No Terceiro Ciclo convivem alunos de 11 e 12 anos. O primeiro ano deste ciclo é caracterizado pela retomada dos conteúdos dos ciclos anteriores, o que torna o estudo repetitivo e causa desinteresse nos alunos, além de contribuir para o fracasso escolar. Somente na 6ª série são explorados novos conteúdos, fato que causa um maior interesse nos alunos. (BRASIL, 1998, p. 61-62).

Apesar de os PCN (1998, p. 63) indicarem que a [...] ”aprendizagem esteja conectada à realidade, tanto para extrair dela as situações-problema para desenvolver os conteúdos, como para voltar a ela para aplicar os conhecimentos construídos”, o documento constata que há neste ciclo um distanciamento da Matemática em relação as situações do cotidiano, uma diminuição da capacidade dos alunos levantarem hipóteses; além disso, cresce a necessidade de auxílio do professor, os alunos não conseguem exprimir suas idéias usando adequadamente a linguagem matemática. Estes são alguns fatores que contribuem para que a Matemática vá se tornando um conhecimento de difícil compreensão neste ciclo.

Os Objetivos relacionados ao terceiro ciclo que dizem respeito aos números e operações nos PCN fazem uma distinção entre pensamento numérico e pensamento algébrico, ambos explorados por meio de situações de aprendizagem.

Em relação ao pensamento numérico:

- Ampliar e construir novos significados para os números, naturais, inteiros e racionais, a partir de sua utilização no contexto social, análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção.

- Resolver situações-problema envolvendo os números, naturais, inteiros e racionais; a partir delas ampliar os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.
- Identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicados por diferentes notações, relacionando-os aos contextos matemáticos e não-matemáticos.
- Utilizar o procedimento de cálculo exato ou aproximado, mental ou escrito, em função da situação proposta.

Em relação ao pensamento algébrico:

- Reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções.
- Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizar regularidades e identificar os significados das letras.
- Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64).

Os objetivos que se relacionam à álgebra também consideram: o raciocínio que envolva proporcionalidade:

- Observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade.

Neste ciclo para o estudo dos conteúdos presentes no bloco Números e Operações é “fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações”, por isso há uma revisão com continuidade e ampliação do que foi o ensino até este momento em relação a estes conteúdos. (BRASIL, 1998, 66),

Sucintamente, os conceitos e procedimentos envolvidos nos Números e Operações são:

– Números naturais com estabelecimento de relações tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e situações que indiquem cardinalidade, ordinalidade.
– Sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos estendendo as regras para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal.
– Números inteiros explorados em situações-problema que indiquem falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
– Números racionais com exploração de situações-problema que indiquem a relação parte/todo, quociente, razão ou funcionem como operadores e localização na reta numérica, estabelecendo relações entre a forma fracionária e decimal.
– Análise, interpretação, formulação e resolução de exploração de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais.
– Cálculos mentais ou escritos, exatos ou aproximados, envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais, utilizando estratégias variadas e calculadora para verificar e controlar resultados.
– Potência com expoentes positivos, nulos e negativos.
– Raízes quadráticas e cúbicas de um número.
– Resolução de situações-problema que envolvem a idéia de proporcionalidade, incluindo o uso de estratégias não-convencionais.
– Resolução de situações-problema de contagens, utilizando estratégias diversas, como a construção de esquemas e tabelas.
– Representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas seqüências numéricas.
– Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas.
– Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples. (BRASIL, 1998, p. 71-72).

3.2.4. Quarto Ciclo

No Quarto e último Ciclo do Ensino Fundamental começa a configurar-se uma preocupação com o futuro profissional e continuidade nos estudos. Observa-se, então, que a aprendizagem da Matemática está ancorada em contextos sociais que mostram as relações entre conhecimento matemático e trabalho. Sobre a Matemática em geral, a ênfase recai no estudo dos conteúdos algébricos, abordados por procedimentos mecânicos, distanciando-se ainda mais das situações-problema do cotidiano, porém, o ponto de partida deve ser a pré-álgebra desenvolvida nos ciclos anteriores. Os problemas aritméticos são deixados de lado, as situações privilegiam a aplicação de conceitos algébricos, mesmo em situações em que a álgebra não se faz necessária. (BRASIL, 1998, p. 79),

Segundo os PCN (1998), a disciplina Matemática é vista como matéria difícil pelos alunos, porque é necessário decorar, comumente, sem compreender ou perceber aplicações. Esse fato leva os alunos a atitudes negativas como falta de interesse, insegurança, bloqueios que os afastam da Matemática em situações futuras.

Os Objetivos propostos para os números e operações, neste ciclo, também fazem uma distinção entre pensamento numérico e algébrico, sendo que ambos serão explorados por meio de situações de aprendizagem.

Em relação ao pensamento numérico:

- Ampliar e construir novos significados para os números – naturais, inteiros e racionais – a partir de sua utilização no contexto social.
- Resolver situações-problema envolvendo os números naturais, inteiros e racionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.
- Selecionar e utilizar diferentes procedimentos dos números naturais, racionais e inteiros.

Em relação ao pensamento algébrico:

- Produzir e interpretar escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdade, identificando as equações, inequações e sistemas.
- Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.

- Observação de regularidades e estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Ainda em relação aos objetivos temos:

Raciocínio proporcional:

- Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional.
- Resolver situações-problema que envolva a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não convencionais e convencionais, como a regra de três. (BRASIL, 1998, p. 81-82).

Em relação ao pensamento numérico, é recomendada a ampliação dos significados para os números e operações e, nesse caso, a inserção da potenciação e radiciação. Sobre o pensamento algébrico, indicam-se a produção e interpretação de escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas, e a observação de regularidades e estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Os conteúdos "Números e Operações", já conhecidos dos alunos, devem ser consolidados, para isso, torna-se importante a apresentação de situações que envolvam os seguintes conceitos e procedimentos:

- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, com os diferentes significados das operações, envolvendo os números naturais, inteiros, racionais e irracionais aproximados por racionais.
- Resolução de situações-problema de contagem que envolvem a multiplicação, por meio de estratégias variadas como construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas.
- Construção de procedimentos para calcular o número de diagonais de um polígono pela observação de regularidade existente entre o número de lado e de diagonais.

- Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais, afim ou quadrática, expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representação no plano cartesiano.
- Resolução de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo regra de três.
- Resolução de situações-problema que envolvem juros simples e compostos, construindo estratégias variadas, particularmente as que fazem uso de calculadora.
- Tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando a propriedade da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.
- Construção de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas.
- Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.
- Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta. (BRASIL, 1998, p. 87-88).

Um aspecto importante ressaltado neste ciclo, sobre os conteúdos é o fato de levar os alunos a selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito).

O ensino da álgebra neste ciclo tem como ponto de partida a “pré-álgebra” desenvolvida no ciclo anterior, em que as noções algébricas eram trabalhadas por meio de jogos, generalizações e outros, e não por meio de procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações. As diversas situações-problema propostas poderão permitir o reconhecimento de diferentes funções de álgebra, (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas). (BRASIL, 1998, p. 84).

Nessa perspectiva, o documento aponta que:

> No trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento de "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998, p. 84).

Como podemos observar, há neste ciclo uma preocupação com o ensino da Álgebra. Mais adiante discutiremos que o modo como é proposto o trabalho com esta área da Matemática tem implícito um modo de ver tal ensino.

3.2.5. Considerações Parciais

A análise dos números e operações foi em alguns momentos difícil. A repetição de recomendações, nos objetivos, conteúdos, conceitos e procedimentos, presentes nos PCN, dificultaram a separação do que realmente seria relevante ao nosso propósito. Apesar de nossos esforços, em vários momentos a leitura pode se tornar cansativa, pois optamos por manter, apesar da síntese, a grande quantidade de recomendações do documento.

Os objetivos propostos são claros e é a divisão que é oferecida no terceiro e quarto ciclos em Pensamentos e Raciocínio, ajuda à leitura.

Há muita semelhança entre as partes do documento, nos diferentes volumes, inclusive alguns textos são idênticos. Como um volume é de 1997 e o outro de 1998, esse fato nos remete à consideração de que houve uma intenção de seqüência na abordagem, a respeito dos temas Números e Operações, oferecidos nos dois volumes.

No Bloco de Conteúdos sobre Números e Operações, os PCN focalizam a necessidade de o aluno se apropriar de todos os aspectos que envolvem os números, seja seu uso ou suas propriedades, pois esses serão utilizados na resolução de problemas. Dessa forma, a resolução de problemas é a metodologia mais lembrada pelos PCN como meio utilizado pelo ensino da matemática, para o aluno desenvolver suas habilidades na construção e exploração de conhecimentos.

Apesar de essa metodologia ser assumida pelo documento, não identificamos em suas orientações didáticas, subsídios que indicassem como se dará na prática essa metodologia em sala de aula.

Segundo o parecer 15 analisado por Pietropaolo (1999), as contribuições dos PCN indicam mais um ensino de resolução de problemas do que, ensino de matemática via resolução de problemas; já o parecer 67 considera esta metodologia inerente ao processo ensino-aprendizagem como um todo, e sugere a sua eliminação como conteúdo.

Em contraponto, a proposta dos PCN, Lins e Gimenez propõem a produção de um *sentido numérico* (Capítulo I) e não a construção do conhecimento numérico indicado nos PCN. O *sentido numérico* comporta as indicações do documento sobre os números e operações, porém ela é mais abrangente no que diz respeito a apresentar elementos que contribuem e são necessários à sua construção, que se dará por meio de situação do contexto, conteúdos e aplicações. Além disso, uma das características que faz parte desse *sentido numérico* é identificar significados para os números e operações.

Ao propor os conteúdos Números e Operações, os PCN em sua primeira parte parecem fazer uma distinção sobre o que são os temas abordados na aritmética e na álgebra, pois constam em parágrafos distintos. Como já dissemos os conteúdos, da primeira parte do documento, estão distribuídos entre os quatro Ciclos, em conteúdos, conceitos e procedimentos.

Destacamos três aspectos interessantes no terceiro ciclo: o surgimento dos números inteiros, a exploração das primeiras noções de álgebra e o reconhecimento dos números naturais, racionais e também inteiros, a partir deste ciclo consta não apenas no contexto cotidiano como também histórico.

Capítulo IV

ANÁLISE DOS PCN (1997, 1998)

Neste Capítulo faremos as análises, em conjunto do primeiro e segundo ciclo, que se referem ao documento de 1997, e em seguida do terceiro e quarto ciclo que fazem parte do documento de 1998, apresentando inicialmente considerações relevantes sobre o Capítulo III, que analisou os Números e Operações nos PCN.

Lembramos que a nossa análise está calcada na técnica análise de enunciação, descrita no Capítulo II.

4.1. PRIMEIRO E SEGUNDO CICLOS

A apresentação do primeiro e segundo ciclo evidenciou que:

- Os objetivos nestes ciclos devem levar os alunos ao reconhecimento, observação, comparação e ordenação, dos números e operações, levando-os a justificar e validar respostas.
- Há uma sintonia entre os objetivos, conceitos e procedimentos, bem como uma correspondência entre os tópicos.
- O reconhecimento de números e a construção dos números naturais se darão num contexto diário.

- A construção do número racional começa no segundo ciclo com suas representações fracionária e decimal.
- A característica geral das atividades no primeiro ciclo deve aproximar o aluno das operações, dos números, e, no segundo ciclo, permitir que o aluno progrida na construção de conceitos e procedimentos matemáticos, dando continuidade ao trabalho realizado no ciclo anterior.
- A resolução de problemas é o meio mais freqüentemente utilizado para o uso das diferentes operações que envolvem números naturais e racionais.
- Nas operações há o envolvimento do cálculo mental: aproximado ou exato.
- É dada importância às estratégias pessoais de cálculo sendo no segundo ciclo ressaltado o uso de técnicas convencionais.
- Os PCN indicam e focam as técnicas de cálculo, indicando em suas orientações didáticas, um repertório básico para o desenvolvimento e ampliação dos procedimentos de cálculo e não fazem referência ao sentido numérico, aliás, o sentido numérico é lembrado apenas uma vez, na discussão que o documento realiza sobre estimativas, indicando que "a estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com significado das operações" [...] (BRASIL, 1997, p. 118).

Análise dos Números naturais e sistema de numeração decimal e números racionais

O documento (BRASIL, 1997) indica em suas Orientações Didáticas que os números naturais são construídos num processo em que aparece para resolver determinados problemas, e sua utilidade é percebida pelas crianças antes mesmo de chegarem à escola. Dessa forma o estudo dos números como objeto matemático em atividades de leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas, necessitam partir de contextos significativos para as crianças, envolvendo, por exemplo, o reconhecimento de distintos tipos de números, naturais, racionais e outros no contexto diário, realizado a partir de diferentes usos. Com o objetivo de construir significado explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos. O documento recomenda que esse processo parta dos números que as crianças conhecem.

No entanto, parece que partir dos números que as crianças conhecem não tem sido abordado de maneira adequada. Estudos como os de Spinillo (1994), explicitado no Capítulo I, indicam que os conhecimentos sobre números que alunos trazem antes de entrarem na escola está associado sempre a um referente (que se refere a alguma coisa). Ao ingressar na escola, o número adquire um significado não associado a referentes, acarretando aos alunos dificuldades em leituras de situações aritméticas. Segundo a autora, as crianças também usam formas de escritas próprias delas, que a escola desconsidera ou não consegue fazer a passagem para formas mais eficientes.

