



**Universidade
Estadual de Londrina**

RAQUEL DE OLIVEIRA SEGURA

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES EM
QUESTÕES DISCURSIVAS DE MATEMÁTICA**

Londrina

2005

RAQUEL DE OLIVEIRA SEGURA

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES EM
QUESTÕES DISCURSIVAS DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação, Mestrado em Educação, da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof. Dr^a Regina Luzia Corio de Buriasco

Londrina

2005

RAQUEL DE OLIVEIRA SEGURA

**ESTUDO DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROFESSORES EM
QUESTÕES DISCURSIVAS DE MATEMÁTICA**

COMISSÃO EXAMINADORA

Profª Drª. Maria Tereza Carneiro Soares
Universidade Federal do Paraná

Profª Drª. Verônica Bender Haydu
Universidade Estadual de Londrina

Profª Drª. Regina Luzia Corio de Buriasco
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, _____, de _____ de 2005.

Sempre escolhemos caminhos a percorrer. Às vezes temos um exemplo, um modelo de caráter, respeito, carinho e amor incondicional. Segui o melhor que poderia e que, com certeza, deveria. Dedico este trabalho a ele, meu pai, Carlos Segura (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter, de todas as formas, possibilitado este trabalho.

À professora Regina Luzia Corio de Buriasco por ser, além de mestra, amiga.

Aos professores Maria Tereza Carneiro Soares, Verônica Bender Haydu e Carlos Roberto Vianna, pela atenção, interesse e colaboração.

À minha amiga Ana Claudia, pelo incentivo e apoio durante todo o percurso.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para conclusão deste trabalho.

SEGURA, Raquel de Oliveira. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões Discursivas de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina.

RESUMO

Neste estudo, buscou-se identificar as estratégias/procedimentos mais utilizados nas resoluções das questões discursivas selecionadas, os acertos e erros mais frequentes, e a sua natureza, e a forma como os professores utilizam as informações contidas nas questões. Foi possível observar que as resoluções algébricas e aritméticas ocorreram, praticamente, com a mesma frequência e que os 'erros' foram tanto conceituais quanto de atenção. O uso que os professores fizeram das informações contidas nos enunciados das questões que resolveram foi, muitas vezes equivocado, evidenciando que estes têm dificuldades com a interpretação das informações fornecidas pelo problema. A análise de conteúdo contribuiu para a compreensão dos dados obtidos, na pesquisa, que é qualitativa e cujo enfoque é interpretativo. As inferências realizadas foram agrupadas de acordo com as estratégias de resolução utilizadas em cada questão. Este estudo contempla ainda algumas considerações sobre 'erro', avaliação e formação de professores, pois se considera que estes temas contribuem para compreensão das questões abordadas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação de Professores; Produção Escrita; Acertos e Erros; Avaliação da Aprendizagem Escolar.

SEGURA, Raquel de Oliveira. **Study of the Written Production of Teachers in Mathematical Discursive Questions**. 2005. . Dissertation (Masters in Education) – State University of Londrina.

ABSTRACT

On this study, one seek to identify the most used strategies/proceedings on the resolution of selected discursive questions, most usual rights and wrongs, their nature and the way teachers use the questions' information. It was possible to observe that the algebraic and arithmetic resolutions occurred, virtually, on the same frequency and that 'errors' were both conceptual and of attention. The teachers usage of the information on the resolved questions' enunciation were many times mistaken, which point that they have trouble on interpreting the given information. The content analysis contributed to the data comprehension, in the qualitative research with interpretative focus. The accomplished inferences were grouped according to the resolution strategies used in each question. This study also contemplates some considerations about 'error', evaluation and teachers' formation, because one considers that these topics contribute to the comprehension of the approached questions.

Key words: Mathematics Education, Teacher's Formation, Written Production, Rights and Wrongs; School Learning Activity's Evaluation.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Algumas Característica das Avaliações de Rendimento e de Aprendizagem no cenário atual da educação.....	22
Quadro 2 – Provas por Formação Acadêmica e Atuação Profissional	36
Quadro 3 – Distribuição das Questões que Compuseram a Prova por Série	38
Quadro 4 – Classificação das Resoluções por Código Atribuído	42
Quadro 5 – Características da Questão 1 por Série Avaliada	44
Quadro 6 – Quadro Geral da Questão 1	47
Quadro 7 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção – Questão 1	48
Quadro 8 – Características da Questão 2 por Série	57
Quadro 9 – Quadro Geral da Questão 2	59
Quadro 10 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 2	60
Quadro 11 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção – Questão 2	66
Quadro 12 – Características da Questão 3 por Série Avaliada	72
Quadro 13 – Quadro Geral da Questão 3	74
Quadro 14 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção	75
Quadro 15 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção	88
Quadro 16 – Características da Questão 4 por Série	98
Quadro 17 – Quadro Geral da Questão 4	100
Quadro 18– Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 4	101
Quadro 19 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção – Questão 4	110
Quadro 20 – Características Da Questão 5 Por série Avaliada	114
Quadro 21 – Quadro Geral da Questão 5	116
Quadro 22 – Formas de Resolução Algébrica do Item a por Prova e Código de Correção – Questão 5	117
Quadro 23 – Formas de Resolução Aritmética do Item a Por Prova e Código de	

Correção – Questão 5	120
Quadro 24 – Formas de Resolução Aritmética do Item b por Prova e Código de Correção - Questão 5	124
Quadro 25 – Formas de Resolução do Item c por Prova e Código de Correção – Questão 5	131
Quadro 26 – Características da Questão 6 por Série	136
Quadro 27 – Quadro Geral da Questão 6	138
Quadro 28 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 6	139
Quadro 29 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção – Questão 6	148
Quadro 30 – Provas por Código de Correção das Questões	165
Quadro 31 – Provas por Total de Códigos de Correção Obtidos	166
Quadro 32 – Questões por Total de Códigos de Correção Obtidos	167

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição do número/percentual de resoluções por código de correção dos itens da Questão 1	46
Tabela 2 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 1 ...	46
Tabela 3 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 2	58
Tabela 4 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 2	58
Tabela 5 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 3	73
Tabela 6 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 3	73
Tabela 7 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 4	99
Tabela 8 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 4	99
Tabela 9 – Distribuição do número/percentual de resoluções por código de correção dos itens da Questão 5	115
Tabela 10 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 5	115
Tabela 11 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 6	137
Tabela 12 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 6	137

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1 ALGUMA LITERATURA	14
1.1 O ERRO: UM CAMINHO A SER EXPLORADO	14
1.2 AVALIAÇÃO: UM CAMINHO REPLETO DE DESAFIOS	18
1.3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM CAMINHO EM CONSTRUÇÃO PERMANENTE ...	25
2 SOBRE A PESQUISA	33
2.1 NATUREZA	33
2.2 PARTICIPANTES	34
2.3 INSTRUMENTOS	37
2.4 APLICAÇÃO	40
2.5 CORREÇÃO, DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	41
3 CORREÇÃO, DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	43
3.1 QUESTÃO 1.....	44
3.1.1 Resoluções Aritméticas	48
3.2 QUESTÃO 2	57
3.2.1 Resoluções Algébricas	60
3.2.2 Resoluções Aritméticas	66
3.3 QUESTÃO 3	72
3.3.1 Resoluções Algébricas	75
3.3.2 Resoluções Aritméticas	88
3.4 QUESTÃO 4	98
3.4.1 Resoluções Algébricas	101
3.4.2 Resoluções Aritméticas	110
3.5 QUESTÃO 5	114
3.5.1 Item. a	118
3.5.1.1 Resoluções Algébricas	118
3.5.1.2 Resoluções Aritméticas	121

3.5.2	Item. b	125
3.5.2.1	Resoluções Aritméticas	125
3.5.3	Item. c	132
3.5.3.1	Formas de Resoluções	132
3.6	QUESTÃO 6	137
3.6.1	Resoluções Algébricas	140
3.6.2	Resoluções Aritméticas	150
4	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	152
5	REFERÊNCIAS	160
6	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	162
	APÊNDICE	165
	ANEXO	169

INTRODUÇÃO

O grande desafio para educação é por em prática hoje o que vai servir para o amanhã. Pôr em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber/fazer acumulado ao longo de tempos passados, ao presente. Os efeitos da prática de hoje vão se manifestar no futuro. Se essa prática foi correta ou equivocada só será notado após o processo e servirá como subsídio para uma reflexão sobre os pressupostos teóricos que ajudarão a rever, reformular, aprimorar o saber/fazer que orienta nossa prática (D'AMBROSIO, 1996, p. 80).

Vislumbram-se hoje novas perspectivas para a educação e estas apontam para uma mudança de foco na intervenção pedagógica e nas estratégias de ensino. No entanto sabe-se que em educação, para que efetivas mudanças ocorram, é preciso, também, repensar a postura dos profissionais diretamente a ela ligados, para que outros mecanismos igualmente necessários à mudança possam ser desencadeados.

Os professores que estão engajados no processo de mudança discutem, pesquisam, formulam hipóteses sobre os mais variados temas voltados à educação. Assim, como parte integrante deste processo, pretende-se discutir aqui a questão referente à utilização da produção escrita de professores como uma fonte de informação relevante para a compreensão¹ do processo de ensino e aprendizagem e para reflexão sobre a prática pedagógica.

Essa produção pode ser observada, no cotidiano escolar, em diversos instrumentos, como, por exemplo: diários de classe; planejamentos anuais e/ou bimestrais; redação de eventuais projetos; pareceres informativos sobre os alunos; relatórios; quadro de giz e outros.

¹ Compreensão aqui tomada como entendimento ou percepção do significado de algo. Segundo Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa. 1. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

Neste contexto, o presente trabalho tem o seu foco na análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões discursivas² de matemática.

Busca-se, com esta análise, evidenciar o diálogo estabelecido com as respostas dadas pelos professores a estas questões, nos questionamentos pertinentes à sua configuração, e levantar as relações que as constituem.

Estabelecem-se como norteadoras deste trabalho as seguintes questões:

- Quais as estratégias/procedimentos mais utilizados pelos professores nas resoluções das questões discursivas selecionadas para o estudo?
- Quais os acertos e erros mais frequentes e sua natureza?
- Como os professores utilizam as informações contidas nos enunciados das questões discursivas de Matemática?
- Que relações existem entre o perfil dos professores e suas produções ao resolverem as questões propostas?

² São aquelas que não requerem apenas que a pessoa que as resolve assinale uma resposta, mas que encontre a resposta e mostre os caminhos trilhados para se chegar a ela.

1 Alguma Literatura

1.1 O ERRO: UM CAMINHO A SER EXPLORADO

A indagação do significado do erro no processo ensino/aprendizagem na verdade amplifica e dá visibilidade a uma prática interpretativa que já tem seu lugar nas atuações docentes cotidianas, pois a objetividade pressuposta está impregnada de uma subjetividade que a teoria prefere manter oculta (ESTEBAN, 2002, P.135).

‘Qual é o significado do ‘erro’?’ Esta pergunta indubitavelmente suscita várias respostas, que poderão ter suas diferenças demarcadas pelo contexto histórico e social, pelo sujeito que analisa, pelo processo avaliativo, pelos mecanismos institucionais ou simplesmente pela subjetividade da própria pergunta. No entanto é necessário refletir e discutir sobre ela, pois a significação do ‘erro’ pode fornecer indícios para a compreensão do processo ensino e aprendizagem.

No cotidiano escolar é comum escutar professores dizendo frases do tipo “O erro é parte do processo de construção do conhecimento”, no entanto a sua prática evidencia que, para grande parte deles, o ‘erro’ é apenas a confirmação do que o aluno não sabe, é o ponto final do processo de ensino. No trabalho de formação continuada, antes de se estudar, discutir e/ou elaborar práticas pedagógicas com os professores, pode-se tentar conhecer o significado³, o conceito que cada um já tem estruturado sobre o ‘erro’, para cada vez menos observar situações em que o discurso dos professores não condiz com a prática.

De acordo com Luckesi (1990, p.137), “a idéia de erro só emerge no

³ Neste trabalho utiliza-se a palavra significado como sendo o conceito que uma pessoa tem de algo, de acordo com Houaiss, 2001, p 2569.

contexto da existência de um padrão considerado correto”. Assim sendo só existirá erro se existirem padrões pré-estabelecidos. Esteban (2002, p. 141) também afirma que “as respostas somente são consideradas ‘erradas’ quando comparadas a um padrão predefinido como acerto” e ainda que “abandonando os modelos a serem alcançados, o erro, como elemento negativo, deixa de existir”.

Na escola, ao se concluir uma atividade, podem-se obter duas condições distintas. A primeira refere-se ao sucesso ou insucesso e a segunda à recompensa e punição. No entanto, muitas vezes, estas aparecem relacionadas de forma equivocada, sucesso com recompensa e insucesso com punição. É preciso desfazer este equívoco, pois, como afirma Cury (2004, p.2),

O sucesso e o insucesso vão depender de algum critério previamente estabelecido e são inerentes à tarefa e àquele que a executa, enquanto que a recompensa e a punição são controladas por agentes externos (pais, professores, diretores). Não há, ou não deveria haver, obrigatoriedade de associar sucesso com recompensa e insucesso com punição. Se o insucesso é punido, o erro porventura cometido deixa de ser aproveitado como fonte de informação sobre os processos mentais do aluno e perde-se a oportunidade de usá-lo para desenvolver habilidades ainda não totalmente atingidas.

Encarar o ‘erro’ como um resultado negativo, como insucesso, como um ‘não saber’ tem sido, ao longo dos anos, a maneira encontrada pela escola para lidar com as situações nas quais os padrões predefinidos não são atingidos. Não se pode esquecer que esta concepção é fortemente influenciada por aspectos históricos, socioculturais e, até mesmo, religiosos. Mas atualmente ela vem sendo questionada, pois olhar o ‘erro’ sob este prisma pode se tornar um obstáculo para o professor, não permitindo que ele incorpore à sua prática pedagógica a compreensão do processo de aprendizagem proveniente da análise do erro.

Existem vários indicativos que podem elucidar o caminho a ser percorrido na busca de gerir o ‘erro’ de modo a integrá-lo de forma positiva na

prática do professor. Como argumenta Esteban (2002, p. 135-6), “na sala de aula, nem todos os erros possuem o mesmo valor e freqüentemente este valor depende de quem erra e de quem avalia” e, segundo a autora, “se o professor pode compreender o erro também pode propor ações para corrigi-lo”.

Uma maneira de se conceber o ‘erro’ é a que ressalta a importância de torná-lo observável. É relevante que quem comete o ‘erro’ possa percebê-lo e encará-lo não como uma derrota, mas sim como etapa para se alcançar o êxito. Hadji afirma que “o erro não é simplesmente um não-acerto, que deve ser lamentado, ou cujo absurdo deveria ser condenado” (2001, p. 99), então seria melhor pensá-lo como uma demonstração, por parte de quem o comete, de como este está construindo suas idéias a respeito de um determinado objeto. Sendo assim, o ‘erro’ torna-se um material para (re)organização da própria intervenção do professor.

Pode-se inclusive pensar o ‘erro’ como sendo o indicador para (re)organização do processo pedagógico. A partir dessa compreensão, o professor pode propor intervenções que, de fato, auxiliem o aluno a sair da fase do ‘ainda não saber’ para o ‘saber’. Como lembra Esteban (2002, p.143), “o erro nos oferece pistas importantes, assinala trilhas não percebidas, que devem ser consideradas e exploradas”.

No trabalho com o ‘erro’ é importante, como propõe Hadji (2001, p. 98), “munir-se o máximo possível de instrumentos de análise dos erros, sabendo-se que essa análise é um arranjo provisório, todavia possível de racionalizar” e, para ele, a análise do erro “é um meio oferecido para tornar a avaliação mais informativa e imaginar melhor as condições didáticas e/ou pedagógicas adequadas para superação do obstáculo revelado pelo erro” (2001, p. 101).

Há que se considerar que a análise de erros pode ser utilizada nas mais diversas situações, quando se respeita, como propõe Cury (2004, p.8), algumas premissas básicas, quais sejam:

- Respeitar o aluno, devolvendo a ele a análise feita e discutindo os resultados, com o objetivo de explorar suas próprias potencialidades;
- Planejar estratégias para trabalhar com conteúdos em que há maior incidência de erros, propondo questões que envolvam o interesse dos alunos;
- Aproveitar recursos disponíveis (jogos, material concreto, computadores) para retomar os conteúdos de forma variadas, explorando habilidades de formular hipóteses, testá-las e discuti-las;
- Para cada questão proposta ou tarefa solicitada, fazer uma análise crítica dos erros que surgem, com o grupo de alunos, para aproveitar todas as oportunidades de fazê-los pensar sobre seu próprio pensamento.

Sob esta perspectiva, enxergam-se acertos e erros como uma gama de informações preeminentes sobre o processo ensino aprendizagem, no qual “se quisermos ‘gerir’ o erro, para lá do desempenho registrado, é preciso tentar determinar as razões que lhe deram origem, e dizer o que ele revela dos conhecimentos adquiridos” (HADJI, 1994, p.125). É preciso, enfim, estar consciente de que errar, em um processo de construção do conhecimento, significa ‘ainda não saber’.

Entretanto, ressalta-se que não é necessário acontecer o ‘erro’ para que ocorra aprendizagem ou ainda que se valorize o ‘erro’ em detrimento do acerto. Na verdade o ‘erro’ é uma etapa que pode ocorrer ou não nas mais diversas situações de aprendizagem.

Desta forma ‘erros’ não são cometidos apenas por alunos, ‘erros’ podem ocorrer em situações de aprendizagem independentemente de quem as realiza.

Nesta perspectiva seria interessante que os professores tornassem

seus próprios 'erros' observáveis, já que eles estão inseridos cotidianamente em situações de aprendizagem.

1.2 A AVALIAÇÃO: UM CAMINHO REPLETO DE DESAFIOS

“O avaliador não é assim nem um simples observador que diz como são as coisas, nem um simples prescritor que diz como elas deveriam ser, mas um mediador que estabelece a ligação entre um e outro” (HADJI, 1994, p. 178).

A avaliação tem sido uma situação que incomoda, tanto professores quanto alunos. É provável que as incertezas acerca do assunto sejam geradas por sua própria definição, afinal “O que é avaliar?”, “Como se deve avaliar?”, “Por que e para que avaliar?”.

De acordo com Hadji a avaliação é:

[...] o acto pelo qual se formula um juízo de “valor” incidindo num objecto determinado (indivíduo, situação, acção, projecto, etc.) por meio de um confronto entre duas séries de dados que são postos em relação:

⇒ dados que são da ordem do fato em si e que dizem respeito ao objecto real a avaliar;

⇒ dados que são da origem do ideal e que dizem respeito a expectativas, intenções ou a projectos que se aplicam ao mesmo objecto (1994, p.31).

Como propõe Buriasco, a avaliação

pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretendem alcançar; estabelecer instrumentos para ação e escolher caminhos para essa ação; verificar constantemente a caminhada, de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo. Sendo assim, ela não possui uma finalidade em si, mas sim subsidia o curso de uma ação que visa construir um resultado previamente definido (2000, p. 159, grifo nosso).

Para entender a avaliação como parte integrante do processo de aprendizagem e não como seu produto final, é necessário que o professor compreenda as relações entre o que existe e o que se espera; entre um dado comportamento e um comportamento alvo; entre uma realidade e um modelo ideal, devem estar sempre presentes em sua reflexão. É preciso observar o cotidiano escolar sob uma nova perspectiva, em que as diferenças encontradas provoquem outras práticas pedagógicas e não sejam consideradas como ponto de estagnação.

Quando se avalia, emite-se um parecer sobre uma determinada situação e este juízo torna-se mais significativo à proporção que as relações firmadas entre avaliado e avaliador ficam mais representativas; à medida que “se colocam as cartas na mesa”, isto é, se estabelecem os critérios e estes são explicitados aos envolvidos no processo. Segundo Hadji:

O espaço ideal da avaliação é um espaço de mediação[...] [...] O avaliador é um mediador que diz: “Sendo assim, e devendo ser assim, é preciso pensar nisto à luz daquilo”. Avaliar é mesmo tomar posição sobre o “valor” de qualquer coisa que existe (1994 p. 35).

Conhecer a repercussão do ato de avaliar é fundamental, pois importa saber “quais os reais significados emitidos pela avaliação para aquele que a recebe”. Assim, quando se valoriza este aspecto, dispõe-se com certeza de mais subsídios para reestruturá-la, se necessário. É preciso fazer um esforço para compreender as diversas configurações da avaliação na busca do desenvolvimento da profissionalização dos professores (SACRISTAN apud NÓVOA, 1995).

“Há uma única maneira de conceber a avaliação educacional?”. A resposta para esta indagação pode elucidar dúvidas pertinentes, à maioria dos professores e, pode ainda esclarecer por que o discurso pedagógico muitas vezes se distancia de sua prática.

Sendo assim, é preciso situar a avaliação no processo educacional escolar, considerando que a escola é uma instituição que permite o desenvolvimento das mais diversas formas de comunicação e que a avaliação destaca-se neste cenário. Acredita-se que uma tarefa torna-se relevante: a de fazer da avaliação escolar um instrumento de aprendizagem e comunicação.

Atualmente pelo menos duas práticas avaliativas⁴ norteiam a avaliação na educação escolar: *Avaliação de Rendimento* e *Avaliação da Aprendizagem*.

A Avaliação de Rendimento centraliza-se nos objetivos, é quase sempre coordenada externamente e os diferentes contextos existentes entre professor e alunos não são privilegiados. Na maioria das vezes não há interação entre os atores do processo ensino e aprendizagem. Os diferentes cenários que se configuram, suas particularidades e complexidades passam despercebidas neste processo avaliativo, que visa medir o rendimento em um momento específico, geralmente ao final de níveis de escolarização. A Avaliação de Rendimento está diretamente ligada ao produto final, está a serviço dos 'tomadores de decisão' e, neste prisma, torna-se essencialmente quantitativa e classificatória, buscando legitimidade.

A Avaliação da Aprendizagem tem sido, por sua vez, local, interna, provocando mudança no sujeito que a realiza e edificando-se como um processo significativo tanto para o aluno, quanto para o professor, já que permite a este rever a sua prática pedagógica e dá pistas de como o aluno está aprendendo, favorecendo, assim, a intervenção do professor para ajudá-lo.

A Avaliação da Aprendizagem é uma atividade multiforme que

⁴ Buriasco (2000), Buriasco (2002), Hadji (1994), Hadji (2001) e Esteban (2002).

requer coerência entre os objetivos estabelecidos e o conjunto de práticas pedagógicas adotadas. Coloca-se a serviço do aluno e deve conter uma ação educativa. Portanto ela privilegia os diferentes contextos educacionais, valoriza a interação entre os atores do processo ensino e aprendizagem e os diferentes cenários que se configuram, considerando suas particularidades e complexidades.

O processo de Avaliação da Aprendizagem escolar é primordialmente qualitativo, diagnóstico. Enfatiza os processos vivenciados pelos alunos, sendo compatível com a concepção de que a aprendizagem é um processo ininterrupto, constituído por avanços e retrocessos, que não acontece de forma homogênea.

A seguir apresenta-se um quadro que sintetiza algumas características das Avaliações de Rendimento e de Aprendizagem aqui discutidas.

Quadro 1 – Algumas Características das Avaliações de Rendimento e de Aprendizagem no cenário atual da Educação.

AVALIAÇÃO DE RENDIMENTO	AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM
<ul style="list-style-type: none"> • Visa o desempenho do aluno em um determinado momento • Universo Macro • Não deve ser tarefa do professor, compete a outros órgãos (MEC, SEED) • Quantitativa • Classificatória • Ver para julgar • Está a serviço dos 'tomadores de decisão' • Instrumento de Avaliação do Sistema 	<ul style="list-style-type: none"> • Provoca mudança no sujeito que a realiza, permite que este compreenda seus erros e, em função disso, torne-se capaz de ultrapassá-los • Comunica informações úteis • Está ao alcance de quem a realiza relativamente às suas capacidades e competências atuais. • Ajuda a rever a prática pedagógica do professor • Mostra como o aluno está aprendendo e fornece subsídios para o professor poder ajudá-lo • Universo Micro • Deve ser utilizada em sala de aula • Qualitativa • Diagnóstica • Escutar para promover • Coloca-se a serviço dos alunos • Acontece no processo ensino e aprendizagem e é parte dele

Nesse quadro, apenas foi caracterizada uma proposta de avaliação da aprendizagem, mas não há uma homogeneidade consensual no que se refere às práticas avaliativas exercidas pelos professores nas escolas. As discussões sobre o assunto começam a avançar em toda a área educacional, estendendo-se da Educação Infantil ao Ensino Superior. O que se configura como relevante, no entanto, é abandonar, como propõe Esteban (2002, p. 5), “a dicotomia acerto/erro, saber/não saber, tecida a partir de um padrão fixo e predefinido de conhecimento, desenvolvimento e aprendizagem, que caracteriza a avaliação classificatória”, que ainda é muito presente no cotidiano escolar.

