ROSÁLIA POLICARPO FAGUNDES DE CARVALHO

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS PROBABILÍSTICOS EM CRIANÇAS DA 4ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Católica de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador(a): Profª Drª Beatrice Laura Carnielli.

Co-Orientador(a): Profª Drª Tânia Maria de Freitas Rossi.

12,5 cm

C331a Carvalho, Rosália Policarpo Fagundes de.

A formação de conceitos probabilísticos em crianças da 4ª série do ensino fundamental / Rosália Policarpo Fagundes de Carvalho ; orientadora Beatrice Laura Carnielli, co-orientadora Tânia Maria de Freitas Rossi – 2005.

96 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Universidade Católica de Brasília, 2005.

1. Conceitos - formação. 2. Crianças. 3. Probabilidades. 4. Ensino Fundamental. I. Carvalho, Rosália Policarpo Fagundes de, orient. II. Rossi, Tânia Maria de Freitas, co-orient. III. Título.

CDU 159.955.2-053.2

7,5 cm

Ficha elaborada pela Divisão de Processamento do Acervo do SIBI – UCB.

Brasília
UCB

"*Ser professor é, no mínimo, uma obrigação política. Não podemos aceitar uma população de excluídos da Educação e Cultura. Nossa profissão só tem sentido se despertar a consciência social por meio do conhecimento e promover o exercício da razão como forma de libertação*".

Marilena Chauí

Dedico este trabalho:

À Profª Drª Tânia Maria de Freitas Rossi minha gratidão pela competência intelectual, disponibilidade, companheirismo, orientação, sendo muito mais que uma co-orientadora, pois, em nenhum momento ela omitiu sua contribuição e seriedade expressadas em atitudes: éticas, responsáveis e respeitáveis, sempre motivando-me, incentivando-me e promovendo inúmeras reflexões durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus queridos professores Cleyton Hércules Gontijo; Mário Sérgio Ferrari; Maria José Ramos da Silva; Maria Helena Saraiva Rodrigues e Maria Osanette de Medeiros por todo incentivo e colaboração na minha trajetória de graduação. Minha eterna gratidão e admiração a todos vocês que, de forma significativa, desempenharam seus compromissos políticos e sociais e contribuíram muito para a minha formação.

AGRADECIMENTOS

A Deus,
Por me guiar mais uma vez nesta eterna busca pelo conhecimento.

À Profª Drª Tânia Maria de Freitas Rossi,
Pela orientação e apoio em todos os momentos deste trabalho.

À Profª Drª Beatrice Laura Carnielli,
Por me acolher como orientanda na reta final deste trabalho com muito profissionalismo e dedicação.

À Profª Drª Ana Lúcia Braz Dias,
Por me acolher como orientanda no início do curso de mestrado.

Ao Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz,
Pelas sugestões, comentários e críticas que tanto contribuíram para a elaboração e evolução desta pesquisa.

À Profª Drª Celi Lopes Espassadin,
Por suas reflexões que me permitiram construir um novo olhar acerca do raciocínio probabilístico.

Aos meus queridos professores Cleyton Hércules Gontijo, Mário Sérgio Ferrari, Maria José Ramos da Silva, Maria Helena Rodrigues Saraiva e Maria Osanette de Medeiros,
Pelo apoio em todos os momentos desta jornada.

Aos funcionários Mônica, Marieta, Rodrigo e Neide,
Pela atenção e auxílio constantes.

A Harryson Júnio,
Pelas discussões, e oficinas que elaboramos juntos.

A Erondina Barbosa da Silva,
Pelo carinho, amizade e sugestões durante todo o período do desenvolvimento deste trabalho.

À minha amiga fraterna Consuelo Baptista de Deus,
Por sua amizade e companheirismo, pelas sugestões e leituras deste trabalho.

Às minhas amigas Dália, Frizete, Cristina e Magali,
Por me socorrerem sempre nas horas mais difíceis.

Aos colegas e à Direção da Escola Classe 01 de Candangolândia-DF,
Que acreditaram no meu trabalho.

Aos colegas e à Direção da Escola Classe 05 do Núcleo Bandeirante-DF,
Pelo apoio.

Aos meus pais: Dudu Fagundes e Edite; irmãos, cunhadas e sobrinhos especialmente Tácia, Willian e Fabíola Fagundes,
Pelas orações, trocas de idéias e incentivos indispensáveis à realização deste trabalho.

Ao meu querido esposo Almir Carvalho; e em especial, ao meu filho Marcus Vinícius,
Pela paciência, confiança e ausências impostas em decorrência desta pesquisa.

TOCANDO EM FRENTE

(Almir Sater/Renato Teixeira)

Ando devagar
porque já tive pressa
E levo esse sorriso
porque já chorei demais
Hoje me sinto mais forte,
Mais feliz, quem sabe,
Eu só levo a certeza
De que muito pouco sei,
Ou nada sei
Conhecer as manhas
E as manhãs
O sabor das massas
E das maçãs
É preciso amor
Pra poder pulsar
É preciso paz pra poder sorrir
É preciso chuva para florir
Penso que cumprir a vida seja
simplesmente
Compreender a marcha e ir
tocando em frente
Como um velho boiadeiro
levando a boiada
Eu vou tocando os dias pela
longa estrada, eu vou
Estrada eu sou
Todo mundo ama um dia,
todo mundo chora
Um dia a gente chega
e no outro vai embora
Cada um de nós compõe
A sua própria história
E cada ser em si
Carrega o dom de ser capaz
De ser feliz.

RESUMO

Este trabalho objetivou analisar a constituição do conceito científico de probabilidade em alunos da 4ª série do Ensino Fundamental a partir dos conceitos cotidianos por eles desenvolvidos. Utilizamos a perspectiva vygotskiana e o método de análise microgenético, que busca investigar um fenômeno em sua gênese e em seu processo de desenvolvimento. Os participantes foram 23 alunos dessa série. Os dados foram obtidos em três etapas. Na 1ª etapa, aplicamos o teste A com o objetivo de identificar os conceitos cotidianos dos alunos. Esses conceitos detectados serviram de indícios para desencadear o processo para a construção de novos conceitos. Na 2ª etapa, desenvolvemos uma intervenção em sala de aula onde procuramos construir o conceito científico de probabilidade relacionado a outros conceitos e buscamos alcançar níveis mais elevados de abrangência e complexidade em relação aos conceitos cotidianos. Selecionamos como atributos de referência os conceitos de: eventos certos, eventos impossíveis, comparação de probabilidade, eventos independentes, eventos equiprováveis e quantificação de probabilidade. Na 3ª etapa, aplicamos o teste B para detectar se os alunos conseguiam identificar e exemplificar situações de incertezas e as diferenças fundamentais em relação aos conceitos cotidianos identificados. Os resultados indicaram que a maioria das crianças apresentou progresso. No pré-teste, todos os alunos foram capazes de prever eventos certos e impossíveis, mesmo que não soubessem explicitá-los. Cerca de um terço dos alunos souberam comparar as possibilidades, mas tinham limitação para justificar as suas respostas. No pós-teste, todos os alunos identificaram eventos certos e impossíveis, com a respectiva justificativa, bem como a comparação de possibilidades. No tocante ao domínio dos conceitos de eventos independentes e iguais, os resultados foram diferenciados. No pré-teste, 100% demonstraram não ter esses conceitos construídos. Já no pós-teste, 52,17% dos alunos foram capazes de identificar e justificar a ocorrência dos eventos independentes, enquanto apenas 34,78% alcançaram o domínio do conceito de eventos equiprováveis. Em relação à quantificação das probabilidades, no pré-teste todos os alunos demonstraram não ter esse conceito, no entanto, no pós-teste 78,29% dos entrevistados revelaram entendê-lo. A pesquisa mostra a necessidade do professor propor situações-problema que envolvam conceitos probabilísticos de forma inter-relacionada, inclusive com outros conteúdos matemáticos. Por fim, foram feitas sugestões para pesquisas futuras.

Palavras-Chave: Formação de conceitos; Probabilidade; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The present study aimed at analyzing the constitution of the scientific concept of probability among 4th grade elementary school students from their own developed daily concepts. The Vygotskian perspective and microgenetic analysis method, which aim at investigating a phenomenon from its genesis and development process, were used. Twenty-three students from the aforementioned grade participated in the study. The data were collected in three stages. During the first stage, test A was applied with the objective of identifying students' daily concepts. These detected concepts were later used as indication to bring about constriction process of new concepts. In the second stage, a classroom intervention whose purpose was to construct scientific concept of probability, related to other concepts, as well as to heighten the understanding of range and complexity of other daily concepts, was developed. The selected attributes of reference were: Certain events, impossible events, probability comparison, independent events, equiprobable events, and probability quantification. On the third stage, test B was applied in order to detect whether the students were able to identify and exemplify situations of uncertainty and the fundamental differences in relation to the daily concepts which had been identified. The results indicated that the majority of the children progressed. In the pre-test, all students were able to foresee certain and impossible events, even though they could not explicit them. Around one-third of the students could compare the possibilities, but faced limitations when they had to justify their answers. Yet in the post-test, all students identified certain and impossible events, giving their respective justification, as well as the possibility comparison. Regarding the mastering of the concepts of independent and same events, the results were different. In the pre-test, 100% showed having no construction of these concepts. In the post-test, however, 52.17% of students were able to identify and explain the occurrence of independent events, while only 34.78% mastered the concepts of equiprobable event. In regards to the quantification of probabilities, in the pre-test all students demonstrated that they did not grasp this concept, while in the post-test, 78.29% of the interviewed revealed an understanding. The research shows the need for teachers to propose situational problems which involve many interrelated probability concepts along with other math topics. Finally, suggestions for future research were made.

Key words: Concept formation; Probability; Elementary education.

CAPÍTULO 1: O ESTUDO, SEU ESCOPO E OBJETIVOS

1.1. Introdução

O Ensino de Probabilidade vem sendo debatido por educadores tanto nacionais como internacionais. Aqui, no Brasil, ganhou particular relevância na última década. A princípio, foi discutido e conquistou espaço em alguns currículos brasileiros.

Em seguida, começou a se discutir a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Esta elaboração consolidou-se em meados de 1994, fundamentada em estudos das propostas curriculares de estados e municípios brasileiros, na análise realizada pela Fundação Carlos Chagas sobre os currículos oficiais e em informações relativas a experiências de outros países. Foram analisados subsídios oriundos do Plano Decenal de Educação, de pesquisas nacionais e internacionais, dados estatísticos sobre desempenho de alunos do Ensino Fundamental, bem como experiências de sala de aula apresentadas em encontros, seminários e publicações.

Em acréscimo, nos anos 95 e 96, foram realizados diversos debates em todo o país, que contaram com a participação de professores universitários, secretários de educação, educadores do Ensino Médio e Fundamental, representantes sindicais e outros, que mostravam a necessidade de uma política de implementação da proposta educacional incluindo novos programas de formação de professores.

Em 1997, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) concluiu os Parâmetros Curriculares Nacionais referentes às quatro primeiras séries do Ensino Fundamental e só depois conseguiu concluir os que foram destinados para as séries da 5ª à 8ª do Ensino Fundamental, os do Ensino Médio, os da Educação Infantil e também para a educação indígena.

Para a área de Matemática, os PCN recomendam uma prática: “que favoreça a todos os alunos o acesso ao conhecimento matemático que lhes possibilite de fato a inserção, como cidadãos do mundo de trabalho, das relações sociais e da cultura” (Brasil, 1997:52).

Os PCN de Matemática apresentam uma breve análise das reformas e do quadro atual do ensino dessa disciplina. Atribui em ênfase à importância do National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) que, em 1980, fez recomendações para o ensino de Matemática no documento “Agenda para Ação”. Nesse documento, destacam-se: a resolução de problemas, a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos na aprendizagem da Matemática. Essas questões deram novos rumos às discussões curriculares.

Essas idéias influenciaram as reformas curriculares mundiais. As propostas elaboradas no período de 1980/1995 passaram a apresentar alguns pontos de convergência que, em síntese, são:

a) direcionamento do Ensino Fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão;

b) importância no desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;

c) ênfase na resolução de problema, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;

d) **i**mportância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no **Ensino Fundamental,** elementos de **Estatística, Probabilidade e Combinatória,** que indicam a necessidade de abordar esses assuntos;

e) necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação (MEC, 1997: 22).

O Ensino de Probabilidade está inserido no bloco “Tratamento da Informação”. Este bloco integra estudos relativos a noções de Probabilidade, Estatística e Combinatória. Os PCN mostram a necessidade de se trabalhar a noção de Probabilidade já nas séries iniciais. No entanto, para o 1º ciclo, os conteúdos recomendados estão voltados para estatísticas e combinatória. Para o 2º ciclo, os PCN apontam a necessidade de se estudar a exploração da idéia de Probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”, utilização de informações dadas para avaliar Probabilidade; identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais. Sugerem que, nesses dois primeiros ciclos, sejam desenvolvidas atividades relacionadas a assuntos cotidianos dos alunos, sempre partindo de situações-problema em que eles possam desenvolver estudos investigativos. Isso porque, durante as situações-problema, cabe ao professor dar oportunidade a seus alunos de elaborar hipóteses, criar estratégias próprias, estabelecer relações, observar para fazer previsões e dar oportunidade de que algumas noções de Probabilidade sejam desenvolvidas.

Os PCN mostram-nos que a principal finalidade de se trabalhar a noção de Probabilidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental é fazer com que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, proporcionando a identificação de prováveis resultados desses acontecimentos. Cabe, portanto, à escola propor situações que rompam possíveis visões deterministas, trabalhando a noção de acaso e incerteza que se manifestam intuitivamente por meio de situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações de eventos.

Não obstante, trabalhar Probabilidade não configura uma tarefa trivial. Nossa opção em trabalhar com Probabilidade deve-se ao fato de considerarmos que isso pode preencher uma lacuna na escola, que é a de contribuir para a formação de alunos e professores críticos, tendo em vista que, na sociedade atual, vemos com freqüência o uso de tabelas e gráficos de vários tipos, envolvendo dados estatísticos e probabilísticos. É necessário, portanto, que sejamos capazes de ler e compreender esses dados e saibamos questionar a sua veracidade, analisar, contextualizar e utilizá-los como auxílio nas lides no mundo e no exercício da cidadania.

1.2 Tratamento da informação no currículo da Educação Básica das escolas públicas do Distrito Federal, 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental

O Currículo da Secretaria de Educação do Distrito Federal foca a Educação como um fenômeno histórico-social que se dá em toda a existência do ser humano mediante as relações estabelecidas entre as pessoas e as demais manifestações do mundo natural físico, social, tecnológico e espiritual.

Esse documento destaca a importância da proposta pedagógica de cada escola, visando atender "às necessidades específicas dos alunos, voltar-se para a comunidade, na qual se insere, e acompanhar os avanços científico-tecnológicos" (GDF/SEDF, 2000, p.10). Ressalta que o processo de aprendizagem deverá ater-se à "assimilação de conceitos", buscar o desenvolvimento de estruturas cognitivas e se ancorar na Aprendizagem Significativa, defendida por Ausubel, e na Construção de Competências e Habilidades (GDF/SEEDF, 2000, p.11-13).

O Bloco Tratamento de Informação, enquanto modalidade de organização da realidade, se refere a:

> Uma maneira de contextualização que pode ser eficaz para o aprendizado de grandezas e medidas é a utilização do tratamento de informação com a construção de gráficos e tabelas, a partir de dados coletados junto à vivência do aluno, aliado a qualquer outro bloco de conteúdo. Interpretar e analisar diferentes fontes de informação, questionando e fazendo articulação com várias áreas do conhecimento, sendo capaz de resolver problemas do cotidiano (Idem. p. 29).

O currículo destaca a necessidade de que sejam adotados procedimentos adequados e habilidades sejam desenvolvidas para se obter sucesso no tratamento da informação conforme se segue:

Quadro 1: Habilidades e procedimentos no tratamento das informações

SÉRIE	HABILIDADES	PROCEDIMENTOS
1ª série	- Formular hipóteses sobre possíveis resultados de um problema de adição e subtração (p.39).	Elaborando tabelas e gráficos coletivamente a partir da função do número como código na organização de informação, de forma contextualizada (linha de ônibus, telefones, datas de aniversário, calçado, idade etc) (p.39).
2ª série	- Formular estimativas e hipóteses sobre possíveis resultados de situações-problema (p.57).	Coletando e organizando informações para a elaboração de tabelas e gráficos (p.56).
3ª série	- Adquirir noções de análise combinatória previsíveis ou aleatórias a partir de situações-problema (p.78). - Reconhecer as grandezas mensuráveis e estabelecer relações entre unidades de medidas de uma mesma grandeza (p.79).	Organizando e combinando elementos de uma coleção e contabilizando-os usando estratégias pessoais (p.78). Resolvendo situações-problema com idéia de análise combinatória, fazendo desenho, diagramas de árvores, até esgotar as possibilidades (p.78). Levantando hipóteses sobre medidas de objetos pessoais usando instrumentos de medidas convencionais para verificar resultados e construindo tabelas e gráficos a partir dos dados coletados (p.79).
4ª série	- Reconhecer o uso da porcentagem no contexto diário (p.104). - Estabelecer relações entre unidades usuais de mediadas de uma mesma grandeza (p.105).	Comunicando resultados de pesquisas de opiniões por meio de situações-problema, com uso de tabelas e gráficos (p.105). Obtendo e interpretando por meio de situações-problema, a média aritmética. Produzindo textos por meio de interpretação de gráficos e tabelas (p.105).

Fonte: GDF/SEEDF,2000: p.35-124

Podemos perceber que o conteúdo do Quadro 1 revela que, no Currículo do Distrito Federal, pouca atenção é dada ao bloco Tratamento da Informação, pois apenas refere-se à Estatística, reduzida apenas a construções de tabelas e gráficos e é recomendado trabalhar noções de combinatória partindo de situações-problema apenas para 3ª série.

No entanto, o Currículo do Distrito Federal pretende assumir uma perspectiva de sistema aberto, o que significa que o professor pode ir além dos conteúdos recomendados e trabalhar de forma contextualizada, interconectada e multicultural.

De fato, é sabido que o currículo deve refletir o que acontece na sociedade. De acordo com D'Ambrósio (1998; p.200), currículo é a estratégia para a ação educativa e tem de se relacionar com o momento social, tempo e lugar integrado a objetivos, conteúdos e métodos.

Assim sendo, precisamos conceber um currículo que rompa a visão linear e considere a diversidade como elemento fundamental no desenvolvimento.

Nesse sentido, Muniz (2002) alerta-nos que "o estudo de um conceito matemático nos obriga a considerar as múltiplas relações destes com os demais conceitos pertencentes a um mesmo campo epistemológico". O que pressupõe romper com a visão curricular centrada na fragmentação do conhecimento como corrente de pré-requisitos e partir para uma visão de currículo em rede, para a qual se propõem novos paradigmas sustentados em idéias, como interação, relação, integração, conexão, interligação, teia e rede (Pires, 1995).

Trabalhar noções de Probabilidade e Estatística, partindo de situações-problema, elaborando hipóteses, criando estratégias, construindo conceitos, parece integrar tais visões e contribuir para a construção do conhecimento, para a formação de um cidadão crítico, tendo em vista que isto lhe auxiliará em sua leitura de mundo.

1.3 Questões a serem investigadas

Se considerarmos as premissas anteriormente expostas como verdadeiras, devemos nos debruçar sobre a formação do conceito de Probabilidade no Ensino Fundamental, focalizando sua relação com conceitos cotidianos. Neste sentido, perguntamos:

a) Quais são os conceitos cotidianos de Probabilidade que alunos da 4ª série do Ensino Fundamental já construíram antes que lhes seja ensinado o conceito científico de forma sistematizada?

b) Como estes conceitos cotidianos interferem na constituição do conceito científico de Probabilidade?