Essa leitura realizada por Spinillo em suas pesquisas nos mostra que existe um mundo numérico, com o qual as crianças convivem sem “problemas”, e um outro ao chegar à escola, abstrato, de difícil compreensão e associação. Considerando esse fato, podemos admitir que os conhecimentos existentes dos alunos, se inseridos em contextos que se possam associar de fato aos conhecimentos anteriores, que têm significados próprios do mundo da criança, aos novos que são os da escola, dessa forma se concretizaria de fato a possibilidade de usufruir os conhecimentos anteriores para a apresentação e posterior construção dos conhecimentos formais, próprios da escola.

Spinillo (1994), Spinillo e Magina (2004) nos remetem à associação de referentes no processo da contagem, por outro lado, Lins e Gimenez (1997) advertem que a ação de contar baseia-se no reconhecimento de objetos discretos, partindo da necessidade de uma noção que comunique uma quantidade, uma medida discreta ou uma posição numa seqüência. Sendo assim, a noção de número, apresentada de forma abstrata, representa um obstáculo para os alunos. Entre as dificuldades em trabalhar com números naturais está a falta de sentidos diversos da contagem e valores diversos que se associem à idéia de números.

Ainda sobre os números, o documento indica no primeiro ciclo, que “as escritas numéricas podem ser apresentadas, num primeiro momento, sem que seja necessário compreendê-las e analisá-las pela explicitação de sua decomposição em ordens e classes (unidade, dezenas e centenas)”. (BRASIL, 1997, p. 68).

Segundo Lins e Gimenez (1997), explicar o algoritmo depois de tê-lo apresentado ao aluno, torna a aprendizagem não significativa.

Os PCN (BRASIL, 1997) recomendam em suas Orientações Didáticas que nas atividades em sala de aula, como leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas, o ponto de partida seja o número que a criança conhece e as atividades (Anexo A) elaboradas pelo professor em sala de aula sejam junto com os alunos, por exemplo, pedir que recortem números em jornais e revistas e façam a leitura dos números do jeito que conhecem. Essa é uma das atividades apontadas pelo documento como possível atividade envolvendo números naturais e decimais.

Estudos realizados por Spinillo e Magina (2004) demonstraram que trabalhar com uma seqüência mais ampla (que os alunos ainda não conhecem, como 1 a 100), e representativa do sistema (aspecto que não é contemplado na seqüência dos números de 1 a 15, cujos nomes são exceção e não a regra), permite tanto descobrir a regularidade, como descobrir o caráter gerativo do sistema (dez-e oito, trinta-e um), propiciando conhecer a organização geral do sistema. O trabalho com a linguagem dos números pode gerar a base para a decomposição, aspecto fundamental para compreensão do valor de lugar (unidade, dezenas e centenas, etc,) como também das operações de adição e subtração.

Como podemos observar pelos estudos de Spinillo e Magina, a recomendação dos PCN a respeito de implementar, o sentido de número é bem limitada, considerando que um dos objetivos nestes ciclos é levar os alunos à ordenação dos números e operações, possibilitando justificar e validar respostas.

O enfoque que Lins e Gimenez (1997, p. 43) oferecem vai além das indicações dos PCN. O mundo aritmético das crianças inclui a quantificação de objetos pelas crianças e os conhecimentos que elas possuem sobre os problemas envolvidos. A aritmética escolar que inclui numeração, operações e reflexões sobre propriedades. Disso decorre que as duas aritméticas se integram formando um *sentido numérico* do qual falamos anteriormente, que parte de um conjunto de experiências que envolvem dinheiro, medidas, contagens simples, na aritmética das crianças, e, na aritmética escolar, envolvem identificar unidades, dezenas e centenas.

Os autores não partem do reconhecimento dos números, enquanto algarismo, como parece indicarem os PCN, (ver Primeiro Ciclo no Capítulo III) e, sim do reconhecimento do valor social do aritmético, sugerindo o desenvolvimento de competências nas crianças que possibilitem o uso do cálculo aproximado e mental para enfrentar situações de compra e venda, estimar resultados possíveis em leituras de índices econômicos, interpretar informações.

Lins e Gimenez indicam que é preciso “deixar de pôr toda a ênfase na função de contar e reconhecer as funções de ordenar e medir dos sistemas numéricos”. (1997, p. 41). Isso implica ampliar a visão dos números como códigos de representação de realidades e valorizar o uso e o significado de muitos códigos não-matemáticos, como as representações com letras em placas de automóveis e as representações numéricas em contextos não-numéricos.

A possibilidade apresentada pelos autores sugere para as crianças que o mundo numérico não é algo separado de outras representações, como o uso das letras, mas faz parte de um sistema de representação do mundo, possibilitando outro enfoque ampliado sobre os números.

Em contrapartida, as indicações dos PCN colocam a ênfase na elaboração de listas com números de linhas de ônibus da cidade, números de telefones úteis, números de placas de carros e também, números que representam a si próprios, tais como: idade, peso, altura e outros. (BRASIL, 1997, p. 65).

Entendemos que nos dois enfoques há uma distinção de abordagem dos números. A abordagem sugerida por Lins e Gimenez sugere às crianças perceberem que os números (são símbolos, como as letras e representam algo ou uma situação) fazem parte do mundo, como uma possibilidade de organização desse mundo, e que inclusive, existem outras como as letras, por exemplo. Na abordagem apresentada pelos PCN parece existir um mundo de números, presente na vida do aluno, esperando para serem percebidos.

Parece-nos que o modo como Lins e Gimenez apresentam os números se aproxima mais de concretizar o objetivo proposto pelos PCN, seja ele: levar os alunos à ordenação dos números e operações, possibilitando justificar e validar respostas.

No nosso entendimento todas as atividades dos PCN, (Anexo A) sugeridas para professores, seguem no sentido de priorizar o reconhecimento do número como representação de situações. E entendemos que não é suficiente elaborar junto ao aluno listas com números, nem apenas apresentar problemas parecidos, mas também é necessário inseri-los num mundo numérico e não-numérico, no qual o aluno seja capaz de produzir hipóteses diante dos problemas, vinculando e produzindo justificações, como sugerem Lins e Gimenez.

Nesse contexto de aprendizagem o aluno vai produzir significados diferentes para os números que podem ser aritméticos ou não, mas essa forma de produção é uma possibilidade de ele perceber distinções e usos diversificados aos números, podendo construir significados formais para os números, tão necessários.

Acreditamos, como Lins e Gimenez (1997) sugerem, que, talvez o enfoque não se deva contar isso ou aquilo aos alunos, mas propor situações com as quais eles se sintam comprometidos, buscando informação e planejando outras situações.

Além disso, a contagem por si só, de forma recitada não contribui para a compreensão de número. Mas, se forem inseridas num contexto em que a ação de contar se associa ao fato de contar algo, a construção do significado do número, fazendo parte de um processo de desenvolvimento, pode ser o início para a aprendizagem e compreensão de noções posteriores mais complexas. (SPINILLO e MAGINA, 2004).

Os resultados encontrados por Nunes et al., (2002) em suas pesquisas comprovam essa indicação. Seu estudo mostrou que o trabalho com atividade de contagem de dinheiro num mercado contribuiu para compreensão da composição aditiva que comporta uma organização de seqüência numérica do tipo: 7=6+1 ou 5+2 ou 4+3. A atividade desenvolvida segue um processo permanente de avaliação do progresso dos alunos: primeiro é investigado até que número a criança sabe contar; num segundo momento, avalia-se a compreensão da composição aditiva, por meio das situações colocadas de compra e venda de objetos pequenos como bolinha de gude, borrachas, pequenos brinquedos. As crianças que tiveram compreensão da composição aditiva no início do ano demonstraram melhor nível de desempenho em avaliações globais de matemática no final do ano.

Essa atividade se aproxima do que indicam Lins e Gimenez sobre a produção de um processo matematizador que possibilita o *sentido numérico* explicitado no capítulo I. Além disso, destacamos que a atividade associa o número a um referente, como também parece lidar simultaneamente com valor absoluto e valor relativo, como apresenta Spinillo. A atividade também considera as recomendações dos PCN a respeito de considerar os conhecimentos das crianças em um contexto significativo em situações-problema.

Podemos inferir, a partir destas constatações, que as considerações de Spinillo (1994), Lins e Gimenez (1997), Spinillo e Magina (2004) e a atividade apresentada por Nunes et al., (2002), como vimos, proporcionam uma outra possibilidade de construção do significado do número, associando, como orienta Lins e Gimenez a aritmética da criança e a aritmética escolar, sendo que o documento sugere em suas atividades envolvimento com o mundo numérico, como podemos verificar em suas orientações didáticas acima mencionadas.

No entanto, o documento recomenda que o reconhecimento do número e a construção dos números naturais sejam realizados em contexto diário. Spinillo (1994) ressalta que o conhecimento anterior adquirido por meio de experiência no cotidiano interfere, é necessário e desempenha papel ativo na construção de novos conhecimentos.

Apesar de os PCN recomendarem o ambiente de contexto diário, não fica claro nas recomendações dos objetivos, conteúdos e orientações didáticas, presentes nos primeiros e segundos ciclos como acontecerá em sala de aula. Os PCN, ainda indicam que o estudo de número como objeto matemático deve partir de contextos significativos. Nesse caso também o documento não deixa explícito como se pode desenvolver essa proposta.

Os estudos apresentados sobre como tornar a aprendizagem dos números naturais significativos para o aluno mostra-nos o quanto é difícil a formalização do conceito de número. Uma possibilidade de esse processo ser menos dispendioso ao aluno seria fazê-lo num contexto diário.

Nesse sentido as indicações contidas nos objetivos, conteúdos, e orientações didáticas dos PCN, são importantes, pois trazem reflexões sobre ensino e a aprendizagem. Porém, é fundamental ao trabalho na sala de aula o estudo mais detalhado de conceitos como, por exemplo, qual significado de “contextos significativos”, termo citado nos PCN, e quais implicações podem ter o significado adotado, para o ensino da matemática. (PIETROPAOLO, 1999).

As discussões suscitadas sobre os números naturais, acontecem também em relação aos números racionais.

Números inteiros e racionais

Os PCN (BRASIL, 1997) em suas Orientações Didáticas indicam que a abordagem dos números racionais, no Segundo Ciclo tem como objetivo levar os alunos a perceberem a insuficiência dos números naturais para resolução de alguns problemas. E deve-se observar que no contexto diário é mais comum a representação decimal do que a forma fracionária. Os PCN indicam em seus Conteúdos Conceituais a extensão das regras do sistema de numeração decimal como uma possibilidade para compreender, ler e representar os números racionais na forma decimal.

Se a formalização do número já é difícil pelos alunos, como vimos anteriormente, no caso dos números racionais, o campo de dificuldades se amplia, pois os próprios PCN apontam vários obstáculos (Anexo B) que serão encontrados ao lidar com os racionais como se fossem naturais.

As dificuldades com a aprendizagem dos números, também são apontadas por Lins e Gimenez como erros creditados à transferência indevida de procedimentos que são válidos nos naturais e os autores, apontam que a pouca insistência em trabalhar o valor variável da unidade em contextos diferentes que se desenvolvem frações e decimais e a simbolização prematura destes, são os fatores mais importantes de fracassos na escola, no que diz respeito à ordenação e localização.

Um exemplo, citado pelos autores, é a dificuldade em escrever três centésimos pelo aluno, algumas respostas possíveis são: 0,300; 3,00; 3,100; 00,3. Além desses erros que indicam que as crianças ainda não têm um domínio do sistema de numeração decimal, os autores citam o emprego do zero. Crianças ignoram ou valorizam o zero dependendo da situação. Ao interpretar 0,036 ignoram o zero e aceitam como 36; ordenar do menor ao maior 4,5; 4,15; 4,05; o mais comum é ela responderem 4,05>4,5>4,15. (LINS e GIMENEZ, 1997).

Spinillo (1994) lembra que a atividade de contagem mais comum entre as crianças consiste em contar objetos, entretanto, a compreensão do sistema numérico decimal demanda mais do que uma simples contagem de elementos. Requer lidar simultaneamente com valor absoluto (número) e valor relativo (posição), como é o caso de contar dinheiro.

Vemos, nessas considerações, dificuldades apontadas no reconhecimento do número, tanto naturais quanto racionais.

Lins e Gimenez (1997) estudaram o raciocínio figurativo e intuitivo. Ao iniciar na aritmética os alunos têm um raciocínio intuitivo no figurativo que corresponde ao reconhecimento da conservação de quantidades. No decorrer do desenvolvimento aritmético existe também o pensamento intuitivo que desempenha papel importante na construção de idéias complexas como a de números reais. Há também um pensamento relativo e absoluto. Existe um raciocínio estruturado aditivo que é um conjunto de estratégias produzidas ao observar propriedades de tipo aditivo. Sobre a multiplicação, há um pensamento proporcional que corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve situações de comparação em forma multiplicativa e não aditiva.

De fato o processo de conhecimento aritmético é um processo extenso e se relaciona com tipos diversos de raciocínios e pensamentos. Considerá-los no ensino e aprendizagem poderia ser um ponto importante na perspectiva de atender aos objetivos que propõem os PCN no primeiro e segundo ciclo.

Sobre as operações, os PCN (BRASIL, 1997) indicam a análise, resolução, interpretação e compreensão das situações-problema que abrangem os seus diferentes significados com números naturais e racionais. No Primeiro Ciclo os cálculos com a adição e subtração recebem uma atenção especial. Indicando o cálculo mental, aproximado e exato, o uso de estratégias pessoais e o uso da calculadora como possibilidades para resolução de problemas.