Outro aspecto importante, e que se torna cada vez mais presente no discurso dos professores é a idéia de que a avaliação não pode ser dissociada do contexto sociocultural, pois, conhecendo-o, podemos compreender melhor as práticas avaliativas vigentes e, eventualmente, sugerir alterações necessárias. Um exemplo é a questão das notas, atribuí-las envolve fatores ideológicos e sociais. Hadji coloca que:

as notas têm uma dimensão ideológica e dependem de certas representações que são próprias do avaliador: por exemplo, a imagem do seu papel e a forma como deve afirmá-lo (1994, p. 98).

As notas são relativas ao contexto e experimentam tradições ou particularidades locais, características de uma escola ou de uma região, consoante a sua história. E os avaliadores adaptam, por necessidade, as notas que atribuem às características socioculturais do seu público, ao terem em conta o nível das suas classes (1994, p. 99).

No cotidiano escolar, que é complexo, dinâmico e, muitas vezes, imprevisível, a questão da nota requer atenção. Ela, que para muitos tem caráter classificatório e, por vezes, excludente, sinaliza, também, o final de uma etapa que permanecerá estável. No entanto, sabe-se que não cabe ao professor delimitar o início e o término das etapas que compõem o processo de aprendizagem dos

alunos, tampouco afirmar que estas etapas não sofrerão alterações, afinal, como afirma Esteban (2002, p.6), “todo conhecimento , como todo desconhecimento, é provisório e parcial, o que permanece é o *ainda não saber*, que revela a possibilidade e a necessidade de novos e mais profundos conhecimentos.

Neste processo de reflexão sobre a avaliação, as discussões não contemplam apenas a abordagem conceitual, mas também os instrumentos adequados às práticas avaliativas. O discurso dos professores aponta para uma prática avaliativa de aprendizagem, mas, ao se observarem suas ações, depara-se pura e simplesmente com as práticas avaliativas de rendimento.

Esta dicotomia entre o discurso e a prática pedagógica do professor poderá ser superada, quando ele perceber que as práticas avaliativas precisam se transformar em mensagens carregadas de sentido para aqueles que a realizam (professores e alunos). Uma vez que ao avaliar emite-se um juízo de valor frente a uma situação observável (Hadjji, 1994), torna-se necessário, então, compreender a concepção de avaliação que se pretende executar e estabelecer parâmetros para que o julgamento proveniente dela seja formativo e não classificatório.

O caso da avaliação em matemática não se configura diferente de qualquer outro. Na verdade trilha o mesmo caminho, tortuoso e acidentado, marcado pelas “imprecisões do cotidiano” escolar (Esteban, 2004). Buriasco (2002, p.256) lembra que “a avaliação em matemática presente na rotina escolar tem-se conformado como uma seqüência de momentos, muitas vezes trágicos, desligados do processo de ensino e aprendizagem.”

A avaliação da aprendizagem em Matemática deve ser entendida como uma atividade igualmente construída por professores e alunos, portanto, dinâmica e contínua, capaz, essencialmente, de explicitar informações que

propiciem ao aluno subsídios para sua formação e, ao professor, a análise de sua prática pedagógica.

1.3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM CAMINHO EM CONSTRUÇÃO PERMANENTE

A surpresa leva a reflexão dentro do presente-da-ação. A reflexão é, pelo menos em alguma medida, consciente, ainda que não precise ocorrer por meio de palavras. (SCHÖN, 2000, p.33)

Por se acreditar na importância do papel do professor é que existe uma grande preocupação com sua prática. Não se pretende o abandono de *competências, de saberes, de fazeres aprendidos*, para começar tudo de novo, mas se espera que estes possam ser repensados e/ou reorganizados no processo reflexivo do professor.

Neste processo reflexivo, o professor pode buscar abrir um espaço para perceber, experimentar o 'novo' e enfrentar as incertezas para sair um pouco do terreno estagnado e sereno do que conhece e, assim, poder andar junto com os que pretende ensinar. Soares (2003, p. 5), também, lembra que "é necessário que o professor aprenda a se colocar do lado da gênese dos saberes e não só de seus resultados, para que ele seja capaz de observar os conhecimentos antes de sua sedimentação histórica".

Frente a este contexto é preciso ressaltar o fato de que o professor é também um aprendente, mas um em especial, um que tem *a priori* a responsabilidade de ensinar. Como bem apresenta Soares (2003, p. 4), "o processo de aprender e aprender a ensinar se prolonga por toda a vida e o professor tem que

ser consciente e responsável pela sua própria aprendizagem para que possa se responsabilizar pela aprendizagem de outros”.

Nessa direção, Tardif (2002) destaca o papel fundamental do professor dizendo que, em seu trabalho cotidiano com os alunos, é ele o principal ator e mediador da cultura e dos saberes escolares. Em suma, é sobre os ombros dele que repousa, no fim das contas, a missão educativa da escola.

Tendo em vista a responsabilidade que se atribui ao professor, não se pode, em momento algum, menosprezar os caminhos que ele percorre em sua formação profissional, cujo ponto de partida está na formação inicial e se estende por toda sua vida na formação continuada. Na verdade, é necessário atribuir à formação dos professores seu devido valor, visto que esta pode representar um papel fundamental em um sistema educativo e na sua reestruturação.

Surge, cada vez mais reluzente no cenário da formação profissional, a necessidade de transformar o professor em um profissional reflexivo. Isto se refere não somente ao profissional que reflete sobre a ação ou para ela, mas também àquele que realiza a reflexão-na-ação. Como propõe Schön, é preciso

refletir no meio da ação, sem interrompê-la. É um *presente-da-ação*, um período de tempo variável com o contexto, durante o qual ainda se pode interferir na situação em desenvolvimento, nosso pensar serve para dar nova forma ao que estamos fazendo, enquanto ainda o fazemos. Eu diria, em casos como este, que refletimos-*na*-ação (2000, p. 32).

O professor que reflete-na-ação o faz quase sempre de forma consciente, mesmo que sem verbalizá-la, e esta reflexão surge frente a situações inesperadas, ou frente a um elemento inesperado presente em sua prática pedagógica.

Esta forma de reflexão leva ao pensar crítico, a responder perguntas

sobre o que está acontecendo (situação complexa ou de oportunidade) e a alterar estratégias para concluir a ação. Schön afirma:

reflexão gera o experimento imediato. Pensamos um pouco e experimentamos novas ações com o objetivo de explorar os fenômenos recém-observados, testar nossas compreensões experimentais acerca deles, ou afirmar as ações que tenhamos inventado para mudar as coisas para melhor (2000, p. 34).

Ao responderem às situações inusitadas estabelecendo um diálogo reflexivo com os seus componentes, os professores reestruturam o seu mundo experimental deixando transparecer os caminhos quase sempre tácitos que os conduzem a elaborar sua concepção de mundo, que, por sua vez, pode exercer influência sobre sua práxis pedagógica.

Enxergar a prática profissional como “um espaço original e relativamente autônomo de aprendizagem e de formação para os futuros práticos, bem como um espaço de produção de saberes e de práticas inovadoras pelos professores experientes” (TARDIF, 2002, p. 286) é visualizar a questão sob um novo prisma. Este novo olhar, em momento algum, contempla a prática profissional como um mero espaço de aplicação de teorias elaboradas fora dela, mas sim um espaço onde os saberes são construídos cotidianamente, num cenário de colaboração mútua entre professores e alunos.

Segundo Fiorentini,

O saber docente, nesta concepção, deixa de ser visto como dogmático ou normativo que se fundamenta num ideal de prática, no sobrenatural ou na tradição da experiência. Também deixa de ser visto como científico, prescritivo ou tecnológico fundamentado na natureza humana ou na forma de sistematização do conhecimento científico a ser ensinado. O saber da prática docente passa a ser visto como reflexivo que se fundamenta na própria atividade profissional (1999, p.3).

A proposta, então, é pensar a formação a partir de uma perspectiva ampla, como um processo de aprendizado do professor, seja na formação inicial, seja ao longo de sua atuação como profissional, dentro ou fora da escola, em cursos específicos ou não.

Assim como ocorre na formação dos alunos, não restrita aos conteúdos e metodologias escolares, a aprendizagem docente também não acontece somente nos cursos de formação. O professor e sua prática constroem-se de forma constante e mutuamente implicada, por isso a formação deve ser compreendida como um processo contínuo.

O saber do professor é construído como um “saber-fazer”, por meio da implicação mútua e constante entre teoria e prática. Investir nessa formação, nesse aprendizado implica investir nas qualidades reflexivas do profissional em constante formação. Fiorentini (1999, p.3) afirma que “o professor, neste novo contexto, começa a ser visto como um investigador-prático cujo saber produzido sobre sua prática é fundamentado sobre suas reflexões antes, durante e após ação”.

Parece ser exatamente no passo da construção de um movimento diferenciado, que vem convocando professores e escolas a envolver-se na própria construção de sua realidade, que a sensação de perda de certezas invade muitos desses profissionais, paralisando-os diante do que se mostra como suas únicas possibilidades: abandonar tudo o que construiu como saber-fazer docente e lançar-se sobre alguma nova e pouco conhecida forma de trabalho ou agarrar-se aos seus modos conhecidos, “seguros” de saber e fazer, diante da falta de firmeza num *chão* ainda desconhecido.

Muitos, certamente, têm trilhado um caminho intermediário entre essas duas grandes vias: procuram adaptar-se aos poucos, à medida que se sentem

seguros, inserindo em seu trabalho novas formas, novas possibilidades de saber-fazer no ensino. De acordo com Fiorentini (1999, p.3), “a busca constante dos professores por situações de produção de aprendizagem significativa dos alunos vai exigir deles uma ação conjunta, partilhada, num movimento de ação/reflexão/ação”.

Com isso o que se deseja destacar é que a aprendizagem sendo um *processo* envolve períodos de adaptação, incertezas, dificuldades diante das mudanças, assim como é compreensível que o movimento alternado entre momentos de experimentação e de ‘falta de chão’, ocorram no chão *firme* do saber-fazer já estabelecido de cada um.

Assim, qualquer empreendimento voltado à formação desse profissional, seja de iniciativa institucional ou do próprio professor, para cumprir efetivamente sua função, com chances de tornar-se um instrumento real de intervenção na qualidade da educação escolar, deve interferir no processo de aprendizagem dos professores, não apenas realimentando-os de conteúdos e soluções prontas, mas procurando intervir na forma como se percebem e se constroem como profissionais, na forma como encaram sua função e como buscam cumpri-la, na forma de entender e valorizar seu saber-fazer e seu aprender. Fiorentini conceitua o saber docente

como sendo reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos - e de saberes da experiência e da tradição pedagógica (FIORENTINI, 1999, p.4).

É preciso, como profissional docente, *querer perceber* a implicação social, cultural, afetiva e política de seu saber-fazer, pois a prática docente, como ressalta Fiorentini (1999, p.3), “requer uma abordagem que envolve, ao mesmo

tempo, aspectos cognitivos, sociais, culturais, ético-políticos, psicológicos, afetivos e emocionais”.

É necessário, portanto, acreditar na importância, de refletir sobre a sala de aula, sobre o saber-fazer que se constrói como aprendizado nos alunos e nos professores. Assim, pode-se tornar a incerteza e a situação complexa um desafio, encarando o contato com o *novo* como uma realidade irrecusável e necessária no processo de elaboração de uma formação responsável.

Para investir em seu saber-fazer, como professores e como aprendizes, em prol da construção dos saberes de seus alunos, deve-se ter o olhar sobre a sua própria experiência de aprendizagem, encarando-a como peça central de seu processo educativo, um processo conjunto entre professores e alunos, num contexto social e histórico em constante e inevitável mutação. A mudança não começou ontem ou hoje, ela é uma realidade nesse processo de humanização.

Investir significa, aqui, buscar tornar a reflexividade, característica de todo ser humano, um instrumento crítico de trabalho e aprendizado, auxiliando os professores na apropriação de conhecimentos e processos de formação e dando-lhes sentido no quadro de suas histórias de vida (NÓVOA, 1997).

Não obstante as questões levantadas até o momento são as que se referem ao saber específico do professor e às formas como este processa sua aprendizagem.

O saber específico se relaciona com a forma pela qual os professores conhecem a matéria que ensinam. Pesquisas (GARCIA, 1999) mostram que as atuais investigações estão buscando compreender a complexidade do ensino das diferentes disciplinas acadêmicas que configuram o currículo escolar, e estas, por sua vez, apontam para a importância de se considerar aspectos sobre o

conhecimento do contexto, ou seja, os sistemas culturais, físicos, sociais, históricos e pessoais, preocupando-se, também, com o local em que o professor ensina e a quem ensina.

Outra questão a se considerar diz respeito às tendências, marcos teóricos e estruturas internas da disciplina, que acabam por determinar o que os professores vão ensinar e a partir de que perspectivas o farão. Ainda, no tocante aos saberes específicos, pode-se referenciar o fato de que “os professores mantêm concepções, crenças, orientações acerca da matéria que ensinam e de como ensiná-la” (GARCIA, 1999, p. 4), por isso para tornar o conteúdo compreensível aos alunos, muitas vezes, de forma inconsciente ou consciente, eles o simplificam, adaptam, reordenam e/ou reconstroem.

Como, porém, os professores aprendem? A resposta a esta pergunta requer definir inicialmente sob que concepção se enxerga o professor. Nesta pesquisa o professor é considerado um profissional reflexivo, competente, disposto a participar de situações em que ocorra a troca de experiências e, portanto, quando se refere à sua formação, pensa-se que é possível enfocar as implicações que esta concepção gera no planejamento da formação do professor. Segundo Hernandez, (1998, p.3), estas implicações são:

- considerar que os docentes não partem do zero, pois possuem uma formação e uma experiência durante a qual adquiriram crenças, teorias pedagógicas e esquemas de trabalho;
- conceituar a prática da formação a partir das experiências concretas e a sua análise, reflexão e crítica;
- considerar a formação a partir da comparação e do questionamento da própria prática e em relação a outros colegas. Isso exige, na formação, um componente de coordenação e colaboração.

Outro fator que interfere diretamente na aprendizagem do professor é a praticidade que buscam. Este fator emerge do contexto sociocultural e histórico em que está envolvido. Os professores são vistos, quase sempre, como práticos que buscam em sua formação soluções imediatas para as situações-problema vivenciadas em sala de aula. Isto faz com que estes, na maioria das vezes, nos cursos de formação, valorizem os conteúdos que são provenientes das práticas pedagógicas, em detrimento dos que são legitimados academicamente.

Desta forma, considera-se importante que o professor esteja engajado em um processo contínuo de reflexão na e sobre sua prática pedagógica e forma de aprendizagem, para assim conectar-se às mudanças e transformações que constituem o momento histórico e sociocultural no qual está inserido.

2 SOBRE A PESQUISA

Todos nós fomos criados em uma cultura que atribui à atividade científica os seguintes fins: compreender, explicar e prever, arquitetando teorias e operacionalizando modelos (ALARCÃO, 2001, p. 135).

2.1 NATUREZA

A abordagem da investigação é de cunho qualitativo e interpretativo, pois se interessa “mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” e considera que os dados coletados constituem um material rico em detalhes descritivos.

A análise de conteúdo foi a estratégia escolhida para este estudo pois, como afirma Moraes,

A análise de conteúdo constitui-se de um conjunto de técnicas e instrumentos empregados na fase de análise e interpretação de dados de uma pesquisa, aplicando-se de modo especial, ao exame de documentos escritos, discursos, dados de comunicação e semelhantes, com a finalidade de uma leitura crítica e aprofundada, levando à descrição e interpretação destes materiais, assim como a inferência sobre suas condições de produção e recepção (1944, p.104).

Outro fato que justifica a escolha desta estratégia é que a “análise de conteúdo é uma técnica de pesquisa cujo objetivo é a busca do sentido ou dos sentidos de um texto” (FRANCO, 1997, p. 53) permitindo, também, a produção de

inferência que incide nos elementos básicos⁵ do processo de comunicação.

Com a análise interpretativa da produção escrita, em matemática, de professores do Ensino Fundamental e Médio o que se pretende é conhecer o significado que os professores atribuem às informações contidas nos enunciados das questões e a utilização que fazem delas. Ao inventariar e analisar os acertos e erros mais freqüentes e a natureza deles buscar-se-á identificar as estratégias/procedimentos mais utilizados e verificar como os professores utilizam as informações contidas nos enunciados das questões discursivas de Matemática e realizar o cruzamento dos dados do questionário informativo com as resoluções.

2.2 PARTICIPANTES

Fazem parte deste estudo 39 professores que participam de atividades no Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina. Deles, 22 são do PRÓ-MAT/UEL-2004⁶ e 17 do curso de Especialização em Educação Matemática – 2004.

A escolha dos participantes foi realizada por conveniência, visto que foi necessário estabelecer contato com uma única instituição, e justifica-se pelo fato de haver entre eles professores que ensinam matemática nas diferentes séries da

⁵ De acordo com FRANCO, M. L. P. B., 1997, p. 55, “Toda comunicação é composta de cinco elementos básicos: uma **fonte** ou emissão, um **processo codificador** que resulta em uma **mensagem** e se utiliza de um canal de transmissão, um **receptor** ou detector da mensagem, e seu respectivo **processo decodificador**.”

⁶ Pró-Matemática na Formação do Professor/UEL: Projeto de Extensão Universitária do Centro de Ciências Exatas/Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina que tem por objetivo fortalecer a formação dos educadores em Matemática e em Educação Matemática, mediante uma estratégia de estreita articulação entre *teoria – prática docente – pesquisa*.

Educação Básica, em diferentes escolas.

Optou-se por trabalhar com os colaboradores que estivessem atuando como professores e/ou coordenadores, excluindo, assim, aqueles que não atuavam na área do magistério. A seleção foi feita pela análise de um questionário informativo (Anexo A), instrumento que definia o perfil dos participantes da pesquisa. Das 17 provas realizadas pelos professores que cursam Especialização em Educação Matemática, foram consideradas apenas 9 para o presente estudo. Já, do grupo do PRÓ-MAT/UEL todas as provas foram consideradas, visto que todos, que a resolveram, atuam como professores e/ou coordenadores.

O quadro a seguir foi elaborado com as informações obtidas no questionário informativo (Anexo A) e mostra o perfil dos colaboradores da pesquisa.

Quadro 2 – Provas por Formação Acadêmica e Atuação Profissional

Prova	Formação Acadêmica							Atuação Profissional				Rede			
	Ens. Médio		Ens. Superior			Pós-Grad.		Educ. Inf.	Ens. Fund.		Ens. Méd.	Coord.	M	E	P
	Mag	Outro	Mat	Ped	Outro	Ed. Mat	Outro		1ª a 4ª	5ª a 8ª					
P.1	X		X				X		X	X			X		
P.2	X				X				X				X		
P.3	X			X					X				X		
P.4	X			X					X				X		
P.5	X				X				X				X		
P.6	X				X				X				X		
P.7	X			X			X	X					X		
P.8	X		X			X				X	X			X	
P.9	X			X				X					X		
P.10	X			X			X	X	X				X	X	
P.11	X			X			X				X	X	X		
P.12	X				X						X	X			
P.13	X			X					X				X		
P.14	X				X		X		X				X		
P.15	X				X				X				X		
P.16	X				X				X				X		
P.17	X								X				X		
P.18	X		X				X	X		X			X	X	
P.19	X	X	X			X				X	X			X	
P.20	X		X			X				X				X	
P.21	X		X			X				X	X			X	
P.22	X		X				X			X				X	
E.1	X		X				X		X				X		
E.5		X	X				X							X	
E.7		X	X					X						X	
E.9	X		X							X	X			X	
E.10		X	X									X	X	X	
E.13		X	X						X				X	X	
E.14		X	X							X	X			X	
E.15		X	X							X	X			X	
E.17		X	X							X				X	
Total	24	7	16	7	7	4	9	5	13	11	7	3	19	14	3

Fonte: Questionário Informativo contido na prova, 1º semestre 2004

Legenda

M – Municipal

E – Estadual

P – Privada

Mag – Magistério

Mat – Matemática

Ped – Pedagogia

Ed. Mat – Educação Matemática

Coluna Prova

P – professores que participaram do Pró-Mat/UEL

E – professores que cursam Especialização em Educação Matemática

2.3 INSTRUMENTOS

Como instrumentos de pesquisa foram utilizados uma prova e dois questionários (Anexo A).

A PROVA

A opção pelo instrumento prova, contendo todas as questões das Provas de Questões Abertas de Matemática da AVA/2002⁷, deve-se ao fato de as questões abertas⁸ permitirem a observação e a compreensão dos caminhos trilhados por quem as soluciona. As questões escolhidas já foram validadas (AVA/2002) e são de diferentes níveis de complexidade, que envolvem desde

o processo e a utilização de um procedimento passo-a-passo na resolução de problema significativo, na reprodução de fatos ou processos matemáticos elementares rotineiros na sala de aula até o estabelecimento de conexões utilizando diferentes procedimentos, aplicando conhecimento matemático relevante na resolução de problema significativo não rotineiro. (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003, p. 5).

As seis questões, que compuseram a prova utilizada neste estudo, originalmente na AVA, estavam assim distribuídas:

⁷ Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná.

⁸ Questões abertas aqui equivalem a questões discursivas.

Quadro 3 – Distribuição das Questões que Compuseram a Prova por Série

	4ª Série E.F.	8ª Série E.F.	3ª Série E.M.
Questão 1	X		
Questão 2	X	X	
Questão 3	X	X	X
Questão 4		X	
Questão 5		X	X
Questão 6			X

Ou seja, a Questão 2 foi comum a 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, a Questão 3 foi comum a todas as séries avaliadas, enquanto a Questão 5 foi comum a 8ª série do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

AS QUESTÕES

As questões da prova foram classificadas sob duas perspectivas: a primeira diz respeito à forma de apresentação e a segunda a classificação do problema.

- Forma de apresentação⁹
 - ✓ *Rotineiras* - são muito usuais na sala de aula e no livro didático;
 - ✓ *Intermediárias* - aparecem com frequência média na sala de aula e no livro didático;
 - ✓ *Não-rotineiras* - muito pouco ou quase nunca aparecem na sala de aula ou no livro didático.

⁹ Propostas por Buriasco (1999).

- Classificação dos Problemas¹⁰
 - ✓ *Problemas de aplicação* – são os que exigem mudança da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática adequada de modo que se possam utilizar os algoritmos ou procedimentos apropriados;
 - ✓ *Problemas em aberto* – são os que não contêm no seu enunciado pista para sua resolução.

AS INSTRUÇÕES

As instruções (Anexo A) para a resolução da prova estavam contidas na folha de rosto e foram as mesmas utilizadas pelos alunos, na Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA/2002.

OS QUESTIONÁRIOS

Foram assim denominados os questionários utilizados neste estudo:

- *Informativo* - A folha de rosto do caderno da prova continha um pequeno questionário (Anexo A), com o intuito de coletar informações necessárias para traçar um perfil dos envolvidos.
- *Avaliativo* - A última folha da prova continha um pequeno questionário (Anexo A) que indagava o tempo e o grau de dificuldade para resolução das questões.

¹⁰ Baseado no artigo de T. Butts “Colocando Problemas Adequadamente”, NCTM, Yearbook, 1980.

2.4 APLICAÇÃO

As provas foram aplicadas no dia 05/03/2004, no período noturno, para os alunos do curso de Especialização em Educação Matemática e no dia 16/03/2004, no período matutino, para os professores que participaram do primeiro encontro do PRÓ-MAT/UEL-2004. O procedimento foi o mesmo para os dois grupos:

- 1º. apresentou-se o projeto de pesquisa, enfatizando os objetivos;
- 2º. solicitou-se o consentimento para a realização da pesquisa;
- 3º. estabeleceu-se que as provas não deveriam ser folheadas durante a distribuição das mesmas;
- 4º. solicitou-se que respondessem ao questionário informativo, contido na folha de rosto;
- 5º. propôs-se a leitura atenta das instruções e sugeriu-se que as dúvidas fossem sanadas antes do início da resolução das questões;
- 6º. comentou-se o item **b** da Questão 1;
- 7º. Iniciou-se a resolução das questões, a ser realizada em até duas horas;
- 8º. solicitou-se que, ao término, respondessem, também, ao questionário avaliativo, constante da última página;
- 9º. estabeleceu-se também que, durante a resolução das questões, não haveria perguntas.

À medida que as provas eram recolhidas, colocava-se em cada uma

delas uma letra que identificava o grupo e um número que indicava a ordem de entrega, por exemplo: a prova assinalada com **E.1** pertencia ao grupo da especialização e havia sido a primeira a ser entregue, a que estivesse assinalada com **P.5** ao grupo PRÓ-MAT/UEL e havia sido a quinta prova a ser entregue.

O tempo previsto, para realização da prova, foi estabelecido para que não houvesse indício de que uma questão em branco pudesse significar falta de tempo para sua resolução.

2.5 CORREÇÃO, DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta fase do trabalho foi iniciada mediante várias leituras de toda a produção escrita apresentada pelos professores ao resolverem as questões. Essas leituras num primeiro momento foram feitas no sentido vertical, ou seja, todas as questões de uma prova, depois todas as questões de outra prova, e assim todas as provas. Num segundo momento, para iniciar a correção das provas, foram feitas leituras no sentido horizontal, ou seja, a 1ª questão de todas as provas, depois a 2ª questão de todas as provas, e assim todas as questões.