1.4 Objetivos

Estas e outras questões são relevantes para as construções de conceitos de Probabilidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental e este é justamente o argumento que justifica a proposição do presente trabalho. Nosso intento é, pois, *analisar a constituição do conceito científico de Probabilidade em alunos da 4ª série do Ensino Fundamental e sua relação com os conceitos cotidianos por eles desenvolvidos.* Para alcançar este intento, pretendemos: identificar os conceitos cotidianos de alunos antes que lhes sejam apresentados os conceitos científicos de Probabilidade; identificar os atributos criteriais destes conceitos e níveis de generalização e abstração; criar situações de ensino aprendizagem para a construção de conceitos científicos de Probabilidade em sala de aula; analisar se ocorrem modificações no conceito cotidiano em termos de abrangência de generalização/abstração; e, por fim, porém não menos importante, verificar se os conceitos cotidianos interferem na apreensão dos atributos criteriais dos conceitos científicos de Probabilidade.

CAPÍTULO 2: A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE E A PERSPECTIVA SÓCIO-HISTÓRICA

2.1. A evolução do conceito de Probabilidade

O conceito de Probabilidade refere-se, grosso modo, ao grau ou à medida de possibilidade de um evento ou de uma classe de eventos. A Probabilidade, nesse sentido, supõe sempre uma opção e é a escolha ou preferência concedida a uma dentre as opções possíveis. Do ponto de vista quantitativo é expressa com um número real, cujos valores vão de 0 a 1 (Dicionário de Filosofia: 2000 p. 760).

O conceito de Probabilidade tem sido assunto de debates filosóficos desde as primeiras tentativas de sua formalização. O que é realmente a Probabilidade? Não há um acordo a esse respeito, mas várias interpretações e correntes de pensamento divergentes. Essas interpretações podem ser agrupadas em três tipos básicos: a subjetivista, a freqüentista e a clássica ou *a priori* (Lightner: 1998).

2.1.1 A interpretação subjetivista

Originalmente, a palavra Probabilidade significava "opinião garantida por autoridade". A Probabilidade era a opinião de um juiz, ou de um jesuíta. Logo essas "opiniões" começaram a ser quantificadas, transformando esta análise subjetiva em um contínuo quantificado de graus de certeza, que iam desde a incredulidade total à certeza absoluta. A ciência do cálculo de Probabilidades era, em seu início, vista como a tradução matemática do raciocínio jurídico que permitia ao juiz formular um veredicto perante um conjunto de evidências. Esta prática evoluiu para o que hoje chamamos **Probabilidade subjetiva**.

Nesse jeito de atribuir Probabilidades, continuamos a considerar opiniões. Só temos de prestar a atenção se os números atribuídos seguem as regras da lógica das Probabilidades; caso negativo, essas opiniões não seriam conceitos matemáticos.

Por exemplo: um médico pode determinar, com base em sua opinião, uma Probabilidade de que seu paciente esteja com uma certa doença. Mas essa Probabilidade tem de ser um número de 0 a 1. Além disso, se ele diz que a Probabilidade é 0,9, qual deverá ser a opinião dele quanto à Probabilidade de que o paciente não tenha a doença? Certamente é de 0,1 (ou seja, 1 - 0,9). Qualquer coisa diferente disso não estaria seguindo a lógica.

2.1.2 A interpretação clássica ou *a priori*

Em 1654, quando Pascal escreveu a Fermat, dando sua solução ao "Problema dos Pontos", ele baseou seu cálculo de Probabilidade na simetria do problema. Esse modo de se calcular Probabilidades é conhecido como "Probabilidade *a priori*", ou "Probabilidade clássica", ou ainda "Probabilidade teórica" (Lightner: 1991).

Nesta interpretação, a Probabilidade é expressa como a razão entre o número de casos favoráveis a ocorrência do evento, cuja Probabilidade queremos calcular e o número total de casos equiprováveis possíveis. O modo tradicional de se expressar isso é através da razão que se segue:

$$\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos}}$$

Esta forma de escrever a razão não chama a atenção para o fato de que, para encontrar o número que será o segundo termo da razão – "número total de casos" –, temos de encontrar os resultados equiprováveis do experimento. Se não fizermos isso, a Probabilidade encontrada ficará incorreta. Para não nos esquecermos de que os termos desta razão devem ser trabalhados considerando casos equiprováveis, escreve-se a razão de forma mais explícita:

$$\frac{\text{número de resultados, dentre os que tenham a mesma chance de ocorrência, nos quais o evento acontece}}{\text{número de resultados possíveis que tenham a mesma chance de ocorrer}}$$

Alguns exemplos:

Digamos que queremos determinar a Probabilidade de se obter um número par no lançamento de um dado. Se for razoável supor que podemos considerar que cada lado tem a mesma chance de cair voltado para cima após o lançamento, então, ao calcular a Probabilidade *a priori,* teremos seis resultados possíveis e com a mesma chance de obtermos três números pares.

Dentre esses seis resultados possíveis, temos três números pares.

No entanto, a interpretação clássica apresenta alguns problemas não resolvidos, o da circularidade e o da simetria. A definição clássica diz que a Probabilidade é uma razão entre eventos (eventos favoráveis e total de eventos) em que todos os eventos têm a mesma chance de ocorrer (alguns usam até mesmo o termo “a mesma Probabilidade”). Em última análise, isso não pode ser uma definição de Probabilidade, pois seria uma definição circular – uma definição em cujo enunciado estamos utilizando o conceito que pretendemos definir. É o mesmo que acontece quando se afirma que, por exemplo: "azul é uma cor azulada", o que soa tautológico, circular. Se estivéssemos justamente querendo calcular a Probabilidade de um resultado possível de um espaço amostral, como podemos saber, *a priori*, quais resultados têm a mesma Probabilidade?

Outra desvantagem da interpretação clássica de Probabilidade é que seu cálculo requer que o mecanismo probabilístico apresente simetrias, tais como as duas faces de uma moeda ou as seis faces de um dado. Não é possível utilizar essa interpretação da Probabilidade em situações assimétricas. Por exemplo: se quisermos saber a Probabilidade de um percevejo cair com a ponta para cima ou para baixo, não dá para saber, *a priori*, quais resultados seriam equiprováveis, pois o percevejo não tem uma simetria visível. E isso é verdade para quase todos os problemas da vida real; como usar o conceito de Probabilidade *a priori* quando se quer saber a Probabilidade de a taxa de juros subir amanhã? Ou de chover no próximo fim de semana?

A superação dessas limitações requer toda uma nova abordagem do fenômeno, com o estabelecimento de um conceito mais abrangente, que se calca na experiência e que será exposta a seguir.

2.1.3 A interpretação freqüentista ou freqüencial

Segundo Coutinho (1994), no livro *Ars Conjectandi,* Bernoulli chama a atenção para o fato de que apenas em uns poucos casos podem Probabilidades ser encontradas a *priori* (como na definição clássica de Probabilidade) e logo, em seguida, propõe a interpretação freqüentista ou experimental de Probabilidade.

Bernoulli (apud Coutinho: 1994) discute que, às vezes, não é possível saber, de antemão, que resultados de uma situação de incerteza teriam chances iguais de acontecer. Argumenta que, por outro lado, algumas dessas situações podem ser levadas à experimentação; podem ser repetidas em condições semelhantes diversas vezes. Nesses casos, podemos calcular a Probabilidade freqüencial. Essa Probabilidade é uma aproximação da Probabilidade teórica, sendo essa aproximação tanto melhor quanto maior o número de repetições realizadas.

Como a Probabilidade teórica, a Probabilidade freqüencial também se utiliza de uma razão:

$$\frac{\text{número de vezes, dentre o total de repetições efetuadas, nas quais o evento aconteceu}}{\text{número repetições do experimento aleatório efetuadas}}$$

Note que essa razão é a freqüência relativa do acontecimento do evento, cuja Probabilidade queremos calcular.

No entanto, teoricamente, a Probabilidade freqüencial não é igual à freqüência relativa simplesmente, mas ao limite da freqüência relativa quando o número de repetições tende ao infinito. Foi Von Mises (Lightner: 1991) quem fez essa formalização da Probabilidade como o limite (um conceito de cálculo) da freqüência relativa.

Mas, na prática, como não podemos repetir o experimento um número infinitas vezes, utilizamos a freqüência relativa como Probabilidade freqüencial. Ou seja, na prática, Probabilidade freqüencial equivale à freqüência relativa em um grande número de repetições. É essencial que, ao determinar a Probabilidade experimental de um evento, as repetições sejam realizadas **sob as mesmas condições** e **um grande número de vezes**. É comum repetirmos o experimento, propriamente dito, mas considerarmos que, levando em conta o fato de o “experimento” ocorrer na natureza algumas vezes, de forma semelhante, podemos considerar que as ocorrências sejam “repetições” de um experimento. É o que ocorre quando, como no exemplo dado por Bernoulli, “alguém durante muitos dos anos anteriores observou o clima e notou quantas vezes estava bom ou chuvoso”. É o que faz a meteorologia hoje para atribuir uma Probabilidade à ocorrência de chuva em certo dia, baseia-se nos registros do que ocorreu em dias em que a atmosfera estava semelhante – como se aquele experimento tivesse sido repetido, em condições iguais, pela própria natureza.

2.1.4 Os axiomas de Kolmogorov

Em 1933, o matemático russo Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) apresentou os axiomas da Probabilidade. Ele associou Probabilidade à medida, para poder utilizar o vasto corpo de conhecimento já construído neste domínio, e relegou àqueles que se ocupam de aplicações o difícil problema da natureza da Probabilidade e de sua ligação com o real. Essencialmente, os axiomas de Kolmogorov estabelecem que:

1°) associados aos possíveis resultados de um experimento aleatório, existe sempre um espaço amostral e uma álgebra de eventos;

2°) para todo evento da álgebra, existe um número não-negativo (maior ou igual a zero), chamado de *Probabilidade*, que se atribui a tal evento;

3°) a Probabilidade do espaço amostral é igual a 1;

4°) para quaisquer dois eventos disjuntos (que não compartilham nenhum resultado) a Probabilidade da união deles é igual à soma das suas Probabilidades;

5°) o 4° Axioma é verdadeiro para infinitas uniões, desde que todos os pares de eventos sejam disjuntos.

Estes axiomas não pretendem caracterizar a epistemologia da Probabilidade. São uma abstração, uma formalização do conceito de Probabilidade cuja criação fora necessária para que pudéssemos tratar matematicamente a incerteza e suas propriedades, utilizando-se dos diversos teoremas que se puderam provar a partir desta formalização. Mas não pretendem carregar em si nenhuma discussão da natureza da Probabilidade, nenhuma interpretação particular de como uma Probabilidade deva ser atribuída a um evento (se usando uma visão freqüencial, ou clássica, ou subjetiva). Os axiomas são vazios de interpretação, mas, por outro lado, são vagos o suficiente para permitir que usemos qualquer interpretação que quisermos (desde que na interpretação escolhida os axiomas continuem válidos). Particularmente, nas interpretações que examinamos aqui: clássica, freqüencial e subjetiva, os axiomas valem.

Em qualquer uma das interpretações:

1- a Probabilidade é um número de 0 a 1;

2- a Probabilidade do espaço amostral todo é 1;

3- para quaisquer dois eventos disjuntos (que não compartilham nenhum resultado) a Probabilidade da união deles é igual à soma das suas Probabilidades; como conseqüência disto, a Probabilidade de eventos impossíveis é zero (pois são a união de um evento impossível com o evento certo é o espaço amostral todo, e a soma de suas Probabilidades dever ser igual a 1).

Estas características devem ser válidas para qualquer "Probabilidade", não importa que interpretação estejamos dando a ela.

As três vertentes de interpretação de Probabilidade, ainda que formalizadas, estão ligadas à noção de *acaso* e *intuição*.

Segundo Abbagnano (2000: 11), em relação ao *acaso* pode-se distinguir três conceitos que se entrecruzaram na história da Filosofia. O primeiro conceito é o subjetivista e atribui a imprevisibilidade e a indeterminação do evento causal à ignorância ou à confusão do homem. O segundo, ou conceito objetivista, atribui o evento causal ao mesclar-se e ao entrecruzar-se das causas. Já o terceiro é a interpretação mais moderna, segundo a qual acaso é a insuficiência de Probabilidade na previsão.

Dias (2004:1) chama-nos a atenção para a evolução do conceito de acaso e mostra que muitas das conotações assumidas no início perduram até hoje.

A noção de acaso tem sua origem ligada aos jogos de azar, notadamente na civilização egípcia, primeira dinastia, 3500 a.C. O desenvolvimento, porém, das idéias que formam a base do desenvolvimento da Probabilidade ocorreu bem mais tarde, com Jérome Cardan ("De Ludo Aleae"), Galileu ("Sulla Scoperta dei Dadi"). Em 1494, Fra Luca dal Borgo publica uma obra que enuncia esse problema que só foi resolvido por Blaise Pascal (1623–1662) e Pierre Farmat, a quem podemos, de certa forma, atribuir a origem da exploração científica do acaso e da concepção de Probabilidade (Lightner 1991).

Ainda segundo Lightner, na carta de 29 de julho de 1654, destinada a Farmat, Pascal descreveu a fórmula da Probabilidade de um evento e expõe seu método de resolução para o problema das partes, proposto por Chevalier de Maré (1607–1684), cujo enunciado trata de problema da divisão de ganhos de um jogo que não chegou ao seu final.

Laplace acreditava num determinismo absoluto: "uma coisa não pode começar a ser sem uma causa que a produza", e afirma que "a Probabilidade é relativa, em parte, à nossa ignorância, e, em parte, aos nossos conhecimentos" (Coutinho: 1994).

Ainda de acordo com Coutinho (1994), Henri Poincaré (1864-1912) escreve sobre o equilíbrio e foca a limitação do determinismo de Laplace; "Se um cone repousa sobre sua ponta, nós sabemos que ele vai tombar, mas não sabemos para que lado; nos parece que somente o acaso vai decidir". Henri Poincaré dá, portanto, ao conceito de acaso um enfoque moderno, ligando-o à complexidade dos fenômenos observados, mas sem mudar os instrumentos fundamentais de cálculo de Probabilidade.

Em relação à *intuição,* Kant (Dicionário de Filosofia, 2000: p.554) afirmava que é a representação tal qual seria considerada como a experiência enquanto conhecimento de um objeto presente e, nesse sentido, não é senão percepção. No entanto, em 1968, Peirce refutou Kant e mostrou o conceito de intuição, negando, primeiro, que ela pudesse servir para garantir a referência imediata de um conhecimento ao seu objeto; segundo, que ela pudesse constituir a consciência evidente que o Eu tem de si mesmo; terceiro, que *pudesse* ser capaz de distinguir os elementos subjetivos de outros conhecimentos diferentes. Ao mesmo tempo, Peirce (idem. p. 555.) afirmava a impossibilidade de pensar sem sinais e de conhecer sem recorrer ao vínculo recíproco dos mesmos conhecimentos.

Podemos também ver que outro autor que refuta Kant é Fischebein[1] (1975)

> A certitude ou imediatez que caracteriza a intuição não resulta, como Kant diz, de sua natureza a priori, mas da estabilidade de padrões largamente verificada por meio do contato ativo com a realidade... a intuição probabilística não se desenvolve espontaneamente... De modo geral, intuições não representam meros eventos transacionais: elas constituem processos cognitivos autônomos com funções singulares autônomas.

Fischibein (1975) fez uma revisão das investigações realizadas por psicólogos no âmbito das idéias de Probabilidade. Trabalhou com questões relativas a intuições primárias e secundárias de criança num contexto escolar. Isto significa afirmar que a gênese da noção de Probabilidade encontra-se na intuição.

[1] Tradução livre

Para esse autor, as *intuições primárias* consistem na distinção entre os fenômenos aleatórios e deterministas, sem instrução prévia, e está presente na conduta diária de cada pessoa, mesmo antes dos sete anos de idade. Já as *intuições secundárias* são aquelas que são formadas de maneira sistematizada.

Nesse sentido, Dias (2004: 1) alerta-nos:

> Os conceitos de Probabilidade podem ser aplicados a várias situações de nosso dia-a-dia. Ou seja, não são, a princípio, algo distante do dia-a-dia do aluno. No entanto, as noções informais e intuitivas que as pessoas trazem para a sala de aula sobre a Probabilidade muitas estão em desacordo com o que queremos ensinar. Parece que, sem instrução formal, a tendência das pessoas é a de construir certas idéias equivocadas a respeito de Probabilidade. Podemos dizer que essa teoria é contra-intuitiva.

De acordo com Dias (2003:1), a teoria da Probabilidade não formal pode ser contra-intuitiva porque as intuições primárias que as pessoas constroem a respeito do comportamento de eventos aleatórios contradizem e são muito resistentes ao conceito científico. De qualquer maneira, Fischibein (1975) e Dias (2004) não esclarecem a definição de intuição e seu modo de funcionamento no comportamento humano.

Considerando essa acepção, parece haver um conjunto de características na constituição do conceito cotidiano de Probabilidade que difere dos atributos criteriais do conceito científico ensinado nas escolas. De acordo com Dias e Damasceno (2000), há evidência de que os termos como Probabilidade, acaso, chance e outros termos relacionados a situações de incerteza são compreendidos pelos alunos de forma idiossincrática.

A compreensão da gênese do conceito de Probabilidade, principalmente as noções de acaso e intuição, impelem-nos a esclarecer a relação entre conceito cotidiano e a constituição do conceito científico de Probabilidade.

2.2. O estudo da Probabilidade em Piaget, Inhelder e seguidores

A investigação sobre a capacidade de comparar Probabilidade, por parte de crianças, começa com Piaget e Inhelder (1951), em *A origem do acaso na criança.* Estes autores entendiam que a noção de acaso da criança era ligada à sua noção de causa e efeito. Sem a compreensão de eventos causados, não haveria um ponto de referência para identificar eventos que fossem devidos ao acaso.

Para Piaget e Inhelder (idem), os conceitos de acaso e Probabilidade eram conceitos derivados e secundários, emergindo na busca pela criança da noção de ordem e de suas causas. Essa hipótese é consistente com a idéia que fundamenta a teoria piagetiana de que a principal tarefa da mente é construir meios lógicos de estruturar e, portanto, entender a realidade.

Piaget e Inhelder (idem) utilizaram como instrumento no estudo da noção de acaso em crianças uma coleção de cartas, que têm duas faces iguais, mas podem diferir quanto à outra face a ser marcada ou não com uma cruz. As cartas com cruz são separadas das cartas sem cruz e colocadas sobre a mesa diante do sujeito. Durante o teste o investigador forma com as cartas grupos simples ou mistos que serão objeto de análise do sujeito entrevistado.

Este exame apresenta uma seqüência de itens na qual o sujeito indica se há igual Probabilidade de retirarmos uma carta com cruz nos dois grupos referidos ou se a Probabilidade é maior em um deles. Em seguida, é solicitada uma justificativa de resposta emitida.

Com esse estudo, os autores chegaram à conclusão de que o exame de quantificação de Probabilidades permite a classificação das respostas nos níveis IA, IB, IIA, IIB e III.

As crianças que se encontram no nível IA demonstram uma ausência da habilidade de fazer comparações quantitativas entre os dois montes de cartas, acertando apenas de modo sistemático as questões que envolvem impossibilidade. O sujeito que está nesse nível trabalha apenas com as operações lógicas elementares, ou seja, não há inclusão das partes no todo, susceptível de conservação e disjunção, nem das operações aritméticas, pois somente se resolve com facilidade a comparação de Probabilidade nos casos de dupla impossibilidade, dupla certeza, certeza-impossibilidade.

No nível IB, as crianças investigadas resolvem os casos que dependem de uma só variável. Ainda não são capazes de incluir os casos favoráveis de fazer uma comparação quantitativa entre as partes e o todo.

O nível IIA caracteriza-se pelo êxito nos problemas que implicam a comparação de uma só variável, que podem ser resolvidos mediante comparação aditivas e a dificuldade sistemática nos casos de composição proporcional.

No nível IIB, já existe na criança uma assimilação do acaso às operações formais e aparecem o julgamento de Probabilidade e a construção dos sistemas de combinatória, permitindo determinar o conjunto de casos possíveis e o acesso ao raciocínio proporcional.

De acordo com o estudo, a noção de Probabilidade é constituída em um contínuo estruturado que se inicia com comparações qualitativas e simples, até alcançar o nível de raciocínio proporcional.

Esta investigação inspirou uma série de trabalhos desenvolvidos posteriormente por David Green (1982), Damasceno (1990) e Cañizares y Batanero (1999).