Spinillo (1994) nos alerta que, apesar de as crianças saberem lidar com as operações, utilizando simbolismo convencional, elas não recorrem ou não conseguem associar essas operações a situações-problema como adição e subtração de blocos colocados em uma mesa. A autora orienta que a escola deveria criar situações em que o aluno explorasse a tradução do concreto (situações corriqueiras do dia-a-dia) para a aritmética (contexto escolar com simbolismos próprios como: + e =).

Os PCN em suas Orientações Didáticas oferecem algumas situações (Apêndice B), que podem ser trabalhadas nos primeiro e segundo ciclos, sobre os significados das operações adição e subtração, multiplicação e divisão. Seria interessante que o documento oferecesse além da resolução de problemas outras possibilidades que explorassem os significados das operações. Fornecer ao professor mais que uma possibilidade de trabalho em sala de aula, pode ajudá-lo a diversificar sua aula, e a escolher o melhor caminho para a aprendizagem de determinado grupo de alunos.

Quanto aos significados das operações com números racionais, seguem as mesmas situações presentes nos números naturais, com exceção do significado da multiplicação como procedimento combinatório que não se estende aos números racionais não inteiros.

A respeito do cálculo, as Orientações Didáticas (BRASIL, 1997) trazem considerações sobre a necessidade de um repertório básico para o seu desenvolvimento. Nestes dois Ciclos os alunos intuitivamente começam a perceber propriedades, regularidades e ampliação de procedimentos de cálculo mental, escrito, exato e aproximado, além do cálculo com números racionais. O objetivo principal é fazer com que esses alunos construam e selecionem procedimentos adequados à resolução do problema apresentado, aos números e às operações nela envolvidos.

O recurso fornecido nas Orientações Didáticas para a aprendizagem dos Números e Operações no primeiro e segundo ciclos, conforme os conteúdos e objetivos estabelecidos pelos PCN, contidos no Capítulo III, é a resolução de problemas (Anexo, D). Por esse recurso, são oferecidas diversas situações-problema (Apêndice B), com algumas variações, criando segundo o documento um meio para a construção de significados pela descoberta de diferentes procedimentos de solução. O documento salienta que as situações apresentadas têm o objetivo de apresentar aspectos fundamentais e diferenças existentes nos significados das operações, e que devem ser incorporadas a outras, mais ricas e contextualizadas.

Lins e Gimenez discutem a relação entre conteúdos do cálculo numérico e resolução de problemas, propondo o *sentido numérico* tão necessário à produção de significados matemáticos pelos alunos. Os autores também analisam porque muitos alunos não sabem resolver problemas aritméticos, ao serem apresentados às situações e muitas vezes se produzem bloqueios por:

> Interpretações inadequadas (já que a pergunta verbal pode ter sentidos distintos ou a imagem desenhada pode não ser compreendida, entre outros motivos); b) estratégias transferidas de uma situação a outra na qual não se podem aplicar (usar uma soma num lugar que não se deveria entender assim); c) falta de tempo para reconhecer realmente a situação apresentada (o professor pressiona e logo passa para outra coisa); d) falta de análise sobre a adequação ou utilidade manifesta de um certo procedimento (porque há preconcepções errôneas e não há tempo para revisá-las); e) fracasso na consecução do objetivo proposto (comprova-se o resultado final e, ao ver que não conseguiu, o professor desanima e não propõe alternativas diferentes). (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 55).

Os autores, ainda questionam a visão de construir os conteúdos por meio de representações, como aquelas que indicam a transferência de um esquema simples produzindo-se situações análogas. Nelas os problemas aritméticos devem ser resolvidos, antes de tudo, traduzindo-se o enunciado de maneira que se perceba o funcionamento interno da situação.

Para Lins e Gimenez “a idéia de trabalho em torno da produção de afirmações e justificações, sugere o caminho da investigação aritmética como adequado, e não apenas o da resolução de problemas” (1997, p. 56), pois quando os alunos afirmam algo e justificam afirmações vêm à tona conhecimentos anteriores construídos em núcleos fora da escola, e nesse sentido, talvez o problema não seja encontrar boas representações para os conteúdos, como desenhos, jogos, etc., mas promover experiências e reflexões.

Além disso, saber representar quantidades não implica necessariamente saber representar operações, implica ter conhecimentos anteriores sobre adição e subtração; significa saber representar essas operações de forma precisa. Então, a compreensão do conceito não garante o uso adequado da representação. (SPINILLO, 1994).

Dessa forma, as abordagens dos PCN, Lins e Gimenez têm traços diferenciados. Há no documento uma preocupação de apresentar situações que representam possibilidades de resolução das operações, de modo que partindo das diferentes possibilidades, os alunos vão compreendendo as operações envolvidas. De fato, essas situações são as comumente utilizadas no ensino escolar.

No entanto, a abordagem de Lins e Gimenez sobre as operações é de apontar algumas dificuldades que podem acontecer quando os alunos são inseridos num mundo de situações, sugerindo que essa forma de abordar conteúdos talvez traga mais bloqueios do que a produção de significados formais. Não é suficiente identificar significados para os números e operações na resolução de problemas, mas, é necessário ir além disso.

A investigação aritmética seria uma alternativa, pois introduz o aluno no universo numérico formal por meio do *sentido numérico* admitido. Por exemplo, instigar a produção de textos numéricos, considerando como um meio para provocar os alunos, com perguntas (o que está vendo?) que incitem a sua "imaginação", fazendo-os falar, sugerir, tornar verbal o pensamento, provocando justificações, individuais e também coletivas, por meio de uma representação gráfica. (LINS e GIMENEZ, 1997).

A produção de textos numéricos para justificar ações e pensamentos também faz parte do processo de apropriação do *sentido numérico* proposto por Lins e Gimenez. Dessa forma, a situação problema sugerida difere da dos PCN.

Após as considerações sobre o primeiro e segundo ciclos, vamos proceder às análises do terceiro e quarto ciclos. E por fim, tecer as considerações parciais.

4.2. TERCEIRO E QUARTO CICLOS

A apresentação do terceiro e quarto ciclo evidenciaram que:

– Os objetivos nestes ciclos devem visar ao desenvolvimento de pensamentos e raciocínios.
– Introdução do estudo dos números inteiros no terceiro ciclo.
– O reconhecimento, ampliação e a construção dos números naturais, inteiros e racionais se darão num contexto diário e histórico.
– No terceiro ciclo, é desenvolvida a “pré-álgebra” (jogos, generalizações e representações matemáticas com gráficos, modelos) e, no quarto ciclo, o trabalho com álgebra (procedimentos puramente mecânicos, para lidar com expressões e equações).

Sobre os números inteiros

Os PCN introduzem o estudo dos números inteiros a partir do terceiro ciclo, e ressaltam em suas orientações didáticas que seu estudo é cercado de dificuldades como a falta de significados a quantidades negativas, reconhecimento da existência de números em dois sentidos a partir do zero, dificuldade em entender o papel do zero absoluto e zero origem, e interpretar sentenças como $x = - y$ como se x fosse positivo e y negativo. E seu conteúdo geralmente é descontextualizado com ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, causando em muitos alunos o não reconhecimento dos inteiros como uma extensão dos naturais. (BRASIL, 1998, p. 98)

Por isso, sugerem que se utilize o conhecimento intuitivo sobre números negativos trazidos de séries anteriores e emerjam de experiências práticas como perder em jogos, constatação de saldos negativo. Apesar de os PCN fazerem essa recomendação, não encontramos na leitura que realizamos do documento, do primeiro e segundo ciclo, exemplo de situação-problema que abordasse esse enfoque que possibilitasse as primeiras comparações sobre os números inteiros.

Os PCN sugerem que os significados dos números inteiros podem surgir a partir da análise de situações-problema do campo aditivo, situações que indiquem falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica.

Apesar de os PCN introduzirem o ensino dos números inteiros no terceiro ciclo, pesquisa realizada por Passoni (2002) verificou que é possível e também vantajosa a introdução dos números inteiros já na terceira série, visto que, constatou-se em projeto piloto, com alunos da terceira e quarta série que, em séries posteriores, o conteúdo abordado no ano anterior, mostrava-se de maneira bastante sólida. Ele solidificou os resultados, posteriormente, com crianças da terceira série, introduzindo a (pré-) Álgebra em um contexto de problemas verbais[24] aditivos usando apenas a operação adição, prescindindo da subtração, como indicam os PCN. Após sua pesquisa, Passoni, questiona se esse conteúdo não seria possível em séries anteriores à terceira série, quiçá até no ensino infantil.

Lins e Gimenez apontam a perspectiva de se eliminar a independência de campos numéricos, sejam naturais, racionais, inteiros e outros, proporcionando atividades inter-relacionadas entre aritmético e outras áreas da matemática ao invés de lições separadas. Ressaltam ainda que: “A maioria de nós ainda não está convencida da importância de trabalhar, desde cedo, com os processos de generalização na direção da álgebra, nem insiste suficientemente no cálculo com medidas e enunciados”. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 83).

Considerando as indicações dos PCN, sobre a introdução dos números inteiros e utilização dos jogos em sala de aula, Costa (2003) introduziu no ambiente escolar um jogo sobre os números inteiros. A pesquisadora evidenciou que os alunos aprendem dentro da brincadeira e gostam mais da aula com o jogo do que as aulas normais.

A constatação de Costa nos remete às considerações de Spinillo e Lins e Gimenez, que afirmam que a aprendizagem só é significativa para os alunos se eles de alguma forma se sentirem participantes, produzindo significados (no sentido de Lins e Gimenez: conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto) e entendendo o que está se passando na atividade.

[24] Exemplo simplificado do problema. Beto joga uma partida de bolinhas de gude e perde 7 bolinas. Depois da partida tem 3 bolinhas. Quantas bolinhas ele tinha antes da partida? O aluno primeiramente usaria a forma descritiva x + (-70), e em seguida escreveria a equação x + (-7) = 3, e finalmente a resolveria. (PASSONI, 2002. p. 7).

Sobre a Álgebra

A álgebra ocupa um espaço de destaque nas orientações didáticas que abarcam o terceiro e quarto ciclos, enfatizando, no terceiro, a retomada da pré-álgebra consolidando e ampliando noções e conceitos algébricos e, no quarto ciclo, o estudo das técnicas convencionais para resolver equações.

O documento apresenta um quadro simplificado de quatro diferentes interpretações da álgebra escolar que comporta diferentes funções das letras e também conteúdos.

Álgebra no Ensino Fundamental

Dimensões da Álgebra	Aritmética generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedade das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

Quadro 4: Álgebra no Ensino Fundamental
Fonte: PCN (BRASIL, 1998, p. 116).

Apesar de o documento apresentar quatros dimensões para álgebra e enfatizar que para uma compreensão dos conceitos e procedimentos algébricos é necessária uma articulação entre elas, há uma constatação no próprio documento que professores privilegiam o estudo do cálculo algébrico (linguagem com regras específicas para o manuseio das expressões) e das equações, muitas vezes não associadas aos problemas, privilegiando a repetição de exercícios. (BRASIL, 1998).

Por outro lado, as pesquisas de Pinto (1999), Santos (2005) constataram que a aritmética generalizada é usualmente utilizada e reconhecida entre os professores como uma possibilidade utilizada no ensino da Álgebra.

Dos seis exemplos (Anexo C) de atividades sobre álgebra sugeridas nos PCN encontramos, conforme a designação das dimensões do documento, uma relacionada a aritmética generalizada, duas a dimensão aritmética generalizada, e estrutural, duas que abrangem as quatros dimensões e uma que focaliza a dimensão funcional e estrutural. As abordagens das atividades não comportam todos os conteúdos das respectivas dimensões, sendo que no caso da aritmética generalizada sempre está presente o uso da letra e conteúdo correspondente. Há nas Orientações Didáticas uma preocupação sobre o significado da letra.

O uso da letra é característica central nos exemplos citados e estudo constante nas orientações do documento que aborda seus diferentes significados - variável, incógnita e parâmetro -, relacionadas aos diferentes conteúdos, conforme indica o quadro sobre a Álgebra no Ensino Fundamental. Seguindo essa recomendação, os livros didáticos abordam as letras em todas as suas possibilidades. (Quadro 2)

O enfoque da atividade algébrica centrada no cálculo das letras e conteúdos faz parte de uma visão letrista de educação algébrica, que parte da seqüência utilizada na educação da Aritmética de técnica (algoritmo)/prática (exercícios). Apesar desse enfoque ser dominante no Brasil e em outros países, este modelo tem se mostrado ineficaz a aprendizagem da Álgebra. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 106-110).

Nesse sentido, todas as interpretações indicadas nos PCN, sobre Álgebra no Ensino Fundamental, fazem parte desta visão, porém há outros fatores a serem considerados, como o fato de o ensino da Álgebra envolver uma simbologia própria e ser conhecida fundamentalmente no âmbito escolar.

Não vamos tentar traçar uma linha divisória entre os significados das dimensões, e sim situá-las num quadro maior, com outras possibilidades de ensino, buscando compreender as visões sobre Álgebra presentes nos PCN.

Para entrarmos em nossa discussão sobre as interpretações da álgebra, é importante aqui diferenciar os vários enfoques dados à linguagem algébrica. Os PCN (1998, 1998) entendem linguagem algébrica como elemento para descrever simbolicamente representações identificando estruturas.

Lins e Gimenez (1997) acrescentam que é como meio de expressão e não apenas como objeto que se aplicam técnicas. Para Lee (2001), a linguagem algébrica deve ser uma linguagem natural, como referencial de uma manipulação, ou ainda construída em sala de aula, porém os usos dos símbolos algébricos tradicionais não estão envolvidos. Lee acrescenta que o uso de representações em letras e manipulação dessas representações tem sido uma abordagem inadequada à álgebra em qualquer nível escolar.