Em seguida foi realizada a correção das provas, que aconteceu primeiramente no sentido horizontal, principalmente para encontrar similaridades entre as resoluções nas provas, e depois no sentido vertical para encontrar similaridades entre a resolução de questões. Com isso foi possível ter uma visão mais clara a respeito das formas de resolução utilizadas. As informações assim obtidas foram então organizadas e apresentadas, de acordo com as questões da

prova, por meio de um quadro geral.

De acordo com as intenções desta investigação, a correção das questões não se limitou a certo ou errado. As soluções apresentadas foram analisadas com base nos critérios: estratégias/procedimentos mais utilizados; acertos e erros mais freqüentes; marcas de conteúdo matemático escolar e agrupadas de acordo com suas similaridades. A elas também foi atribuído um código que classifica se foi corretamente respondida, respondida parcialmente correta, respondida incorretamente, se ficou sem resolução (completamente em branco) ou apresentou comentários do tipo “não sei”, “não compreendi”, “difícil” ou qualquer outra resposta. O quadro a seguir apresenta os códigos utilizados.

Quadro 4 – Classificação das Resoluções por Código Atribuído

Resoluções	Códigos
Correta	2
Parcialmente Correta	1
Incorreta	0
Sem Resolução ou com Comentários	9

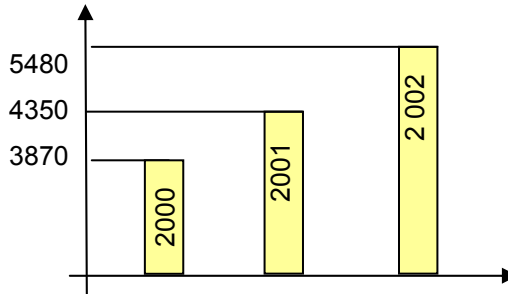
Como o enfoque desta pesquisa está na análise do conteúdo da produção escrita de professores, foi preciso considerar alguns pressupostos que ressaltam a relevância da análise de conteúdo:

1. Toda mensagem falada, escrita ou sensorial contém, potencialmente, uma grande quantidade de informações sobre seu autor: suas filiações teóricas, concepção de mundo, interesses de classe, traços psicológicos, motivações, expectativas, etc.
2. O produtor/autor é antes de tudo um selecionador e essa seleção não é arbitrária. Da multidão de manifestações da vida humana, seleciona o que considera mais importante para dar seu recado e interpreta-as de acordo com seu quadro de referência. Obviamente, essa seleção é pré-concebida. Sendo o produtor, ele próprio, um produto social, está condicionado pelos interesses de sua época, os da classe a que pertence, etc. E, principalmente, ele é formado no espírito de uma teoria da qual é o expositor. Teoria que não significa “saber erudito” e nem se contrapõe ao “saber popular”, mas que transforma seus divulgadores muito mais em executores de determinadas teorias do que em seus próprios senhores.
3. A ‘teoria’, da qual o autor é o expositor, orienta sua concepção da realidade. Tal concepção (consciente ou inconsciente) é filtrada por seu discurso e resulta em implicações extremamente importantes, para quem se propõe a fazer análise de conteúdo. (FRANCO, 1997, p. 56-57).

3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta fase do trabalho consistiu na interpretação dos resultados obtidos com a descrição e análise das informações. O texto produzido está fundamentado em autores como Linares (2000), Ponte (2003), Franco (1997), Garcia (1999), Hadji (1994), Buriasco (2004), mas também vem entrelaçado com impressões pessoais e saberes experienciados ao longo da formação profissional.

Quadro 5 – Características da Questão 1 por Série Avaliada

QUESTÃO 1													
<p>Enunciado: 1) O gráfico abaixo mostra a quantidade de pessoas, de uma determinada cidade, que viajam de férias. Os dados referem-se aos anos de 2000, 2001 e 2002.</p> <p style="text-align: center;">Total de pessoas</p>  <p>Resolva as questões, usando os dados do gráfico acima.</p> <p>a) Complete a tabela</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Ano</th> <th>Total de pessoas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table> <p>b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado? c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?</p>				Ano	Total de pessoas								
Ano	Total de pessoas												
<i>Séries</i>	<i>4ª E. F.</i>	<i>8ª E. F.</i>	<i>3ª E. M.</i>										
<i>Características</i>													
<i>Descritores¹¹ envolvidos na questão¹²</i>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ler informações e dados apresentados em tabela e gráfico. ✓ Resolver problema significativo retirando dados de um gráfico e de uma tabela. ✓ Resolver problema significativo envolvendo subtração e multiplicação de números naturais 												
<i>Forma de apresentação</i>	Intermediária	Rotineira	Rotineira										
<i>Classificação do problema</i>	Aplicação	Aplicação	Aplicação										

¹¹ Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

¹² Esta questão não constou na prova da 8ª série do Ensino Fundamental, nem na do 3º ano do Ensino Médio, por isso a ausência de descritores.

Há pelo menos duas observações a serem feitas sobre a Questão 1. A primeira refere-se ao item **b**: “Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?” A expressão grifada indica o ano de 2002, visto que este foi o ano em que a prova da AVA/2002 aconteceu. Esta informação foi repassada, verbalmente, aos professores antes do início da resolução da prova, por isso na correção foi atribuído código 2 aos professores que subtraíram o total de pessoas que viajaram em 2002 do total de pessoas que viajaram em 2001.

A segunda observação refere-se ao item **c**: “Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?” O manual de correção, já citado nesta pesquisa, atribui crédito completo para quem responder 7140 pessoas (o dobro do número de pessoas que viajaram em 2000), por se tratar de uma questão específica da prova da 4ª série, não rotineira em sala de aula. A maioria dos alunos resolveu empregando a idéia de dobro (uma quantidade determinada vezes dois), pois é o que usualmente fazem em sala de aula, quando a palavra *dobro* aparece nos problemas e exercícios. No entanto o que se pretendia com a inclusão deste item na questão era verificar se os alunos reconheceriam que não havia dados suficientes para resolvê-lo.

Desta forma, nesta pesquisa, a correção do item **c** difere da indicada no manual. Foi atribuído crédito 2 para as resoluções que explicitaram que não havia dados suficientes para resolução, crédito 1 para as resoluções que não utilizaram simplesmente a idéia de dobro, crédito 0 para aquelas que apenas utilizaram a idéia de dobro e crédito 9 para ausência de resolução (questão em branco) e/ou comentários.

Esta diferença na forma da correção é atribuída ao fato de que foram os professores e não os alunos que resolveram a questão.

A tabela 1 apresenta as quantidades de resoluções e respectivos percentuais obtidos com a correção dos itens da Questão 1.

Tabela 1 – Distribuição do número/percentual de resoluções por código de correção dos itens da Questão 1

Questão 1 Código	A		B		C	
	N	%	N	%	N	%
2	31	100	29	94	0	0
1	0	0	0	0	1	3
0	0	0	1	3	28	91
9	0	0	1	3	2	6

A tabela 2 apresenta se os professores respondem ou não as perguntas contidas no problema.

Tabela 2 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 1

QUESTÃO 1		
Provas	N	%
com resposta	27	87
sem resposta	4	13

O quadro 6 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; os créditos atribuídos às resoluções de cada item da Questão 1; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

Quadro 6 – Quadro Geral da Questão 1

QUESTÃO 1										
PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			CÓDIGOS NA RESOLUÇÃO DOS ITENS			RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	A	B	C	Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	2	2	0	X		F
P.2	■	MG	O	-	2	2	0	X		F
P.3	■	MG	P	-	2	2	0	X		F
P.4	■	MG	P	-	2	2	0	X		F
P.5	■	MG	O	-	2	2	0	X		F
P.6	■	MG	O	-	2	2	0	X		F
P.7	●	MG	P	O	2	2	0	X		F
P.8	—▲	MG	M	M	2	2	0	X		
P.9	●	MG	P	-	2	2	0	X		
P.10	●■	MG	P	O	2	2	0	X		F
P.11	★	MG	P	O	2	2	0		X	F
P.12	★	MG	O	-	2	2	0	X		F
P.13	■	MG	P	-	2	2	0		X	F
P.14	■	MG	O	-	2	2	0	X		
P.15	■	MG	O	-	2	2	0	X		F
P.16	■	MG	O	-	2	2	0	X		
P.17	■	MG	-	-	2	2	0	X		F
P.18	●—	MG	M	O	2	2	0	X		F
P.19	—▲	O	M	M	2	2	0	X		
P.20	—	MG	M	M	2	2	0	X		F
P.21	—▲	MG	M	M	2	2	0		X	F
P.22	—	MG	M	O	2	2	0	X		F
E.1	■	MG	M	O	2	2	9	X		
E.5	▲	O	M	O	2	2	0		X	
E.7	●	O	M	-	2	2	0	X		
E.9	—▲	MG	M	-	2	2	0	X		
E.10	★	O	M	-	2	2	9	X		
E.13	■	O	M	-	2	2	0	X		
E.14	—▲	O	M	-	2	0	0	X		
E.15	—▲	O	M	-	2	2	1	X		
E.17	—	O	M	-	2	9	0	X		
					Total			27	4	

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional

— 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

As resoluções da Questão 1 foram agrupadas segundo a forma e os respectivos códigos de correção atribuídos.

3.1.1 Resoluções Algébricas

Quadro 7 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção - Questão 1

Questão 1		
Forma xAy	Provas	Códigos
1 A ₁	E.9 —▲ P.20 — P.18 • — P.17 ■ P.16 ■ P.14 ■ P.12 ★ P.10 • ■ P.5 ■ P.6 ■ P.7 • P.8 —▲ P.4 ■ P.3 ■ P.2 ■ E.13 ■ P.1 —▲ P.19 —▲ P.22 —	2 e 0
2 A ₂	E.7 • P.9 •	2 e 0
3 A ₃	P.15 ■	2 e 0
4 A ₄	P.21 —▲ P.13 ■ P.11 ★ E.5 ▲	2 e 0
5 A ₅	E.14 —▲ E.17 —	2, 0 e 9
6 A ₆	E.15 —▲	2 e 1
7 A ₇	E.10 ★ E.1 ■	2 e 9

Legenda de xAy

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
A – Resolução Aritmética

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Como pode ser observado no quadro anterior, as resoluções da questão 1 são todas aritméticas, no entanto diferem segundo algumas estratégias que resolvem ou não corretamente as questões e na apresentação ou não de respostas. Estas diferenças serão apresentadas a seguir, na descrição das formas.

Forma: 1 A₁

Os professores deste grupo resolveram corretamente os itens **a** e **b** da questão. No item **a** completaram corretamente a tabela. No item **b**, 18 professores registraram e resolveram corretamente o algoritmo de subtração entre o número de pessoas que viajaram em 2002 e o número de pessoas que viajaram em 2001. Apenas um, o E.9 —▲, não fez o registro da subtração, somente escreveu a resposta. No item **c**, os professores registraram e resolveram corretamente o algoritmo da multiplicação entre o 2 e o número de pessoas que viajaram em 2000, portanto utilizaram um procedimento que não soluciona a questão. Como anteriormente, na prova E.9 —▲, foi registrada apenas a resposta com o resultado da multiplicação. Todos os professores deste grupo registraram por extenso as respostas dos itens **b** e **c**.

As provas P.22 — e P.3 ■ apresentadas a seguir exemplificam a descrição acima.

P.22 —

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

Viagem a mais neste ano 1.130 pessoas.

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 2000 \rightarrow 3870 \\ 2003 \rightarrow ? \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$

Viagem em 2003 7.740 pessoas.

P.3 ■

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

$$\begin{array}{r} 2002 \rightarrow 5480 \\ 2001 \rightarrow 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

Viagem a mais em 2002, 1130 pessoas.

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 2000 \rightarrow 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$

Viagem em 2003, 7740 pessoas.

Forma: 2 A₂

As duas provas que formam este grupo só diferem das resoluções apresentadas na forma 1A₁ no item c, que foi resolvido com a utilização do algoritmo da adição, como poderá ser observado na prova P.9 • a seguir. Da mesma forma que o grupo anterior, estes professores registraram por extenso as respostas dos itens b e c.

P.9 •

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2002	5480
2001	4350
2000	3870

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

Viagem a mais este ano
1130 pessoas.

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 3870 \\ + 3870 \\ \hline 7740 \end{array}$$

Dobrando o n.º de pessoas em 2000,
viajarão 7740 pessoas em 2003.

Forma: 3A₃

As estratégias e algoritmos utilizados na prova P.15 ■ são idênticos aos utilizados na forma 2A₂, no entanto as respostas não foram registradas por extenso, ao lado dos algoritmos. Foram escritos numericamente os valores dos seus resultados e estes destacados por um contorno, como se observa a seguir.

P.15 ■

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

1.130

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 3870 \\ 3870 \\ \hline 7740 \end{array}$$

7.740

Forma: 4 A₄

Nas provas que compõem este grupo as resoluções dos itens **a** e **b** estão corretas, com o registro e resolução do algoritmo de subtração no item **b**. No item **c**, o procedimento escolhido, que foi o mesmo das formas 1A₁ e 2A₂, não soluciona o problema. Este grupo também não apresentou nenhum registro de resposta, quer seja por extenso, quer seja por destaque das respostas dos algoritmos. A prova P.13 ■, a seguir, é um exemplo.

P.13 ■

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \end{array}$$

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 3870 \\ + 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$

Forma: 5A₅

A resolução da questão 1 na prova E.14 —▲, a seguir, mostra que o item **a** foi resolvido corretamente. No item **c** foi utilizado o algoritmo da multiplicação (3870×2). Já o item **b** apresenta uma resposta que não soluciona a pergunta e, ao mesmo tempo, afirma que a idéia utilizada na resolução foi a de considerar uma “variação alternada” da qual não há nenhum registro explicativo.

Na resolução da prova E.17—, a resolução do item **a** está também correta, seguindo o mesmo padrão da E.14 —▲, no entanto o item **b** não apresenta nenhuma solução, apenas um comentário: “Em que ano”. Isso leva a pensar que ao resolver o item **b**, este professor foi o único a não considerar as informações fornecidas no início da prova, utilizando apenas as informações contidas no enunciado. No item **c** foi realizado o algoritmo da multiplicação, da mesma forma que nas resoluções anteriormente descritas.

E.14 —▲

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

- Se considerarmos uma variação alternada este ano viajaram 480 pessoas a mais que o ano anterior.

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$
 PESSOAS A MAIS EM 2003.

Forma: 6A₆

A estratégia de resolução apresentada para os itens **a** e **b** é a mesma descrita na forma 1A₁. A diferença que caracteriza esta forma de resolução está no item **c**. Nota-se que o professor, embora tenha utilizado a idéia de dobro como os demais, não se restringiu a ela e, ao responder a pergunta, inclui em sua resposta a palavra *provavelmente*. É provável que este professor tenha compreendido que não seria possível encontrar uma resposta exata para a pergunta com os dados fornecidos pela questão. O que pode ser observado na prova E.15—▲ a seguir.

E.15 —▲

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 4350 \\ \hline 1130 \text{ pessoas} \end{array}$$

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

$$\begin{array}{r} 4350 \\ - 3870 \\ \hline 480 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3870 \\ \times 2 \\ \hline 7740 \end{array}$$

de 2000 para 2002

$$\begin{array}{r} 5480 \\ - 3870 \\ \hline 1610 \end{array}$$

de 2000 para 2002

$$\begin{array}{r} 7740 \\ + 1610 \\ \hline 9350 \end{array}$$

provavelmente

Em 2003 viajarão, provavelmente um nº de pessoas maior que 9350.

Forma: 7A₇

As resoluções deste grupo apresentam soluções corretas para os itens **a** e **b** mas na prova E.1 ■, apresentada a seguir, no item **b**, não é feito o registro do algoritmo da subtração como nas demais.

E.1 ■

a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas
2000	3870
2001	4350
2002	5480

b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

Neste ano (2002) viajaram a mais em relação ao ano passado 1130 pessoas

c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

Quanto ao item **c** temos nas provas E.1 ■ e E.10 ★ a ausência de qualquer forma de resolução /ou comentário.

Quadro 8 – Características da Questão 2 por Série

3.2 QUESTÃO 2			
<i>Enunciado</i>	Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?		
<i>Séries</i>			
<i>Características</i>	4ª E. F.	8ª E. F.	3ª E. M.
<i>Descritores¹³ envolvidos na questão¹⁴</i>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resolver problema significativo envolvendo subtração e divisão de números naturais. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema. ✓ Resolver problema envolvendo um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. 	
<i>Forma de apresentação</i>	Não-Rotineira	Intermediária	Intermediária
<i>Classificação do problema</i>	Aplicação	Aplicação	Aplicação

As resoluções da Questão 2 foram agrupadas segundo a forma e os respectivos códigos de correção atribuídos. A tabela 3 apresenta os resultados obtidos com a correção.

¹³ Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

¹⁴ Esta questão não constou na prova do 3º ano do Ensino Médio, por isso a ausência de descritores.

Tabela 3 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 2

QUESTÃO 2										
Formas De Resolução	Código								Total	
	2		1		0		9			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Algébrica	11	36	2	6	1	3	0	0	14	45
Aritmética	7	23	6	19	4	13	0	0	17	55
Total	18	59	8	25	5	16	0	0	31	100

A tabela 4 se os professores respondem ou não à pergunta contida no problema.

Tabela 4 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 2

QUESTÃO 2		
Provas	N	%
com resposta	25	81
sem resposta	6	19

O quadro 9 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; a forma escolhida para a resolução, da Questão 2, com os seus respectivos códigos de correção; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

Quadro 9 – Quadro Geral da Questão 2

QUESTÃO 2										
PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			FORMA DE RESOLUÇÃO		SEM RESOLUÇÃO	RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	Algébrica	Aritmética		Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	2			X		
P.2	■	MG	O	-		2		X		
P.3	■	MG	P	-	2			X		
P.4	■	MG	P	-		2		X		
P.5	■	MG	O	-		2		X		
P.6	■	MG	O	-		0		X		
P.7	●	MG	P	O		0		X		
P.8	—▲	MG	M	M		2			X	F
P.9	●	MG	P	-		1		X		
P.10	●■	MG	P	O		2		X		
P.11	★	MG	P	O		2			X	
P.12	★	MG	O	-		0			X	
P.13	■	MG	P	-		1			X	
P.14	■	MG	O	-		1		X		
P.15	■	MG	O	-		1		X		
P.16	■	MG	O	-		2		X		F
P.17	■	MG	-	-	2			X		
P.18	●—	MG	M	O	1			X		
P.19	—▲	O	M	M	2			X		F
P.20	—	MG	M	M		1		X		
P.21	—▲	MG	M	M	2			X		
P.22	—	MG	M	O	2			X		
E.1	■	MG	M	O	2			X		F
E.5	▲	O	M	O	1			X		F
E.7	●	O	M	-	2			X		F
E.9	—▲	MG	M	-	2			X		F
E.10	★	O	M	-	2			X		
E.13	■	O	M	-	2			X		F
E.14	—▲	O	M	-	0				X	
E.15	—▲	O	M	-		0		X		F
E.17	—	O	M	-		1			X	
		Total			14	17	0	25	6	

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional

— 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

3.2.1 Resoluções Algébricas

Quadro 10 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção

Questão 2		
Forma xSEQ _y	Provas	Código
1SEQ ₁	P.17 ■ E.13 ■ P.19 —▲ E.10 ★ E.1 ■ E.7 ● E.9 —▲	2
2SEQ ₂	P.18 ●— E.5 ▲	1
3SEQ ₃	E.14 —▲	0
4SEQ ₄	P.22 — P.21 —▲ P.3 ■	2
5SEQ ₅	P.1 —▲	2

Legenda de xSEQ_y

x - Número que antecede as letras – nº da forma de resolução
 y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
 SEQ – Sistema de Equações do 1º grau

Atuação Profissional

- 5ª a 8ª
- ▲ Ensino Médio
- 1ª a 4ª
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 1SEQ₁

A estratégia utilizada por este grupo de professores para a resolução

da questão foi elaborar um sistema de Equações do 1º grau com duas incógnitas (x e y ou s e b) os quais foram resolvidas por substituição, forma descrita na prova E.13 ■ que se apresenta a seguir. As respostas foram registradas por extenso, e nenhum professor fez algum tipo de verificação. Uma outra observação a ser feita nas resoluções deste grupo é que todos escreveram as equações da mesma forma, seguindo passo a passo as informações contidas no enunciado, ou seja: preço da saia adicionado ao preço da blusa resulta em R\$75,00 e o preço da saia é o preço da blusa subtraído de R\$23,00.

E.13 ■

Considere: $x =$ preço da saia
 $y =$ preço da blusa

Assim: $x + y = 75$ ①

$x = y - 23$ ②
saia ← → blusa

Portanto, substituímos a 2ª equação na primeira:

$$\begin{aligned}x + y &= 75 \\ \downarrow \\ (y - 23) + y &= 75 \\ 2y - 23 &= 75 \\ 2y &= 75 + 23 \\ 2y &= 98\end{aligned}$$

$$y = 49$$

Como $x + y = 75 \rightarrow x = 75 - 49$
 $x = 26$

A saia custou R\$ 26,00 e a blusa custou R\$ 49,00

Forma: 2SEQ₂

Os professores deste grupo elaboraram um sistema que não responde à questão corretamente, montam equações e algoritmos que também não solucionam a questão. A apresentação de mais de um procedimento dificulta a compreensão dos caminhos trilhados durante a resolução. No entanto a idéia mais evidente é a de que o preço da saia foi tomado como R\$23,00. Um exemplo é a prova P.18 •, a seguir.

P.18 •

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 10 \\ \hline 750 \\ 0 \\ \hline 7500 \end{array}$$

blusa - 52
suaia 23

x = suaia
y = blusa

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 + y = 75 \\ y = 75 - 23 \\ y = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 23y \\ \hline 75 \\ -23 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 23 \\ \hline 225 \\ 1500 \\ \hline 1725 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 23 \\ \hline 156 \\ 1040 \\ \hline 1192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - 23y = 0 \\ 2x - 22y = 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 23y \\ 23 - y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ x - 23y = 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 23y = 75 \\ x = 75 + 23 \\ x = 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 23 \\ \hline 225 \\ 1500 \\ \hline 1725 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 23 \\ \hline 156 \\ 1040 \\ \hline 1192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 23 \\ \hline 225 \\ 1500 \\ \hline 1725 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 23 \\ \hline 156 \\ 1040 \\ \hline 1192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 75 \\ 23 - y = 0 \\ x + 23 = 75 \\ x = 52 \end{array}$$

Forma: 3SEQ₃

O professor provavelmente iniciou sua resolução escrevendo a equação $x + y = 75$, no entanto parece não tê-la considerada pois a riscou. Escreveu então um sistema com as letras **s** e **b**, no qual a primeira equação parecia indicar que o preço da saia adicionado ao preço da blusa resultaria no total de R\$75,00 e a segunda parecia afirmar que o preço da sai subtraído do preço da blusa resultaria em R\$23,00. O sistema foi resolvido corretamente por adição, como se observa a seguir, no entanto, como a segunda equação não foi formulada corretamente, a resposta obtida (R\$49,00) indicava o preço da blusa e não o da saia.

E.14 —▲

$$\begin{array}{r} \cancel{x + y = 75} \\ s + b = 75 \\ s - b = 23 \\ \hline 2s = 98 \\ s = 49 \end{array}$$

$$\text{SAIA } \approx 49,00$$

Forma: 4SEQ₄

As resoluções feitas por este grupo seguem a mesma linha do grupo anterior 3SEQ₃. A única diferença está na atribuição da incógnita **x**. Para este grupo,

a representa o preço da saia, logo a blusa foi $x+23$, ficando a equação $x+x+23=75$. Desta forma, ao resolver a equação, o resultado obtido é a solução do problema. Mesmo assim, em três provas P.22 —, P.3 ■ e P.21 —▲, o valor da blusa foi calculado. As respostas foram expressas por extenso e apenas a prova P.3■, que se observa a seguir e a prova P.22 — registraram a verificação que foi feita por meio do algoritmo da soma entre o preço da saia e o da blusa.

P.3 ■

$$\text{saia} + \text{blusa} = \text{R\$ } 75,00$$

↓

$$\text{R\$ } 23,00 +$$

$$\text{saia} + \text{blusa} = 75,00$$

$$x + x + 23,00 = 75,00$$

$$x + x + 23 = 75$$

$$2x = 75 - 23$$

$$2x = 52$$

$$x = \frac{52}{2} \therefore x = 26$$

A saia custa R\$ 26,00.

$$\text{saia} = 26,00$$

$$\text{blusa} = 26 + 23 = 49,00$$

$$\begin{array}{r} 49,00 \\ + 26,00 \\ \hline 75,00 \end{array}$$

Forma: 5SEQ₅

A estratégia escolhida por este grupo foi a de equacionar o problema, o que fizeram da seguinte forma: $x + x - 23 = 75$, ou seja, preço da blusa (x) adicionado ao preço da saia ($x - 23$) é igual a R\$75,00. Após resolverem a equação corretamente, descobrindo o preço da blusa, R\$49,00, subtraíram desse valor a diferença de preço entre a blusa e a saia, R\$23,00, obtendo o preço da saia, R\$26,00. As respostas foram expressas por extenso e os resultados da equação e do algoritmo da subtração destacados por um contorno. A prova P.1 —▲, apresentada a seguir, exemplifica a descrição feita e também mostra que uma verificação foi realizada. Quando o professor adiciona 26 a 49, sabe-se que foi uma adição pelo resultado, no entanto não há registro do sinal da operação.

