UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro: contribuições para formação de professores

CINTIA A. BENTO DOS SANTOS

Orientadora: Profa. Dra. Edda Curi

Dissertação apresentada ao Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Cruzeiro do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática

SÃO PAULO
2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL DA UNICSUL

Santos, Cintia Aparecida Bento dos.

S234t Teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro: contribuições para formação de professores / Cintia Aparecida Bento dos Santos. -- São Paulo; SP: [s.n], 2008.

156 p. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Edda Curi.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul.

1. Teorias didáticas 2. Área e perímetro (Grandezas e medidas) 3. Matemática - Processo de ensino-aprendizagem 4. Formação de professores. I. Curi, Edda. II. Universidade Cruzeiro do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 51(043.3)

UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro: contribuições para formação de professores

Cíntia Ap. Bento dos Santos

Dissertação de mestrado defendida e aprovada pela Banca Examinadora em 05/09/2008.

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. Edda Curi
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof. Dr. Luiz Henrique Amaral
Universidade Cruzeiro do Sul

Prof. Dr. Armando Traldi Júnior
PUC/ SP

Dedico este trabalho a todos os professores que assim como eu, possuem inquietações e dúvidas em relação a melhor forma de ensinar determinadas noções. Mas que, sobretudo, acreditam em mudanças e vislumbram na formação continuada de professores um caminho de desenvolvimento e aprimoramento da prática docente.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente e em especial, à Profa Dra. Edda Curi não somente por sua orientação segura e organizada, mas por ter estado de forma amiga ao meu lado em todos os momentos, pois sem ela estas idéias não teriam tomado forma. Por ter me emprestado seus olhos para que eu visse que antes da preocupação de um trabalho efetivo com alunos urge a necessidade da formação continuada de professores. Por todas as oportunidades que tem me dado e por tudo que, com ela tenho aprendido durante este convívio.

Ao Prof. Dr. Luiz Henrique Amaral e ao Prof. Dr. Armando Traldi Junior, por terem aceitado participar da banca examinadora e por suas contribuições.

Ao Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti, por suas contribuições quanto à abordagem teórica de Raymound Duval.

A todos os professores do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática das disciplinas que realizei e que muito contribuíram para o meu desenvolvimento.

À Sonia Regina Facco que inicialmente me forneceu material de leitura traduzido.

Aos meus pais, Sidney e Márcia, pelo constante incentivo e apoio.

À Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo, pelo incentivo da bolsa mestrado.

A todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização desta pesquisa.

“Podemos sonhar com um conhecimento seguro; mas não há caminhos de acesso totalmente seguros ao conhecimento”.

(CHEVALLARD, 1996, p.121)

SANTOS, C. A. B. **Formação de professores de matemática:** contribuições de teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro. 2008. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta teorias didáticas que de forma articulada possam contribuir no processo de ensino-aprendizagem das noções de área e perímetro. Apresentamos o embasamento teórico apoiado na Didática Francesa, em que ressaltamos os estudos de Robert (1997), Duval (1993) e Douady (1992), levando ainda em consideração alguns aspectos de aprendizagem significativa segundo Ausubel (1980). Os objetivos do presente trabalho são realizar um estudo a fim de verificar como as noções de área e perímetro são apresentadas nos documentos curriculares oficiais e nos livros didáticos e analisar os conhecimentos de um grupo de professores para ensinar essas noções, contemplando as três vertentes do conhecimento consideradas por Shulman (2005), que consistem em conhecimentos curriculares, didáticos e matemáticos do conteúdo a ser ensinado. Nosso estudo se fez com base em uma pesquisa qualitativa, em que para a coleta de dados tivemos como colaboradores alguns professores que participaram do Grupo de Estudos coordenado pela Profa Dra. Edda Curi, na UNICSUL. Com base nos dados coletados pudemos verificar o quanto à tendência da "revisão" descrita pelos livros didáticos para o estudo das noções de área e perímetro tem um forte papel na cultura dos professores, desta forma este conteúdo matemático perde seu lugar próprio nos anos finais do Ensino Fundamental e ganha um segundo plano. Verificamos ainda que os professores desse grupo têm conhecimentos matemáticos desses assuntos, mas faltam conhecimentos didáticos e curriculares que lhes permitam identificar boas situações de aprendizagem.

Palavras-Chave: Teorias didáticas, Área e perímetro (Grandezas e medidas), Matemática – Processo de ensino-aprendizagem, Formação de professores.

SANTOS, C. A. B. **Teachers' formation of mathematical:** didactic theories contributions in the notions study of area and perimeter. 2008. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

ABSTRACT

This research introduces didactic theories that of articulated form can contribute in the notions teaching-learning process of area and perimeter. We introduce the theoretical basement supported in the French Didacticism, where stress Robert's studies (1997), Duval (1993) and Douady (1992), carrying still in consideration some significant learning se aspects second Ausubel (1980). The present work goals are to accomplish a study in order to verify as the notions of area and perimeter are introduced in documents curriculars official and in the class books and to analyze the knowledges of a teachers' group to teach these notions, contemplating the three knowledge slopes considered for Shulman (2005), that consist in knowledges curriculars, content didactic and mathematical the taught being. Our study did with base in a qualitative research, where for the data collection had like collaborators some teachers that participate of the Group of Studies coordinated by teacher Lady doctor. Edda Curi, in UNICSUL. With base in the collected data could verify the regarding revision" related tendency by the class books for the notions study of area and perimeter has a strong paper in the teachers' culture, thus this mathematical content loses your own place in the final years of the Fundamental Teaching and wins a second plan. We verify although the teachers of this group have mathematical knowledges of these subjects, but they lack didactic knowledges and curriculars that allow them to identify learning good situations.

Keywords: Didactic teory, Area and perimeter (Size and measurement), Mathematics – Teaching-learning process, Teachers' formation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - TRAJETÓRIA, APRESENTAÇÃO DO TEMA E DA PESQUISA

Minha primeira graduação foi em Arquitetura e Urbanismo, em que obtive o título em 1998. Não posso dizer que minha atuação no magistério se fez de uma forma retilínea, em que as pessoas iniciam ajudando colegas de sala de aula e passam a sonhar em lecionar, e dessa forma, se envolvem com os cursos de licenciatura. Apesar de minha mãe ser professora primária e esta influência ser presente em minha evolução, o magistério não foi algo idealizado por mim.

Quando estava concluindo a graduação em Arquitetura e Urbanismo, uma colega me disse que havia vaga para professora de Matemática em uma escola da rede pública estadual, onde ela lecionava. Como eu não trabalhava até então, pensei por que não ver como era isso? Era uma licença gestante e eu acabei gostando daquele nicho chamado sala de aula. Fui pegando gosto pelo ofício e no outro ano, estava eu lá, em uma atribuição de aulas esperando ansiosamente que alguma sala sobrasse para mim, e sobrou, dessa forma resolvi partir para um curso de licenciatura em Matemática.

Continuei no magistério. Passei por diversas escolas, tanto da rede estadual como privada. Porém, sempre preferi as escolas da rede estadual, apesar da diferença salarial. Tive a oportunidade, há três anos atrás, de ingressar em concurso público e me tornar titular de cargo da disciplina de Matemática da rede pública estadual.

No início de minha carreira eu era um modelo de professora técnica, pois me apoiava no modelo dos melhores professores que tive durante minha vivência escolar, para copilar meu próprio modelo. Em minha opinião, o bom professor era aquele que dominava a sala, explicava a matéria e enchia o quadro de exercícios similares, para que todos pudessem testar os conhecimentos aprendidos. Durante muito tempo eu fiz tudo isso, com distância do aluno, cabeça atrás de cabeça durante minhas aulas, uma respiração mais aguda e eu indagava qual o motivo da chacota, exercícios e mais exercícios, provas como aquelas que se aplicavam em 1940, antes do advento da Matemática Moderna. Achava até gratificante que nos

Conselhos de Classe, o maior índice de reprovação era em Matemática. Afinal a disciplina é difícil e não “perfumaria”.

No entanto, algumas dificuldades dos educandos verificadas em sala de aula começaram a me inquietar, pois a minha formação inicial era extremamente técnica e durante as aulas eu não entendia porque os alunos não compreendiam questões que às vezes nos parecem tão simples, como calcular á área e o perímetro de uma casa, por exemplo, quando em sala eu levava recortes de jornais e propunha tarefas em duplas. Essas dificuldades foram percebidas em minha prática inicial como professora. Passou a ser inquietante o fato de explicar tão esquematicamente como se calculam áreas de polígonos e seus perímetros, com todas as fórmulas tão organizadas no quadro e perceber que no dia da avaliação os mesmos alunos não apresentavam êxito nas questões que eu propunha, ou ainda no ano seguinte mal se lembravam de tais fórmulas ou se lembravam não sabiam o que fazer com elas.

Com o passar do tempo e exercício do magistério, percebi que aquele aluno do ano anterior não correspondia mais aquele protótipo de aluno que eu havia idealizado. Dessa forma, veio uma crise de identidade, a sensação de rotina e percebi que realmente o professor não é simplesmente um profissional e sim uma pessoa em desenvolvimento (NÓVOA, 1992); que se caso eu não refletisse sobre minha prática seria melhor então abandonar a docência. O ritmo rápido das transformações por que passa a sociedade contemporânea faz com que, mais funções sejam atribuídas ao professor no sentido de abrir a escola ao mundo e a modernidade, cabendo ao docente papéis complexos. Isto efetivamente traz um mal estar docente, pois precisamos provar nossa utilidade (NÓVOA, 1992). Dessa forma, também ocorreu para mim a pergunta: Fico ou vou-me embora? Continuo a ensinar ou deixo o ensino? (NÓVOA, 1992). A inquietação era maior porque eu tinha também uma outra formação profissional.

Penso que realmente, voltar-se para si e observar seu próprio trabalho é uma tarefa muito difícil para os professores, tanto quanto escrever suas próprias histórias de vida e formação (BUENO; CATANI; SOUZA, 1998), na busca de respostas para as inquietações de nossa prática. Quando veio minha crise existencial no magistério, verifiquei que não adiantava ficar me vitimizando e culpando a indisciplina dos alunos ou sua falta de interesse, muito menos o sistema educacional ou o “governo”, o problema de adaptação era meu e estava na minha própria formação. Dessa forma eu deveria buscar coisas novas para minha prática docente ou deixar a profissão. Decidi continuar, pois toda crise é sinal de ruptura e estas, na maioria das vezes, são benéficas, pois abrem espaço para o novo e apontam para transformações, uma forma de construir de modo a poder fazer as coisas de forma diferente (SMITH[1] apud GARCIA, 1999).

Dessa forma surgiu a oportunidade de realizar um curso de Especialização em Educação Matemática por meio de uma parceria do Governo do Estado de São Paulo com a PUC–SP. Passei a fazer o curso de Especialização sempre com a seguinte questão na cabeça: Por que as noções de área e perímetro acarretam tanta dificuldade para o aluno? Foi durante este curso que passei a ter conhecimento de alguns estudos teóricos da didática da matemática. Foi nesse curso que tive acesso a trechos de textos como os de Aline Robert, Raymound Duval e Règine Douady, em que comentadores indicavam a relação dos conceitos didáticos desenvolvidos por esses pesquisadores com proposta de ensino de determinados conteúdos. Dessa forma comecei a me interessar pela didática francesa, por observar a quantidade de ferramentas que ela nos traz na expectativa de ampliação de minha prática docente. Parecia que, nesse momento, um leque de coisas novas se abria à minha frente. Comecei até a aplicar algumas estratégias novas em sala de aula e vi o quanto isto era produtivo. Dessa forma, passei a ter um novo olhar sobre a educação e comecei a perceber que, de certa forma eu poderia buscar respostas para a questão levantada no início deste parágrafo que vinha me inquietando há certo tempo.

Terminado o curso de especialização, decidi que queria a todo custo compreender melhor as questões que eu percebia como dificuldades na sala de aula relacionadas às noções de área e perímetro, dificuldades estas que após a realização do curso passei a perceber que não estavam apenas relacionadas a aprendizagem e sim ao ensino, que elas não vinham apenas dos alunos, mas também da forma como eu atuava em sala de aula, ou seja, elas também estavam relacionadas a minha prática docente. Busquei novo aperfeiçoamento para minha prática, agora no curso de Mestrado. Em março de 2007 ingressei no Programa de

---

[1] SMITH, M. BOURKE, S. Teacher Stress: Examining a model base don context, workload and satisfaction. Teaching and Teacher Education, vol.8, n°1, p.31-46, 1992.

Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UNICSUL. Durante o curso de Mestrado através de disciplinas como Didática e Metodologia do Ensino da Matemática, Práticas de Ensino e Pesquisa Intervenção, houve uma ampliação dos conceitos didáticos e a possibilidade de ter acesso aos textos originais de teóricos como Robert, Douady , Duval, Brousseau, Chevallard, Artigue, assim como traduções oficiais como as apresentadas no livro Didáctica da Matemática de organização de Jean Brun e também de alguns comentadores como Silvia Dias Alcântara Machado, Luiz Carlos Pais, Maria Cristina S. de A. Maranhão, entre outros. Assim à medida que eu ia ampliando meus conhecimentos as questões relacionadas às áreas e perímetros me instigavam cada vez mais.

Desde o início do curso de Mestrado já tinha em mente como questão de pesquisa o conteúdo matemático de área e perímetro, porém ainda de forma muito ampla e sem foco. À medida que fiz as disciplinas já citadas tive a certeza que poderia com o auxílio da didática da matemática delinear minha questão de pesquisa e investigar os motivos pelos quais um tema aparentemente tão simples pode gerar tantas dificuldades para os educandos. Foi assim que iniciei meu estudo teórico com base na didática francesa e em alguns autores voltados para formação de professores. Dentro das abordagens teóricas apresentadas na didática francesa aprofundei meus estudos sobre os níveis de conhecimento esperados dos educandos, mudanças de quadro e representações semióticas trazidos inicialmente do curso de Especialização, os quais se constituiriam na base teórica fundamentando toda minha análise desta pesquisa.

Durante o curso de Mestrado, o acesso a autores que trabalham a Psicologia Educacional também me chamou bastante atenção, em especial alguns aspectos da Teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel, que mesmo de forma implícita nos conduz a um trabalho diferenciado em sala de aula, nos aponta uma outra perspectiva de aprendizagem e no caso específico do estudo de área e perímetro, podemos perceber porque muitas vezes uma fórmula pode ser esquecida tão brevemente representando apenas um sucesso escolar momentâneo.

Inicialmente a idéia era entender os motivos pelos quais os alunos ao final do ensino fundamental chegam ao ensino médio com dificuldades conceituais em relação as noções de área e perímetro, considerando ainda que a aplicabilidade da fórmula pode ser internalizada com êxito, porém se torna inútil em tarefas em que o educando deve trabalhar com autonomia e a noção em jogo não é explicita. Achava que, se compreendesse os motivos das dificuldades dos meus alunos e conseguisse desenvolver uma seqüência de ensino, poderia auxiliar outros professores.

O estudo teórico citado se fez até o final de 2007, porém no início de 2008 passei no concurso da Rede Estadual de Ensino para o cargo de Coordenadora Pedagógica e me afastei da sala de aula para exercer essa nova função. Dessa forma percebi que meu estudo de campo ficaria prejudicado por conta destas novas atribuições, uma vez que o meu instrumento de pesquisa em relação a este tema não poderia ser mais desenvolvido com meus alunos.

Como o foco de pesquisa de minha orientadora, Profª Dra. Edda Curi, é a formação de professores surgiu a possibilidade de trabalhar nesta linha mudando o foco e os interesses de meu trabalho. Assim, por meio de minha orientadora tive acesso a outros textos voltados para formação de professores, como o livro de sua própria autoria proveniente de sua tese de doutorado. Comecei a perceber então que, dessa forma, meu trabalho poderia auxiliar não somente a reflexão sobre minha prática docente, mas a de outros professores que também se deparam com os mesmos problemas com os quais me deparei. Dessa forma percebi, inclusive, que desde o início o meu trabalho de pesquisa apontava para formação de professores, visto que eu sempre tive em mente que por mais que um material seja *potencialmente significativo,* que um professor domine amplamente os conteúdos matemáticos e mesmo que ainda haja alunos pré-dispostos para o processo de aprendizagem, torna-se totalmente inútil esta estrutura se a formação deste professor continua apenas centrada no ensino e não na aprendizagem.

A relevância do estudo das noções de área e perímetro nesta pesquisa está relacionada a um novo enfoque desse tema na formação de professores, considerando ainda que estas noções matemáticas são trabalhadas na educação básica desde a 3ª série do ensino fundamental até a 3ª série do ensino médio e considerando ainda que este tema faz parte de um conhecimento social. Deve-se levar em conta ainda que, durante as pesquisas, foram encontrados poucos trabalhos que tratam especificamente das noções de área e perímetro conjuntamente, com enfoque na didática francesa, como as pesquisas de MELO

(2003) e SANTOS (2005), orientados por Paula Baltar e as de CHIUMMO (1998) e FACCO (2003). Contudo, não foram encontradas pesquisas que levam em consideração as articulações das teorias já citadas que estudam os níveis de conhecimento esperados dos educandos, as mudanças de quadro e os registros de representação semiótica, privilegiando uma aprendizagem significativa.

Cabe ressalva, que o estágio realizado aos sábados no Grupo de Estudos formado por professores denominados generalistas e professores denominados especialistas licenciados em Matemática e que atuam no Ensino Fundamental e Médio, coordenado por minha orientadora foi um dos maiores motivos que me fez ver a necessidade de trabalhar a prática docente, visto que observamos na fala de professores durante os encontros algumas dificuldades com relação ao ensino e aprendizagem de Matemática.

Assim, com o estudo teórico realizado e delineado os rumos da pesquisa, surgiram as seguintes questões que vamos procurar responder:

1. Quais são as orientações dos documentos oficiais curriculares em relação aos temas área e perímetro?
2. Como os livros didáticos enfocam estes temas?
3. Como professores de matemática declaram abordar estas noções?
4. Que aspectos do conhecimento matemático, didático e curricular são importantes em um curso de formação de professores para que desenvolvam este tema com seus alunos?

Para responder às questões acima usamos uma pesquisa qualitativa com enfoque no estudo de caso. Para apresentar o relatório desta pesquisa organizamos o texto em capítulos.

O capítulo 2 representa a abordagem teórica, fruto dos estudos que foram desenvolvidos durante os primeiros meses do programa de Mestrado, em que se faz uma análise das teorias e abordagens teóricas que podem contribuir para o estudo das noções de área e perímetro.

O capítulo 3 se destina a responder a primeira e a segunda questão de pesquisa, para isto, apresenta uma análise sucinta dos documentos oficiais curriculares desde os Guias Curriculares, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo que vigorou até 2007, os Parâmetros Curriculares de Matemática do Ensino Fundamental e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo que vigora a partir de 2008. A análise permite observar no transcorrer das mudanças curriculares o papel destinado às noções de área e perímetro nesses documentos. Neste capítulo é também apresentada a análise de duas coleções de livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental no tocante as noções que nos propomos analisar.

O capítulo 4 é destinado ao estudo de autores que discutem a formação de professores, sua importância é em apontar para o fato de que o professor é uma pessoa real e sua história pessoal influencia na sua formação (LANIER[2] apud GARCIA, 1999). O foco desse capítulo é o estudo de autores que discutem o conhecimento do professor e de autores que discutem sobre formação continuada, pois nossa pesquisa será realizada com um grupo de professores em processo de formação continuada.

O capítulo 5 se refere à pesquisa de campo, representada por um estudo de caso que visa responder a terceira e quarta questão de pesquisa. Os instrumentos utilizados foram: um teste diagnóstico que foi desenvolvido pelos professores especialistas buscando verificar seus conhecimentos matemáticos e curriculares; um questionário para caracterizar esses professores, levantando dados para as análises. Foram entrevistados alguns professores desse grupo com base em algumas questões relativas ao ensino de área e perímetro, no sentido de investigar se trabalham o tipo de questões apresentadas, em que série, o que discutem, etc. Por fim são apresentadas as considerações finais do capítulo.

O capítulo 6 é constituído com base no levantamento teórico da pesquisa e com os dados encontrados no estudo de caso. Além das possíveis respostas das questões de pesquisa ele aponta algumas sugestões para formação de professores para ensinar áreas e perímetros.

---

[2] LANIER, J.E.; LITTLE, J.W. Research Teacher Education. In M.C. Wittrock (ed), Handbook of Research on Teaching. Thrid Edition. New York: MacMilian Publishing Company. 1986, p.527-569.

CAPÍTULO 2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

Neste capítulo apresentaremos o referencial teórico para ajudar a delinear um estudo sobre a aprendizagem das noções de área e perímetro que são tratadas no ensino fundamental, uma vez que somente a abordagem voltada à aplicação técnica de fórmulas parece não estar dando conta de cumprir seu papel com efetiva eficiência no processo ensino-aprendizagem destas noções. Para isso apresentaremos alguns aspectos de teorias que se acredita serem de grande valia para esta reflexão, entre elas a teoria de aprendizagem significativa de Ausubel, em que vislumbramos um caminho para uma aprendizagem sobre o tema em questão de uma forma não mecanizada.

Outro referencial teórico desta pesquisa é o estudo sobre os três níveis de conhecimento esperado dos educandos, segundo definição de Robert[3] (1997), que serão abordados com maior clareza mais adiante neste capítulo. Os estudos de Robert não representam uma teoria de aprendizagem e sim um caminho que pode possibilitar uma nova estratégia didática para o ensino.

Pretendemos ainda, ao abordar os níveis de conhecimento esperados dos educandos fazer uma articulação entre os estudos de Douady[4], sobre mudanças de quadro[5] e os estudos de Duval[6] sobre as representações semióticas[7], que irão configurar como ferramentas para que se possa entender como se dá as passagens dos níveis de conhecimento, uma vez que estes não se fazem de forma hierárquica. Considerando a teoria de aprendizagem significativa de Ausubel (1980), será

[3] Aline Robert: Pesquisadora francesa.
[4] Régine Douady: Pesquisadora francesa
[5] Quadro ou domínio: Constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas (DOUADY,1992, p.135).
[6] Raymond Duval: Filósofo e psicólogo francês.
[7] Registros de representação semiótica: Representações matemáticas referentes a um sistema de significação (DUVAL, 1993).

possível evidenciar o prejuízo de uma aprendizagem mecânica, uma vez que esta teoria considera que para uma aprendizagem ser significativa é preciso que se construam materiais potencialmente significativos. Contudo deve-se lembrar que a teoria da aprendizagem significativa considera que é preciso que se construam materiais potencialmente significativos, mas ela não indica nenhuma forma de análise que auxilie na construção desse material.

Em relação às noções de área e perímetro, deve-se lembrar que todo indivíduo carrega consigo suas próprias noções de espaço e de medidas, visto que são necessárias para a organização da vida diária em sociedade. Então, podemos levantar a seguinte questão: Por que alunos fazem tanta confusão durante o estudo de área e perímetro? Será que estas noções intrínsecas dos educandos não poderiam auxiliar na elaboração de tarefas potencialmente significativas? Como o professor poderia criar situações levando em conta os conhecimentos prévios dos alunos? As dificuldades dos alunos estão apenas associadas à leitura de enunciados e aplicação de fórmulas? Todo o problema reside no conteúdo matemático ou na forma como se ensina?

O trabalho de Lima (1995) fundamentado na pesquisa desenvolvida por Perrin-Glorian e Douady[8] (1989) sobre as noções de área e perímetro mostra a importância das questões acima mencionadas para o ensino. Segundo Lima:

> [...] o cálculo de área é usualmente ensinado através de fórmulas de área, que são funções que fornecem a medida da área, em termos do comprimento de segmentos associados à figura. Este procedimento é indispensável para o cálculo de áreas, mas, em sua utilização, têm sido verificadas persistentes dificuldades entre os alunos. Uma delas é a confusão entre área e perímetro; outra é a extensão indevida da validade das fórmulas de área: a área de um paralelogramo é o produto dos lados (LIMA[9] apud BELLEMAIN; LIMA, 2002, p.27).

As considerações apresentadas acima mostram a necessidade de evidenciar perante o educando a diferença entre as noções de área e perímetro, evitando confusões.

Contudo se faz necessário um estudo mais detalhado quando se deseja propor tarefas matemáticas associadas ao cotidiano dos alunos para auxiliá-los a

[8] DOUADY, R., PERRIN-GLORIAN, M.J. Un procéssus d'apprentissage du cocept d'aire de superface plane. Educational Studies in Matematics.v.20,n.4,p.387-424,1989.

compreenderem uma nova noção, pois além da relação com o mundo que o cerca é preciso reconhecer seus conhecimentos prévios e o nível destes conhecimentos verificando se estes são compatíveis com a tarefa proposta. É importante observar ainda que a articulação entre os conhecimentos matemáticos e cotidianos dos alunos deve ser trabalhada explicitamente pelo professor para que se tornem situações de referência e possam auxiliar na construção do conceito matemático em jogo. Algumas vezes, as situações cotidianas propostas, até mesmo pelos livros didáticos, desvinculam totalmente a matemática da realidade apresentada.

Para melhor compreensão da relação existente entre as teorias descritas e considerações realizadas, fazemos uma síntese de cada uma das abordagens desses autores e a descrição de alguns aspectos que permitem justificar esta relação.

2.2 Síntese dos Estudos de Robert Sobre os Níveis de Conhecimento Esperados dos Educandos.

A importância do estudo dos níveis de conhecimento esperados dos educandos vem do fato de que professores muitas vezes, mesmo que de maneira implícita, esperam dos alunos certa disponibilidade de conhecimentos e se mostram indignados quando os alunos demonstram desconhecê-los (ROBERT, 1997). Esta expectativa, em geral, é reforçada institucionalmente, seja pela própria escola, seja pelos materiais didáticos utilizados com os alunos.

Dessa forma, é esperado que o aluno mobilize conhecimentos para resolução das tarefas[10], que, em geral, são propostas levando em conta a etapa da escolaridade em que ele se encontra. Dificilmente seus conhecimentos prévios são considerados e mesmo que estes sejam levados em conta não se distingue qual o nível esperado para os mesmos, o que permite colocar a seguinte questão: Como o aluno pode mobilizar outros níveis de conhecimentos se durante o processo de ensino aprendizagem resolveu apenas tarefas mecânicas?

---

[9] LIMA, P.F. Considerações sobre o conceito de área. In: Anais da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife, 1995.

[10] Tarefa aqui tem o mesmo sentido que o utilizado por Robert (1997), é aquilo que é proposto ao aluno.

Para melhor compreensão da questão acima, apresentamos os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes conforme a abordagem teórica de Robert (1997).

O **nível técnico** é aquele que corresponde à resolução de uma tarefa em que sua solução está associada a utilização concreta de uma ferramenta, como por exemplo, a aplicação de uma fórmula ou um teorema. Dessa forma, a noção em jogo está explicita e não são necessárias adaptações ou mobilização de conteúdos.

Na figura abaixo encontra-se um exemplo de tarefa no nível técnico:

Com base no retângulo abaixo, calcule sua área e perímetro.

Figura 1-EXEMPLO DE TAREFA NO NÍVEL TÉCNICO

Nesse exemplo, podemos verificar que a resolução da tarefa é imediata, pois depende apenas da aplicação da fórmula de área do retângulo, uma vez que as medidas dos lados do polígono são fornecidas junto ao registro figural de maneira explícita.

Em certos momentos se faz importante trabalhar o nível técnico, porém é necessário articulá-lo com os níveis mobilizável e o disponível.

Para o **nível mobilizável** já existe uma justaposição de saberes de um determinado domínio, ou seja, corresponde à resolução de uma tarefa pelo aluno em que apesar da noção em jogo estar explícita é necessário uma pequena adaptação, em que o aluno é obrigado a mobilizar conhecimentos para resolução da tarefa.

Nesta etapa a resolução da tarefa não se encontra associada mais apenas à pura aplicação de uma fórmula ou teorema. Abaixo segue exemplo de uma tarefa no nível mobilizável:

Determine a área e o perímetro de um quadrado cujo lado mede 12 cm.

Figura 2-EXEMPLO DE TAREFA NO NÍVEL MOBILIZÁVEL

Com base no exemplo anterior verificamos que a noção em jogo está explícita, porém cabe ao estudante identificar a figura para posteriormente buscar em seus conhecimentos anteriores, o desenho que representa o quadrado e reconhecer que o quadrado é um quadrilátero que tem os quatro lados com mesmas medidas, além das fórmulas que permitem calcular a área e o perímetro pedidos.

Nesse nível é aceitável ainda uma indicação ou ajuda do professor para que o aluno resolva a tarefa proposta.

Segundo Robert o **nível disponível** é aquele em que o aluno deve resolver a tarefa proposta sem nenhuma indicação ou ajuda do professor. Neste nível é necessário recorrer a conhecimentos anteriores, às vezes ainda é preciso articular conhecimentos em diferentes quadros ou até no mesmo quadro, porém com diferentes noções em jogo (ROBERT, 1997).

Abaixo segue exemplo de uma tarefa no nível disponível:

Em torno de uma quadra de futebol de salão de comprimento 15m e largura 8m deseja-se deixar uma faixa de largura constante. A área da quadra, com a faixa, deve ser $198m^2$. Qual deve ser a largura da faixa?

Figura 3- EXEMPLO DE TAREFA NO NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005d, p. 62

Este nível representa tarefas que significam um desafio, uma vez que, o aluno deve organizar seus conhecimentos anteriores de forma a planejar a solução de uma nova tarefa.

No exemplo da figura 3, podemos perceber que para resolução da tarefa, é necessário que o aluno construa a representação no registro figural e ainda disponha da noção algébrica sobre equações polinomiais de 2º grau. Assim, a noção em jogo não é explícita e necessita de uma transposição de métodos, onde se faz necessário articular conteúdos, ou seja, é necessária certa *flexibilidade cognitiva*.

A flexibilidade cognitiva aqui tratada pode ser entendida como a disposição mental de articular diversos domínios que são internalizados a partir de uma aprendizagem significativa, transferindo conhecimentos aprendidos anteriormente para resolução de novas situações propostas, ou seja, é um estado cognitivo em que o aluno age com autonomia e está fundamentada na TFC (Teoria de Flexibilidade Cognitiva) de Spiro[11] (1988) e colaboradores, conforme se esclarece abaixo:

> A Teoria da Flexibilidade Cognitiva (TFC) foi proposta na década de 80 por Rand Spiro e colaboradores. É, segundo os seus autores, uma teoria de aprendizagem, da representação e do ensino (Spiro et al.,1988). O desenvolvimento da flexibilidade cognitiva requer múltiplas representações do conhecimento, favorecendo estas a transferência de conhecimento para novas situações. A teoria encontra-se orientada para a aquisição de conhecimento em níveis avançados. Não se pretende, deste modo, a mera memorização de um assunto. Pretende-se, isso sim, que o sujeito, quando deparado com uma situação detentora de novidade, seja capaz de reestruturar as suas estruturas de conhecimento por forma a solucionar um dado problema, isto é, adquira a flexibilidade cognitiva necessária para a transferência de conhecimento (PEDRO; MOREIRA, 2000, p.31).

Os exemplos que foram mencionados anteriormente mostram a importância do educando mobilizar conhecimentos de nível técnico para a solução das tarefas propostas em que os níveis exigidos são o mobilizável e disponível e deixam evidente a diferença existente entre estes três níveis.

Dessa forma, a aprendizagem deve estar associada à articulação dos três níveis, ou seja, o aluno deve mobilizar conhecimento de nível técnico que é a *ferramenta explícita* para a solução das tarefas em que a noção em jogo deve ser utilizada. Mas, para poder mobilizar conhecimentos de nível mobilizável ou disponível é preciso buscar situações de referência que poderão auxiliar no reconhecimento da noção em jogo que deve ser utilizada, assim como da representação mais adequada do objeto para o desenvolvimento da tarefa proposta.

Segundo Douady (1992), uma *ferramenta explícita* representa a utilização de um objeto do saber matemático de forma intencional para resolver um problema. No exemplo: “Dada a medida do lado de um quadrado calcule sua área”, quando o aluno usa uma fórmula para resolução, esta representa a ferramenta explícita.

---

[11] SPIRO, R.; COULSON, R.; FELTOVICH, P.; ANDERSON, D. Cognitive Flexibility Theory: advanced knowledge acquisition in ill-structured domains. In Patel, V. (ed.) Tenth Annual Conference of the Cognitive Science Society, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1988.

Cabe ressalva que para os educandos mobilizarem estes níveis de conhecimento se faz necessário o domínio de diferentes representações de objetos matemáticos e uso da linguagem própria deste domínio.

2.3 Síntese da Teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel

Ausubel (1980) define diversos tipos de aprendizagem como: aprendizagem por descoberta autônoma, aprendizagem orientada para a descoberta, aprendizagem por recepção, aprendizagem automática (mecânica) e aprendizagem significativa. É ideal esclarecer que neste estudo serão levados em conta os conceitos de aprendizagem significativa, na tentativa de orientar um olhar em que não se privilegie apenas a aprendizagem automática. Os demais tipos de aprendizagem definidos por Ausubel não serão aqui objetos de estudo.