A aritmética generalizada é a dimensão mais utilizada nos exemplos citados nos PCN, como uma possibilidade de identificar e generalizar sucessões numéricas e representações geométricas, utilizando propriedades das operações aritméticas. O documento ressalta que dessa forma o aluno pode construir uma linguagem algébrica ao identificar e ao descrever simbolicamente as estruturas. (BRASIL, 1998, p. 117).

Segundo estudos (LEE, 2001, LINS E GIMENEZ, 1997, DA ROCHA FALCÃO, 2003, TELES, 2004, e outros) a dimensão aritmética generalizada é a mais usual, pois parte de conhecimentos aritméticos construídos pelos alunos, visto que são conhecimentos que começam a ser elaborados antes mesmo do ingresso à vida escolar. Dessa forma, parece natural que as instituições educacionais através de seus documentos apresentem a Álgebra como uma seqüência ao ensino da Aritmética, privilegiando essa abordagem. Se assim é assumido pelos PCN, não seria importante apontar de forma explícita, (nos objetivos, conteúdos, conceitos e procedimentos, já nos primeiros ciclos) que as atividades que são sugeridas com os números e operações têm uma perspectiva de ampliar os significados a ponto de chegar à álgebra?

A perspectiva de Lins e Gimenez (1997) está em concordância com os PCN, enfatizando haver neste enfoque uma preocupação com a linguagem algébrica como meio de expressão e não apenas como objeto sobre o qual se aplicam técnicas, tendo uma preocupação maior com o envolvimento e participação dos alunos nas atividades.

No entanto, Lins e Gimenez apontam que esta dimensão de Álgebra que eles nomeiam por concepção não é a mais adequada para o ensino da álgebra, pois apesar de ter como prioridade o envolvimento dos alunos nas atividades, depende de conteúdos, e trabalha com as operações, mas não com os resultados e sim com as propriedades operatórias.

Segundo Lee (2001) esse enfoque de estudo da álgebra apresenta diversas percepções e significados: aritmética das letras, pré-álgebra, generalizações de números e padrões, um estudo da estrutura da aritmética e estudo de expressões em letras simbólicas, desconsiderando o significado dos símbolos. A autora ressalta que atividades construídas partindo destes enfoques enriquecem o ensino da álgebra na educação básica, exceto o estudo de expressões simbólicas sem considerar o significado dos símbolos.

Da Rocha Falcão, (2003) salienta que a álgebra retoma a relação com os números que estão presentes na aritmética, porém ela não pode ser considerada como aritmética generalizada, pois possui propriedades próprias do campo especifico que é.

Ao analisarmos os objetivos, conceitos e procedimentos dos quatro ciclos, nos PCN, podemos concluir que está presente uma certa tendência a aritmética generalizada, pois há um enfoque na construção nos significados dos números, naturais, inteiros e racionais, e das operações aritméticas, a partir de com situações-problema utilizando, por exemplo, do sistema de numeração decimal, leitura, escrita, comparação e ordenação de frações. Os objetivos são ampliar, construir, interpretar, resolver, utilizar, todas ações que demandam um esforço do aluno, sinalizando uma preocupação com o envolvimento dos alunos, aspecto lembrado por Lins e Gimenez ao se referirem à aritmética generalizada.

Por outro lado, esta dimensão é assumida por professores (SANTOS, 2005) que vêem esse modelo como lei que rege números; por outro lado, não é uma dimensão tão presente em livros didáticos, como comprova Cruz (2005) em seus estudos.

Ao analisarmos os conteúdos dos ciclos sobre os números e operações verificamos que a aritmética generalizada e a funcional são as duas dimensões ressaltadas nos conteúdos do terceiro ciclo. (BRASIL, 1998, p. 68).

Nós identificamos em dois exemplos a dimensão funcional (Anexo C) adotada pelo PCN, se considerarmos o significado adotado da letra, em relação ao conteúdo, variação de grandeza. O documento (BRASIL, 1998) sugere que essa dimensão é um excelente contexto para desenvolver a noção de função no terceiro e quarto ciclos, podendo, por exemplo, o aluno estabelecer como varia o perímetro de um quadrado. No entanto, os PCN indicam que é suficiente no terceiro ciclo, que se trabalhe com a dimensão funcional, deixando para o quarto ciclo as dimensões de equação e estrutural.

A dimensão funcional poderia ser explorada no ensino da Álgebra, pelo fato de associar grandezas à realidade do aluno, tornando-se uma possibilidade concreta de introduzir os significados para os símbolos e letras, conforme indica Pinto (1999). Os próprios PCN (BRASIL, 1998) sinalizam essa possibilidade no terceiro ciclo, deixando para o quarto ciclo o estudo com expressões algébricas e equações.

A dimensão funcional é pouco utilizada pelos professores (BRASIL, 1998; PINTO, 1999; CRUZ, 2005), no entanto, os PCN indicam esta dimensão, no terceiro ciclo, 5ª e 6ª séries.

Contrariando as indicações dos PCN, Cruz constatou que coleções de livros didáticos apresentam esta dimensão a partir da 8ª série no quarto ciclo.

Segundo os PCN (1998), na dimensão da Álgebra que diz respeito às equações, a letra é vista como incógnita para expressar relações. A resolução de equações é explicitada no quarto ciclo, associada à dimensão funcional (forma gráfica) e trabalham-se os problemas identificando o significado da letra enquanto variável, incógnita e parâmetro e o conhecimento das regras de uma equação. Encontramos apenas duas abordagens nos exemplos de atividades.

As características que comportam essa dimensão equações, Lee (2001) classifica como manipulação de aspectos simbólicos, segmento presente na visão de Álgebra como atividade, salientando que é importante a solução de equações, no entanto, talvez no ensino básico utilizar outras representações de variáveis como blocos representando expressões e elaborando operações ao invés das letras x e y, seja mais significativo para o aluno.

Lins e Gimenez (1997, p. 107) vêem essa dimensão como uma versão não muito boa da prática da Álgebra, que nomeiam como abordagem "facilitadora". Seus estudos verificaram que crianças que trabalharam com resolução de problemas com concreto (trabalho com balanças), não perceberam a relação com o formal. Constatando uma lacuna entre o concreto e o formal.

Pesquisas (SANTOS, 2005; PINTO, 1999; BRASIL 1998, e outros) comprovam que essa dimensão é uma das mais utilizadas pelos professores. E, conforme os PCN, muitas vezes deslocada dos problemas, salientando que é mais proveitoso propor situações que possibilitem aos alunos construírem noções algébricas pela regularidade em tabelas e gráficos, estabelecendo relações.

Uma das razões que podem contribuir para essa atitude dos professores é o fato de esta dimensão estar presente nos conteúdos em livros didáticos desde a 5ª série, como comprovou Cruz (2005). Outra razão é o fato de haver uma exigência em vestibulares e no ENEM, a respeito de questões de álgebra que envolvem essa dimensão. No ENEM (2001, 2002, 2003) chega a ser mais que 70% das questões, como verificou Jamal (2004).

Em cinco dos seis exemplos apresentados nos PCN, encontram-se a dimensão estrutural, ora com o objetivo de obter expressões equivalentes, ora como linguagem com regras específicas para o manuseio das expressões, ou seja, o cálculo algébrico. O documento afirma que esse trabalho é significativo para que o aluno perceba a transformação de uma expressão algébrica em outra equivalente facilitando a resolução de problemas, além disso, o estudo da sintaxe partindo das letras poderá completar a noção de Álgebra como uma linguagem. (BRASIL, 1998, p. 118).

Segundo Lee (2001), essa dimensão estrutural admitida pelos PCN, é uma das possibilidades da visão da álgebra como aritmética generalizada, que, nesse caso, se caracteriza como estudo da estrutura da aritmética, e ocasionalmente como o estudo de expressões em letras simbólicas sem considerar o significado dos símbolos. Essa possibilidade que envolve o uso das letras como símbolo abstrato é a única possibilidade de aritmética generalizada não adequada para os ensino nos primeiros anos escolares.

Por outro lado, a dimensão estrutural também pode ser vista como uma linguagem (Lee, 2001), e nesse caso, não é boa para a educação básica, pois parte do princípio de que a álgebra é um aprendizado como uma linguagem, que expressa pensamentos algébricos e registra expressões algébricas. Nesse sentido, os alunos precisariam estar engajados em atividades algébricas e pensando algebricamente, antes de expressar pensamentos algébricos e registrar expressões algébricas. Além disso, a autora questiona se apresentar esta álgebra que envolve símbolos é o que queremos para nossas crianças.

No entanto, os PCN ressaltam que esta dimensão é comumente utilizada pelos professores. Em nossas análises pudemos constatar que em seus exemplos, o documento também privilegia esta dimensão.

O estudo de Santos (2005) mostrou que essa dimensão é bem aceita entre os professores, como meio para resolver problemas algébricos. No entanto, esses professores, desconhecem a álgebra como um estudo das estruturas algébricas. Salientamos, que o fato de os professores conhecerem essa dimensão, pode estar relacionado à grande freqüência dela em livros didáticos. (CRUZ, 2005).

Como podemos observar nas indicações dos conteúdos (capítulo III) e os exemplos (Anexo C) presentes nas orientações didáticas dos terceiro e quarto ciclos, os PCN indicam a resolução de situações-problema também para a inserção do conhecimento algébrico, considerando como objetivos o reconhecimento de expressões algébricas, a produção e interpretação de escritas algébricas.

Segundo Lins e Gimenez (1997) os objetivos centrais da educação algébrica deveriam ser permitir que os alunos produzissem significados para a Álgebra, possibilitando que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente.

Os alunos quando se envolve em atividades, oralmente e pela escrita, produzem significados no interior das atividades. Os estudos de Spinillo (1994) mostram que a escola ao invés de estabelecer uma ponte entre os procedimentos informais dos alunos (matemática oral) e os procedimentos formais (matemática escrita), ela comumente substitui os procedimentos informais por algoritmos e regras de resolução.

É nessa perspectiva que Lins e Gimenez propõem que o foco das situações-problema, não esteja centrada na produção de fórmulas, mas na produção de *crenças-afirmação* e *justificações.* (Capítulo I). É importante lembrar que esse princípio fundamental também é indicado pelos autores em atividades aritméticas.

A proposta de Lins e Gimenez, no nosso entendimento, atende ao que dizem os PCN, pois o documento explicita que um dos objetivos no primeiro e segundo ciclos é levar os alunos à classificação dos números e operações, possibilitando justificar e validar respostas.

Diferente da proposta de Lins e Gimenez (1997), Da Rocha Falcão (2003) apresenta uma seqüência de atividades que podem ser apresentadas às crianças desde os primeiros anos escolares. As atividades partem do campo conceitual da álgebra, tendo duas funções: representar fenômenos e relações e auxiliar na resolução de problemas matemáticos. Para esse autor, o que se deve considerar ao iniciar a álgebra nos primeiros anos do ensino fundamental é saber quais conteúdos contemplar e de que forma.

Por outro lado, Lee (2001) indica, que para a inserção da álgebra nos primeiros anos haja um compromisso com determinadas atividades algébricas, que promova um pensamento algébrico (focado em números, formas, medidas, e outros) que se realiza partindo inicialmente de uma linguagem natural para construir uma linguagem algébrica.

Lee ressalta que a linguagem algébrica seja de forma natural ao invés de forçar o uso de representações simbólicas. Ela sugere que escrever bloco x e escrever x, ao invés de desenhar o bloco ou uma representação dele, não parece ser um passo difícil para as crianças. A pesquisadora conclui que considerando esses elementos no ensino inicial da Álgebra, as crianças estejam mais preparadas em séries posteriores empregando uma linguagem algébrica em comunicações e pensamentos sobre suas atividades algébricas.

4.3. CONSIDERAÇÕES

O desenvolvimento da nossa pesquisa mostrou que os PCN, quanto aos Números e Operações presentes nos Objetivos, Conteúdos, Conceitos e Procedimentos e Orientações Didáticas, apresentam distribuídos nos quatro ciclos um leque de aspectos que são necessários ao Ensino Fundamental da Matemática.

Embora seja possível notar coerência entre os itens na maioria dos pontos básicos destacamos alguns aspetos que nos chamaram atenção, como a grande quantidade de indicações presente nos itens acima citados. Nesse sentido, concordamos com Pietropaolo (1999, p. 141), quando destaca que "a riqueza do documento se perde muitas vezes na sua organização e na repetição".

Ainda sobre os conteúdos, Pietropaolo (1999) e Lopes (2005) salientam que, apesar de introduzir novas temáticas, o documento não justifica nem fundamenta o peso que é dado a certos conteúdos.

Os exemplos mencionados no documento quanto à Álgebra poderiam ser em número maior e a ausência de atividades que abordem outras metodologias de ensino além da resolução de problemas, são aspectos que merecem destaque. Tais pontos também foram discutidos em pareceres[25] analisados por Pietropaolo (1999).

Concordamos com Pires (2005), quando afirma que “os PCN não se limitam a apresentar um rol de conteúdos, mas discutem orientações didáticas relativas a conceitos e procedimentos matemáticos” [...]. Também devemos ressaltar que o documento (BRASIL, 1998, p. 95) indica que suas orientações didáticas devem ser [...] “complementadas e ampliadas com leitura de documentos e trabalhos que discutam pesquisa, estudos” [...]. Essas indagações nos permitem inferir que, se o documento trouxesse em suas orientações as indicações, acima mencionadas, ampliaria os modos de ver os temas e agilizaria por ser um documento nacional as indicações teriam um alcance maior as reflexões sobre os temas abordados no documento, contribuindo para que as recomendações do documento se efetivem no âmbito escolar.