P.1 —▲

$$\begin{array}{l} \text{saia} = x - 23 \\ \text{blusa} = x \end{array}$$
$$x + x - 23 = 75$$
$$2x = 98$$
$$\boxed{x = 49} \text{ blusa}$$
$$\begin{array}{r} 49 \\ -23 \\ \hline \boxed{26} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 98 \\ 18 \\ \hline 116 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ 49 \\ \hline 75 \end{array}$$

A saia custa R\$ 26,00

3.2.2 Resoluções Aritméticas

Quadro 11 – Formas de Resolução Aritméticas por Prova e Código de Correção – Questão 2

Questão 2		
Forma xA_y	Provas	Código
6 A ₁	P.16 ■ P.10 ● ■ P.5 ■ P.11 ★ P.8 —▲ P.4 ■ P.2 ■	2
7 A ₂	E.17 — P.13 ■ P.14 ■	1
8A ₃	P.15. ■ P.20 — P.9 ●	1
9 A ₄	P.12 ★ P.7 ● E.15 —▲ P.6 ■	0

Legenda de xA_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
 y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
 A – Resolução Aritmética

Atuação Profissional

- 5ª a 8ª
- ▲ Ensino Médio
- 1ª a 4ª
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 6 A₁

Estes professores resolveram o problema subtraindo a diferença do preço entre a saia e a blusa (R\$23,00) do valor total da compra (R\$75,00), o resultado desta subtração foi em seguida dividido por 2 e desta forma descobriram o preço da saia. A validação foi feita por todos, ou seja, descobriram o preço da blusa adicionando R\$23,00 (diferença de preço entre a saia e a blusa) a R\$26,00 (preço da saia), depois adicionaram R\$49,00 (preço da blusa) a R\$26,00 (preço da saia), obtendo assim o valor total da compra. Como se pode observar na prova P.10 • ■ abaixo.

P.10 • ■

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ - 23,00 \\ \hline 52,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 26,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26,00 \\ + 23,00 \\ \hline 49,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49,00 \\ + 26,00 \\ \hline 75,00 \end{array}$$

Preço: Saia R\$ 26,00
blusa R\$ 49,00

Outras observações podem ser feitas neste grupo de resoluções. A primeira é que todos os professores responderam à pergunta contida no problema. Alguns o fizeram destacando parte da resolução, como se observou na prova P.10●■, outros na forma tipo escolar apresentada na prova P.2 ■, abaixo. A segunda é que alguns dos algoritmos são registrados a partir de resultados dos algoritmos anteriores, o que mostra certa falta de rigor na escrita matemática.

P.2 ■

$$\begin{array}{r}
 75 \\
 -23 \\
 \hline
 52 \\
 12 + 23 \\
 \hline
 149 \\
 + 26 \\
 \hline
 75
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{saia} = 26,00 \\
 \text{blusa} = 49,00 \\
 \hline
 75,00
 \end{array}$$

R: A saia custou R\$ 26,00 //

Forma: 7 A₂

As resoluções que compõem este grupo apresentam, como solução, apenas o algoritmo de subtração ($75 - 23$), ou seja, o preço total da compra menos a diferença de preço entre a saia e a blusa. Isso mostra que a diferença entre o preço da saia e o da blusa foi tomada equivocadamente como preço da blusa. Nas provas E.17 — e P.13 ■, não foi registrado nenhum tipo de resposta. Apenas na prova P.14■, apresentada a seguir, o registro da resposta ocorreu.

P.14 ■

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ - 23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$$

O preço da saia é de R\$52,00

Forma: 8 A₃

As resoluções apresentadas expressam, por extenso, a resposta. As das provas P.20 — e P.15 ■ afirmam que o preço da saia é R\$52,00; da mesma maneira que as provas resolvidas da forma 7A₂, no entanto estes professores fizeram registros de outras operações que não foram consideradas para definição da resposta, como se pode observar na prova P.20 —, abaixo.

P.20 —

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ 23,00 \\ \hline 52,00 \end{array}$$

O preço da saia é de R\$52,00.

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ -6 \\ \hline 15 \\ 10 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 37,5 \end{array}$$

Já na prova P.9 •, apresentada a seguir, as respostas expressam que a saia havia custado R\$29,00, pois foi feita uma subtração na qual de R\$52,00, indicado como preço da blusa, foi subtraído novamente R\$23,00.

P.9 •

$$\begin{array}{r} 75,00 \text{ TOTAL} \\ - 23,00 \text{ SAIA + DESCONTO} \\ \hline 52,00 \text{ BLUSA} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52,00 \\ - 23,00 \\ \hline 29,00 \end{array}$$

Paguei na saia R\$29,00

Forma: 9A₄

Neste grupo de resoluções, os professores expressaram suas respostas afirmando que o preço da saia era de R\$14,50, como se pode observar na prova P.7 •, a seguir. Este valor foi obtido com os seguintes algoritmos: $75 \div 2$ (valor total da compra dividido por 2) e $35,00 - 23,00$ (resultado da divisão menos a diferença de preço entre a blusa e a saia). A solução correta da questão poderia ter sido conseguida com os algoritmos de subtração e divisão, ms estes deveriam ocorrer em outra ordem, primeiro a subtração $75,00 - 23,00 = 52,00$ e depois a divisão $52,00 \div 2 = 26,00$.

P.7 •

$$\begin{array}{r} 75,00 \\ \downarrow 5 \\ 10 \\ 00 \end{array} \begin{array}{r} / 2 \\ \hline 37,50 \end{array} \begin{array}{r} 37,50 \\ - 23,00 \\ \hline 14,50 \end{array}$$

R: O preço da saca foi de R\$ 14,50

Quadro 12 – Características da Questão 3 por Série Avaliada

3..3 QUESTÃO 3			
<i>Enunciado</i>	Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?		
<i>Séries</i>	4 ^a E. F.	8 ^a E. F.	3 ^a E. M.
<i>Características</i>			
<i>Descritores envolvidos na questão¹⁵</i>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Montar corretamente uma expressão numérica com dados retirados do enunciado. ✓ Efetuar corretamente uma expressão numérica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificar uma equação de primeiro grau que expressa um problema. ✓ Resolver problema significativo envolvendo uma equação do 1^o grau. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resolver problema significativo envolvendo Progressão Aritmética.
<i>Forma de apresentação</i>	Não-Rotineira	Intermediária	Intermediária
<i>Classificação do problema</i>	Aplicação	Aplicação	Aplicação

As resoluções da Questão 3 foram agrupadas segundo a forma e os respectivos códigos de correção atribuídos. A tabela 5 apresenta os resultados obtidos com a correção.

¹⁵ Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

Tabela 5 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 3

Questão 3										
Formas De Resolução	Código								Total	
	2		1		0		9			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Algébrica	15	48	1	3	0	0	0	0	16	52
Aritmética	8	29	2	6	4	13	0	0	14	45
Sem Resolução	0	0	0	0	0	0	1	3	1	3
Total	23	74	3	10	4	13	1	3	31	100

A tabela 6 apresenta se os professores respondem ou não às perguntas contidas no problema.

Tabela 6 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 3

Questão 3		
Provas	N	%
com resposta	28	90
sem resposta	3	10

O quadro 13 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; a forma escolhida para a resolução, da Questão 3, com o código de correção; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

Quadro 13 – Quadro Geral da Questão 3

QUESTÃO 3										
PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			FORMA DE RESOLUÇÃO		SEM RESOLUÇÃO	RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	Algébrica	Aritmética		Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	2			X		
P.2	■	MG	O	-		2		X		
P.3	■	MG	P	-	2			X		
P.4	■	MG	P	-		2		X		D
P.5	■	MG	O	-		2		X		
P.6	■	MG	O	-		2		X		
P.7	●	MG	P	O		2		X		D
P.8	—▲	MG	M	M	2			X		
P.9	●	MG	P	-	0	0			X	
P.10	●■	MG	P	O	2			X		F
P.11	★	MG	P	O		2		X		
P.12	★	MG	O	-		2		X		D
P.13	■	MG	P	-		1		X		
P.14	■	MG	O	-		1		X		D
P.15	■	MG	O	-	0			X		
P.16	■	MG	O	-	2			X		
P.17	■	MG	-	-	2			X		
P.18	●—	MG	M	O		2		X		
P.19	—▲	O	M	M	1				X	D
P.20	—	MG	M	M		0		X		
P.21	—▲	MG	M	M	2			X		
P.22	—	MG	M	O	2			X		
E.1	■	MG	M	O	2			X		
E.5	▲	O	M	O	2			X		
E.7	●	O	M	-	2			X		
E.9	—▲	MG	M	-	2			X		
E.10	★	O	M	-	2			X		
E.13	■	O	M	-	2			X		
E.14	—▲	O	M	-		0		X		
E.15	—▲	O	M	-	2			X		
E.17	—	O	M	-			9		X	D
		Total			16	14	1	28	3	

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional
 — 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

3.3.1 Resoluções Algébricas

Quadro 14 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção

Questão 3		
Forma xEQy e xPAy	Provas	Código
1 EQ ₁	P.1 —▲ P.16 ■ P.10 •■ P.8 —▲ P.3 ■ E.5 ▲	2
2 EQ ₂	P.17 ■ E.9 —▲ P.22 — P.21—▲	2
3 EQ ₃	E.13 ■ E.1 ■ E.10 ★	2
4 EQ ₄	P.19 —▲	1
5 EQ ₅	E.15 —▲	2
6 PA1	E.7 •	2

Legenda de xEQy e xPAy

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
 y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
 EQ– Resolução por Equação
 PA – Resolução por Progressão Aritmética

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 1 EQ₁

Estes professores equacionaram e resolveram corretamente o problema, apresentaram verificação e responderam. Quatro das resoluções foram feitas utilizando a letra x como incógnita, o que, usualmente, se faz no Ensino Fundamental de 5^a a 8^a séries e no Ensino Médio, as provas P.16 ■ e P.3 ■ são de professoras que atuam no Ensino Fundamental de 1^a a 4^a séries.

Na prova P.10 • ■, a incógnita utilizada foi o símbolo □, como se pode observar a seguir

P.10 • ■

$$\square + \square + 7 + \square + 14 + \square + 21 + \square + 28 = 100$$

$$5 \times \square + 70 = 100$$

$$\square + 70 = 20$$

$$5 \times \square = 30$$

$$\square = 6$$

$$1^{\circ} = 6$$

$$2^{\circ} = 13$$

$$3^{\circ} = 20$$

$$4^{\circ} = 27$$

$$5^{\circ} = 34$$

$$\hline 100$$

$$1^{\circ} \text{ dia} = 6 \text{ telegramas}$$

$$2^{\circ} \text{ dia} = 13 \quad "$$

$$3^{\circ} \text{ dia} = 20 \quad "$$

$$4^{\circ} \text{ dia} = 27 \quad "$$

$$5^{\circ} \text{ dia} = 34 \quad "$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 23 \\ 21 \\ 20 \\ 17 \\ \hline 100 \end{array}$$

Este símbolo é usualmente apresentado aos alunos da 4^a série do Ensino Fundamental para as resoluções. É possível que esta forma tenha sido

utilizada pelo fato do professor atuar na Educação Infantil e no Ensino Fundamental de 1ª a 4ª séries. Nesta mesma prova, observa-se que o professor, ao resolver a equação, na terceira linha, divide somente 5 \square e o 100 por 5, o que não é correto, mas o erro foi percebido, a linha foi riscada¹⁶ e, em seguida, escrita corretamente.

A verificação da prova P.1 $\text{---}\blacktriangle$, apresentada a seguir, foi feita junto com o que, possivelmente o professor tenha considerado como resposta. Nas demais, ela foi feita em separado. Nesta resolução podemos observar pouco rigor ao utilizar os símbolos matemáticos, por exemplo, a colocação do sinal de igual, ou a ausência do sinal nas adições.

P.1 $\text{---}\blacktriangle$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1^\circ}{x} + \overset{2^\circ}{x+7} + \overset{3^\circ}{x+14} + \overset{4^\circ}{x+21} + \overset{5^\circ}{x+28} = 100 \\
 5x = 100 - 70 \\
 x = \frac{30}{5} = 6
 \end{array}$$

27	1º dia = 6
14	2º dia = 13
21	3º dia = 20
28	4º dia = 27
70	5º dia = 34
	100

¹⁶ Os esquemas, cálculos e tentativas riscadas, que aparecem nas resoluções, podem ser provenientes do cumprimento de uma das instruções para resolução da prova, que solicitava: "Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizarem na resolução da questão".

Os registros destes professores não mostram passo a passo as resoluções da equação ao equacionarem marcaram/agruparam as expressões que representavam cada dia.

Forma: 2 EQ₂

As resoluções deste grupo de provas foram feitas por equação, seguindo o mesmo padrão da forma 1EQ₁, ou seja, elegeu-se o x como símbolo para representar a incógnita e, também, não foi possível garantir pelos registros nem a utilização das propriedades nem o *'passa para o outro lado com o sinal trocado'* - linguagem muito utilizada nas salas de aula - para resolução da equação. No entanto, existem elementos que a diferenciam da forma anterior. Um é a apresentação do registro do levantamento das informações antes da montagem da equação, embora estes registros não sejam idênticos nas provas, cada um tem suas particularidades. Outro elemento é a ausência de registros de verificação.

Na prova P.17■, abaixo,

100 telegramas \rightarrow 5 dias

1	2	3	4	5
x	$x+7$	$x+14$	$x+21$	$x+28$

$$x + (x+7) + (x+14) + (x+21) + (x+28) = 100$$

$$5x + 70 = 100$$

$$x = \frac{100 - 70}{5}$$

$$x = \frac{30}{5}$$

$$x = 6$$

$$\underline{1 \text{ dia}} = x = \boxed{6 \text{ telegramas}}$$

$$\underline{2 \text{ dia}} = x+7 = 6+7 = \boxed{13 \text{ telegramas}}$$

$$\underline{3 \text{ dia}} = x+14 = 6+14 = \boxed{20 \text{ telegramas}}$$

$$\underline{4 \text{ dia}} = x+21 = 6+21 = \boxed{27 \text{ telegramas}}$$

$$\underline{5 \text{ dia}} = x+28 = 6+28 = \boxed{34 \text{ telegramas}}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 28 \\ 21 \\ 17 \\ 7 \\ \hline 70 \end{array}$$

os dias foram representados pelos algarismos de 1 a 5, sob os quais foi registrado a sentença matemática equivalente à quantidade de telegramas entregues em cada dia. A determinação da quantidade entregue diariamente foi feita logo após a equação, substituindo o valor da incógnita nas sentenças elaboradas para cada dia. Neste caso não se apresenta a resposta adequadamente¹⁷.

No levantamento de informações da prova E.9 —▲, a seguir,

¹⁷ Espera-se que a resposta seja escrita por extenso e separada dos cálculos efetuados para obtenção do resultado, por isso menciona-se que ela não é adequada.

$$\begin{aligned}
 1^\circ \text{ dia} &= x \\
 2^\circ \text{ dia} &= x + 7 \\
 3^\circ \text{ dia} &= x + 2 \cdot 7 \\
 4^\circ \text{ dia} &= x + 3 \cdot 7 \\
 5^\circ \text{ dia} &= x + 4 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 28 \\
 +28 \\
 \hline
 56
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 56 \\
 +44 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

$$x + (x + 7) + (x + 14) + (x + 21) + (x + 28) = 100$$

$$5x + 70 = 100$$

$$5x = 100 - 70$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

1° dia	entregou	6	cartas
2°	"	13	"
3°	"	20	"
4°	"	27	"
5°	"	34	"

a partir do 3º dia, as sentenças que expressam a quantidade de telegramas são escritas com a utilização de uma operação de multiplicação em que um fator multiplicativo representa a quantidade de dias menos um. Embora esta idéia esteja ligada à resolução por progressão aritmética, não há mais nenhum indício que possa confirmar a utilização desta estratégia para a resolução da questão. Outro aspecto interessante desta prova é que, ao responder, o professor afirma que o carteiro

entregou telegramas, não cartas.

Observando, abaixo, a resolução da prova P.22 —

100 telegramas em 5 dias

$$1^{\circ} \text{ dia } x = 6$$

$$2^{\circ} \text{ dia } x + 7 = 6 + 7 = 13$$

$$3^{\circ} \text{ dia } x + 7 + 7 = x + 14 = 6 + 14 = 20$$

$$4^{\circ} \text{ dia } x + 7 + 7 + 7 = x + 21 = 6 + 21 = 27$$

$$5^{\circ} \text{ dia } x + 7 + 7 + 7 + 7 = x + 28 = 6 + 28 = 34$$

$$5x + 70 = 100$$

$$5x = 100 - 70$$

$$5x = 30$$

$$x = \frac{30}{5}$$

$$x = 6$$

nota-se que o levantamento das informações, a determinação da quantidade entregue a cada dia e a resposta foram feitos nas mesmas sentenças matemáticas, uma para cada dia. A resposta, como em outras provas, não foi indicada adequadamente. A determinação da quantidade entregue a cada dia foi obtida substituindo-se o valor da incógnita, encontrado na equação, nas sentenças correspondentes. No entanto, para chegar a elas primeiro foram feitos os registros de somas de parcelas iguais, conforme o exemplo: para o 4º dia, cuja sentença seria $x + 21$, o professor primeiro escreveu $x + 7 + 7 + 7$.

Forma:3 EQ₃

No levantamento das informações, nas provas deste grupo, aparece claramente a idéia 'quantidade do dia anterior mais sete', nas sentenças matemáticas elaboradas, ou seja, para o 3º dia, por exemplo, registrou-se $(x + 7) + 7 = x + 14$. O x foi novamente o símbolo eleito para representar a incógnita, o que já era esperado, pois este é um procedimento comum na escola. Nas provas E.13 ■ e E.1 ■, como se pode observar nas folhas seguintes, a resposta foi apresentada separadamente dos cálculos efetuados e precedida de uma expressão conclusiva do tipo: 'assim', 'logo'.

Ao montar e resolver a equação, os padrões de semelhança entre as duas provas diminuem. Na E.13 ■, para equacionar, o professor passa um traço embaixo da sentença que indicava a quantidade entregue no último dia, registrada no levantamento de informações, e registra a soma dos resultados igualando-a a 100. O resultado da equação é destacado, também, com um contorno retangular, mas o registro da sua resolução não deixa transparecer, passo a passo, a forma utilizada para a resolução. A verificação é feita com uma operação de adição, ao lado do levantamento das informações. Uma flecha liga o dia à respectiva quantidade, que, provavelmente, foi definida por cálculos mentais, pois os registros não foram efetuados.

E.13 ■

$$\begin{array}{l} 1^\circ \text{ dia : } x \text{ telegramas} \longrightarrow 6 \\ 2^\circ \text{ dia : } x + 7 \longrightarrow 13 \\ 3^\circ \text{ dia : } (x + 7) + 7 = x + 14 \longrightarrow 20 \\ 4^\circ \text{ dia : } x + 21 \longrightarrow 27 \\ 5^\circ \text{ dia : } \begin{array}{r} x + 28 \\ + \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} + 34 \\ 100 \\ \text{teleg.} \end{array} \end{array}$$

$$5x + 70 = 100$$

$$5x = 30$$

$$\boxed{x = 6}$$

Logo:

1º dia \Rightarrow 6 telegramas

2º dia \Rightarrow 13 telegramas

3º dia \Rightarrow 20 telegramas

4º dia \Rightarrow 27 telegramas

5º dia \Rightarrow 34 telegramas

E.1 ■

$$1^{\circ} \text{ dia} = x$$

$$2^{\circ} \text{ dia} = x+7$$

$$3^{\circ} \text{ dia} = (x+7)+7 = x+14$$

$$4^{\circ} \text{ dia} = (x+14)+7 = x+21$$

$$5^{\circ} \text{ dia} = (x+21)+7 = x+28$$

sendo assim;

$$x + (x+7) + (x+14) + (x+21) + (x+28) = 100$$

$$5x + 70 = 100$$

$$5x = 100 - 70$$

$$5x = 30$$

$$x = \frac{30}{5}$$

$$\boxed{x = 6}$$

Assim o carteiro entregou no

1^o dia 6 telegramas

2^o dia 13 telegramas

3^o dia 20 telegramas

4^o dia 27 telegramas e no

5^o dia 34 telegramas.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 29 \\ \hline 21 \\ 7 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 27 \\ \hline 203 \\ 13 \\ \hline 6 \end{array}$$

10

Na prova E.1 ■, o professor faz passo a passo a resolução da equação, registrando a adição entre as sentenças obtidas a cada dia e detalhando cada operação necessária para obter o resultado. A soma dos valores numéricos da equação foi feita em uma operação ao lado, registrando os valores do maior para o menor, mas o sinal não foi colocado. O resultado da equação foi destacado por um contorno retangular. A quantidade entregue em cada dia, possivelmente, foi obtida por cálculos mentais, visto que registros não ocorreram. Apenas foi feita a verificação com uma operação semelhante à adição anteriormente citada, ou seja, o registro da parcela sem o sinal. A resposta foi enunciada adequadamente.

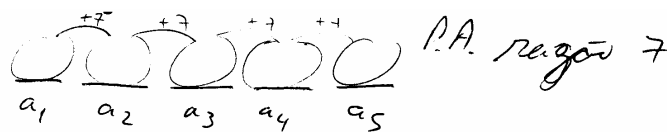
Forma: 4 EQ₄

Nesta resolução, o professor levantou os dados e equacionou corretamente o problema, no entanto, ao resolver a equação, errou uma adição e encontrou o valor 1 para a incógnita x , Fez as substituições para descobrir a quantidade entregue a cada dia, mas ao fazer a verificação por meio de uma adição, percebeu que a soma não era 100 e, desta forma, não apresentou nenhum tipo de resposta. Foram feitas também duas tentativas, uma somando os números 7,14,21,28,35 e a outra somando os número 2,9,16,23,60 , só não foi possível precisar se foram feitas antes ou depois de equacionar o problema.

Forma: 5 EQ₅

Na prova E.15 —▲, como se observa abaixo, a solução foi encontrada por meio de uma equação, no entanto a idéia de que o problema representa uma progressão aritmética torna-se evidente, pois os termos da progressão são escritos, a razão é estabelecida, mas o professor não utiliza nenhuma fórmula. Apenas monta uma equação com os termos. Após a determinação da quantidade entregue no primeiro dia, as demais foram, provavelmente, calculadas mentalmente. Os registros foram feitos e contornados, talvez com a intenção de indicar a resposta.

E.15 —▲



$$a_1 + (a_2) + (a_3) + (a_4) + (a_5) = 100$$

$$a_1 + (a_1 + n) + (a_1 + 2n) + (a_1 + 3n) + (a_1 + 4n) = 100$$

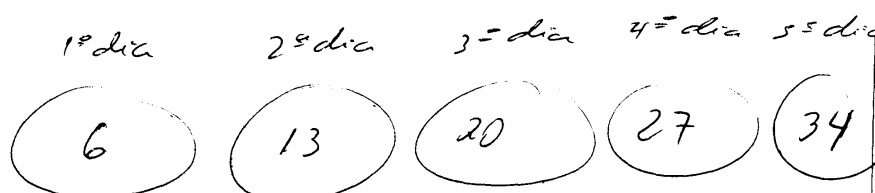
$$5a_1 + 10n = 100$$

$$5a_1 + 10 \cdot (7) = 100$$

$$5a_1 + 70 = 100$$

$$5a_1 = 30$$

$$\boxed{a_1 = 6}$$



Forma: 6 PA₁

Descrição:

Na prova E.7 •, a seguir, o professor utiliza a fórmula da soma da Progressão Aritmética corretamente, determina a quantidade entregue no primeiro dia e estabelece as demais, provavelmente, por cálculo mental. A verificação também parece ter sido feita por cálculo mental e a resposta é indicada ao final da folha.