Para Ausubel (1980) uma aprendizagem automática é aquela que se faz por decoração, ou seja, de forma mecânica; enquanto que a aprendizagem significativa leva em consideração os conhecimentos prévios dos educandos no momento da introdução de novos conceitos. Dessa forma o autor afirma que:

> [...] a aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder. A aprendizagem automática, por sua vez, ocorre se a tarefa consistir de associações puramente arbitrárias, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto, ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa, e também (independentemente do potencial significativo contido na tarefa) se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal (por exemplo, como uma série arbitrária de palavras) (AUSUBEL, 1980, p.23).

Deve-se lembrar que a aprendizagem significativa não depende apenas do papel desempenhado pelo professor. É necessário que o aluno assuma seu papel e participe como ator neste jogo. Segundo Ausubel (1980):

> A aprendizagem significativa pressupõe que o aluno manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa - ou seja, uma disposição para relacionar, de forma não arbitrária e substantiva, o novo material a sua estrutura cognitiva [...] (AUSUBEL, 1980, p.34).

Observamos, aqui, que a teoria de aprendizagem significativa de Ausubel será importante no desenvolvimento desta pesquisa, pois pode evidenciar um meio de observar o que o aluno pode aprender de uma forma não mecânica (AUSUBEL, 1980), de forma que as informações armazenadas em sua estrutura cognitiva colaborem futuramente na passagem entre os níveis de conhecimento esperados e na leitura das representações dos objetos matemáticos, pois:

> Se os conceitos básicos foram aprendidos de uma forma significativa e assimilada na estrutura cognitiva, esses conceitos se tornam um sistema de processamento de informações para o aluno: uma espécie de mapa que pode ser usado na solução de problemas, na análise de textos, etc. (BRUCE; WEIL[12] apud MONACO; MONACO, 2002, p. 130).

Sendo assim, parece-nos essencial para o ensino-aprendizagem levar em conta os conhecimentos prévios dos alunos, evidenciando que a aprendizagem mecânica não é a única forma de tratamento para a introdução e desenvolvimento de uma determinada noção, pois mesmo exigindo um maior empenho sempre é possível compreender o significado daquilo que muitas vezes apenas se armazena na memória ou se reproduz sem compreender as possibilidades de aplicação na própria matemática, no cotidiano e em outras ciências. A constatação destas considerações fica mais clara no texto de Monaco e Monaco (2002) que citam Ausubel (1968):

> [...] devido a experiências anteriores de fracasso numa dada disciplina e também a um certo grau de ansiedade, alguns alunos não acreditam na sua capacidade de aprender significativamente; para alguns estudantes, parece mais fácil criar a falsa impressão de haver entendido, guardando da memória algumas palavras do que realmente tentar compreender o significado (MONACO; MONACO, 2002, p.131-132).

A teoria de Ausubel possibilita entender a necessidade de mudança da prática, ou seja, trabalhar um conteúdo considerando os conhecimentos prévios dos alunos, pois "[...] de todos os fatores que influenciam a aprendizagem, o mais importante consiste no que o aluno já sabe. Investigue-se isso e ensine-se ao aluno de uma forma conseqüente" (AUSUBEL[13] apud MONACO; MONACO, 2002, p.130).

Verifica-se ainda no texto abaixo que Ausubel considera como conhecimento prévio o conteúdo que é disponível na estrutura cognitiva do aluno.

> Para que a aprendizagem significativa ocorra de fato, não é suficiente que as novas informações sejam simplesmente relacionadas, é também

---

[12] JOYCE, Bruce R.; WEIL, Marcha. Models of teaching. New Jersey: Prentice Hall, 1972.
[13] AUSUBEL, David P .et al. Psicologia Educacional. Segunda Edição.Tradução Eva Nick e outros. Rio de Janeiro-RJ.Editora Interamericana Ltda, 1980.

> necessário que o conteúdo ideacional relevante esteja disponível na estrutura cognitiva de um determinado aluno (AUSUBEL,1980, p. 37).

Contudo, esse tipo de trabalho exige uma mudança na “categoria de conhecimento, onde o aluno tende para a aprendizagem mecânica do que para a aprendizagem significativa” (MONACO; MONACO, 2002, p.131), pois, às vezes, o educando se sente inclinado à prática decorativa por achá-la mais imediata para a resolução de uma situação momentânea e o professor dependendo das cobranças institucionais também é levado a esta escolha.

Sendo assim, observamos que as tarefas mecânicas não devem ser abolidas, pois têm seu papel na aprendizagem, mas é preciso trabalhá-las de forma articulada, levando-se em conta os conhecimentos prévios dos alunos uma vez que esses conhecimentos são as ferramentas explicitas do trabalho matemático em jogo no desenvolvimento de determinadas tarefas.

Esta preocupação é essencial quando se deseja que no processo de ensino-aprendizagem de uma determinada noção esta tenha significado para o aluno, como é possível observar no texto abaixo:

> Na aprendizagem mecânica, o conteúdo é relacionado com a estrutura cognitiva de uma forma arbitrária, ou seja, o que não traz consigo a aquisição de nenhum significado, acarretando conseqüências para aprendizagem: a retenção na memória se dá num período breve de tempo e a aprendizagem mecânica é mais vulnerável à interferência do material que foi aprendido anteriormente (MONACO; MONACO, 2002, p.132).

É importante salientar que a cultura matemática relacionada ao estudo das noções de área e perímetro tem sido fundamentada no uso excessivo de fórmulas. Este procedimento matemático pode ser de rápida aquisição quanto à manipulação de soluções e sucesso escolar para os educandos na resolução de determinadas tarefas, porém sem significado algum e de pouca valia. A constatação destas considerações pode ser observada no texto abaixo:

> [...] os alunos desenvolvem uma disposição para a aprendizagem automática, se passam a sentir-se excessivamente pressionados para demonstrar desembaraço ou omitir suas dificuldades pessoais em compreender genuinamente um determinado assunto, em lugar de admiti-las e gradualmente vencê-las. Sob estas circunstâncias, parece que criar uma impressão espúria de compreensão fácil, através da memorização automatizada de algumas sentenças ou termos-chaves, torna-se mais fácil e mais importante do que tentar compreender o que eles significam. Os professores esquecem frequentemente que os alunos tornam-se facilmente adeptos da utilização de termos abstratos com um emprego aparentemente

> adequado – quando é preciso – muito embora inexista virtualmente uma compreensão dos conceitos subjacentes (AUSUBEL, 1980, p.36).

É importante ressaltarmos que Ausubel (1980) considera que não se faz apenas a ligação de um conhecimento prévio com os novos conhecimentos a serem introduzidos, mas sim uma articulação entre conceitos novos e os preexistentes que poderão ser mobilizados pelos educandos.

> É importante reconhecer que a aprendizagem significativa não significa que a nova informação forma uma espécie de elo simples com os elementos preexistentes da estrutura cognitiva. Pelo contrário, somente na aprendizagem automática ocorre uma simples ligação arbitrária e não substantiva com a estrutura cognitiva preexistente [...] a aprendizagem significativa envolve uma interação entre novas informações e idéias preexistentes na estrutura cognitiva [...] (AUSUBEL, 1980, p.48).

Com base na citação anterior de Ausubel (1980), podemos perceber que não basta apenas ligar conteúdos prévios a novos a serem introduzidos, quando não se indica como articulá-los adequadamente para que possam ser mobilizados na estrutura cognitiva quando se faz necessário. Estas articulações exigem novas estratégias de ensino.

2.4 Síntese dos Estudos de Duval Sobre as Representações Semióticas.

Considerando que o grau de dificuldade de uma tarefa depende não só dos símbolos matemáticos ali envolvidos e dos caminhos que possibilitarão sua resolução, o ensino de Matemática e a flexibilidade cognitiva necessária depende de inúmeros fatores e que estes estão associados não somente “ao que o professor ensina”, mas “como o professor ensina”.

Imaginar que determinados educandos não apresentam êxito na resolução de tarefas quando a noção em jogo envolve certos domínios matemáticos devido à dificuldade de interpretação de texto, parece neste contexto não ser a colocação correta em vista da gravidade do problema. O fato é que a matemática apresenta sua própria linguagem, o que muitas vezes torna inacessível ao aluno determinadas tarefas.

Faz-se necessário entender melhor o papel desempenhado pela linguagem matemática e suas representações, considerando este o ponto estratégico para a aprendizagem em matemática. Um dos autores que discute as representações semióticas é Raymond Duval, segundo ele:

> Existe uma palavra ao mesmo tempo importante e secundária em matemática: é a palavra “representação”. Ela é muito freqüentemente empregada sob sua forma verbal “representar” uma escrita, uma notação, um símbolo representando um objeto matemático: um número, uma função, um vetor,... Até mesmo os traçados e as figuras representando os objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo... Isso quer dizer que os objetos matemáticos não devem jamais ser confundidos com a representação que lhes é feita. Com efeito, toda confusão ocasiona, em maior ou menor termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis fora de seu contexto de aprendizado: seja por não chamamento, seja porque existem como representações “inertes” não sugerindo nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é então um ponto estratégico para a compreensão da matemática (DUVAL, 1993, p.37).

Pode-se observar que segundo a citação acima a distinção entre objetos e suas representações dentro dos domínios matemáticos é um forte fator que pode influenciar a aprendizagem.

Dessa forma, concordamos que *as* “representações semióticas têm um papel fundamental na atividade matemática” (DUVAL, 1993, p.38). Assim descrevemos definição de DUVAL (1993) para representações semióticas:

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos [sinais] pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes. Consideram-se geralmente as representações semióticas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, ou seja, para deixá-las visíveis ou acessíveis a outrem (DUVAL, 1993, p.39).

Duval (2003) define os diferentes tipos de representações semióticas que podem ser mobilizadas na articulação dos domínios matemáticos e caracteriza-os em dois tipos como relacionados à representação discursiva e não discursiva. Os registros associados à representação discursiva são os da língua natural (associações verbais) e os sistemas de escrita (registro numérico, registro simbólico e registro algébrico). Os registros associados à representação não-discursiva são o registro figural (por exemplo figuras geométricas planas) e o registro gráfico (por exemplo o plano cartesiano com o sistema de coordenadas). Cabe ressaltar que um registro pode dar origem à passagem para outro registro (DUVAL, 2003), por exemplo, uma tarefa utilizando em seu enunciado o registro na língua natural pode ter sua resolução utilizando o registro figural.

Para melhor compreensão elaboramos três quadros ilustrativos. A figura 4 apresenta a síntese dos tipos de registros de representação semiótica segundo Duval, a figura 5 apresenta diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto e a figura 6 apresenta uma mesma tarefa de geometria em quatro registros de representação diferentes.

Representações	Registros
Discursiva	Língua natural: - Associações verbais (conceituais) Sistemas de escrita: - Numéricas; - Algébricas; - Simbólicas.
Não-discursiva	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Gráficos cartesianos.

Figura 4- REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

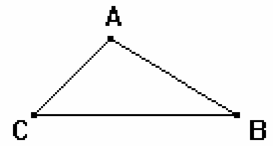
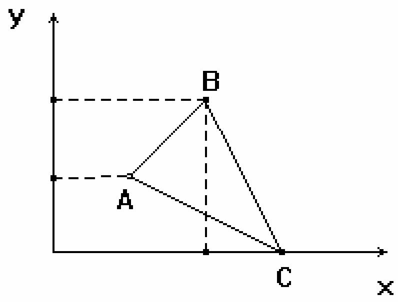
Representação semiótica discursiva	Registro da Língua Natural	Um triângulo de vértices A, B e C.
	Registro do sistema de escrita (registro simbólico)	ΔABC
Representação semiótica não-discursiva	Registro Figural	
	Registro Gráfico	

Figura 5- REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

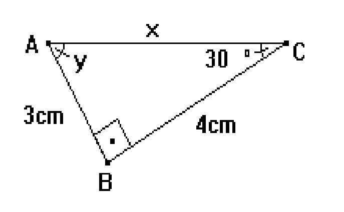
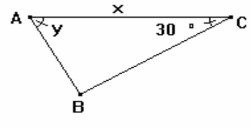
Registro discursivo	Dado um triângulo retângulo de vértices A,B, C, sabe-se que o ângulo em C é 30° e que os lados perpendiculares entre si medem 3cm e 4cm. Calcule o lado oposto ao ângulo de 90° e o valor do ângulo em A.
Registro simbólico	ΔABC, $A\hat{C}B = 30^{o}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{BC} = 4cm$, $\overline{AC} = ?$, $\hat{A} = ?$
Registro figural	
Registro misto (figural+simbólico)	$\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{BC} = 4cm$. 

Figura 6- UTILIZAÇÃO DE DIFERENTES TIPOS DE REGISTROS

Analisando a figura 6 é possível perceber que as mesmas informações sobre um objeto matemático são veiculadas de forma diferente. Conforme Moretti:

> Cada uma dessas representações possui, em sua integralidade, as mesmas informações do objeto matemático referido. No entanto, do ponto de vista cognitivo, um certo de tipo de informação sobressai mais em uma do que em outra forma[...] (MORETTI, 2002, p. 347).

Em relação a linguagem natural, concordamos com Moretti quando ele afirma que:

> [...] a linguagem discursiva não oferece as mesmas possibilidades que podem oferecer uma figura ou um diagrama. Isto quer dizer que do ponto de vista cognitivo uma representação é parcial em relação aquilo que ela quer representar e que de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são representados (MORETTI, 2002, p.347).

Assim, uma tarefa proposta pode ser entendida quando apresentada no registro figural, mas pode apresentar dificuldades se apresentada por meio do registro em língua natural ou mesmo simbólico, pois as funções cognitivas a serem mobilizadas são diferentes em cada tipo de registro.

Concordamos com Duval quando ele afirma que: “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p.14). Cabe ressaltar que um objeto matemático pode ser apresentado através de diversos tipos de registros de representação, lembrando que:

> [...] podemos acrescentar que a pluralidade de sistemas de representação permite uma diversificação de representação de um mesmo objeto o que aumenta as capacidades cognitivas do sujeito e consequentemente potencializa as suas representações mentais (MORETTI, 2002, p.348).

Com base em Duval (1988), Moretti (2002) explicita que existem dois tipos diferentes de mudanças de registros os tratamentos e as conversões. Os tratamentos representam transformação de uma representação em outra, porém permanecendo no mesmo registro. As conversões representam a transformação de uma representação em outra, porém mudando de registro. São através das operações de conversão e tratamento que se dá a coordenação entre dois registros quaisquer (MORETTI, 2002).

Elaboramos as figuras 7 e 8 para melhor exemplificar os tratamentos e as conversões.

1) $6x^2+3= 4x^2+8 \Rightarrow 6x^2-4x^2 = 8 - 3$ (registro algébrico para registro algébrico)
2) 0,3 = 0,30 (registro numérico decimal para registro numérico decimal)

Figura 7- EXEMPLOS DE TRATAMENTOS

1) 0,25 = $\frac{1}{4}$ (registro numérico decimal para registro numérico fracionário)
2) 0,04 = 4.10^{-2} (registro numérico decimal para registro numérico exponencial)

Figura 8- EXEMPLOS DE CONVERSÕES

Com base na teoria de Duval, pode-se entender porque algumas tarefas apresentam um grau de dificuldade maior e o motivo real que faz com que alunos tenham dificuldades para resolver esses tipos de tarefas.

2.5 Síntese dos Estudos de Douady Sobre as Mudanças de Quadro.

Régine Douady propõe a mudança ou jogo de quadros como meio de fazer evoluir as concepções dos alunos em Matemática (BALACHEFF, 2002). Régine Douady utiliza a seguinte definição de Quadro em que se observa uma dimensão cognitiva:

> Um quadro é constituído de objetos de um ramo da Matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e de imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial no funcionamento dos objetos do quadro como ferramentas. Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e a problemática desenvolvida (DOUADY, 1986, p. 11).

Desta forma segundo a autora, o domínio matemático é constituído de vários quadros. Abaixo segue uma síntese dos quadros descritos por Douady em relação às noções matemáticas de área e perímetro:

Quadro geométrico:	Constituído por superfícies planas, como polígonos regulares e irregulares.
Quadro numérico:	Constituído por medidas das superfícies – expressas por meio de números positivos (inteiros, fracionários, irracionais).
Quadro das grandezas:	Contexto próprio da noção de área, incluindo a equivalência formada por superfícies de mesma área. É um processo de comparação das grandezas não necessariamente numérico.

Figura 9 – SÍNTESE DOS QUADROS OU DOMÍNIOS SEGUNDO DOUADY

Douady considera que as noções de área e perímetro devam ser trabalhadas enquanto *objeto* (DOUADY, 1992, p.134) do saber matemático, funcionando como ferramenta explícita quando surge a necessidade de trabalhar outros domínios em que essas noções se configuram de forma implícita.

Cabe lembrar que Douady define objeto como:

> [...] objeto cultural tendo seu lugar em um edifício mais amplo que é o saber das matemáticas, num dado momento, reconhecido socialmente. O objeto é matematicamente definido, independentemente de sua utilização. O status de objeto permite a capitalização do saber e, portanto, a extensão do corpo de conhecimentos. Ele permite também o reinvestimento em novos contextos, eventualmente, muito distintos do contexto original (DOUADY, 1992, p.134).

Com nossa prática percebemos que, muitas vezes, determinadas tarefas, em geral, aquelas associadas ao nível disponível, tem sua resolução no quadro algébrico, em que os educandos devem disponibilizar, por exemplo, conceitos e procedimentos relativos à resolução de equações polinomiais de 2º grau. A nosso ver aqui reside o grande motivo do baixo desempenho de alguns educandos na resolução destas tarefas, uma vez que embora possa parecer à primeira vista muito simples, não é, pois exige articulações que não são espontâneas e estão associadas a diferentes quadros.

2.6 Alguns Aspectos de Articulação Entre as Teorias Apresentadas

Para os conceitos de perímetro e área, escolhidos como conteúdos matemáticos a serem analisados nesta pesquisa, pretendemos encontrar novas possibilidades de tratamento didático para esse tema. Por esse motivo fizemos a revisão teórica deste capítulo.

A revisão realizada permitiu relacionar a abordagem teórica proposta por Robert (1997) com os estudos de Douady (1992) sobre quadros, que podem ser articulados, aos diferentes registros de representação semiótica (DUVAL, 1993).

Consideramos que as teorias de Ausubel, Douady, Duval e a abordagem teórica de Robert, introduzem elementos que auxiliam na reflexão sobre a abordagem de tarefas matemáticas que podem ser desenvolvidas no ensino de áreas e perímetros, a fim de melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Essas teorias possibilitam a compreensão de elementos que permeiam as tarefas matemáticas como a que quadro pertencem, é preciso mudar de quadro os objetos para o desenvolvimento de um trabalho flexível que permita a articulação dos três níveis.

Os estudos realizados permitem perceber que o ideal é que uma aprendizagem esteja associada a vários quadros, em que o aluno deve conhecer o nível técnico que indiscutivelmente também tem sua importância, mas que, além disso, tenha direito ao acesso de construção de conhecimento para que possa dispor de recursos em situações futuras e isso não tem sua importância apenas no ambiente escolar, mas sim em sua vida diária.

Enquanto Duval nos fornece um referencial estruturado no funcionamento cognitivo, aqui pode-se vislumbrar que quando o educando consegue mobilizar os diferentes registros de representação semiótica tem-se então uma aprendizagem significativa e por conseqüência a autonomia do educando solucionando tarefas associadas ao nível mobilizável e disponível.

É possível concluir ainda que para determinadas noções, é necessário que se proponham tarefas de nível técnico, porém não mecanizadas, pois a aprendizagem automática não possibilita a relação entre novos significados (AUSUBEL, 1980), o que mostra a importância do nível técnico que deve ser trabalhado de forma articulada com os níveis mobilizável e disponível propostos por Robert (1997).

Porém, observamos que em sua abordagem teórica Robert não nos fornece orientações de cunho metodológico para a passagem de um nível a outro, enquanto Ausubel também não nos indica formas de como construir materiais potencialmente significativos. Em face destas constatações pode-se vislumbrar através das mudanças de quadro e das representações semióticas, ferramentas que podem auxiliar a aprendizagem.

É importante observar, também, que *o* "ensino habitual está centrado no funcionamento do quadro algébrico" (ARTIGUE, 1996, p.200), dessa forma outras noções ou quadros matemáticos ficam deixados de lado, não exercendo o papel que deveriam no processo ensino-aprendizagem.

Dessa forma, ao tentar articular alguns aspectos das teorias aqui apresentadas, podemos entender melhor a abordagem didática das noções de área e perímetro. Devemos levar em consideração ainda que a interpretação e reprodução dos diferentes tipos de representação e a necessidade de eventuais mudanças de quadro não são situações tão simples, como muitas vezes parecem.

Cabe destacar que a flexibilidade cognitiva esperada dos educandos não se constrói sem uma aprendizagem significativa, pois "o período de fixação daquilo que é aprendido mecanicamente é relativamente breve" (AUSUBEL, 1980, p.122). Dessa forma é possível concluir que, para exigir a mobilização de conteúdos é necessário que se trabalhe de forma que o educando articule os conhecimentos prévios e as novas noções a serem internalizadas. Caso isso não ocorra, se torna inviável a articulação de conteúdos pelos educandos e o desenvolvimento efetivo do que Spiro et.al (1988) denomina de flexibilidade cognitiva.

Como já vimos anteriormente, a flexibilidade cognitiva aqui tratada representa a disposição mental de articular diversos domínios que formam internalizados anteriormente durante a aprendizagem, ou seja, significa a transferência de conhecimento para novas situações.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DE DOCUMENTOS OFICIAIS CURRICULARES E LIVROS DIDÁTICOS.

3.1 Introdução

Neste capítulo será apresentada uma análise de documentos que subsidiam o trabalho do professor nos aspectos que envolvem as noções de área e perímetro. Será apresentado um paralelo entre os Guias Curriculares (1971) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1986); uma análise dos Parâmetros Curriculares de Matemática (1998) de 5ª a 8ª série do ensino fundamental, uma análise da atual Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo (2008) e a análise de duas coleções de livros didáticos referentes ao ensino fundamental. Sempre no tocante as noções de área e perímetro.

A análise dos documentos referenciados acima visa verificar qual a abordagem que esses fazem em relação às noções de área e perímetro, no que se refere aos elementos norteadores do trabalho docente.

3.2 Análise dos Documentos Curriculares Oficiais

3.2.1 Sobre os Guias Curriculares do Estado de São Paulo e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo de 1986.

Os Guias Curriculares (1971) antecederam a Proposta Curricular (1986) e esta os atuais Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Esta pesquisa não está centrada em um estudo curricular, por isso, não tem a intenção de abrir discussão sobre a organização curricular. O objetivo é buscar no cerne do problema as dificuldades ainda hoje encontradas na aprendizagem da noção de área e perímetro, embora tenha havido diversas reformas curriculares na história da Educação Básica. Verificamos assim que o problema é resistente e merece um olhar mais aprofundado, tudo o que é prescrito nos documentos oficiais em relação ao estudo de área e perímetro é de interesse desta pesquisa.

Conforme texto da página 181 da Proposta Curricular para o Ensino de Matemática (1986), em que é estabelecido um paralelo entre os Guias Curriculares e este documento, consta que nos Guias Curriculares era sugerido que o estudo de medidas fosse feito na disciplina de Ciências, porém como neste documento as referencias ao trabalho docente se constituem apenas em listas de conteúdos, não encontram-se indicações metodológicas ou didáticas de como este tema pode vir a ser desenvolvido pelo professor. Dessa forma, podemos concluir que o estudo das Medidas ficava relegado à gestão de uma outra disciplina, que não era a Matemática.

Na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática (1986) verificamos que o estudo de perímetro é introduzido a partir da 3ª série do ensino fundamental. O documento propõe que o perímetro deve ser visto a partir de situações cotidianas. Nos Comentários e Observações para o Professor o documento prescreve orientações para cálculo do perímetro de alguns polígonos:

> O perímetro deve ser introduzido em situações reais como: “quantos metros de rodapé são necessários para fazer o acabamento de todas as paredes desta sala?” Pode-se trabalhar com uma sala real, ou com a planta de uma sala, indicando suas medidas (SÃO PAULO, 1986, p. 55).

O conceito de área começa a ser desenvolvido neste documento na 4ª série. O documento sugere que o aluno deve determinar a área de paralelogramos, triângulos e trapézios por redução ao retângulo equivalente (Ibid, p.59) e ainda espera que o aluno resolva problemas que envolvam áreas e perímetros. (Ibid, p.59)

No tópico Comentários e Observações para o professor há uma parte destinada ao estudo de área de superfícies planas e nela constam alguns elementos norteadores para o trabalho do professor, como por exemplo, a utilização de papel quadriculado para o cálculo de figuras não poligonais; o trabalho com os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado; estudo da área do retângulo, paralelogramo, triângulo e trapézio através de ladrilhamento para que o aluno perceba o porquê das fórmulas. Constatamos assim que são sugeridas diversas orientações didáticas para que se utilizem metodologias que desenvolvam uma aprendizagem não mecanizada, possibilitando que o aluno se aproprie dos saberes matemáticos em jogo, sem necessariamente decorar fórmulas.

Na 5ª série a Proposta Curricular (1986) sugere que o aluno, em relação ao estudo de área e perímetro, “amplie ou reduza as figuras planas simples e estabeleça relações entre os perímetros e áreas dessas figuras quando modificadas” (SÃO PAULO, 1986, p.73). Na seqüência fornece elementos que dão subsídios metodológicos ao professor para trabalhar estas noções em sala de aula.

Para a 6ª série não há referências sobre o estudo de áreas e perímetros

Na 7ª série os conteúdos propostos no eixo Medidas são inteiramente voltados para o estudo de área e perímetro, sendo propostos da seguinte forma: “Áreas e perímetros: Sistematização das áreas do paralelogramo, triângulo e trapézio. Área do losango. Área do circulo. Área de um setor circular. Problemas envolvendo áreas e perímetros” (SÃO PAULO, 1986, p.129).

Ainda para 7ª série na parte referente a Comentários e Observações para o Professor, o referido documento alerta que “deve ser absolutamente evitado o excesso de algebrismo” (Ibid, p.134), o que nos permite inferir que mesmo de forma implícita há uma preocupação com o estudo próprio das noções de áreas e perímetros, sem que se leve em conta apenas os aspectos algébricos das tarefas.

Nestas orientações ainda indica-se a forma de apresentar o cálculo da área do losango, salientando que “como a área do losango ainda não foi abordada, convém fazer um trabalho experimental precedendo o uso de sua fórmula” (Ibid, p.134). Dessa forma, a partir da representação de um losango, o documento compõe um paralelogramo, que no momento já teve seu cálculo de área estudado. Indica como é possível o professor introduzir uma nova noção com base em uma noção estudada anteriormente e assim pela reconfiguração da representação de um losango em um paralelogramo chega à sua fórmula.

Verificamos que o estudo de área e perímetro continua a ser solicitado na 8ª série, por meio do cálculo de figuras inscritas em uma circunferência e áreas de superfícies de prismas, cilindros, pirâmides e cones. Da mesma forma que nas séries anteriores são fornecidas orientações metodológicas para que o professor possa nortear seu trabalho em sala de aula.

Podemos concluir que na Proposta Curricular havia uma grande preocupação quanto ao estudo das noções de área e perímetro, pois propõe trabalhar essas noções desde a 3ª série até a 8ª série, sendo que na 7ª série o estudo de medidas se restringia ao estudo deste domínio matemático. Um outro fator importante verificado, diz respeito aos exemplos fornecidos para o trabalho dos conteúdos no tópico Comentários e Observações para o Professor*,* pois além de indicar os conteúdos a serem tratados fornece sugestões de como o professor pode implementar sua prática docente. É possível perceber ainda uma integração vertical, pois estas noções, a cada série em que são apresentadas são retomadas e ampliadas.

Este estudo nos permite verificar a evidente preocupação do documento com uma aprendizagem significativa, em que a abordagem das noções matemáticas incorpora os conhecimentos anteriores dos alunos. Além disso, as abordagens relativas às fórmulas de figuras planas não se resumem em simples aplicação algébrica e sim há uma preocupação explicita de fazer com que o aluno tenha acesso aos significados envolvidos na construção de cada fórmula.

Cabe lembrar que a primeira preocupação com um currículo nacional deu-se com a elaboração do documento Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), que veio a subsidiar a construção de currículos atuais nos Estados e Municípios brasileiros.

3.2.2 Análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 5ª a 8ª Séries do Ensino Fundamental.

Verificamos uma preocupação dos PCNs[14] (1998) em discutir metodologias que não favoreçam apenas uma aprendizagem mecânica, mas sim significativa. O documento reconhece ainda que os métodos convencionais já não dão mais conta do processo-ensino aprendizagem em relação às necessidades exigidas pela sociedade atual.

[14] PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os PCNs não explicitam a teoria de aprendizagem significativa (AUSUBEL, 1980), porém em vários momentos abordam implicitamente esta questão, pois consideram importante a identificação do conhecimento prévio do aluno para a construção de significados e usam muitas vezes o termo aprendizagem significativa, criticando ainda as práticas reprodutivas e mecanizadas de ensino, assim como o excesso de formalismo matemático:

Os PCNs apresentam poucas referências no eixo Grandezas e Medidas que possibilitem ao professor o tratamento em sala de aula, no que diz respeito às noções de área e perímetro.

Os PCNs de matemática têm seus conteúdos divididos em quatro eixos estruturadores: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No eixo Grandezas e Medidas, os autores ressaltam que:

> O estudo de Grandezas e Medidas é outro articulador entre diversos conteúdos matemáticos, por proporcionar um vasto campo de problemas que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas (BRASIL, 1998, p. 85).

No entanto, os próprios autores do documento reconhecem que o tema Grandezas e Medidas tem pouca ênfase nas aulas de matemática.

> No entanto, as medidas têm tido pouco destaque nas aulas de Matemática, em especial nas últimas séries do ensino fundamental, pois muitos professores, apesar de reconhecerem sua importância, preferem que elas sejam estudadas de forma mais detalhada em Ciências Naturais (BRASIL, 1998, p. 129).

Para o conteúdo específico de área e perímetro das figuras geométricas planas, os PCNs propõem o estudo para o terceiro ciclo (5ª e 6ª séries).

No que tange aos conceitos e procedimentos estabelecidos nos PCNs, especificamente sobre área e perímetro, encontramos pequena orientação no eixo Espaço e Forma que propõe em um dos tópicos composição e decomposição de figuras planas (BRASIL, 1998, p.73) e em outro tópico ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (Medidas de Ângulos) e dos que se modificam (Medidas dos Lados, do Perímetro e da Área) (BRASIL, 1998, p. 73). No eixo Grandezas e Medidas, encontram-se como “Conceitos e Procedimentos o cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas" (BRASIL, 1998, p.74).

Percebemos que os autores enfatizam o estudo de área e perímetro por meio do trabalho de decomposição das figuras geométricas e da homotetia, contudo quando se considera a questão da aprendizagem significativa, o documento não dá sugestões para o professor identificar os conhecimentos prévios dos alunos.

No critério de avaliação para o terceiro ciclo, particularmente em relação à área e perímetro, a diretriz estabelecida é que o professor verifique se o aluno é capaz de reconhecer e identificar figuras geométricas planas, expressando resultados de medições, conforme afirma o documento: "Obter e expressar resultados de medições, utilizando as principais unidades padronizadas de medida de comprimento, capacidade, massa, superfície, volume, ângulo e tempo*"* (BRASIL, 1998, p.77).

Para o quarto ciclo (7ª e 8ª séries), observamos que os assuntos área e perímetro configuram nos Objetivos de Matemática para o Quarto Ciclo, conforme podemos verificar na página 81 deste documento, no tópico da competência métrica, em que as "situações de aprendizagem devem levar o educando a obter e utilizar formas para o cálculo da área de superfícies planas" (BRASIL, 1998, p.82).

Nos Conceitos e Procedimentos, o estudo de áreas e perímetros entra no eixo de Grandezas e Medidas, pois o eixo Espaço e Forma privilegia ângulos, congruência, Teorema de Tales e Pitágoras.

Ainda nos Conceitos e Procedimentos, verificamos que os PCNs, propõem a articulação de conteúdos, entre área, perímetro e gráficos no plano cartesiano, afirmação esta baseada no tópico: "Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências" (BRASIL, 1998, p.90).

Porém observamos que nos critérios de avaliação para o quarto ciclo, de tudo o que foi proposto nos Conceitos e Procedimentos, no tocante a áreas e perímetros, o esperado em relação ao aluno é que tenha apenas uma visão geral envolvendo medidas, ângulos, congruência, aplicando-as na resolução de situações-problema.

Um outro tópico importante do Documento são as Orientações Didáticas.

Nas orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclo, os PCNs ressaltam a questão da confusão que os alunos fazem em relação às noções de área e perímetro, explicando que este fato vem de os educandos não serem colocados frente a situações-problema em que possam interagir com as duas noções, sugere que os alunos criem figuras a fim de se familiarizar com estas noções.

O documento critica o emprego de fórmulas com aplicação mecânica, considerando que em relação à área e perímetro as fórmulas devem ser obtidas e indicam como Orientação Didática uma abordagem por meio de decomposição de figuras em áreas que os alunos já tenham conhecimento, salienta ainda que:

> Alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não tem nenhum tipo de crítica e controle, além de esquecerem rapidamente (BRASIL, 1998, p.131).