No primeiro e segundo ciclos o enfoque do ensino e da aprendizagem dos Números e Operações é que seus significados sejam construídos num processo de resolução de problemas, num contexto diário. Nesse sentido, o documento parece indicar que conhecimentos matemáticos são meios úteis para solucionar problemas.

Há nos PCN uma citação nas Orientações Didáticas do primeiro e segundo ciclos sobre o sentido numérico. No terceiro ciclo há a indicação sobre o desenvolvimento do sentido numérico. No entanto, o documento não explicita em nenhum momento (BRASIL, 1997, 1998) como este se desenvolverá. Seria interessante apresentar elementos que explicitassem este termo, pois muitos professores não têm conhecimento do que seja desenvolver um “sentido numérico”. Esse fato é apontado por Pietropaolo (1999) em sua pesquisa, na qual ele também ressalta que o documento se ajusta mais a orientar propostas curriculares do que orientar a prática de professores em sala de aula.

Além do conceito de sentido numérico, há outros, como ode contextos significativos, situação-problema, sobre os quais o documento poderia trazer mais elementos ou indicações de leitura.

[25] Para maiores detalhes dos pareceres ver Apêndice A e C.

Apesar de os PCN (1998, p. 117) indicarem que os alunos "desenvolvem a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal em um trabalho articulado com a Aritmética", o documento não traz explícitos, no primeiro e segundo ciclo em suas orientações e indicações, indícios que relacionem o ensino dos números e operações a Álgebra. A Álgebra sequer é citada nos conteúdos, objetivos ou conceitos e procedimentos do primeiro e segundo ciclos.

Embora os PCN indiquem os conteúdos de números inteiros no terceiro ciclo, estudos de Gregolin, (2002) e Passoni, (2002) e outros demonstram que o ensino desses números é possível já no segundo ciclo, contrariando os PCN, que não fazem referência a esse ensino nos Conteúdos, Objetivos, Conceitos e Procedimentos no segundo ciclo.

Ainda sobre números inteiros, a pesquisa de Costa (2003) mostra a partir das recomendações do documento que o jogo é uma ótima possibilidade de introduzir esses números, no terceiro e quarto ciclo.

Os PCN indicam que as atividades algébricas no ensino fundamental devem possibilitar aos alunos a possibilidade de construírem seu conhecimento, partindo de situações-problema conferindo significados à linguagem (algébrica), aos conceitos e procedimentos da Álgebra, favorecendo o avanço das diferentes interpretações das letras.

Os PCN (1998) seguem uma linha letrista da Álgebra, conforme Lins e Gimenez (1997), quando afirmam que toda a concepção de Álgebra que se centra nos significados das letras segue uma linha letrista da álgebra. No entanto, o documento em suas orientações e nos exemplos citados envolvem dimensões da álgebra que são consideradas letristas facilitadoras, tanto por Lins e Gimenez como por outros pesquisadores.

Ao analisarmos as dimensões de Álgebra presentes nos ciclos, nos Objetivos, Conceitos e Procedimentos (Capítulo III, p. 54), observamos que no terceiro ciclo há a indicação das dimensões Aritmética generalizada e Funcional, e, no quarto ciclo, o enfoque é a dimensão das Equações e Estrutural. Os PCN, inclusive, indicam que é suficiente no terceiro ciclo trabalhar a dimensão Funcional, deixando para o quarto ciclo as dimensões de Equação e Estrutural.

Os PCN indicam a resolução de problemas como uma possibilidade de ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental. Mas, as pesquisas de Lins e Gimenez, (1997); Da Rocha Falcão, (2003); e outros, indicam que, nessa fase do ensino básico, é possível trabalhar outras metodologias, como modelagens e investigações.

Sobre essas outras possibilidades que não são apontadas no documento, Pietropaolo (1999), constata que além de os PCN não abordarem outras metodologias, a linguagem utilizada é excessivamente acadêmica.

O Quadro 5 nos mostra que há uma relação entre o que os professores pensam e consideram quanto à concepção da álgebra e o que é exigido do aluno no ensino posterior ao fundamental.

Apesar de os PCN indicarem que, para um bom entendimento da Álgebra, é interessante que o aluno, transite em todas as concepções, os exemplos citados dão prioridade a concepção (dimensão) Generalização da Aritmética e Estrutural. A generalização da Aritmética é também muito usual entre os professores.

Por sua vez, a concepção de Álgebra que envolve resolução de problemas é abordada em apenas dois exemplos, sendo a menos utilizada pelos PCN. Contrariamente ela é a mais presente em questões de vestibulares, livros didáticos, além de ser uma das mais lembradas pelos professores.

Podemos perceber também que apesar de as coleções de livros didáticos analisados por Cruz (2005) declararem que seguiram as orientações dos PCN, ao compararmos as possibilidades de concepções abordadas percebemos que não reflete tais indicações, pois o documento prioriza a Generalização da Aritmética, ao passo que as coleções destacam menos importância a esta concepção.

Outro fato que merece destaque sobre o quadro das concepções é que com exceção do ENEM, que situa suas abordagens em apenas duas possibilidades, em todas as outras pesquisas, em grau maior ou menor, todas as concepções estão presentes integralmente.

Concepções de Álgebra					
Concepções de Álgebra	Pinto 7 professores em sala de aula	Santos 28 professores sobre exercícios de Álgebra	Cruz 4 coleções de livros didáticos de 5ª a 8ª séries	Jamil Exercícios propostos nos ENEM, 2001, 2002, 2003	PCN 6 exemplos de exercícios que envolvem Álgebra
Generalização da Aritmética	3	28	2	0	5
Resolver problemas matemáticos (equação)	7	25	4	10	2
Estudo das relações entre grandezas (funcional)	2	4	4	4	3
Estudo das estruturas matemáticas (estrutural)	2	18	4	0	5

Quadro 5: Comparação de estudos sobre as concepções de álgebra presentes entre professores, livros didáticos, ENEM e PCN.

Capítulo V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, percorremos uma trajetória buscando investigar quais visões em Álgebra estão presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental, a partir dos Números e Operações. Para tanto consideramos preferencialmente os estudos de Lins e Gimenez (1997) a respeito da Aritmética e da Álgebra, Lee (2001) sobre as visões da Álgebra, Spinillo (1994) sobre os conhecimentos anteriores, e Da Rocha Falcão (2003) a respeito do ensino da Álgebra nas primeiras séries. Como parte do projeto “O que se entende por álgebra?”, do Grupo de Pesquisa Educação Algébrica, da PUC-SP, esta pesquisa, documental e com enfoque qualitativo, foi desenvolvida segundo os critérios da análise de conteúdo.

O ensino da Álgebra comumente conhecida como um amontoado de símbolos tem sofrido um abandono e vem perdendo espaço no Ensino Básico. Esse contexto demanda estudos sobre visões, dimensões e concepções deste campo da Matemática, pois posições pouco ancoradas podem gerar maiores lacunas no ensino-aprendizagem dos alunos em qualquer nível.

Para buscarmos as visões de Álgebra no documento, inicialmente recorremos ao estudo de Lins e Gimenez sobre a educação Aritmética e educação algébrica. Tais autores entendem que a Álgebra e Aritmética devem caminhar juntas, uma implicada na outra, comportando um *sentido numérico* na

Aritmética e na Álgebra, propiciando fundamentalmente a confecção de *crenças-afirmação* e *justificações*, ambos construídos em ambientes significativos para os alunos. Esses estudos, associados às considerações de Spinillo e outros sobre conhecimentos anteriores dos alunos, foram fundamentais para a análise dos Números e Operações presentes nos primeiro e segundo ciclos. As visões de Álgebra para o ensino nas séries iniciais, apresentadas por Lee, associadas ao estudo de Lins e Gimenez e Da Rocha Falcão e outros, compuseram o aporte teórico para a análise do terceiro e quarto ciclos, como também para conduzir a análise global dos PCN.

Por sua vez, a revisão bibliográfica foi fundamental, pois forneceu um panorama das concepções de Álgebra em livros didáticos, no discurso, na prática de professores e em questões do ENEM. Todos os estudos estão interessados em investigar as concepções da Álgebra, e de alguma forma, os estudos se vinculam aos PCN.

O referencial teórico possibilitou presumir que não há entre as visões, concepções e abordagens apresentadas sequer uma que indique ser suficiente para a introdução da Álgebra no Ensino Fundamental. Isso nos sugere que conhecer as diferentes possibilidades de despertar o interesse pela Álgebra passa por conhecer um leque de atividades algébricas que tenha como objetivo oferecer oportunidades de produzir nas atividades, significados dentro e sobre as atividades algébricas; além disso, propiciar reflexões e pensamentos algébricos.

O objeto de estudo desta pesquisa é um documento. Para analisá-lo, encontramos no estudo de Bardin (1977) sobre o método análise de conteúdo, o aporte necessário para desenvolver nossa análise. A análise de conteúdo compõe um leque de apetrechos adaptáveis à análise de um documento, como a técnica da enunciação, unidades de contexto e de registro e categorização. A técnica utilizada parte do princípio de que o documento foi elaborado em um processo, como é o caso dos PCN. A unidade de contexto compõe o ambiente escolhido (Bloco de Conteúdos, Objetivos, Conceitos e Procedimentos e Orientações Didáticas) em que se situa a unidade de registro (o tema Números e Operações) no documento, em que procedemos à categorização a priori (seleção das mensagens sobre os Números e Operações) e a posteriori (análises sobre as visões e dimensões).

Os PCN de Matemática, como um documento de âmbito nacional, suscitou muitas discussões e reflexões, dentre as quais podemos citar, a forma como foi constituído em âmbito nacional. O documento é dividido em dois volumes. O primeiro, de 1997, contém indicações sobre os primeiro e segundo ciclos. Já no segundo, de 1998, estão o terceiro e quarto ciclos. A seleção do conteúdo sobre Números e Operações, foi realizada nos quatro ciclos, a partir dos Objetivos, Conteúdos, Conceitos e Procedimentos. Esta fase da pesquisa foi considerada como categorização à priori.

A análise realizada a respeito das visões sobre a Álgebra, a partir da categorização à priori, como também consideramos o Bloco de Conteúdos, e as Orientações Didáticas presentes nos PCN de Matemática, nós definimos como categorização a posteriori. A análise que produzimos a respeito dos PCN de Matemática, foi realizada considerando a técnica da enunciação e também a análise temática. Segundo os estudos de Bardin (1977) a análise de enunciação é complementar a análise temática.

Os estudos sobre os números e operações dos PCN contemplam a Aritmética e a Álgebra. Nesse sentido, as nossas análises contemplam esses dois campos da Matemática.

Os PCN trazem em suas recomendações sobre os Números e Operações a necessidade de considerar os conhecimentos anteriores dos alunos, pois dessa forma a aprendizagem será significativa. Esta indicação é muito importante constar em um documento nacional, pois estudos de Lins e Gimenez (1997), Spinillo (1994), Da Rocha Falcão (2003), e outros, comprovam que os alunos constroem seus conhecimentos quando estão envolvidos no processo da aprendizagem, pois mobilizam e envolvem seus conhecimentos anteriores. No entanto, não fica claro nas recomendações sobre os Números e Operações presentes nos Conteúdos e nas Orientações Didáticas, quais aspectos a respeito do saber envolvido devem ser considerados e abordados para que, de fato, o conhecimento anterior seja um elemento no processo ensino e aprendizagem que contribui para a aprendizagem do aluno.

A metodologia indicada nos PCN geralmente é a resolução de situações-problema[26], que partem do contexto diário e histórico. Tal abordagem é muito importante, pois nela está implícito o envolvimento do aluno na aprendizagem, a partir de seus conhecimentos. Além disso, ela também parte do princípio de que o aluno envolvido na resolução de problema pode diversificar as formas de representações para chegar a uma solução. Além disso, apresentar aos alunos a Matemática a partir do contexto histórico, contribui para que ele perceba que o conhecimento matemático é um processo construído ao longo da história da humanidade.

No entanto, a resolução de problemas é apenas uma forma possível de construção de conhecimentos e envolvimento dos alunos. Assim, como indica Pietropaolo (1999), há outras possibilidades como a modelagem, a etnomatemática que poderiam ser exploradas como possibilidades em sala de aula. Apesar de os PCN indicarem a situação-problema, esse meio não é muito utilizado em livros didáticos como constatou Cruz (2005).

Quanto à relação entre a Aritmética e a Álgebra, os PCN deixam transparecer que esses dois campos podem ser vivenciados conjuntamente no ensino e na aprendizagem da Matemática, pois indicam que os conteúdos que dizem respeito à Aritmética podem ser apresentados aos alunos de forma que possibilitem a ligação com uma “pré-álgebra”. No entanto, a nossa leitura dos Objetivos, Conceitos e Procedimentos presentes nos quatro ciclos (Capítulo III) nos fez inferir que essas áreas estão dispostas separadamente, apesar de em alguns momentos perceber-se a preocupação de haver a interligação entre elas.

Além disso, temos que ressaltar que a divisão em ciclos pode parecer, num primeiro momento para o professor, que os conteúdos podem ser apresentados em partes em sala de aula.

---

[26] É interessante que observe os Apêndice A e C, pois traz uma síntese dos pareceres a respeito dos PCN de matemática e contribuem para ter uma visão sobre as discussões do tema, no período em que foi editado o documento.