E.7 •

$$\begin{array}{ccccccccc} 6 & 13 & 20 & 27 & 34 & = & 100 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & & \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = a_1 + (n-1) \cdot 7 \\ S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_n = a_1 + (5-1) \cdot 7 \\ 100 = \frac{(a_1 + a_n) \cdot 5}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_n = a_1 + 28 \\ \frac{200}{5} = a_1 + a_n \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n = a_1 + 28 \\ 40 = a_1 + a_n \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} a_n = a_1 + 28 \\ a_n = 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40 = a_1 + a_1 + 28 \\ 2a_1 = 40 - 28 \\ 2a_1 = 12 \\ a_1 = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1^\circ \text{ dia} \rightarrow 6 \\ 2^\circ \text{ dia} \rightarrow 13 \\ 3^\circ \text{ dia} \rightarrow 20 \\ 4^\circ \text{ dia} \rightarrow 27 \\ 5^\circ \text{ dia} \rightarrow 34 \end{array}$$

3.3.3 Resoluções Aritméticas

Quadro 15 – Formas de Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção

Questão 3		
Forma xRT_y e xT_y	Provas	Código
7 RT ₁	P.15 ■ P.9 •	0
8 T ₁	P.6 ■	
9 T ₂	P.20 —	0
10 T ₃	P.7 •	2
11 T ₄	E.14 —▲	0
12T ₅	P.14 ■	1
13T ₆	P.13 ■	1
14 7 ₇	P.18 •	2
15 T ₈	P.5 ■	0
16 T ₉	P.4 ■	2
17T ₁₀	P.2 ■ P.11 ★ P.12 ★	2

Legenda de xRT_y e xT_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
 y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
 RT – Resolução por Regra de Três
 T – Resolução por Tentativa

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 7 RT₁

As resoluções seguintes foram montadas por regra de três, porque os professores consideraram que as grandezas *quantidade de telegramas e dias* eram diretamente proporcionais. Nas duas provas eles registraram que $x = \frac{35}{100}$. No entanto, na prova P.9 •, o valor final atribuído a x foi 21 e na prova P.15 ■ não foi atribuído valor algum. Ainda, na resolução P.15 ■, o professor fez a divisão de 100 por 5 e determinou que a resposta era igual a 20.

P.9 •

$$\frac{100}{7} \times 5 = x$$

$$x \cdot 100 = 35$$

$$x = \frac{35}{100}$$

$$x = 21$$

?

P.15 ■

100 em 5 dias

1º 7

x.	dia
100	5
7	x

$100x = 35$
 $x = \frac{35}{100}$

~~2º 5~~
~~3º 12~~
~~4º 17~~
~~5º 22~~
~~6º 24~~

1º 7

100	5
7	20
	14

② $\frac{100 \times 5}{4}$

$R = 20$

$x =$

Forma: 8 T₁

O professor realizou uma única operação de adição, cujas parcelas indicavam a quantidade entregue a cada dia e a resposta foi escrita adequada e corretamente.

Forma: 9 T₂

O professor fez uma única tentativa de adição, cujas parcelas foram 5,12,17,22,24, obtendo como resultado 180. Nenhuma resposta foi indicada.

Forma: 10 T₃

Na resolução da prova P.7 •, apresentada a seguir, o professor escreveu que $100 = 5 \text{ dias}$, logo abaixo colocou que $x + 7 = 100$ e fez um risco sobre esta equação, provavelmente porque percebeu seu erro. Em seguida, ele registrou a quantidade entregue a cada dia, que deve ter sido descoberta por tentativa e erro por meio de cálculos mentais, pois não registrou as operações e, após a quinta linha, colocou um traço sob os valores, indicando a soma 100.

P.7 •

$$\begin{array}{l} 100 = 5 \text{ dias} \\ \hline \cancel{x + 7 = 100} \\ \text{no primeiro dia entregue } 6 \\ \text{no } 2^{\circ} \text{ dia } \quad \quad \quad \text{'' } 13 \\ \text{no } 3^{\circ} \text{ dia } \quad \quad \quad \text{'' } 20 \\ \text{no } 4^{\circ} \text{ dia } \quad \quad \quad \text{'' } 27 \\ \text{no } 5^{\circ} \text{ dia } \quad \quad \quad \text{'' } 34 \\ \hline 100 \end{array}$$

Forma: 11 T₄

Nesta resolução o professor fez a média, ou seja, dividiu a

quantidade total de telegramas entregues pela quantidade total de dias, mas não a utilizou em nenhum outro cálculo, também multiplicou a ordem dos dias por 7 indicando os resultados de cada multiplicação, isto é, $3 \cdot 7 = 21$, em que três representa o terceiro dia. Fez, também, a divisão de 135 por 5 e considerou que o resultado desta operação, que estava correta, seria a resposta do problema, escrevendo “entregou 27 telegramas a cada dia”. É possível que tenha obtido 135 somando os resultados das multiplicações que efetuou.

Forma: 12 T₅

Como na forma anterior, o professor fez a média, ou seja, dividiu a quantidade total de telegramas entregues pela quantidade total de dias, mas não a utilizou no restante da resolução. Fez uma tentativa de adição, verificou que estava errada, pois a primeira parcela foi 7, e as demais 7 unidades a mais, o que totalizou 105, mas, mesmo assim, registrou os valores que havia encontrado para cada parcela como resposta.

Forma: 13 T₆

Como se pode observar, o professor justificou por escrito a média, em seguida utilizou o elemento conclusivo “então” e iniciou o registro da resposta, mas não o concluiu. É possível que tenha feito quatro adições mentalmente, registrando apenas as parcelas. Em uma delas iniciou com 20, escreveu até a

terceira parcela e parou, talvez porque tenha percebido que ao colocar a próxima parcela a soma excederia 100. A lado desta, iniciou a tentativa seguinte com 13, provavelmente por $20 - 7 = 13$, registrou até a quarta parcela e também parou, acredita-se que pelo mesmo motivo da anterior. Em outra tentativa iniciou com sete, mas ao registrar a quinta parcela não o fez corretamente, pois escreveu 30 quando deveria ter escrito 35. A tentativa restante, que provavelmente foi feita após a última descrita, pois há flechas que indicam o sentido, teve a primeira parcela igual a 2, por isso ao final da soma não obteve 100. O professor não registrou mais nenhuma tentativa e riscou os valores numéricos que possivelmente representavam as parcelas das adições que realiza mentalmente.

P.13 ■

Se ele entregasse todos em quantias iguais seria 20 por dia, porém se ele entrega a cada dia 7 a mais que no dia anterior então:

no primeiro dia ele entrega 20	17	7 → 2
no segundo dia 27	→ 20	14 → 9
no terceiro dia 34	→ 27	21 → 16
no quarto dia	→ 34	28 → 23
no quinto dia	→	30 → 30

Forma: 14 T₇

A resolução seguinte mostra que o professor tentou equacionar o problema e não conseguiu, pois utilizou duas incógnitas. Reconheceu que a situação era uma Progressão Aritmética, mas não percebeu que 100 representava a soma dos termos desta progressão. Tentou utilizar a fórmula do termo geral, no entanto não a escreveu corretamente. Fez outra tentativa utilizando regra de três e considerou que as grandezas, *quantidade de telegramas e dias*, eram diretamente proporcionais, mas não concluiu a resolução. Fez, por tentativa e erro, duas adições estabelecendo que o valor de cada parcela representava a quantidade entregue a cada dia. Em uma delas chegou aos valores desejados, porém não enunciou adequadamente a resposta, apenas destacou com um contorno retangular e uma flecha a adição que apresentava o resultado esperado.

$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad a_n = 100$
 $m-1 \quad m = 7$

$5 + 7 =$

$x + 1 = 5$
 $x + 2 = 5 + n = 12$
 $x + 3 = 12 + n = 19$
 $x + 4 = 19 + n = 26$
 $x + 5 = 26 + n = 33$

$x + 1 = 5$
 $x + 2 = 5 + n = 12$
 $x + 3 = 12 + n = 19$
 $x + 4 = 19 + n = 26$
 $x + 5 = 26 + n = 33$

$100 - 5$
 $x > 7$
 $x \cdot 5 = 700$
 $x = 700 / 5 = 140$

5
 12

$1^{\circ} 5$
 $2^{\circ} 12$
 $3^{\circ} 19$
 $4^{\circ} 26$
 $5^{\circ} 33$

$x + 1 = 5$
 $x + 2 = 5 + n = 14$
 $x + 3 = 14 + n = 21$
 $x + 4 = 21 + n = 28$
 $x + 5 = 28 + n = 35$

$100 - 5$
 $x = 6$
 13
 20
 27
 34
 100

$a_n = 100$
 $m = 7$
 $a_1 =$

$a_n = a_1 \cdot (n-1)$
 $100 = a_1 \cdot (7-1)$
 $100 = 6 \cdot (7-1)$
 $100 = 5n - 5$
 $95 = 5n$
 $n = 95 / 5 = 19$

$100 / 6 = 16 \text{ R } 4$
 $40 / 6 = 6 \text{ R } 4$
 $100 / 6 = 16 \text{ R } 4$
 $40 / 6 = 6 \text{ R } 4$
 $95 / 6 = 15 \text{ R } 5$
 $45 / 6 = 7 \text{ R } 3$

$1^{\circ} 6$
 $2^{\circ} 13$
 $3^{\circ} 20$
 $4^{\circ} 27$
 $5^{\circ} 34$
 100

1
 9
 18
 27
 36
 45
 54
 63
 72
 81
 90
 99

Forma: 15 T₈

Nesta resolução o professor considerou o total 100 como sendo a

quantidade a ser entregue no último dia e, a partir daí, foi subtraindo 7. Não fez corretamente as subtrações, mas, mesmo assim, indicou os resultados obtidos como resposta.

Forma: 16 T₉

Nesta resolução, o professor registrou dez adições, mas não colocou o sinal em nenhuma e fez uns riscos em forma de x sobre elas, como se as estivesse eliminando. Fez a média, da mesma maneira descrita na forma 10 TE₄, e abaixo dela uma adição com os valores corretos, mas também sem o sinal. Destacou a resposta, expressa de forma adequada, e a tentativa correta com duas linhas perpendiculares entre si, o que se pode observar a seguir:

P.4 ■

~~7 14 21 28 35 42~~

1º dia	6	telegramas	
2º dia	13	"	
3º dia	20	"	
4º dia	27	"	
5º dia	34	"	

100	15
00	20
26	
13	
20	
27	
34	
100	

10	20	10
26	34	20
3	41	9
8	41	96
10	41	102
8	13	14
38	20	21
55	27	28
22	34	33
28	9	38
36	11	5
110	10	5
29	11	10
16	11	11
28	11	11
30	11	11
37	11	11
115	120	120

Forma: 17 T₁₀

Este grupo de resoluções segue o mesmo padrão da forma anterior.

Os professores apenas não utilizaram a média e o número de tentativas de adições, que neste caso foi inferior a dez, como se pode observar na prova P.12 ★, a seguir:

P.12 ★

$$\begin{array}{r} \cancel{10} = 20 \\ \cancel{20} = 20 \\ \cancel{30} = 20 \\ \cancel{40} = 20 \\ \cancel{50} = 20 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{13} \\ \cancel{20} \\ \cancel{27} \\ \cancel{34} \\ \cancel{4} \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \\ \cancel{10} \\ \cancel{17} \\ \cancel{24} \\ \cancel{31} \\ \cancel{38} \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{7} \\ \cancel{14} \\ \cancel{21} \\ \cancel{28} \\ \cancel{35} \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \\ \cancel{4} \\ \cancel{6} \\ \cancel{8} \\ \cancel{10} \\ \cancel{12} \\ \cancel{14} \\ \cancel{16} \\ \cancel{18} \\ \cancel{20} \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{26} \\ \cancel{13} \\ \cancel{20} \\ \cancel{27} \\ \cancel{34} \\ \cancel{4} \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ dia} \\ 13 \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ dia} \\ 20 \rightarrow 3^{\text{a}} \text{ dia} \\ 27 \rightarrow 4^{\text{a}} \text{ dia} \\ 34 \rightarrow 5^{\text{a}} \text{ dia} \\ \hline 100 \end{array}$$

Quadro 16 – Características da Questão 4 por Série

3.4 QUESTÃO 4			
<i>Enunciado</i>	Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo T o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?		
<i>Séries</i>	4ª E. F.	8ª E. F.	3ª E. M.
<i>Características</i>			
<i>Descritores¹⁸ envolvidos na questão¹⁹</i>		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificar um sistema de equações do primeiro grau que expressa um problema. ✓ Resolver problema envolvendo um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificar a inequação do 1º grau que representa um problema expresso por texto. ✓ Resolver problema significativo envolvendo uma inequação do primeiro grau.
<i>Forma de apresentação</i>		Não-rotineira	Intermediária
<i>Classificação do problema</i>		Aplicação	Aplicação

As resoluções da questão 4 foram agrupadas pela forma e os respectivos códigos de correção atribuídos. A tabela a seguir apresenta os resultados obtidos com a correção.

¹⁸ Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

¹⁹ Esta questão não constou na prova da 8ª série do Ensino Fundamental, nem na do 3º ano do Ensino Médio, por isso a ausência de descritores.

Tabela 7 – Formas de Resolução por Código de Correção – Questão 4

Questão 4										
Formas De Resolução	Códigos								Total	
	2		1		0		9			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Algébrica	6	19	7	23	4	13	0	0	17	55
Aritmética (A)	3	10	7	23	2	6	0	0	12	39
Sem Resolução	0	0	0	0	0	0	2	6	2	6
Total	9	29	14	45	6	19	2	6	31	100

A tabela 8 apresenta se os professores respondem ou não às perguntas contidas no problema.

Tabela 8 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 4

Questão 4		
Provas	N	%
com resposta	27	87
sem resposta	4	13

O quadro 17 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; os códigos atribuídos às formas de resolução da Questão 4; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

QUESTÃO 4										
PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			FORMA DE RESOLUÇÃO		SEM RESOLUÇÃO	RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	Algébrica	Aritmética		Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	1			X		D
P.2	■	MG	O	-		2		X		
P.3	■	MG	P	-		1		X		D
P.4	■	MG	P	-		2		X		
P.5	■	MG	O	-	0			X		
P.6	■	MG	O	-		1		X		
P.7	•	MG	P	O	0			X		
P.8	—▲	MG	M	M	1				X	
P.9	•	MG	P	-		1		X		
P.10	•■	MG	P	O		0		X		
P.11	★	MG	P	O			9		X	D
P.12	★	MG	O	-		1		X		
P.13	■	MG	P	-		1			X	
P.14	■	MG	O	-		1		X		
P.15	■	MG	O	-	0			X		
P.16	■	MG	O	-		1		X		
P.17	■	MG	-	-		2		X		
P.18	•—	MG	M	O	1			X		
P.19	—▲	O	M	M	1			X		
P.20	—	MG	M	M			9		X	D
P.21	—▲	MG	M	M	2			X		
P.22	—	MG	M	O	1			X		
E.1	■	MG	M	O	2			X		
E.5	▲	O	M	O		0		X		D
E.7	•	O	M	-	1			X		
E.9	—▲	MG	M	-	2			X		
E.10	★	O	M	-	0			X		
E.13	■	O	M	-	2			X		
E.14	—▲	O	M	-	1			X		
E.15	—▲	O	M	-	2			X		
E.17	—	O	M	-	2			X		
		Total			17	12	2	27	4	

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional

— 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 • Educação Infantil
 ★ Coordenação

3.4.1 Resoluções Algébricas

Quadro 18 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 4

Questão 4		
Forma xALy	Provas	Código
1AL ₁	E.13 ■ E.15 —▲	2
2AL ₂	E.1 ■ P.21 —▲	2
3AL ₃	E.17 —	2
4AL ₄	E.9 —▲	2
5AL ₆	E.7 •	1
6AL ₅	P.22 — P.1 —▲ P.18 •— P.19 —▲ E.14 —▲ P.8 —▲	1
7AL ₇	P.7 • P.5 ■ P.15 ■ E.10 ★	0

Legenda de xALy

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
 y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
 AL – Resolução Algébrica

Atuação Profissional

— 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 • Educação Infantil
 ★ Coordenação

Forma: 1A₁

A forma 1A₁ agrupa as provas E.13 ■, que se observa a seguir, e a prova E.15 —▲. As resoluções mostram que os professores não identificaram que o problema envolvia uma inequação. Resolveram-no como um sistema de equações e, desta forma, escreveram a lei de associação para o encanador A e para o encanador B. Registraram uma tabela para os valores de t variando de 1 a 3 e esboçaram, no mesmo eixo cartesiano, o gráfico das duas funções, o que permite visualizar toda a situação determinada pelo problema. Registraram, ainda, algebricamente o ponto de intersecção das funções, ou seja, para que valores de t os preços cobrados pelos encanadores seriam iguais. Completaram a resolução respondendo corretamente à questão, afirmando que para $t > 2$ o preço do encanador A fica mais barato que o preço cobrado pelo encanador B.

E.13 ■

encanador A

Seja y o valor total cobrado pelo serviço e t o tempo em horas referente ao trabalho.

$y = 18 \cdot t + 60$

t	y
1	78
2	96
3	114

encanador B

Seja y' o valor total cobrado pelo serviço e t o tempo em horas referente ao trabalho.

$y' = 36 \cdot t + 24$

t	y'
1	60
2	96
3	132

Percebemos que em $t=2$ o valor de y e y' são iguais. Ou seja:

$$y = y'$$

$$18t + 60 = 36t + 24$$

$$36 = 18t$$

$t = 2$

○ preço cobrado pelo encanador A fica mais barato que o cobrado pelo encanador B para valores de $t > 2$.

Assim: $y < y' \Leftrightarrow t > 2$.

Forma: 2A₂

Os professores E.1 ■ e P.21 —▲ resolveram corretamente o problema por inequação, isto é, registraram algebricamente que o preço cobrado

pelo encanador A ($60 + 18t$) deveria ser menor que o preço cobrado pelo encanador B ($24 + 36t$), desenvolveram corretamente a inequação e definiram assim os possíveis valores de t . Ambos apresentaram verificação por meio da substituição de valores numéricos e responderam também, corretamente, à questão.

P.21 —▲

$$A = 60 + 18h \qquad B = 24 + 36h$$

$$h = t$$

$$60 + 18t < 24 + 36t \qquad (:6)$$

$$10 + 3t < 4 + 6t$$

$$\underline{\underline{10 - 4}}$$

$$3t - 6t < 4 - 10$$

$$-3t < -6$$

$$-t < \frac{-6}{3} \qquad (-1)$$

$$t > 2$$

$p/t = 2$ $A = 60 + 36$ $A = 96$ $B = 24 + 72$ $B = 96$	$p/t = 3$ $A = 60 + 54$ $A = 114$ $B = 24 + 108$ $B = 132$
---	--

O encanador A fica mais barato que o B para tempo superior a 2 horas

Forma: 3A₃

Esta forma foi realizada por um único professor, o E.17 —. Primeiramente, ele chamou a variável das funções de x , em seguida substituiu por t e desenvolveu a resolução por inequação, como na forma 1A₁, no entanto realizou uma subtração errada ($36 - 18 = 16$), o que tornou sua resolução parcialmente correta como se observa a seguir. Talvez o próprio professor pudesse ter enxergado seu erro se tivesse feito algum tipo de verificação.

E.17 —

$$A = 60 + 18x$$

$$B = 24 + 36x$$

$$A = 60 + 18t$$

$$B = 24 + 36t$$

$$24 + 36t > 60 + 18t$$

$$18t > 36$$

$$t > \frac{36}{18}$$

$$t > 2,25$$

$$B = 2 \text{ horas e } 25 \text{ min.}$$

Forma: 4A₄

O professor, ao resolver a questão, escreve as leis de formação das duas funções e substitui t por 1, 2 e 3. Nesta substituição organizou seus registros em duas colunas, uma para os cálculos do encanador A e outra para os cálculos do encanador B e estabeleceu entre elas uma comparação, utilizando os sinais $>$, $=$ e $<$. Sua resposta, embora correta, difere das demais apresentadas até o momento, pois afirma que $t \geq 3$, como se observa, a seguir, na prova E.9 —▲.

E.9 —▲

$$\begin{aligned} A &= 60 + 18t \\ &60 + 18 \cdot 1 \\ &\boxed{78} \end{aligned}$$

$>$

$$\begin{aligned} B &= 24 + 36t \\ &24 + 36 \cdot 1 \\ &\boxed{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 60 + 18 \cdot 2 \\ &60 + 36 \\ &\boxed{96} \end{aligned}$$

$=$

$$\begin{aligned} B &= 24 + 36 \cdot 2 \\ &24 + 72 \\ &\boxed{96} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 60 + 18 \cdot 3 \\ &60 + 54 \\ &\boxed{114} \end{aligned}$$

$<$

$$\begin{aligned} B &= 24 + 36 \cdot 3 \\ &24 + 108 \\ &\boxed{132} \end{aligned}$$

O encanador A fica mais barato quando $t \geq 3$.

Forma: 5A₅

Ao resolver a questão, o professor escreveu as leis de formação das duas funções e substituiu t por 1, 2 e 3, como a resolução anterior.. Alguns cálculos provavelmente foram resolvidos mentalmente e apenas os resultados registrados; outros, no entanto, foram registrados na íntegra. Toda a resolução foi organizada em uma tabela, no entanto nenhum rigor foi demonstrado na sua construção. Esta resolução foi considerada parcialmente correta porque, ao responder à questão o professor parece se equivocar e registra $t < 2$, quando deveria escrever $t > 2$. É possível que ele tenha interpretado corretamente a situação e tenha apenas feito a inversão dos sinais. A seguir exemplifica-se a resolução descrita com a prova E.7 •

E.7 •

	$A = 60 + 18.t$	$B = 24 + 36.t$
$t = 1h$	$A = 78$	$B = 60$
$t = 2h$	$A = 60 + 36$ $A = 96$	$B = 24 + 72$ $B = 96$
$t = 3h$	$A = 60 + 54$ $A = 124$	$B = 24 + 36.3 = 108 + 24$ $B = 132$

◊ em ambos os casos A fica mais barato que B quando $t < 2$ horas.

Forma: 6A₆

Nas resoluções que compõem este grupo foram realizadas substituições na lei de associação das funções, e o registro foi feito de forma sistemática. Um exemplo é a prova P.8 —▲, abaixo.

P.8 —▲

$A = 60 + 18t$, sendo $t = 5 \rightarrow 60 + 90 = 150$.
 $B = 24 + 36t$, sendo $t = 5 \rightarrow 24 + 180 = 204$.

t	A = 60 + 18t	
1	60 + 18	78
2	60 + 36	96
3	60 + 54	114
4	60 + 72	132
...		

t	B = 24 + 36t
1	24 + 36 = 60
2	24 + 72 = 96
3	24 + 108 = 132
4	24 + 144 = 180
...	

Calculations for A: $\begin{matrix} 18 \\ 12 \\ \hline 30 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 18 \\ 12 \\ 54 \\ \hline 114 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 36 \\ 12 \\ \hline 48 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 36 \\ 12 \\ 72 \\ \hline 144 \end{matrix}$

Calculations for B: $\begin{matrix} 36 \\ 12 \\ \hline 48 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 36 \\ 12 \\ 72 \\ \hline 144 \end{matrix}$

Additional calculation: $\begin{matrix} 318 \\ 144 \\ \hline 462 \end{matrix}$

Outra observação, a ser feita neste grupo, é que as respostas apresentadas para a questão não consideram que, com três horas de trabalho, o encanador A fica mais barato que o encanador B. Afirmam que este fato ocorre a partir de três horas.

Forma: 7A₇

As provas que compõem este grupo apresentam, na resolução, apenas as leis de formação das funções e mais nenhum tipo de cálculo, o que inviabiliza a compreensão das respostas apresentadas, visto que, a análise feita é a da produção escrita. A seguir apresenta-se a resolução completa da prova P.7 • e a resposta da prova P.5 ■

P.7 •

$$A = R\$ 60,00 + 38,00 \text{ h.}$$

$$B = R\$ 24,00 + 36,00 \text{ h.}$$

R: O valor de tempo ~~x~~ de A e de R\$ 25,50.

P.5 ■

O encanador A fica 1 hora mais barato que B.

3.4.2 Resoluções Aritméticas

Quadro 19 – Formas e Resolução Aritmética por Prova e Código de Correção – Questão 4

Questão 4		
Forma xA_y	Prova	Código
8A ₁	P.4 ■ P.2 ■ P.17 ■	2
9A ₂	P.16 ■ P.3 ■	1
10A ₃	P.14 ■ P.12 ★ P.13 ■ P.6 ■ P.9 •	1
11A ₄	P.10 • ■ E.5 ▲	0

Legenda de xA_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
A – Resolução Aritmética

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 8A₁

As provas que compõem este grupo apresentaram, para solucionar corretamente a questão, apenas algoritmos de adição, sem o registro dos sinais.

Inicialmente foi calculado o preço a ser cobrado em uma hora de trabalho pelos dois encanadores. A partir daí, a cada hora, foi somado ao resultado o preço cobrado por hora, por cada um. As respostas apresentadas solucionam corretamente a questão. A prova P.2 ■, a seguir, é um exemplo.

P.2 ■

60,00		24,00
18,00	12h	36,00
178,00		60,00
18,00	20h	36,00
196,00		196,00
18,00	30h	36,00
114,00		132,00

A partir da 2ª hora de serviço ~~em~~ o encanador
 A fica mais barato que o B

Forma: 9A₂

Neste grupo de resolução os professores registraram os algoritmos que determinam o preço de cada encanador na primeira, segunda e terceira hora de trabalho. Responderam à questão da mesma maneira que o grupo 6A₆, ou seja, o encanador A será mais barato para valores acima de três horas.

Forma: 10A₃

As provas que foram agrupadas nesta forma de resolução apresentaram apenas dois algoritmos que determinaram o valor cobrado por cada encanador em uma hora de trabalho. Somente em uma delas o sinal de adição foi registrado. As respostas elaboradas para a questão não a solucionam adequadamente, como se observa a seguir. Isto talvez tenha ocorrido pelo fato de que estes professores não consideraram que t era uma variável.