Apesar de observar sobre os problemas de uma aprendizagem mecânica, não se verificam orientações na parte metodológica para auxiliar o professor a tratar as noções de área e perímetro. Concluímos que apesar das expectativas deste documento em relação a novas metodologias, o professor continua sem orientações no que diz respeito a como desempenhar seu papel, a como resolver as dificuldades encontradas na diversidade da sala de aula. E isso raramente ocorre por ineficiência, mas sim, por de fato, não ter orientações suficientes para tal. Como estes documentos se propõem a fornecerem diretrizes, é preciso atentar para o perigo de sua interpretação depender do ponto de vista ou leitura de cada professor, em que cada um decide como conduzir sua prática.

Dessa forma, podemos concluir que o documento oficial apresenta algumas orientações importantes para o trabalho com áreas e perímetros, a partir da 5ª série do ensino fundamental até a 8ª série, como o trabalho não mecanizado por meio de fórmulas, a decomposição de figuras em outras de áreas conhecidas, as relações entre os lados de uma figura, sua área, seu perímetro e a visão dessa relação no plano cartesiano, o trabalho articulado com as noções de área e perímetro. No entanto, consideramos que estas orientações não bastam aos professores que têm a expectativa de encontrar atividades prontas para serem desenvolvidas em sala de aula. Dessa forma, a opção dos professores é buscar auxílio nos livros didáticos. No tocante a áreas e perímetros, o trabalho de Facco (2003) mostra como professores introduzem essas noções apoiados em livros didáticos:

> [...] professores de Matemática, apoiados nos livros didáticos, introduzem o conceito de área como um número associado a uma superfície e rapidamente passam ao cálculo da área, utilizando fórmulas (FACCO, 2003, p.31).

Ressaltamos que no início de 2008, a nosso ver, o papel do livro didático nas escolas de rede pública de educação do Estado de São Paulo sofreu uma considerável mudança, uma vez que, deixou de ser o instrumento principal do trabalho docente e passou a ser uma ferramenta complementar, por causa da implementação da Proposta Curricular que se tornou obrigatória nas escolas e forneceu, pelo menos no primeiro bimestre, material com atividades destinadas aos alunos. Para melhor compreensão destas considerações segue análise da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

3.2.3 Análise da Proposta Curricular do Estado de São Paulo Publicada em 2008

A análise da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo configura como parte relevante deste trabalho, uma vez que no início dos estudos do referencial teórico que constitui esta pesquisa ela ainda não era um documento vigente, o que traz um novo olhar para as orientações fornecidas pelos documentos que servem de diretrizes ao trabalho docente. Sua implementação modifica aspectos da cultura da educação matemática, como por exemplo, a aprendizagem centrada na utilização do livro didático, a constituição dos planos anuais de ensino apoiados nos índices dos livros adotados. Verificamos desta forma que conhecer mais profundamente este documento é de nosso grande interesse, uma vez que muda de certa forma o papel do professor que até mesmo foi constituído em sua própria formação.

Verificamos neste documento uma concordância às diretrizes dos documentos anteriores, como a Proposta Curricular do Estado de São Paulo já analisada neste estudo e os PCNs, porém este novo documento difere em relação a suas diretrizes que deixam de ser sugestões e passam a ser orientações que devem ser efetivamente trabalhadas em sala de aula. Para tanto, além da própria Proposta

Curricular de Matemática para o ensino fundamental, existem os cadernos de apoio ao professor que apresentam tarefas a serem trabalhadas em sala de aula, cadernos estes que têm sua publicação bimestral.

Mesmo de forma implícita, a Proposta Curricular apresenta indícios de preocupação com uma aprendizagem em que se beneficia a articulação de noções matemáticas, uma vez que ela descreve que os alunos devem ter: “A autonomia para gerenciar a própria aprendizagem (aprender a aprender)” [...] (SÃO PAULO, 2008, p.11).

Um outro enfoque deste documento é a preocupação com as capacidades leitora e escritora. Entendemos que mesmo sem fazer referências às representações semióticas, este documento admite a linguagem simbólica própria existente na matemática.

> Nesta proposta, a Matemática é apresentada como um sistema simbólico que se articula diretamente com a língua materna, nas formas oral e escrita, bem como com outras linguagens e recursos de representação da realidade (SÃO PAULO, 2008, p.44).

O eixo Grandezas e Medidas, assim como era caracterizado nos PCNs, continua configurando como articulador entre as outras noções matemáticas, esta consideração pode ser realizada com base no texto que segue:

> O par **grandezas** e **medidas** parece especialmente adequado para favorecer a interdisciplinaridade, e mesmo a transdisciplinaridade, uma vez que suas conexões com os eixos de números e geometria se dão quase naturalmente. No Ensino Fundamental, sua ligação com números, especialmente os decimais e as frações, pode ser feita por meio da contextualização da necessidade dos múltiplos e submúltiplos de uma unidade de medida na resolução de problemas concretos. Com a geometria, a referida ligação se dá pelo estudo do cálculo de áreas e volumes, iniciando a partir da contagem em malhas quadriculadas até mesmo a formalização de expressões literais para o cálculo dessas medidas (SÃO PAULO, 2008, p.46).

Para o conteúdo específico de área e perímetro, o documento indica a abordagem destas noções da seguinte forma:

5ª série do ensino fundamental: as noções de área e perímetro devem ser abordadas no terceiro bimestre do ano letivo.

6ª série do ensino fundamental: não é especificada a abordagem para estas noções nesta série.

7^a série do ensino fundamental: as noções de área devem ser trabalhadas através do estudo dos polígonos no quarto bimestre do ano letivo.

8^a série do ensino fundamental: a abordagem das noções de área e perímetro se refere apenas ao estudo dos círculos.

Verificamos que neste documento as noções relativas a área e perímetro são enfocadas em todas as séries do ensino fundamental exceto na 6^a série deste ciclo, apesar da importância dada ao tema observa-se que o quadro algébrico continua sendo mais enfatizado durante os bimestres. Uma outra verificação é o fato das noções aqui em jogo serem tratadas de forma segmentada, ou seja, na 8^a série não é proposta nenhuma releitura dos temas abordados nas séries anteriores, propondo o cálculo de área do círculo. Este papel fica a cargo do professor que deve indicar aos alunos as articulações possíveis e o resgate dos conhecimentos anteriores. Aqui entra a importância da formação do professor, como ator neste jogo, sabendo o momento de realizar suas escolhas em relação a passagem dos níveis que exigem dos alunos a leitura das representações semióticas e a articulação de quadros ou domínios.

Cabe lembrar que, como os cadernos do professor são distribuídos por bimestre, ainda não tivemos acesso às orientações didáticas sobre o assunto de nossa pesquisa.

3.3 Análise de Livros Didáticos

Consideramos que todos os documentos oficiais até aqui apresentados são de suma importância na prática profissional, porém o livro didático é um instrumento muito forte na cultura matemática, sendo muitas vezes único recurso de professores para o exercício de sua prática docente e a única referência para os educandos no desenvolvimento de suas tarefas tanto dentro da sala de aula como fora dela. É inegável o forte papel que o livro didático tem desempenhado na história da educação escolar.

Muitas vezes não compreendemos porque ao solicitar tarefas do livro para casa, verifica-se na outra aula que grande parcela dos educandos não as trouxeram solucionadas, ou ainda, mesmo durante a aula após as explicações quando solicitamos dos alunos tarefas do livro para serem realizadas na sala, muitos não conseguem desenvolvê-las. Dessa forma, por meio desta análise procuramos verificar como os livros didáticos enfocam as noções relativas à área e perímetro, como norteiam o trabalho de professores em sala de aula e ainda quais são as sugestões metodológicas e didáticas fornecidas em cada coleção.

Para isso, foram escolhidas duas coleções[15] referentes ao ensino fundamental.

A coleção A foi escolhida por ser considerada uma coleção "difícil", pelo menos por professores que atuam em escolas estaduais de nosso convívio docente e rejeitam essa coleção no momento de escolha do livro didático, apesar de ser considerada uma obra com grande número de exercícios. Um outro fator que levou à escolha desta coleção foi o fato de suas tarefas se enquadrarem no interesse de análise desta pesquisa, havendo uma grande quantidade de exercícios que podem ser analisados com base nas teorias estudadas no capítulo anterior.

A coleção B foi escolhida para presente análise pelos mesmos motivos da coleção anterior, embora sua aceitação na rede estadual, que chega a nosso conhecimento seja um pouco maior. Apresenta também, grande número de tarefas, que permitem a análise que nos propomos a fazer.

A prioridade de análise será realizada com base nas seguintes categorias definidas conforme a abordagem teórica já apresentada, enfocando o estudo pertinente as noções de área e perímetro. Assim serão analisadas:

- Tarefas típicas resolvidas apresentadas pelo autor na introdução de cada noção matemática trabalhada, verificando a qual nível de conhecimento esperado dos educandos está associada sua proposta.
- Tarefas propostas, verificando a que nível de conhecimento esperado dos educandos estão associadas.

---

[15] Tudo é matemática, Ensino Fundamental 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries (Luiz Roberto Dante) Obra em 4 volumes. 2ª edição, 2005, neste texto designada coleção A e Matemática e Realidade, Ensino Fundamental 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries (Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado) Obra em 4 Volumes . 5ª edição, 2005, designada de coleção B.

Com base na análise dos livros didáticos é possível perceber como se dá a passagem do conteúdo prescrito para o conteúdo aprendido pelo aluno, bem como as possíveis dificuldades encontradas não só pelos alunos na utilização deste material, como as dificuldades dos próprios professores no ato de ensinar.

De acordo com estas considerações segue nos dois tópicos seguintes a análise das obras já referenciadas para esta pesquisa.

3.3.1 Análise da Coleção A.

Esta obra é composta por quatro volumes, cada qual destinado a uma série.

Verificamos que para 5ª série do ensino fundamental existe um capítulo destinado ao estudo de perímetros, áreas e volumes. O autor faz uma breve introdução utilizando como referência situações cotidianas, enfatizando a colocação de rodapés em um cômodo, colocação de piso em uma sala e a escolha de uma caixa d'água.

Anuncia previamente que este capítulo é o retorno a um estudo anterior, em que estas noções serão aprofundadas. O autor apresenta a definição de perímetro na língua natural, não apresentando nenhuma fórmula para as tarefas envolvendo esta noção.

Nas tarefas propostas nesta etapa, as primeiras dependem apenas de resolução no nível técnico, porém as demais dependem de resolução no nível mobilizável e disponível. Observamos que não são fornecidas maiores orientações para resolução de tais tarefas. As figuras 10, 11 e 12 elucidam os diferentes tipos de tarefas.

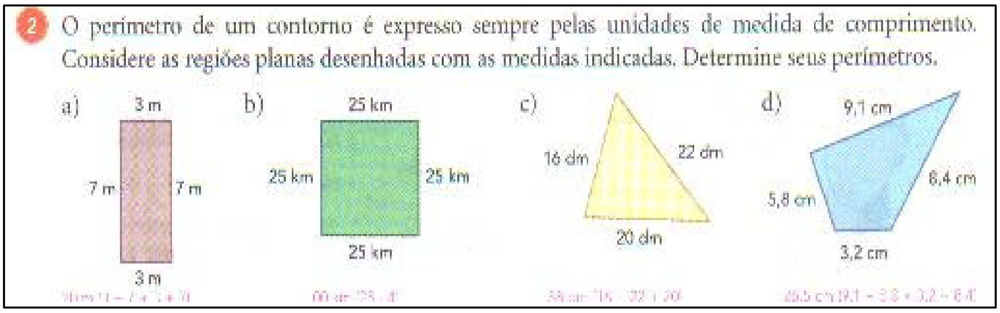


Figura 10 - TAREFA DE NÍVEL TÉCNICO
Fonte: Dante, 2005a, p. 237.

Podemos perceber que a figura 10, representa uma tarefa no nível técnico uma vez que sua solução está explicitamente associada apenas a simples aplicação da fórmula para o cálculo do perímetro de cada polígono.

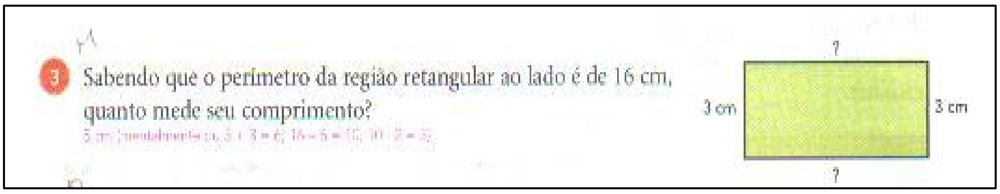


Figura 11- TAREFA DE NÍVEL MOBLIZÁVEL
Fonte: Dante, 2005a, p. 237

Na figura 11, que representa uma tarefa no nível mobilizável, a noção em jogo solicitada ainda é explícita, porém depende de uma pequena adaptação não podendo ser o comprimento diretamente obtido através da aplicação da fórmula, considerando ainda que é solicitado "comprimento" e não o habitual "perímetro".

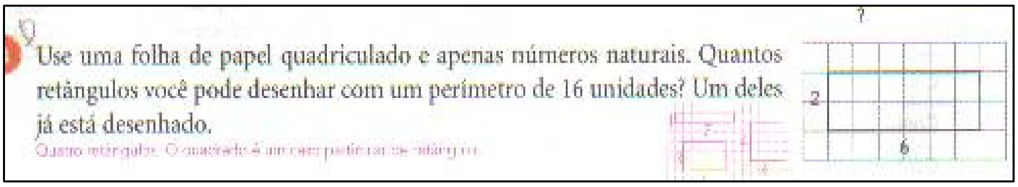


Figura 12- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Dante, 2005a, p. 237

Na figura 12, que representa uma tarefa no nível disponível, a noção em matemática não é mais explícita e depende de articulação de conhecimentos anteriores por parte do educando, nesse caso, o aluno necessita de certa visão espacial para reconfigurar os demais retângulos.

Na seqüência o autor apresenta o comprimento da circunferência como perímetro do círculo, introduzindo duas situações para que o aluno calcule o valor de π e passa a fazer comparações e verificações quanto aos resultados obtidos para que o aluno perceba que utilizando aquela relação, quaisquer que sejam os números o valor de π é sempre muito próximo.

Em seguida, o autor apresenta uma tarefa proposta em forma de tabela, em que o aluno deve fazer a verificação dos resultados em casa, tirando agora sozinho suas próprias conclusões quanto à estimativa do valor de π encontrado.

6 Em casa, você pode constatar essas afirmações desenvolvendo as atividades propostas a seguir.
Use fita métrica e meça o comprimento da circunferência do contorno de uma tampa de panela, de um CD, de uma moeda e de uma roda de bicicleta. Se não tiver fita métrica, utilize um barbante, depois estique-o e meça-o com régua.
Construa uma tabela como a seguinte em seu caderno e complete-a com os valores pedidos. As divisões podem ser feitas com calculadora.
Na última linha, você coloca o contorno de uma circunferência que se encontre em um objeto que escolher.

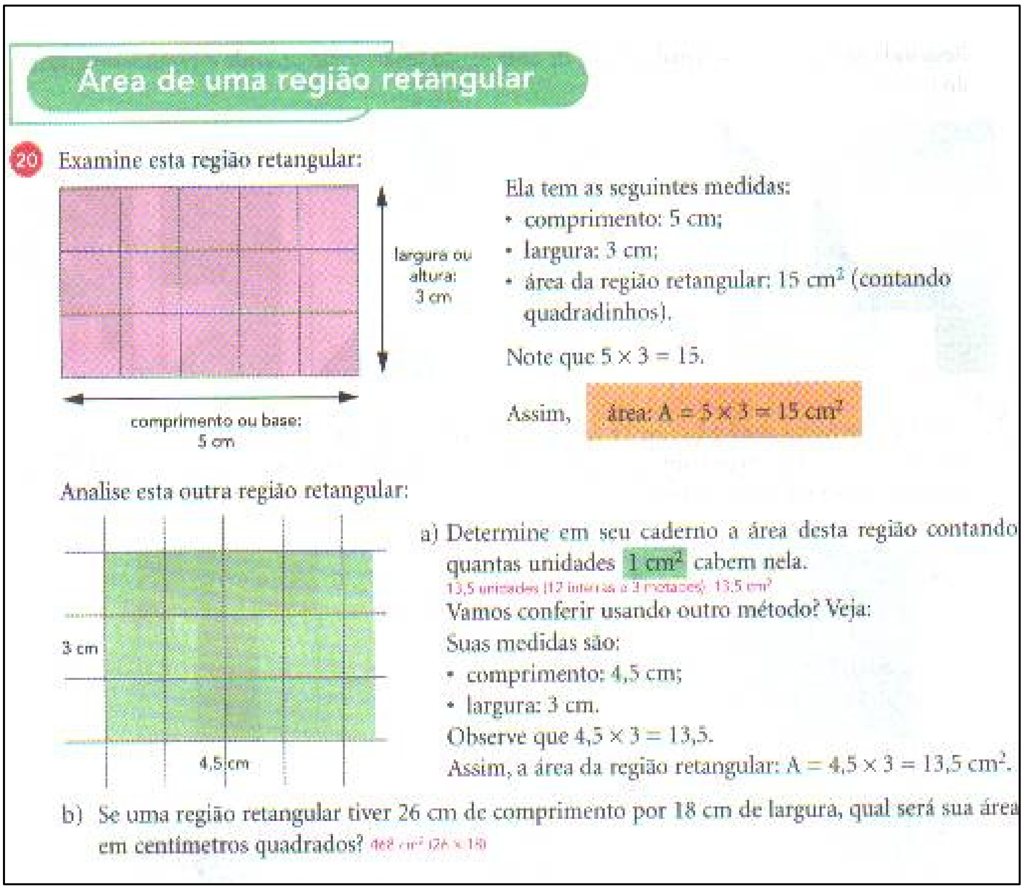
Circunferência	Medida do comprimento da circunferência (C)	Medida do diâmetro da circunferência (d)	Resultado da divisão (C : d)
Contorno da tampa da panela			
Contorno do CD			
Contorno da moeda			
Contorno da roda de bicicleta			
?			

Figura 13- TAREFA DE NÍVEL MOBILILIZÁVEL
Fonte: Dante, 2005a, p. 138

Após esta tarefa proposta é apresentada a fórmula para o cálculo do comprimento da circunferência (C=2πr). Como pode-se observar na figura 13, para este tópico as tarefas solicitadas dependem do nível técnico e mobilizável.

Em seguida é introduzido o cálculo de área de uma superfície. Como nos tópicos anteriores não são apresentadas sugestões ao aluno na resolução das tarefas propostas, cuja resolução agora depende da composição e decomposição de figuras.

No tópico área de uma região retangular, o autor apresenta por meio de malha quadriculada como calcular a área de uma região retangular. Antes de introduzir a fórmula apresenta uma tarefa resolvida e assim, introduz a fórmula para o cálculo de área retangular, passando para as tarefas propostas, em que a primeira encontra-se no nível técnico e as demais no mobilizável e disponível. Afigura 14 ilustra nossos comentários.


Área de uma região retangular

20 Examine esta região retangular:

Ela tem as seguintes medidas:
- comprimento: 5 cm;
- largura: 3 cm;
- área da região retangular: 15 cm^2 (contando quadradinhos).

Note que $5 \times 3 = 15$.

Assim, área: $A = 5 \times 3 = 15\ cm^2$

Analise esta outra região retangular:

a) Determine em seu caderno a área desta região contando quantas unidades $1\ cm^2$ cabem nela. 13,5 unidades (12 inteiras e 3 metades); 13,5 cm^2

Vamos conferir usando outro método? Veja:
Suas medidas são:
- comprimento: 4,5 cm;
- largura: 3 cm.

Observe que $4,5 \times 3 = 13,5$.
Assim, a área da região retangular: $A = 4,5 \times 3 = 13,5\ cm^2$.

b) Se uma região retangular tiver 26 cm de comprimento por 18 cm de largura, qual será sua área em centímetros quadrados? 468 cm^2 (26×18)

Figura 14- PROPOSTA DE TAREFA RESOLVIDA
Fonte: Dante, 2005a, p. 242

Em alguns casos, o autor apresenta a noção de área de um determinado polígono pela fórmula, como no caso de área de uma região quadrada.

Em outros casos, o autor apresenta a noção de área por meio de uma tarefa resolvida e depois uma tarefa similar para o aluno resolver como no caso da área da região retangular.

Para área da região quadrada, o autor apresenta de imediato a fórmula, sem indicar nenhuma tarefa resolvida passa direto para as tarefas propostas, em que de três tarefas, apenas a primeira se encontra no nível técnico. Podemos concluir até aqui que o autor não segue uma seqüência lógica de orientações típicas como auxilio no processo de entendimento do aluno.

Verificamos que após o estudo de todos os tópicos sobre área, o autor apresenta uma seção intitulada de "atividades", que envolvem tarefas de área e perímetro para que o aluno teste os saberes adquiridos. Observamos que poucas tarefas se encontram no nível técnico. A maioria se encontra no nível mobilizável e disponível, em que o aluno necessita buscar conhecimentos anteriores e articulá-los para resolução de tais tarefas. Verificamos inclusive que nenhuma orientação é fornecida como ajuda ao aluno para a resolução.

Podemos observar, conforme o autor anuncia no início deste capítulo, que as noções de área e perímetro para 5ª série são tratadas como uma "revisão", em que o aluno está apenas revendo noções matemáticas já estudadas em séries anteriores. Dessa forma, os conceitos são apresentados de forma rápida e não é explícita a noção sobre perímetro, que é tratado no início do capítulo e depois não aparece mais em nenhuma tarefa ou explicação, deixando a cargo do professor.

No volume destinado a 6ª série do ensino fundamental, não há um capítulo ou tópico específico destinado ao estudo de área e perímetro, porém este domínio matemático está em jogo mesmo que implícito em tarefas que envolvem outras noções matemáticas, servindo como um articulador de conteúdos.

No volume destinado à 7ª série do ensino fundamental, o capítulo 9 é destinado ao estudo de perímetros, áreas e volumes. Logo na introdução há uma indicação, na exposição de algumas tarefas, de como o aluno pode utilizar seus conhecimentos anteriores. Aqui podemos verificar, mesmo que de forma implícita, uma preocupação do autor com uma aprendizagem significativa e não mecanizada. Verificamos que o autor apresenta pouca teoria sobre as noções tratadas, as abordagens são breves e se encontram dentro das tarefas propostas.

Nas tarefas propostas referentes ao tópico de perímetro, verificamos que poucas se encontram no nível técnico, a maioria encontra-se no nível mobilizável e disponível, em que inclusive, para resolução de uma delas é necessário que o aluno realize uma mudança de quadro, como podemos observar na figura 15.

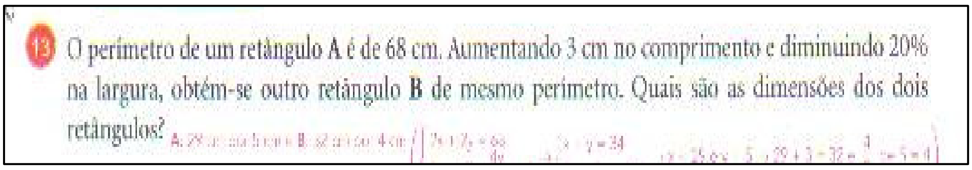

13 O perímetro de um retângulo A é de 68 cm. Aumentando 3 cm no comprimento e diminuindo 20% na largura, obtém-se outro retângulo B de mesmo perímetro. Quais são as dimensões dos dois retângulos?

Figura 15- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Dante, 2005c, p. 220

Porém, não são apresentadas sugestões de como o educando deve realizar estas mobilizações de conteúdos. As figuras 16 e 17 ilustram o tipo de tarefa em relação aos níveis de conhecimento esperados dos educandos.

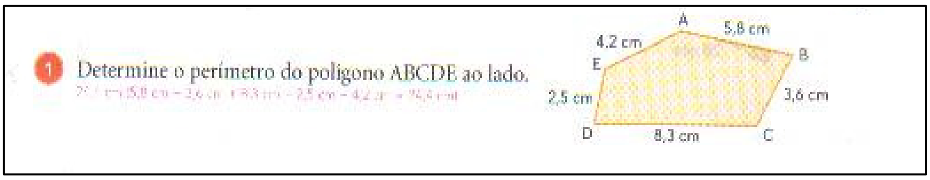


Figura 16- TAREFA DE NÍVEL TÉCNICO
Fonte: Dante, 2005c, p. 219

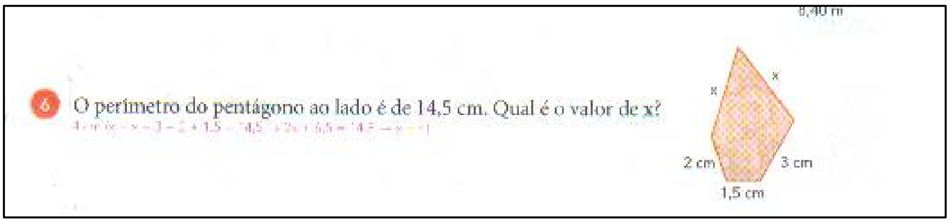


Figura 17- TAREFA DE NÍVEL MOBILIZÁVEL
Fonte: Dante, 2005c, p. 219

O autor apresenta na seqüência uma curiosa fórmula de cálculo de área que se encontra na página 224, em que a figura fica inserida em uma malha pontilhada e se contam os pontos internos e os da fronteira da respectiva figura, com isso é possível através do mesmo procedimento estabelecer uma fórmula seja qual for a figura, permitindo uma generalização. Nesta etapa é apresentada tarefa resolvida e as tarefas propostas seguem o mesmo padrão do modelo resolvido.

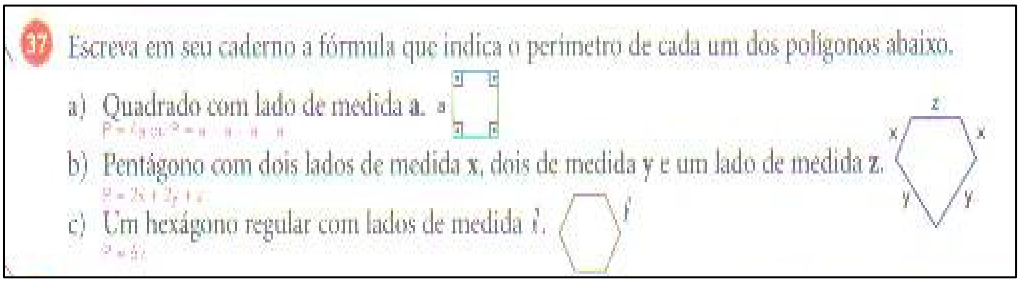
No tópico fórmula para o cálculo de perímetro que se encontra na página 228, o autor anuncia o tema e vai direto para as tarefas propostas, não há nenhuma indicação para que o aluno recorde o conceito desta noção matemática. Das três tarefas propostas apenas a primeira se encontra no nível técnico, a demais se encontram no nível disponível, pois inclusive, é necessário para sua resolução uma mudança de quadro como se pode verificar na figura 18.

39 Em um $\triangle ABC$, o lado $\overline{AB}$ mede 4 cm a menos do que a medida do lado $\overline{AC}$, a medida do lado $\overline{BC}$ é igual a $\frac{3}{5}$ da medida do lado $\overline{AC}$ e o perímetro é de 22 cm. Determine a medida dos três lados desse triângulo.

Figura 18- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Dante, 2005c, p. 228

Em relação ainda a figura 18, podemos observar a necessidade de o aluno articular vários conceitos matemáticos, além de trabalhar com diferentes tipos de representação semiótica como o registro numérico e o registro simbólico, devendo ainda construir um registro figural para melhor compreensão e solucionar a questão através do registro algébrico.

As figuras 19 e 20 ilustram tarefas que apesar de se encontrarem no nível disponível utilizam para o mesmo objeto matemático registros de representação semiótica diferentes.


37 Escreva em seu caderno a fórmula que indica o perímetro de cada um dos polígonos abaixo.

a) Quadrado com lado de medida **a**.

b) Pentágono com dois lados de medida **x**, dois de medida **y** e um lado de medida **z**.

c) Um hexágono regular com lados de medida ℓ.

Figura 19- TAREFA DE NÍVEL MOBILIZÁVEL
Fonte: Dante, 2005c, p. 228

38 Um terreno retangular tem 18,5 m de comprimento e 47,38 m de perímetro. Qual é a medida da largura desse terreno?

Figura 20- TAREFA DE NÍVEL MOBILIZÁVEL
Fonte: Dante, 2005c, p. 228

Com relação ao tema área, o autor apresenta o mesmo enfoque do volume de 5ª série.

Inicia apresentando fórmula para o cálculo de área como a de uma região triangular, o autor fornece a fórmula, sem tarefas resolvidas e passa para as tarefas propostas que dependem para sua resolução apenas do nível técnico.

Verificamos que normalmente são apresentadas resoluções de tarefas na introdução de cada assunto, porém sempre associadas apenas ao nível técnico, não fornecendo sugestões ou orientações para resolução das demais tarefas solicitadas que dependem dos níveis mobilizável e disponível.

No final desta unidade o autor apresenta grande número de tarefas propostas intituladas como situações-problema, em que são realizadas articulações de tudo que foi ensinado até o momento sobre área e perímetro. Verificamos que poucas destas questões dependem, para sua resolução, do nível técnico e que não há indicações ou sugestões para resolução. Verificamos também, que as noções de área e perímetro são utilizadas com freqüência como elemento articulador no estudo de expressões algébricas.

Para o volume destinado à 8ª série do ensino fundamental, o capítulo 9 é destinado ao estudo de perímetros, áreas e volumes. Na introdução já aparecem as tarefas propostas para que o aluno retome os conceitos anteriormente aprendidos, porém não há tarefas resolvidas.

No estudo de perímetro do círculo (comprimento da circunferência) o autor apresenta a fórmula e a relação para sua descoberta e passa direto para as tarefas propostas sem apresentar tarefas resolvidas. Verificamos que as tarefas propostas quase não dependem do nível técnico para sua resolução, a maioria encontra-se no nível mobilizável e disponível.

Na figura 21 podemos observar melhor o tipo de orientação didática fornecida pelo autor na introdução de alguns assuntos, no caso do perímetro do setor circular o autor apresenta a tarefa resolvida e na seqüência tarefas propostas que dependem do nível técnico para sua resolução.

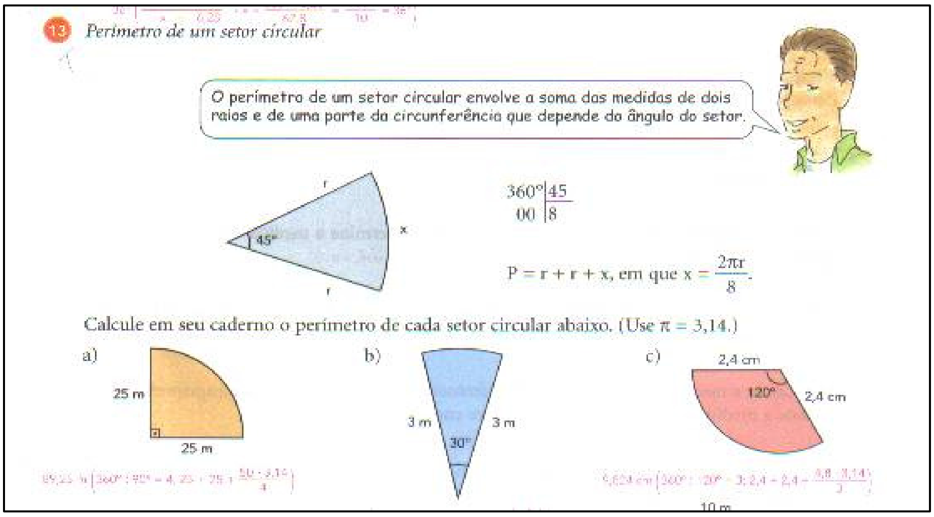


Figura 21- ORIENTAÇÃO DIDÁTICA
Fonte: Dante, 2005d, p. 220

Neste capítulo o autor introduz ainda o cálculo de área de uma região limitada por um polígono regular e o cálculo aproximado de áreas de figuras irregulares. Não há novamente tarefas resolvidas, o autor parte direto para as tarefas propostas e todas dependem de conhecimentos do nível mobilizável ou disponível para sua resolução.

Verifica-se ainda, que neste volume as noções de área e perímetro funcionam como eixo articulador entre os temas algébricos, conforme podemos observar nas figuras 22 e 23 em que as tarefas envolvendo as noções de área e perímetro estão presentes no capítulo referente a Equações e Sistemas de Equações do 2^0 grau.


49 Em um triângulo retângulo as medidas dos três lados, em centímetros, são números pares consecutivos. Quais são essas medidas?

Figura 22- NOÇÕES DE PERÍMETRO COMO ARTICULADOR
Fonte: Dante, 2005d, p. 65

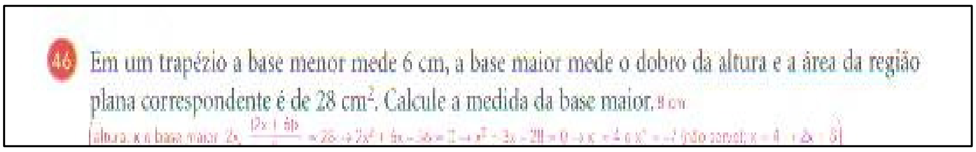

46 Em um trapézio a base menor mede 6 cm, a base maior mede o dobro da altura e a área da região plana correspondente é de 28 cm². Calcule a medida da base maior.