Os estudos dos Números e Operações presentes na Aritmética evidenciaram que os PCN têm como objetivo possibilitar aos alunos o reconhecimento dos números, naturais, inteiros e racionais, e a produção de significados das operações. As indicações dos Conceitos e Procedimentos como também as Orientações Didáticas apontam para este objetivo.

No entanto, o estudo sobre o *sentido numérico* que Lins e Gimenez introduzem abarca maiores possibilidades de despertar no aluno habilidades que serão necessárias para lidar com atividades algébricas, pois objetivo principal não é apenas apreender técnicas de cálculo, mas oferecer oportunidades aos alunos de ampliarem a capacidade de refletir sobre o que há de genérico nas situações envolvidas e sobre as operações envolvidas.

Os estudos dos Números e Operações que dizem respeito à Álgebra mostraram que há no documento a preocupação de evidenciar que da mesma forma como os conteúdos da Aritmética podem resolver problemas matemáticos e situações da vida real, a Álgebra pode resolver problemas que não são possíveis com a Aritmética.

Esse enfoque dado pelos PCN indica que a Álgebra pode ser vista como uma ferramenta para resolver problemas, e o próprio documento enfatiza que o estudo da Álgebra possibilita [...] “a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas”. (BRASIL, 1998, p. 115).

Por outro lado, quando a Álgebra é vista como uma ferramenta que envolve letras simbólicas, tal possibilidade não é considerada uma boa introdução para a Álgebra nos primeiros anos escolares, conforme aponta o estudo de Lee (2001).

Uma possibilidade de Álgebra como ferramenta, como um processo, conforme indica Lee, é o trabalho desenvolvido por Da Rocha Falcão (2003) em atividades possíveis e comprovadamente executáveis em sala de aula desde o início do ensino fundamental.

Os PCN indicam diferentes interpretações sobre a Álgebra, afirmando que o desenvolvimento de um pensamento algébrico, pelo aluno, está condicionado ao envolvimento em atividades que inter-relacionem as suas diferentes interpretações. No entanto, o documento constata que comumente isso não acontece em sala de aula, e aponta em suas Orientações Didáticas a dimensão de Aritmética generalizada e Funcional, como possibilidade de os alunos construírem noções algébricas. Nesse caso a preocupação maior é que o aluno compreenda as diferentes interpretações das letras, privilegiando a Aritmética generalizada em seus exemplos.

Nessa perspectiva, as indicações dos PCN sobre o ensino da Álgebra se aproximam da visão de Aritmética generalizada indicada por Lee, pois há no documento a preocupação em apresentar as propriedades e significados das operações, como também fornecer aos alunos, tabelas e gráficos que possibilitem observações de regularidades estabelecendo relações.

Concordamos que a educação algébrica considera as propriedades existentes na Aritmética. No entanto, entendemos que apresentar a Aritmética, para depois apresentar a Álgebra, como sugere o documento ao não sinalizar no primeiro e segundo ciclos os objetivos e conteúdos que serão "ampliados" objetivando no futuro a educação algébrica, fica a impressão que ao ensino da Álgebra é necessário antes aprender Aritmética.

Entendemos que a apropriação de conhecimentos novos (algébricos ou não) está intimamente associada aos conhecimentos anteriores (aritméticos ou não) vivenciados antes de iniciar as experiências escolares, e dessa forma o ensino da Álgebra como área da Matemática, faz parte do acúmulo de conhecimentos adquiridos no ensino da Aritmética.

Não estamos enfatizando a Aritmética generalizada ou outra visão de Álgebra, e sim, concordando com Lins e Gimenez (1997, p. 159) quando indicam "que devemos buscar é a coexistência da Educação Algébrica com a Educação Aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra". E na medida em que o ensino possibilitar espaços e meios nos quais seja possível integrar o que já se sabe ao que é novo, a aprendizagem tornar-se-á significativa.

Concordamos com Lins e Gimenez, e Da Rocha Falcão quando salientam que é necessário oferecer várias possibilidades de ensino da Álgebra. Proceder a uma leitura dessas possibilidades, traz elementos que favorecem cada vez mais aproximar o aluno da construção de significados matemáticos, permitem que ele construa pensamentos algébricos.

Por outro lado, condicionar os alunos a atividades algébricas com a finalidade de se produzir pensamento algébrico, indica a Álgebra como uma atividade. No entanto, Lee adverte que essa visão envolve manipulação de aspectos simbólicos, portanto, lidar na educação básica com equações não é uma introdução promissora ao ensino da Álgebra. O mais viável seria trabalhar com representações simbólicas, como blocos chamados x ao invés de letra x. Além disso, seria viável também trabalhar valores na forma de caixas de fósforos, palitos de sorvete e etc.

No entanto, é importante que ao trabalhar com essas representações se possibilitem de fato momentos em que o aluno perceba o que está acontecendo na atividade e o conhecimento que ele está produzindo. Nesse sentido, o estudo de Spinillo comprovou que mesmo quando as crianças conhecem operações com os simbolismos convencionais não conseguem lidar ou associar essas operações em situações-problema de adição e subtração de blocos.

Soma-se a isso o fato de que trabalhar com material concreto na Aritmética partindo de referentes, quantidades fisicamente manipuláveis tem se mostrado, conforme estudo de Spinillo e Magina (2004) é salutar à aprendizagem no ensino da matemática inicial, pois parte do princípio de que as crianças estão envolvidas em reflexões sobre suas ações físicas e mentais, assim vão descobrindo propriedades próprias da situação.

Entendemos que se a atividade algébrica envolver material concreto como indicam Spinillo e Magina, pode ser uma boa forma de apresentar a Álgebra aos alunos como uma atividade. Tal situação também pode ser um *núcleo*, como indicam Lins e Gimenez (1997), ao introduzir a Aritmética e a Álgebra uma implicada na outra.

A nossa análise das visões sobre Álgebra, presentes nos PCN indicam que o documento é mais um elemento, que traduz os diversos dissensos existentes no Ensino Básico sobre a Álgebra.

A busca das visões sobre Álgebra mostrou que as orientações dos PCN são muito importantes, mas ter orientações não é suficiente: é importante que se acompanhem indicações e exemplos sobre possibilidades de se concretizarem essas orientações. Também é importante oferecer uma reflexão maior sobre os temas que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática ou, às vezes, explicitar o significado que é dado a tal termo, como é feito em relação a conceitos e procedimentos pode ser muito importante para o professor entender o contexto em que está inserida tal terminologia.

Quanto aos exemplos citados sobre Álgebra no documento, esclarecemos que foram fornecidos dentro do contexto das Orientações Didáticas, no entanto, entendemos, como Pietropaolo (1999), que poderiam ser diversificados e serem fornecidos outros com o enfoque que os PCN consideram ser necessários para os alunos compreenderem melhor a Álgebra, ou seja, situações-problema que envolvessem as diversas dimensões explicitadas.

Além dos exemplos, poderiam ser oferecidas indicações de leitura. Os PCN como documento de referência nacional e fonte de orientações para livros didáticos, professores, discussões pedagógicas e outros, que oferece recomendações sobre o ensino e aprendizagem da matemática, poderia também oferecer indicações de leitura que atendessem às suas indicações e que ampliassem as suas Orientações Didáticas, (Apêndice A, C) visto que o documento não comporta o atendimento de todas as suas necessidades de oferecer elementos para que se concretizem suas recomendações.

Acreditamos que um número maior de exemplos e algumas indicações de leitura iriam aumentar as possibilidades para professores e outros interessados que procuram transformar suas aulas mais participativas e significativas, como também usufruir o documento como instrumento para orientar suas ações didáticas e pedagógicas.

Os nossos estudos mostram que os PCN, apesar de algumas limitações apresentadas, são referenciais para professores, livros didático, questões do ENEM, vestibulares, e outros, pois trazem orientações que contribuem nas discussões didático pedagógicas, confecções de atividades, pesquisas, etc., e fornecem subsídios que ampliam as perspectivas do ensino e aprendizagem da Matemática.

As concepções, dimensões, visões sobre a Álgebra abarcam inúmeras pesquisas (Quadro 2) que focalizam o ensino e a aprendizagem, como outras citadas em nosso Referencial Teórico. Podemos inferir dois aspectos: - em todas discussões não existem consensos sobre qual possibilidade centrar o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental, fato constatado por Lee (2001) e Miguel, Fiorentini e Miorim (1992); e – o enfoque adotado ou uma ênfase inadequada no ensino sobre a Álgebra podem gerar lacunas na aprendizagem dos alunos como salientam Maranhão, Machado e Coelho (2004).

Os nossos estudos evidenciam que as visões sobre a Álgebra presentes nos PCN, conforme a nossa leitura das visões apresentadas por Lee (2001) são a de Álgebra como generalização da aritmética, ferramenta e atividade. E segundo Lins e Gimenez (1997) a concepção da Álgebra nos PCN é letrista facilitadora.

Acreditamos que os PCN são de fato um documento fundamental que contribui com suas diversas indicações para a produção do ensino e da aprendizagem da Matemática e dos campos que a rodeiam. Para ampliar a abrangência desse documento é necessário que se ampliem os espaços de reflexão sobre as recomendações existentes no documento, corpo docente, educadores e instituições afins.

Além disso, é importante que se desenvolvam discussões e produzam “relatórios” sobre os PCN entre professores, direção, comunidade, grupos de pesquisa em Educação Matemática, e outros, pois acreditamos que qualquer mudança na Educação, como também no ensino da Álgebra só se efetivará se de fato houver um processo de discussão entre todos os envolvidos.

Esperamos que nosso estudo, sobre as visões de Álgebra nos PCN contribuam para fomentar discussões sobre qual a álgebra estamos ensinando a nossos alunos, pois constatamos que no documento há lacunas quanto a este ensino que precisam ser estudadas, pesquisadas, analisadas e socializadas, principalmente a relação existente entre Álgebra e Aritmética.

Em nossa pesquisa analisamos os Números e Operações, dos PCN objetivando verificar quais visões da Álgebra estão presentes no documento. No entanto, para ter um panorama global sobre quais visões apresentam o documento, como um todo, é necessário investigar outros temas existentes nele.

Nosso estudo apresentou concepções de Álgebra presentes em diversos segmentos do ensino (livros didáticos, e outros), como também entre professores. Esse fato nos indica a necessidade de produzir estudos que agrupem diversos pontos de vista sobre a Álgebra e o seu ensino.

Nosso intuito é que este trabalho contribua para discussões e reflexões sobre os PCN como também sobre o ensino da Aritmética e da Álgebra nos primeiros anos escolares.

Referências

ALVES, Francisca Terezinha Oliveira. **Dito, o escrito e o refletido: a reelaboração dos saberes docentes em matemática**. 2004. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RS.

ANPEd - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Parecer da ANPEd sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais. **Revista Brasileira de Educação**. São Paulo, 1996, n. 2. p. 85-92.

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Ed. Edições 70, 1977. 225 p. Título original: **L'Analyse de Contenu.**

BEDNARDZ, Nadine. KIERAN, Carolyn, LEE, Lesley**. Approaches do Algebra: Perspectives for Research and Teaching.** Ed. Klumer Academic: Dordrecht, Holanda 1996. Cap. 1, p. 3-12.

BLUMENTHAL, Gladis. **Os PCN's e o Ensino Fundamental em Matemática: um avanço ou um retrocesso?** São Paulo, nov. 2000. Disponível em <http:www.somatematica.com.br/artigos2.php> Acesso em 03 dez. 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Primeiro e segundo ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Terceiro e quarto ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRIGHENTI, Maria José Lourenção; MARENI, Camila Cássia de. Investigação sobre ações metodológicas realizadas segundo as metas dos PCNs de Matemática. **ZETETIKÉ**. Campinas, v. 11, n. 20, jul/dez. p. 111-129, 2003.

BUENO, Francisco da Silveira. **Dicionário escolar da língua portuguesa**. 11. ed. Rio de Janeiro; FAE, 1991 1263 p.

CHIZZOTTI, Antonio, **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. São Paulo: Cortez, 2001.

COSTA, Lair de Queiroz. **Um jogo em grupos co-operativos. Alternativa para a construção do conceito de Números Inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas**. Campinas, 2003. 179 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 2003.

CURY, Carlos Roberto Jamil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino fundamental. **Revista Brasileira de Educação**. São Paulo, n. 2, p. 4-17, 1996.

CRUZ, Eliana Silva da. **A noção de variável em livros didáticos de ensino fundamental: um estudo sob a ótica da organização praxeológica**. São Paulo, 2005. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

DA ROCHA FALCÃO, Jorge Tarcísio. Alfabetização algébrica nas séries iniciais. Como começar? **Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática**, Rio de Janeiro, n. 42, p. 27-36, fev./jul. 2003.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. **Análise de Conteúdo**. Brasília: Plano Editora. 2003, 72 p.

GREGOLIN, Vanderlei Rodrigues. **O Conhecimento matemático escolar: operações com números naturais (e adjacências) no ensino fundamental**. São Carlos, 2002. 168 f., 2002. Tese (Doutorado em Educação). UFSCar, 2002.

JAMAL, Roberto Miguel El. **Álgebra na educação básica: As múltiplas sinalizações do que se espera que devem saber os alunos**. São Paulo, 2004.128f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

LEE, Lesley. **Early Algebra – but Which Algebra?.** Proceedings of the 12 th ICMI Study Conference: The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Editado por Helen Chick, Kaye Stacey, Jill Vincent & John Vincent. Vol. 2, p. 392-399, dez. 2001.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997. – Coleção Perspectiva em Educação Matemática.