O britânico David R. Green (1982) elaborou o teste "Probability concepts in 11-16 year old pupils", contendo 62 questões, que objetivava detectar as concepções dos estudantes acerca da Probabilidade. Este teste foi fundamentado nos trabalhos de Piaget e Inhelder (1951), Fischibien (1975) e Kanekeman e Tvesky (1982). As questões referiam-se ao acaso, quantificação de Probabilidade, Combinatória, Estatística e algumas expressões utilizadas na linguagem para traduzir os diversos graus de Probabilidade de um evento. A maioria era questões de múltiplas escolhas, mas pedia-se que os alunos justificassem as suas respostas.

Green (1982) aplicou este teste a 3.000 alunos, de 11 a 16 anos, na Inglaterra. Ele utilizou o método de Escalograma de Guttaman e determinou o nível de desenvolvimento nas diferentes idades da amostra, em relação aos estágios propostos por Piaget. Os resultados mostraram que muitos deles sabiam algo sobre Probabilidade e alguns conheciam a linguagem de incerteza, mas a grande maioria não alcançava o nível de desenvolvimento formal. As conclusões mais relevantes foram que o conceito de proporção é fundamental para a compreensão conceitual da Probabilidade e que a utilização e compreensão de termos como *certo ou impossível* é deficiente.

Damasceno (1990), ao replicar os estudos de Green, encontrou que a significação de cada um dos níveis em termos qualitativos não é clara e necessita aprofundamento no sentido de contribuir para preencher lacunas na literatura sobre Probabilidade e estatística e também para melhor auxiliar o ensino nas escolas das noções de Probabilidade, acaso e estatística. Realizou uma pesquisa em que usou uma entrevista semi-estruturada, tendo como ferramenta o questionário elaborado por David Green (1982) sobre as concepções probabilísticas de estudantes, de 10 a 16 anos, na cidade de Quebec, Canadá.

Ele adotou uma metodologia em duas etapas. Na primeira etapa, aplicou o teste para selecionar os sujeitos participantes de diferentes "níveis Green" em Probabilidade. Na segunda etapa, realizou entrevistas clínicas para identificar as concepções probabilísticas de cada nível Green.

Damasceno identificou quatro níveis probabilísticos entre esses estudantes. No nível zero, ele considerou todos aqueles estudantes que demonstraram incompreensão do fato de que os eventos dependentes do acaso não têm necessariamente a mesma chance de acontecer. No nível um, os estudantes demonstraram uma melhor compreensão de que os eventos produzidos pelo acaso não têm necessariamente a mesma Probabilidade de se realizar, mas ainda apresentavam concepções primitivas e estratégias limitadas. No nível dois, os alunos demonstraram um progresso considerável em relação ao ponto de vista das estratégias de resolução utilizada, mas ainda oscilavam e usavam estratégias inadequadas. No nível três, os estudantes fizeram a quantificação sistemática da Probabilidade.

Batanero (1994), à semelhança de Damasceno (1990), investigou a influência do raciocínio proporcional e de crenças subjetivas na comparação de Probabilidade de alunos de 10 a 14 anos. Ela analisou os argumentos dos alunos que permitiram detectar as estratégias usadas por esses alunos e chegou à conclusão de que eles têm dificuldades idênticas tanto para o raciocínio probabilístico quanto para o raciocínio proporcional.

Para esta investigação, Batanero aplicou um questionário escrito (complementando com entrevistas individuais e alguns alunos) em uma amostra de 134 alunos, na faixa etária indicada, que não tinham estudado Probabilidade, de um colégio particular da cidade de Granada, em 1995. O questionário usado foi composto de oito questões apoiadas nos trabalhos de Green (1983) e de Fishbein e Gazit (1984).

Batanero focalizou os seguintes aspectos: o cálculo de proporção é um pré-requisito para a aprendizagem adequada de Probabilidade, mas não é o único, há uma diferença importante entre tarefas; o resultado do problema proporcional pode se referir a um resultado exato enquanto o resultado do outro problema probabilístico implica em grau de incerteza. Considerou, ainda, que elementos subjetivos influenciam a "apropriação" de Probabilidade, e as estratégias que seguem as ações para comparar Probabilidades em atividades contêm esses elementos. O nível de dificuldades em relação aos problemas que não contêm esses elementos e que não contêm essa subjetividade também foi investigado.

Como conseqüência da análise, a autora estabeleceu categorias: A) Comparação de análise de um só variável; A1) Comparação absoluta de casos possíveis; A2) Comparação absoluta de números de casos favoráveis; A3) Comparação absoluta de números de casos desfavoráveis; B) Estratégias de duas variáveis; B1) Estratégias aditivas; B2) Estratégias de duas correspondências; B3) Estratégia multiplicativa; C) Outros tipos; C1) Há referências à sorte; C2) Outras estratégias.

Batanero, com esta investigação, chega à conclusão de que, ao se considerar apenas respostas concretas, pode-se chegar a conclusões errôneas em relação ao raciocínio probabilístico de alunos. Segundo a autora, não há uma coincidência total entre raciocínio e resultado de tarefa, ainda que exista uma relação forte entre o nível de raciocínio proporcional e o êxito de tarefas probabilísticas de um determinado nível. E essas diferenças são devido a:

a) atores do problema que induzem a "situações" de Probabilidade e subjetividade, especialmente nos dois itens usados no questionário de Fischibein, Gazit, Batanero C. y Cañizares (1996);

b) crenças na impossibilidade de associar Probabilidades aos sucessos aleatórios, conforme o enfoque da "abordagem do resultado" de Konold ou mediante a eqüiProbabilidade de Loucoutre (idem);

c) maior fixação nos casos favoráveis, inclusive naqueles problemas que se resolvem mediante a comparação de casos favoráveis (idem).

A autora mostra que esses três mecanismos estão presentes nos problemas de comparação de proporção. O professor deve tê-los em conta ao abordar o ensino de Probabilidade a seus alunos, e não se deter apenas no raciocínio proporcional. Mostra também a necessidade de expor os alunos a situações de experimentos sobre Probabilidade.

No Brasil, há uma escassez de pesquisas que enfocam o trabalho com Probabilidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Ao consultar a bibliografia, encontramos a pesquisa de Lopes (1998), intitulada *Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular*. A pesquisa foi desenvolvida na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (SP) e objetivou *investigar e analisar o ensino de Probabilidade e da Estatística dentro do currículo de Matemática na Escola Fundamental.*

A autora chega à conclusão de que é de suma importância o estudo de Probabilidade e Estatística durante a formação dos alunos, pois isso possibilita a ruptura com uma visão determinista da Matemática. Revela, ainda, que o ensino de Probabilidade e Estatística pode ser um amplo espaço de trabalho pedagógico interdisciplinar e proporciona, através da realização de experimentos, a exploração da idéia de acaso. Realizando observações, registros e representações de dados, os estudantes estarão aptos à leitura e interpretação de informações diferenciadas.

Estas constatações justificam as realizações de novas pesquisas de caráter evolutivo do raciocínio probabilístico. Embora haja uma preocupação com o processo da constituição de conceitos probabilísticos. Alguns estudos constatam alterações na constituição dos conceitos, outros descrevem o fenômeno, mas não buscam a explicitação de sua gênese e transformações nem tampouco analisam a participação dos conceitos cotidianos, no desenvolvimento dos conceitos científicos de Probabilidade.

2.3. A formação do conceito na visão de Lev Semenovich Vygotsky

A perspectiva sócio-histórica preocupa-se em explicar o processo de formação da mente de maneira inter-relacionada com o contexto histórico e cultural. Vygotsky (2001) fundamenta-se no método e nos princípios teóricos do materialismo-dialético para explicitar como se originam as funções psicológicas superiores, dentre elas a formação de conceitos. Ele teve grandes influências de Karl Marx e Friedrich Engels, portanto seus pressupostos teóricos são fundamentados no materialismo-dialético.

Foram as concepções de Marx e Engels sobre a sociedade, o trabalho humano, a linguagem, o uso de instrumentos do homem e os domínios da natureza que serviram de fundamento para a perspectiva sócio-histórica. A partir desses princípios, Vygotsky (2002) desenvolveu um método que permitiu a compreensão do comportamento humano como parte do desenvolvimento histórico geral de nossa espécie.

A essência desse método consiste no princípio de que todos os fenômenos têm uma história que passa por mudanças qualitativas e quantitativas e que as funções psíquicas devem ser estudadas como processos em movimento e em mudança. O movimento é qualidade inerente a todas as coisas, segundo a dialética marxista.

Ao dedicar-se ao estudo genético[2] das funções psíquicas superiores (memória voluntária, formação de conceitos, imaginação, atenção, ações voluntárias, pensamento

[2] O termo "genético" refere-se ao estudo da gênese das funções psíquicas.

abstrato etc), este autor sustentou que esses processos não são inatos, porém formados nas interações do sujeito com o outro social, mais experiente.

O funcionamento psicológico tipicamente humano não é transmitido por hereditariedade, nem é adquirido passivamente quando o sujeito interage com o ambiente externo. O funcionamento psicológico é construído ao longo da vida do sujeito através do processo de interação do homem com o seu meio social, o que possibilita a apropriação da cultura. O conhecimento é constituído no jogo das relações sociais e a noção de Probabilidade também se constrói nessa relação.

A formação de conceitos é um dos temas nos trabalhos de Lev Semionovichy Vygotsky (Rego: 2000), e resume as suas principais teses sobre o desenvolvimento humano: as relações entre pensamento e linguagem, o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, o processo de internalização por meio da mediação semiótica.

Os conceitos são entendidos como um sistema de relações e generalizações contido nas palavras e determinado por um processo histórico cultural. Seu processo de formação pressupõe processos mediados por intermédio de signos.

Para investigar a formação de conceitos, Vygotsky (1989) e seus colaboradores desenvolveram um método denominado de dupla estimulação, que consiste em identificar a trajetória do desenvolvimento do signo percorrida ao longo do processo de formação de conceitos.

O método consiste em dispor diante do sujeito várias figuras geométricas de cores, formas, espessuras e tamanhos diferentes que têm em suas bases palavras artificiais, as quais devem ser agrupadas pelo sujeito, seguindo alguns critérios. Este procedimento teve como objetivo verificar como o sujeito organiza seu comportamento e quais os procedimentos psicológicos que usa ao trabalhar com um signo enquanto mediador do conceito a ser formado.

Os achados do autor mostram que a formação de um conceito passa por três fases: *Fase sincrética, Pensamento por complexo e Conceitos Propriamente ditos.* Cada fase é subdividida em vários estágios.

Os conceitos sincréticos referem-se a modalidades subjetivas e não factuais que o sujeito apresenta ao lidar com um conceito novo. Ele tentará dar significado ao conceito, utilizando características ligadas à sua vida afetiva e subjetiva que não podem ser identificadas objetivamente pelo outro social. É um tipo de pensamento sincrético, que opera com amontoados de características não factuais do objeto a ser conceituado.

No pensamento por complexo, o sujeito prende-se a enlaces reais e imediatos. Não são aprendidos os atributos criteriais do objeto, mas apenas os aspectos superficiais e não relevantes são observados e registrados no processo de significação.

Na terceira etapa, a formação do conceito propriamente dito, o sujeito apreende os atributos criteriais do objeto a ser conceituado, ou seja, enuncia ou demonstra compreender as características fundamentais do objeto que o fazem ser aquilo que é e, ao mesmo, o diferenciam dos demais objetos ou conceitos.

Vygotsky (2001) também investigou os tipos de conceitos utilizando um método experimental que consistia na apresentação de problemas ao sujeito nos quais eram empregadas as palavras "embora" ou "porque". O autor buscava compreender as relações de causalidade e adversidade envolvidas nas sentenças proferidas. As gravuras ilustravam uma seqüência de eventos – início, meio e fim – de textos científicos das matérias programáticas das turmas II e IV de crianças de 1º grau do programa escolar de ciências ou da vida cotidiana. Como resultado dessas análises, ele chegou à conclusão de que os conceitos dividem-se em *cotidianos* e *científicos.*

Os conceitos cotidianos são aqueles construídos com base na observação e na vivência do aluno, em dados contextos sociais. Esses conceitos não são sistematizados, sua constituição ocorre igualmente na interação com o outro social, porém não demanda uma estruturação intencional. Já os conceitos científicos são construídos por meio de ensino sistematizado e nas interações ocorridas no ensino formal. Estes são conscientes, sujeitos ao controle deliberado e fazem parte de um sistema mais amplo.

Os conceitos científicos estão numa escala descendente, ou seja, eles partem de alto grau de generalização e descem até um grau de generalização mais baixo, enquanto os conceitos cotidianos são ascendentes, pois partem de conceitos mais degenerados para conceitos mais generalizados. A formação de conceitos acontece no entrelaçamento dos conceitos cotidianos com os conceitos científicos.

Os conceitos não são assimilados e apreendidos em sua forma final (como se prontos estivessem). O ensino escolar desempenha um papel importante nesse processo. É na escola que a criança toma consciência dos conceitos cotidianos que vivenciou em suas experiências diárias e os confronta com os conceitos científicos construídos e socializados historicamente como conceitos válidos.

De acordo com Vygotsky (1998:72),

> O Ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta o vácuo.

Se o ensino direto de conceitos é impossível, é importante, então, compreender-se sobre a gênese e o desenvolvimento dos conceitos. Com a Probabilidade não é diferente. Há que se compreender a relevância desses conteúdos para a constituição também do cidadão.

Ora, acreditamos que um conceito não se forma através de treinamentos, de exercícios repetitivos ou transmitidos pelo professor ao aluno, colega ou familiar. Acreditamos que a formação de conceitos é uma construção social que se dá através de mediações semióticas e que mobilizam todas as funções psíquicas superiores.

Já vimos que há recomendações anteriores de se trabalhar Probabilidade, partindo-se sempre de situações-problema e de forma integrada com outros conteúdos. Acreditamos que isto venha a contribuir para a construção de conceitos, pois um conceito só é formado diante de várias situações, em que esse aluno possa elaborar hipóteses, criar estratégias e, daí, partir para a generalização, abstração e transferências desses conceitos a outros conceitos com vistas a soluções e formulações de novos problemas.

Nesse sentido, Lopes (2003:2) afirma que:

> A metodologia da resolução de problemas torna-se muito recomendada para o trabalho com Estocástica[3], por torná-lo mais significativo. Ao se estabelecer uma questão de investigação, é preciso optar por estratégias que levem a respondê-la. É necessário organizar, representar e analisar os dados a partir do problema.

Nesta perspectiva, o desenvolvimento e a aprendizagem estão inter-relacionados desde o nascimento da criança. Muito antes de freqüentar a escola, a criança já construiu uma série de conhecimentos sobre o mundo que a cerca (conceitos cotidianos). Ao ingressar na escola outro tipo de conhecimento processa-se (conceitos científicos).

Percebemos que, quando Vygotsky atribui um papel importante à escola, ele está se referindo a uma escola que se preocupa com a transformação, com a idéia de construção,

---

[3] Estocástica – Estudo de Probabilidade e estatística

de elaboração, por parte do indivíduo, dos significados que lhes são transmitidos pelo grupo cultural.

Vemos, portanto, a necessidade de termos em nossas escolas professores que se preocupem em propor situações em que seus alunos cheguem a construções de conceitos. A constituição de um conceito ocorre no processo de internalização, momento de transição do interpsicológico para o intrapsicológico. A operação aparece, primeiro, no nível social e é incorporada ao nível individual. O professor ou o outro social é quem media e propõe atividades explicativas e significativas, a fim de contribuir para a construção do conhecimento do aluno. A construção é, pois, um processo que se desenvolve continuamente.

Assim, a análise do processo de constituição do conceito, como análise evolutiva de qualquer processo psicológico, deve ser olhada e pesquisada como transitória. Via de regra, uma atividade que uma criança pode realizar hoje, individualmente, foi decorrente de alguma intervenção que ontem vivenciara.

Nesse sentido, entendemos que a transformação do desenvolvimento é fundamental para a compreensão da zona do desenvolvimento proximal, postulada por Vygotsky (1993). A *Zona do Desenvolvimento Proximal* é a distância entre o *nível do desenvolvimento real* – que percebemos através das atividades que a criança já consegue realizar sozinha – e o *nível de desenvolvimento potencial ou imediato*, que são as atividades ou os problemas que as crianças só conseguem resolver sob a orientação ou ajuda do outro social. A constituição do conceito pressupõe mediações sistematizadas para transitar do estágio de desenvolvimento potencial ao desenvolvimento real e, por conseguinte, do desenvolvimento real a novo patamar potencial, como prenúncio de um estágio de desenvolvimento real não só dos conceitos, mas de transformação, em uníssono, das funções psíquicas superiores.

De fato, o aprendizado escolar exerce significativa influência no desenvolvimento das funções psíquicas superiores, justamente na fase em que elas estão em amadurecimento. Investigar o processo de constituição de Probabilidade significa estudar o processo pelo qual as interações entre o sujeito e o outro ser social possibilitam a emergência do conceito em questão. Significa, portanto, focalizar a mediação semiótica e a forma de internalização que tem lugar no contexto escolar.

Sob esse foco Rossi (1993) ocupou-se em descrever e analisar a formação do conceito em geral e do conceito matemático em particular, fundamentando-se, principalmente, nos trabalhos de Lev Semionovich Vygotsky. Investigou a função da linguagem natural na constituição do conceito matemático e estabeleceu duas etapas na condução de sua pesquisa: a primeira foi uma réplica do experimento da constituição de conceito artificial desenvolvida pelos colaboradores de Vygotsky e a segunda, o estudo de elaboração categorial na Matemática.

Na réplica do experimento, a autora encontrou todas as etapas de construção do conceito descrito por Vygotsky, focando o processo de mediação semiótica, o processo de internalização durante essa dinâmica e intervenções na Zona de Desenvolvimento Proximal do sujeito para fazê-lo avançar no processo de desenvolvimento dos conceitos. A autora chegou à conclusão de que os alunos, frente a um conceito de Matemática desconhecido, buscam significá-lo através de seu relacionamento com outros signos de linguagem natural já elaborados, ficando claros os movimentos em direção a diferentes níveis de abrangência no processo de generalização. Mostrou, ainda, que o funcionamento da linguagem natural na constituição dos significados na Matemática contempla dois níveis inter-relacionados – o nível da palavra que designa e significa o conceito e o plano das trocas dialógicas, no qual a palavra está imersa.

Rossi (1993:82) chama-nos atenção para o fato de que: “embora o conceito de internalização e de zona de desenvolvimento proximal sejam postulações centrais na obra de Vygotsky, parece ainda haver necessidade de especificação desses conceitos”.

Neste trabalho nosso esforço é o de destacar e trazer à tona os processos que as crianças do Ensino Fundamental utilizam na transição de conceitos cotidianos para os conceitos científicos de Probabilidade. Esta tarefa pressupõe uma metodologia adequada do ponto de vista operacional e metodológico e considera que, no plano das trocas dialógicas, formação do conceito científico, ao ter a ancoragem na linguagem natural, lida, conseqüentemente, com os significados construídos na formação do conceito cotidiano.

De fato, o conceito de mediação é fundamental, uma vez que enfatiza as interações sociais que acontecem entre os adultos e as crianças e sugere que, por um sistema organizado de instrução, o aluno pode ser levado ao desenvolvimento de uma tomada de consciência e de controle voluntário do conhecimento. Esse conceito também revela grandes aproximações com o materialismo dialético, pois Vygotsky, ao estender a noção de mediação homem-mundo pelo trabalho e o uso de instrumento ao uso de signos, afirmou que a relação do indivíduo com o ambiente é mediada. Ou seja, de acordo com esse autor, o sujeito do conhecimento não tem acesso imediato aos objetos e, sim, a sistemas simbólicos que representam a realidade. Portanto, para esse autor, nas relações sociais, os instrumentos e os símbolos fazem a mediação entre o indivíduo e o mundo, sendo o aprendizado considerado fundamental no processo de constituição do ser humano.