P.14 ■

A

$$\begin{array}{r} 60,00 \\ 18,00 \\ \hline 78,00 \end{array}$$

B

$$\begin{array}{r} 24,00 \\ 36,00 \\ \hline 60,00 \end{array}$$

O encanador A fica mais barato
R\$18,00 que o encanador B

P.9 •

O trabalho do encanador (A)
sempre vai ser mais caro
que o enc. (B).

P.6 ■

① encanador B fica mais barato
R\$ 18,00 ~~22~~ per hora.

Forma: 10A₃

Os dois professores, que resolveram as provas que compõem esta forma de resolução, registraram os algoritmos de multiplicação que auxiliam na determinação do preço cobrado por hora, por cada encanador, para duas ou três variações de t . No entanto, ao responderem as questões, não realizaram corretamente a interpretação das respostas obtidas. A prova P.10 • ■ exemplifica a descrição.

P.10 • ■

$\begin{array}{r} A \\ 60,00 \\ \hline 2 \ 38,00 \\ \times 3 \\ \hline 54,00 \\ \hline 204,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} B \\ 24,00 \\ \hline 36,00 \\ \times 3 \\ \hline 708,00 \\ \hline 132,00 \end{array}$
$\begin{array}{r} S \\ 60,00 \\ \hline 38,00 \\ \times 3 \\ \hline 126,00 \\ \hline 98,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} B \\ 24,00 \\ \hline 36,00 \\ \times 3 \\ \hline 952,00 \end{array}$

Em todas ocasiões

Quadro 20 – Características da Questão 5 por série Avaliada

QUESTÃO 5			
<p><i>Enunciado.</i> Quatro companhias aéreas fazem a ponte aérea São Paulo – Brasília. Segundo pesquisa realizada, 7000 passageiros diários fazem essa viagem. O quadro abaixo mostra o preço dos bilhetes, a porcentagem de passageiros e o número de vôos diários dessas companhias.</p>			
	Preços dos bilhetes ida e volta	Porcentagem de passageiros	Vôos diários ida e volta
TGK	336 reais	35,5 %	32
LDX	336 reais	26,7 %	24
PHD	288 reais	22,2 %	20
WSQ	193 reais	15,6 %	14
De acordo com os dados acima, responda:			
<p>a) A empresa mais procurada nessa viagem, quantos passageiros transporta diariamente?</p> <p>b) Supondo que os aviões dessas companhias tenham a mesma lotação, quantos passageiros são transportados, em média, por dia em cada vôo?</p> <p>c) Construa um gráfico que relacione o número de passageiros e o preço que pagam para fazer essa viagem.</p>			
<i>Séries</i>	<i>4ª E. F.</i>	<i>8ª E. F.</i>	<i>3ª E. M.</i>
<i>Características</i>			
<i>Descritores²⁰ envolvidos na questão²¹</i>		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resolver problema significativo que envolva porcentagem. ✓ Resolver problema significativo, envolvendo divisão de números inteiros. ✓ Montar gráfico com dados retirados do enunciado. 	
<i>Forma de apresentação</i>	Não-rotineira	Não-rotineira	Intermediária
<i>Classificação do problema</i>	Aplicação	Aplicação	Aplicação

²⁰ Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

²¹ Esta questão não constou na prova da 4ª série do Ensino Fundamental nem na do 3º ano do Ensino Médio, por isso a ausência de descritores.

A tabela 9 apresenta as quantidades de resoluções e respectivos percentuais obtidos com a correção dos itens da Questão 5.

Tabela 9 – Distribuição do número/percentual de resoluções por código de correção dos itens da Questão 5

Questão 5 Código	A		B		C	
	N	%	N	%	N	%
2	27	87	11	36	5	16
1	0	0	3	10	10	32
0	4	13	13	41	9	29
9	0	0	4	13	7	23

A tabela 10 apresenta se os professores respondem ou não às perguntas contidas no problema.

Tabela 10 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 5

Questão 5		
Provas	N	%
com resposta	29	94
sem resposta	2	6

O quadro 21 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; os créditos atribuídos às resoluções de cada item da Questão 5; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

Quadro 21 – Quadro Geral da Questão 5

QUESTÃO 5										
PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			CÓDIGOS NA RESOLUÇÃO DOS ITENS			RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	A	B	C	Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	2	0	1	X		
P.2	■	MG	O	-	2	0	2	X		
P.3	■	MG	P	-	2	0	0	X		
P.4	■	MG	P	-	2	2	1	X		
P.5	■	MG	O	-	2	1	1	X		
P.6	■	MG	O	-	2	0	0	X		
P.7	•	MG	P	O	2	2	0	X		
P.8	—▲	MG	M	M	2	2	2	X		D
P.9	•	MG	P	-	2	0	1	X		
P.10	•■	MG	P	O	2	0	1	X		D
P.11	★	MG	P	O	2	0	9	X		
P.12	★	MG	O	-	2	0	1	X		
P.13	■	MG	P	-	0	9	9		X	
P.14	■	MG	O	-	0	0	0	X		
P.15	■	MG	O	-	0	0	0	X		
P.16	■	MG	O	-	2	2	2	X		
P.17	■	MG	-	-	2	2	0	X		D
P.18	•—	MG	M	O	2	0	9	X		D
P.19	—▲	O	M	M	2	2	0	X		
P.20	—	MG	M	M	2	1	1	X		
P.21	—▲	MG	M	M	2	2	0	X		
P.22	—	MG	M	O	2	2	2	X		
E.1	■	MG	M	O	2	2	9	X		
E.5	▲	O	M	O	2	9	9		X	
E.7	•	O	M	-	2	2	1	X		D
E.9	—▲	MG	M	-	2	0	0	X		D
E.10	★	O	M	-	2	9	9	X		D
E.13	■	O	M	-	2	2	2	X		D
E.14	—▲	O	M	-	2	0	1	X		F
E.15	—▲	O	M	-	2	1	1	X		
E.17	—	O	M	-	2	9	9	X		
					Total					

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional
 — 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 • Educação Infantil
 ★ Coordenação

A descrição e análise dos resultados da questão 5 foram realizadas agrupando as provas de acordo com as formas de resolução em cada item.

3.5.1 ITEM.a

3.5.1.1 Resoluções Algébricas

Quadro 22 – Formas de Resolução Algébrica do Item a por Prova e Código de Correção –
Questão 5

Questão 5.a		
Forma xAL_y	Provas	Códigos
1AL ₁	E.7 • E.13 ■ P.4 ■ P.5 ■ P.17 ■ P.20 — P.22 —	2
2AL ₂	E.1 ■ P.21 —▲ P.12 ★	2

Legenda de xAL_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
Al – Resolução Algébrica

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma:1AL₁

Descrição:

As soluções apresentadas nas provas deste grupo solucionam a questão por regra de três, estabelecendo a seguinte relação: se 7000 pessoas são 100% dos passageiros, então x pessoas são 35,5%, no entanto, a representação desta relação não demonstra qualquer preocupação com o rigor da linguagem matemática, ou seja, ao invés de escreverem $\frac{7000}{x} = \frac{100\%}{35,5\%}$, escreveram

7000 _____ 100%
x _____ 35,5% e, a partir daí, resolveram a equação. Um exemplo é a prova

P.22 — a seguir.

P.22 —

diariamente?
TGK → 35,5% (passageiros)

$$\begin{array}{l} 7000 \longrightarrow 100\% \\ x \quad \quad \quad \longrightarrow 35,5\% \\ 100x = 248.500 \\ \boxed{x = 2485} \end{array}$$

Transmita 2485 passageiros.

Ao analisar as resoluções foi possível observar, também, que a equação não é representada passo a passo. Não foi registrado nenhum tipo de verificação e apenas um professor não escreveu por extenso a resposta, só a indicou por um contorno feito na última linha da equação, como se pode observar na prova E.7 •, a seguir.

E.7 •

TGK

$$\begin{array}{l}
 100\% = 7000 \\
 35\% = x
 \end{array}$$

$$x = \frac{7000 \cdot 35}{100}$$

$$x = 2450$$

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 \times 70 \\
 \hline
 2450
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 100 = 7000 \\
 35,5 = x
 \end{array}$$

$$x = \frac{7000 \cdot 35,5}{100}$$

$$x = 2485$$

$$\begin{array}{r}
 35,5 \\
 \times 70 \\
 \hline
 24850
 \end{array}$$

Forma: 2AL₂

As provas que compõem este grupo apresentam a mesma relação estabelecida pelo grupo 1AL₁, no entanto, nestas resoluções, ela não foi equacionada. Os professores fizeram o algoritmo da multiplicação de 35,5 por 7000 e no resultado riscaram os zeros, como se o risco indicasse a divisão por 100. O que mostra, mais uma vez, o pouco rigor com a linguagem matemática. Apenas na prova P.21 —▲, que se observa a seguir, a resposta foi registrada por extenso, as demais expressaram que $x = 2485$.

P.21 —▲

$$\begin{array}{l}
 7000 \text{ — } 100\% \\
 x \text{ — } 35,5\%
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35,5 \\
 \times 7000 \\
 \hline
 2485000
 \end{array}$$

Transporta 2.485 passageiros diariamente.

3.5.1.2 Resoluções Aritméticas

Quadro 23 – Formas de Resolução Aritmética do Item a por Prova e Código de Correção –
Questão 5

Questão 5.a		
Forma xA_y	Prova	Códigos
3A ₁	P.10 ●■ P.18 ●— P.11 ★ P.6 ■ P.3 ■ P.2 ■ P.9 ● E.14 —▲ P.16 ■ P.7 ● E.10 ● P.8 —▲ E.9 —▲	2
4A ₂	E.15 —▲ P.19 —▲ P.1 —▲ E.17 —	2
5A ₁	P.14 ■ P.13 ■ P.15 ■ E.5 ■	0

Legenda de xA_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
A – Resolução Aritmética

Forma: 3A₁

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

O algoritmo da multiplicação de 35,5 por 7000 foi o único registro realizado pelos professores que compõem este grupo, além da resposta escrita por

extenso. Nestes algoritmos da multiplicação, assim como nos demais descritos nesta questão, no resultado, os dois zeros finais foram riscados, o que reforça a idéia de que esta seja uma forma rotineira de se representar o cálculo da porcentagem. Outra observação é que 5 dos 12 professores deste grupo não utilizaram a propriedade comutativa da multiplicação, que lhes permitiria montar o algoritmo da seguinte forma: $35,5 \times 7000$, cuja resolução seria menos complexa que $7000 \times 35,5$. Exemplo destas duas situações pode se observar a seguir, nas provas E.9 —▲ e P.8 —▲.

E.9 —▲

Transporta 2485 passageiros

$$\begin{array}{r} 7.000 \\ \times 35,5 \\ \hline 35000 \\ 35000+ \\ \underline{21000+} \\ 2485,000 \end{array}$$

P.8 —▲

$$\begin{array}{r} 335,5 \\ \times 7000 \\ \hline 2485,000 \end{array}$$

2485 passageiros

Forma: 4A₂

Foram quatro os professores que registraram a resolução da seguinte forma $\frac{35,5}{100} \cdot 7000 =$. Para desenvolverem estas operações, fizeram a

simplificação entre 7000 por 100, que foi registrada com o risco nos dois últimos zeros do numeral 7000 e nos zeros do numeral 100. Ao lado montaram e resolveram corretamente o algoritmo da multiplicação $35,5 \times 70$. A resposta foi considerada o resultado obtido com a resolução da operação, como se pode observar na prova P.1 —▲ abaixo.

P.1 —▲

a) A empresa mais procurada nessa viagem, quantos passageiros transporta diariamente?

$$\frac{35,5}{100} \cdot 7000 =$$

2.485
passageiros

$$\begin{array}{r} 35,5 \\ \times 70 \\ \hline 2485,0 \end{array}$$

Forma: 5A₃

As soluções apresentadas neste grupo também são aritméticas, mas não resolvem corretamente a questão, pois as informações retiradas para montagem do algoritmo expressam que a compreensão da tabela e/ou da situação como um todo não foi realizada corretamente. O algoritmo de multiplicação foi $32 \times 35,5$, ou seja, foi calculada a porcentagem do número de vôos realizados pela companhia aérea. Na prova P.14 ■, apresentada a seguir, além das descrições acima, pode-se observar que o professor, ao evidenciar a resposta, faz a opção por um resultado aproximado, no entanto não acrescenta a ela a palavra aproximadamente.

P.14 ■

a) A empresa mais procurada nessa viagem, quantos passageiros transporta diariamente?

\rightarrow ~~32 passageiros~~
 \rightarrow 11 passageiros

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 35,5\% \\ \hline 160 \\ 160 \\ 96 \\ \hline 1136 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 35 \\ \hline 160 \\ 96 \\ \hline 1120 \end{array}$$

~~11,3~~ | 160

Outra observação a ser feita neste grupo de resoluções é a ausência de registro de verificação. Não há registros e parecem não terem sido feitos cálculos mentais, já que a solução encontrada não está correta e, mesmo assim, foi considerada resposta.

3.5.2 ITEM.b

3.5.2.1 Resoluções Aritméticas

Quadro 24 – Formas de Resolução Aritmética do Item b por Prova e Código de Correção - Questão 5

Questão 5.b		
Forma xA_y	Provas	Códigos
1A ₁	P.16 ■ E.1 ■ P.17 ■ P.4 ■ E.7 • P.22 — P.21 —▲ P.8 —▲ P.7 •	2
2A ₂	E.13 ■ P.19 —▲	2
3A ₃	P.20 — E.15 —▲ P.5 ■	1
4A ₄	P.1 —▲ P.3 ■ P.2 ■	0
5A ₅	P.12 ★ E.9 —▲ P.10 •■ P.11 ★ E.14 —▲ P.18 •— P.14 ■ P.15 ■	0
6A ₆	E.5 ▲ P.13 ■ E.17 — E.10 ★ P.9 • P.6 ■	9 e 0

Legenda de xAy

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
A – Resolução Aritmética

Atuação Profissional

— 5^a a 8^a
▲ Ensino Médio
■ 1^a a 4^a
• Educação Infantil
★ Coordenação

Forma: 1A₁

A estratégia utilizada por estes professores foi a de dividir o número total passageiros (7000) pelo número total de vôos (90). Alguns registraram a adição que determinou o número total de vôos, outros não. Apenas dois professores resolveram a divisão pelo “processo longo”, ou seja, registrando as subtrações. Os demais resolveram pelo “processo curto”, fazendo as subtrações mentalmente. Estes professores também simplificaram a operação ao iniciar sua resolução riscando o último zero do número 700 e do 90, ficando assim $700 \div 9$. Alguns professores registraram apenas uma casa decimal, talvez porque tenham percebido que se tratava de uma dízima periódica, ou por pensarem que estavam dividindo quantidade de pessoas. As provas P.8 —▲ e E.1 ■ são exemplos desta forma de resolução.

P.8 —▲

$$\begin{array}{r} 7000 \overline{) 7000} \\ \underline{70} \\ 70 \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$$

média 78 passageiros por vôo.

$$32+24+34 = 90 \text{ vôos}$$

E.1 ■

$$\begin{array}{r} 7000 \overline{) 7000} \\ \underline{70} \\ 70 \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$$

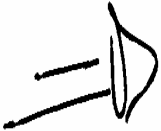
APROXIMADAMENTE 78 passageiros

Forma: 2A₂

Os dois professores que compõem este grupo optaram por calcular a média de passageiros em cada companhia. Primeiramente calcularam o número de passageiros de cada uma, seguindo a mesma estratégia utilizada no item a. Depois fizeram a divisão do número de passageiros encontrado pelo número de vôos. Como a média sofre uma pequena variação de uma companhia para outra, na prova E.13 ■ a resposta à pergunta foi aproximadamente 77 passageiros e na prova P.19 —▲, abaixo, foi em média 78 pessoas.

P.19 —▲

$\begin{array}{r} 26,7 \cdot 7000 \\ \hline 100 \\ 4 \\ 26,7 \\ \hline \times 7 \\ \hline 186900 \\ 1869 \end{array}$	$\begin{array}{r} 22,2 \cdot 7000 \\ \hline 100 \\ 22,2 \\ \hline \times 7 \\ \hline 155400 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15,6 \\ 70 \\ \hline 1092,0 \\ \text{WWSA} \end{array}$
---	--	---

A média de cada vôo são aproximadamente 78 pessoas. 

$$\begin{array}{r} \overline{2485} \quad \begin{array}{l} \underline{224} \\ 0245 \\ \underline{224} \\ 0210 \\ \underline{192} \\ 0180 \\ \underline{20} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{1869} \quad \begin{array}{l} \underline{168} \\ 0189 \\ \underline{168} \\ 0210 \\ \underline{192} \\ 018 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{1554} \quad \begin{array}{l} \underline{140} \\ 0154 \\ \underline{140} \\ 0140 \\ \underline{0} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{1692} \quad \begin{array}{l} \underline{98} \\ 0112 \\ \underline{0} \end{array} \end{array}$$

Forma: 3A₃

A estratégia utilizada nestas resoluções é a mesma descrita na forma 1A₃. No entanto a resolução é considerada parcialmente correta porque, ao responder à questão, os professores afirmam que são exatamente 77 passageiros. Não mencionam as palavras aproximadamente ou em média. Como exemplo apresenta-se a prova P.20 —.

P.20 —.

$$\begin{array}{r} \overline{2485} \text{ passageiros} \\ \begin{array}{l} \underline{630} \\ 0700 \\ \underline{630} \\ 0700 \end{array} \end{array}$$

77 passageiros

Forma: 4A₄

Os três professores que compõe este grupo fizeram apenas a média dos passageiros que voaram pela companhia TGK, o que está correto, pois os aviões têm a mesma lotação. É possível dividir 2485 (número de passageiros) por 32 (número de vôos), obtendo como resposta 77 passageiros. O que pode ser observado na prova P.3 ■, a seguir.

P.3 ■

$$\begin{array}{r} 2485 \overline{) 2485} \\ \underline{224} \\ 0245 \\ \underline{224} \\ 021 \end{array}$$

Em média 77 passag.

Forma: 5A₅

As resoluções deste grupo não solucionaram a questão, pois os professores dividiram total de passageiros diários por outras informações retiradas do problema, como, por exemplo, na prova P.12 ★ em que o divisor foi o número de vôos diários da companhia TGK, 32 vôos.

P.12 ★

$$\begin{array}{r}
 7.000 \\
 \underline{64} \\
 060 \\
 \underline{32} \\
 280 \\
 \underline{274} \\
 074
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 32 \\
 \underline{218} \\
 74 \\
 \underline{292}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 292 \\
 \text{passageiros} \\
 \text{são transportados} \\
 \text{por dia}
 \end{array}$$

Na prova E.14 —▲ o divisor foi o total de companhias aéreas, 4 companhias.

E.14 —▲

$$\begin{array}{r}
 7.000 \\
 \underline{30} \\
 20 \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 \underline{1750}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{SERÁ TRANSPORTADO} \\
 \text{1750 PASSAGEIROS EM} \\
 \text{MÉDIA, POR CADA CIA.}
 \end{array}$$

Já na prova P.11 ★ o professor resolve corretamente a questão, mas anula sua resolução com um risco e divide então 7000 por 45, onde o divisor é a metade do número de vôos realizados no dia. Faz inclusive uma verificação da divisão. É possível que tenha confundido a palavra média com metade.

P.11 ★

$$\begin{array}{r}
 7.000 \\
 \underline{45} \\
 250 \\
 \underline{225} \\
 250 \\
 \underline{225} \\
 25
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7.000 \\
 \underline{45} \\
 155
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7.000 \\
 \underline{70} \\
 7 \\
 \underline{45} \\
 225
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 22 \\
 \underline{155} \\
 775 \\
 \underline{620} \\
 225
 \end{array}
 \quad
 \text{77} \quad \text{155}$$

Forma: 6A₆

Os créditos de correção deste grupo foram o e 9, porque os professores ou deixaram a questão em branco ou escreveram comentários como o da prova E.5 ▲, abaixo, ou ainda simplesmente registraram uma resposta que não solucionava a questão, nem tampouco mostra indícios de qual tenha sido a estratégia de pensamento para se chegar até ela, como na prova P.9 • .

E.5 ▲

— OS DADOS NÃO MENCIONAM
Nº DE PASSAGEIROS.

P.9 •

São transportadas em média,
por dia em cada voo 350
pessoas

3.5.3 ITEM.C

3.5.3.1 Formas de Resolução

Quadro 25 – Formas de Resolução do Item c por Prova e Código de Correção – Questão 5

Questão 5.c		
Forma	Provas	Código
1	P.8 —▲ P.22 — P.16 ■ E.13 ■ P.2 ■	2
2	E.7 • P.4 ■ P.5 ■ E.15 —▲ P.20 — P.10 •■ P.1 —▲ P.9 • E.14 —▲ P.12 ★	1
3	P.7 • P.21 —▲ P.17 ■ P.19 —▲ E.9 —▲ P.3 ■ P.14 ■ P.6 ■ P.15 ■	0

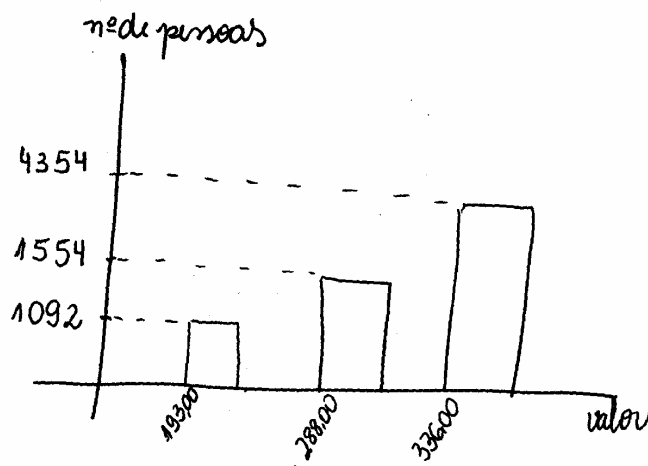
Legenda da Atuação Profissional

- 5ª a 8ª
- ▲ Ensino Médio
- 1ª a 4ª
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 1

Os gráficos de barra construídos nas provas deste grupo estão corretos, pois relacionam o preço das passagens com o número de passageiros. Como há duas companhias com o mesmo preço, é necessário uma única barra que represente o total de passageiros das duas companhias. Para descobrir o total de passageiros de cada companhia, os professores utilizaram a mesma estratégia do item a. Alguns o fizeram por regra de três (forma algébrica) e outros com o cálculo direto da porcentagem (forma aritmética). Dois exemplos são apresentados a seguir nas provas P.22 — e P.8 —▲.

P.22 —



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{TGK} = 2485 \\ \text{LDX} = 1869 \\ \text{PHD} = 1554 \\ \text{WSQ} = 1092 \end{array} \right\}$$

ITGK

7000 - 100%
 X - 35,5

7000
 x 35,5
 35000
 35000 +
 38500 +
 25000
 248500

~~7000 - 100%~~
~~X - 35,5~~

100X = 248500
 X = 2485

LDX

7000 - 100%
 X - 26,7

7000
 x 26,7
 49000
 42000 +
 14000 +
 86900

100X = 86900
 X = 869

PHD

7000 - 100%
 X - 22,2

7000
 x 22,2
 14000
 14000 +
 14000 +
 55400

100X = 55400
 X = 554

WSQ

7000 - 100%
 X - 15,6

7000
 x 15,6
 42000
 35000 +
 7000 +
 109200

100X = 109200
 X = 1092

TOTAL

2485
 232
 2485
 869
 1554
 1092
 7000

4
 1750

4
 30
 20
 00

7000

1750

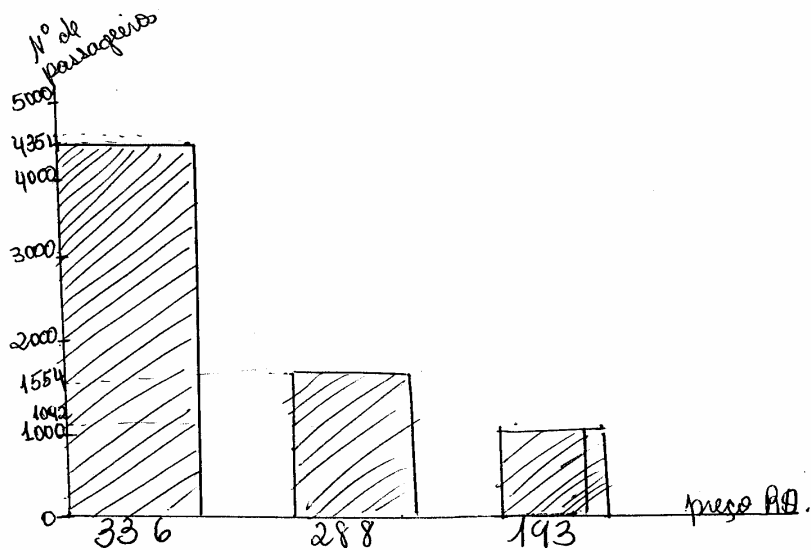
90 14
 10 22,5
 20
 0

190
 630
 0700
 630
 070

47
 22
 154
 1694

111
 2485
 1869
 4354

P.8 —▲

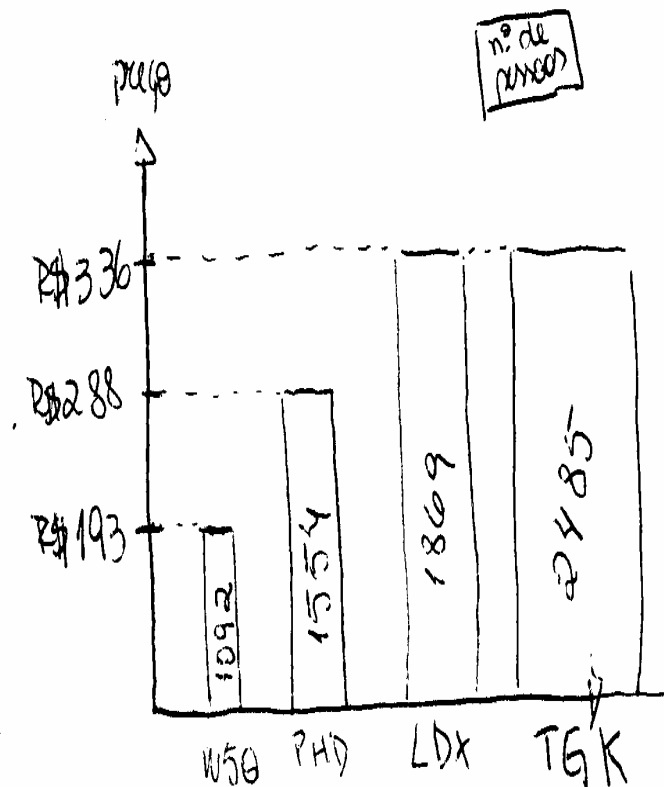


Forma: 2

As resoluções deste grupo diferem da anterior por dois motivos. Primeiro porque os professores indicaram por barras diferentes o número de passageiros das companhias que cobram o mesmo preço e segundo porque os eixos foram invertidos. Estas resoluções foram consideradas parcialmente corretas. Uma delas pode ser observada na prova E.7 •.