LOPES, Antonio José. **“Do currículo que queremos ao currículo que podemos” ou “Do currículo que podemos ao currículo que queremos”.** São Paulo, 2004. Disponível em <http://www.matematicahoje.com.br> Acesso em 03 dez. 2004.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, Sérgio Vasconcelos de. **Planejamento de pesquisa: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2000.

MARANHÃO. Maria Cristina S. A., MACHADO, Sílvia D. A., COELHO, Sônia P. **Projeto: o que se entende por álgebra?** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, jul. 2004. Disponível em CD-ROM.

MIGUEL, Antonio, FIORENTINI, Dario, MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições**, Campinas, v. 3, n. 1[7], 39-53, mar. 1992.

NUNES, Terezinha et al. **Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: Proem Editora Ltda, 2002.

PASSONI, João Carlos, **(Pré) álgebra: introduzindo os números inteiros negativos**. São Paulo, 2002. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

PIETROPAOLO, Ruy César**. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática: Um estudo dos pareceres**. São Paulo, 1999. 265 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Supervisão e Currículo) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1999.

PINTO, Antonio Henrique. **As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática**. Vitória, 1999. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, 1999.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Educação matemática na educação básica: uma análise das experiências brasileiras**. V CIBEM. Portugal, mês. 2005. CD-ROM.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino da álgebra**. São Paulo, 2005.111f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SPINILLO, Alina Galvão. O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.** 1994, ano 2, n. 3. p. 41-50.

SPINILLO, Alina Galvão; MAGINA, Sandra. **Alguns 'mitos' sobre a Educação Matemática e suas conseqüências para o Ensino Fundamental**. In: PAVANELLO, Regina Maria. Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula. São Paulo: SBEM, 2004. p. 7-35.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. A aritmética e a álgebra na matemática escolar. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação,** São Paulo, n. 16, p. 8-15, maio. 2004.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis. In COXFORD, Arthur F., SHULTE, Albert P. (Org.). **As idéias da Álgebra.** Ed. Atual: São Paulo, 1995. p. 9-22.

Apêndice

APÊNDICE A - Síntese de pareceres

A síntese dos pareceres sobre a relevância, necessidade, e as concepções teóricas, que dizem respeito aos PCN de Matemática foi produzida por nós, e realizada a partir do resumo organizado por Pietropaolo (1999, p. 90-148). Tomamos o cuidado de alterar o texto o menos possível, pois queremos fornecer um cenário mais próximo possível das indagações sobre a composição dos PCN. Ainda salientamos que as frases que estão entre aspas são segundo Pietropaolo, autoria dos pareceristas.

Sobre o 1º e 2º ciclos

- Parecer 6 – “adverte que o documento se destina mais a orientadores, supervisores, assessores e necessita ser traduzido, exemplificado” (p. 94-95).
- Parecer 7 – considera o documento suficiente para a orientação de equipes técnicas, mas “na forma que se apresenta e no momento atual da educação brasileira seria ingênuo partir da premissa de que este documento possa ser utilizado como referencial para orientação do professor no planejamento e revisão de sua prática”. Sugere detalhar as fases de implementação dos PCN. (p. 95).
- Parecer 11 – Considera o documento excelente. No entanto, argumenta que ele não poderá constituir-se em um referencial para os professores reverem sua prática, pela falta de infra-estrutura nas escolas e da inadequada formação inicial. (p. 98).

- Parecer 13 – As informações são suficientes para a elaboração de propostas curriculares, mas insuficientes para orientar a prática do professor em sala de aula. No entanto, considera que a maioria dos professores (falo do meu estado... e minha amostragem não é pequena) nunca leu ou quando leu não seguiu as Propostas Curriculares Oficiais: seu guia é o livro didático". [...] "o ponto nevrálgico para a implementação dos PCNs consiste na definição de políticas para tanto". Os PCN não deram importância ao conteúdo prova - fundamentação – argumentação - generalização. (p. 100).
- Parecer 15 – Quanto às orientações didáticas o documento afirma que "a resolução de problemas é assumida como uma metodologia de ensino, pois através dela os alunos aprendem Matemática resolvendo problemas. Entretanto, não há clareza quanto à sua operacionalização dentro da sala de aula. As contribuições feitas parecem contribuir mais para uma proposta de ensino de resolução de problemas do que ensino de Matemática via resolução de problemas".
- Parecer 17 – a abordagem teórico metodológica assumida nos PCN de Matemática é atualizada e inovadora. A utilização efetiva dos PCN vai depender de uma formação consistente dos professores.
- Parecer 19 – Estranha a ênfase nas frações, quando tudo indica que em alguns anos isso estará fora dos sistemas escolares, e a pouquíssima ênfase em razões. A ênfase na resolução de problemas é ineficaz, pois ela não é oposta à ênfase dada aos exercícios, porque todo problema é artificial por mais bem formulado que seja.
- Parecer 26 – Considera que a resolução de problemas e a contextualização têm sido mal compreendidas pelos professores. "Entendemos que as informações contidas nos PCN vão contribuir bastante para que as equipes técnicas dos Estados e Municípios elaborem os currículos de suas escolas". (p. 108)
- Parecer 27 – Outro ponto questionado, entre muitos outros, é que os PCN poderiam mudar sua estratégia "de listar um conjunto de conteúdos acompanhado de um conjunto de recomendações pedagógicas relacionadas com o modo de trabalhá-los. Em vez dessa listagem, talvez fosse mais inovador eficaz e estimulante que, numa segunda parte, o documento procurasse fazer uma reflexão a respeito do tipo de atividades que poderiam se desenvolvidas com o propósito de se tentar operacionalizar cada um dos objetivos [...]".

- Parecer 29 – Ressalta que são necessárias uma formação bastante ampla e leituras de apoio, para a “transformação desse documento em propostas curriculares reais” (faz indicações) a linguagem utilizada é acadêmica. Condena o uso de novos “rótulos curriculares” no documento, sugerindo ser cópia de reformas de outros países, com realidades diferentes. (p. 111).
- Parecer 31 – Considera exagerado o enfoque dado à resolução de problemas como possibilidade de construir matemática em sala de aula e que seria aconselhável suprir professores com informações sobre o ensino centrado na resolução de problemas e com situações-exemplo, esclarecendo o papel do professor neste ambiente. Considera que os PCN podem ter um efeito inócuo se sua implementação não estiver atrelada a uma política de formação de professores. (p. 112).
- Parecer 36 – Considera a introdução do PCN de matemática justificada, mas parcial, ressaltando que a escolha da resolução de problemas como eixo metodológico desconsidera outras possibilidades como a modelagem e etnomatemática.(115)
- Parecer 44 – Ressalta ser fundamental a referência aos autores utilizados no corpo do texto. (p. 119).
- Parecer 49 – Incluir informações sobre pesquisas que vem sendo realizadas na área da Educação Matemática. (p. 122).

Sobre 3º e 4º ciclos

- Parecer 70 – “De maneira geral gostei muito desses PCN, minhas maiores preocupações são quanto à linguagem, se acessível aos professores [...]”. (p. 134).
- Parecer 71 – sugere que a SEF recomende os documentos nos currículos de licenciatura de Matemática.
- Parecer 73 – Considera que todas as observações feitas no documento, ora privilegiam uma posição empirista, ora inatista, e assinala as situações em que ocorrem. Coloca uma questão epistemológica que parece não ter sido respondida claramente. “o que é o conhecimento e como ele é construído?”
- Parecer 75 – Concorda com a proposta de que o ensino deve ser centrado na construção de significados. Salienta que o documento apresenta falhas quanto ao manuseio e indicam que escolas e professores precisarão de infra-estrutura e material de apoio suficiente e condizente. (p. 137).

- Parecer 83 – Um número maior de exemplos facilitará a compreensão do texto como um todo. A riqueza do documento se perde muitas vezes na sua organização e na repetição. A capacitação dos professores é fundamental. Já é "possível observar os PCN do 1º e 2º ciclos chegando às escolas sem orientação de estudo à direção e aos professores". (p. 141-142)
- Parecer 85 – Ressalta que as pesquisas na área indicam que o cotidiano das escolas está muito distante dos ideais do documento. O sucesso depende, portanto, de investimentos na valorização do magistério, na formação inicial e continuada, materiais didáticos de boa qualidade. (p. 143).
- Parecer 87 – "A proposta apresenta objetivos avançados para o ensino nos ciclos fundamentais, destacando situações-problema como guia de atividades da área". Falta conceituar o que é situação problema. "No nosso entendimento, uma situação-problema é um problema que leve os alunos a refletirem sobre os diversos conteúdos a serem internalizados no decorrer de um tempo bem definido". (p. 144).
- Parecer 93 – Substituir a expressão construir por construir/apropriar-se para ficar coerente com os pressupostos do documento. (p. 146).

APÊNDICE B - Operações com Números Naturais no Primeiro e Segundo Ciclos (BRASIL, 1997, p. 69-73).

Situações trabalhadas que envolvem adição e subtração e estão classificadas nos seguintes grupos:

Primeiro grupo: a idéia de combinar que está associada à ação de juntar;

Exemplo: Em uma classe há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há nessa classe?

A partir dessa situação é possível formular outras duas, mudando-se a pergunta.

Exemplos: 1) Em uma classe há alguns meninos e 13 meninas, no total são 28 alunos. Quantos meninos há nessa classe? 2) Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?

Segundo grupo: a idéia de transformação que está ligada à mudança de uma situação inicial de perda e ganho; positiva ou negativa.

Exemplos: 1) Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação positiva).

2)Pedro tinha 37 figurinhas. Ele perdeu 12 num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação negativa).

Terceiro grupo: a idéia de comparação que está associada à checagem; e

Exemplo: No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais que Paulo. Quantas eram as figurinhas de Carlos?

Quarto grupo: a idéia de comparação associada a transformações simultâneas, ou seja, transformações que se sucedem.

Exemplo: No início de uma partida, Ricardo tinha um certo número de pontos. No decorrer do jogo ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

Em todas as situações apontadas há exemplos de variações possíveis como as que estão assinaladas no primeiro grupo. As situações trabalhadas que envolvem multiplicação e divisão e estão classificadas nos seguintes grupos:

Primeiro grupo à multiplicação comparativa;

Exemplos: Pedro tem R$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

– Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?

A partir dessas situações de multiplicação comparativa é possível formular situações que envolvem a divisão.

Exemplo: Lia tem R$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

Segundo grupo: uma associada à idéia de proporcionalidade que está ligada à comparação entre razões;

Exemplo: Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (A idéia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3, está para 24).

A partir dessas situações de proporcionalidade, é possível formular outras que vão conferir significados à divisão, associadas às ações “repartir (igualmente)” e “determinar quanto cabe”.

Exemplo: Marta pagou R$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote? (A quantia em dinheiro será repartida igualmente em 3 partes e o que se procura é o valor de uma parte).

Terceiro grupo: outra associada à configuração retangular que esta associada à área, fileiras e colunas;

Exemplos: Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

Nesse caso, a associação entre a multiplicação e a divisão é estabelecida por meio de situações tais como:

– As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se forem 7 as fileiras, quantas são as colunas?

Quarto grupo: e a quarta que está associada à idéia de combinatória.

Exemplo: Tendo duas saias, uma preta (P) e uma branca (B) e três blusas, uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C), de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

APÊNDICE C - Síntese de pareceres quanto aos objetivos, conteúdos, orientações didáticas

Síntese dos pareceres sobre objetivos, conteúdos, orientações didáticas e avaliação, realizada a partir da análise de Pietropaolo (1999, p. 215-265). Não faremos uma síntese do item Avaliação por não ser objeto de discussão em nosso trabalho. A seleção foi baseada nos significados amplos dos itens, ou focalizado nos números operações, aritmética e álgebra. Para facilitar a leitura, relacionamos os itens em aspectos positivos e indicativos.

Sobre o 1º e 2º ciclos

Pareceres sobre os objetivos

- Parecer 2 – Sugere a redução dos objetivos.
- Pareceres 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 43, 44, 45, 46, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61 – Os objetivos são relevantes, coerentes, e socialmente significativos e trazem posições atualizadas. Avançados e livres de preconceitos. Bem formulados, definidos e abrangentes. Indicam as capacidades básicas a serem desenvolvidas nos ciclos iniciais.
- Parecer 42 – Considera a formulação dos objetivos clara, mas que não caracteriza o objeto do conhecimento. É necessário definir primeiro o objeto e sua forma de apropriação, como prática do cotidiano e como base para acesso ao conhecimento científico, para então traçar os objetivos.

Pareceres sobre as orientações didáticas

- Parecer 4 – Apesar de concordar com as orientações didáticas, pois são claras e concentram na resolução de problemas, salienta que professores não têm conhecimento dessa metodologia ou não sabem como trabalhar adequadamente com ela.
- Pareceres 6, 9, 11, 26, 32, 35, 36, 42, 52, 54, 56 – Em relação às orientações didáticas: deveriam ser mais concretas, claras e precisas. Podem ser insuficientes e sugerem outra redação. Poderiam ser mais detalhadas quanto aos problemas. É necessário aprofundar e

exemplificar assuntos como resolução de problemas e esta opção é parcial e complicada do ponto de vista de execução. Alguns aspectos são contraditórios em relação aos argumentos apresentados. As orientações didáticas nos blocos são insuficientes assim como no texto sobre resolução de problemas. Sugere mudanças na formulação de problemas.