CAPÍTULO 3: ASPECTOS METODOLÓGICOS

3.1 Modelo de estudo

Ao se lidar com o advento da constituição do especificamente humano, do ponto de vista da perspectiva histórico-cultural, não se pode resvalar para as postulações cartesianas, adeptas de dualismos clássicos. Há que se considerar uma abordagem metodológica e procedimentos de coleta e análise de dados que estejam em consonância com uma perspectiva epistemológica monista. Para se levar adiante essa investigação, é necessário que nos ancoraremos no método de análise microgenético que busca investigar e explicitar um fenômeno em sua gênese e em seu processo de desenvolvimento. Em outras palavras, significa firmar que o método genético tem como base o movimento tal como o concebe o materialismo dialético. Uma função psíquica que possuía uma dada configuração tende a ser uma outra no presente e poderá ser de uma outra ordem e com propriedades diferentes no futuro (ainda que sejam guardadas as características do velho em sua estrutura). A investigação genética está comprometida justamente com este movimento e, mais, com a focalização concreta e objetiva desse movimento em pessoas ou grupos concretos, contextualizados historicamente.

Para analisar a constituição do conceito científico de Probabilidade e sua relação com os conceitos cotidianos, optamos, pois, por uma abordagem de pesquisa qualitativa.

3.2 A escolha da escola e da turma

Procuramos uma escola da Secretaria de Educação do Distrito Federal. Fomos bem recebidas pela Diretora, que nos apresentou algumas professoras, com quem conversamos e mostramos nosso desejo de desenvolver a pesquisa nesta escola. Uma delas se dispôs para que a pesquisa fosse realizada em sua sala de aula, pois já vinha construindo um novo olhar para o ensino da Matemática, enquanto aluna do curso Pedagogia para Início de Escolarização - PIE.

3.2.1 Caracterização da escola

Trata-se de uma escola pública do Distrito Federal, localizada na Quadra 05/07 – Área Especial – Candangolândia-DF, e que conta com 17 salas de aula, funcionando em três turnos: matutino, vespertino e noturno. O turno matutino dispõe de quatro turmas das séries iniciais do Ensino Fundamental, três turmas de educação infantil e sete turmas de 5ª série do Ensino Fundamental. O turno vespertino tem seis turmas das séries iniciais do Ensino Fundamental e três turmas de Educação Infantil. O noturno funciona com turmas do 1º e 2º segmento do EJA – Educação de Jovens e Adultos. A escola tem um total de 1.042 alunos.

3.2.2. Os sujeitos participantes da pesquisa

Os participantes foram 23 alunos de 4ª série do Ensino Fundamental. Esses sujeitos tinham de 10 a 13 anos de idade. Alguns desses alunos eram provenientes de camadas consideradas economicamente médias, mas a maioria era de classe de baixa renda. Muitos deles são filhos de carroceiros e chacareiros que moram nos arredores de Candangolândia. De um modo geral, não existem problemas quanto à freqüência às aulas. Os nomes das crianças usados nesta pesquisa são fictícios. A professora tem 18 anos de regência, está concluindo o PIE e mora no Cruzeiro-DF. Trabalha nesta escola há cinco anos.

3.2.3 Instrumentos

Para verificar a constituição do conceito científico de Probabilidade nos alunos da turma selecionada e a relação desses conceitos com os conceitos cotidianos já desenvolvidos, foram utilizados, como instrumentos de coleta de dados, um teste com provas A e B, um roteiro de observação e intervenções feitas em sala de aula.

O teste com provas A e B apresentava algumas questões elaboradas a partir da questão 6 do *Probability Concepts Test*, de Green (1982). A questão 6, no teste de Green, refere-se à “comparação de possibilidades”. A questão original tem cinco itens, todos utilizando o mesmo contexto, que Green considera “familiar”: bolas coloridas em sacolas. Há diferenças entre o teste aplicado por Green (1982) e o teste usado nesta pesquisa. Green, ao aplicar o teste, deu um tratamento quantitativo e, como objetivamos captar movimentos na constituição de conceitos, optamos por um tratamento qualitativo.

O teste A continha seis situações-tarefa com os objetivos de verificar se o aluno havia construído: o conceito de certeza numa situação de possibilidade; o conceito de impossibilidade comparação e ordenamento em graus de possibilidade (sem necessariamente atribuir um número ou uma Probabilidade aos graus de possibilidade); o conceito de independência identificação de eventos equiprováveis (o aluno não precisaria utilizar o termo "equiprovável", mas um outro termo significando a mesma chance de acontecer); quantificação em graus de possibilidades de eventos impossíveis, possíveis e certos *(ver* descrição das situações-tarefa no Anexo III).

O teste B também continha seis situações-tarefa semelhantes ao teste A (ver Anexo II) e teve como objetivo auferir o conceito de Probabilidade. Para tanto, procuramos observar a explicitação dos conceitos inter-relacionados no pensamento probabilístico que os alunos elaboravam.

Também utilizamos, como instrumentos, o roteiro para a aplicação dos testes (ver descrição no Anexo I).

Na intervenção utilizamos bolas coloridas, sacos, roletas, moedas, potes e dados. Procuramos partir sempre de situações-problema[4] e captar o entrelaçamento dos conceitos cotidianos com os científicos. A descrição das atividades e seus objetivos encontram-se no Anexo IV.

3.2.4 Etapas da pesquisa e procedimentos adotados

Consoante com o princípio teórico-epistemológico adotado, nossa intenção foi captar movimentos do desenvolvimento do conceito em sua transição da situação do conceito cotidiano para o conceito científico. Como tal, a pesquisa pressupôs uma primeira fase, em

[4] Algumas atividades usadas foram encontradas na dissertação de mestrado da Profª Celi Lopes, outras foram tiradas do Projeto Fundão da UFRJ e de livros didáticos e, ainda, outras foram situações-problema elaboradas pela professora regente e a pesquisadora.

que pretendíamos apreender os conceitos cotidianos já constituídos pelos alunos através de um teste (prova A).

O teste A foi aplicado individualmente às 23 crianças que participaram da investigação. Em seguida, realizamos uma intervenção mediada semioticamente para que os alunos constituíssem o conceito científico de Probabilidade. Antes e durante a nossa intervenção, em sala de aula, tivemos vários encontros com a professora para o planejamento das situações didáticas, envolvendo atividades para que os alunos fossem capazes de formar os seguintes conceitos:

<u>Identificar situações de incerteza</u>: dadas situações de incerteza, os alunos devem compreender que os resultados dependem do acaso, que não dá para saber com certeza qual será o resultado. Note que o termo "acaso" não precisa ser claramente definido. Outros termos semelhantes, que sejam mais familiares ao aluno, podem ser usados – como "sorte" ou "chance".

<u>Dar exemplos de situações de incerteza</u>: o aluno deve ser capaz de dar exemplos de situações de incerteza.

<u>Identificar eventos impossíveis</u>: o aluno deve ser capaz de, dado um experimento aleatório como situação-problema, categorizar um evento impossível (ou seja, um resultado que, dentro daquela situação, jamais ocorrerá) como tal.

<u>Dar exemplos de eventos impossíveis</u>: o aluno deve ser capaz de dar exemplos de eventos que sejam impossíveis dentro de um experimento aleatório, ou seja, resultados que não podem ocorrer naquela situação dada (podem até ocorrer em outras situações. O que importa é que o aluno saiba discriminar que, para aquele experimento, aquele evento é impossível como resultado).

<u>Identificar eventos certos</u>: o aluno deve ser capaz de dado um experimento aleatório como situação-problema, categorizar um evento certo (ou seja, um resultado que, dentro daquela situação, acontecerá com certeza) como tal.

Dar exemplos de eventos certos: o aluno deve ser capaz de dar exemplos de eventos que sejam certos dentro de um experimento aleatório, ou seja, resultados que acontecerão com certeza se fizermos aquele experimento (ou situação-problema). Novamente, o importante é que o aluno saiba discriminar que, para aquele experimento, aquele resultado acontecerá com certeza (talvez tomando como referência outro experimento, aquele resultado pode não ser certo).

Comparar e ordenar graus de possibilidade: Dados dois ou mais experimentos aleatórios, o aluno deve ser capaz de dizer em qual deles um determinado evento tem mais possibilidade de ocorrer (sem necessariamente atribuir um número, ou uma Probabilidade, aos graus de possibilidade).

Dado um experimento aleatório e dois resultados possíveis deste experimento (dois eventos), o aluno deve ser capaz de dizer qual tem maior possibilidade de ocorrer.

Utilizar o conceito de independência: o aluno deve construir a noção de que o resultado de um experimento não afetará o resultado de outro experimento, se estes forem independentes. Da mesma forma, o aluno deve construir a noção de que certas informações, como sua predileção pessoal, sua sorte, ou outros atributos subjetivos, não devem afetar sua avaliação da possibilidade de um evento (que destas sejam independentes).

Definir um espaço amostral: o aluno precisa, dado certo experimento, ser capaz de elencar quais os resultados possíveis de serem obtidos. Ele não precisa conhecer o termo "espaço amostral", apenas fornecer um possível espaço amostral válido para um certo experimento (o que, como já vimos, pode ser feito de várias formas: um mesmo experimento pode ter vários espaços amostrais válidos, que tenham sido formulados de maneiras diferentes).

Definir um espaço amostral equiprovável: o aluno deve ser capaz de fornecer o espaço amostral de dado experimento onde os elementos sejam equiprováveis. Veja que, neste caso, há apenas um espaço amostral equiprovável possível. Lembremos também que isto só será pedido ao aluno em situações em que seja possível calcular a Probabilidade *a priori* (ou seja, situações que tenham alguma simetria). Novamente, o aluno não precisa conhecer o termo "equiprovável". Podemos utilizar o termo "que tenham a mesma possibilidade de acontecer".

Quantificar graus de possibilidade: estes itens dizem respeito já à quantificação, à atribuição de um número, uma Probabilidade, a certo grau de possibilidade.

Quantificar a Probabilidade de eventos impossíveis: o aluno que cumprir este item será capaz de dizer que um evento tem Probabilidade zero (quando este for impossível).

Quantificar a Probabilidade de eventos certos: o aluno que cumprir este item será capaz de dizer que um evento tem Probabilidade um (quando este for certo).

Quantificar a possibilidade de eventos nem impossíveis nem certos: o aluno será capaz de quantificar um evento possível.

As atividades foram constituídas por situações-problema que possibilitaram a formação de conceitos científicos de Probabilidade, a partir do conceito cotidiano. Buscamos alcançar níveis cada vez mais elevados de abrangência e complexidade em relação aos conceitos cotidianos. Os alunos tiveram a oportunidade de formular hipóteses, criar estratégias próprias e explicitá-las.

Por fim, aplicamos a Prova B, a fim de averiguar as possíveis mudanças na formação de conceitos dos alunos.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS

Os resultados do estudo serão apresentados em três etapas. A primeira diz respeito à sondagem dos conceitos cotidianos; a segunda, às intervenções realizadas em sala de aula com o objetivo de formar os conceitos científicos; e a terceira refere-se à relação entre os conceitos cotidianos e os científicos formados.

4.1 Resultados dos conceitos cotidianos

Conforme mencionado, para apreensão dos conceitos cotidianos já constituídos foi aplicado um teste (Prova A) que continha seis situações-tarefa acerca de incertezas relacionadas a objetos concretos (ver descrição do teste no Anexo I) e questionamentos orais sobre aquelas situações. Em todas as situações-tarefa usadas, após a resposta do aluno, buscamos compreender o movimento e a lógica em relação ao fenômeno em pauta.

Apresentaremos um quadro síntese dos conceitos cotidianos manifestados pelos alunos investigados e, a seguir, discutiremos os resultados encontrados.

Quadro 2: Conceitos cotidianos dos alunos

CONCEITOS	**SIM**		**NÃO**	
	N	**%**	**N**	**%**
Conceito de evento certo	23	100		
Conceito de eventos impossíveis	23	100		
Comparação de possibilidades	8	34,78	15	65,22
Conceito de eventos independentes			23	100
Conceito de eventos iguais			23	100
Quantificação de Probabilidades			23	100

A primeira situação-tarefa teve como objetivo verificar as noções e o nível de desenvolvimento do conceito de evento certo constituído cotidianamente pelo aluno, dada uma situação de incerteza.

Todos os 23 alunos apresentaram conceitos cotidianos de eventos certos e de eventos impossíveis. Dada uma situação aleatória, todos foram capazes de afirmar que havia um resultado almejado que, com certeza, iria ocorrer. De maneira análoga, souberam prever a impossibilidade de um evento não acontecer.

O material usado na primeira situação-tarefa foi balas de abacaxi e duas caixas. Márcio, por exemplo, fez a composição das caixas com a orientação da pesquisadora. Em uma caixa foram colocadas dez balas de morango e sete balas de abacaxi e, na seqüência, foram formuladas algumas perguntas críticas.

Destacaremos partes de alguns diálogos estabelecidos entre Márcio (M) e a pesquisadora (P).

> "P: – Bem, nós vamos fazer um jogo. Ganha esse jogo quem tirar uma balinha de morango sem olhar. Então, aqui, eu tenho duas caixas. Nessa caixa eu vou pedir para você colocar dez balas de morango. Coloca para mim, por favor, dez balas de morango.
> M: (Coloca as dez balas, sempre pegando de duas em duas).
> P: – Nessa mesma caixa você coloca sete balas de abacaxi.
> M: (Coloca as balas solicitadas pela pesquisadora).
> P: – Nessa outra caixa você vai colocar 17 balas de morango.
> M: (Coloca as 17 balas na caixa).
> P: – Qual das caixas você vai escolher para retirar uma bala de morango sem olhar?
> M: – Essa. (Apontando para a caixa que só tem balas de morango).
> P: – Por que você não escolheu essa? (Referindo-se à caixa que está composta com balas de morango e de abacaxi).
> M: – Aqui só tem balas de morango."

Podemos perceber que Márcio aplica o conceito em situações práticas, o que significa que ele já tem algo construído, mesmo não tendo consciência disso e não sendo capaz de enunciar o conceito. Para ele escolher a caixa que só tinha balas de morango, não precisou ter a noção de quantificação de Probabilidade, mas afirmou que, nessa situação, ele, com certeza, tiraria uma bala de morango.

A segunda situação-tarefa teve como objetivo verificar as noções e o nível de desenvolvimento do conceito de impossibilidade construído cotidianamente pelo aluno, dada uma situação de possibilidade. Utilizando as mesmas caixas anteriores, foi perguntado aos alunos se haveria chances de se tirar uma bala de banana.

Vejamos algumas respostas de Camila (C) e Ivo (I)

"C: – Não... aqui não tem bala de banana".
"I: – Uai... como tirar, se aqui só tem balas de morango e de abacaxi?"

As crianças demonstraram ter noções de evento impossível, mas, assim como no conceito de evento certo, elas também ainda não enunciavam ou demonstravam compreender as características fundamentais do conceito, ou seja, as crianças não precisavam ter noções de quantificação de Probabilidade para responderem que não há como se tirar uma bala de banana de uma caixa que só tem balas de morango e de abacaxi.

A terceira situação-tarefa tinha como objetivo verificar se o aluno comparava e ordenava graus de possibilidade (sem necessariamente atribuir um número ou uma Probabilidade aos graus de possibilidade). Foi o que ocorreu com Aldo (A):

"P: – Vamos jogar com esta roleta. (A pesquisadora pega uma roleta dividida em três partes, sendo que uma representa ½ cor amarela e as outras duas, ¼ vermelha e ¼ preta). Ganha esse jogo quem acertar em qual das cores esse ponteiro vai parar. Qual das cores você vai escolher para ganhar esse jogo?
Aldo: – A amarela.
P: – Por que você escolheu a amarela?
Aldo: – Porque a amarela é maior.
P: – Então, se ela é maior, há mais chance de você ganhar? É isso?
Aldo: – Não sei...
P: – Vou escolher a vermelha, já que você escolheu a amarela. (A pesquisadora gira o ponteiro e esse cai na cor vermelha). E aí?
Aldo: – Então, a senhora ganhou.
P: – É a sua vez.
Aldo: (Joga e cai na cor amarela).
P: – E agora?
Aldo: – Empatei (risos).
P: – Mas o que eu quero saber é se você acha que as chances do ponteiro parar em uma dessas cores são iguais ou se tem alguma dessas cores que tem mais chance?
Aldo: – A amarela tem mais chance.
P: – Por quê?
Aldo: – Porque ela é maior."

Sem necessidade de ajuda, Aldo é capaz de determinar o grau de possibilidade por intermédio de raciocínio de comparação. Ao perceber que a "região" amarela é maior, conclui, sem dificuldade, que as chances do ponteiro cair nessa região são igualmente maiores. Não obstante, não há explicitação verbal das operações. Ao tentar compreender as operações mentais de Aldo, fica patente que, a despeito da pesquisadora ter ganhado o jogo em uma rodada, Aldo manteve sua resposta em relação ao maior grau de possibilidade de o ponteiro parar na região amarela. Vale ressaltar que ele não indicou o grau de possibilidade do ponteiro parar nas regiões vermelha e preta, o que demonstra que ele, igualmente, não possui ainda a quantificação de possibilidades.

Vejamos parte de outro diálogo, cuja protagonista foi Camila (C):

> “P: – Ganha esse jogo quem acertar em qual das cores esse ponteiro vai parar. Qual das cores você vai escolher para ganhar esse jogo?”.
> C: – A amarela.
> P: – Por que você vai escolher a cor amarela?
> Camila: – Porque ela é maior.
> P: – Você acha que a chance de parar na cor amarela é maior?
> C: (balança a cabeça afirmando que sim).
> P: – E se eu escolher a cor vermelha, você vai considerar o jogo justo?
> C: – Não.
> P: –- Por quê?
> C: –.Porque eu tenho mais chance de ganhar de você.
> P: – Então, vou escolher a vermelha. (A pesquisadora gira o ponteiro que cai na cor vermelha). E aí?
> C: – Você está na frente do jogo, quero ver se eu empato. (Gira o ponteiro e cai na cor vermelha novamente). Olha para a pesquisadora e afirma: – Mas se eu jogar muitas vezes, vai sair mais na cor amarela, porque essa cor é duas vezes essa preta ou essa vermelha.
> P: – Então, a cor amarela é a que tem mais chance de ser onde esse ponteiro poderá parar?
> C: – Tem sim.”

Podemos perceber que Camila parece não compreender a noção de quantificação de Probabilidade, deixa-se levar pela percepção imediata, mas consegue resolver de maneira prática a tarefa, sendo, portanto, capaz de determinar o grau de possibilidade por intermédio de raciocínio comparativo.

Diante dessa situação-tarefa, 15 crianças mostraram que estavam aptas a lidar com a comparação de Probabilidade. Não indicaram o grau de possibilidade do ponteiro parar nas regiões vermelha e preta por não possuírem ainda a quantificação de possibilidades. Outras oito, no entanto, ainda não foram capazes de determinar o grau de possibilidade por intermédio de raciocínio comparativo.

Vejamos o diálogo com Zacarias (Z), a título de ilustração desse grupo.

> “P: – Vamos jogar com essa roleta. (Pesquisadora pega uma roleta dividida em três partes, sendo uma parte que representa ½ cor amarela e as outras duas partes ¼

vermelha e ¼ preta). Ganha esse jogo quem acertar em qual das cores esse ponteiro vai parar. Qual das cores você vai escolher para ganhar esse jogo?
Z: – Qualquer uma.
P: – Por que você vai escolher qualquer uma?
Z: – Ah! Então escolho a vermelha.
P: – Você acha que a chance de parar na cor vermelha é maior?
Z: – Tem que parar em uma dessas cores, então escolho a amarela.
P: – Por que a amarela?
Z: – Sei lá... Acho que é porque ela é maior.
P: – Você acha que tem mais chance de parar na cor amarela?
Z: – Parece que é.
P: – E se eu escolher a cor vermelha, você vai considerar o jogo justo?
Z: – Como assim?
P: – Se eu escolher a cor vermelha, você acha que as chances são iguais para nós dois?
Z: – Não. Acho que eu tenho mais chance.
P: – Então, eu vou escolher a cor vermelha e você vai escolher a amarela. (A pesquisadora gira o ponteiro e este cai na cor amarela). E agora?
Z: – Beleza! Vou ganhar de você. (Gira o ponteiro e ele pára na cor vermelha).
P: – E agora, o que você me diz?
Z: – É, a cor amarela é maior, mas pode cair em qualquer cor.
P: – Por que? As chances são iguais?
Z: – Caiu primeiro bom para mim... Depois, era para ser bom pra mim de novo e caiu para você.
P: – Então, as chances são iguais?
Z: (continua pensando...).
P: – Tem aqui nessa roleta alguma dessas cores com maior possibilidade de onde esse ponteiro possa parar?
Z: (balança a cabeça dizendo que não. Depois, um pouco confuso, diz: – É ... mas eu pensei que ia ganhar...
P: – Por que você achou que iria ganhar?
Z: – Não sei...
P: – A cor amarela tem mais chance?
Z: – Sei lá... Parece que é igual para qualquer um dos dois."