Figura 23- NOÇÕES DE ÁREA COMO ARTICULADOR
Fonte: Dante, 2005d, p. 65

Para um entendimento global das considerações realizadas apresentamos abaixo uma tabela síntese com o número de tarefas propostas para cada série, categorizadas segundo os níveis de conhecimento esperados dos educandos em relação às noções de perímetro e área. Cabe ressalva que estes dados foram levantados nos capítulos destinados as noções de área e perímetro, não se abrangendo a capítulos em que estas noções configuram como articuladores de conteúdos.

TABELA 1 – SÍNTESE DE TAREFAS PROPOSTAS QUANTO AOS NÍVEIS DE CONHECIMENTO ESPERADOS DOS EDUCANDOS.

	Perímetro (nº de tarefas p/ nível)			Área (nº de tarefas p/ nível)		
	Técnico	Mobilizável	Disponível	Técnico	Mobilizável	Disponível
5ª série	4	5	2	10	19	3
6ª série	------	------	------	------	-------	-------
7ª série	6	15	5	13	37	7
8ª série	9	7	16	13	24	31

Com base no quadro síntese apresentado acima observamos que na 5ª e 7ª série há uma maior preocupação do autor em trabalhar o nível técnico e mobilizável, porém na 8ª série as tarefas propostas aparecem em maior grau no nível disponível. Uma outra constatação é o fato de na 5ª série haver um menor número de tarefas relacionadas a perímetro, porém elas são mais enfatizadas na 7ª série, enquanto na 6ª série não se trabalha explicitamente com as noções de área e perímetro.

Verificamos que, ao final de cada volume, o autor apresenta o Manual Pedagógico do Professor, em que traz instruções sobre formulação e resolução de problemas, observações e sugestões para cada capítulo, para uso de sites e textos que podem vir a contribuir para prática docente, entre outras informações. Observamos neste Manual que existem orientações didáticas e metodológicas que podem auxiliar o professor em sala de aula, o autor fornece inclusive sugestões de como o professor pode trabalhar com autonomia ao utilizar esta coleção, mas não há orientações didáticas específicas para o trabalho com área e perímetro.

3.3.2 Análise da Coleção B.

Assim como a coleção analisada anteriormente, esta obra é composta por quatro volumes cada qual destinado a uma série do ensino fundamental.

Para o volume da 5ª série do ensino fundamental existe um capítulo destinado ao estudo das noções de unidade de área. Trata-se de um capítulo curto que inicia com o estudo de área pela apresentação da figura do Tangram, convidando o aluno a calcular a área das partes que formam a figura.

Os autores apresentam as unidades padrões de área e suas respectivas conversões.

Para o cálculo da área do retângulo e do quadrado são apresentadas as fórmulas por meio de tarefas resolvidas, que envolvem nível técnico. Mas, para as tarefas propostas verificamos que somente as duas primeiras se encontram no nível técnico, as demais estão no disponível e mobilizável.

Um fato curioso observado é que uma das tarefas propostas solicita o cálculo da área de triângulos, cujas representações figurais são fornecidas, porém os autores não fazem nenhuma indicação de como o aluno deve calcular esta área, levando em conta que o cálculo de área de triângulo não foi ainda tratado neste capítulo. Não há sequer uma referência de que a área do triângulo seria a metade da área de um retângulo, conforme é possível verificar na figura 24.

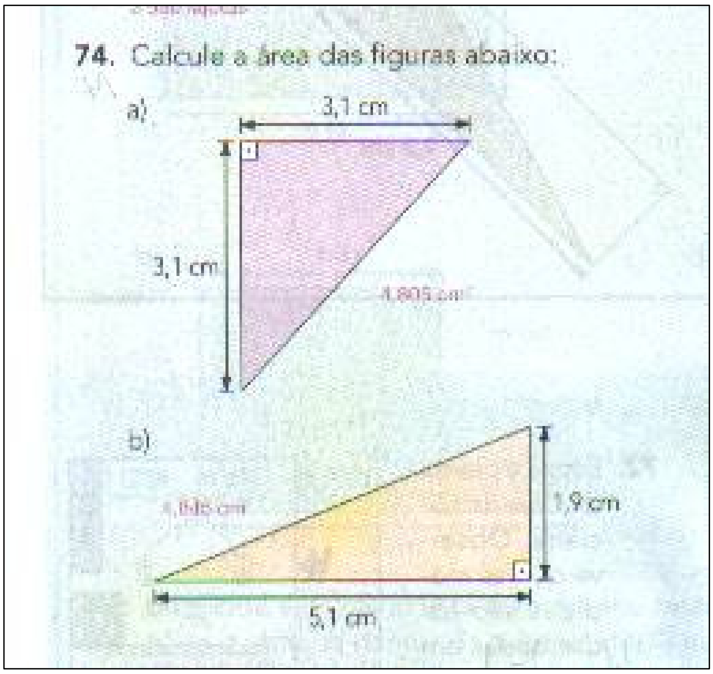


Figura 24- TAREFA DE NÍVEL TÉCNICO
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005a, p. 264

Verificamos ainda que a noção de perímetro não recebe muito enfoque nesta série. Observamos conforme as figuras apresentadas a seguir que os autores partem de tarefas onde o nível exigido é o técnico e passam a tarefas de nível mobilizável e disponível sem que sejam fornecidas orientações de como o educando deve operar nestes níveis.

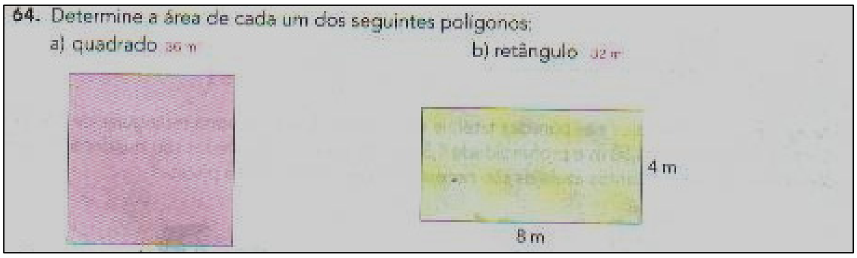


Figura 25- TAREFA DE NÍVEL TÉCNICO
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005a, p. 261

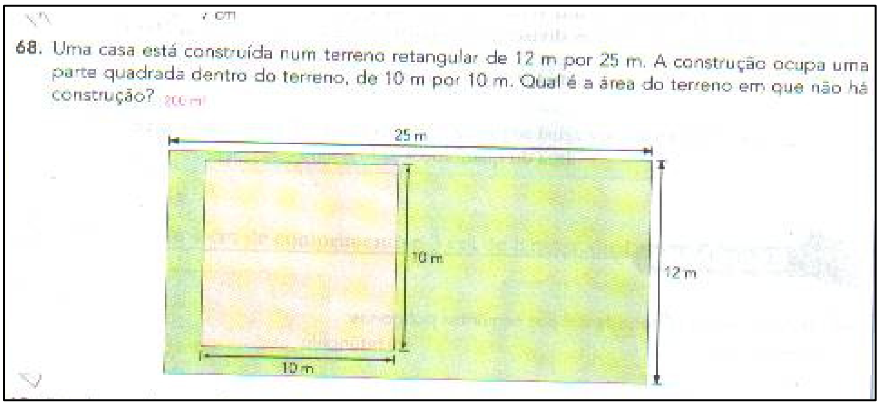

68. Uma casa está construída num terreno retangular de 12 m por 25 m. A construção ocupa uma parte quadrada dentro do terreno, de 10 m por 10 m. Qual é a área do terreno em que não há construção? 200 m²

Figura 26- TAREFA DE NÍVEL MOBILIZÁVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005a, p. 262

75. Um pintor cobra R$ 5,00 por metro quadrado de parede que ele pinta. Quanto ele deve cobrar para pintar as quatro paredes e o teto de um salão de 10 m de comprimento, 6 m de largura e 3 m de altura? R$ 780,00

Figura 27- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005a, p. 264

Para o volume destinado a 6^a série do ensino fundamental existe uma unidade intitulada de Geometria: áreas e contém um capítulo destinado ao estudo de distâncias e áreas.

Os autores iniciam este capítulo com o título “recordando áreas” e por meio de figuras inseridas em malha quadriculada iniciam com exemplos numéricos e apresentam as fórmulas para o cálculo de área do retângulo e do quadrado. Nessa seqüência, sem tarefas propostas ainda, os autores passam ao estudo da distância entre dois pontos.

Na seqüência, os autores passam a uma série de tarefas intituladas de Exercícios e Exercícios de Reforço que são tarefas onde o aluno deve medir com a régua as distâncias entre os pontos determinados das representações figurais fornecidas.

Depois destes estudos os autores apresentam a área do paralelogramo mostrando a transformação desta figura em um retângulo e através de uma tarefa resolvida numericamente passam para as tarefas propostas sempre sistematicamente divididas em “Exercícios” e “Exercícios de Reforço”. Verificamos que as tarefas propostas no item “Exercícios” são na sua maioria, de resolução no nível técnico, enquanto as tarefas propostas no item “Exercícios de Reforço” são tarefas que exigem o nível mobilizável e disponível como as representadas pelas figuras 28, 29 e 30.

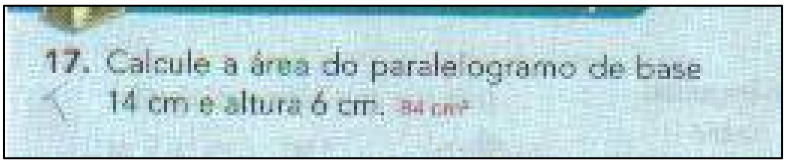


Figura 28- TAREFA DE NÍVEL TÉCNICO
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005b, p.157

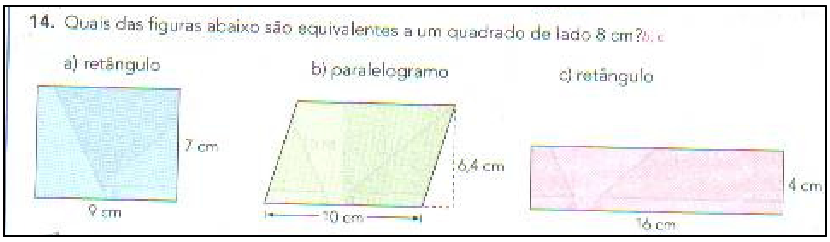


Figura 29- TAREFA DE NÍVEL MOBILIZÁVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005b, p.157

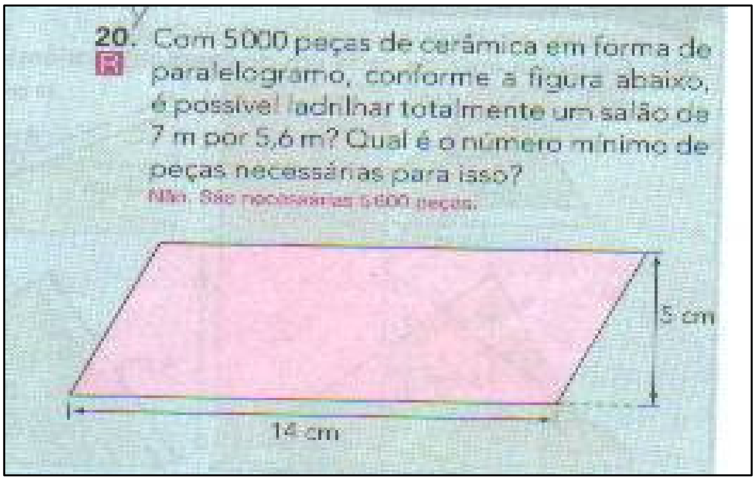


Figura 30- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005b, p.157

No final do capítulo encontram-se tarefas propostas que os autores intitulam de teste seu conhecimento, que são tarefas de múltipla escolha, em que nenhuma está associada ao nível técnico, e sim aos níveis mobilizável ou disponível.

Verificamos que em nenhum momento é tratada a noção de perímetro nesta unidade.

No volume destinado a 7ª série do ensino fundamental não há nenhum capítulo tratando do estudo de área e perímetro. Porém dentro do Capítulo18- quadriláteros: noções gerais, brevemente os autores introduzem o tópico perímetro e o enunciam da seguinte forma: o perímetro do quadrilátero ABCD é a soma das medidas de seus lados e fazem ainda esta representação no registro simbólico da seguinte forma: “Perímetro ABCD=AB+BC+CD+DA” (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2005, p.224).

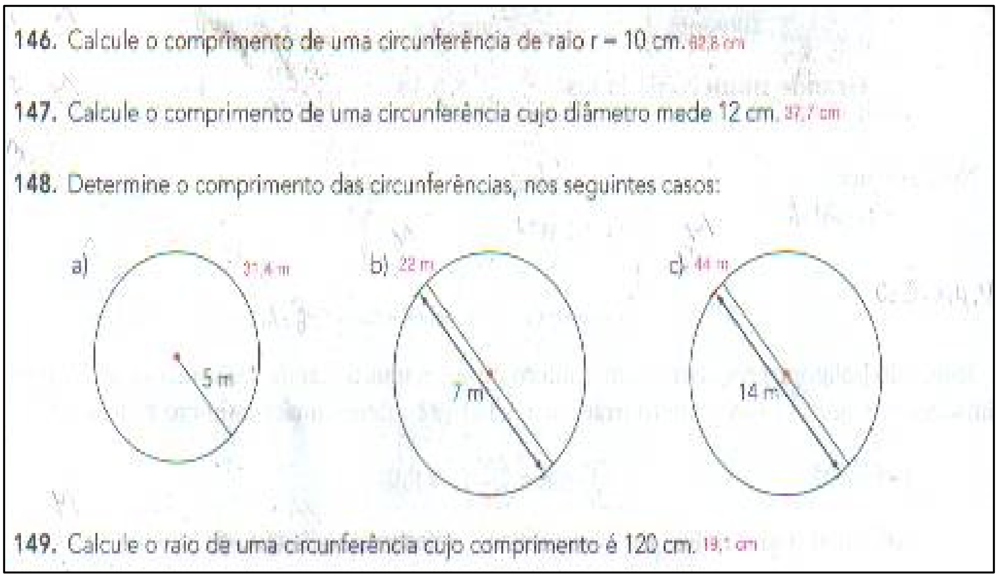
Contudo podemos verificar que as noções de perímetro e principalmente as de área são articuladores no estudo de outros domínios matemáticos tais como: números, cálculo algébrico, produtos notáveis e fatoração de polinômios.

No volume destinado a 8ª série do ensino fundamental há uma unidade intitulada Polígonos e circunferência inteiramente destinada ao estudo de áreas, em especial do retângulo, do quadrado e do paralelogramo.

Verificamos que, como nos volumes das séries anteriores, os autores apresentam uma tarefa típica resolvida a cada noção apresentada, associada ao nível técnico e passam para as tarefas propostas, sempre divididas em exercícios e exercícios de reforço. Nessas tarefas propostas os primeiros exercícios sempre estão associados ao nível técnico e os demais aos níveis mobilizável e disponível.

Um outro capítulo é destinado ao estudo das noções de áreas do triângulo, losango e trapézio, seguindo a mesma organização didática do capítulo anterior. Observamos que a maioria das tarefas propostas apresenta o registro figural, porém estão associadas ao nível mobilizável.

Para o estudo do comprimento da circunferência e do arco existe um capítulo específico, em que os autores, antes de apresentar a fórmula de cálculo de comprimento da circunferência, apresentam uma tabela sobre o perímetro de polígonos regulares inscritos e circunscritos a uma circunferência. Na seqüência é apresentada tarefa típica resolvida, onde a resolução está associada ao nível técnico, pois depende apenas da aplicação da fórmula de cálculo do comprimento da circunferência e passam a tarefas propostas onde as primeiras estão sempre associadas ao nível técnico e as demais aos níveis mobilizável e disponível.



146. Calcule o comprimento de uma circunferência de raio r = 10 cm. 62,8 cm

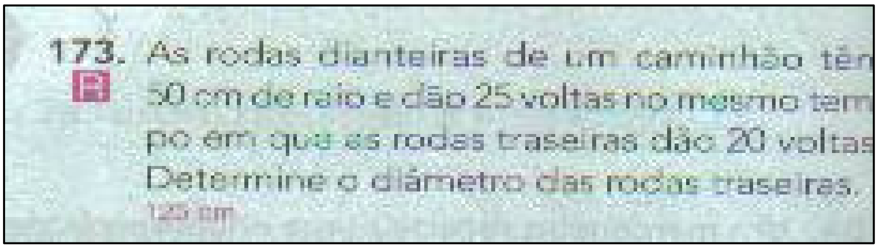
147. Calcule o comprimento de uma circunferência cujo diâmetro mede 12 cm. 37,7 cm

148. Determine o comprimento das circunferências, nos seguintes casos:

a) 31,4 m b) 22 m c) 44 m

149. Calcule o raio de uma circunferência cujo comprimento é 120 cm. 19,1 cm

Figura 31- TAREFAS NOS NÍVEIS TÉCNICO E MOBILIZÁVEL
Fonte: Iezzi, Dolce; Machado, 2005d, p. 238



173. As rodas dianteiras de um caminhão têm 50 cm de raio e dão 25 voltas no mesmo tempo em que as rodas traseiras dão 20 voltas. Determine o diâmetro das rodas traseiras. 125 cm

Figura 32- TAREFA DE NÍVEL DISPONÍVEL
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005d, p. 240

Verificamos nesta etapa, que algumas das tarefas propostas solicitam o cálculo do comprimento de uma circunferência a partir de polígonos inscritos e circunscritos, o que torna maior o grau de dificuldade de resolução, uma vez, que anteriormente não foram indicadas orientações de como desenvolver estas possíveis articulações.

158. Calcule os comprimentos das circunferências inscrita e circunscrita num quadrado de lado 2 cm. 2π cm $\cong$ 6,28 cm; $2\pi\sqrt{2}$ cm $\cong$ 6,28$\sqrt{2}$ cm $\cong$ 8,88 cm

159. Calcule os comprimentos das circunferências inscrita e circunscrita a um hexágono regular cujo lado mede 3 cm. inscrita: $3\pi\sqrt{3}$ cm; circunscrita: 6π cm

Figura 33- TAREFAS DE CIRCUMFERÊNCIA INSCRITA E CIRCUNSCRITA
Fonte: Iezzi, Dolce; Machado, 2005d, p. 239

Ainda nesta unidade há um capítulo destinado ao estudo da área do círculo e suas partes, em que a fórmula de área é apresentada seguida de uma tarefa típica resolvida, associada ao nível técnico. Verificamos, no entanto que para as tarefas propostas apenas quatro estão associadas ao nível técnico, algumas ao nível mobilizável e a maioria ao nível disponível.

Um fato curioso é observado em uma das tarefas propostas como exercício de reforço que enuncia: calcule a área do círculo cujo perímetro é 8πm, porém verifica-se que nas séries anteriores o perímetro ficou estabelecido claramente como "soma dos lados de um polígono", o que pode gerar uma falsa idéia de este conceito ser válido apenas para polígonos e na apresentação de comprimento da circunferência não há nenhuma referência entre comprimento e perímetro.

Verificamos ainda que no volume destinado a esta série as noções de perímetro e área são elementos articuladores dos domínios de cálculo algébrico (produtos notáveis e fatoração), raízes, razões trigonométricas e equações.

Para um entendimento global das considerações realizadas, assim como foi realizado no item anterior, apresentamos abaixo uma tabela síntese com o número de tarefas propostas quanto aos níveis de conhecimento esperados dos educandos em relação às noções de perímetro e área.

TABELA 2 – SÍNTESE DE TAREFAS PROPOSTAS QUANTO AOS NÍVEIS DE CONHECIMENTO ESPERADOS DOS EDUCANDOS.

	Perímetro (nº de tarefas p/ nível)			Área (nº de tarefas p/ nível)		
	Técnico	Mobilizável	Disponível	Técnico	Mobilizável	Disponível
5ª série	4	6	-------	8	9	7
6ª série	------	-------	--------	8	16	8
7ª série	1	--------	--------	--------	--------	---------
8ª série	3	13	15	37	57	71

Com base no quadro síntese verificamos que a noção de perímetro tem uma abordagem mais tímida do que a noção de área. Essa coleção difere da anterior na distribuição dos conteúdos por série. Verificamos um fato curioso no volume destinado a 7ª série em que em um dos capítulos os autores anunciam o estudo de perímetro como parte referente aos quadriláteros notáveis, fornece a fórmula para seu cálculo e apenas uma única tarefa proposta que depende do nível mobilizável e passam a outros tópicos dentro do estudo dos quadriláteros notáveis. Observamos ainda que as noções de área e perímetro recebem maior enfoque na 8ª série, em que as tarefas aparecem em maior número no nível disponível.

Ao final de cada volume desta coleção encontra-se o Manual do Professor.

Os autores apresentam os objetivos gerais da obra, assim como sua estrutura e os principais temas, salientando que as mesmas noções matemáticas são tratadas em diferentes níveis a cada série. Em um dos tópicos os autores apresentam sugestões de como didaticamente deve ser a avaliação do processo educativo. Recomenda obras para leitura com o objetivo de aprofundar conhecimentos matemáticos, estas sugestões incluem temas relacionados ao ensino-aprendizagem em Matemática, História da Matemática, paradidáticos, curiosidades e revistas sobre ensino.

Os autores também apresentam tabelas relativas a cada tema tratado nos capítulos em que relacionam os conteúdos aos objetivos instrucionais, ao final apresentam sugestões de tarefas que podem ser desenvolvidas em sala de aula. Com relação ao tema área e perímetro encontramos no Manual do Professor relativo ao volume da 6ª série uma sugestão de atividade em que um dos objetivos é levar o aluno a compreender os fundamentos lógicos das fórmulas de áreas (IEZZI, DOLCE e MACHADO, 2005, p.15).

3.4 Considerações Finais

3.4.1 Sobre a Análise dos Documentos Curriculares Oficiais

Com base nas considerações realizadas na análise dos documentos curriculares podemos observar que a transição dos Guias Curriculares para as Propostas Curriculares da década de 80 representa na gestão do processo educacional uma preocupação no cenário educativo com mudanças relacionadas a aprendizagem, em que se verifica a necessidade de uma aprendizagem significativa e menos automatizada.

Nas Propostas Curriculares havia uma preocupação em apresentar sugestões de tarefas a serem desenvolvidas em sala de aula para subsidiar o trabalho docente, ajudando o professor no momento de suas escolhas, ou seja, indicando um caminho de como as noções de área e perímetro poderiam ser trabalhadas em cada série. Notamos também que as orientações de tarefas propostas para o efetivo trabalho docente já evidenciam, de maneira implícita uma possível articulação de conteúdos, necessitando assim do aproveitamento dos conhecimentos prévios dos educandos. Mesmo que este documento não se refira de forma explicita a aprendizagem significativa é possível vislumbrar uma indicação para tal aprendizagem e também para a preocupação com os níveis em que se encontram os alunos, quando se verificam tais tarefas.

Nos PCNs as sugestões didáticas se ampliam ocorrendo uma evolução no cenário educacional, a idéia de aprendizagem significativa se torna explicita e este documento enfatiza tal aprendizagem, assim como prescreve as articulações de conteúdos entre as noções matemáticas previstas para o ensino fundamental. Porém, observamos que as orientações didáticas são mais amplas para outras noções matemáticas do que para o tema de nossa pesquisa. Um enfoque maior é dado ao campo algébrico e aritmético, porém a nosso ver uma das causas deste fato pode estar relacionada a pouca veiculação dos resultados de pesquisas acadêmicas relacionadas a outros temas.

Consideramos que o professor é ator desse jogo, desenvolvendo um papel em que deve operar com autonomia, porém deve-se levar em consideração que apesar das diversas sugestões didáticas fornecidas pelos documentos oficias é necessário maiores sugestões metodológicas, não no sentido de servirem de modelo engessando a prática docente, mas com o intuito de nortear e fornecer opções ao trabalho de professores, tanto dos que se encontram a muito tempo exercendo a docência como daqueles que acabam de sair dos cursos de licenciatura. Na verdade as sugestões fornecidas até o momento são muitas, porém parecem ainda não dar conta de todo esse processo.

Um ponto importante que pode ser atribuído a atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo é o fato de descentralizar o foco do professor no uso dos livros didáticos, pois os cadernos bimestrais destinados ao professor possuem sua programação e tem a exigência de serem cumpridos. Assim, observamos que os livros didáticos passam a ser uma ferramenta de auxílio e não um meio delimitador de conteúdos por séries.

Apesar das diversas críticas que tem sofrido a atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo, observa-se que como até o presente momento os documentos oficiais curriculares representavam apenas diretrizes de sugestões que poderiam ser seguidas ou não, acabou-se não se constituindo um sistema educacional com uma “marca” da Secretaria da Educação, dessa forma não havia um trabalho homogêneo das escolas quanto aos conteúdos trabalhados, o que pode gerar um prejuízo quanto ao direito de acesso ao saber escolar para educandos que precisam ir de uma escola para outra. A atual Proposta tenta sanar esse problema trazendo uma diretriz a ser seguida obrigatoriamente pelos professores.

3.4.2 Sobre a Análise dos Livros Didáticos.

Em relação aos livros didáticos analisados nesta pesquisa, podemos verificar que a coleção A apresenta sempre os conteúdos de área e perímetro na mesma sistemática, de forma rápida como se o aluno já tivesse domínio destes conceitos trazidos das séries anteriores, em seguida passa às tarefas propostas em que as primeiras normalmente se encontram em um nível técnico e as demais nos níveis mobilizável e disponível. Porém, apesar de serem apresentadas sugestões metodológicas na introdução de cada assunto, estas partem sempre do nível técnico. Verificamos que na seqüência são apresentadas tarefas propostas no nível mobilizável e disponível, o que por vezes dificulta o trabalho, se não houver intervenção do professor.

Não observamos em nenhum momento uma apresentação de como os níveis solicitados na resolução das tarefas devem ser articulados e como de posse de fórmulas as tarefas com esse nível de exigência possam ser resolvidas.

Dessa forma, percebemos claramente que esta função fica somente a cargo do professor, porém cabe lembrar que o livro didático não tem sua utilização restrita apenas a sala de aula, mas também institucionaliza saberes fora dela, quando por exemplo o aluno precisa estudar em casa e nesse momento não tem intervenção do professor. Mesmo em sala de aula, dependendo da forma como o professor se posiciona como ator deste jogo, pode-se correr o risco de ocorrer certo grau de desinteresse do aluno pela tarefa proposta, a partir do momento que ele não consegue resolvê-las gera-se certa ansiedade e dificuldades que as vezes se tornam intransponíveis.

Outro ponto a destacar é que o Manual do Professor também não dá subsídios ao professor para intervir na realização dessas tarefas.

Observamos nesta obra, contudo, uma preocupação mesmo que implícita com um trabalho não mecanizado, uma vez que o autor não privilegia apenas o nível técnico e beneficia a articulação de conteúdos tentando fazer com que o aluno participe também como ator desse jogo. Há uma preocupação com o trabalho em sala de aula no geral, pois o autor fornece no Manual Pedagógico do Professor, como foi anteriormente citado várias dicas e sugestões para nortear o trabalho docente, assim como elementos para ampliação da prática reflexiva, como no caso de leituras complementares, porém não há orientações didáticas específicas para o trabalho com os conteúdos matemáticos que envolvam resultados de pesquisas na área de Educação Matemática.

O mesmo ocorre com coleção B aqui analisada que, apesar de apresentar eventualmente orientações metodológicas quanto as tarefas típicas no início de cada assunto relativo às noções de área e perímetro, verifica-se que estas sempre se encontram no nível técnico. Já as tarefas propostas estão, em sua maioria, associadas ao nível mobilizável e disponível e isso ocorre em maior grau para a 8ª série do ensino fundamental.

Nesta coleção o tratamento da noção de perímetro é bem menor que na coleção anterior, este fato fica mais evidente quando observamos as tabelas 1 e 2 anteriormente apresentadas. Dessa forma sentimos a necessidade de um enfoque mais integrado em relação a estas duas noções, pois a relações entre essas duas medidas não são construídas de imediato. Para evidenciar estas considerações podemos citar os estudos de Bellemain e Lima (2000) em que relatam:

> Vale ressaltar que a construção das relações pertinentes entre área e comprimento é um processo complexo e de longa duração. Como mostra Rogalski (1982), nas relações entre essas duas grandezas geométricas intervém um processo duplo de diferenciação e de coordenação. Deve-se, ao mesmo tempo, diferenciar propriedades simultaneamente presentes numa figura (o comprimento do contorno e a área da superfície, ou a área de um sólido e seu volume) e coordenar essas mesmas propriedades na apropriação das fórmulas por exemplo (BELLEMAIN; LIMA, 2000, p. 6).

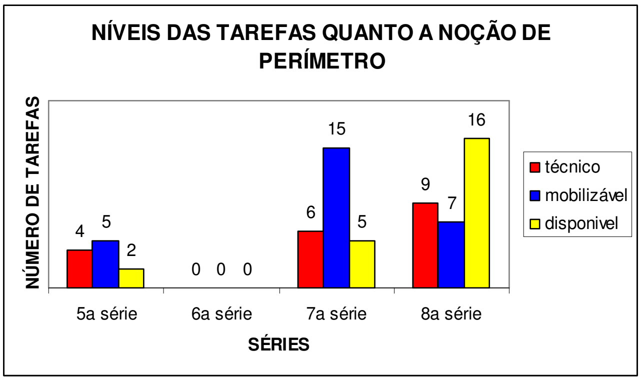
Nas duas coleções observamos a necessidade inclusive de mudança de quadro para a resolução das tarefas propostas, porém verificamos que não há indicações de como isto deve ser feito. As noções relativas ao tema área e perímetro configuram, como prescreve os PCNs, como articuladores de outras noções matemáticas, mas também não se encontram indicações de como o aluno deve fazer estas mobilizações de conteúdos e nem como o professor deve conduzir esta aprendizagem de forma a gerar êxito nas resoluções.

Um fator observado que contribui de forma arbitrária na constituição de tais saberes é o da estrutura de conteúdos por séries serem diferentes nestes livros didáticos, por exemplo, um educando que ao final da 6ª série em uma escola que utilizasse a primeira coleção aqui analisada como livro didático e fosse cursar a 7ª série em uma escola onde se adota a segunda coleção de livro didático aqui analisada só iria ver as noções de área e perímetro na 8ª série, o que de certa forma dificultaria a articulação de conteúdos e domínios exigidos para aquela série, fazendo dele um sujeito inadequado, uma vez que ele poderia não se adequar às relações institucionais esperadas e existentes.

Observamos, inclusive, que os livros didáticos apresentam uma preocupação mesmo que implícita com uma aprendizagem significativa, porém não se constituem em materiais potencialmente significativos, uma vez que não possibilitam o acesso pleno do educando, necessitando sempre da intermediação do professor na explicitação de noções para resolução de tarefas e apresentação de exemplos, fato este que as vezes deixa de ocorrer até mesmo por uma questão de falta de escolha do professor ao lidar com grande quantidade de alunos, tempo restrito, exigências do sistema escolar a serem cumpridas e ainda levando em conta a diversidade da sala de aula.

Dessa forma podemos verificar que o trabalho amparado apenas no livro didático dificulta o desenvolvimento da autonomia do aluno. Com base em tal análise podemos entender melhor algumas dificuldades relacionadas a articulação de conteúdos, uma vez que determinados educandos por transitarem entre séries por escolas diferentes acabam por não consolidar conceitos pertinentes a determinadas noções matemáticas. Neste momento de mudanças no cenário educacional pode-se perceber a preocupação da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo em organizar conteúdos por série, fornecendo um novo caráter ao sistema educacional para que, dentro das Escolas Estaduais, os educandos não sejam privados ao acesso a determinadas noções matemáticas, propiciando melhor estrutura para do trabalho tanto do professor quanto do aluno.

Apresentamos a seguir os gráficos que sintetizam o número de tarefas propostas organizadas quanto aos níveis de conhecimento esperados dos educandos para cada obra.



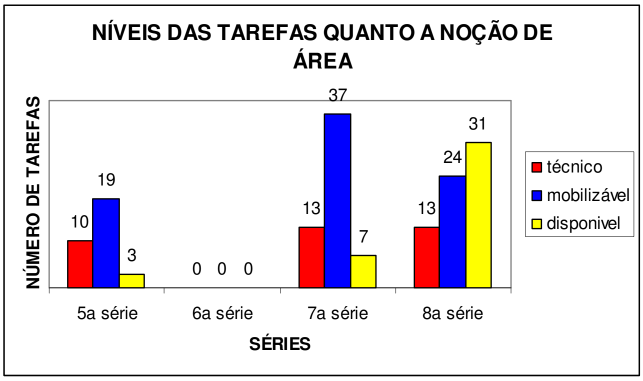
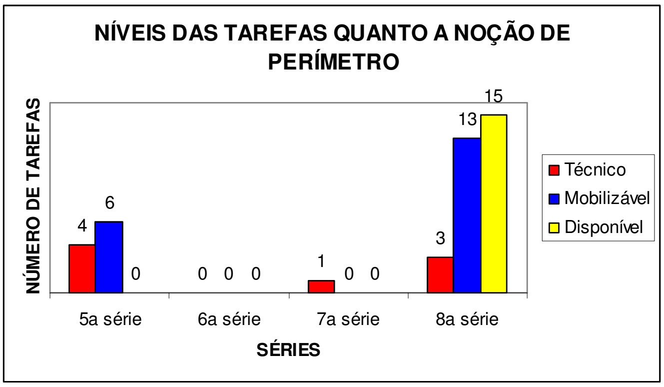


Figura 34- OBRA DE DANTE (2005)



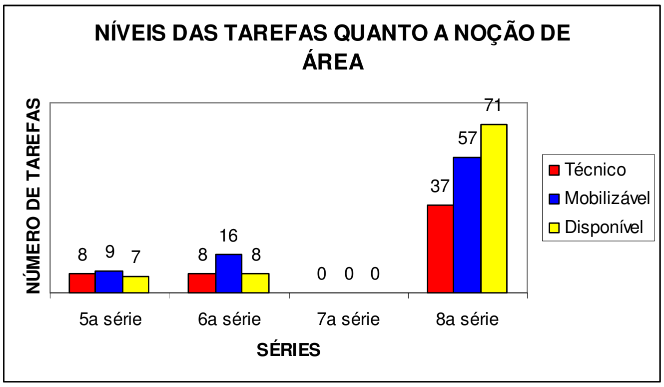


Figura 35- OBRA DE IEZZI, DOLCE E MACHADO (2005)

Esses gráficos sintetizam a análise realizada.