E.7 •.

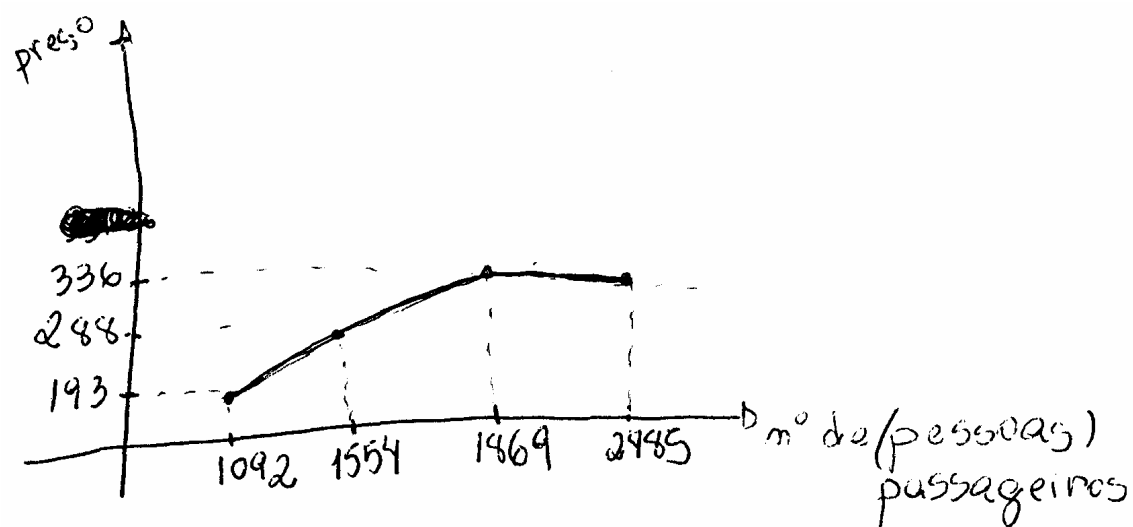
$$x = \frac{7.000 \times 26,7}{100} = 1869$$
$$\begin{array}{r} 44 \\ 267 \\ \times 70 \\ \hline 18690 \end{array}$$
$$x = \frac{7.000 \times 22,2}{100} = 1554$$
$$\begin{array}{r} 222 \\ 70 \\ \hline 15540 \end{array}$$
$$x = 70 \times 15,6 = 1092$$
$$\begin{array}{r} 156 \\ 70 \\ \hline 10920 \end{array}$$



Forma: 3

Estas resoluções foram consideradas erradas porque os professores que calcularam a quantidade de passageiros por empresa não escolheram um gráfico adequado para representar a subtração. É o caso por exemplo, da prova E.9—▲, abaixo.

E.9 —▲



Quadro 26 – Características da Questão 6 por Série

3.6 QUESTÃO 6			
<i>Enunciado</i>	<p>Pedro e Carla saem do cinema e resolvem pegar juntos um táxi para ficar mais barato, já que Carla mora no caminho da casa de Pedro. Carla mora a $8km$ do cinema e Pedro mora a $15km$. Sabendo-se que o preço P (em reais) cobrado pelo táxi varia com a distância percorrida x (em quilômetros), de acordo com a função $P(x) = 2x + 5$, quanto cada um deve pagar de modo que seja vantajoso para ambos?</p>		
<i>Séries</i>	4ª E. F.	8ª E. F.	3ª E. M.
<i>Características</i>			
<i>Descritores²² envolvidos na questão²³</i>			✓ Resolver problema que envolva função afim.
<i>Forma de apresentação</i>		Não-rotineira	Intermediária
<i>Classificação do problema</i>		Aplicação	Aplicação

As resoluções da questão 6 foram agrupadas pela forma e os respectivos códigos de correção atribuídos. O quadro a seguir apresenta os resultados obtidos com a correção.

²² Originalmente publicado em BURIASCO, Regina L. C de; CYRINO, Márcia C. de C. T.; SOARES, Maria T. C. **Manual para Correção das Provas com Questões Abertas de Matemática – AVA-2002**. Curitiba: SEED/CAADI, 2003.

²³ Esta questão não constou na prova da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, por isso a ausência de descritores.

Tabela 11 – Formas De Resolução Por Código De Correção – Questão 6

Questão 6										
Formas De Resolução	Códigos								Total	
	2		1		0		9			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Algébrica	9	29	0	0	13	41	0	0	22	71
Aritmética (A)	0	0	2	6	2	6	0	0	4	13
Sem resolução	0	0	0	0	0	0	5	16	5	16
Total	9	29	2	6	15	47	5	16	31	100

A tabela 12 apresenta se os professores respondem ou não às perguntas contidas no problema.

Tabela 12 – Apresentação de Resposta por Número de Provas – Questão 6

Questão 6		
Provas	N	%
com resposta	23	74
sem resposta	8	26

O quadro 27 apresenta a atuação profissional de cada professor que resolveu a prova e sua formação acadêmica; os créditos atribuídos às formas de resoluções da Questão 6; a apresentação ou não de resposta à pergunta do problema; a escolha feita por cada professor ao responder ao questionário avaliativo quanto ao grau de dificuldade acerca da questão.

Quadro 27 – Quadro Geral da Questão 6

PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO			FORMA DE RESOLUÇÃO		SEM RESOLUÇÃO	RESPOSTA		MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL
		EM	ES	PG	Algébrica	Aritmética		Com	Sem	
P.1	—▲	MG	M	O	0			X		
P.2	■	MG	O	-		1		X		D
P.3	■	MG	P	-	2			X		
P.4	■	MG	P	-	0			X		
P.5	■	MG	O	-	0			X		D
P.6	■	MG	O	-			9		X	D
P.7	●	MG	P	O		0		X		
P.8	—▲	MG	M	M	2			X		
P.9	●	MG	P	-			9		X	
P.10	●■	MG	P	O		1		X		
P.11	★	MG	P	O		0		X		
P.12	★	MG	O	-	2			X		
P.13	■	MG	P	-			9		X	D
P.14	■	MG	O	-	0			X		
P.15	■	MG	O	-	0				X	D
P.16	■	MG	O	-	0				X	D
P.17	■	MG	-	-	2			X		
P.18	●—	MG	M	O	0			X		
P.19	—▲	O	M	M	0			X		
P.20	—	MG	M	M	0			X		
P.21	—▲	MG	M	M	2			X		
P.22	—	MG	M	O	2			X		D
E.1	■	MG	M	O			9		X	
E.5	▲	O	M	O	0			X		
E.7	●	O	M	-	0			X		
E.9	—▲	MG	M	-	2			X		
E.10	★	O	M	-			9		X	
E.13	■	O	M	-	2			X		
E.14	—▲	O	M	-	0			X		D
E.15	—▲	O	M	-	2			X		D
E.17	—	O	M	-	0				X	
		Total			22	4	5	23	8	

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional

— 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

3.6.1 Resoluções Algébricas

Quadro 28 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 6

Questão 6		
Forma xAL_y	Provas	Código
1AL ₁	E.13 ■ P.21 —▲ P.8 —▲ P.17 ■	2
2AL ₂	E.9 —▲ P.3 ■	2
3AL ₃	E.15 —▲	2
4AL ₄	P.12 ★	2
5AL ₅	P.22 —	2
6AL ₆	E.17 — P.16 ■ P.15 ■	0
7AL ₇	P.20 — P.18 —• E.14 —▲ P.19 —▲ P.14 ■ P.5 ■ E.5 ▲ P.1 —▲	0
8AL ₈	P.4 ■	0
9AL ₉	E.7 •	0

Legenda de xAL_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução
y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução
AL – Resolução Algébrica

Atuação Profissional

- 5^a a 8^a
- ▲ Ensino Médio
- 1^a a 4^a
- Educação Infantil
- ★ Coordenação

Forma: 1AL₁

Os professores que compõem este grupo afirmaram que a forma mais vantajosa para ambos seria Carla pagar R\$10,50 e Pedro R\$25,50, no entanto apenas na prova E.13 ■, apresentada a seguir, a justificativa da resposta foi registrada. As demais fizeram somente as substituições e cálculos corretamente.

E.13 ■

De cada um fizesse a viagem de táxi sozinho, teriam que pagar.

Pedro

Carla

$$P(x) = 2x + 5$$

$$P(x) = 2x + 5$$

$$P(15) = 2 \cdot 15 + 5$$

$$P(8) = 2 \cdot 8 + 5$$

$$P(15) = 30 + 5$$

$$P(8) = 16 + 5$$

$$P(15) = 35$$

$$P(8) = 21$$

Logo, somando seus gastos teríamos R\$ 56,00.

mas como Carla mora no caminho da casa de Pedro, deveriam dividir os R\$35,00 da distância máxima de 15 km.

Como os primeiros 8 km são comuns aos dois dividem os R\$21,00 correspondentes e Pedro paga sozinho os 7 km que só a ele interessam R\$14,00. Ficando R\$10,50 para Carla e R\$24,50 para Pedro.

Forma: 2AL₂

Para os dois professores deste grupo, a forma mais vantajosa seria dividir o preço do percurso total R\$35,00 por 2 e assim, cada um pagaria R\$17,50. Eles resolveram corretamente as substituições feitas nas leis de formação das funções e expressaram por extenso a resposta que continha, também, uma explicação para opção feita. A prova E.9 —▲, abaixo, exemplica esta descrição e mostra, mais uma vez, que os resultados das operações que solucionam a questão são marcados por um contorno.

E.9 —▲

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x + 5 \\ P(15) &= 2 \cdot 15 + 5 \\ &= 30 + 5 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x + 5 \\ P(8) &= 2 \cdot 8 + 5 \\ &= 16 + 5 \\ &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 70} \\ 70 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} P(15) &= 35 \\ &= 35 \\ &= 35 \end{aligned}$$

Devem pagar o valor de $P(15)$ que é a distância da casa de Pedro ao cinema dividida por 2 já que Carla mora no caminho da casa de Pedro assim ambos pagaram menos do que pagariam individualmente.

Forma: 3AL₃

Na resolução da prova E.15 —▲, o professor considera que Pedro deve pagar por 8 quilômetros percorridos e Carla por 7 quilômetros percorridos. Assim para definir o valor que cada um pagaria, calculou o preço do quilômetro na corrida ($35 \div 15$) e multiplicou o resultado aproximado por 8 e 7. Talvez na intenção de anular quatro dos algoritmos que realizou, fez um risco sobre eles.

E.15 —▲

$P(15) = 2 \cdot 15 + 5 = 35 \text{ reais}$
 $P(8) = 2 \cdot 8 + 5 = 21 \text{ reais}$

~~$$\begin{array}{r} 35 \overline{)15} \\ \underline{30} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$~~ ~~$$\begin{array}{r} 22 \\ \underline{233} \\ 8 \\ \underline{1864} \end{array}$$~~
$$\begin{array}{r} 2,33 \\ \underline{7,5} \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 35 \overline{)2} \\ \underline{17,50} \end{array}$$
 para cada~~

Pedro paga por 8 Km ~~por 8 Km~~
e Carla paga por 7 Km ~~o valor~~
aproximado de 2,34 reais o Km.

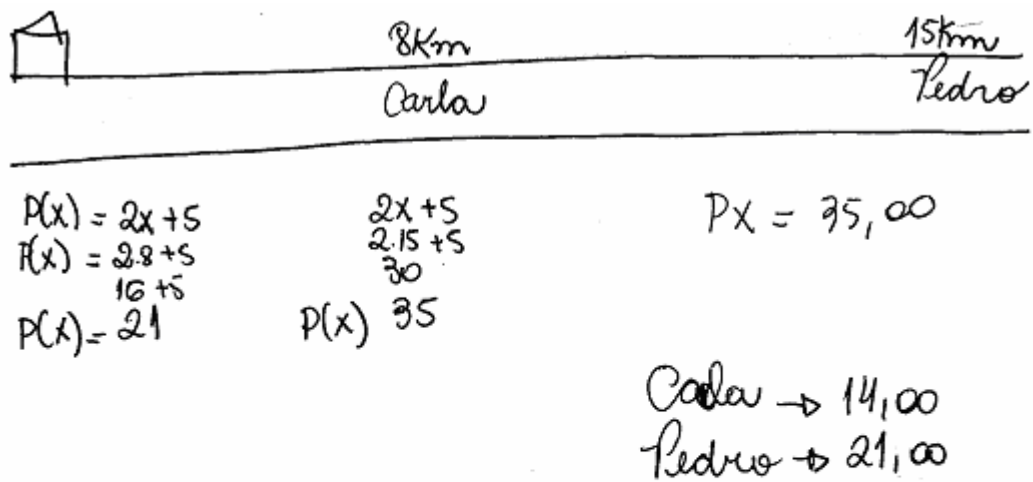
Pedro paga
$$\begin{array}{r} 2,34 \\ \times 8 \\ \hline 18,72 \end{array}$$

e Carla paga
$$\begin{array}{r} 2 \\ \underline{2,34} \\ \times 7 \\ \hline 16,38 \end{array}$$

Forma: 4AL₄

A prova P.12 ★ apresenta esquema que representa a situação, em seguida mostra a substituição correta na função, mas há pouco rigor na escrita matemática. A resposta foi indicada por uma flecha e indica que Carla deve pagar R\$14,00 e Pedro R\$21,00, no entanto a palavra *reais* ou seu respectivo símbolo não aparecem. O que se pode observar a seguir.

P.12 ★



$$\begin{array}{r} 35 \\ 21 \\ \hline 14 \end{array}$$

Forma: 5AL₅

Na prova P.22 — a resposta determina que Carla deveria pagar R\$8,50, que é a metade do valor que ambos pagariam se fosse a mesma distância percorrida por cada um, e que Pedro deveria pagar R\$26,25, ou seja, o valor total da corrida (R\$35,00) menos o valor que deveria ser pago por Carla R\$8,50. É possível observar, também, que a partir dos resultados obtidos em um algoritmo são realizados outros e quando estes são de adição o sinal não é registrado. A palavra *reais* ou seu respectivo símbolo, também, não aparecem nesta resolução.

P.22 —

$$\begin{array}{l} P(x) = 2x + 5 \\ P(15) = 2 \cdot 15 + 5 \\ P(15) = 30 + 5 \\ P(15) = \boxed{35} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} P(x) = 2x + 5 \\ P(x) = 2 \cdot 8 + 5 \\ P(8) = 16 + 5 \\ P(8) = \boxed{21} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ - 21 \\ \hline 14 \div 2 = 7 \\ \hline \end{array}$$

Se fosse a mesma distância = 17,50 (cada)
Portanto: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Carla deve pagar } 8,75 \\ \text{Pedro deve pagar } 26,25 \\ \hline 35,00 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r} 17,50 \quad 1200 \\ 1600 \quad 875 \\ \hline 01500 \\ 1400 \\ 01000 \\ -1000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35,00 \\ - 8,75 \\ \hline 26,25 \\ 8,75 \\ \hline 35,00 \end{array}$$

Forma: 6AL₆

As resoluções deste grupo foram consideradas erradas porque os professores simplesmente substituíram, na função, os valores de x e não registraram mais nada que pudesse indicar alguma compreensão da situação determinada pelo problema, o que se pode observar na prova E.17 —, a seguir.

E.17 —

$$P(8) = 2(8) + 5 = 21 \text{ reais}$$
$$P(15) = 2(15) + 5 = 35 \text{ reais}$$

Forma: 7AL₇

Nas provas deste grupo, as soluções das substituições de x por 8 (Carla - R\$21,00) e por 15 (Pedro - R\$35,00) foram consideradas a resposta da questão. O que está incorreto, pois se a corrida custou R\$35,00 não deveriam pagar R\$56,00, como se observa na prova P.9 —▲, a seguir

P.9 —▲

$$\text{Carla} = P(8) = 2 \cdot 8 + 5 = 21$$

$$\text{Pedro} = P(15) = 2 \cdot 15 + 5 = 35.$$

Forma: 8AL₈

Na prova P.4■, apresentada a seguir, é possível que o professor não tenha compreendido corretamente as duas primeiras frases do enunciado (*Pedro e Carla saem do cinema e resolvem pegar juntos um táxi para ficar mais barato, já que Carla mora no caminho da casa de Pedro. Carla mora a 8 Km do cinema e Pedro mora a 15Km.*), pois para solucionar o problema até divide o valor da corrida por 2, mas ao calcular este valor substitui x por 23, quando deveria ter substituído x por 15. Parece ter considerado que Pedro morava a 15 quilômetros da casa de Carla e não a 15 quilômetros do cinema. Talvez por isso, para ele, o total do percurso deveria ser de 23 quilômetros e não de 15 quilômetros.

P.4■

$$P(x) = 2 \cdot x + 5$$

$$P(23) = 2 \cdot 23 + 5$$

$$P(23) = 46 + 5$$

$$P(23) = 51$$

$$\begin{array}{r} 51 \overline{) 2} \\ 11 \ 25,5 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 8 \\ \hline 23 \\ + 12 \\ \hline 46 \end{array}$$

Cada um pagará R\$ 25,50.

Forma: 9AL₉

O professor traz como solução do problema que Carla deve pagar R\$10,50, ou seja, metade do valor gasto para se percorrer 8 quilômetros e Pedro deve pagar R\$29,50, isto é, a outra metade mais R\$19,00, que, segundo ele, seria o valor a ser pago no restante da corrida (7 quilômetros) O erro desta estratégia está justamente neste ponto, pois o valor a ser pago no restante da corrida deveria ser $P(x) - 5$, isto porque não seria necessário cobrar o custo fixo duas vezes. Talvez se a validação da questão tivesse sido realizada, o professor percebesse que ao final estariam pagando R\$40,00 e não R\$35,00, como deveria ser feito. Esta resolução é apresentada a seguir

E.7 •

$$P(8) = 2,8 + 5 = 21$$

$$P(7) = 2,7 + 5 = 19$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 0,50 \\ \hline 21,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 10,5 \\ \hline 29,5 \end{array}$$

Corlela deve pagar R\$ 10,5

Pedro deve pagar R\$ 29,5

3.6.2 Resoluções Aritméticas

Quadro 29 – Formas de Resolução Algébrica por Prova e Código de Correção – Questão 6

Questão 6		
Forma xA_y	Provas	Código
10A ₁	P.10 • ■ P.2 ■	1
11A ₂	P.7 • P.11★	0

Legenda de xA_y

x - Número que antecede as letras – número da forma de resolução

y - Número que sucede as letras – variação da forma de resolução

A – Resolução Aritmética

Atuação Profissional

■ 1ª a 4ª

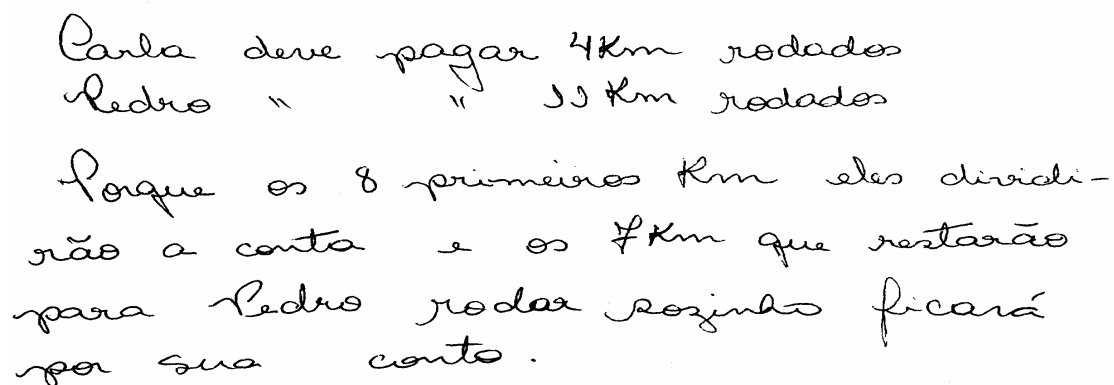
• Educação Infantil

★ Coordenação

Forma: 10A₁

Esta forma de resolução agrupa as provas em que os professores expressam por escrito uma compreensão da situação, no entanto não realizam nenhum cálculo que possa confirmar esta hipótese. Os cálculos poderiam indicar, também, se consideraram ou não o custo fixo duas vezes, fato que não fica claro na explicação registrada. Eles também não responderam adequadamente à pergunta, que indagava *quanto* e não de que forma. Um exemplo é a prova P.10 • ■.

P.10 • ■



Carla deve pagar 4Km rodados
Pedro " " 33 Km rodados

Porque os 8 primeiros Km eles dividem
rão a conta e os 7Km que restarão
para Pedro rodar sozinho ficará
por sua conta.

Forma: 11A₂

As provas que compõem este grupo apresentam como resolução apenas

os algoritmos que definem o preço que cada um pagaria se fizesse a corrida sozinho e assinalam que este valor responde à questão. Como se observa na prova P.11★.

P.11★

$$2 \cdot 8 + 5 =$$

$$16 + 5 = \textcircled{21}$$

Carla

$$2 \cdot 15 + 5$$

$$30 + 5 = \textcircled{35}$$

Pedro

4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

1. É preciso, primeiramente, reforçar que as informações obtidas com este estudo têm a pretensão de contribuir para o trabalho daqueles que buscam compreender melhor a prática profissional do professor, fornecendo subsídios que possam ser úteis para a (re)elaboração de programas de formação profissional e que, também, possam proporcionar aos leitores informações sobre a relevância do trabalho de análise da produção escrita, como fonte de informações sobre compreensões manifestas dos diferentes conteúdos, estratégias e procedimentos nas mais diversas situações.

A descrição e análise dos resultados obtidos com a correção das resoluções dos professores, em cada uma das questões discursivas de matemática, utilizadas neste estudo, apontam alguns aspectos que merecem atenção.

QUESTÃO 1

A Questão 1, de acordo com o questionário avaliativo, foi apontada por 55% dos professores como a mais fácil, e nos itens **a** e **b** ocorreram os maiores índices de resoluções corretas de toda a prova, 100% e 94% respectivamente. É possível que isto tenha acontecido pelo fato de a questão ser específica da prova da 4ª série, e de que 77% dos professores que a resolveram têm habilitação para atuar na respectiva série e os outros 23%, formação específica na área de matemática.

No entanto, no item **c**, ocorreu o maior índice de resoluções incorretas, 91%. Um dos motivos que podem ter ocasionado este resultado refere-se

à ênfase, que geralmente é dada em sala de aula, às 'palavras-chaves'²⁴ presentes nos enunciados dos problemas. Outro fator que pode ter influenciado este resultado foi o fato de o enunciado não conter dados suficientes que permitissem a resolução do problema, o que não é habitual, nem nos livros didáticos, nem nas aulas de matemática.

QUESTÃO 2

Dos professores que resolveram a prova, 26% apontaram, no questionário avaliativo, que a Questão 2 foi a mais fácil e todos resolveram-na. É provável que isto tenha ocorrido porque a questão pode ser resolvida por procedimentos aritméticos.

Dos 55% dos professores que optaram por resolver algebricamente esta questão, 36% o fizeram corretamente. Já dos 55% que optaram pela resolução aritmética, apenas 23% o fizeram corretamente. No entanto, aqueles que a resolveram incorretamente ou parcialmente correta, nas duas formas, algébrica e aritmética, demonstraram ter dificuldades não com os cálculos, mas com a interpretação das informações, ou seja, a maioria tomou a diferença de preço entre a saia e a blusa (R\$ 23,00) como sendo o preço da blusa.