Em um primeiro momento, a criança pareceu ser capaz de determinar o grau de possibilidades por intermédio de raciocínio comparativo, pois afirmou que a cor amarela teria mais chance, pelo fato de essa cor ser maior. Caso a pesquisadora escolhesse a cor vermelha, o jogo não seria justo, porque ele teria mais chance de ganhar.

Mas, ao jogar e cair na cor vermelha, o aluno demonstrou não ter ainda um raciocínio estocástico, pois, para ele, ter maior chance significa que seria certo cair na cor amarela, e não que seria mais provável, tendo em vista que a cor amarela era maior e a chance era igualmente maior. Zacarias pareceu não perceber, portanto, a diferença do "mais provável" e do "evento certo", o que o levou a afirmar que as chances seriam iguais para qualquer uma das cores.

A quarta situação-tarefa teve como objetivo investigar as noções e o nível de desenvolvimento do conceito cotidiano de independência, em uma situação de possibilidade. O material usado foi uma moeda. O pensamento exibido por Beatriz (B) é prototípico do grupo como um todo:

> "P: – Uma moeda é lançada cinco vezes e sai cara. Na sexta vez, é mais provável que saia cara ou coroa?"
> B: – Eu acho que vai sair coroa.
> P: – Por quê?
> B: – Ah... Cara já saiu cinco vezes, agora é a vez de sair coroa.
> P: – Então, joga.
> B: (joga e sai cara).
> P: – E aí?
> B: – É... saiu cara. (Joga novamente e sai cara). Olha para a pesquisadora e diz: – Essa moeda só dá cara. Vou jogar novamente. (Tenta três vezes, aí sai coroa).
> P: – A que conclusão você chega?
> B: – Como assim?
> P: – Você continua achando que o fato de ter saído cinco vezes cara não pode sair cara pela sexta vez?
> B: – É difícil... Só se tiver muita sorte".

Beatriz mostrou que não conseguia compreender que as chances são iguais tanto para "cara' quanto para "coroa" e acreditava que ter saído cara cinco vezes consecutivamente interferiria no resultado da próxima jogada. Esse raciocínio é possível porque Beatriz não constituiu ainda o conceito de eventos independentes.

Tal como Beatriz, os 23 alunos entrevistados pareceram não ter desenvolvido ainda um raciocínio probabilístico. Alguns atribuíam o evento à sua predileção pessoal e ao fator sorte; outros pareciam estar querendo "adivinhar" o resultado da jogada e não conseguiam responder em termos de Probabilidade.

Os dados mostraram-nos, ainda, que todas as crianças de 4ª série do Ensino Fundamental que foram investigadas não constituíam conceitos cotidianos de eventos independentes, nem de eventos iguais, assim como não estavam aptas a lidar com a quantificação de possibilidades naquele momento, conforme ilustrará a análise da quinta e sexta situação tarefa.

A quinta situação-tarefa teve como objetivo verificar se os alunos sabiam identificar eventos equiprováveis, ou seja, que tenham a mesma chance de acontecer. O modo de funcionamento de Danilo (D) e Zacarias (Z) pode nos auxiliar a caracterizar o movimento e as possibilidades de resolução de tarefa das demais crianças investigadas naquele momento.

> “P: – Vamos observar estes potes. Neste pote, você coloca duas balas de morango e três balas de abacaxi. No outro pote, você vai colocar quatro balas de morango e seis balas de abacaxi. Qual dos potes você escolherá para retirar uma bala de morango sem olhar?
> D: – Esse (apontando para o pote que tem duas balas de morango e três de abacaxi).
> P: – Por que você escolheu este?
> D: – Porque acho que aqui tem mais balas de abacaxi, então é mais difícil sair a de morango (referindo-se ao pote que tem seis balas de abacaxi).”

Percebemos que Danilo ainda não estabeleceu relações equiprováveis entre evento e, por isso, escolhe a opção que lhe parece ser mais fácil para conseguir tirar uma bala de morango, ou seja, ainda não desenvolveu o conceito de eventos de possibilidades iguais.

Vejamos parte de outro protocolo:

> “P: – Qual dos potes você vai escolher para retirar uma bala de morango sem olhar?
> Z: – Esse (apontando para o pote que tem duas balas de morango e três de abacaxi).
> P: – Por que você escolheu esse?
> Z: – Porque nesse outro tem muita bala de abacaxi e aí atrapalha mais.”

A criança usou estratégias limitadas ao não considerar variáveis simultâneas e se prendeu na observação simplesmente da quantidade de balas de abacaxi, por não conseguir formular um conceito aproximado de possibilidades iguais de ocorrência de um evento.

Por fim, a sexta situação-tarefa foi apresentada com o objetivo de pesquisar as noções e o nível de desenvolvimento das crianças, envolvendo a quantificação dos graus de possibilidade de eventos impossíveis, possíveis e certos. Foram formuladas várias perguntas sobre as chances de aparecer um determinado número ao se arremessar um dado. Destacamos trechos do protocolo de Hugo (H) para ilustrar a tendência do raciocínio das crianças.

> “P: – (Mostrando um dado clássico seis lados); Quando se lança um dado, existem alguns números que são mais difíceis de sair ou todos eles têm a mesma chance?
> H: - Acho que o seis é mais difícil.
> P: - Por que?
> H: - Sei não... é tipo assim... quando estou jogando, custa demais a aparecer o seis.
> P: - Você sabe me dizer qual a chance de jogar esse dado e sair o número seis?
> H: - Não.
> P: - Você sabe me dizer qual a chance de lançar esse dado e sair o número cinco?
> H: - Não. Mas também custa sair o cinco.
> P: - Você sabe me dizer qual a chance de lançar esse dado e sair um número par?
> H: - Não.
> P: - E de sair um número ímpar?
> H: - Não.
> P: - E de sair qualquer número de um a seis?
> H: - Não.
> P: - E de sair o número oito?

H: - Não sei. Eita... pode sair o oito, não? Nesse dado não tem oito.
P: - Você saberia me dizer qual a chance de sair o número oito?
H: - Assim eu não sei não senhora".

Hugo compreendeu que não há nenhuma possibilidade de se arremessar o dado e sair o número 8; mas ainda não foi capaz de quantificar esse evento, ou seja, de dizer que a possibilidade desse evento ocorrer é zero, assim como também demonstrou não ser capaz de quantificar os eventos certos e os eventos prováveis. Seu raciocínio prendeu-se à experiência cotidiana de acumular um certo número de pontos em jogos com dados e à dificuldade em alcançar um somatório alto que lhe permita ganhar o jogo. Esse raciocínio foi típico de maior parte dos alunos entrevistados, como o caso de Odete (O) e Aldo (A):

"P: - Quando se lança um dado, existem alguns números que são mais difíceis de sair?
O: - Às vezes, é o seis.
P: - O seis tem mais chance de sair?
O: - É... Ele sai bem mais que os outros.
P: - Você sabe me dizer qual a chance de jogar esse dado e sair o número seis?
O: - Não.
P: - Você sabe me dizer qual a chance de lançar esse dado e sair o número cinco?
O: - Não.
P: - Você sabe me dizer qual a chance de lançar esse dado e sair o número par?
O: - Também não.
P: - E de sair um número ímpar?
O: - Não sei.
P: - E de sair qualquer número de um a seis?
O: - Não.
P: - Você saberia me dizer qual a chance de sair o número oito?
O: - Não".

Conversando com Aldo (A):

"P: - Quando se lança um dado, existem alguns números que são mais difíceis de sair ou todos eles têm a mesma chance?
A: - Uns são mais fáceis.
P: - Quais os números que são fáceis?
A: - O seis sai mais.
P: - Por que?
A: - Sei lá... tem vez que acho que é mais difícil porque quando jogo com um colega tento um montão de vezes pra poder sair o seis. E quando preciso desse seis, ele nunca sai. Quando torço para o meu colega não tirar o seis, ele sempre tira e acaba ganhando o jogo.
P: - Você sabe me dizer qual a chance de você jogar esse dado e sair o número seis?
A - Isso eu não sei não.
P: - Você sabe me dizer qual a chance de lançar esse dado e sair um número par?
A: - Balança a cabeça dizendo que não.

P: - E de sair o número ímpar?
A: - Eu não sei.
P: - E de sair o número par?
A: - Também não sei.
P: - E de sair qualquer número de um a seis?
A: - Não sei.
P: - E de sair o número 8?
A: - Não”.

Os conceitos cotidianos das crianças acerca da noção de Probabilidade, à época da investigação, estavam em um estágio elementar. Todos tiveram dificuldades ao justificar as suas respostas ou ainda explicar (realizar uma metacognição) o próprio pensamento. As crianças, de um modo geral, ainda baseavam seus conceitos em atividades concretas e subordinavam o significado dos eventos às ações que podiam realizar com e a partir deles. O que, de fato, é esperado em relação aos conceitos cotidianos.

4.2 Discussão dos resultados dos conceitos cotidianos

Os 23 alunos entrevistados acertaram as situações propostas sem conseguir justificar as próprias respostas. Responderam se prendendo apenas à percepção imediata, pois estavam diante de uma caixa cheia de balinhas de morango, então, qualquer balinha que tirassem deveria ser de morango, mas não mostram ter consciência de que se tratava de um evento certo e nem de que a sua quantificação era igual a 1 ou 100%.

De fato, conforme assevera Vygotsky (2001:167):

> O desenvolvimento dos processos que finalmente culminam na formação de conceitos começa na fase mais precoce da infância, mas as funções intelectuais que, numa combinação específica, constituem a base psicológica do processo de conceitos que amadurecem, configuram-se e se desenvolvem somente na puberdade.

Parece haver a compreensão de como utilizar o conceito de eventos certos e de que os alunos, e sua totalidade, foram capazes de operar com o conceito, dada uma situação prática. Isto significa que os alunos valem-se de equivalentes funcionais do conceito de evento certo, os quais possuem função semelhante à do conceito já desenvolvido. A composição, a estrutura e o modo de atividade que utilizam mostram-se como um embrião em relação a um organismo maduro. Não se pode colocar um sinal de igualdade entre esse estágio inicial do conceito apenas em sua fase de esboço e seu estágio final, já maduro e abstraído.

Notamos, ainda, que se trata de um conceito do tipo “complexo” ou seja, calcado na prática (simpráxico). Mesmo assim, são conceitos úteis e que são aplicados e resolvem com sucesso situações-problema do dia-a-dia.

De maneira análoga ao que ocorreu com o uso intencional do conceito de eventos certos, os alunos conseguiram resolver as situações-tarefa envolvendo o conceito de eventos impossíveis, utilizando o procedimento de incluir as balas de morango em uma categoria geral e que permaneceu estável diante da impossibilidade de se retirar dali uma bala de outro sabor.

Ainda que fossem capazes de afirmar se tratar de um evento impossível de ocorrer naquela situação, mas o conceito de “evento impossível” ainda será, para ser compreendido enquanto conceito autêntico, o resultado de uma atividade intensa e complexa a ser ensinada.

Na comparação de possibilidades, 66% dos alunos acreditavam que ter chance significaria, naquela etapa de desenvolvimento, ser um evento certo. Essa justaposição de conceitos diferentes corrobora a natureza simpráxica e irrefletida de ambos os conceitos enquanto equivalentes funcionais do conceito autêntico. Os oito alunos (34%) que demonstraram compreender o conceito e utilizá-lo ao longo do jogo sem caírem em contradição exibiram um nível de desenvolvimento mais avançado em relação aos demais alunos.

Para comparar a possibilidade de ocorrência de eventos, a criança necessita estabelecer relações entre eventos certos, mais prováveis, menos prováveis e impossíveis, abstrair as várias possibilidades até chegar a uma resposta correta. Conforme postula Vygotsky (2001:173):

> Essa tarefa não se identifica com o somatório de estruturas. As mudanças qualitativas em relação ao funcionamento psicológico desses alunos que os possibilitam alçar novos níveis de desenvolvimento. Em que pese ainda não ser um conceito autêntico, esse funcionamento pode ser considerado uma parte entre o pensamento mais abstrato do signo categorial.

Em relação ao conceito de "eventos independentes", todos os 23 alunos entrevistados demonstraram estar em fase bem elementar, ou seja, fase sincrética. Não há a compreensão de como utilizar o conceito de eventos independentes, já que as crianças, em sua totalidade, não foram capazes de operar com o conceito, dada uma situação prática. Ao serem colocados diante de uma situação-tarefa, cuja solução envolvia o conceito de independência eles demonstravam atribuir o evento à sua predileção pessoal e ao fator sorte, o que pode ser caracterizado como um conceito sincrético.

De acordo com Vygotsky (2001), os conceitos sincréticos referem-se a modalidades subjetivas e não factuais que o sujeito apresenta ao lidar com um conceito novo. Ele tentará dar significado ao conceito, utilizando características ligadas à sua vida afetiva e subjetiva que não podem ser identificadas objetivamente pelo outro social. O pensamento sincrético opera com amontoados de características não factuais do objeto a ser conceituado.

Se as crianças já tivessem desenvolvido os conceitos propriamente ditos, elas teriam percebido os atributos criteriais desse conceito, ou seja, o resultado de um experimento não afetará o resultado de outro experimento, se estes forem independentes. Da mesma forma, as crianças deveriam construir a noção de que certas informações, como sua predileção pessoal, sua sorte e outros atributos subjetivos, não devem afetar sua avaliação da possibilidade de um evento, quando os eventos são independentes.

O conceito do tipo "sincrético" foi, nesse contexto, ponto de partida para propormos novas situações-problema e tentarmos de forma sistematizada, mediações semióticas que impulsionem a construção do conceito.

Vygotsky (2001:169-170) adverte-nos que:

> Todas as funções psicológicas elementares, que costumam ser apontadas, participam do processo de formação de conceitos, mas participam de modo inteiramente diverso como processos que não se desenvolvem de maneira autônoma, segundo a lógica das suas próprias leis, mas são mediadas pelo signo ou pela palavra e orientados para a solução de um determinado problema, levando a uma nova combinação, uma nova síntese, momento único em que cada processo participante adquire o seu verdadeiro funcional.

De fato, esses conceitos precisam ser trabalhados de forma planejada, partindo sempre de situações significativas, pois, de acordo com este autor, nem a acumulação de associações, nem o desenvolvimento do volume da estabilidade de atenção pode ser considerado fator genético determinante no desenvolvimento. É preciso construir significado com um nível de generalidade cada vez mais elevado, até que possam abstrair os atributos criteriais desses conceitos e partirem para novas generalizações.

De maneira análoga ao que ocorreu com o conceito de evento independente, os alunos não conseguiram resolver as situações-tarefa envolvendo o conceito de evento com possibilidades iguais e de quantificação de possibilidades e demonstraram estar em estágio muito elementar, ou seja, na fase sincrética.

Em relação ao conceito de possibilidades iguais, todos os alunos usaram estratégias bem limitadas e se prenderam a observar simplesmente a quantidade de balas, ora de abacaxi ora de morango, ou seja, não perceberam que, no caso, uma quantidade corresponde ao número de casos favoráveis (números de casos os quais os eventos acontecem) que será o primeiro termo da razão. O segundo termo corresponderá ao número de casos com mesma chance de ocorrer.

Como o movimento do desenvolvimento é dialético, alvo de avanços e recuos, as crianças mostraram um funcionamento mais elaborado em relação ao conceito de quantificação de possibilidades. Utilizaram o pensamento por complexo, pois, ao responder às situações-tarefa prenderam-se apenas à experiência cotidiana e destacaram os atributos factuais da situação sem atribuir um número, uma Probabilidade, a certo grau de possibilidade. Para o aluno cumprir este item teria de ser capaz de dizer que um evento tem Probabilidade zero (quando este for impossível); que um evento tem Probabilidade um (quando este for certo). E de quantificar um evento possível.

Os conceitos oscilam de uma fase sincrética para outra mais desenvolvida (complexos). Os atributos abstraídos não eram essenciais, do ponto de vista da lógica, nem traduziam a essência da lógica do fenômeno dado. Ainda assim, as palavras das crianças coincidem com as palavras do adulto em sua referencialidade concreta e não indicam um mesmo significado. São noções gerais de Probabilidade, mas que representam, principalmente no caso de pensamento por complexo, um estágio transitório para os verdadeiros conceitos. Esses conceitos cotidianos são constituídos no processo de própria experiência da criança de maneira assistemática. Não integram um sistema conceitual no qual relações de subordinação são estabelecidas de forma consciente.

É esperado que na escola as crianças possam transformar esses conceitos cotidianos por meio de elaborações de conceitos científicos. Das imagens e vínculos sincréticos, do pensamento por complexos, com base no uso de signos, espera-se que a escola possa, por intermédio do ensino (mediações semióticas), ajudar a criança a desenvolver conceitos com um grau de generalidade mais elevado, mais abstrato a ponto de interferir com os conceitos cotidianos. Estes, de natureza concreta, prática e irrefletida terão sua estrutura modificada pelos conceitos científicos, que, por sua vez, ao terem como base os conceitos cotidianos, serão possíveis de aplicação práticas.

E, para que o ensino seja efetivo, torna-se necessário que se paute em problemas capazes de motivar e exigir uma resposta que levará à formação de um novo conceito.

4.3 A construção do conceito científico de Probabilidade

O desenvolvimento do pensamento probabilístico somente pode ser construído através de processos interativos (Azacárete 1996, apud Lopes, 2003: 71). Ao detectar os conceitos cotidianos de Probabilidade dos alunos participantes, foi possível nos aproximarmos dos significados já internalizados pelas crianças para, a partir delas, propiciar o processo de reconstrução desses significados em níveis mais elevados de generalizações.

Organizamos situações didáticas que envolvessem a observação de experimentos, com seus respectivos registros, pois, como afirma Vygotsky (1993. p. 93): "É preciso que o desenvolvimento de um conceito cotidiano tenha alcançado um certo nível para que a criança possa observar um conceito científico correlato".

A apresentação do processo de construção dos conceitos científicos seguirá a mesma ordenação de apresentação efetivada na sondagem dos conceitos cotidianos. Recapitulamos aqueles já formados para, em seguida, introduzir vários conceitos considerados científicos e verificar sua constituição.

Iniciaremos, portanto, com atividades na mesma ordem que foram propostas às crianças. Para facilitar a apresentação, dentre as várias propostas, selecionamos aquelas com resultados mais elucidativos.

<u>Atividade 1</u>: Evento certo/eventos impossíveis

Objetivo: Determinar a chance de um evento

Descrição da Atividade: Foram colocadas em um saco 35 bolas vermelhas e retiradas uma a uma sem fazer reposição.

Exploração:

A atividade foi desenvolvida, partindo das seguintes perguntas: Ao retirarmos uma bola de qual cor ela será? É possível retirarmos uma bola de cor diferente desta? Qual a chance de tirarmos bolas dessa mesma cor? Qual a chance de tirarmos bolas de cores diferentes desta?

As crianças falavam, ao mesmo tempo, mas foi possível perceber os conceitos de eventos certos e eventos impossíveis por elas já internalizados. O grupo de alunos como um todo não mostrou dificuldade em responder que, ao retirarmos uma bola do saco, ela deverá ser vermelha. Concluíram que era impossível retirar uma bola de outra cor e todas as tentativas de retirar uma “bola” apontavam exclusivamente para as vermelhas pelo fato de serem todas as bolas da mesma cor.

Esse nível de raciocínio permite-nos afirmar que os alunos já internalizaram noções sobre o conceito de evento certo e de evento impossível, pois, quando eles afirmaram que qualquer bola que saísse teria de ser vermelha, estava implícito o conceito de evento certo. Da mesma forma, quando afirmaram que não poderia sair nenhuma bola de outra cor, estava implícita a certeza da impossibilidade, o que já estava posto enquanto conceito cotidiano.

Mas, certamente, esses alunos ainda não tinham consciência desses conceitos e precisavam se familiarizar com o significado do conceito em estudo, para dar-se o entrelaçamento dos conceitos cotidianos e os conceitos científicos.