CAPÍTULO 4 – SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentaremos alguns autores que estudam e pesquisam sobre formação de professores. Considerando os estudos teóricos e as análises realizadas nos capítulos anteriores a formação de professores é de grande importância, visto que ele precisa conhecer aspectos didáticos e curriculares para atuar, não bastando ter o domínio pleno dos conteúdos matemáticos. Até este momento, nesta pesquisa, ficou evidente que apesar das noções de área e perímetro serem consideradas como conteúdos de pouco grau de dificuldade, existem muitos obstáculos tanto conceituais, como didáticos. O tratamento dado pelos autores dos livros didáticos analisados necessita de intervenção do professor no sentido de encontrar recursos que facilitem a aprendizagem de seus alunos, articulando os conteúdos matemáticos, as mudanças de quadro e a leitura das diferentes representações semióticas e a condução dos educandos para que se consolide uma aprendizagem significativa.

Assim, buscamos autores que discutem conhecimentos e saberes de professores para atuar com autonomia na condução da aprendizagem de seus alunos.

4.2 Aspectos da Formação de Professores que Contribuem para o Ensino de Matemática.

Em se tratando de formação de professores Curi (2008) destaca três concepções de propostas de formação para ensinar Matemática: Uma delas defende que o conhecimento matemático amparado em técnicas é suficiente para o professor ensinar matemática; uma segunda, que tenta contrapor a anterior, coloca sua ênfase na formação pedagógica, considerando que um professor não necessita de grandes conhecimentos matemáticos para ensinar; se tiver uma “boa pedagogia”; a terceira entende a formação de professores de matemática, como uma articulação entre conhecimentos matemáticos e conhecimentos didáticos pedagógicos.

Nesta pesquisa temos a intenção de ampliar os horizontes da prática docente, para que pesquisas acadêmicas cheguem até professores, desta forma a terceira corrente de pensamento sobre a formação matemática de professores destacada por Curi (2008) vai ao encontro dos objetivos deste trabalho, uma vez que consideramos que uma concepção ideal de professor depende de sua pré-disposição de articulação de conteúdo, didática e currículo. Esta concepção, de certa forma, aproxima-se dos estudos de Shulman (1986).

Segundo Shulman (1986) existem três vertentes no conhecimento do professor, quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la: o conhecimento do conteúdo da disciplina; o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo.

Shulman (2005)[16] amplia as categorias de base dos conhecimentos do professor e destaca:

- Conhecimento do conteúdo.
- Conhecimento didático, levando em consideração os princípios e estratégias de organização das aulas e da disciplina.
- Conhecimento do currículo, em especial o domínio dos materiais e programas que servem de ferramenta para prática docente.
- Conhecimento didático do conteúdo, nesta esfera ocorre justaposição entre dois elementos importantes da prática docente: a disciplina a ser ensinada e a pedagogia.
- Conhecimento dos educandos e de suas características.
- Conhecimento dos contextos educativos, que envolve desde o funcionamento do grupo de alunos e a gestão escolar até o caráter cultural das comunidades.

[16] Texto original de 1987.

- Conhecimento dos objetivos, das finalidades e os valores educativos e seus fundamentos filosóficos e históricos.

Entre essas categorias, o conhecimento didático do conteúdo adquire particular interesse para nosso trabalho, devido aos estudos teóricos realizados no Capítulo 2.

Para Shulman (2005), o conhecimento didático do conteúdo representa uma mistura entre conteúdo e didática para se chegar a uma compreensão de como determinados temas e problemas se organizam, se representam e se adaptam aos diversos interesses e capacidades do educando, se articulando para sua aprendizagem. O conhecimento didático do conteúdo é a categoria que com maior probabilidade permite distinguir entre a compreensão do especialista em uma área do conhecimento e a do professor que atua com essa área.

Existem pelo menos quatro fontes principais que constituem a base do conhecimento de acordo com Shulman (2005), e são eles: formação acadêmica na disciplina a ensinar, no caso a matemática; os materiais e o contexto do processo educativo institucionalizado, por exemplo, os documentos oficiais curriculares e os livros didáticos; a investigação sobre a escolarização, as organizações sociais, a aprendizagem humana, o ensino e o desenvolvimento e os demais fenômenos sócio-culturais que influem no que faz o professor; o saber que atribui a mesma prática.

O autor destaca que na formação acadêmica na disciplina a ensinar, a primeira fonte do conhecimento base é o conhecimento dos conteúdos: o saber, a compreensão, as habilidades e as disposições que devem adquirir os estudantes. Este conhecimento se apóia em duas bases: a bibliografia e os estudos acumulados durante a docência, e o saber acadêmico, histórico e filosófico sobre a natureza do conhecimento nestes campos de estudo. No caso do professor de matemática, este deve dominar não somente os procedimentos técnicos de sua disciplina, mas também os conceitos matemáticos e a natureza desses conceitos, em seus aspectos históricos e filosóficos.

De acordo com os estudos de Shulman (2005), o professor deve compreender as estruturas da matéria ensinada, os princípios da organização conceitual, como também os princípios de indagação que ajudam a responder dois tipos de perguntas em cada âmbito: Quais são neste âmbito do saber, as idéias e as aptidões importantes?; De que maneiras se geram conhecimentos nesta área, incorporando-se novas idéias e descartando as defeituosas? Isto é, quais são as regras e os procedimentos de um bom saber acadêmico e da investigação? Para Shulman (2005), essas perguntas podem comparar-se com o que Schwab[17] (1964) tem definido como conhecimento de estruturas e conhecimento sintáticos. Esta visão das fontes do conhecimento e dos conteúdos da Matemática implica necessariamente que o professor não só deve compreender a fundo a matéria específica que ensina, como deve, possuir uma ampla formação humanista, que deve servir como marco para a aprendizagem adquirida anteriormente e como mecanismo que facilita a aquisição de uma nova compreensão.

Outra fonte de conhecimento destacada por Shulman (2005) é centrada no contexto do processo institucional e nos materiais. Entre eles se incluem currículos com seus âmbitos e suas seqüências; testes e materiais para sua aplicação; livros didáticos; instituições com suas hierarquias, seus sistemas explícitos e implícitos de regras e funções; organizações de sindicatos de professores com suas funções de negociação, cambio social e proteção mutua; entidades governamentais desde o nível de distrito até os níveis estatal e federal; e mecanismos gerais de gestão e financiamento. Dessa forma, para Shulman (2005), os professores atuam inevitavelmente dentro de uma estrutura formada por estes elementos, utilizando-os e sendo utilizados por eles, enfatizando os princípios, as políticas e as circunstâncias de seu funcionamento. Para o autor, esses elementos configuram uma importante fonte do conhecimento base.

Shulman (2005) destaca uma terceira fonte de conhecimento de base e aponta uma quantidade crescente de pesquisas acadêmicas dedicadas a compreensão dos processos de escolarização, de ensino e aprendizagem. Nestas obras se incluem as conclusões e os métodos de investigação empírica nas áreas de docência, aprendizagem e desenvolvimento humano, assim como, os fundamentos normativos, filosóficos e éticos da educação.

[17] Schwab. J. J. (1964). The structure of the disciplines: Meanings and significances. En G. W. Ford y L. Pugno (eds.), The structure of knowledge and the curriculum. Chicago: Rand McNally, 6-30.

Segundo Shulman (2005), os aspectos normativos e teóricos dos conhecimentos acadêmicos sobre o ensino são talvez os mais importantes. O autor comenta que os responsáveis pelas políticas educativas e os encarregados da formação docente tendem a considerar somente os resultados das investigações empíricas sobre ensino-aprendizagem como elementos pertinentes da base de conhecimentos acadêmicos. Ele conclui que estas considerações das investigações são importantes e merecem ser objeto de um estudo exaustivo, representam uma só faceta da contribuição do mundo acadêmico, cujas influências mais perduráveis e poderosas sobre os professores são provavelmente as que enriquecem a imagem que se forma do que é possível desejar: suas visões do que constitui uma boa educação, ou de como se desenvolveria um aluno bem educado se lhe oferecerem oportunidades e estímulos adequados.

Analisando os estudos de Shulman, fica evidente ainda que a formação de professores deva contemplar as necessidades de articulação necessárias à prática docente e que estes só se efetivam se o professor tiver conhecimento do conteúdo que vai ensinar, mas também o conhecimento didático desse conteúdo.

Nesse sentido podemos fazer a seguinte afirmação:

> [...] os saberes do professor devem incluir os objetos de ensino, mas devem ir além, tanto no que se refere à profundidade dos conceitos como à sua historicidade e articulação com outros conhecimentos e tratamento didático, ampliando assim seu conhecimento da área (CURI, 2006, p.3).

4.3 Algumas Considerações Sobre Formação Continuada de Professores.

Tardif (2002) defende as necessidades de articulação dos conhecimentos do professor. Ele acredita que os saberes profissionais dos professores não são compartimentados, estanques e que, pelo contrário, estão na confluência entre várias fontes de saberes. Assim, este autor apresenta uma categorização para os saberes profissionais dos professores, as fontes sociais de aquisição desses saberes e os modos de integração desses saberes no trabalho docente.

Saberes profissionais dos professores.	Fontes sociais de aquisição	Modos de integração no trabalho docente
Saberes pessoais dos Professores	Família, ambiente de vida, Educação	História de vida e socialização primária
Saberes provenientes da formação escolar anterior	A escola primária e secundária, os estudos pós secundários não especializados	Formação e socialização pré-profissionais
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério	Instituição de formação, estágios, cursos de capacitação	Formação e socialização profissionais nas instituições de formação
Saberes provenientes dos programas e dos livros didáticos usados no trabalho	Utilização de programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas	Utilização das “ferramentas”de trabalho e adaptação às tarefas
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola	Prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional

Figura 36 – QUADRO DOS SABERES PROFISSIONAIS DOS PROFESSORES
Fonte: Tardif, 2002, p. 63

Para nossa pesquisa, que envolve a formação continuada de professores cabe destacar os dois últimos tópicos da figura 38, uma vez que nos interessa como se transformam em ferramentas os saberes provenientes dos programas, no nosso caso os documentos curriculares oficiais, e dos livros didáticos, se estes possibilitam ao professor, em sua formação continuada, elementos de ampliação de sua autonomia em se tratando das noções de área e perímetro, ou seja, de que forma estas ferramentas são interpretadas e sobretudo utilizadas pelo professor. Um outro ponto importante são os saberes provenientes da própria experiência profissional, questão relevante esta, uma vez que permite ao professor verificar se seus métodos se constituem com êxito no processo de aprendizagem.

Um fator importante que verificamos nos estudos de Tardif (2002) é o fato de o autor apresentar os problemas da formação de professores mediante estudos sobre as características dos saberes profissionais dos docentes, discutindo opções de trabalhos e tarefas a serem realizadas pelos formadores a fim de reconstituir o campo epistemológico da formação para o magistério.

Por esta ótica nos parece claro que a formação continuada de professores tem o papel de reestruturar a formação inicial possibilitando a reconstituição de elementos que foram primeiramente alicerçados na formação inicial.

Tardif (2002) afirma que não basta valorizar os saberes profissionais dos professores para modificar realmente o papel a ele atribuído no sistema escolar, pois o verdadeiro reconhecimento do profissionalismo dos professores deverá ser acompanhado de uma transformação substancial das relações que o grupo dos professores mantém com outros grupos e instâncias que definem seus trabalhos e os conhecimentos escolares.

Já Ponte (1995), apresenta a idéia da formação continuada não fragmentada, mas como desenvolvimento profissional, ou seja, a idéia de que a capacitação do professor para o exercício de sua atividade profissional é um processo que envolve múltiplas etapas e que, em última análise, está sempre incompleto e discute as diferenças entre formação e desenvolvimento profissional do professor. Segundo o autor, no desenvolvimento profissional temos um movimento de dentro para fora, cabendo ao professor buscar sua formação, tomar as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, os projetos que quer empreender e ao modo como os quer executar. No desenvolvimento profissional dá-se especial atenção às potencialidades dos professores, implicando o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afetivos e relacionais e tende a considerar a teoria e a prática de uma forma interligada, promovendo a autonomia do professor.

Ponte (1995) acredita ainda que o desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira é, hoje em dia, um aspecto marcante da profissão docente e que a finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores mais aptos a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente. Ele afirma que no desenvolvimento profissional dá-se grande importância à combinação de processos formais e informais. O professor deixa de ser objeto para passar a ser sujeito da formação. Não se procura a “normatização”, mas a promoção da individualidade de cada professor. Dá-se atenção não só aos conhecimentos e aos aspectos cognitivos, para se valorizar também os aspectos afetivos e relacionais do professor.

Parece-nos ainda relevante quando se discute formação continuada o que Tardif et. al (1991) e Gauthier et al. (1998) têm chamado de saber experiência ou saber experiencial, que segundo FIORENTINI, NACARATO E PINTO (1999) "trata-se de um saber prático, geralmente não sistematizado pelas ciências da educação e, na maioria das vezes, sequer socializado/discutido coletivamente pelos professores" (p.36). Para completar esta fala os autores complementam:

> Embora o professor viva muitas vezes experiências das quais tira grande proveito, tais experiências, infelizmente, permanecem confinadas ao segredo da sala de aula. Ele realiza julgamentos privados, elaborando ao longo do tempo uma espécie de jurisprudência composta de truques, de estratagemas e de maneiras de fazer que, apesar de testadas, permanecem em segredo. Seu julgamento e as razões nas quais ele se baseia nunca são conhecidos ou testados publicamente. Nesse sentido, um professor pode ter experiência e dar explicações errôneas para justificar a sua maneira de agir (GAUTHIER et al.[18] apud FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p.36).

Segundo Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999):

> O saber experiencial está relacionado a outro tipo de saber que Gauthier e Tardif (1997) denominam de saber da tradição pedagógica e que o influencia fortemente. Esse saber começou a ser elaborado a partir do século XVII e estruturou-se com base em pressupostos divinos ou religiosos produzidos pela escolástica, uma maneira de fazer escola e de ensinar que se disseminou pelo mundo. Os saberes da tradição pedagógica compreendem prescrições/orientações, regulamentações, normas disciplinares e ritos quase sagrados, que devem ser seguidos e reproduzidos pelos professores e alunos. Alguns desses ritos e regulamentações disciplinares são: o uso disciplinar do tempo e do espaço (o tempo de duração das aulas e a disposição da classe em fileiras); a disciplina da classe e do corpo de cada estudante (código de posturas para ler, escrever e ouvir a lição); disciplina nos deslocamentos (filas); disciplinarização do comportamento (pela vigilância e punição); a matéria como uma disciplina escolar (a ser ensinada e avaliada)para formar um indivíduo dócil e culto...Assim, segundo Gauthier (1998) surgem códigos de conduta das práticas pedagógicas (FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p.37).

Dessa forma, observa-se que para mudança de prática de professores ou ainda para a aceitação de novas condutas pedagógicas relacionadas à docência existe muitas vezes um forte fator de rejeição de novas tendências devido aos saberes cristalizados na tradição pedagógica.

Porém cabe lembrar que:

> [...] os saberes práticos não podem ser confundidos com os da prática ou sobre a prática: aqueles que se aplicam a prática para melhor conhecê-la. Os saberes da experiência, isto é, os saberes práticos, se integram as

[18] GAUTHIER, C. et al. Por uma teoria da pedagogia: Pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Ed. Unijuí, 1998.

> práticas e são parte constitutivas delas enquanto prática docente (TARDIF; LESSARD; LAHAYE[19] apud FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p.55).

Com base nas considerações de Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999), podemos conceber uma síntese do estudo sobre o saber docente visto como:

> [...] um saber reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos- oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos- e de saberes da experiência e da tradição pedagógica. (FIORENTINI; NACARATO; PINTO, 1999, p.55)

Dessa citação podemos perceber que o saber docente é bastante complexo, porém frágil em sua estrutura, uma vez que se constitui de diversos fatores, ora associados à sua prática, ora associados à sua própria estrutura cognitiva.

4.4 Considerações Finais

Com base nos estudos dos autores apresentados no item anterior podemos concluir que a atividade docente não depende apenas de um profundo conhecimento do conteúdo, mas também é necessário o conhecimento do currículo e, sobretudo o conhecimento didático do conteúdo a ser ensinado. Estas considerações nos remetem as idéias de Shulman (2005), apresentadas inicialmente, pois verificamos que quando se deseja que o aluno desenvolva o domínio dos conteúdos de forma significativa e trabalhe com autonomia em relação à compreensão da linguagem matemática, ou seja, de suas representações articulando diversos quadros mesmo que a noção seja implícita, se faz necessário uma formação inicial e também continuada de professores, que contemplem de forma articulada o domínio do conteúdo matemático, o conhecimento do currículo e o conhecimento didático do conteúdo da disciplina.

Com base nestas considerações pode-se verificar que para as noções de área e perímetro o trabalho no nível técnico depende apenas de um professor que tenha o conhecimento do conteúdo, porém quando se espera que professores passem com seus alunos do nível técnico aos níveis mobilizável e disponível, ocorre necessidade de articulação de quadros ou domínios e nesse momento surge à

[19] TARDIF, M., LESSARD, C., LAHAYE, L. OS professores face ao saber: Esboço de uma problemática do saber docente. Teoria e Educação, 4. 1991. p.215-233.

dificuldade associada “não ao que ensinar” e sim ao “como ensinar”. Desta forma observa-se a necessidade da formação inicial e continuada contemplar não apenas o conhecimento de conteúdos e do currículo, mas também o conhecimento didático do conteúdo da disciplina, que aqui neste contexto é o fator que faz toda a diferença na formação de professores, pois considera-se que um professor atua como ator neste jogo com autonomia quando conhece os conceitos didáticos da sua disciplina.

Em relação a estes conhecimentos didáticos dos conteúdos da disciplina pode-se ainda dizer que os cursos de licenciatura atualmente há um grande número de horas nas grades curriculares destinado à formação pedagógica do professor, no entanto, ainda há poucas pesquisas e práticas desenvolvidas que possam subsidiar discussões a esse respeito (CURI, 2008).

Considerando ainda que, segundo TARDIF (2002), os saberes aprendidos na Universidade geralmente não englobam o “como fazer”. Dessa forma professores necessitam desenvolver estratégias em plena atividade profissional, criando e utilizando assim sua “pedagogia”, que não pode ser outra coisa senão a prática de um profissional, que deve agir com autonomia através da ética do trabalho e confrontada diariamente com problemas para os quais não existem receitas prontas. Com base nas considerações deste autor fica evidente a necessidade de adaptação de professores com a finalidade de assumir sua identidade, trabalhando com autonomia as dificuldades que surgem no dia a dia em sala de aula.

Dessa forma ocorre a necessidade de um trabalho diferenciado e continuado com professores, uma vez que, neste momento entram em jogo os conhecimentos experiências e até mesmo os conhecimentos que os professores trazem internalizados sobre os livros didáticos e os demais materiais que utilizam, em que muitas vezes práticas didáticas inovadoras entram em choque com os saberes da tradição pedagógica.

Para melhor esclarecer estas considerações será apresentado no próximo capítulo, que tem como foco o Grupo de Estudo. O estudo de caso desta pesquisa, em que nos apoiaremos nos estudos de Ponte para melhor delinear esta etapa.

CAPÍTULO 5 - ESTUDO DE CASO

5.1 Introdução

Neste capítulo iremos apresentar e analisar os resultados dos instrumentos utilizados no estudo de caso que possibilitarão respostas a duas das questões da pesquisa: Como professores de matemática declaram abordar as noções de área e perímetro?; Que aspectos do conhecimento matemático, didático e curricular são importantes em um curso de formação de professores para que desenvolvam este tema com os alunos? Dessa forma, com base na fundamentação teórica constituída até aqui será possível investigar os saberes declarados de um grupo de professores sobre as noções de área e perímetro. Esses professores fazem parte do Grupo de Estudos que, a cada quinze dias, se reúne na UNICSUL, sob a coordenação da Prof[a]. Dra Edda Curi, para refletir sobre a prática, buscando seu desenvolvimento profissional. Para isso foram construídos quatro instrumentos distintos, cada um com uma finalidade, buscando identificar aspectos do perfil dos professores; do conhecimento curricular sobre as noções de área e perímetro; do conhecimento didático destas noções e do conhecimento matemático. Além disso, foi realizada uma entrevista com alguns professores desse grupo, que será de grande valia para se avaliar o que de certa forma os professores não transcreveram nos instrumentos escritos, porém se torna mais evidente e natural em suas falas.

Como já foi colocado, o estudo de caso em questão foi realizado com um grupo de sete professores de matemática, em atuação na rede pública de São Paulo, que participam do Grupo de Estudos já citado. Foi nesse grupo que, como mencionado anteriormente, realizei meu estágio e pude entrar em contato com a questão da formação de professores.

Cabe lembrar que estes instrumentos foram constituídos com base no referencial teórico apresentado nos capítulos anteriores.

Para melhor entendimento das considerações que serão apresentadas seguem os tópicos em que se realiza uma análise prévia e se explicita a intenção e a viabilidade de cada instrumento.

Lembramos ainda que em todas as etapas da pesquisa, nos dados que serão aqui protocolados, foi preservado o anonimato relativo ao nome ou escola em que trabalham os professores envolvidos. Mesmo assim, constam do anexo uma autorização de uso dos dados assinadas por eles.

5.2 Instrumentos de pesquisa

O primeiro instrumento permitiu a identificação do perfil dos professores (Anexo I). Esta etapa é de grande valia para nossa pesquisa, pois pudemos verificar aspectos humanos, sociais e cognitivos dos professores. Antes de se pensar em formação continuada é necessário traçar estratégias e investigar como se deu a formação inicial, em que contexto ela se fez e ainda qual a inserção social deste sujeito como um todo e não apenas em uma visão fragmentada de "ser professor", pois o fator profissional não se encontra desvencilhado do fator humano. Justifica-se ainda a importância deste instrumento até para podermos entender melhor como se dá a relação desses professores com sua própria prática, considerando seu contexto de vida.

Os instrumentos 2, 3 e 4, nos possibilitaram reconhecer os três tipos de conhecimento que deve ter um professor, conforme categorização de Shulman abordada no capítulo anterior.

O instrumento 2 (Anexo II) se refere aos conhecimentos curriculares[20] sobre as noções de área e perímetro. Este instrumento é constituído por uma tabela com vários conteúdos referentes a este tema que vão desde a 5ª série até a 8ª série do ensino fundamental, distribuídos aleatoriamente. A nossa expectativa é de que os professores indiquem em qual série aquele conteúdo é mais apropriado para ser tratado. Assim poderemos coletar informações que indicam se os professores

[20] A expressão conhecimento curricular está sendo usada no mesmo sentido dado por Shulman (1986).

possuem algum conhecimento curricular destas noções, ou seja, se reconhecem a série em que cada conteúdo deve ser abordado.

O instrumento 3 (Anexo III) tem por objetivo verificar o conhecimento didático dos professores, apresentado por meio de um teste diagnóstico em que existem tarefas de níveis técnico, mobilizável e disponível e que em algumas tarefas exigem a necessidade de mudança de quadro e diferentes representações semióticas. Nesta etapa será solicitado aos professores que realizem uma leitura a fim de identificar as possíveis dificuldades que poderiam ser encontradas pelos alunos ao resolver tais tarefas e como eles as trabalhariam frente a estas dificuldades. Dessa forma, poderemos verificar como se apresenta a visão destes professores em relação às dificuldades apresentadas nas tarefas e se eles reconhecem, mesmo sem utilização de nomenclatura, as necessidades de mudanças de quadro ou de representações, ou diferentes níveis de conhecimento envolvidos.

O instrumento 4 (Anexo IV), busca conhecer os conhecimentos matemáticos dos professores em relação as noções em jogo, com a finalidade de observar se existem dificuldades conceituais, que podem interferir quando for feita a institucionalização dos saberes.

Um último instrumento a ser aplicado é a entrevista (Anexo V), com o objetivo de esclarecer dados que ficaram implícitos durante o desenvolvimento dos testes escritos, porém que se revelam nos registros relativos a fala dos professores, complementando os resultados do Instrumento 3.

Considerando que o instrumento 3, está intimamente relacionado com a fundamentação teórica sobre níveis de conhecimento esperados dos educando, mudanças de quadro e representações semióticas, em que se deseja verificar a leitura dos professores de forma implícita aos conhecimentos didáticos, elaboramos uma análise prévia deste, com a finalidade de auxiliar as análises posteriores.

5.2.1 Análise Prévia do Instrumento 3: Conhecimentos Didáticos das Noções de Área e Perímetro

Nesta etapa não será solicitado aos professores a resolução das questões e sim que eles realizem uma leitura levando em conta os aspectos didáticos envolvidos em cada tarefa em relação ao grau de dificuldade perante os alunos. Pretendemos verificar como os professores percebem que os enunciados estão em um determinado quadro ou que dependem de certa adaptação para resolução, que tipo de representação semiótica é utilizado e a qual nível de conhecimento a tarefa se relaciona sem, contudo, fazer referências à nomenclatura que utilizamos teoricamente.

A tarefa 1 apresentada abaixo na figura 37, tem como enunciado o registro discursivo, ou seja, na língua natural e apesar de apresentar o registro figural é necessário para sua solução uma reconfiguração, que envolve o conhecimento conceitual das noções de área e perímetro.

Construir um quadrilátero com a mesma área que a superfície hachurada. O quadrilátero que você construiu tem o mesmo perímetro que a figura do problema? Justifique sua resposta.

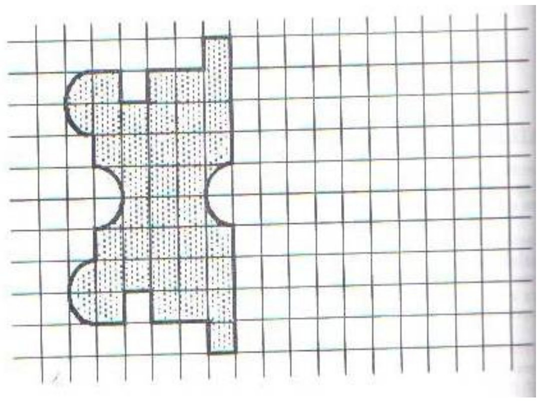


Figura 37- TAREFA 1
Fonte: Combes et. al., 1996, p. 77-78 (Adaptado)

Imaginamos que os professores terão esta tarefa como uma questão simples a ser resolvida pelos alunos, uma vez que o registro figural já é fornecido e ela necessita de certa adaptação para ser resolvida. Contudo esta tarefa que está associada ao nível mobilizável depende de uma reconfiguração e de conceitos que para o educando não são tão simples assim, se as noções de área e perímetro forem sistematizadas em aula por meio de fórmulas. Um outro fator que esperamos que os professores observem é o fato da tarefa solicitar aos alunos que justifiquem sua resposta, considerando que este tipo de solicitação muitas vezes não é freqüente nas aulas de matemática.

A tarefa 2, apresentada na figura 38, é classificada no nível disponível, apresenta seu enunciado na língua natural, requer que o aluno construa mesmo que mentalmente seu registro figural para melhor compreensão da tarefa, é necessário ainda para sua solução o uso do quadro algébrico. Esta tarefa foi adaptada da questão 23 do caderno do SARESP 2007, relativo a 8ª série do Ensino Fundamental do período vespertino. Com base no relatório pedagógico do SARESP 2007, podemos verificar que para esta questão a porcentagem de acerto ficou entre 30% e 40%, o que nos leva a crer que quase 60% dos alunos apresentam dificuldades ao resolver tarefas em que os enunciados apresentam mais de um registro de representação e ainda necessitam de forma autônoma construir mesmo que mentalmente sua própria representação do objeto matemático em jogo.

Dois retângulos R_1 e R_2 são tais que: a medida da base de R_1 é o dobro da medida da base de R_2; a medida da altura de R_1 é a metade da medida de R_2. Nessas condições é correto afirmar que: A área de R_1 é igual a área de R_2? O perímetro de R_1 é igual ao perímetro de R_2? Justifique sua resposta.

Figura 38- TAREFA 2
Fonte: SARESP, 2007 (Adaptado do caderno de prova da 8ª série do EF)

O êxito da questão depende dos aspectos conceituais sobre as noções de área e perímetro, considerando que o aluno, resolva a tarefa no quadro algébrico e observe que apesar do perímetro das figuras ser o mesmo, suas áreas são diferentes ou resolva a questão no quadro numérico e justifique no quadro algébrico e numérico. Além disso, como na questão anterior é solicitado que o aluno justifique sua resposta, o que sai da rotina das aulas de matemática. Esperamos que para esta tarefa os professores percebam as dificuldades a serem transpostas pelos alunos, assim como os conhecimentos que devem mobilizar para resolução da tarefa, percebendo ainda os aspectos conceituais envolvidos e a dificuldade que alunos apresentam em justificar suas respostas em matemática.

A tarefa 3, apresentada abaixo na figura 39, tem procedimento semelhante a tarefa anterior, se faz necessário que o aluno construa mesmo que mentalmente a representação figural, que auxilia de certa forma na resolução da tarefa, os aspectos conceituais entre área e perímetro continuam em jogo.

O que acontecerá com a área da superfície de um retângulo se dobrarmos, simultaneamente, os lados maior e menor desse retângulo? E o que acontecerá com o perímetro?

Figura 39- TAREFA 3
Fonte: São Paulo, 1986, p.137

Esta tarefa está associada ao nível disponível, uma vez que é necessário que o aluno recorra a seus conhecimentos anteriores, sobre o registro figural de um retângulo e o cálculo algébrico. Além disso, o texto da tarefa não é tão simples e existem conhecimentos matemáticos implícitos que precisam ser identificados para a resolução da tarefa. Esperamos que os professores observem as dificuldades prováveis dos alunos quanto a resolução e verifiquem o grau destas dificuldades, bem como os eventuais motivos.

A tarefa 4, ilustrada na figura 40, apresenta o registro figural e está associada ao nível técnico, sua resolução depende apenas da aplicação imediata das fórmulas necessárias ao cálculo dos polígonos regulares.

Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo:

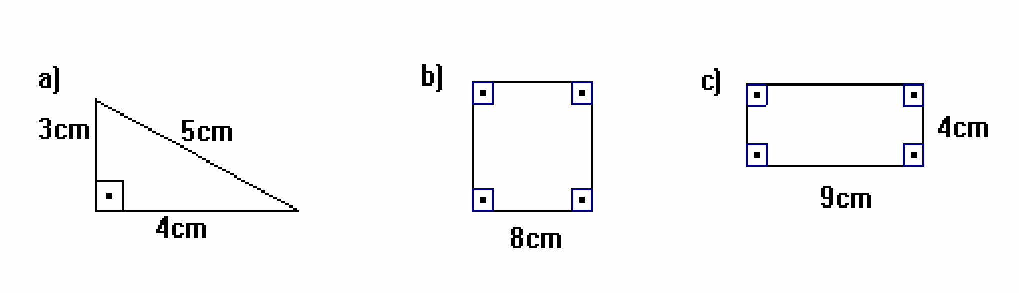


Figura 40- TAREFA 4

Esperamos que para esta tarefa os professores observem que ela depende para cada item, apenas da aplicação imediata da fórmula, e ainda identifiquem que em sala de aula este tipo de tarefa tem seu uso muito freqüente ao se abordar as noções de área e perímetro.

A tarefa 5, apresentada abaixo na figura 41, está associada ao nível disponível uma vez que é fornecido o registro figural porém em nenhum momento fica explícita a comanda de que o aluno deve calcular área, o aluno deve aplicar o teorema de Pitágoras e depois calcular as partes que constituem o bloco formadas por polígonos regulares.

A figura ao lado representa um bloco de madeira que tem formato de um prisma triangular, e as medidas são expressas em centímetros. Determine a quantidade mínima (sem deixar dobras) de papel para revestir o bloco de madeira.

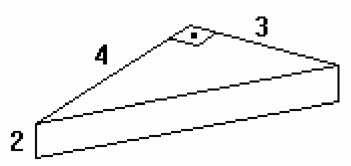


Figura 41 – TAREFA 5
Fonte: Pires; Curi; Pietropaolo, 2002

Esperamos que nesta questão os professores percebam que apesar da figura ser fornecida a estratégia necessária para a resolução não é algo tão simples para o aluno e muitas vezes a leitura de um elemento em perspectiva dificulta a compreensão do educando e se traduz na dificuldade de resolver a questão com êxito.