- Pareceres 24, 25, 35, 47, 49, 51 – As orientações didáticas são claras, precisas, coerentes e merecem elogios pela clareza e eficiência. Tem bom detalhamento no tratamento das operações. Os critérios adotados são coerentes com os objetivos.

Pareceres sobre os conteúdos

- Pareceres 2, 3, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 37, 40, 41, 44, 48, 49, 51, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61 – Quanto aos conteúdos, considera os blocos e a distribuição entre os ciclos bem elaborados. São relevantes e atualizados. O documento reduz acertadamente os conteúdos previstos para o 1º ciclo. São coerentes e adequados, respondendo aos objetivos. Levam em conta pesquisas atuais em Educação Matemática. Alerta que aos professores que os conteúdos podem sofrer alterações em função das diferentes realidades.
- Parecer 13 – Os PCN não deram importância ao conteúdo prova - fundamentação – argumentação – generalização. Além disso, também ignoram medida, pensamento funcional e conceito de função precisam ser tematizados.
- Parecer 19 – Não é relevante o tratamento dado às frações. Há pouca ênfase ao trabalho com razão. O tratamento adequado ao uso das situações reais é a modelagem, proposta que não está presente no documento.
- Parecer 20, – Apesar de os documento ressaltar que os conteúdos não sejam blocos isolados, a divisão em blocos dá a idéia de fragmentação, pois não transparece a integração entre eles.
- Parecer 25 – Contesta a organização dos fatos fundamentais da adição e subtração.
- Parecer 26 – Estranha o não aparecimento de frações no 1º ciclo.
- Parecer 27 – Faz restrições à resolução de problemas, pois parece que reduz a atividade matemática a uma mera atividade de resolução de problemas. Sugere a inclusão de uma pré-álgebra nas séries iniciais, no desenrolar do trabalho aritmético.

- Parecer 29, – Considera que a linguagem utilizada nos conteúdos supõe um profissional bem informado sobre a pesquisa em Educação Matemática.
- Parecer 34 – Não está explicitado o aspecto social do número.
- Parecer 38 – Faltam exemplos para que o professor entenda melhor como trabalhar os conteúdos, mostrando relação com outros conteúdos matemáticos e de outras áreas.
- Parecer 39 – Há uma omissão, bastante inadequada, sobre a multiplicação e divisão de frações e decimais.
- Parecer 42 – Considera o quadro síntese inócuo, sugere eliminá-lo. Sugere a inclusão do estudo de processos algorítmicos e alerta que o termo algoritmo não deve ser tomado como sinônimo de técnica operatória.
- Parecer 45 – Considera o tratamento em bloco um artifício didático que reforça o tratamento estanque dado à Matemática que não se explica histórica nem didaticamente. Sugere mais exemplos concretos sobre aspectos inovadores da proposta. Considera alguns procedimentos propostos incompletos e superficiais.
- Parecer 50 – Sugere a inclusão do bloco sobre a álgebra.
- Parecer 53 – Não concorda com a divisão dos conteúdos em conceitos e procedimentos, e não considera atitudes como conteúdo, sugere que esteja incluída nos objetivos.

Sobre 3º e 4º ciclos

Pareceres sobre os objetivos

- Pareceres 62, 67, 70, 72, 87, – Devem aperfeiçoar os objetivos e não dar tanto destaque ao cálculo algébrico no 3º ciclo. Sugerem para o desenvolvimento do pensamento algébrico á ampliação dos esquemas relativos a igualdade enquanto identidade e enquanto enunciação de resultado. São adequados, mas são técnicos e teóricos devido aos recursos humanos disponíveis no Ensino Fundamental. Sugere um elo entre os objetivos gerais do ensino fundamental e o ensino do 3º e 4º ciclos. Os objetivos fundamentais em nenhum momento levam o aluno à abstração.
- Pareceres 63, 65, 66, 68, 69, 74, 76, 77, 83, 84, 85, 86, 88, 91, 92 – Os objetivos são bastante adequados os gerais e os que dizem respeito ao pensamento algébrico e sentido numérico, além de ser uma boa

iniciativa dividir os objetivos em focos. Estão bem situados, com raras exceções. São compatíveis com nível de ensino e a sociedade em que vivemos. São claros e bem detalhados. Estão bem rígidos, atuais, corretos e adequados. Coerentes com o atual estágio da Educação Matemática.

Pareceres sobre as orientações didáticas

- Pareceres 62, 63, 66, 84, 87, 93, 96 – As orientações didáticas poderiam conter mais exemplos. Propõem uma reformulação completa. Apesar de consistente, precisa ser completada, pois não identificam claramente nenhuma situação-problema. São necessárias várias revisões. É praticamente inexistente o conteúdo números racionais sob a forma decimal e as orientações são genéricas. É pouco equilibrado o tratamento dos vários campos da matemática.
- Pareceres 67, 81, 85, 88 – As orientações didáticas são apropriadas, úteis e de grande valia, um bom referencial para o professor. Estão bem apresentados e possibilitarão êxito.
- Parecer 62 – Os conteúdos são pertinentes e adequados aos objetivos. Incorporam idéias discutidas em congressos de Educação Matemática.
- Parecer 64 – Sugere uma redação mais detalhada.

Pareceres sobre os conteúdos

- Parecer 62 – Sugere que o documento fundamente mais suas escolha dos tópicos.
- Pareceres 63, 65, 67, 74, 81, 85, 86, 90, 91, – Os conteúdos são pertinentes, adequados aos objetivos e bem distribuídos entre os ciclos.
- Parecer 64 – Na seleção de conteúdos ressalta a necessidade maior de exemplos.
- Parecer 68 – Em álgebra são apresentados apenas problemas geométricos, os exemplos deveriam envolver outros temas relacionados.
- Parecer 79 – Fornece sugestões de reformulação e faz algumas críticas em especial a álgebra como a abordagem do tema no documento é frágil, fragmentada.
- Parecer 89 – Os conteúdos são extensos e será difícil desenvolvê-los nos dois ciclos.
- Parecer 93 – É mais enfatizada a linguagem algébrica do que a álgebra.

Anexos

ANEXO A – Atividades indicadas para a abordagem dos Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal (BRASIL, 1997, p. 65-66).

- Elabora, junto com os alunos, um repertório de situações em que usam números;
- Pede aos alunos que recortem números em jornais e revistas e façam a leitura deles (do jeito que sabem);
- Elabora, com a classe, listas com números de linhas de ônibus da cidade, números de telefones úteis, números de placas de carros, e solicita a leitura deles;
- Orienta os alunos para que elaborem fichas onde cada um vai anotar os números referentes a si próprio, tais como: idade, data de nascimento, número do calçado, peso, altura, número de irmãos, número de amigos, etc.;
- Trabalha diariamente com o calendário para identificar o dia do mês e registrar a data;
- Solicita aos alunos que façam aparecer, no visor de uma calculadora, números escritos no quadro ou indicados oralmente;
- Pede aos alunos que observem a numeração da rua onde moram, onde começa e onde termina, e registrem o número de suas casas e de seus vizinhos;
- Verifica como os alunos fazem contagens e como fazem a leitura de números com dois ou mais dígitos e que hipóteses possuem acerca das escritas desses números.

ANEXO B – Obstáculos apontados pelos PCN em relação aos Números Racionais. (BRASIL, 1997, p. 67).

- Um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9 e 4/12 são diferentes representações de um mesmo número;
- Outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, 1/3 < 1/2;
- Se o “tamanho” da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8.345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
- Se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- Se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer são sempre possíveis encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0, 81, 0,815 ou 0,87.

ANEXO C– Exemplos de exercícios sobre Álgebra contidos nos PCN (BRASIL, 1998, 117-121).

Apresentamos os exemplos contidos nos PCN, como também as dimensões que consideramos estão contidas nas situações.

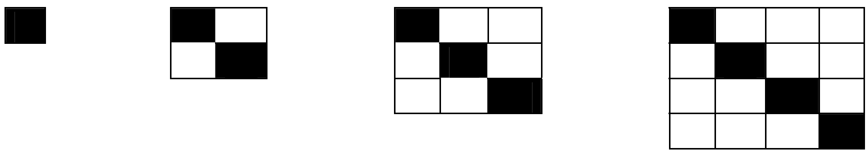
Exemplo 1

É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a idéia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades.
Exemplo:

Posição	1º	2º	3º	4º	5º	nº
Nº quadradinhos	1	2+1=3	3+2=4	4+3=7	5+4=9	n+n -1

Observação: Consideramos que está envolvida nesse exemplo a dimensão Aritmética generalizada

Exemplo 2



1 2 3 4

Nessa situação o professor pode encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão n^2 -n que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura (ao retirar-se n quadradinhos pretos do total n^2 de quadradinhos). Eles também verificam que os quadradinhos brancos, de cada figura, a partir da segunda, podem formar um retângulo de x(n-1) quadradinhos brancos. Assim os alunos podem constatar a equivalência entre as expressões: n^2-n e n. (n-1).

Observação: Consideramos que estão envolvidas nesse exemplo as dimensões Aritmética generalizada e Estrutural.

Exemplo 3

Outro exemplo interessante para que os alunos expressem e Generalizem relações entre números é solicitar que adivinhem a regra para transformar números, inventadas pelo professor, como: um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11 responde 24 etc. o jogo termina quando concluírem que o numero respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o numero respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado poderão também discutir as representações $y=2x+2$ ou $y=2(x+1)$ e a equivalência entre elas.

Observação: Consideramos que estão envolvidas nesse exemplo as dimensões Aritmética generalizada e Estrutural.

Exemplo 4

O dono de um grande estabelecimento concluiu que o preço de uma determinada linha de produtos deveria ser vendida a varejo com um valor majorado em 40% sobre o de custo para que a margem de lucro fosse significativa.
Após discussões os alunos anotariam os cálculos em uma tabela do tipo:

produto	P: preço de custo (R$)	V: preço de venda (R$)
I	2,8	2,80+2,80x0,4= 3,92
II	5	5,00+5,00x04=7,00
III	8,25	8,25+8,25x0,4=11,55
IV	9,45	9,45+9,45x0,4=13,23
V	10	2x7,00=14,00
	....	...
	P	P+Px0,4

O aluno poderá descrever oralmente os procedimentos e em seguida empregar a noão de variável para indicar genericamente o preço de venda (V) dos produtos em função do preço de custo (P): V=P+Px0,4 Para este exemplo, pode propor questões do tipo: " qual preço de uma mercadoria que tem o preço de venda R$ 11,20" É interessante solicitar aos alunos que façam inicialmente estimativas e depois procurem estabelecer procedimentos que possibilitem responder a situações como essa. Para isso, não é necessário que eles já conheçam as técnicas de resolução de equações do primeiro grau, ma que percebam o novo significado da letra P, agora uma incógnita: P+Px0,4=11,20.

A situação-problema citada poderá favorecer o desenvolvimento de um trabalho que visa à simplificação de expressões algébricas.

Observação: Consideramos que estão envolvidas nesse exemplo as dimensões Aritmética generalizada, Estrutural e Funcional.

Exemplo 5

O dono da loja decidiu dar um desconto de 10% sobre o preço a varejo para quem comprar suas mercadorias no atacado e elaborou uma tabela com preço de custo, o preço no varejo e o do seu atacado para cada um dos produtos.

Produto	P: preço de custo (R$)	V: preço de venda (R$)	A: preço no atacado (R$)
I	5,80		
II	7,10		
III	9,45		
IV	12,45		
V	10		

O professor pode solicitar aos alunos que façam a seqüência de operações para obter os preços no varejo e no atacado e depois determinem a expressão algébrica que permite calcular o preço no atacado em função do preço de custo.

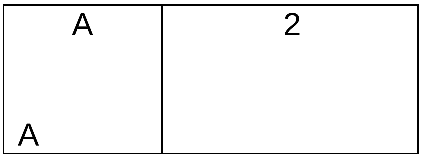
Preço de custo: P
Preço no varejo com 40 % de acréscimo sobre o preço de custo: V = 1,4 P
Desconto de 10 % sobre o preço no varejo: 0,1x 1,4P=(0,1x1,4)P=0,14P
Preço no atacado com o desconto: A= 1,4P-0,14P=(1,4-0,14) P=1,26P

Assim, é fácil perceber que é mais prático obter-se uma expressão algébrica simplificada para determinar o preço no atacado de cada produto, pois multiplicar o preço de custo pelo fator 1,26 é menos trabalhoso que fazer toda a seqüência de operações para cada valor da tabela. Verifica-se também que a taxa de lucro do preço no atacado em relação ao preço de custo é de 26%, e não 30%, como se poderia supor.
No exemplo discutido, pode-se explorar a noção de variável e de incógnita.

Observação: Consideramos que estão envolvidas nesse exemplo as dimensões Aritmética generalizada, Estrutural e Funcional.

Exemplo 6

Convém também salientar que a “visualização” de expressões algébricas, por meio do cálculo de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas, como:
Exemplo:



1º) Cálculo da área do retângulo pela multiplicação das dimensões do retângulo: a e a+2:a.(a+2).

Obtendo-se assim $a.(a+2) = a^2 + 2a$.

2º Cálculo da área do retângulo pela soma das áreas das figuras que o compõem, o quadrado e o retângulo menor: $a^2 + 2a$.

A utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões. No entanto, a interpretação geométrica dos cálculos algébricos é limitada, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico simples para executá-lo.

Observação: Consideramos que estão envolvidas nesse exemplo a dimensão Funcional e Estrutural.

ANEXO D – Princípios que norteiam o "recurso à resolução de problemas" (BRASIL, 1997, p. 41-44).

Ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

– O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

– O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

– Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;

– O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;

– A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 41-44).