Ora, se o processo de internalização é o momento de transição do interpsicológico para o intrapsicológico, isto é, a operação aparece primeiro no nível social e é incorporada no nível individual, foi necessário propor mediações sistematizadas para transitar do estágio de desenvolvimento potencial ao desenvolvimento real e, por conseguinte, do desenvolvimento real a novo patamar potencial, como prenúncio de um estágio de desenvolvimento real não só dos conceitos, mas das funções psíquicas superiores de um modo geral, conforme nos ensina Vygotsky (2001).

Oferecemos, então, várias situações nas quais eles pudessem experimentar a quantificação das possibilidades do evento certo e do evento impossível. Ou seja, ao propor as situações, desejávamos que os alunos estabelecessem relações entre o conceito de fração anteriormente construído pela professora regente e chegassem à utilização do 1 enquanto representação da unidade como um todo, isto é, 1 certeza do evento a 0 representação da impossibilidade, ampliando o grau de abstração do conceito e, ao mesmo tempo, inserindo-o no contexto prático do contexto cotidiano

No estudo dos números fracionários eles aprenderam, usando folhas de papel divididas em partes iguais, que o inteiro é igual a 1, ou seja, ao todo. Entendemos que o conceito da relação parte-todo é diferente da razão parte-parte. Sabemos que o conceito de número racional é um importante saber matemático que começa ser trabalhado formalmente, a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental se estendendo, pelo menos, até o final do 3º Ciclo.

De acordo com as pesquisas há dificuldades na construção desse conceito tanto do ponto de vista do ensino como do ponto de vista da aprendizagem. Com relação ao ensino, o que se tem notado é que há uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos, pois esse conceito é trabalhado apenas explorando o significado parte-todo.

Nesse sentido, Campos e cols. (1995 [citada em Nunes & Bryant, 1996, p.191]) nos mostram que: "O método de ensino, alegam, simplesmente que encorajam os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – sem entender o significado deste novo tipo de número".

Durante nossa intervenção ficou clara essa dificuldade. Buscamos fortalecer essa aprendizagem para incitá-los a realizar previsões de tomada de certas decisões, pois entendemos que os conceitos fracionários, assim como as suas representações, são relevantes para o raciocínio probabilístico. Observamos, entretanto, que trabalhar estes conceitos de forma significativa e estabelecendo estas relações continua sendo um grande desafio, principalmente para o professor que ensina Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Na seqüência, propusemos a seguinte atividade.

Atividade 2: Possibilidades e chances

Objetivos: Perceber as possibilidades existentes em uma situação

Perceber as "chances" de um evento acontecer

Material: roleta com números de 0 a 9

Em primeiro lugar, os alunos vivenciaram a situação. Chamamos dois alunos, Aldo (A) e Beatriz (B), para brincarem com a roleta. Os outros ficaram em círculo e opinaram nas respostas. Aldo e Beatriz, na sua vez, diziam o número que o ponteiro iria indicar - se maior ou menor do que algum que ele escolhesse - e aí, rodavam. Se acertassem, marcavam um ponto.

Vejamos parte do diálogo entre Professora (P), Aldo (A), Beatriz (B), Turma (T-1), Tácia (T-2):

> “P:- Qual o número em que o ponteiro vai cair?
> A: - Vai parar no número menor do que 2.
> P (Pergunta para a turma): - Em que número o ponteiro poderá parar para que Aldo acerte?
> T-1 em silêncio momentâneo.
> P: - Quais os números em que o ponteiro poderá parar?
> T-2: - Em qualquer um desses números aí.... (Apontando para a roleta e mostrando os números de 0 a 9).
> P: - Por que?
> T-2 balança a cabeça, demonstrando que não sabe explicar.
> P: - Veja, a Tácia tem razão! Se girarmos esse ponteiro, ele poderá parar em qualquer um desses números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Então, podemos dizer que há chances iguais desse ponteiro parar em qualquer um deles. Mas, voltando à pergunta anterior: Aldo escolheu o número menor do que 2. Em que número o ponteiro poderia parar para que Aldo acertasse?
> Novamente houve um silêncio na turma”.

Apesar do silêncio da turma, acreditamos que todos tenham a construção do número e, como afirma Kamii (1984:19), "número é uma síntese de dois tipos de relação que a criança elabora entre os objetos. Uma é a ordem e a outra é a inclusão hierárquica".

Na perspectiva de Piaget, inclusão hierárquica é a capacidade de perceber que o "um" está incluindo no “dois"; o "dois", no "três", e assim por diante.

Vejamos a continuação do diálogo:

> “P: - Aldo, por favor, gire o ponteiro.
> A Gira o ponteiro e cai no número 7.
> P: - E agora, Aldo errou ou acertou?
> T-1: - Errou...
> P: - Beatriz, agora é sua vez.
> B: - Vai parar no número menor do que 7.
> P: - Qual a chance de Beatriz acertar?
> T-1: - Se parar nos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.
> P: - Qual a chance de Beatriz errar?
> T-1: - Se parar no 8 ou 9.
> P: - Beatriz tem mais chance de errar ou acertar?
> T-1: - De acertar.
> P: - Por que?
> T-2: - De acertar, porque na roleta há mais números menores que 7.

Os alunos começaram a entender o que estava proposto. Além de responderem corretamente, já conseguiam justificar a sua resposta. Tentamos complexificar a tarefa e solicitamos a uma nova dupla, Eduardo (E) e Geraldo (G), que fizesse previsões com múltiplo de algum número.

> P: - Se você girar esse ponteiro, ele vai cair em múltiplo de qual número?
> E: - num múltiplo de 3.
> G: - um múltiplo de 5.
> P: - Turma, quem tem mais chance de acertar?
> T-1: - Eduardo.
> P: - Por que?
> T-1: - Porque pode cair tanto no 3 como no 5, porque o 5 é maior do que o 3 e porque tem mais chance para os múltiplos.

Parece-nos que eles tinham dificuldade em relação ao conceito de múltiplos e por isso não conseguiam, de forma clara, perceber que os múltiplos de 3, seriam 3, 6 e 9, enquanto o múltiplo de 5 só seria o próprio 5, pois na roleta só tínhamos números de 0 a 9.

De fato, esses conceitos são trabalhados na maioria das vezes de forma inadequada: as crianças têm uma dificuldade de estabelecer relações múltiplos/divisores, assim como perceber os múltiplos de um número diante de uma situação-problema.

Bertoni (2002;89) afirma-nos que há inadequações comuns no início do trabalho com multiplicação e destaca cinco pontos que podem oferecer dificuldades à aprendizagem das crianças:

1) o conceito de multiplicação é trabalhado rapidamente e a ênfase é dada aos resultados prontos de contas de multiplicar, nas famosas tabuadas;
2) o desenvolvimento do tema não se apóia na apresentação de situações-problema, que aparecem quase somente no final;
3) as contas de multiplicar - ou algoritmos multiplicativos - são ensinados por meio de processos decorados;
4) assim como ocorrem com outras operações, os algoritmos multiplicativos comumente ensinados na escola, por meio de passos a serem memorizados e repetidos, são processos formais muito distantes do raciocínio infantil;
5) só após terminar o tópico da multiplicação para aquela série, inicia-se o tópico divisão.

Na verdade, há muito a ser trabalhado, desde a relação múltiplos/divisores focando a idéia da multiplicação e divisão, respectivamente, como também esses conceitos inter-relacionados com o conceito de Probabilidade.

Na exploração do conceito de múltiplos realizada, as crianças concluíram que eram "3, 6 e 9". E que inexistiam o múltiplos de 5 na roleta, ou seja, elas não perceberam que o 5 é múltiplo dele mesmo. Foi suficiente para que respondessem que Eduardo teria mais chance de ganhar porque havia mais múltiplos de 3 do que de 5 na roleta.

Tratava-se de uma resposta coletiva, mas que poderia ensejar reflexões particulares a cada aluno.

Embora, nessas situações, as crianças ainda não pudessem experimentar a quantificação das possibilidades, a proposição desses tipos de questões favoreceu a intenção das crianças e a socialização de seus saberes, realizando comparações e estabelecendo relações. Com isso, elas puderam apresentar justificativas mais coerentes que, a cada vez, aproximavam-se do conceito almejado. De fato, a formação de um conceito é essencialmente o movimento das ações voltadas para a descoberta das peculiaridades essenciais dos fenômenos, atribuindo-lhes significado.

Atividade 03: Conceitos de possível, impossível, provável, mais provável, menos provável.

Objetivo: Compreender os conceitos "possível, impossível, provável, mais provável, menos provável".

Material: Caixa de balinhas de morango, caixa de balinhas de abacaxi, roletas, sacos, estojo de lápis de cor, pecinhas coloridas, moedas e dados.

Criamos situações nas quais procurávamos facilitar a compreensão das crianças em relação às diferenças entre esses conceitos. Colocamos, em um saco, 10 pecinhas vermelhas e perguntamos se seria possível tirar daquele saco bolinhas verdes: elas responderam que não.

Nesse momento, dissemos que, quando não tinha chance nenhuma de ocorrer, poderíamos dizer que se tratava de um evento impossível e que podíamos quantificar esse evento, ou seja, dizer que é igual a zero. De forma análoga, também exploramos e quantificamos o evento certo. Em um saco com 20 pecinhas, todas vermelhas, perguntamos qual a possibilidade de se retirar dali uma pecinha vermelha. Ao responderem que havia todas as chances, mostramos que isso significa dizer que é certeza que ao tirar uma pecinha desse saco, vai sair uma bola vermelha, e que quando isso acontece, afirmamos que se trata de um evento certo e que a Probabilidade desse evento é igual a 1 ou 100%.

Para esclarecer a compreensão de que seja “evento”, mostramos que chamamos de evento uma coleção de resultados possíveis que pode ser igual ou menor do que o espaço amostral como um todo. Um dado foi usado para clarificar o conteúdo. No lançamento, o dado poderia cair em qualquer uma de suas faces: W={1, 2, 3, 4, 5, 6}, então qualquer uma dessas combinações seria um evento. Sabíamos que só haveria compreensão do conceito a partir de construção gradual de seu significado e isso só seria possível diante da vivência de várias situações, pois, conforme nos mostra Vygotsky (2001: 265):

> Tudo consiste em entender que a formação dos conceitos científicos, na mesma medida que os espontâneos, não termina apenas começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um significado ou termo novo para ela, que é veículo de conceito científico.

Ora, se as crianças começam a formar conceitos quando começam a compreender o significado, é preciso lhes proporcionar situações-problema que possam levá-las a internalizar esses significados. Por isso, procuramos trabalhar com o dado e com a roleta em várias situações em que elas pudessem perceber um evento certo, provável, menos provável, mais provável e impossível, e fossem capazes de realizar previsões.

Como vimos no pré-teste, as respostas das crianças prendiam-se à experiência cotidiana de acumular certo número de pontos em jogos com dados e a dificuldade em alcançar um somatório alto que lhes permitisse ganhar o jogo. Esse raciocínio típico da maior parte dos alunos entrevistados interferia na constituição do conceito científico de Probabilidade. A construção de novos significados exigiu que o conceito científico, mais abstrato e geral, modificasse os conceitos cotidianos já existentes. Nem sempre, portanto, o conceito cotidiano mostra-se adequado à construção de um conceito científico e, nesse caso, demanda uma série de reconstrução para não dificultar o curso do desenvolvimento do conceito.

Para tanto, propusemos outra atividade com uma roleta dividida em três partes, sendo que uma representava ½ cor amarela e as outras duas ¼ vermelha e ¼ preta, respectivamente. Desejávamos saber a cor mais provável de o ponteiro parar. A maioria, assim como no pré-teste, respondeu que era na cor amarela. Queríamos que eles percebessem que “mais provável” é diferente de “evento certo”. Ao serem questionados se seria certo que, se girarmos esse ponteiro, ele iria parar na cor amarela, a maioria respondeu que “não”.

Entretanto, um grupo bem significativo ainda pareceu confuso e afirmou que “sim”. Era necessária a proposição de outras situações onde esses conceitos aparecessem de forma inter-relacionada, para que eles percebessem essa diferença.

Optamos por uma atividade feita individualmente pelos alunos na qual pedimos que observassem as seguintes informações: “talvez chova amanhã”; “um elefante vai passar em frente à escola amanhã”; “eu vou ganhar na loteria”; “eu virei a escola amanhã”. A primeira tarefa consistia em colocar em ordem as informações, da mais provável à menos provável de ocorrer. Sugerimos a introdução de uma escala, usando o seguinte vocabulário: “certo, possível, impossível ou improvável”, sendo que o impossível equivaleria a zero e o um ao certo.

Um fato curioso é que a maioria dos alunos respondeu às questões de forma satisfatória, mas, em relação à afirmativa “eu vou ganhar na loteria amanhã”, apenas dois alunos afirmaram ser “possível” e os demais afirmaram ser “impossível”.

Parece que a situação socioeconômica dessas crianças, sua história de vida arraigada à pobreza e à desesperança levava-os a crer na impossibilidade total de jogar e ganhar na loteria.

Na segunda tarefa dessa atividade foi solicitado que lessem as cinco frases da primeira coluna e as relacionasse com a segunda. Na primeira coluna tínhamos: 1) não pode ocorrer; 2) não ocorre muito; 3) ocorre com muita freqüência; 4) ocorre quase sempre. Na segunda coluna tínhamos os conceitos: (...) muito provável; (...) improvável (...)provável (...) Pouco Provável.

A maioria dos alunos fez a associação desses conceitos, mas pudemos constatar que no enunciado havia duas questões muito próximas: “ocorre com freqüência” e “ocorre quase sempre” e isto dificultou suas respostas.

E, por fim, na terceira tarefa pedimos para que eles escrevessem uma palavra ou frase que significasse o mesmo que: certo, impossível, possível, igual possibilidade, pouca possibilidade, muita possibilidade.

Mais uma vez, constatamos que algumas crianças faziam confusão entre os conceitos de “evento certo” e com “muita possibilidade”, diante das indagações

Muita possibilidade:

> “É você tem 5 potes amarelos é possível tirar um pote amarelo”.

"Se você tem 5 vermelho e tirar um vermelho"

Eles confundiam "muita possibilidade" com "certeza". A construção desses conceitos revelava-se em processo. Embora já fossem capazes de utilizar as expressões focalizadas na tarefa, algumas crianças evidenciaram que não as usavam na condição de conceitos verdadeiros, mas de equivalentes funcionais dos conceitos. Segundo Vygotsky (2001), os equivalentes funcionais referem-se a conceitos em formação, mas com peculiaridades de "complexos", ou seja, factuais, sem o grau de generalização que possibilite a compreensão de sua natureza e abstração.

Atividade 04: Conceitos impossíveis e prováveis

Objetivo: Perceber os eventos impossíveis e prováveis numa situação

Material: dados, cédulas e pista.

Distribuímos aos participantes uma pista e dois dados (com faces de um a seis). Os dados foram lançados e a soma destes indicava qual cavalo avançaria na pista. A pista tinha a numeração de 13 cavalos e 10 voltas. Cada apostador teve o direito de escolher dois cavalos. Ganharia o jogo quem escolhesse o cavalo cujo número tivesse saído mais vezes. Para apostar cada participante recebeu um papel (cédula) para escrever o número do cavalo e por que o escolheu. Após recolher todas as apostas, perguntamos: qual cavalo teria maior possibilidade de vencer a corrida e por quê.

A maioria dos alunos ainda se prendeu ao fator "sorte". Apenas dois perceberam que o cavalo de número um não teria chance nenhuma. Levantamos vários questionamentos e eles perceberam que alguns números tinham mais chances do que outros. Para facilitar o estabelecimento de relações, levantamos algumas questões: haveria ali algum cavalo em que eles pudessem apostar, pois, com certeza, ganharia? Alguns responderam "o cavalo cinco", mas eles não conseguiam justificar o motivo. Mostramos, então, quais seriam as chances do cavalo cinco: ele teria quatro chances (2+3), (3+ 2), (4+1), (1+4). Foi quando perceberam, então, que havia cavalos com mais chances do que o cavalo 5. Chamamos a atenção para o fato de os cavalos um e 13 não terem chance nenhuma de ganhar. Mostramos que a inexistência de chance significava que a Probabilidade daquele cavalo chegar seria igual a zero. E que, quando se tem a certeza de algo acontecer, essa possibilidade é 1 ou 100.

Esses resultados estão de acordo com a formulação dos PCN (1997:44), ao sustentar que "o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulando com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações". Gradativamente as crianças aproximavam-se de significados mais conscientes dos conceitos trabalhados. As operações intelectuais utilizadas por algumas crianças evidenciavam que necessitavam de outras vivências para se apropriarem de seu conteúdo.

Atividade 05: conceito de independência

Objetivo: Identificar situações e compreender a noção do conceito de independência

Material: 1 pista com números de 1 a 32; 2 moedas; marcas para cada um dos jogadores.

Regras do jogo:

- decidir quem será o jogador A e quem será o jogador B;
- lançar as duas moedas;
- o jogador A avança uma casa se sair uma cara e uma coroa;
- o jogador B avança uma casa se saírem duas caras;
- se saírem duas coroas, ninguém se move;
- jogar durante três minutos;
- número de jogadores: 2.

Foram entregues 11 cartelas, 22 fichas coloridas e 22 moedas aos alunos. As cartelas eram numeradas de um a 32. Os alunos estavam dispostos em pares. Cada jogador escolheu ser cara ou coroa. Em seguida, a dupla lançava as duas moedas simultaneamente. Caso o jogador A obtivesse uma cara e uma coroa; avançava uma casa. Se o jogador B obtivesse duas "caras", também avançaria uma casa. Se saíssem duas coroas, ninguém avançaria. O jogo começou com a escolha de quem seria o jogador por meio de “par ou ímpar”.

Em seguida, foi solicitado a cada dupla que descobrisse os jogadores com a mesma chance de ganhar.

Cada dupla começou a fazer os lançamentos das moedas. Comentaremos apenas as jogadas de uma das duplas:

O jogador A lançou as duas moedas e saíram cara e coroa. Ele comemorou e avançou uma casa.

O jogador B lançou as duas moedas e novamente saíram cara e coroa – comemorou – (pareceu que ele não estava entendendo a regra do jogo). Ele não avançou, então, não teve motivos para comemorar. Ele só avançaria se saíssem cara e cara. Ficou pensativo. Nesse momento, a professora chamou a atenção para o fato de que tratavam de eventos independentes e para o fato de já que, por terem saído cara e coroa, poderia sair cara e coroa novamente.

O jogo continuou: o jogador A lançou novamente as moedas e saíram coroa e coroa e ninguém avançou.

Foi a vez da nova tentativa do jogador B. Ele jogou e novamente saíram cara e coroa. Reclamou que estava sem sorte.

Jogador A: lançou as moedas e saíram cara e cara e também não avançou.

A pesquisadora olhou para a cara de desespero do jogador B e perguntou se ele achava o jogo justo. Ele respondeu que sim, pois, a cada jogada, tanto podia sair cara quanto coroa e os dois tinham a mesma chance.

Na discussão acerca do jogo, todos manifestaram o desejo de falar, queriam mudar as regras da atividade:

> “Professora: Calma! Fala um de cada vez!
> Tácia: - Eu acho que ficaria bem mais emocionante se avançasse uma casa quem tirasse cara e cara ou coroa e coroa e quem tirasse cara e coroa perderia.
> Pesquisadora: - É? Por quê?
> Tácia: - Porque... É tipo assim... Seria mais legal!
> Pesquisadora: - Vocês concordam com a Tácia? Você acha que tem mais chance é, Tácia, de sair cara e cara ou coroa e coroa?
> Tácia: - Não, professora. Já ficou claro que as chances são iguais.
> Alunos - (Riem) Então, por que mudar as regras?
> Tácia: - Eu entendi que era para mudar, não foi isso que a senhora pediu, professora?