A tarefa 6, apresentada na figura 42, está associada ao nível mobilizável, pois mesmo apresentando o registro figural é necessário que o aluno realize certa adaptação e mobilize alguns conteúdos, como no caso, o teorema de Pitágoras.

Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo:

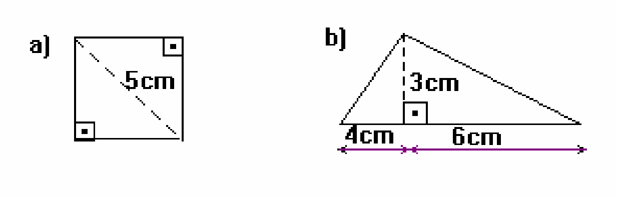


Figura 42- TAREFA 6

Esperamos que nesta tarefa os professores percebam que apesar da noção em jogo estar explicita é necessário estas adaptações por parte dos alunos. Consideramos que às vezes não é uma alternativa tão simples o aluno recordar que neste momento deve utilizar o teorema de Pitágoras, esperando também que para esta resolução os professores devam identificar que os alunos já devam ter aprendido a utilização deste teorema.

Na tarefa 7, apresentada abaixo na figura 43, é fornecido o registro figural, porém esta tarefa está associada ao nível disponível e exige que o aluno para sua resolução realize uma mudança de quadro e trabalhe no quadro algébrico, resgatando seus conhecimentos anteriores de equação polinomial de 2º grau.

Um quadro tem forma retangular de dimensões externas 80x50cm. A moldura tem uma largura x uniforme. Calcule a largura, sabendo que a área da região interna a moldura é 2800 cm^2.

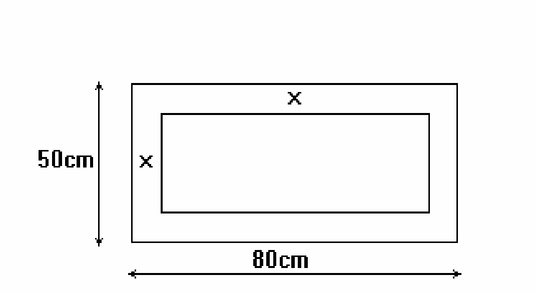


Figura 43- TAREFA 7
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005d, p.71

Esperamos que para esta tarefa os professores identifiquem que as possíveis dificuldades dos alunos podem não estar no quadro geométrico e sim no quadro algébrico, ou seja, nos conhecimentos aprendidos anteriormente em outras etapas da escolarização, percebendo ainda que esta tarefa não depende apenas de uma aplicação imediata de fórmula.

Na tarefa 8, apresentada abaixo na figura 44, podemos perceber que a noção de área é implícita, esta tarefa está associada ao nível disponível e requer que o aluno busque em seus conhecimentos anteriores recursos que possibilitem a resolução da tarefa.

Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa dizer que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?

Figura 44- TAREFA 8
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005, p.128 (volume 8ª série EF)

Esperamos que, para esta tarefa, os professores percebam o grande grau de dificuldade que pode ser encontrado pelos educandos, uma vez que a noção em jogo não é explicitada no enunciado. Além disso, o aluno deve ter o conceito de diagonal e interpretar o enunciado o que implica em uma subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva, segundo Moretti (2002).

Um aspecto importante a ser considerado nas tarefas matemáticas se relaciona a teoria de Duval (1988), em que as diferentes interpretações de um registro se classificam em quatro tipos de apreensões das figuras: perceptiva, operatória, discursiva e seqüencial das figuras. Assim MORETTI (2002) as explicita da seguinte forma: Perceptiva quando a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado e que os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aquelas que aparecem espontaneamente, a apreensão perceptiva impede muitas a visualização do total de um objeto e conduz por vezes a uma resposta errada; Operatória relacionada as possíveis modificações que uma figura pode permitir, está associada a reconfiguração, ou seja, as reorganizações perceptivas que estas mudanças operam; Discursiva neste caso as propriedades pertinentes e aceitáveis dependem do que é dito no enunciado, o que implica em uma subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva; Seqüencial requeridas em construções geométricas ou reproduções de figuras, quando os alunos precisam elaborar seqüências.

5.3 Descrição dos Procedimentos da Pesquisa

Os procedimentos de pesquisa e anotações das reuniões do grupo de estudos durante as respostas dos instrumentos foram anotadas num Diário de Bordo e serão descritos a seguir.

Inicialmente foi informado aos professores que poderiam sentar em grupos ou duplas conforme achassem mais conveniente. Foi informado também que poderiam discutir entre si as questões, mas que cada um deveria registrar individualmente suas escolhas e resultados encontrados. Percebemos que todos se mostraram bastante colaborativos na socialização das informações. Verificamos também que as anotações que haviam feito em outras reuniões do grupo de estudos foram bastante consultadas para o desenvolvimento das tarefas, principalmente as que se referiam ao estudo dos níveis de conhecimento esperados pelos educandos segundo definição de Robert (1997), pois possibilitou um melhor entendimento da coleta dos dados e serviu como registro do comportamento dos professores durante a resolução das tarefas propostas.

Verificamos ainda que um dos professores utilizou para consulta os PCNs e perguntou se era necessário mesmo justificar as questões que solicitavam justificativas. Um comentário deste professor nos chamou atenção:

> O instrumento 2 é muito chato de fazer porque precisa ficar separando os títulos por série e ainda justificar as escolhas (P006).

Neste momento nos parece evidente o hábito de justificar respostas, que não foi incorporado pelos alunos do ensino básico, também não estava incorporado por esse professor, talvez por falta de uma formação que lhes permita desenvolver esta capacidade.

Na resolução da tarefa proposta no Instrumento 3, observamos que alguns professores, mesmo com a informação escrita de que não precisariam resolver nenhuma questão, iniciaram pela resolução das questões e só perceberam a informação escrita depois de nossa intervenção.

Aqui fica evidente o “contrato” implícito residente na cultura matemática, que relaciona esta disciplina a realização de exercícios. Este fato por vezes, pode distanciar esta componente curricular do desenvolvimento de outras habilidades como, por exemplo, a leitura e interpretação de suas simbologias próprias para o aprimoramento de questões conceituais.

Verificamos grande confusão entre esses professores ao classificarem as questões quanto os níveis mobilizável e disponível, embora nos encontros anteriores já houvesse sido desenvolvido um trabalho de formação com relação aos níveis de conhecimento esperados dos educandos, segundo definição de Robert (1997). Observamos que o nível técnico ficou bastante evidente para eles, o que parece não ter ficado claro é o grau de dificuldade de algumas tarefas, fatores que se definem e classificam-se como tarefas de níveis mobilizável ou disponível.

Durante a realização dos trabalhos observamos que esses professores trocaram bastante informações entre si, houve um espaço de trabalho bastante colaborativo e que propiciou a socialização de informações.

A tarefa 5 do instrumento 3 provocou grande discordância entre os professores, uns alegavam que a partir do momento que se fornece a figura a tarefa passa a ser mais fácil, classificando a questão portanto como de nível mobilizável, outros alegavam que era de nível disponível. Houve questionamento se este tipo de tarefa era trabalhada constantemente em sala de aula. Observamos que alguns professores perceberam que a questão, apesar de fornecer o registro figural, em nenhum momento faz referência ao cálculo de área e ainda necessita para sua resolução que o aluno disponibilize vários conhecimentos anteriores como, por exemplo, o Teorema de Pitágoras e planificação, caracterizando-a como uma tarefa que envolve nível de conhecimento disponível.

Um dos professores envolvidos na pesquisa fez um comentário que provocou a intervenção de uma colega:

> Não é possível na 8ª série do EF o aluno não ter noções de planificação, é impossível a tarefa ser disponível uma vez que o aluno

> precisa reconhecer o Teorema de Pitágoras pois é “muito batido” e por isso os alunos deveriam reconhecer com facilidade (P006).
>
> Você trabalha estas noções com seus alunos da forma como este exercício apresenta? (P003)
>
> Não, mas a questão é evidente (P006).

É possível inferir, neste momento, que um dos maiores entraves do trabalho docente seja proveniente da falta de reconhecimento por parte de professores das dificuldades de seus alunos. Aqui podemos levantar a questão: Quando não se realiza um diagnóstico daquilo que o aluno de fato desconhece ou que de alguma forma se encontra concebido de maneira inadequada, como é possível avançar com outros conteúdos? Um outro fator que nos parece relevante levando em consideração a fala do professor mencionado no parágrafo anterior é que o fato de um aluno estar em uma série mais avançada não significa que seu processo de escolarização tenha se dado de forma uniforme e adequada e que ainda não tenham ficado lacunas nas noções aprendidas anteriormente.

Quando consideramos que um educando naquela determinada série deve ter se apropriado anteriormente de determinadas noções e desenvolvemos apenas os conteúdos programados para aquela turma, sem a preocupação de retroceder se necessário, estamos tirando nossa responsabilidade e aluno por certo seguirá sem a aprendizagem necessária. É possível que na série seguinte ocorra o mesmo e assim sucessivamente até que este aluno cumpra seu ciclo escolar. O que queremos dizer é que não basta cumprir apenas as sugestões dos documentos curriculares, para se construir uma aprendizagem significativa é necessário verificar o que o aluno não conhece naquela série e dessa forma é inevitável que se ensine.

5.3.1 Perfil dos Professores

Dos sete professores envolvidos na pesquisa apenas dois são do sexo masculino. Quanto à idade três se encontram em uma faixa etária entre 31 e 40 anos e três entre 51 e 60 anos, apenas um dos professores se encontra na faixa etária entre 20 e 30 anos, um fato interessante é que este sujeito é aluno do curso de licenciatura em Matemática e mesmo assim já busca participar de um grupo de estudos que discute o ensino de Matemática. Durante os encontros ficou evidente em sua fala que a formação inicial que ele tem tido não contempla os aspectos abordados nas discussões do Grupo de Estudo.

Verificamos que aproximadamente 71% dos professores atuam no magistério a mais de dez anos e a menos de vinte anos, porém apenas 42% são efetivos.

Quanto à educação básica todos os professores cursaram seus estudos em instituições da rede pública, porém em relação à formação superior todos realizaram sua formação inicial em instituições privadas.

Quanto a participação em cursos de formação continuada, seis dos professores assinalaram que fizeram cursos de capacitação nos últimos anos, na sua maioria aqueles realizados com incentivos da Secretaria Estadual de Educação através das Diretorias Regionais de Ensino, enfocados no estudo de geometria e estatística. O professor que mais participou de capacitações assinalou quatro cursos e três dos professores assinalaram que realizaram cursos de capacitação, porém não indicaram a quantidade.

Para se manterem atualizados sobre o ensino de Matemática, 57% dos professores informaram que utilizam a internet. A mesma porcentagem de professores assinalou que costuma ler jornais diariamente e que para se manterem informados sobre os acontecimentos do mundo contemporâneo utilizam também a internet.

Sobre a utilização de computador 57% assinalaram que o utilizam diariamente, com maior freqüência o acesso a internet é na própria residência. A maior situação de utilização da máquina é destinada a pesquisa. Verificamos também que aproximadamente 43% dos professore admitem ter feito cursos especializados para operar o computador. Percebemos, desta forma, a grande utilização do computador por parte dos professores, contudo aproximadamente 72% deles admitem não utilizar nenhum tipo de recurso de tecnologia como softwares durante suas aulas. Um fator que nos parece relevante de se levar em consideração neste momento é que durante os encontros realizados por este grupo de estudos houveram momentos em que as aulas se deram no laboratório de informática, em que os professores trabalharam atividades no Excel. Pudemos verificar que estes mesmos professores se sentiram pouco a vontade com esta metodologia e comentaram que preferiam ter as aulas convencionais em sala.

Para buscar conhecimentos sobre um determinado conteúdo matemático as respostas dos professores se dividiram quase que uniformemente entre busca na internet e livros que apresentam o assunto de forma mais aprofundada, livros didáticos destinados a cada série e com professores que estão atuando e podem ajudar.

Verificamos que 57% dos professores se consideram bons ao resolverem problemas e possuem facilidade para tal, sendo que três professores optaram pela profissão de professor de matemática por acharem que seriam bons professores, apenas um dos sujeitos assinalou a alternativa correspondente ao fato de esta ser uma profissão que sempre tem emprego, os demais não responderam à questão.

Observamos que aproximadamente 72% dos professores trabalham tanto com Ensino Médio, quanto com Ensino Fundamental, porém 57% prefere trabalhar com Ensino Médio. Os outros 28% não responderam a questão.

Todos os professores concordaram que a formação inicial atendeu razoavelmente as expectativas para o magistério. Nesta resposta verificamos certa divergência com as falas dos professores durante os encontros do grupo de estudos, uma vez que, sempre deixavam claro que não tratavam determinadas noções daquela forma justamente porque a formação inicial não havia contemplado aquelas ferramentas.

Apenas dois dos professores consideraram essenciais para sua formação profissional as disciplinas da faculdade que enfocaram os conhecimentos sobre a escola, os educandos, as disciplinas, a educação no geral e os conhecimentos pedagógicos da disciplina. Outros dois professores assinalaram a questão relativa aos conhecimentos disciplinares, os demais não responderam a questão. As respostas dadas nos permitem inferir que alguns professores consideram relevante para formação inicial apenas disciplinas que tratam a parte técnica de Matemática, não levando em consideração aquelas que abrangem aspectos gerais relacionados com a didática e o currículo.

Com base nos dados coletados neste primeiro instrumento, podemos perceber que a maioria dos professores aqui envolvidos tem acesso a meios de informação e possuem um tempo considerável de experiência no magistério, porém fica evidente a dificuldade encontrada por eles em realizar justificativas diante de suas escolhas quando se trata de questões curriculares, bem como descrever com clareza orientações dos documentos oficiais, considerando ainda que poucos levaram em consideração a importância na formação inicial das disciplinas voltadas para a articulação dos elementos didáticos, curriculares e do conteúdo.

5.3.2 Conhecimentos Curriculares Sobre as Noções de Área e Perímetro

O instrumento 2 teve como objetivo averiguar os conhecimentos curriculares sobre as noções de área e perímetro apresentados pelos professores. Neste instrumento foi apresentada uma tabela em que diversos tópicos relacionados às noções de área e perímetro foram distribuídos aleatoriamente e solicitava-se que os professores assinalassem a importância de trabalhar o conteúdo com os alunos, se efetivamente trabalhavam aquele assunto, em que série deveria ser desenvolvida tal noção e uma última coluna em que os professores deveriam justificar suas escolhas.

Abaixo segue tabela ilustrando as duas primeiras colunas do instrumento aqui analisado, em que indicamos nas respectivas colunas o número de professores que optou por cada título.

TABELA 3 - OPÇÃO DOS PROFESSORES QUANTO AOS TEMAS RELACIONADOS ÀS NOÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO

Título do conteúdo	N° prof. que consideram importante trabalhar o titulo com os alunos	N° de prof. que trabalham o titulo com os alunos
Área dos polígonos regulares Inscritíveis e circunscritíveis a uma circunferência	06	04
Perímetro de um polígono	06	05
Unidades padrão de área	06	05
Equivalência de áreas	06	04
Área do retângulo	06	05
Área do quadrado	06	05
Perímetro dos quadriláteros (côncavo, convexo e notáveis)	06	05
Área do circulo e de suas partes	05	05
Área do triângulo	06	05
Área do losango	05	04
Área do trapézio	05	05
Área do paralelogramo	05	04
Comprimento da circunferência	05	05

Um fato curioso que podemos considerar na tabela 3, é o fato de o número de professores que consideram o título proposto como importante a ser trabalhado com os alunos é quase sempre maior que o número de professores que efetivamente trabalham este título com seus alunos. Isto nos leva a crer que professores muitas vezes ao trabalharem em séries mais avançadas não retomam determinados conteúdos no momento de ensinar novos saberes por considerarem que já são de domínio dos educandos.

Contudo quando na terceira coluna foram solicitados a descrever em que série trabalham tais tópicos a maioria descreveu apenas “Ensino Médio” e/ou “Ensino Fundamental”, apenas dois dos professores completaram as lacunas com séries específicas. Percebemos nesta etapa que houve certa confusão por parte dos professores, pois a maioria descreveu os títulos como devendo ser trabalhados tanto no ensino médio, como no ensino fundamental, não mostrando clareza com relação à distribuição das noções de área e perímetro ao longo do ensino fundamental e médio.

Para a última coluna da tabela que solicitava justificativa por parte dos professores de suas escolhas nas colunas anteriores, observamos que apenas um dos professores justificou item por item conforme solicitado, os demais escreveram na vertical uma única justificativa para todas as escolhas realizadas. Um fato que encontramos que talvez possa justificar esta ocorrência é que a maioria dos professores indicou tanto o ensino fundamental como o médio para o desenvolvimento de todos os tópicos elencados. Apenas o professor 006 justificou suas escolhas item a item. Ele foi um dos únicos que indicou detalhadamente as séries em que trabalha cada item relacionado.

Os professores que utilizaram uma única justificativa para as escolhas realizadas optaram por justificar o fato de como a aprendizagem se faz de forma contínua, sempre há necessidade de retomar conceitos anteriores para se iniciar um novo conceito. Dessa forma, percebemos certa incoerência quanto a questão de retomada de conteúdos, se levarmos em conta as análises anteriores, pois ficou bastante nítido a forma como estes professores tratam as noções de área e perímetro, considerando que a obrigação de sua aprendizagem recai na série anterior e/ou como um articulador de conteúdos da mesma forma como tratam os próprios livros didáticos aqui analisados. Para melhor esclarecer estas considerações seguem dois protocolos que ilustram as justificativas de alguns professores.

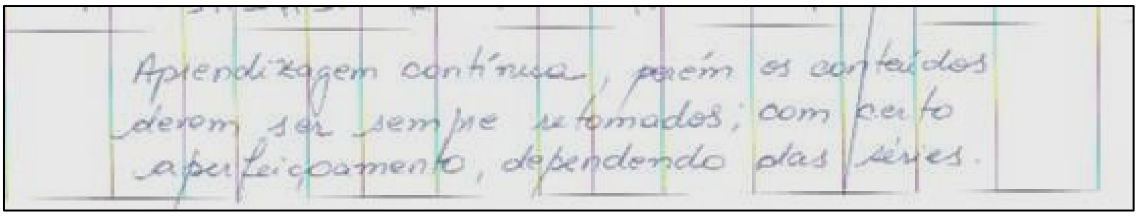

Aprendizagem contínua, porém os conteúdos devem ser sempre retomados; com certo aperfeiçoamento, dependendo das séries.

Figura 45- PROTOCOLO DO P002

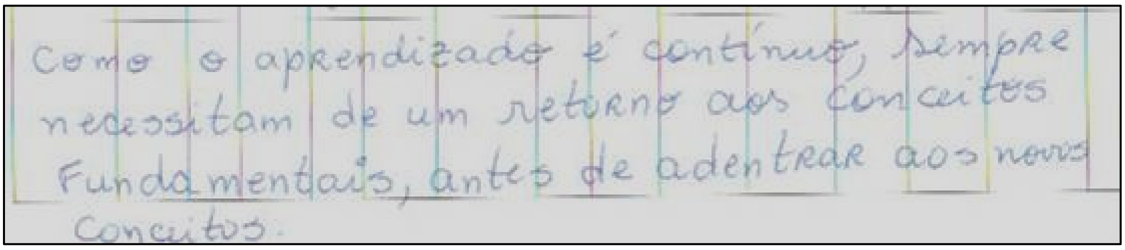

Como o aprendizado é contínuo, sempre necessitam de um retorno aos conceitos Fundamentais, antes de adentrar aos novos conceitos.

Figura 46- PROTOCOLO DO P005

Para análise dos conhecimentos curriculares, além deste instrumento aqui analisado, foram cruzados dados que se encontravam no instrumento relativo ao perfil dos professores.

Com a leitura destes dados pudemos verificar que o estudo das noções de área e perímetro foi apontado pelos professores como sendo um conteúdo matemático importante a ser tratado em todas as séries do Ensino Fundamental e Médio, porém recebendo mais ênfase na 8ª série do Ensino Fundamental, porém não souberam justificar suas escolhas. O caráter de revisão abordado pelos autores dos livros didáticos analisados se faz presente nas discussões sobre o tema.

> Nas séries iniciais os alunos devem aprender as noções de área e perímetro e que nas séries subseqüentes deve haver sempre uma revisão (P005).

Três professores do grupo admitem conhecer as indicações dos PCNs para as noções de área e perímetro, porém nenhum deles soube indicar com clareza uma delas. Dois dos professores indicaram que não conhecem tais indicações e os demais não responderam a questão. Podemos concluir que o conhecimento curricular sobre o desenvolvimento de áreas e perímetros não é bem claro para estes professores, ou seja, eles trabalham diariamente em sua prática docente com estas noções, mas não possuem conhecimento do que indicam os documentos oficiais sobre elas.

Seguem abaixo alguns protocolos evidenciando as respostas dos professores a esta questão:

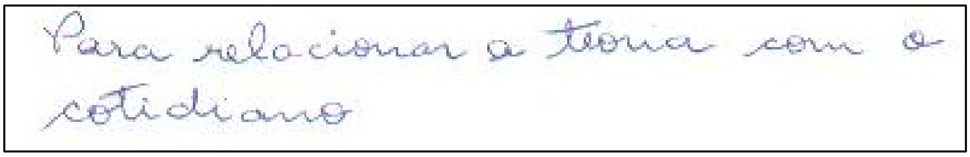

Para relacionar a teoria com o
cotidiano

Figura 47- PROTOCOLO DO P003

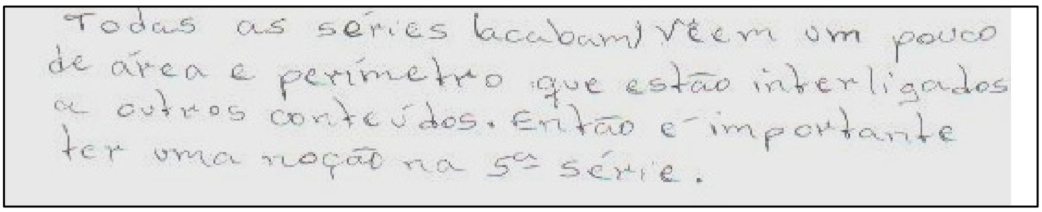

Todas as séries (acabam) vêem um pouco
de área e perímetro que estão interligados
a outros conteúdos. Então é importante
ter uma noção na 5ª série.

Figura 48- PROTOCOLO DO P004

Todas as séries necessitam de um aprendizado contínuo com revisões por isso devemos usar as noções teóricas com o cotidiano dos alunos.

Figura 49-PROTOCOLO DO P005

Auxilia na resolução de problemas, noção de números, proporcionalidade, etc.

Figura 50- PROTOCOLO DO P006

Com base nos protocolos acima, podemos perceber que o estudo das noções de área e perímetro é vista por esses professores com a mesma ênfase apresentada nos livros didáticos aqui analisados em se tratando de ser um conteúdo que serve de articulador entre os demais conteúdos matemáticos, ou seja, parece que as noções de área e perímetro perdem seu espaço próprio como objetos matemáticos, o que provavelmente será um grande prejuízo para os educandos durante sua vida escolar.

Conforme apresentamos no Capítulo 3, no item relativo à análise de dos livros didáticos ficou evidente que muitas vezes o próprio livro didático trata determinados conteúdos apenas como revisão, o que leva os professores a fazerem esse tratamento em sala de aula.

Se retrocedermos a análise realizada no item anterior, sobre o Perfil dos Professores, poderemos verificar como foi mencionado que a maioria destes professores atua no magistério há mais de onze anos. Este fato nos indica que mesmo um tempo considerável de atuação no magistério não leva professores a conhecerem a distribuição dos conteúdos da disciplina que ministram em cada série.

Nosso objetivo nesta pesquisa não está voltado para o cerne das questões curriculares, porém podemos levantar como reflexão as seguintes questões: Se professores desconhecem as séries em que devem ministrar determinados conteúdos, como organizam com coerência seus planos anuais de ensino? Como percebem as dificuldades de seus alunos e as trabalham? Como inserem conteúdos sem saber de fato se são adequados para o tempo de aprendizagem daquela determinada série?

Questões como estas, nos auxiliam a refletir sobre as necessidades da formação de professores.

5.3.3 Conhecimentos Didáticos das Noções de Área e Perímetro

Nesta etapa será feita a análise dos conhecimentos didáticos dos professores sobre as noções de área e perímetro com base no instrumento 3 e na entrevista, onde buscamos coletar os dados que não ficaram explícitos na escrita.

O instrumento 3 consta de uma seqüência de oito tarefas que tem por objetivo verificar os conhecimentos didáticos das noções de área e perímetro por parte dos professores envolvidos na pesquisa.

Em relação à entrevista, verificamos inicialmente que os professores não se sentiram a vontade para sua realização e alguns não quiseram participar, sugeriram aliás, que a entrevista poderia ser coletiva ao invés de individual. As perguntas realizadas na entrevista, conforme segue em anexo, tentaram explorar aspectos didáticos das noções de área e perímetro que por ventura poderiam não ter sido registradas de forma suficiente no desenvolvimento escrito deste instrumento.

Para parte escrita do instrumento 3, cada professor analisou 3 tarefas diferentes. Foi solicitado aos professores que levassem em consideração os aspectos didáticos em relação ao grau de dificuldade de cada tarefa. O objetivo foi verificar se fato professores reconhecem as reais dificuldades de seus alunos e se ainda conseguem observar o grau de dificuldade de uma tarefa mesmo que este se encontre de forma implícita.

Na comanda não havia nenhuma referência à classificação das tarefas quanto aos níveis de conhecimento esperados dos educandos, porém seis dos professores fizeram a classificação de cada tarefa destacando os níveis técnico, mobilizável e disponível, talvez porque durante os encontros do Grupo de Estudo se fez uma abordagem teórica sobre os níveis de conhecimento esperados dos educandos. Após esses estudos, os professores passaram a associar o grau de dificuldade de uma tarefa aos níveis técnico, mobilizável e disponível, como auxílio no reconhecimento das dificuldades dos alunos, mesmo que muitas vezes não classificassem as tarefas corretamente em cada nível.

Abaixo apresentamos uma tabela indicando a distribuição das tarefas para cada professor, bem como a caracterização feita por ele. Na primeira linha da tabela se encontram as tarefas em ordem numérica crescente e as letras representam: T para nível técnico; M para nível mobilizável e D para nível disponível.

TABELA 4 - ANÁLISE DIDÁTICA DOS PROFESSORES

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	**---**	**M**	**---**	**---**	**---**	**---**	**D**	**M**
002	**---**	**---**	**---**	**T**	**D**	**M**	**---**	**---**
003	**M**	**D**	**M**	**---**	**---**	**---**	**---**	**---**
004	**---**	**D**	**---**	**---**	**D**	**M**	**---**	**---**
005	**M**	**---**	**---**	**---**	**---**	**---**	**D**	**M**
006	**---**	**---**	**---**	**T**	**M**	**---**	**---**	**M**
007	---	---	---	---	---	---	---	---

Construir um quadrilátero com a mesma área que a superfície hachurada. O quadrilátero que você construiu tem o mesmo perímetro que a figura do problema? Justifique sua resposta.

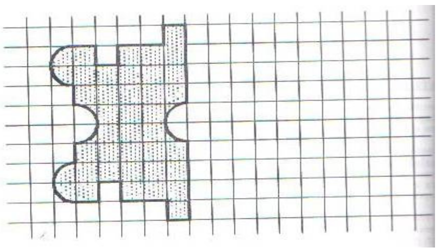


Figura 51- TAREFA 1
Fonte: Combes et. al, 1996, p. 77-78 (Adaptado)

A tarefa 1, foi definida pelas professoras 003 e 005 como de nível mobilizável, de fato ela está associada a este nível conforme foi descrito na análise prévia deste instrumento, porém estas duas professoras descreveram esta tarefa como: “Uma questão utilizada com freqüência em sala de aula", consideram ainda que: "As crianças de 5ª e 6ª séries as consideram fáceis, conseguem desenhar o que é pedido". Com base nas considerações destas duas professoras podemos levantar as seguintes questões: Será que estas tarefas têm seu lugar habitual no trabalho em sala de aula? Será que as crianças de 5ª e 6ª séries realmente a considerariam fácil?

Durante a entrevista quando questionada sobre em que série e por que daria esta tarefa, a professora P005, respondeu da seguinte forma:

> Brincando com a 5ª série. Porque nesta série eles têm uma visão maior de trabalhar os quadradinhos, eles adoram desenhar quadradinhos, eles adoram contar quadradinhos (P005).

Já a professora P004, para os mesmos questionamentos deu a seguinte resposta:

> Acho que a 5ª e 6ª séries desenvolvem rápido esta questão. Porque parece mais fácil para eles, tem o desenho é só olhar a medida. Diferente de quando a gente só fala dos lados do quadrado, aqui não, eles estão vendo, eles podem olhando construir (P004).

Podemos notar que para essas professoras a construção cognitiva dos elementos geométricos, deve ser trazida pela criança da série anterior, ou seja, da 4ª serie do ensino fundamental. Já para P004, a apresentação do registro figural e a contagem facilitam a resolução por parte do aluno. Porém devemos levar em consideração que aqui entra a questão da apreensão perceptiva, que muitas vezes conduz a uma resposta errada e ainda pode forçar uma confusão entre área e perímetro.

Dois retângulos R_1 e R_2 são tais que: a medida da base de R_1 é o dobro da medida da base de R_2; a medida da altura de R_1 é a metade da medida de R_2. Nessas condições é correto afirmar que: A área de R_1 é igual a área de R_2? O perímetro de R_1 é igual ao perímetro de R_2? Justifique sua resposta.

Figura 52- TAREFA 2
Fonte: SARESP, 2007 (Adaptado do caderno de prova da 8ª série do EF)

A tarefa 2, foi considerada pelo professor 001 como de nível mobilizável e ele a define como uma situação em que “tem uma definição básica, para resolver o problema”, na verdade esta tarefa conforme foi descrito no item da análise prévia é uma tarefa associada ao nível disponível e não apresenta uma definição tão simples para o aluno, uma vez que seu enunciado envolve dois registros de representação diferentes, um na língua natural e o registro simbólico, em que o aluno deve recorrer a seus conhecimentos anteriores a fim de organizar esta linguagem matemática de forma que estruture a tarefa matematicamente para poder chegar com êxito a sua solução. Já os professores 003 e 004 a definiram corretamente quanto ao nível de conhecimento que se encontra associada e justificaram a escolha da seguinte forma: “Os alunos não têm habilidades suficientes para desenvolver esse tipo de questão, talvez por não ser freqüente em aula, ela se torna difícil”. Pela nossa prática docente podemos observar que tarefas como estas não são freqüentes no cotidiano da sala de aula, devido ao próprio grau de dificuldade, exigindo para determinadas turmas de uma intervenção maior do professor para que os alunos coloquem em prática os recursos necessários para sua resolução, ficando muitas vezes mais fácil passar para tarefas de nível técnico.

Na entrevista a professora 005 quando questionada sobre em que série daria esta tarefa, por que e com qual objetivo, respondeu da seguinte forma:

> Começaria lá na 7ª e 8ª série. Porque quando tem muita letra a criança fica perdida. O objetivo seria para eles começarem a tirar do texto e passarem para uma sentença matemática, para eles começarem a formular (P005).

Quanto ao que o aluno precisa saber para responder esta tarefa ela responde:

> Ele precisa saber o que é um retângulo, uma base e o que é dobro (P005).

Nas respostas de P005, em nenhum momento ficou evidente a necessidade prévia do aluno saber construir mesmo que mentalmente suas próprias representações.

O que acontecerá com a área da superfície de um retângulo se dobrarmos, simultaneamente, os lados maior e menor desse retângulo? E o que acontecerá com o perímetro?

Figura 53- TAREFA 3
Fonte: São Paulo, 1986, p.137

A tarefa 3, foi analisada apenas pelo professor 003, que a considerou associada ao nível mobilizável e que a considerou como: “Uma questão freqüente em sala de aula, os alunos tem facilidade em resolvê-las através de desenhos”. Na verdade esta tarefa corresponde ao nível disponível, pois ela requer que o aluno construa seu próprio registro figural e para isso ele deve ter claramente os conceitos quanto a figuras geométricas planas, área e perímetro, além de conhecer as ferramentas algébricas, necessárias para a resolução da tarefa, ou seja, ele não pode resolvê-la no quadro geométrico é necessário recorrer aos quadros algébrico e numérico. Uma outra dificuldade a ser transposta pelo aluno na resolução desta tarefa seria a ausência de valores numéricos, o que com base em nossa própria prática não nos parece um trabalho habitual em sala de aula. Este fato é muito forte na Educação Matemática, uma vez que, os educandos estão habituados a trabalhar com valores numéricos e a ausência deles desestabiliza a estrutura cognitiva pré-concebida pelo educando em sua vivência escolar. Neste caso nem mesmo as letras são fornecidas. Para a resolução desta tarefa não há indicações e cada aluno pode ainda utilizar letras quaisquer ou até mesmo atribuir valores numéricos, neste momento o que está em jogo é a autonomia do educando.