QUESTÃO 3

As marcas de conteúdo matemático, observadas nos registros escritos na Questão 3, evidenciam que, mesmo 52% dos professores tendo formação específica na área de matemática, apenas 6% utilizaram os conceitos de progressão aritmética, dos quais somente 3% resolveram o problema corretamente.

A estratégia/procedimento mais utilizado foi de equacionar o

²⁴ Exemplos das palavras-chaves comumente utilizadas: dobro, repartir, a mais, tirar, gastou, troca...

problema, escolhido por 45 dos professores, elegendo o x como incógnita, e resolvendo a equação sem que os registros evidenciassem as propriedades utilizadas. As resoluções, por tentativa, foram escolhidas por 39% dos professores e, entre elas, apenas 33% registraram a utilização da média como parâmetro.

Somente 6% dos professores escolheram a regra de três, uma estratégia/procedimento que não resolveria o problema. Este grupo não possui formação específica na área de matemática, mas atua como professores na Educação Infantil e de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental. O grupo de 3 professores, que deixou a questão em branco, apresenta formação específica na área de matemática e atua no Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries.

Um número reduzido de professores utilizou os sinais de adição e subtração para registrar as respectivas operações. É provável que os demais determinem a operação realizada, analisando a configuração das parcelas e o resultado. Foi possível observar também que a maioria dos professores resolveram a questão destacando os resultados das operações, sem redigir a resposta adequadamente. Aparentemente demonstram julgar que este destaque já representa a resposta.

QUESTÃO 4

No questionário avaliativo, somente 16% dos professores apontaram a Questão 4 como a mais difícil, no entanto apenas 29% a resolveu corretamente. A descrição e análise das resoluções mostra que a maior dificuldade encontrada foi responder correta e adequadamente a questão, visto que, das respostas apresentadas, apenas 33% estavam corretas, 51% parcialmente corretas e 22% incorretas.

Esta dificuldade provavelmente seria reduzida se a estratégia de

resolução escolhida fosse a inequação, pois, ao resolverem-na corretamente, a resposta já estaria indicada. Era esperado que este procedimento fosse uma opção mais comum entre 52% dos professores que têm formação específica em Matemática, porém apenas 25% destes fizeram esta escolha.

Das 12 resoluções aritméticas apresentadas, 11 eram de professores sem formação específica em Matemática. Os dois professores que deixaram a questão sem resolução também a acharam a mais difícil.

QUESTÃO 5

Para 26% dos professores, a Questão 5 foi apontada, no questionário avaliativo, como a mais difícil da prova. É possível que isto tenha ocorrido por dois motivos. O primeiro refere-se ao fato de esta ser a questão com maior número de cálculos a serem desenvolvidos, tornando-a, como destacou o professor P.21 —▲ no questionário, “ muito longa e trabalhosa”.

O segundo motivo está relacionado ao item **c**. Este item solicitava a construção de um gráfico, que não foi realizado por 23% dos professores, que 29% resolveu incorretamente, que 32% resolveu parcialmente correto e apenas 16% resolveu corretamente. Estas informações, somadas às obtidas na Questão 1.a e a descrição e análise das respectivas resoluções, mostraram que os professores apresentam maior facilidade na interpretação dos gráficos do que na sua construção.

O item **b** certamente contribuiu para que a questão fosse considerada “longa e trabalhosa”, visto que mais de 70% dos professores calcularam a média de passageiros de cada companhia aérea, quando, na verdade, seria necessário calcular apenas de uma, já que o enunciado dizia “Supondo que os aviões dessas companhias tenham a mesma lotação...”. O fato de a expressão

grifada não ter sido levada em consideração por este grupo de professores pode estar relacionado à ênfase dada às 'palavras-chave' que acabam, muitas vezes, ocasionando uma leitura fragmentada da situação: "Em média quantos em cada?".

QUESTÃO 6

As informações retiradas do questionário avaliativo apontam que 29% dos professores atribuíram à Questão 6 o maior grau de dificuldade para resolução. Foram 84% dos professores que solucionaram a questão, e, destes, 35% o fizeram corretamente, 57% incorretamente e 8% parcialmente correto.

Das dificuldades encontradas pelos professores, a maior parece ter sido referente à interpretação das informações contidas no enunciado. O número de respostas elaboradas é menor do que nas questões anteriores. Os cálculos utilizados nas resoluções não continham erros, mas apresentavam pouco rigor na escrita.

2. Após a síntese dos aspectos mais relevantes de cada questão, apresentam-se observações que contemplam a prova como um todo.

Os registros escritos em matemática, algoritmos, equações, expressões algébricas, tabelas e gráficos, mostram que existe um domínio, por parte dos professores, dos processos de cálculo realizados, pois os poucos 'erros' que ocorreram foram os que podem ser chamados de 'erros de atenção' e não conceituais, como foi o caso da subtração em que 36 menos 18 resultou 16, ao invés de 18. No entanto ficou evidente que não existe muita preocupação com o rigor ao registrarem as resoluções.

Nos algoritmos, os sinais, principalmente de adição, não eram, quase nunca, registrados e as resoluções que exigiam cálculos sucessivos eram, na maioria das vezes, feitas partindo do resultado obtido em uma operação anterior, ou

seja, $6 + 7 = 13 + 7 = 20$. Nos algoritmos de multiplicação, a utilização da propriedade comutativa teria simplificado o processo de resolução, em casos como o da Questão 5.a. em que os professores multiplicavam 7000 por 35,5, quando poderiam ter feito 35,5 por 7000.

Outro aspecto observado na produção escrita dos professores foi a forma como estes responderam às duas questões que envolviam gráficos. As análises mostraram que os professores fizeram a interpretação das informações contidas em gráficos de barras com eficiência, mas não tiveram essa mesma eficiência na construção de gráfico. As dificuldades vão desde a escolha do tipo de gráfico adequado para a representação da situação até a forma correta de empregar os dados fornecidos.

A análise das respostas explícitas elaboradas pelos professores evidenciou quatro formas diferentes de apresentação. Alguns responderam a todas as questões por extenso, de forma completa e sistemática, indicando que a frase formulada era a resposta (R:), iniciando com letra maiúscula e terminando com ponto final e sempre fazendo seu registro após os cálculos realizados. Outros utilizaram uma forma simplificada, por exemplo, “2485 passageiros”. As duas maneiras apresentadas foram as mais utilizadas. Um grupo de professores apenas contornava os resultados obtidos nos algoritmos e, por fim, outros professores simplesmente não respondiam à questão de forma alguma.

No que se refere às verificações, foi possível observar que mais de 50% dos professores parecem utilizar este procedimento usualmente, visto que nenhuma questão solicitava a sua execução e mesmo assim ela ficou registrada. Outra observação foi a de que os professores que lançaram mão deste procedimento acertaram os cálculos realizados, porém estes acertos não garantiam

que a questão estivesse correta e adequadamente respondida.

O procedimento de validação é entendido como o processo em que aquele que o realiza, após retirar informações do enunciado de um problema e resolvê-lo, interpreta e analisa a(s) solução(ões) encontradas, para certificar-se que estas realmente resolvem o problema. No entanto, este processo parece não ter sido muito empregado, visto que o número de resoluções parcialmente corretas e incorretas foi significativo (ver quadro 43).

Pode-se observar também, com esta análise, que a interpretação inadequada dos enunciados ocasionou a maioria dos 'erros' encontrados nas resoluções, pois vários procedimentos foram desenvolvidos corretamente, no entanto estes não solucionavam as questões. Em outros momentos a idéia que parece melhor explicar o que se observou é a de que *a dificuldade não reside em desenvolver a estratégia, mas sim em decidir qual deve ser a estratégia.*

Neste estudo, ao se analisar a produção escrita de professores, não se teve, em momento algum, a pretensão de emitir qualquer juízo de valor sobre ela. Contudo acredita-se que é importante abordar a forma como professores resolvem problemas, já que poucas vezes se considera que eles, sendo pessoas que propõem problemas para seus alunos, são também pessoas que resolvem problemas e que também têm suas dificuldades nessa atividade, ou seja, sendo 'ensinantes' são também 'aprendentes'.

Buscou-se identificar as estratégia/procedimentos mais utilizados nas resoluções das questões discursivas selecionadas, os acertos e erros mais freqüentes, e a sua natureza, e a forma com que os professores utilizaram as informações contidas nestas questões, por se entender que a ação do professor incide diretamente na aprendizagem do aluno e, sendo assim, ao refletir sobre a

configuração de sua produção escrita, o professor pode ampliar e/ou reestruturar sua prática pedagógica.

Ou ainda, como sugere este estudo, o professor pode olhar para a produção escrita de seus alunos, seja ela qual for, buscando identificar os caminhos percorridos por eles, e, desta forma, escolher quais intervenções poderão favorecer a aprendizagem.

Com este trabalho, pretende-se apontar uma concepção de formação que considere que os docentes não partem do zero, pois possuem uma formação e uma experiência durante a qual desenvolveram crenças, teorias pedagógicas, esquemas de trabalho, e que promova a prática da formação a partir das experiências concretas, e da sua análise, reflexão e crítica.

Isto porque se acredita que uma das grandes responsabilidades de ser professor é jamais esquecer que preparar para o futuro significa preparar para continuar aprendendo por toda a vida.

5 REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel (Org). *Novas tendências nos paradigmas de investigação em educação*. In: **Escola Reflexiva e Nova Racionalidade**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. *Algumas considerações sobre avaliação educacional*. In: **Estudos em Avaliação Educacional**. Fundação Carlos Chagas. São Paulo, 2000.

CURY, Helena Noronha. *Análise de erros em Educação Matemática*. In: **Veritati**, Salvador, v.3, n.4, p. 95-107, jun. 2004.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza Carneiro; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Manual para a correção das provas com questões abertas de matemática – AVA/2002**. (No prelo).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

ESTEBAN, M. T. **Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano**. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/0611t.htm>>. Acesso em: 10 maio 2004.

_____. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3 ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002, p. 1-16

FIORENTINI, Dario. *Os professores de Matemática como investigadores e produtores de saberes*. In: **I Jornada de Educação Matemática da Universidade do Contestado** (Palestra de abertura). Concórdia (SC): Universidade do Contestado, 01 e 02 de julho de 1999.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos**. 4. ed. Portugal: Porto, 1994. 190p.

_____. **Avaliação desmistificada**. Trad. Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

LUCKESI, C. C. *Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude*. In: **A construção do projeto de ensino e a avaliação**. Série Idéias, São

Paulo: FDE, n. 8, 133-140, 1990.

MORAES, R. *Análise de Conteúdo: limites e possibilidades*. In: ENGERS, M. E. A. (org.) **Paradigma e metodologia de pesquisa em educação**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1994.

NÓVOA, Antônio. *Formação de professores e profissão docente*. In: NÓVOA, Antônio (coord.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote/Instituto de Inovação Educacional, 1997. p. 15-33

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus, 2000. 182 p.

SOARES, Maria Tereza Carneiro. **A formação do professor pela pesquisa na universidade e na escola**: investigando situações de ensino de Matemática. Curitiba: UFPR, 2003.

SCHÖN, Donald A. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

6 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BARDIN, Lauence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** – ensino de quinta a oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Secretaria da Educação Media e Tecnologia. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília, 1999.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto, 1994.

BUTTS, T. **Colocando problemas adequadamente**, NCTM, Yearbook, 1980.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Avaliação em Matemática: um estudo das respostas dos alunos e professores**. Marília, 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.

_____. **Sobre avaliação em Matemática: uma reflexão**. Estudos em avaliação educacional. Fundação Carlos Chagas. São Paulo, 2000.

_____. *Sobre a avaliação em Matemática: uma reflexão*. In: **Educação em Revista**. Dossiê: A pesquisa em Educação Matemática no Brasil. Belo Horizonte: Faculdade de Educação - UFMEG, v. 7, no. 36, p. 255-263, dez. 2002.

_____. *Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido*. In: **XII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (Endipe)**, Curitiba. Anais... Curitiba, 2004.

_____. **A formação do professor pela pesquisa na universidade e na escola: investigando situações de ensino de matemática**. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_curitiba_files/Maria%20Tereza.doc> Acesso em: 14 fev 2003

FIORENTINI, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil*.

In: **Zetetiké**, Campinas, SP: Unicamp – Fe – Cempem, ano 3 – no. 4. 1995. p. 1-37.

FRANCO, M. L. P. B. *O que é análise de conteúdo*. In: SOUSA, E. C. B. M. (Org.). **Avaliação de currículos e de programas: leituras complementares**. Brasília: Universidade de Brasília, 1997. v. 3. Curso de Especialização em Avaliação a Distância.

FREITAS, Henrique Melo Rodrigues de. **Análise léxica e análise de conteúdo: técnicas complementares, seqüenciais e recorrentes para exploração de dados qualitativos**. Porto Alegre: Sphinx: Sagra Luzzatto, 2000. p. 37-62.

HOUAISS, Antonio. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

GARCÍA, Carlos Marcelo. **Formação de professores para uma mudança educativa**. Portugal: Porto, 1999.

_____. *Como Conocen Los Profesores La Materia Que Enseñan. Algunas Contribuciones De La Investigacion Sobre Conocimiento Didactico Del Contenido*. In: Congresso "Las didácticas específicas en la formación del profesorado", Santiago, 6-10 de julio, 1992.

LLINARES, S.. *Intentando comprender la práctica del professor de Matemáticas. Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão*. Portugal, 1999, p. 109-132, 2000.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. 99 p.

METS, L. A.; FRANCO, M. L. P. B; IN: SOUSA, E. C. B. M. de. (Org). **Avaliação de currículos e programas: leituras complementares**. v. 3. Brasília: Universidade de Brasília, 1997.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1991.

_____. **Normas para avaliação em matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1999.
NÓVOA, Antônio. (Org.) **Profissão professor**. 2. ed. Portugal: Porto, 1995.

OLIVEIRA, E. de; ENS, R. T.; ANDRADE, D. B. S. F.; DE MUSIS, C. R. **Análise de conteúdo e pesquisa na área da educação**. São Paulo: PUC, 2004. (Programa de pós-graduação em Educação, Psicologia da Educação).

PONTE, J. P. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

_____. *A formação matemática do professor: uma agenda com questões para reflexão e investigação*. In: **ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 12, 2003, Évora. Intervenção no Painel “A Matemática e diferentes modelos de formação”, SPCE.

_____. *A importância de saber como os docentes aprendem*. **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul., fev/abr 1998. Disponível em: <<http://www.serprofessoruniversitario.pro.br/ler.asp?TEXTO=26>>. Acesso em: 10 jan. 2004.

VIANNA, H. M. *Avaliação: considerações teóricas e posicionamentos*. In: **Estudos em avaliação educacional**, São Paulo, n. 16, jul./dez. 1997.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. Trad. Jefferson Luiz Camargo; revisão técnica José Cipolla Neto. São Paulo: Martins Fontes, 1996.135 p.

APÉNDICE

Quadro 30 – Provas por Código de Correção das Questões

PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO ACADÊMICA			CÓDIGO DE CORREÇÃO POR QUESTÃO									
		EM	ES	PG	1			2	3	4	5			6
					a	b	c				a	b	c	
P.1	—▲	MG	M	O	2	2	0	2	2	1	2	0	1	0
P.2	■	MG	O	-	2		0	2	2	2	2	0	2	1
P.3	■	MG	P	-	2	2	0	2	2	1	2	0	0	2
P.4	■	MG	P	-	2	2	0	2	2	2	2	2	1	0
P.5	■	MG	O	-	2	2	0	2	2	0	2	1	1	0
P.6	■	MG	O	-	2	2	0	0	2	1	2	0	0	9
P.7	●	MG	P	O	2	2	0	0	2	0	2	2	0	0
P.8	—▲	MG	M	M	2	2	0	2	2	1	2	2	2	2
P.9	●	MG	P	-	2	2	0	1	0	1	2	0	1	9
P.10	●■	MG	P	O	2	2	0	2	2	0	2	0	1	1
P.11	★	MG	P	O	2	2	0	2	2	9	2	0	0	0
P.12	★	MG	O	-	2	2	0	0	2	1	2	0	2	2
P.13	■	MG	P	-	2	2	0	1	1	1	0	9	9	9
P.14	■	MG	O	-	2	2	0	1	1	1	0	0	0	0
P.15	■	MG	O	-	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0
P.16	■	MG	O	-	2	2	0	2	2	1	2	2	0	0
P.17	■	MG	-	-	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2
P.18	●—	MG	M	O	2	2	0	1	2	1	2	0	0	0
P.19	—▲	O	M	M	2	2	0	2	1	1	2	2	0	0
P.20	—	MG	M	M	2	2	0	1	0	9	2	1	0	0
P.21	—▲	MG	M	M	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2
P.22	—	MG	M	O	2	2	0	2	2	1	2	2	2	2
E.1	■	MG	M	O	2	2	9	2	2	2	2	2	9	9
E.5	▲	O	M	-	2	2	0	1	2	0	0	9	0	0
E.7	●	O	M	-	2	2	0	2	2	1	2	2	0	0
E.9	—▲	MG	M	-	2	2	0	2	2	2	2	0	2	2
E.10	★	O	M	-	2	2	9	2	2	0	2	9	9	9
E.13	■	O	M	-	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2
E.14	—▲	O	M	-	2	0	0	0	0	1	2	0	0	0
E.15	—▲	O	M	-	2	2	1	0	2	2	2	1	2	2
E.17	—	O	M	-	2	9	0	1	9	2	2	9	0	0

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional
 — 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

Quadro 31 – Provas por Total de Códigos de Correção Obtidos

PROVA	ATUAÇÃO PROFISSIONAL	FORMAÇÃO ACADÊMICA			TOTAL DE CÓDIGO DE CORREÇÃO OBTIDOS			
		E M	ES	PG	2	1	0	9
P.1	—▲	MG	M	O	5	2	3	0
P.2	■	MG	O	-	7	1	2	0
P.3	■	MG	P	-	6	1	3	0
P.4	■	MG	P	-	7	1	2	0
P.5	■	MG	O	-	5	2	3	0
P.6	■	MG	O	-	4	1	4	1
P.7	●	MG	P	O	5	0	5	0
P.8	—▲	MG	M	M	8	1	1	0
P.9	●	MG	P	-	3	3	3	1
P.10	●■	MG	P	O	5	2	3	0
P.11	★	MG	P	O	5	0	3	2
P.12	★	MG	O	-	5	3	2	0
P.13	■	MG	P	-	2	3	2	3
P.14	■	MG	O	-	2	3	5	0
P.15	■	MG	O	-	2	1	7	0
P.16	■	MG	O	-	7	1	2	0
P.17	■	MG	-	-	8	0	2	0
P.18	●—	MG	M	O	4	2	3	1
P.19	—▲	O	M	M	5	2	3	0
P.20	—	MG	M	M	3	3	3	1
P.21	—▲	MG	M	M	8	0	2	0
P.22	—	MG	M	O	8	1	1	0
E.1	■	MG	M	O	7	0	0	3
E.5	▲	O	M	O	3	1	4	2
E.7	●	O	M	-	6	2	2	0
E.9	—▲	MG	M	-	7	0	3	0
E.10	★	O	M	-	5	0	1	3
E.13	■	O	M	-	9	0	1	0
E.14	—▲	O	M	-	2	2	6	0
E.15	—▲	O	M	-	6	3	1	0
E.17	—	O	M	-	3	1	2	4

Legenda

EM – Ensino Médio
 ES – Ensino Superior
 PG – Pós Graduação
 M – Matemática
 P - Pedagogia
 O – Outro Curso
 MG – Magistério

Atuação Profissional
 — 5ª a 8ª
 ▲ Ensino Médio
 ■ 1ª a 4ª
 ● Educação Infantil
 ★ Coordenação

Quadro 32 – Questões por Total de Códigos de Correção Obtidos

QUESTÕES	TOTAL DE CÓDIGOS DE CORREÇÃO							
	2		1		0		9	
	N	%	N	%	N	%	N	%
1.a	31	100	0	0	0	0	0	0
1.b	29	94	0	0	1	3	1	3
1.c	0	0	1	3	28	91	2	6
2	18	59	8	25	5	16	0	0
3	23	74	3	10	4	13	1	3
4	9	29	14	45	6	19	2	6
5.a	27	87	0	0	4	13	0	0
5.b	11	36	3	10	13	41	4	13
5.c	5	16	10	32	9	29	7	23
6	9	29	2	6	15	47	5	16

ANEXO

ANEXO A
CADERNO DE PROVA

Nome: _____

Idade: _____ anos e _____ meses

Sexo: feminino masculino

Telefone: _____ e-mail: _____

Formação Acadêmica:

Ensino Médio - Curso: _____

Ensino Superior - Curso: _____

Pós-graduação - Curso: _____

Informações Profissionais:

a) Experiência: *(assinale quantas alternativas forem necessárias)*

Educação Infantil 5ª a 8ª series

1ª a 4ª series Ensino Médio

Coordenação/Supervisão Nenhuma

Outras: _____

b) Atualmente trabalha com:

Educação Infantil 5ª a 8ª series

1ª a 4ª series Ensino Médio

Coordenação/Supervisão Nenhuma

Outras: _____

c) Atualmente trabalha na:

Rede Pública Municipal Rede Pública Estadual

Rede Privada

INSTRUÇÕES

Leia cuidadosamente cada questão.

Use apenas caneta para resolver cada questão.

Resolva todas as questões da prova.

Você deve resolver todas as questões da forma mais completa possível, fazendo cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, com suas palavras o que fez para resolver a questão.

Não apague os cálculos, os esquemas, os desenhos que utilizar na resolução da questão.

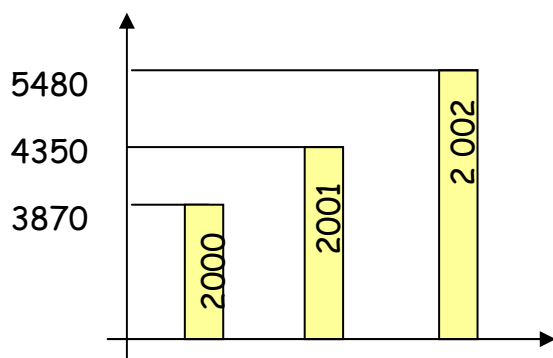
Se perceber que resolveu algo errado, passe um traço por cima e resolva corretamente.

Você pode utilizar o verso da folha se necessário.

Confira as resoluções antes de entregar a prova.

- 1) O gráfico abaixo mostra a quantidade de pessoas, de uma determinada cidade, que viajam de férias. Os dados referem-se aos anos de 2000, 2001 e 2002.

Total de pessoas



Resolva as questões, usando os dados do gráfico acima.

- a) Complete a tabela

Ano	Total de pessoas

- b) Quantas pessoas viajaram a mais neste ano em relação ao ano passado?

- c) Quantas pessoas viajarão de férias em 2003 se dobrar o número de pessoas que viajaram de férias em 2000?

2. Paguei R\$ 75,00 por uma saia e uma blusa. A saia foi R\$ 23,00 mais barata do que a blusa. Qual o preço da saia?

3. Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

4. Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?

5. Quatro companhias aéreas fazem a ponte aérea São Paulo - Brasília. Segundo pesquisa realizada, 7000 passageiros diários fazem essa viagem.

O quadro abaixo mostra o preço dos bilhetes, a porcentagem de passageiros e o número de vôos diários dessas companhias.

	Preços dos bilhetes ida e volta	Porcentagem de passageiros	Vôos diários ida e volta
TGK	336 reais	35,5 %	32
LDX	336 reais	26,7 %	24
PHD	288 reais	22,2 %	20
WSQ	193 reais	15,6 %	14

De acordo com os dados acima, responda:

a) A empresa mais procurada nessa viagem, quantos passageiros transporta diariamente?

b) Supondo que os aviões dessas companhias tenham a mesma lotação, quantos passageiros são transportados, em média, por dia em cada vôo?

c) Construa um gráfico que relacione o número de passageiros e o preço que pagam para fazer essa viagem.

6. Pedro e Carla saem do cinema e resolvem pegar juntos um táxi para ficar mais barato, já que Carla mora no caminho da casa de Pedro. Carla mora a 8 Km do cinema e Pedro mora a 15Km. Sabendo-se que o preço P (em reais) cobrado pelo táxi varia com a distância percorrida x (em quilômetros), de acordo com a função $P(x) = 2x + 5$, quanto cada um deve pagar de modo que seja vantajoso para ambos?

1) O que você achou dessa prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Mediana
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

2) O que você achou do tamanho da prova?

- (A) Muito longa.
- (B) Longa.
- (C) Adequada.
- (D) Curta.
- (E) Muito curta.

3) Para você, o tempo foi

- (A) mais que o necessário para fazer a prova.
- (B) suficiente para fazer a prova.
- (C) faltou tempo para fazer a prova.

4) A Questão que você achou mais fácil foi a

- (1ª)
- (2ª)
- (3ª)
- (4ª)
- (5ª)
- (6ª)

5) A questão que você achou mais difícil foi a

- (1ª)
- (2ª)
- (3ª)
- (4ª)
- (5ª)
- (6ª)

6) Se quiser faça algum comentário