Pesquisadora: - Então, vocês entenderam que o fato de sair cara não impede de sair cara novamente?
Alunos: - Sim
Zacarias: - Professora, então, quando a senhora fez aquela brincadeira com a gente (referindo-se ao pré-teste) que tinha lançado uma moeda 6 vezes e tinha saído cara as 6 vezes...
(A turma não deixa Zacarias completar e todos querem falar)
A professora interfere: - Calma, gente! Vamos ouvir. Muito bem lembrado, Zacarias. Ali, tratava-se de um evento independente e tanto poderia sair cara como coroa novamente. Alguém poderia me dizer qual a Probabilidade de sair cara ou coroa?
Alunos (em coro): - 50%
Professora: - 50% ou...
Alunos: - 50% ou metade.
Professora: - Como escrevemos metade em fração?
Alunos: - ½!
Pesquisadora: - Quem poderia me dar outro exemplo de evento independente?
Aldo: - Professora, é assim... A gente está jogando com um dado... (fica sem graça e não continua).
Pesquisadora: - Continue... Você está no caminho certo.
Aldo: - Não sei...
Pesquisadora: - Alguém gostaria de ajudar o Aldo?
Tácia: - Como você falou, Aldo.(Os dois saem da carteira, conversam e Aldo fala): –
– Professora, é assim: a gente "ta" jogando, eu e a Tácia. Aí, Tácia joga o dado e sai um. Depois, eu jogo o dado e esse dado também pode sair um novamente.
Professora: - Muito bem! Estou orgulhosa de vocês. Percebo que vocês estão aprendendo. Percebo também que melhoraram muito na relação um com o outro".

Parece que os alunos, pelo menos alguns[5], conseguiram construir o conceito de evento independente, tendo em vista a fala da Tácia destacada. Percebemos que, diferentemente do pré-teste, agora ela demonstrava consciência e podia, de forma clara, explicitar o seu pensamento, mostrando que o fato de ter saído o um em uma jogada não impedia que saísse novamente na segunda jogada, ou seja, estava implícita a compreensão de que o resultado desse experimento não afetaria o resultado do experimento seguinte, porque se tratava de eventos independentes. Diferentemente do pré-teste, no qual muitos alunos atribuíam ao fator "sorte" o resultado de suas jogadas, houve um certo desenvolvimento conceitual, pois alguns apreenderam os atributos criteriais do conceito de "evento independente" e não mais permitiram que certas informações, como predileção pessoal e sorte, afetassem sua avaliação da possibilidade de um evento independente.

Atividade 06: Eventos certos, impossíveis, prováveis

---

[5] Explicitaremos melhor os resultados na discussão do pós-teste.

Objetivo: Compreender os conceitos de eventos certos, prováveis e impossíveis e desenvolver o gosto pela leitura (Ver a história Menina bonita do laço de fitas[6] no anexo IV)

As crianças demonstraram interesse em ouvir a história e em dramatizá-la. Todos queriam fazer o papel do coelho. Fizeram, então, um sorteio. Para se fazer o sorteio, foi levantada a seguinte questão entre a professora (P), Beatriz (B), Zacarias (Z), Willian (W) e os demais alunos (A):

> "P: - Veja só, nesta turma, temos 16 meninos e 7 meninas. Vamos fazer um sorteio para sabermos qual a Probabilidade do nome sorteado ser um menino?
> A: - 16 em sete.
> P: - Como? 16 em sete?
> B: - Não, professora. É sete em 23.
> P: - Vocês concordam com a Beatriz?
> A: - Repita a pergunta, professora...
> P: - Nesta turma temos 16 meninos e sete meninas. Vamos fazer um sorteio para sabermos qual a Probabilidade do nome sorteado ser um menino?
> Z e W: - Professora, é 16 em 23.
> P: - Muito bem. E qual a Probabilidade de sair menina?
> B: - Professora, naquela hora me enganei... Agora é sete em 23.
> P: - Ótimo. Então, a Probabilidade maior é... quem tem mesmo mais chance de ser sorteado?
> A (em coro): - meninos!
> P: - Mas o fato de ter maior Probabilidade dos meninos ganhar é certo que o nome que vou tirar é de menino?
> A: - Não!
> P: - Então vamos ao sorteio. (Sorteia e é o nome de um menino)".

As crianças então dramatizaram a história e criaram um final diferente, no qual o coelho casava-se com uma coelhinha bem pretinha, tinha vários filhos, mas nenhuma nascia pretinha como o coelho tanto queria. Quando um dos filhos do coelho foi se casar, aí, sim, da primeira ninhada de filhotes sairia uma "coelhinha bem pretinha, a coisa mais linda do mundo!".

A vivência de situações em que as crianças experienciassem os conceitos em desenvolvimento pareceu-nos fundamental para ampliar-lhes a compreensão destes. Retomar conceitos cotidianos, transformá-los por meio do aumento do seu nível de generalidade a partir dos conceitos científicos gradualmente foi tomando corpo e melhorando a performance das crianças no emprego e entendimento dos conceitos em pauta.

---

[6] Menina bonita do laço de fita – Autora: Ana Maria Machado.

De fato, como afirma Vygotsky (2001), quando da apresentação de um conceito, seu desenvolvimento apenas começou, e a aprendizagem direta de um conceito é impossível; exige uma rede de outros conceitos e sua vivência em situações diversas.

Atividade 07: Comparação de possibilidades

Objetivo: Comparar e ordenar graus de possibilidade

Material: roletas, dados, potes e balas

As crianças sentaram-se em círculo e a professora colocou no centro do círculo vários objetos: roletas, dados, potes, balas de vários sabores.

A atividade teve início ao se solicitar aos alunos que observassem cinco potes:

1º pote: três balas de morango e uma de limão;

2º pote: duas balas de morango, duas de limão e duas de chocolate;

3º pote: uma bala de morango, uma de limão e uma de chocolate;

4º pote: quatro balas de morango e duas de limão;

5º pote: cinco de morango e quatro de chocolate.

Em seguida, a professora (P) levantou vários questionamentos aos alunos (A):

"P: - Se quero comer uma bala de limão, em qual dos potes tenho a maior Probabilidade de tirar uma, sem olhar?
A: - No dois; outros diziam no três.
P: - Calma! Observem direito. Pensem...
A: - No três.
P: - Por quê?
Respostas de alguns alunos:
A: - O pote 3 porque dentro do pote 3 tem menos balinhas para pegar.
A: - O pote 3.
A: - O pote 3, porque é Probabilidade 1 em 3 para qualquer uma das balas.
P: - Em qual dos potes a Probabilidade de tirar uma bala de limão é inexistente?
A: - No pote 5.
P: - Quando a Probabilidade é inexistente, temos uma Probabilidade igual a:..
A: - Zero!
P: - Em qual dos potes a Probabilidade de tirar uma bala de morango é maior?
A: - No pote cinco.
P: - Por quê?
A: - Porque tem mais.
P: - Por quê?
A: - Lá, no cinco, tem mais.

P: - Alguém sabe me dizer qual a Probabilidade de tirar uma bala de morango no pote cinco?
A: - É cinco em nove.
P: - E no pote quatro?
A: - quatro em seis.
P: - Quem tem Probabilidade maior? O pote quatro ou pote cinco?
A: - Acho que é o pote cinco.
P: - Por quê?
A: - Porque lá tem mais bala de morango.
P: - Ah! Sei não... Acho que é o pote quatro.
P: - Qual dos potes tem possibilidades iguais para tirar bala de morango, chocolate ou de limão?
A: - Pote três."

Em seguida, as crianças manipularam o material e foi proposto que elas criassem situações em que pudessem comparar e ordenar graus de possibilidade. Lembraram das questões do pré-teste e simularam situações em que as outras crianças tinham de responder. Logo o cenário ficou confuso, porque todos queriam elaborar as questões. Então, foi decidido que isto seria feito em dupla e que cada dupla elaboraria uma questão.

A professora deixou claro que todos deveriam comparar e ordenar graus de possibilidade, ou seja, dados dois ou mais experimentos aleatórios, o aluno deveria ser capaz de dizer em qual deles um determinado evento teria mais possibilidade de ocorrer (sem necessariamente atribuir um número ou uma Probabilidade, aos graus de possibilidade).

Uma dupla usou a roleta para a questão acerca de em que cor teria maior possibilidade do ponteiro parar. A roleta era dividida em 6 partes iguais: amarela, azul, vermelha, verde, branca e laranja. De imediato, outra dupla sorriu e respondeu: " Nossa! Que "pergunta difícil"... é claro que todas as cores têm a mesma chance. Cada cor dessa tem 1/6, olha..." (indicando a divisão das roletas em partes iguais).

Nossa intenção era a de que apenas eles comparassem, entretanto, alguns já demonstravam habilidades para quantificar o grau de possibilidades de ocorrência de um evento. Os conceitos, como já dissemos anteriormente, estão inter-relacionados, e uma mesma situação pode levar o aluno a formar vários conceitos.

Em continuação, a professora, aproveitando as falas das crianças, direcionou a discussão para que percebessem e comparassem outras roletas dispostas na sala de aula, com a finalidade de verificar quais as chances de uma cor sair. De fato, grande parte dos alunos mostrou, nesse momento, operar com quantificação. A professora usou uma roleta com uma parte (½) cor azul e outras partes em (1/3) amarela, verde e vermelha. Vejamos parte do diálogo da professora (P) com Beatriz (B), Eduardo (E), Tácia (T), Zacarias (Z) e os demais alunos (A):

> "P: - Observe a roleta um. Se girássemos o ponteiro com força, em quantas cores diferentes ele poderá parar?
> A: - Em quatro!
> P: - Em qual cor é mais provável que ele pare?
> A: - Na azul.
> P: - Bem, agora vocês continuem!
> B: - Deixa eu fazer as perguntas, professora?
> P: - Muito bem, faça!
> B: - É melhor cada dupla fazer a sua.
> E: - E cada dupla faz, então, seu registro.
> Z: - Não é melhor ser feito oralmente?
> T: - É melhor fazer todo mundo junto.
> B: - Então é pra todo mundo. (Pega a roleta um e lança a pergunta): Qual a Probabilidade desse ponteiro parar na cor azul?
> T: - ½ ou 50%!
> E: - Qual a Probabilidade do ponteiro parar na cor vermelha?
> A: - 1/3.
> E: - Tá certo, professora, é 1/3? Esse um 1/3 refere-se ao todo?
> P: - Olha para a roleta e mostra para os alunos.
> T: - Não, a Probabilidade nesse caso é 1/6.
> P: - Muito bem, Tácia! Agora, vou distribuir outro material".

A seguir, os alunos trabalharam com potes e balas de morango e abacaxi. A primeira dupla recuperou uma situação-tarefa já conhecida e colocou em um pote duas balas de morango e três de abacaxi. Na outra, quatro balas de morango e seis de abacaxi. Perguntou aos colegas qual o pote que oferecia mais chance de tirar uma bala de morango, as crianças demonstraram não compreender bem o que era indagado. A professora retomou a situação-tarefa dos potes com as balas de morango e abacaxi. Mostrou que havia chances iguais para quaisquer dos potes: em um dos potes a Probabilidade de tirar a bala de morango era 2/5 e no outro, 4/10. Ela fez as crianças lembrarem-se das suas aulas de frações equivalentes. Alguns pareciam não compreender. Outros mostraram estar entendendo e concordavam com a professora.

Percebemos aqui que muitas crianças continuavam tendo dificuldade em relação aos conceitos de eventos equiprováveis[7]. Parecia que elas não conseguiam perceber a

[7] Trabalhamos com eventos equiprováveis somente em situações onde era possível calcular a Probabilidade a priori (ou seja, situações que tinham alguma simetria). Não trabalhamos com espaço amostral equiprovável de mais de uma etapa.

proporcionalidade existente entre os eventos. A tentativa da professora de estabelecer relações com os conceitos de frações equivalentes parece não ter sido também muito compreendida. Percebemos a necessidade de serem trabalhados esses conceitos de forma mais significativa e inter-relacionada. Eles, sem dúvida, são necessários à construção de conceitos probabilísticos.

Atividade 09

Objetivo: Quantificar graus de possibilidades

Como dissemos anteriormente, uma situação de aprendizagem pode viabilizar a construção de vários conceitos, foi o que ocorreu em relação à quantificação de graus de possibilidade, ou seja, percebemos que várias crianças já atribuíam um número, uma Probabilidade, a certo grau de possibilidade.

Então, proporcionamos outras situações de aprendizagem onde elas pudessem também quantificar a Probabilidade de eventos impossíveis, ou seja, demonstrar que eram capazes de dizer que um evento teria Probabilidade zero (quando este era impossível de ocorrer). Em outras palavras, quantificar a Probabilidade de eventos certos, ou seja, ser capaz de dizer que um evento tem Probabilidade 1 (quando este for certo) e também quantificar a possibilidade de eventos nem impossíveis nem certos.

A professora fez um círculo e mais uma vez utilizou dados, roletas, moedas, lápis de cor, potes, balinhas, balões de cores azul e vermelha.

Os alunos estavam todos empolgados querendo participar. Mais uma vez, a professora sugeriu que as crianças elaborassem as questões para os alunos (A). Convidou Márcio (M) para começar. Ele pegou 5 lápis vermelhos e 2 azuis:

> "M: - Qual a Probabilidade dele tirar o lápis azul sem olhar?
> A: - (A maioria respondeu): 2 em 7 ou 2/7. (Mas alguns se confundiram e responderam 2 em 5)."

Em seguida, foi a vez de Flávio (F):

"F: - Ao lançar um dado, qual a probabili.... (ficou nervoso e não conseguiu falar mais. A professora tentou ajudar): - Vamos, você quer saber ao lançar um dado qual a Probabilidade de sair qual número?"

Ele ficou sem graça e afirmou: - "Não quero perguntar nada, não".

> “Professora: - Vamos, Flávio, eu te ajudo. Gente, ao lançar um dado, qual a Probabilidade de sair um número par?
> Turma - 3 em 6. (Flávio encorajou-se e perguntou): - Qual a possibilidade então de sair o número 4?
> A turma: - 1 em 6”.

As crianças envolveram-se... Elaboraram questões, responderam e trocaram idéias importantes para a construção de quantificação de Probabilidades. Após este momento de interação e troca entre os alunos, foi distribuída uma atividade usando o Veritek, que é um jogo feito de madeira em que são resolvidas situações-problema propostas para que os alunos possam corrigir eventuais erros. Se acertarem todas as questões, no verso forma-se uma figura, caso contrário, eles percebem a necessidade de refazerem as questões. Foi distribuída uma ficha contendo as questões de um lado e do outro, as respostas. As crianças foram resolvendo e colocando o número da pergunta no número da resposta encontrada no tabuleiro que receberam. Foi um momento riquíssimo. Vimos a alegria delas ao descobrir a resposta certa virando o Veritek e vendo a figura formada (ver a atividade do Veritek no Anexo IV).

As situações-problema oferecidas no Veritek versavam sobre vários conceitos inter-relacionados: conceito de evento certo, eventos impossíveis, comparação de possibilidades, conceito de Probabilidade, de eqüiprobabilidade e quantificação de Probabilidades.

Durante a realização da tarefa foi possível observar conceitos que já internalizados, ou seja, os conceitos que já dominavam e quais os conceitos para os quais precisavam da troca, dos questionamentos, das observações dos seus pares e das pistas dadas por nós, ainda na Zona de Desenvolvimento Proximal.

Nessa atividade, a maioria de nossos alunos conseguiu resolver todas as questões. A maior dúvida ainda continuava sendo na questão que se referia a eventos de possibilidades iguais, ou seja, a eventos equiprováveis. Os alunos pareciam não ter apreendido o atributo criterial desse conceito, que é perceber que, no caso, uma quantidade, correspondente ao número de casos favoráveis (número de casos os quais os eventos acontecem) será o primeiro termo de uma razão. O segundo termo corresponderá ao número de casos com a mesma chance de ocorrer.

4.4 A relação entre os conceitos cotidianos e os conceitos científicos formados

Durante a fase de intervenção foram construídas situações-tarefa que oportunizassem aos alunos formarem conceitos, com base na interação entre eles, diálogo, observação, experimentação e descobertas. Novas abstrações e generalizações gradualmente foram emergindo.

Sabíamos, com Vygotsky (2001) que os conceitos científicos fornecem as estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos cotidianos. Os domínios de um nível mais elevado dos conceitos cotidianos ocorrem à medida que esses se inserem nas operações intelectuais de nível mais elaborado. Os conceitos científicos, com seu sistema hierarquizado de inter-relações, parecem ser a base essencial para que a consciência e o domínio desenvolvam-se, sendo mais tarde transferidos a novos conceitos e outras áreas do pensamento, com vistas à consciência reflexiva que chega à criança por meio dos conhecimentos científicos.

De fato, estas transferências ocorrem quando o aluno faz inter-relações entre os conceitos e estabelece generalizações possíveis a partir do grau de concretude.

Desse modo, durante o período de intervenção em sala de aula, procuramos partir sempre dos conceitos cotidianos que foram detectados na prova A, pois acreditamos que as idéias que o aluno traz para a escola são necessárias para a construção de significados. Suas experiências culturais e familiares não podem ser ignoradas. Essas idéias foram aceitas e, diante das situações-problema por eles vivenciadas progressivamente, evoluíram ou foram substituídas por outras.

Após este período de atividades em sala de aula foi aplicada a prova B (ver no Anexo III). O teste utilizado na prova B teve como objetivo verificar o conceito científico de Probabilidade e era composto de problemas envolvendo os conceitos estudados de Probabilidade.

O quadro que se segue evidencia as diferenças no que tange ao domínio do conceito científico de Probabilidade, antes e depois da intervenção.

Quadro 3: Comparação dos resultados do pré e pós-teste aplicados aos alunos

Domínio	Pré-Teste				Pós-Teste			
	Sim		Não		Sim		Não	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Conceito de evento certo	23	100			23	100		
Conceito de eventos impossíveis	23	100			23	100		
Comparação de possibilidades	8	34,78	15	65,22	23	100		
Conceito de eventos independentes			23	100	12	52,17	11	47,83
Conceito de eventos iguais			23	100	8	34,78	15	65,22
Quantificação de Probabilidades			23	100	18	78,26	5	21,24

No primeiro momento (pré-teste), a totalidade dos alunos foi capaz de prever eventos certos e impossíveis, ainda que não soubessem explicitar as causas dessas ocorrências. Um panorama bem distinto configura-se após a intervenção.

Diferentemente do pré-teste, eles agora demonstram ter internalizado estes conceitos, tendo em vista que são capazes de quantificar e explicitar a sua resposta. Percebemos que há consciência, pois respondem com segurança e firmeza. Acreditamos que houve construção do conceito científico de evento certo e de evento impossível, pois eles apreenderam o atributo criterial, ou seja, foram capazes de enunciar ou demonstrar compreender as características fundamentais dos conceitos de evento certo e impossível.

No pré-teste, cerca de um terço dos alunos era capaz de comparar as possibilidades, sempre com a limitação de não serem capazes de justificar suas respostas, pois naquele momento já eram capazes de determinar o grau de possibilidades por intermédio de raciocínio, mas não indicaram o grau de possibilidades do ponteiro parar nas regiões vermelha e preta, o que pode demonstrar que não possuíam ainda a quantificação de possibilidades. Após a intervenção, todas as 23 crianças entrevistadas responderam com segurança, e algumas delas até chegaram a quantificar o grau de possibilidades do ponteiro parar na cor amarela e na cor vermelha. Essas crianças demonstraram, portanto, ter construído o conceito científico de comparação de possibilidades que não exige quantificação.

Quanto aos conceitos de eventos independentes, iguais e quantificação das Probabilidades no pré-teste, todas as crianças de 4ª série que foram investigadas mostraram que não possuíam conceitos cotidianos naquele momento. Como podemos perceber no quadro acima, houve avanços significativos após a intervenção feita em sala de aula e a aplicação do pós-teste. Dos 23 alunos entrevistados, 12 demonstraram ter construído o conceito de evento independente, pois responderam usando um raciocínio probabilístico. Esses 12 alunos apreenderam os atributos criteriais do conceito de eventos independentes, portanto diferentemente do pré-teste não mais atribuíram ao fator "sorte" o resultado de suas jogadas, e nem deixaram que certas informações, como predileção pessoal, afetassem sua avaliação da possibilidade de um evento independente.

Quanto ao conceito de eventos de possibilidades iguais (eventos equiprováveis) 8 acertaram as questões propostas, enquanto 15 continuaram confusos e se prendendo apenas às quantidades, não levando em considerações as variáveis de interferirem com a situação.