Durante a entrevista verificamos a seguintes respostas para os questionamentos sobre a tarefa 3:

> Trabalharia esta questão acho que na 6ª série, até na 5ª série já conseguira trabalhar com ela. Porque aqui já fala do retângulo que é uma figura mais comum para eles. Para o aluno desenvolver esta questão é só ter noção do que é um retângulo e desenvolver a noção de área e perímetro. Está associada ao nível mobilizável, porque contou para eles a figura (P004).

> Creio que desde a 5ª série já pode trabalhar esta questão, porque eles já sabem dobrar, então eles já sabem que uma dobra dá dois, então eles já saberiam fazer os desenhinhos. Para o aluno resolver esta

questão ele precisa saber o que é área, o que é um retângulo, o que é dobro, maior, menor, saber desenhar corretamente e fazer comparação. Esta questão é de nível mobilizável (P005).

Com base na fala das professoras fica evidente que não foi levado em consideração as dificuldades apresentadas no enunciado, considerando ainda que elas acreditam que na 5ª série as crianças já se encontram aptas a resolução deste tipo de tarefa, sendo que nesta série nem sempre o raciocínio algébrico já foi introduzido, fator necessário para resolução da tarefa.

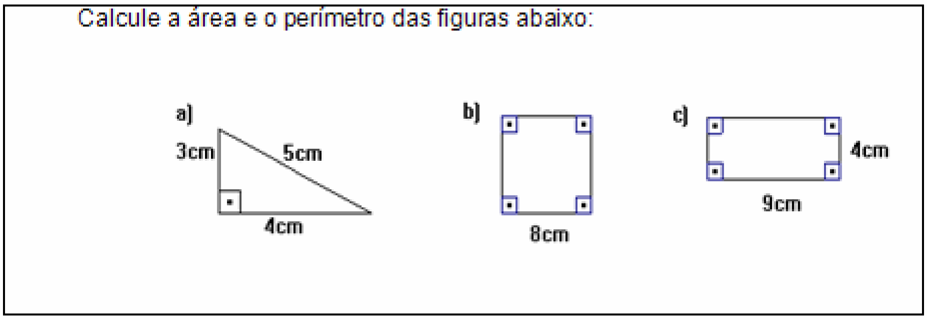


Figura 54- TAREFA 4

A tarefa 4, foi classifica corretamente pelos professores 002 e 006 como associada ao nível técnico. Descreveram ainda que: “é bastante freqüente sua aplicação em sala de aula, é fácil sua resolução pois é só a aplicação das fórmulas estudadas”. Esta tarefa foi bem reconhecida pelos professores, pois a aplicação de fórmulas a partir da apresentação do registro figural é bastante comum no estudo das noções de área e perímetro, não dependendo de grandes mobilizações de conhecimentos por parte dos educandos.

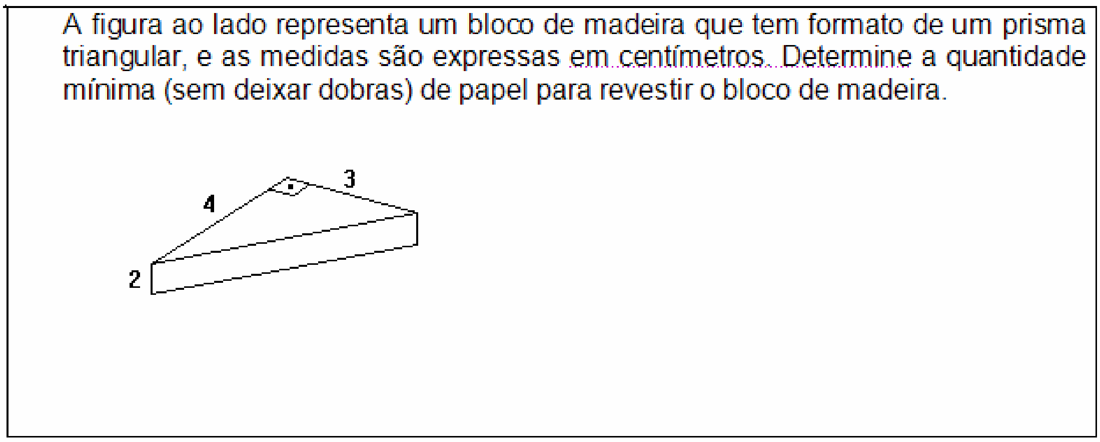


Figura 55 – TAREFA 5
Fonte: Pires; Curi; Pietropaolo, 2002.

A tarefa 5, foi considerada corretamente pelos professores 002 e 004 como de nível disponível. Eles admitiram que este tipo de tarefa não é desenvolvida com freqüência em sala de aula e que quando se faz os alunos demonstram grande grau de dificuldade. Para o professor 006 a tarefa está associada ao nível mobilizável, comentando ainda que as noções apresentadas são claras. Se voltarmos à análise prévia deste instrumento, podemos verificar que em nenhum momento a tarefa deixa explícita a necessidade de se calcular à área e ainda se faz necessário que o aluno perceba a necessidade de utilizar o Teorema de Pitágoras. O educando ainda deve apresentar visão espacial geométrica e dessa forma, recorrer a vários conhecimentos anteriores para a resolução da tarefa.

Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo:

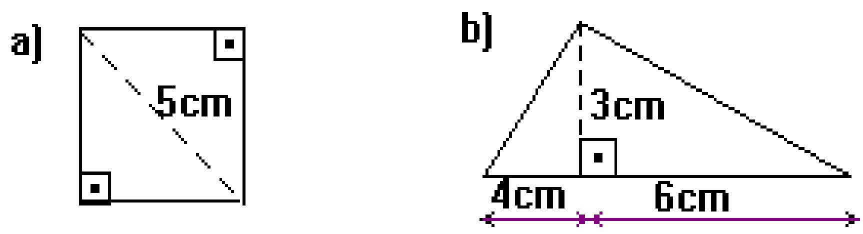


Figura 56- TAREFA 6

A tarefa 6, analisada pelos professores 002 e 006 foi classificada corretamente como de nível mobilizável. Os professores ainda reconheceram que para sua resolução o aluno deve realizar apenas algumas adaptações, uma vez que, a noção em jogo está explícita. Concordaram inclusive que este tipo de tarefa tem seu tratamento freqüente em sala de aula.

Um quadro tem forma retangular de dimensões externas 80x50cm. A moldura tem uma largura x uniforme. Calcule a largura, sabendo que a área da região interna a moldura é 2800 cm^2.

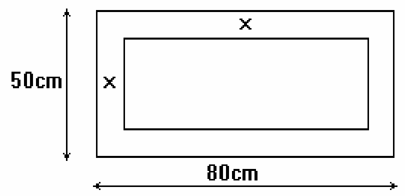


Figura 57- TAREFA 7
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005d, p. 71

A tarefa 7, foi considerada pelos professores 001 e 005 corretamente como sendo de nível disponível. A professora 005 considerou ainda esta tarefa como sendo bastante difícil e reconheceu que ela não fornece indicações para sua resolução e que dessa forma o aluno deve buscar recursos em seus conhecimentos anteriores, admite ainda ser uma questão pouco trabalhada em sala de aula.

Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa dizer que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?

Figura 58- TAREFA 8
Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, 2005d, p.128

A tarefa 8, analisada pelos professores 001, 005 e 006 foi classificada como de nível mobilizável. Os professores consideraram que não há muitas dificuldades para sua resolução, a professora 005 considerou que para esta tarefa é necessário que o aluno adapte o texto aos seus conhecimentos. Na verdade, conforme descrito na análise prévia deste instrumento, podemos verificar que esta tarefa está associada ao nível disponível, uma vez que a noção em jogo não é explícita e não há orientações ou sugestões para sua resolução. O grau de dificuldade para educandos em tarefas como esta é muito grande, até mesmo pelo fato da utilização da unidade de medida em polegada, que não tem seu uso habitual no cotidiano escolar. Nesta tarefa o que os professores não perceberam é o fato de que as contas que devem ser realizadas para resolução da tarefa, de fato podem não apresentar grande grau de dificuldade, porém o entrave aqui reside na interpretação da linguagem matemática utilizada no enunciado, ou seja, o acesso ao objeto matemático só será possível mediante a representação constituída pelo aluno, uma vez que a linguagem discursiva não oferece a clareza apresentada por uma figura.

Esperávamos que os professores abordassem com mais profundidade as questões didáticas relativas as tarefas solicitadas, como por exemplo, que na tarefa 7 havia necessidade da utilização de equações polinomiais de 2º grau, que na tarefa 5 havia necessidade da utilização do Teorema de Pitágoras e assim sucessivamente em cada tarefa. Porém, sem que fosse solicitado, os professores entenderam que esta análise didática deveria se fazer com base nos níveis de conhecimento esperados dos educandos e assim fizeram suas classificações quanto ao grau de dificuldade de cada tarefa. Uma resposta viável para esta questão talvez seja o forte papel de ferramenta didática desta abordagem teórica, introduzida em um dos encontros do Grupo de Estudos. Outra suposição é que a análise de tarefas por parte dos professores não leva em conta as variáveis didáticas envolvidas.

Em uma segunda etapa deste instrumento foi solicitado aos professores que, com base nas oito tarefas apresentadas, escolhessem as quatro que trabalham com mais freqüência.

A tabela 5 apresenta as indicações dos professores.

TABELA 5 - TAREFAS TRABALHADAS COM MAIS FREQUÊNCIA

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	---	---	---	---	---	---	---	---
002	**X**	---	**X**	**X**	---	**X**	---	---
003	**X**	---	**X**	**X**	---	**X**	---	---
004	**X**	---	**X**	**X**	---	**X**	---	---
005	**X**	---	**X**	**X**	---	**X**	---	---
006	---	---	**X**	**X**	**X**	**X**	---	---
007	---	---		X	---	X	X	X

Podemos observar que houve uma concentração de escolhas nas tarefas 4 e 6, como as mais trabalhadas em sala de aula. Cabe lembrar que a tarefa 4 está associada ao nível técnico e a tarefa 6, apesar de estar associada ao nível mobilizável, fornece o registro figural e depende apenas de uma pequena adaptação para sua resolução.

Com base nos dados informados na tabela 6, podemos verificar que as tarefas eleitas por todo o grupo como as mais fáceis foram as tarefas 1, 4 e 6, considerando que a tarefa 3, também foi uma tarefa com relativo grau de concentração de escolhas. As tarefas 1 e 6, são de nível mobilizável, enquanto a tarefa 4 é de nível técnico, já a tarefa 3 é de nível disponível. Pudemos perceber que os professores concentraram suas escolhas nas tarefas de níveis técnico e mobilizável, como o teste só apresentava uma tarefa de nível técnico e duas de nível mobilizável, a necessidade da escolha de uma quarta tarefa classificada como fácil tirou bastante a unidade do grupo, que talvez tenha se encontrado sem opções.

Podemos levar em conta ainda que as tarefas 1,4 e 6, apresentam o registro figural e isso pode nos levar a vislumbrar a idéia de que os professores consideram que quando uma tarefa já apresenta o registro figural, ela de certa forma se torna mais fácil para o aluno,considerando que ele pode partir de algo que já se encontra pronto.

Solicitamos que os professores indicassem as tarefas que consideravam mais fáceis. Os resultados estão apresentados na tabela 6.

TABELA 6 - TAREFAS MAIS FÁCEIS

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	**X**	**---**	**---**	**X**	**X**	**X**	**---**	**---**
002	**X**	**---**	**X**	**X**	**---**	**X**	**---**	**---**
003	**X**	**---**	**X**	**X**	**---**	**X**	**---**	**---**
004	**X**	**---**	**X**	**X**	**---**	**X**	**---**	**---**
005	**X**	**---**	**X**	**X**	**---**	**X**	**---**	**---**
006	**X**	**---**	**---**	**X**	**X**	**X**	**---**	**---**
007	X	---	---	X	---	X	X	---

De posse dos dados apresentados nas tabelas 5 e 6, podemos observar que a concentração de escolhas para as tarefas trabalhadas com mais freqüência correspondem praticamente as mesmas tarefas intituladas pelos professores como as mais fáceis. Isto nos induz a acreditar que o critério de seleção das tarefas desenvolvidas em sala de aula se encontra associada ao seu grau de facilidade.

Solicitamos que os professores indicassem as quatro tarefas que são menos trabalhadas por eles em sala de aula. A tabela 7 apresenta as indicações dos professores.

TABELA 7 - TAREFAS MENOS TRABALHADAS COM OS ALUNOS

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	---	---	---	---	---	---	---	---
002	---	X	---	---	X	---	X	X
003	---	X	---	---	X	---	X	X
004	---	X	---	---	X	---	X	X
005	---	X	---	---	X	---	X	X
006	X	X	---	---	---	---	X	X
007	X	X	X	---	X	---	---	---

Com base nos dados da tabela 7, podemos identificar grande concentração de escolhas para as tarefas 2, 5, 7 e 8 que correspondem a tarefas de nível disponível. Dessa forma concluímos que os professores admitem realizar com menos freqüência em sala de aula tarefas que dependem do nível de conhecimento disponível, o que de certa forma não beneficia a autonomia do aluno na resolução de uma tarefa.

Solicitamos aos professores que indicassem as tarefas que consideravam mais difíceis. Esperávamos que os professores assinalassem as tarefas relacionadas ao nível disponível, por serem consideradas tarefas com maior grau de dificuldade. A tabela 8 confirma nossa hipótese.

TABELA 8 - TAREFAS MAIS DIFÍCEIS

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	---	X	X	---	---	X	X	---
002	---	X	---	---	X	---	X	X
003	---	X	---	---	X	---	X	X
004	---	X	---	---	X	---	X	X
005	---	X	---	---	X	---	X	X
006	---	X	X	---	---	---	X	X
007	---	X	X	---	X	---	---	X

As tarefas mais assinaladas foram a 2, 5, 7 e 8, todas classificadas como de nível disponível. Podemos concluir que tarefas de nível disponível são menos trabalhadas com os alunos e como são consideradas mais difíceis pelos professores, talvez este seja uma dos motivos de um trabalho menos freqüente com essas tarefas em sala de aula.

Da mesma forma que na relação estabelecida anteriormente entre tarefas trabalhadas com mais freqüência e tarefas mais fáceis, pudemos perceber que as a tarefas indicadas como as mais difíceis pelos professores, são por conseqüência as tarefas menos trabalhadas em sala de aula.

Somente neste momento solicitamos aos professores que classificassem as tarefas quanto aos níveis de conhecimento esperados dos educandos. Os dados coletados encontram-se na tabela 9.

TABELA 9 - CLASSIFICAÇÃO DAS TAREFAS QUANTO AOS NÍVEIS DE CONHECIMENTO ESPERADOS DOS EDUCANDOS

Professor	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
001	**M**	**D**	**M**	**T**	**D**	**M**	**D**	**D**
002	**M**	**D**	**M**	**T**	**D**	**M**	**D**	**M**
003	**M**	**D**	**M**	**T**	**D**	**M**	**D**	**M**
004	**M**	**D**	**M**	**T**	**D**	**M**	**D**	**M**
005	**M**	**D**	**M**	**T**	**D**	**M**	**D**	**M**
006	**T**	**D**	**M**	**T**	**M**	**M**	**D**	**M**
007	M	D	D	T	T	T	T	D

Com base nos dados informados na tabela 9, podemos observar que a tarefa 1 foi classificada corretamente pela maioria dos professores como de nível mobilizável. Isto nos indica que estes professores reconhecem mesmo que de forma implícita a necessidade de uma pequena adaptação para resolução desta tarefa, apesar de apresentar o registro figural.

A tarefa 2 foi reconhecida por todos os professores corretamente como de nível disponível. Dessa forma podemos concluir que todos os professores reconhecem a dificuldade de tarefas que apresentam seus enunciados conjuntamente o registro discursivo com o registro simbólico.

A tarefa 3 não foi reconhecida pelos professores como uma tarefa de nível disponível e a classificaram como de nível mobilizável, porém não levaram em consideração conforme foi mencionado anteriormente, a ausência de valores numéricos no enunciado, obrigando o aluno a recorrer a recursos algébricos e articular conhecimentos anteriores. Podemos verificar que estes professores não atentaram para o fato do apelo cognitivo a ser realizado pelo educando para que avance do registro discursivo(no caso o enunciado) para o registro figural (no caso a resolução), mesmo que esta passagem ocorra mentalmente isto não nos parece algo tão simples a ser realizado pelo educando. Se retornarmos a tabela 8, podemos observar que alguns professores a consideram uma tarefa difícil.

A tarefa 4 foi facilmente reconhecida como de nível técnico e assim considerada por todos os professores.

A tarefa 5 foi classificada corretamente pela maioria dos professores como de nível disponível. Acreditamos que os demais professores fizeram ligeira confusão ao classificar esta tarefa pelo fato dela apresentar o registro figural. Cabe lembrar que o fato de uma tarefa indicar o registro figural não representa que ela esteja associada apenas aos níveis técnico e mobilizável. Algumas tarefas apesar de apresentar o registro figural, possuem noções implícitas que exigem flexibilidade cognitiva dos educandos e mobilização de conhecimentos e saberes escolares.

A tarefa 6 foi identificada pela maioria grupo corretamente como de nível mobilizável. Neste caso apesar da tarefa apresentar o registro figural, os professores reconhecem que para sua resolução é necessário uma certa adaptação por parte do aluno, porém existe uma indicação para tal. Um dos professores a considerou como de nível técnico, esta confusão provavelmente vem do fato de que ele provavelmente não reconheceu que apesar da tarefa apresentar o registro figural, se faz necessário que o aluno realize uma pequena adaptação e para isso resgate conhecimentos anteriores.

A tarefa 7 foi classificada erroneamente apenas por um professor, que provavelmente não reconheceu a diversidade dos registros que envolvem a tarefa. Porém o restante do grupo a classificou corretamente como de nível disponível , isso nos indica que os professores reconhecem que mesmo sendo também fornecido o registro figural a tarefa requer certa flexibilidade cognitiva e a necessidade de uma resolução no quadro algébrico, uma vez que o aluno irá precisar recorrer a equações polinomiais de 2º grau.

A tarefa 8 foi classificada corretamente por apenas dois professores como de nível disponível. A ligeira confusão por parte dos professores quanto a classificação desta tarefa pode estar associada ao fato de os cálculos matemáticos necessários para sua resolução serem bastante simples, o que os professores não perceberam é que a noção matemática a ser utilizada para solução da tarefa é implícita e não há indicações de como o aluno deve proceder para iniciar tal resolução.

5.3.4 Conhecimentos Matemáticos Sobre Áreas e Perímetros

O instrumento 4, foi elaborado com o objetivo de verificarmos os conhecimentos matemáticos dos professores sobre as noções de área e perímetro. Para tal foram elaboradas afirmativas que se dividiram em três quadros, em que os professores deveriam se posicionar quanto as sentenças serem verdadeiras ou falsas.

Para o quadro 1, foram apresentadas as seguintes sentenças:

Quadro1- Sobre o conceito de área:
1. A área é o espaço ocupado por uma superfície
2. A área é o número de lajotas necessárias para recobrir uma superfície
3. A área é o número obtido pela aplicação de uma fórmula

Figura 59- QUADRO 1 DO INSTRUMENTO 4

Com base nos dados coletados elaboramos a tabela10.

TABELA 10 - CLASSIFICAÇÃO DAS SENTENÇAS DO QUADRO 1 PELOS PROFESSORES

Professor	1(V)	2(F)	3(F)
001	**V**	**F**	**V**
002	**V**	**F**	**F**
003	**V**	**F**	**F**
004	**V**	**F**	**F**
005	**V**	**F**	**F**
006	**V**	**F**	**V**
007	V	V	F

Na tabela 10, os números representam as sentenças do quadro 1 e as letras em vermelho as respostas corretas. Com base nos dados indicados na tabela podemos perceber que todos os professores reconhecem corretamente como verdadeira a sentença 1 e falsa a sentença 2, ou seja, não há dificuldades conceituais apresentadas para as sentenças 1 e 2. Porém para a sentença 3, percebemos a falta de clareza em relação ao conceito de área, uma vez que, é uma grandeza obtida pela aplicação de uma fórmula e não “um número” como consta sentença fornecida.

Para o quadro 2, foram apresentadas as seguintes sentenças:

Quadro 2- Para todo o tipo de superfícies:
1. O recorte, colagem e uma nova composição dessas partes conserva a área
2. Duas superfícies que têm o mesmo lado possuem a mesma área
3. Duas superfícies que têm a mesma área têm o mesmo perímetro
4. Duas superfícies de mesmo perímetro têm a mesma área
5. A área e o perímetro de uma mesma superfície variam na mesma proporção

Figura 60- QUADRO 2 DO INSTRUMENTO 4

Com base nos dados coletados no instrumento 4, elaboramos a tabela 11.

TABELA 11 - CLASSIFICAÇÃO DAS SENTENÇAS DO QUADRO 2 PELOS PROFESSORES

Professor	1(V)	2(F)	3(F)	4(F)	5(F)
001	**V**	**F**	**F**	**F**	**V**
002	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
003	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
004	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
005	**V**	**F**	**F**	**F**	**F**
006	**V**	**F**	**F**	**F**	**V**
007	V	V	V	V	V

Levando em consideração os dados apresentados na tabela 11, podemos observar que a maioria dos professores diferenciam área e perímetro, estabelecendo relações entre essas duas noções. A afirmação da sentença 5 foi a que mais originou confusão por parte de alguns professores, pois a área e o perímetro de uma mesma superfície não varia na mesma proporção.

Para o quadro 3, foram apresentadas as seguintes sentenças:

Quadro 3- Para superfícies usuais:
1. Dois retângulos de mesma área são idênticos
2. Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e mesma altura relativa à base têm a mesma área
3. Dois paralelogramos de mesmos lados têm a mesma área
4. A medida da área de um retângulo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
5. A área de um paralelogramo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
6. A área de um triângulo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
7. A área de um quadrado é proporcional ao comprimento de seu lado
8. Se o lado do quadrado dobrar sua área dobrará também
9. Dois retângulos de mesma área têm o mesmo perímetro
10. Dois retângulos que têm o mesmo perímetro tem a mesma área
11. A área e o perímetro de um retângulo variam na mesma proporção

Figura 61- QUADRO 3 DO INSTRUMENTO 4

Com base nos dados coletados nas atividades dos professores, elaboramos a tabela 12.

TABELA 12 - CLASSIFICAÇÃO DAS SENTENÇAS DO QUADRO 3 PELOS PROFESSORES

Professor	1(F)	2(V)	3(F)	4(V)	5(F)	6(F)	7(V)	8(F)	9(F)	10(F)	11(F)
001	**V**	**V**	**V**	**F**	**V**	**F**	**---**	**---**	**---**	**---**	**---**
002	**F**	**V**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**
003	**F**	**V**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**
004	**F**	**V**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**
005	**F**	**V**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**
006	**V**	**V**	**V**	**F**	**V**	**F**	**V**	**F**	**V**	**V**	**F**
007	F	V	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Para as sentenças 2, 6, 7, 8 e 11, todos os professores responderam corretamente, demonstrando dominar com clareza as questões relativas às fórmulas, que permitem calcular a área de algumas figuras planas

Um fato a destacar é que os professores que classificaram a sentença 1 como verdadeira, não levaram em consideração que apesar de dois retângulos possuírem mesma área, não necessariamente precisam ser idênticos quanto às medidas dos lados.

Na sentença 3, os professores que assinalaram como verdadeira, deixaram de perceber que dois paralelogramos podem ter os lados com as mesmas medidas, mas alturas diferentes, o que determina outra área.

5.4 Considerações Finais

Com base nas análises realizadas podemos verificar que estes professores apresentam um conhecimento matemático do conteúdo de área e perímetro mais consistente do que os conhecimentos didáticos e curriculares destas noções.

Porém os teóricos que apresentamos no capítulo pertinente à formação de professores mostram que só o conhecimento matemático não dá conta da efetivação do processo de ensino-aprendizagem. Assim é necessário recorrer ao conhecimento didático como ferramenta de auxílio do ato de "como ensinar" e ao conhecimento curricular para situar em que série aquela noção matemática é adequada, garantindo as fases da aprendizagem.

Nas declarações dos professores observamos que eles seguem a mesma sistemática dos livros didáticos no que se refere ao tratamento das noções de área e perímetro, ou seja, não tem clareza de que um conteúdo ensinado em uma série deve ser ampliado em outra e enfocam as noções com o caráter de revisão.

Com base nos dados coletados observamos que os professores tendem a uma simplificação das tarefas em sala de aula, em que as de maior grau de dificuldade são menos trabalhadas, esta constatação pode ser observada quando cruzamos os dados apresentados nas tabelas 5 e 6, analisadas anteriormente, em que as tarefas consideradas as mais fáceis pelos professores, são aquelas mais trabalhadas em sala de aula. Esta simplificação nos parece um terreno incerto, uma vez que as avaliações institucionais exigem determinado grau de flexibilidade cognitiva dos educandos, porém este trabalhado pode não estar se efetivando em sala de aula.

Nos parece evidente que as tarefas utilizadas com mais freqüência em sala de aula são as relacionadas ao nível técnico, o que induz os professores a não perceber as variáveis didática, as mudanças de quadro e registros de representação semiótica e a necessidade do aluno dominar outros conteúdos para resolução de determinadas tarefas.

Ficou evidente que a prévia introdução durante os encontros do grupo sobre os níveis de conhecimento esperados dos educandos ampliou a visão didática dos professores, mesmo que estes, ainda classifiquem as tarefas fazendo determinada confusão.

CAPÍTULO 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E DESAFIOS PARA O ENSINO DAS NOÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO

Neste capítulo apresentamos as respostas para nossas questões de pesquisa e fazemos algumas reflexões sobre o tema.

Com relação à questão 1, pudemos verificar que quanto às indicações oficiais curriculares sobre o tratamento das noções de área e perímetro sempre houve uma preocupação mesmo que de forma implícita, desde a primeira edição da Proposta Curricular do Estado de São Paulo em 1986 até os PCNs (1998), em atribuir um papel de destaque para este conteúdo matemático, fazendo referências sempre a uma aprendizagem significativa, ou seja, uma aprendizagem que não se fizesse apenas amparada no algebrismo mecânico de fórmulas. Porém o grande problema verificado vem do fato de que as indicações apresentadas ainda serem poucas em relação a orientações didáticas no que diz respeito ao tema e não há referências de resultados de pesquisas. Um outro fator verificado é que, por serem apenas sugestões podem ser interpretadas por diferentes pontos de vista e ainda serem seguidas ou não, o que cria uma heterogeneidade no Sistema Educacional de Ensino.

Lembramos que, no cotidiano escolar as tarefas que envolvem as noções de área e perímetro apresentam diferentes tipos de registros, porém percebemos que os documentos oficiais não chamam a atenção para um trabalho direcionado a esta linguagem própria da matemática.

Com a implementação da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo no início de 2008, fica clara e evidente a preocupação com as competências leitoras em matemática, tal documento admite a linguagem própria existente na matemática e prioriza uma aprendizagem significativa que leve em consideração os elementos construídos anteriormente na estrutura cognitiva do educando. Fica claro inclusive neste documento a preocupação em fazer com que os educandos alcancem determinada flexibilidade cognitiva de forma a serem capazes de agir em situações futuras mesmo que fora do ambiente escolar. Um outro enfoque relevante que encontramos no papel da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo é a preocupação em manter uma equidade no Sistema Educacional, uma vez que preserva o direito de alunos irem de uma escola a outra sem passarem pelo problema dos conteúdos fragmentados, devido a escolhas próprias quanto aos planos de ensino nas diferentes instituições. No entanto, até o presente momento a atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo não apresenta orientações didáticas sobre esse tema.

Porém, apesar das intenções da atual Proposta Curricular do estado de São Paulo, verificamos que este documento exige uma adaptação dos conteúdos a ser realizada pelos professores, que muitas vezes não é contemplada em sua formação inicial e que a forma como apresenta a resolução de determinadas tarefas a serem trabalhadas com os alunos dificulta o trabalho do professor, visto que não dá atenção as dificuldades provenientes de séries anteriores existentes nos alunos.

Quanto a questão 2, pudemos perceber para os livros didáticos analisados que o enfoque dado às noções de área e perímetro apesar de terem capítulos destinados ao seu estudo em alguns volumes são tratados quase sempre como "revisão", ficando relegada a série anterior o estudo destas noções sem ampliação e aprofundamento, o que não parece a nosso ver uma forma de contribuir para uma aprendizagem significativa. Verificamos que a parte destinada ao professor não fornece orientações de como se pode realizar a passagem dos níveis de conhecimento esperados dos educandos, nem observa caminhos de compreensão para as mudanças de quadro e leitura dos diferentes registros que determinadas tarefas exigem.

Constatamos que os livros didáticos analisados transmitem a idéia de que se o aluno conhece as fórmulas para o cálculo de área e perímetro das figuras geométricas planas, assim como as representações de tais polígonos é capaz de resolver qualquer tarefa que envolve estas noções. Verificamos que não se dá a devida atenção ao tipo de apelo cognitivo necessário para a resolução de diferentes tarefas.

Quanto a questão 3, nos amparamos no estudo de caso para sua resposta e observamos que os professores não percebem que a grande dificuldade dos alunos na resolução de tarefas pode estar associada ao nível de conhecimento a que elas se encontram e que a transposição destes níveis muitas vezes está associada às diferentes formas de representação ou a necessidade de uma mudança de quadro para sua resolução. A passagem entre os níveis técnico, mobilizável e disponível depende de recursos cognitivos diferentes, assim como a leitura dos diferentes tipos de representação, o que muitas vezes não foi reconhecido pelos professores participantes de nossa pesquisa. A análise dos dados mostra a tendência desses professores de matemática em acreditar que se o aluno conhece as fórmulas para o cálculo de área e perímetro pode resolver qualquer tarefa. Este fato não é verdade e leva a uma falsa idéia, pois é necessário que o aluno mobilize conhecimentos para poder transitar de um nível a outro com êxito.

Verificamos neste grupo de professores a forte tendência transmitida pelo livro didático em tratar as noções de área e perímetro quase sempre em caráter de revisão é apropriada por eles e retransmitida em sala de aula.

Com base em nosso estudo em relação a questão 4, pudemos perceber que o grande entrave no processo ensino-aprendizagem está focado no fato de professores não reconhecerem as dificuldades de seus alunos. Essa questão nos remete a idéia de que um professor para reconhecer as reais dificuldades de seus alunos deve não apenas conhecer o conteúdo matemático da disciplina, mas também ter o conhecimento didático e curricular. Nossa pesquisa mostra que quando um professor domina apenas o conteúdo matemático e desconsidera estas duas outras vertentes do conhecimento do professor apontadas por Shulman (2005) trabalha com tarefas centradas no nível técnico, e considera tarefas de níveis mobilizável e disponível como de resolução conseqüente quase imediata pelo aluno, quando na verdade isso não ocorre. Nossa pesquisa mostrou ainda que embora o grupo já atuasse a cerca de 10 anos desconhecia a organização e sequenciação dos conteúdos de área e perímetro por série. Consideramos que muitas vezes o fato de um professor não ter conhecimento didático de um determinado conteúdo leva-o a inúmeras explicações do conteúdo, mas que não permitem a seus alunos resolver com autonomia determinadas tarefas.

Assim, verificamos que os professores acreditam que o fato do aluno conhecer as fórmulas para o cálculo de área e perímetro das figuras geométricas planas é o suficiente para que desenvolva qualquer tarefa envolvendo estas noções.

Porém esta é uma falsa idéia, uma vez que, cada tarefa apresenta sua especificidade e seu apelo cognitivo próprio, lembrando também que as noções podem ser explícitas ou implícitas, neste caso aumentando o grau de dificuldade dos alunos.

Apoiados nestas considerações concluímos que os professores possuem bastante dificuldade em visualizar uma tarefa quando as noções são implícitas, não percebendo assim as reais dificuldades de seus alunos.

Com base na análise dos instrumentos e durante a entrevista verificamos a grande dificuldade que os professores apresentam em passar de um nível a outro com seus alunos, uma das possíveis explicações para este fato pode vir da falta de conhecimento curricular, uma vez que, não identificam a noção mais adequada a ser trabalhada em cada série. Assim não constroem conceitualmente estas noções perante os alunos, já que o tratamento dado a elas tem caráter de revisão.

Em relação ao nosso estudo teórico sobre níveis de conhecimento esperados dos educandos de Robert (1997), registros de representação semiótica de Duval (1993) e mudanças de quadro de Douady (1992), podemos perceber o quanto estas teorias didáticas podem colaborar para prática docente e servir de auxílio para o desenvolvimento da autonomia do professor. Verificamos ainda que a partir do momento que o professor conheça estes estudos pode então levar o aluno a também desenvolver sua autonomia e ocupar seu espaço próprio como ator neste jogo.

Dessa forma, podemos concluir que por mais que um professor domine seu conteúdo, se desconhecer determinados conceitos da didática da matemática, provavelmente em sala de aula não terá o sucesso esperado. Assim se faz necessário que o professor se aproprie destas teorias para que possa conduzir o aluno a conhecer não somente o nível técnico, mas sim a transitar entre os níveis mobilizável e disponível, apresentando uma leitura clara dos diferentes registros de representação e que de posse destas ferramentas realize as mudanças de quadro quando forem necessárias para resolução de uma determinada tarefa.

Porém, para que estas expectativas se realizem imaginamos que o foco deste olhar, ou seja, a necessidade de aprender não esteja centrada apenas no educando e sim no professor, parece que o momento exige que educadores apresentem conhecimentos relacionados aos aspectos didáticos e curriculares que aliados aos conhecimentos matemáticos já adquiridos, funcionem em conjunto a fim de adaptar sua prática docente em função do desenvolvimento da flexibilidade cognitiva dos educandos.

Concordamos com CHEVALLARD (1996) em que “podemos sonhar com um conhecimento seguro; mas não há caminhos de acesso totalmente seguros ao conhecimento (p.121)”, dessa forma acreditamos que as mudanças em educação ainda se fazem de forma lenta, mas que aspectos voltados para as teorias didáticas e o trabalho voltado para a formação de professores representam não somente um caminho, mas uma ferramenta de auxílio para o desenvolvimento da prática docente.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget; Delachaux et Niestlé S.A., 1996. p. 193-217. (Coleção Horizontes Pedagógicos).

AUSUBEL, D. P. et al. **Psicologia educacional.** Tradução: Eva Nick e outros. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BALACHEFF, N. Cadre, registre et conception: note sur les relations entre trois concepts clés de la didactique. **Les Cahiers du Laboratoire Leibniz,** Grenoble, n. 58, sept. 2002. Disponível em: < http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/2002/ Cahier58/CLLeib58.pdf >. Acesso em: 4 dez. 2007.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. **Anais da 23ª reunião da ANPED.** Caxambu: ANPED, 2000. (CD Rom).

______. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental.** Natal: SBHMAT, 2002. (Série Textos de História da Matemática).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BUENO, B. O.; CATANI, D. B.; SOUZA, C. P. **A vida e o ofício dos professores:** formação contínua, autobiografia e pesquisa em colaboração. São Paulo: Escrituras, 1998.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da didáctica: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget; Delachaux et Niestlé S.A., 1996. p. 115-153. (Coleção Horizontes Pedagógicos).

CHIUMMO, A. **O conceito de áreas de figuras planas:** capacitação para professores do ensino fundamental. 1998. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

COMBES, M. C. et al. **Activités pour la classe de sixième:** nombres décimaux, aires et périmètres. Montpellier: IREM Montpellier, 1996.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Ibero Americana de Educación**, jan. 2006. Disponível em: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1117Curi.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2008.

______. O conhecimento do professor, crenças e atitudes: uma análise da literatura. In: ARAÚJO JÚNIOR, C. F.; AMARAL, L. H. (Org.). **Ensino de ciências e matemática:** tópicos em ensino e pesquisa. São Paulo: Andross, 2006. p. 37-67. (Coleção Ciência e Tecnologia, v. 1).

______. Formação de professores para atuar no século XXI: propostas e desafios. In: SEMINÁRIO HISPANO-BRASILEIRO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES RELACIONADAS COM CIÊNCIA, TECNOLOGIA E SOCIEDADE, 1.; JORNADA INTERNACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 2., 27-29 abr. 2008, São Paulo. **Anais...** São Paulo: [s.n.], 2008.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática:** ensino fundamental, 5a série. São Paulo: Ática: 2005a.

______. **Tudo é matemática:** ensino fundamental, 6a série. São Paulo: Ática: 2005b.

______. **Tudo é matemática:** ensino fundamental, 7a série. São Paulo: Ática: 2005c.

______. **Tudo é matemática:** ensino fundamental, 8a série. São Paulo: Ática: 2005d.

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, 1986.

______. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. **Repères IREM,** n. 6, p. 132-158, jan. 1992.

DUVAL, R. Approche cognitive des problèmes de geométrie en termes de congruente. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, v. 1, p. 57-74, 1988.

______. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives,** v. 5, p. 37-65, 1993.

______. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-33.

FACCO, S. R. **Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem.** 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; PINTO, R. A. Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada. **Quadrante**, Lisboa, v. 8, p. 33-59, 1999.

GARCIA, C. M. **Formação de professores:** para uma mudança educativa. Porto, PT: Porto, 1999.

GAUTHIER, C. et al. **Por uma teoria da pedagogia:** pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Ed. Unijuí, 1998.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade:** 5a série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005a.

______; ______; ______. **Matemática e realidade:** 6a série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005b.

______; ______; ______. **Matemática e realidade:** 7a série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005c.

______; ______; ______. **Matemática e realidade:** 8a série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005d.

LIMA, P. F. Considerações sobre o conceito de área. In: SEMANA DE ESTUDOS EM PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1995, Recife. **Anais** da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife, 1995. (CD Rom).

MELO, M. A. P. **Um estudo de conhecimentos de alunos de 5a a 8a séries do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro**. 2003. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências)–Universidade Federal Rural de Pernambuco. Disponível em: <http://servicos.capes.gov.br/capesdw/resumo.html?idtese=20031825003011012P1>. Acesso em: 08 fev. 2008.

MONACO, R. R. S.; MONACO, S. A. S. Ausubel e a formação de professores. **Expressão:** Revista Científica da Fundação Educacional Guaxupé, Guaxupé, n. 3, p. 130-136, dez. 2002.

MORETTI, M. T. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos,** Itajaí, ano 2, n. 6, p. 343-362, set./dez. 2002.

NÓVOA, A. (Org.). **Vidas de professores.** Lisboa: Porto, 1992. (Ciências da Educação, n. 4).

PEDRO, L. F.; MOREIRA, A. Os hipertextos de flexibilidade cognitiva e a planificação de conteúdos didácticos: um estudo com (futuros) professores de línguas. **Revista de Enseñanza y Tecnologia**. Laboratório de Courseware Didáctico Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa Campus de SantiagoUniversidade de Aveiro, Portugal. Septiembre – Diciembre, 2000, p.29-35. Disponível em: < http://tecnologiaedu.us.es/nweb/htm/pdf/19art4.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2008.

PIRES, C. C.; CURI, E.; PIETROPAOLO, R. **Educação matemática:** 8a série. Atual: São Paulo, 2002.

PONTE, J. P. Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de matemática. In: PONTE, J. P. et al. **Desenvolvimento de professores de matemática:** que formação? Lisboa: SPCE, 1995. p. 193-211.

ROBERT, A. Quelques outils d'analyse épistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. In: ÉCOLE D'ÉTÈ DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 9., 1997, Houlgate. France. **Actes...** Houlgate. França, 1997.

SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo:** um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. 2005. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências)–Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2005. Disponível em: <http://servicos.capes.gov.br/capesdw/resumo.html?idtese=20056425003011012P1>. Acesso em: 12 fev. 2008.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Guia curricular para o ensino de matemática.** São Paulo: CENP/SEE/SP, 1971.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática:** ensino fundamental. São Paulo: CENP/SEE/SE, 1986.181 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. **Matemática e questionário:** 8ª série, ensino fundamental: tarde. São Paulo: SARESP, 2007. Caderno de prova do SARESP. Disponível em: <http://saresp.edunet.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matemática/8ª%20série%20EF/2_Tarde/Prova-MAT-8EF-Tarde.pdf>. Acesso em: mar. 2008.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta curricular do Estado de São Paulo:** matemática. São Paulo: SEE, 2008.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research,** v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

______. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Revista de Currículum y Formacíon del Profesorado.** v. 9, n. 2, 2005. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf>. Acesso em: 8 abr. 2008.

TARDIF, M.; LESSARD, C., LAHAYE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação,** n. 4, p. 215-233, 1991.

______. **Saberes docentes e formação profissional.** 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

ANEXO I - INSTRUMENTO 1- PERFIL DOS PROFESSORES

Com objetivo de traçar o perfil dos professores de matemática que freqüentam as reuniões dos grupos de estudo da UNICSUL organizamos este questionário. Procure responder a esta pesquisa individualmente e com fidedignidade. Sua resposta permitirá o planejamento de ações na busca da melhoria de nossos cursos.

Em cada questão marque apenas uma resposta, aquela que melhor corresponda às suas características pessoais, às condições de ensino vivenciadas por você e às suas perspectivas para o futuro.

Gratos pela sua valiosa colaboração.

01 – Dados pessoais e profissionais

Idade ______

Sexo ______

Tempo de magistério _________

É efetivo? ___________________________

Estado civil _______

Número de filhos _______

02 – Em qual das faixas abaixo você calcula estar a soma da renda mensal dos membros da sua família que moram em sua casa?

(A) Até R$ 600,00.

(B) De R$ 601,00 a R$ 2.000,00.

(C) De R$ 2.001,00 a R$ 4.000,00.

(D) De R$ 4.001,00 a R$ 10.000,00.

(E) Mais de R$ 10.000,00.

03 – Qual o meio de transporte mais utilizado por você para chegar à sua instituição de trabalho?

(A) Carro ou motocicleta próprios.

(B) Carona com amigos e vizinhos.

(C) Transporte coletivo (ônibus, trem, metrô).

(D) Bicicleta ou a pé.

(E) Outro.

4 – Qual o grau de escolaridade do seu pai?

(A) Nenhuma escolaridade.

(B) Ensino fundamental incompleto (até a 4ª série).

(C) Ensino fundamental completo (até a 8ª série).

(D) Ensino médio completo.

(E) Superior.

5 – Qual o grau de escolaridade de sua mãe?

(A) Nenhuma escolaridade.

(B) Ensino fundamental incompleto (até a 4ª série).

(C) Ensino fundamental completo (até a 8ª série).

(D) Ensino médio completo.

(E) Superior.

6 – Em que tipo de escola você cursou o ensino médio?

(A) Todo em escola pública.

(B) Todo em escola privada.

(C) A maior parte do tempo em escola pública.

(D) A maior parte do tempo em escola privada.

(E) Metade em escola pública e metade em escola privada.

7 – Que tipo de curso de ensino médio você concluiu?

(A) Comum ou de educação geral, no ensino regular.

(B) Técnico (eletrônica, contabilidade, agrícola, etc.), no ensino regular.

(C) Magistério de 1ª a 4ª Séries (Curso Normal), no ensino regular.

(D) Supletivo.

(E) Outro curso. Qual? ___________________

8- Em que ano você concluiu o ensino médio? __________

9- Qual o curso superior realizado? ____________________

10- Qual a Faculdade? _________________

11 – Ano de término ________________________

12- Faz cursos de Capacitação para ensinar matemática? ______. Quantos fez nos últimos 3 anos ? _______ Oferecidos por __________.

Quais os temas abordados? ____________________________________

13- Que meio você mais utiliza para se manter atualizado sobre o ensino de Matemática?

14 – Quando você costuma ler jornais?

(A) Diariamente.

(B) Duas vezes por semana.

(C) Somente aos domingos.

(D) Raramente.

(E) Nunca.

15 – Que meio você mais utiliza para se manter atualizado sobre os acontecimentos do mundo contemporâneo?

(A) Jornais.

(B) Revistas.

(C) TV.

(D) Rádio.

(E) Internet.

16 – Com que freqüência você utiliza o microcomputador?

(A) Diariamente.

(B) De 3 a 6 vezes por semana.

(C) 1 ou 2 vezes por semana.

(D) Esporadicamente.

(E) Nunca (neste caso, passe para a questão 25.)

17 – Onde você utiliza o microcomputador com mais freqüência?

(A) Em casa.

(B) No trabalho.

(C) Em outros locais.

18 – Como você aprendeu a operar o microcomputador?

(A) Sozinho(a), por tentativas.

(B) Sozinho(a), com bibliografia especializada.

(C) Com orientação, no meu local de trabalho.

(D) Em cursos especializados.

19 – Em qual das situações abaixo você utiliza mais o microcomputador?

(A) Entretenimento.

(B) Trabalhos escolares.

(C) Trabalhos profissionais.

(D) Pesquisa.

(E) Comunicação via e-mail.

20 – De onde você tem predominantemente acessado a Internet?

(A) Da minha instituição de ensino.

(B) Da minha casa.

(C) Do meu local de trabalho.

(D) De outro local.

(E) Nunca tive oportunidade de acessar a Internet.

21–Você se considera um bom “ resolvedor de problemas” ?

(A) Sim, resolvo problemas com facilidade e gosto de resolver problemas.

(B) Sim, resolvo problemas com facilidade, mas não gosto de resolver problemas.

(C) Mais ou menos, resolvo problemas razoavelmente.

(D) Não, pois sinto dificuldades e não gosto de resolver problemas.

(E) Não, só resolvo problemas com auxilio.

22. Por que você procurou a profissão de professor de matemática?

(A) Porque acho que é uma profissão que sempre tem emprego.

(B) Porque acho que ser professora é uma profissão boa para mulheres, pois posso conciliar os afazeres domésticos com a profissão.

(C) Porque acho que serei boa professora, embora as crianças dêem muito trabalho.

(D) Porque gosto de crianças e acho que serei boa professora.

(E) Porque não gosto de Matemática e para ser professora do ensino infantil ou das séries iniciais não é preciso saber matemática.

23 – Com que séries você trabalha?

24 – Com que série você gosta mais de trabalhar?

25 Acho que minha formação na faculdade

(A) atendeu plenamente minhas necessidades

(B) atendeu razoavelmente minhas necessidades

(C) atendeu precariamente minhas necessidades

(D) não atendeu minhas necessidades

(E) não sei responder

26. Quais as disciplinas da faculdade que você considerou essenciais para sua formação profissional?

(A) apenas as que enfocam conhecimentos sobre crianças

(B) apenas as que enfocam conhecimentos sobre a escola

(C) apenas as que enfocam conhecimentos disciplinares

(D) apenas as que enfocam conhecimentos didáticos

(E) as que enfocam conhecimentos sobre a escola, as crianças, disciplinares, da educação no geral e os conhecimentos pedagógicos das disciplinas.

27. Você usa algum software quando trabalha com seus alunos? Qual? Justifique sua resposta.

28- Como você age para buscar conhecimentos sobre um determinado conteúdo que você não tem e precisa para ensinar um determinado conteúdo?

(A) espero que alguém me ensine.

(B) busco na internet ou em livros da disciplina que tratam do assunto de forma mais aprofundada.

(C) busco com professores que já estão atuando e que podem me ajudar.

(D) busco em livros didáticos da série que estou trabalhando.

(E) o que sei sobre as disciplinas que vou ensinar é satisfatório para dar minhas aulas, não preciso aprofundar meus conhecimentos disciplinares.

29. Em que séries você ensina área e perímetro? Justifique.

30. Você conhece as indicações dos PCN sobre o ensino de áreas e perímetros? Cite algumas delas.

31. Como você justifica a presença das noções de área e perímetro nos currículos?

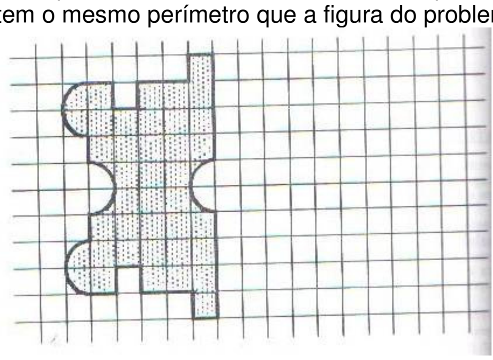
ANEXO II - INSTRUMENTO 2- CONHECIMENTOS CURRICULARES SOBRE AS NOÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO

Dos conteúdos abaixo relacionados indique com X aqueles que você considera importantes de trabalhar com alunos de 5^a a 8^a séries, os que efetivamente você trabalha, em que série, sempre justificando sua resposta.

Título do conteúdo	Considero importante trabalhar com meus alunos	Trabalho com meus alunos	Série em que trabalha	Justificativa
Área do polígono regular inscritíveis e circunscritíveis a uma circunferência				
Perímetro de um polígono				
Unidades padrão de área				
Equivalência de áreas				
Área do retângulo				
Área do quadrado				
Perímetro dos quadriláteros (côncavo, convexo e notáveis)				
Área do círculo e de suas partes.				
Área do triângulo				
Área do losango				
Área do trapézio				
Área do paralelogramo				
Comprimento da circunferência				

ANEXO III - INSTRUMENTO 3- CONHECIMENTOS DIDÁTICOS DAS NOÇÕES DE ÁREA E PERÍMETRO

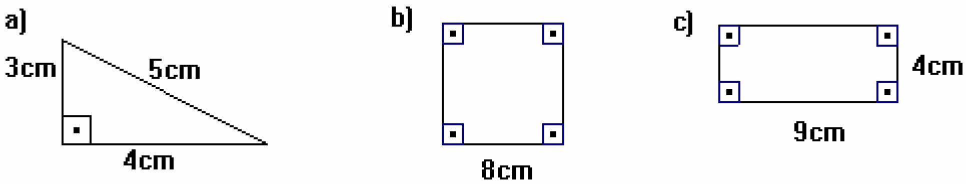
1) Construir um quadrilátero com a mesma área que a superfície hachurada. O retângulo que você construiu tem o mesmo perímetro que a figura do problema? Justifique sua resposta.



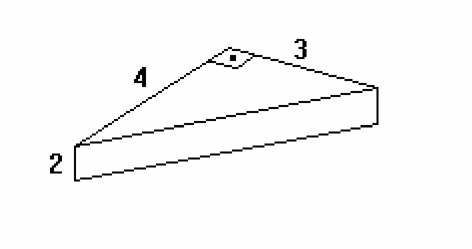
2) Dois retângulos R_1 e R_2 são tais que: a medida da base de R_1 é o dobro da medida da base de R_2; a medida da altura de R_1 é a metade da medida de R_2. Nessas condições é correto afirmar que: A área de R_1 é igual a área de R_2? O perímetro de R_1 é igual ao perímetro de R_2? Justifique sua resposta.

3) O que acontecerá com a área da superfície de um retângulo se dobrarmos, simultaneamente, os lados maior e menor desse retângulo? E o que acontecerá com o perímetro?

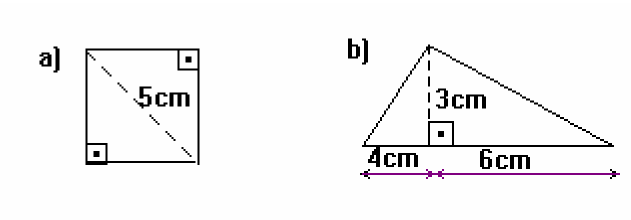
4) Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo:



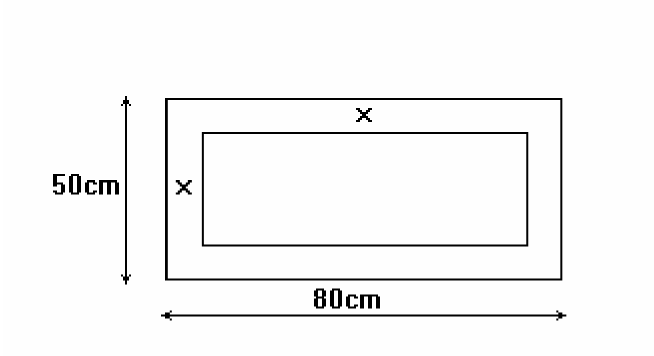
5) A figura ao lado representa um bloco de madeira que tem formato de um prisma triangular, e as medidas são expressas em centímetros. Determine a quantidade mínima (sem deixar dobras) de papel para revestir o bloco de madeira.



6) Calcule a área e o perímetro das figuras abaixo:



7) Um quadro tem forma retangular de dimensões externas 80x50cm. A moldura tem uma largura x uniforme. Calcule a largura, sabendo que a área da região interna a moldura é 2800 cm^2.



8) Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa dizer que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?

____

ANEXO IV – INSTRUMENTO 4- CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS SOBRE ÁREAS E PERÍMETROS

Coloque V ou F

Quadro1- Sobre o conceito de área:
1. A área é o espaço ocupado por uma superfície
2. A área é o número de lajotas necessárias para recobrir uma superfície
3. A área é o número obtido pela aplicação de uma fórmula

Quadro 2- Para todo o tipo de superfícies:
1. O recorte, colagem e uma nova composição dessas partes conserva a área
2. Duas superfícies que têm o mesmo lado possuem a mesma área
3. Duas superfícies que têm a mesma área têm o mesmo perímetro
4. Duas superfícies de mesmo perímetro têm a mesma área
5. A área e o perímetro de uma mesma superfície variam na mesma proporção

Quadro 3- Para superfícies usuais:
1. Dois retângulos de mesma área são idênticos
2. Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e mesma altura relativa à base têm a mesma área
3. Dois paralelogramos de mesmos lados têm a mesma área
4. A medida da área de um retângulo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
5. A área de um paralelogramo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
6. A área de um triângulo é o produto das medidas de seus lados consecutivos
7. A área de um quadrado é proporcional ao comprimento de seu lado
8. Se o lado do quadrado dobrar sua área dobrará também
9. Dois retângulos de mesma área têm o mesmo perímetro
10. Dois retângulos que têm o mesmo perímetro tem a mesma área
11. A área e o perímetro de um retângulo variam na mesma proporção

Respostas

Quadro 1	1		2		3							
Quadro 2	1		2		3		4		5			
Quadro 3	1		2		3		4		5			
	6		7		8		9		10		11	

ANEXO V – Roteiro de Entrevista

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

2 - Por quê nesta série?

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta? (no caso da tarefa solicitar justificativa)

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

7 - Qual dos instrumentos você achou mais difícil? Por quê?

ANEXO VI – TRANSCRIÇÕES DAS ENTREVISTAS

Tarefa 1

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Olha, esta questão 1 acho que 5^a e 6^a séries, conforme falei com minhas colegas, tem muito tempo que não trabalho com 5^asérie, mas acho que eles vão desenvolver rápido essa questão aqui.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque parece mais fácil para eles, tem o desenho é só olhar a medida. Não fica só falando os lados do quadrado, aqui não eles estão vendo, olhando dá para construir.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Na 5^a série acho que é mais para ajudar a compreensão de área e perímetro, aqui já ta bem concreto e não fica tão vago para o aluno.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: Medidas talvez, acho que espaço e perímetro. Deixa eu ver o que mais, proporcionalidade, acho que não né?!

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P004: Uns acho que sim, outros não. Eles não tem o costume de justificar, só tem o costume de copiar e reproduzir. Justificar eles não tem tanta facilidade.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Mobilizável, porque eles tem que pensar um pouco pra reproduzir.

Tarefa 2

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Acho que 7^a e 8^a séries.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque 5^a e 6^a séries eles já acham mais difícil, quando você fala assim e já não dá as medidas e não tem o desenho, são letras R_1 e R_2 e eles não tem tanta noção para fazer o desenho e colocar as letras, aí tem de ter uma noção de proporção.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Trabalhar proporção, noção de dobro desses valores.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: É bom ter noção de razão e proporção, que já viram anteriormente na 6ª série, saber o que é perímetro e área.

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P004: Acho que sim, ele conseguiria porque isso já é para 8ª série.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Disponível.

Tarefa 3

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Bom, essa aqui acho que 6ª série, as vezes até 5ª série já conseguiria trabalhar com ela.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque aqui já fala do retângulo que é uma figura mais comum para eles, já tem noção do que é retângulo porque já ouviram falar na 5ª série, eles já tem noção de área. É uma figura do dia a dia deles.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Olha o objetivo aqui já ta fixando mais o que é área e perímetro e é uma figura comum que eles tenham em sala de aula, o que é mais fácil para eles e também trabalhar as operações como dobro.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: Aqui é só ter noção do que é um retângulo e depois desenvolver a noção de área e perímetro.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Mobilizável, porque só contou para eles a figura.

Tarefa 4

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Na 5ª série.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque já tem as figuras com as medidas e é só eles aplicarem a fórmula mesmo.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Fixar as operações, noção de espaço, perímetro e área. Aqui são mais as operações mesmos, como multiplicação, divisão, operações fundamentais e noção de espaço.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: As operações fundamentais, noções de espaço e área. Saber o que é perímetro.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Essa aqui é técnico.

Tarefa 5

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Só na 8ª série mesmo.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque falta algum dado, para determinar a área tem que usar alguns conteúdos que só se aprende na 8ª série.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Fixar o Teorema de Pitágoras, área, perímetro e trabalhar as figuras geométricas espaciais.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: Ele já tem de conhecer o Teorema de Pitágoras, que é importante, ter noção de areado triângulo e do retângulo e as operações fundamentais, como raiz.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Essa é disponível.

Tarefa 6

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Olha, na 8ª série também.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque em uma das questões tem de usar Pitágoras para achar os dados para calcular perímetro e área.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Fixar o Teorema de Pitágoras, área, perímetro, as operações fundamentais e pra desenvolver o raciocínio lógico.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: O Teorema de Pitágoras que ele tem de usar as medidas e a noção de área e perímetro.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Essa é mobilizável.

Tarefa 7

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Na 8ª série.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque é uma questão mais difícil, o aluno de 5ª e 6ª série não vai conseguir, porque ele vai achar mais difícil para calcular essa área. Aqui ele tem de calcular outras medidas para achar essa área, não está direto.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Aplicar as noções de equações e áreas.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: Vai ter de usar equações de 2º grau e lógico que a noção de área também.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Disponível.

Tarefa 8

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P004: Acho que 7ª ou 8ª séries.

2 - Por quê nesta série?

P004: Porque 5ª e 6ª séries já vão achar mais difícil, não tem o desenho. Não é uma questão direta, não tem o concreto, eles vão ter de fazer o desenho primeiro e depois colocar as medidas.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P004: Trabalhar as noções de medidas, talvez perímetro e as operações fundamentais.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P004: Medidas e operações fundamentais.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P004: Mobilizável.

7 - Qual dos instrumentos você achou mais difícil? Por quê?

P004: Foi analisar as questões do instrumento 3.

Tarefa 1

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Brincando com a 5ª série.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque 5ª série tem uma visão maior de trabalhar os quadradinhos, eles adoram desenhar e contar quadradinhos.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Porque aí eles já iam tendo noção dos contornos, do espaço, de áreas. Daria para eles começarem a pensar em perímetro mais facilmente do que você jogar uma fórmula.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Eles precisam no mínimo saber o que é um quadradinho.

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P005: Eles ficam naquela porque sim, porque não. Ele fica assim porque ainda não foi bem trabalhada esta parte de justificativa

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Acho que é mobilizável.

Tarefa 2

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Começaria lá na 7ª e 8ª séries.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque quando tem muita letra a criança fica perdida.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Para eles começarem a tirar do texto e começarem a passar para uma sentença matemática, para eles começarem a formular.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Ele precisa saber o que é um retângulo, uma base e o que é dobro.

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P005: Sim, se ele já tivesse sido treinado.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Disponível.

Tarefa 3

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Acho que desde uma 5ª série .

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque aqui eles já sabem dobrar, então eles já sabem que um dobra dá dois, então eles já saberiam fazer os desenhinhos.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Para eles chegarem na 7ª série e saber responder uma questão como a dois.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Primeiramente ele tem de saber o que é área, o que é um retângulo, o que é dobro, maior, menor. Saber desenhar corretamente e fazer comparação.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Mobilizável.

Tarefa 4

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Principalmente na 5ª série.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque até então os currículos congelaram e na 5ª série você trabalharia só com as fórmulas em si e não com a área, com o perímetro sim. Mas, eu nunca trabalhei com área na 5ª série.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Aplicação direta de fórmula.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Conhecer todas as figuras, saber que essas unidades são iguais.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Para mim está bem no basiquinho do técnico .

Tarefa 5

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Numa 7ª ou 8ª série, mais na 8ª série mesmo.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque já começa falar em prisma triangular, eles estão acostumados só com aquele papelzinho do retângulo e aqui já vão ter um espaço maior.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Eles saberem o que poderia ser colocado aqui dentro, preenchido corretamente.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Primeiro ele tem de saber o que é um triângulo, depois um prisma, saber onde é a altura e a largura. Saber que isso é um bloco de madeira e não é oco, mas que pode encapar.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Disponível.

Tarefa 6

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Aqui chegaria na 6^a e 7^a séries.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque aqui já vai ter de saber diagonal, Pitágoras. Eu acho que para 5^a série ficaria muito difícil.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Aplicação de fórmulas.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Diferenciar as figuras, saber onde é altura e lado. Conhecer o conceito de diagonal.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Aqui é mobilizável.

Tarefa 7

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: Na 8^a série.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque na 8^a série, o circunscrito já fica mais fácil para eles.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Além deles saberem que área de fora e de dentro faz diferença, para descobrir um jeito fácil de achar a área de cada um.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Primeiro eles tem de ver que um ta dentro do outro. Precisam saber reconhecer as figuras, que isto é um espaço que ele ainda não tem, como ele faria para decobrir.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Disponível.

Tarefa 8

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P005: 7ª série para cima.

2 - Por quê nesta série?

P005: Porque só tem muitas letras, muito texto para eles. Vão ter de desenhar, entender o texto para depois fazer o problema.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P005: Objetivo bem simples, saber quantas polegadas cabem lá dentro e fazer uma simples conta de divisão. Mas até eles descobrirem isso vão ter de descobrir a diagonal, que é polegada.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P005: Saber que a tela é em polegadas, saber que essa polegada da tela pode diferenciar os tipos de telas. Quadrado, retângulo, cada uma vai ter uma diagonal diferente. É preciso saber definições de polegada e a conta de dividir.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P005: Mobilizável.

7 - Qual dos instrumentos você achou mais difícil? Por quê?

P005: Talvez o instrumento 2, porque tem de ser por série e não fica bem definido.

Tarefa 1

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: A partir da 5ª série.

2 - Por quê nesta série?

P006: Porque daria para trabalhar com a questão do conceito de área demarcando com papel quadriculado.Trabalhar com a decomposição de áreas que ele já conhece.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: De repente perceber se o aluno tem o raciocínio lógico para estar visualizando a figura.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Só o conceito de área e multiplicação.

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P006: Acredito que não, porque á uma questão que vem da própria matemática que não pede justificativa. A forma de se ensinar e trabalhar a matemática.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Independente da abordagem que vai se dar eu partiria para o técnico.

Tarefa 2

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: Partiria para uma 7ª série.

2 - Por quê nesta série?

P006: Porque vem trabalhando com a questão da denominação de pontos e aqui o aluno não tem a figura para estar visualizando. Acredito que com a leitura 5ª e 6ª séries não tem abstração para resolver.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Para trabalhar a questão do aluno ir do abstrato para o concreto.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Um pouco de área e perímetro, os conceitos mais básicos.

5 - Você acha que seus alunos sabem justificar essa resposta?

P006: Acredito que sim.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Disponível.

Tarefa 3

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: Na 5ª série daria .

2 - Por quê nesta série?

P006: Porque já andei trabalhando com a questão de área de superfície dentro das figuras bem cotidianas deles.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: A proposcionalidade.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: As noções de proporção.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Mobilizável.

Tarefa 4

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: Na 5ª série.

2 - Por quê nesta série?

P006: Principalmente por estar introduzindo as figuras mais simples.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Mais a questão da aplicação de fórmulas.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Fórmulas.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Técnico .

Tarefa 5

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: Da 5ª série em diante dá para qualquer nível. Mas precisaria da intervenção do professor, não simplesmente lançar o exercício.

2 - Por quê nesta série?

P006:.Para trabalhar a planificação.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Verificar a questão do cálculo, se ele aplica as fórmulas de área e perímetro para resolver, no caso mais a área.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Acho que é só ter a noção de lógica e espaço, e conhecer as fórmulas.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Mobilizável.

Tarefa 6

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: A partir da 5ª série também.

2 - Por quê nesta série?

P006: Porque ela fala de área e perímetro, é o mesmo assunto ainda. Mas daria para estar incluindo a questão do Teorema de Pitágoras que se trabalha mais na 7ª e 8ª série.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Porque se você trabalhar com a questão da fórmula em si o aluno chegam, mas não para fazer a dedução da fórmula, só para mostrar a aplicação. Brincar um pouco de álgebra, aí eu acredito que ele conseguiria.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Bom, na 5ª série para ele desenvolver... Vou até refazer esta resposta, na verdade não daria para 5ª série fazer porque entram conceitos de potencia e radiciação que estariam para eles muito na introdução ainda. Mas a partir da 7ª série estaria tranqüilo este conceito para trabalhar o Teorema de Pitágoras.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Técnico.

Tarefa 7

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: Na 8ª série.

2 - Por quê nesta série?

P006: Seria uma questão que as noções de área e perímetro precisam estar bem formadas e vai também estar envolvendo a questão de produtos notáveis e equação do 2º grau.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Levar de repente ele a reflexão do resultado que ele achou. Que após ele achar o valorzinho de x ele tem que voltar no exercício e refletir qual o significado do valor de x que ele encontrou.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Tem de ter os conceitos fundamentais da matemática bem estruturados, equação do 2º grau e acredito que só.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Disponível.

Tarefa 8

1 - Em que série você desenvolveria esta tarefa?

P006: A partir da 5ª série daria para aplicar.

2 - Por quê nesta série?

P006: Porque com um esquema de resolução simples ele chegaria ao resultado.

3 - Qual é o objetivo de desenvolver esta tarefa nesta série?

P006: Trabalhar razão e proporção.

4 - O que considera importante que seus alunos conheçam para desenvolver esta tarefa?

P006: Divisão e multiplicação, com as quatro operações ele conseguiria resolver.

6 - Que nível de conhecimento esperado dos educandos (técnico, mobilizável ou disponível) você associa esta tarefa?

P006: Mobilizável.

7 - Qual dos instrumentos você achou mais difícil? Por quê?

P006: O instrumento 2, devido a questão da justificativa. A gente se perde no objetivo claro dentro do que e para que eu faço, o que estudo, para a estória de competência e habilidade.