Podemos notar avanço obtido pelas crianças, porque no pré-teste nenhuma delas foi capaz de perceber as chances iguais em um evento semelhante a esse. Naquele momento as respostas prendiam-se apenas às quantidades de peças existentes nos potes, as estratégias utilizadas eram limitadas e não conseguiam compreender a proporcionalidade existente entre as quantidades do pote A e pote B. Após a intervenção feita em sala de aula, a curva de desenvolvimento dos conceitos científicos foi elevada. Embora os conceitos cotidianos já formados mostrassem-se inadequados quanto à sua estrutura, algumas crianças conseguiram reconstituí-los ao dominarem os conceitos científicos. Eles apreenderam uma estrutura superior correspondente à tomada de consciência e ao domínio do conceito.

Em relação aos eventos certos e impossíveis, podemos afirmar que a totalidade dos alunos identificou-os e com eles operou corretamente com a respectiva justificativa, bem como a comparação de possibilidades.

No tocante ao domínio dos conceitos de eventos independentes e iguais, os resultados foram diferenciados. Enquanto pouco mais da metade dos alunos foi capaz de identificar e justificar a ocorrência dos eventos independentes, apenas um terço alcançou o domínio do conceito de eventos iguais ou equiprováveis.

Parece que isso se deu pelo fato de que os alunos não apreenderam o atributo criterial desse conceito, que é perceber que, no caso, uma quantidade, correspondente ao número de casos favoráveis (número de casos os quais os eventos acontecem) será o primeiro termo de uma razão. O segundo termo corresponderá ao número de casos com a mesma chance de ocorrer.

Já com relação à quantificação das Probabilidades, uma etapa bastante complexa desse estudo, poder-se-ia afirmar que a grande maioria dos alunos (78,29) evidenciou seu entendimento. Todas as situações aqui apresentadas eram quantificações de eventos certos, impossíveis e possíveis (aqui não tinha nenhum caso de possibilidades iguais ou eventos equiprováveis, e nem com espaço amostral equiprovável de mais de uma etapa).

Acreditamos que essas crianças são capazes de construir esses conceitos, mas, para tanto, é preciso que vivenciem situações mais provocadoras e mais significativas socioculturalmente, onde haja necessidade de exercitarem suas funções mentais, como a atenção, a percepção, a memória voluntária, partindo sempre de situações-problema que envolvam vários conceitos probabilísticos de forma inter-relacionada, inclusive com outros conteúdos matemáticos, com sua vivência, com os temas transversais e com outras disciplinas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa objetivou analisar a constituição do conceito científico de Probabilidade em alunos de 4ª série do Ensino Fundamental e sua relação com os conceitos cotidianos por eles desenvolvidos.

Buscamos a fundamentação teórica na perspectiva histórica cultural que nos mostra que a formação de conceitos inclui uma atitude mediada e atividade metacognitiva típica do conhecimento estruturado. Seguindo esse pensamento, partimos para detectar os conceitos cotidianos das noções de evento certo, evento impossível, comparação de possibilidades, eventos independentes, eventos de possibilidades iguais e quantificação de Probabilidades. Para isso, optamos por um teste A, em que apreendemos esses conceitos dos alunos antes que fossem sistematizados. Os 23 alunos entrevistados acertaram as situações propostas sem conseguir justificar as próprias respostas e sem consciência de que se tratava de um evento certo e de que a sua quantificação era igual a 1 ou 100%.

De maneira análoga ao que ocorreu com o uso intencional do conceito de eventos certos, os alunos conseguiram resolver as situações-tarefa envolvendo o conceito de eventos impossíveis. Ainda que fossem capazes de afirmar se tratar de um evento impossível de ocorrer naquela situação, a expressão “evento impossível” ainda estava para ser compreendida enquanto conceito autêntico.

Na comparação de possibilidades, 66% dos alunos acreditavam que ter chance significaria, naquela etapa de desenvolvimento, ser um evento certo.

Em relação ao conceito de "eventos independentes", todos os 23 alunos entrevistados demonstraram que estavam em fase bem elementar, ou seja, fase sincrética. De fato, não havia a compreensão de como utilizar o conceito de eventos independentes, já que os alunos, em sua totalidade, não foram capazes de operar com o conceito, dada uma situação prática.

Em semelhança do que ocorreu com o conceito de evento independente, as crianças também não conseguiram resolver as situações-tarefa envolvendo o conceito de evento, possibilidades iguais e de quantificação de possibilidades, e demonstraram estar igualmente na fase sincrética.

Em relação ao conceito de possibilidades iguais, todos os alunos usaram estratégias simpráxicas e se prenderam a observar simplesmente a quantidade dos objetos.

Já na quantificação de Probabilidades estavam na fase de pensamento por complexo. Ao responderem as situações-tarefa prenderam-se apenas à experiência cotidiana e não demonstraram abstrair atributos criteriais desse conceito, o que poderia ser demonstrado por meio da compreensão de que se trata da atribuição de um número, uma Probabilidade, a certo grau de possibilidade.

Após a atividade de instrução, aplicamos o teste B para verificar o comportamento de saída, ou seja, o desenvolvimento conceito científico de Probabilidade alcançado. Procuramos detectar se o aluno era capaz de explicitar os conceitos inter-relacionados no pensamento probabilístico.

Os resultados mostraram que todos os alunos conhecem, quantificam e operam o evento certo e o evento impossível. Também detectamos que os alunos foram capazes de comparar graus de possibilidade. Quanto aos conceitos de eventos independentes, iguais e quantificação das Probabilidades no pré-teste, todas as crianças de 4ª série que foram investigadas mostraram que não possuíam conceitos cotidianos naquele momento. No pós-teste houve avanços significativos após a intervenção feita em sala de aula. No entanto, dos 23 entrevistados, apenas 8 demonstraram ter construído o conceito de eventos de possibilidades iguais. Os outros 15 parecem ainda não ter apreendido os atributos criteriais desse conceito.

Quanto ao conceito de eventos independentes, dos 23 entrevistados, 12 alunos responderam usando um raciocínio probabilístico, pois demonstraram compreender que o resultado de um experimento não afeta outro experimento quando esses são independentes. Eles demonstraram ter apreendido os atributos criteriais deste conceito e até quantificaram a Probabilidade para qualquer uma das pessoas citadas na situação. Aqui temos outro grande avanço em relação ao pré-teste, no qual as crianças atribuíram apenas ao fator “sorte”, predileção, ou pensavam que estavam sendo solicitadas para “adivinhar” o resultado.

Já em relação à quantificação, a maioria mostrou conhecer que o evento tem Probabilidade 1 quando este é certo. Que tem Probabilidade 0 (zero) quando este é impossível. E foram capazes de quantificar eventos prováveis. Diferentemente do pré-teste em que as respostas das crianças prenderam-se às experiências cotidianas das crianças com o jogo (pois quem tira seis, muitas vezes, ganha o jogo) e nenhuma delas conseguiu quantificar o grau das possibilidades. Se a maioria das crianças demonstrou fazer operações mentais de análise e síntese que levam a generalizações, 5 delas ainda apresentaram dificuldades, demonstrando, portanto, não terem apreendido os atributos criteriais desse conceito.

Na análise de resultados, nossa investigação revelou que os conceitos cotidianos interferem no desenvolvimento dos conceitos científicos de maneira diferenciada. Quando os conceitos cotidianos não entram em contradição, por sua estrutura e logicidade, com os conceitos científicos, estes se desenvolvem de forma consistente e demandam menor investimento de instrução escolar. Quando a criança apresenta conceitos cotidianos contraditórios em relação aos científicos, a possibilidade de constituição dos conceitos científicos é marcada pela reconstrução dos cotidianos. A criança forma estruturas e estratégias de raciocínio no processo de escolarização e assimila operações que alteram os conceitos cotidianos. Esse processo de aprendizagem gera novas modalidades de desenvolvimento. Revelou também que o processo de intervenção pedagógica deve ser pautado por atividades que gerem processos mais avançados de desenvolvimento, e esta tarefa mostrou-se desafiadora para o professor, principalmente no que é preconizado pelos PCN.

No caso específico do estudo de Probabilidade, para que seja garantida a consecução dos objetivos dos PCN, é necessário que se oportunize às crianças situações nas quais elas possam fazer a passagem, no plano de significações, dos conceitos cotidianos para os conceitos científicos. Primeiramente, partindo sempre de questões bem próximas dos conceitos cotidianos e depois de atividades que levem a fazer comparações, formulações de hipóteses, verbalizações que são ações mais próximas aos conceitos científicos.

Diante dessa constatação, reafirmamos a necessidade de termos em nossas escolas professores que se preocupem em propor situações em que seus alunos cheguem à construção de conceitos. Acreditamos que é papel da escola fazer essa passagem, no plano de significação, dos conceitos cotidianos para o científicos, desencadeando o desenvolvimento.

Parece que uma das grandes dificuldades de se fazer essa passagem, principalmente em relação aos conceitos probabilísticos, é o fato de o professor não ter construído esses conceitos, pois, durante a sua formação inicial, assim como na formação continuada, eles talvez não tenham tido oportunidade de construir conhecimentos acerca do tema, base para quem pretende ensinar conceitos científicos.

Nesse sentido, podemos ver em Rossi (1993: 174):

> A ação do professor, sua palavra participa da constituição dos modos de funcionamento intelectual do aluno. Esse processo ocorre no ponto de interseção das interações professor/aluno (...) precisará não apenas conhecer, mas explicitar os possíveis significados, marcados nas suas produções e dos alunos. Precisará utilizar a linguagem natural assumindo a co-participação e a co-autoria da relação de ensino.

De fato, o professor precisa propor situações que promovam a construção de conceito probabilístico para assumir essa co-participação e co-autoria da relação de ensino. Caso contrário, é impossível auxiliar o aluno a construir conceitos, pois o máximo que ele pode trabalhar são definições descontextualizadas e sem muito significado. A formação contínua, principalmente no que diz respeito ao trabalho estocástico em sala de aula, poderá auxiliar os professores que não desenvolveram tais conhecimentos durante a sua formação inicial. Outro fator que gostaríamos de destacar é a necessidade do professor realizar a metacognição dos conceitos já assumidos o que, o ajudará a refletir sobre o seu pensamento e sobre as suas ações, assim como no planejamento das aulas e em sua postura em sala de aula. Sabemos que ensinar é uma tarefa complexa e requer uma contínua reflexão sobre as nossas ações.

Nesse sentido, Ponte (2004:13) alerta-nos:

> Formular questões desafiantes para um grupo de alunos não é tão simples como parece à primeira vista. Se a questão for considerada por eles como demasiado difícil, é natural que se sintam intimidados e não se disponham a trabalhar nela. Se for por eles considerada como demasiado fácil, é encarado como maçadora e desinteressante. Se o professor der informação a menos, os alunos podem sentir-se “perdidos” e sem saber por onde começar. Se der informação a mais, podem proporcionar pistas, desnecessárias, que distraem os alunos de que realmente interessa. Se der a informação estritamente necessária, sem qualquer ambigüidade, dá indiretamente pistas para a resolução da tarefa. Além disso, o que é excessivo para uns pode ser pouco para outros. São múltiplos os dilemas que o professor enfrenta neste domínio e a solução pode ter de variar de momento para momento, de turma para turma e de aluno para aluno.

De fato, ensinar “provocando” com questões desafiadoras não é tarefa fácil. Outro aspecto importante diz respeito à inserção de um novo conceito a ser ensinado, no contexto de uma rede de conceitos ordenados, para atribuir significados cada vez mais estáveis e inter-relacionados a aprendizagens já realizadas.

Se esta dissertação contribui com os estudos sobre a formação dos conceitos de Probabilidade, pode também auxiliar sobre a formação dos professores de Ensino Fundamental que lidam com esses conteúdos nas séries iniciais. Esta deve ser pautada em conceitos cotidianos do próprio professor e integrada com os demais conteúdos, de forma a buscar significações e a estabelecer múltiplas relações com os demais conceitos pertencentes a um mesmo campo do “Tratamento da Informação”.

Sabemos que, para tanto, é preciso romper com a visão curricular centrada na fragmentação do conhecimento, como corrente de pré-requisitos, e partir para uma visão de currículo em rede. Destacamos, portanto, a necessidade de se trabalhar noções de Probabilidade, partindo de situações-problema, elaborando hipóteses, criando estratégias, construindo conceitos, pois, desta forma, acreditamos contribuir para a construção do conhecimento, para a formação de um cidadão crítico, tendo em vista que isso lhe auxiliará em sua leitura de mundo.

Vimos que há limitações em nosso trabalho, porque todas as situações prenderam-se à interpretação clássica e não propusemos nenhuma situação envolvendo a interpretação freqüencial, em que o aluno pudesse fornecer a freqüência relativa como medida do grau de possibilidade. Mas essa limitação deu-se ao fato de que isso está além do que propõem os PCN para o trabalho nos primeiros ciclos.

Outra limitação foi o fato de não ter sido dado ênfase à análise combinatória (nem mesmo ao princípio fundamental de contagem), mesmo sabendo que um aluno de 4ª série deve ser capaz de combinar as possibilidades de experimento de mais uma etapa. Decidimos priorizar os conceitos de Probabilidade devido ao tempo disponível para a pesquisa.

Ao concluir percebemos que hoje temos mais indagações do que há um tempo, quando iniciamos este trabalho. Inquieta-nos como decorrência da investigação saber: 1) As concepções dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre Probabilidade e a sua importância para o desenvolvimento do aluno; 2) Formação de conceitos probabilísticos com um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental; 3) A mediação semiótica na formação de conceitos probabilísticos em crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental; 4) Realizar pesquisa com ênfase no conceito de Probabilidades iguais, a fim de verificar se a dificuldade encontrada pelos alunos nessa pesquisa prende-se à complexidade do conceito ou à necessidade de utilizar uma intervenção diferente da empregada. Por fim, dada a importância da construção do conceito de Probabilidade no desenvolvimento mental da criança, replicar esta pesquisa com a utilização de outras formas de intervenção, a fim de testar a eficácia relativa de cada uma delas.

Resta-nos destacar que este trabalho nos proporcionou muito aprendizado. Foi um momento de aprender e compartilhar com o outro social. O caminho foi difícil, mas aprendemos muito. Aprendemos a lidar um pouco com as dificuldades de um pesquisador, vivemos o difícil momento de fechar um trabalho, sabendo que é incomensurável as informação a serem lidas, discutidas e tematizadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAGNANO, Nicola. *Dicionário de Filosofia*. Tradução 1ª Edição Brasileira coordenada e revisada por Alfred Bosi; revisão da tradução e tradução dos novos textos Ivone Castilho Beneditti. 4ª Edição. .São Paulo: Martins Fontes, 2000.

AZACÁRATE, Goded Pilar. *Estúdio de lãs concepciones disciplinares de futuros professores de primaria em torno a lãs nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Comares, 1996.

BATANERO Carmen. y CAÑIZARES, M. J. Influencia Del Razonamiento Proporcional y de las Creencias subjetivas en la comparacion de Probabilidade, *Uno,* Granada*,* 14, 99-114.1999.

BERTONI, Nilza E. *Educação e Linguagem Matemática.* Módulo 4 de Educação Matemática do PIE. Curso de Pedagogia para início de Escolarização. Brasília: FE, UnB, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (1ª a 4ª séries): Matemática. Brasília, 1997.

CARDEÑOSO, José Maria; AZACÁRATE, Pilar. Tratamiento Del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares. *Revista sobre La Enseñanza y Aprendizaje de Las Matematics*) . Zaragoza, v.20, p .41-51, nov/1995.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. *Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Freqüentista Estudo Epistemológico e didático.* 1994. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática – da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

DAMASCENO, José Antônio Elias. *Étude exploratoire dês conceptions aux niveaux de Green*. Dissertação de Mestrado. Université Laval, Quebec (Canadá), 1990.

______. Estudo exploratório das concepções probabilísticas correspondentes aos níveis de Green. *Revista Bolema*, Rio Claro: Universidade Estadual de São Paulo, ano 10, n.11, p.43-61, 1995.

DAMASCENO, José Antônio Elias e DIAS, Ana Lúcia Braz.. Different interpretations of chance by Brazilian adults. In M. J. Schmitt & K. Safford-Ramus (Orgs.), *Proceedings of ALM-7 the Seventh International conference of Adults Learning Mathematics* - A Research Forum Cambridge, Massachusetts: Havard Graduate school of Education, 2000p.

DANTE, Luiz Roberto. *Vivência e Construção* Livro Didático de Matemática 4ª Série. Editora Ática, São Paulo, 2003.

DIAS, Ana Lúcia Braz. *O Ensino de Probabilidade –Módulo do Projeto* Gestar. Brasília, MEC, 2004 .

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. Currículo da Educação Básica das Escolas Públicas do Distrito Federal - 1ª a 4ª Séries do Ensino Fundamental. Brasília, 2000.

FIENBERG, S.E. A Brief History of Statistics in the and One-Half Chapters: A *Review Essay. Statistical Science*. Vol..7, nº 2, 1992.

FISCHIBEIN, E. *The Intuitive Sources of Probability Thinking in Children.* Dordrecht: Reidel, 1975.

GREEN, David R. *A Survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years.* En D. R. Grey et. Al. (Eds.), Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics (. 2., p. 766 – 783). University of Sheffield, 1982.

KAMII, Constance. *A criança e o número*, Campinas, Papirus, 1986.

LIGHTNER, J. E. Um Resumo da História da Probabilidade e da Estatística. Tradução: Antônio C. Patrocínio. *Mathematics Teacher*, nov. 1991.

LOPES, Celi Aparecida. Espasandin. *A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular*. 1998. Dissertação de Mestrado - Unicamp, Campinas.

_____ *O Conhecimento Profissional dos Professores e suas relações com a Estatística e Probabilidade na Educação Infantil.* 2003. Tese de Doutorado - Unicamp, Campinas.

MACHADO, Ana Maria. *Menina Bonita do Laço de Fitas*. 7ª Edição. São Paulo, Ática, 1997.

MUNIZ, Cristiano Alberto *Currículo de Matemática em rede. Módulo do Projeto Gestar.* Brasília, MEC, 2004..

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*, Porto Alegre, 1997.

PIAGET, Jean, INHELDER, Barbel.*La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. Madrid. 1951.

PIAGET, Jean, SZEMINSKA, A. *A Gênese do número na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975.

PIRES, Célia Maria Carolino .*Currículos de Matemática*: *Da Organização Linear à Idéia de Rede,* 1995. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo, São Paulo.

PONTE, João Pedro da. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: *Actas do ProfMat 98*.(pp.27-44). Lisboa, APM, 1998.

______ *O* trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante.*Lisboa, 2004 Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/003-Saraiva-Ponte(Quadrante). doc. Acesso em 06.09.2004.

PROJETO FUNDÃO. *Trabalhando Probabilidade com Histórias*. Instituto de Matemática Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

REGO, Teresa.Cristina. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. 10ª edição. Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

ROSSI, Tânia Maria de Freitas. *A Formação do Conceito Matemático,*1993. Dissertação de Mestrado - Unicamp, Campinas.

_____. *O Pensamento Conceitual – A Subversão do Simples e do Concreto.* 1998. Tese de Doutorado - Universidade de Brasília, Brasília.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. *A Formação Social da Mente*. São Paulo: Martins Fontes, 2002

______ *Pensamento e Linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 1993.

_______ *A construção do Pensamento e da Linguagem* – tradução Paulo Bezerra – São Paulo: Martins Fontes, 2001.

GLOSSÁRIO

CONCEITOS RELACIONADOS À PROBABILIDADE

Acaso

Variabilidade, instabilidade ou indeterminismo intrínseco do Universo.

Aleatoriedade

É o modelo matemático criado pelo homem para simular acaso. É como entendemos ação do acaso.

Espaço Amostral

Um espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Espaço amostral equiprovável

É um espaço amostral feito de forma que todos os elementos tenham a mesma Probabilidade.

Experimento Aleatório

É uma situação onde, para todos os fins práticos, causas iguais geram (ou podem gerar) efeitos diferentes.

Evento

Um evento é um subconjunto do espaço amostral, ou seja, uma coleção de resultados possíveis que pode ser igual ou menor do que o espaço amostral como um todo. Desse modo, se o espaço amostral do lançamento de um dado comum de seis faces for W={1, 2, 3, 4, 5, 6}, então qualquer combinação desses resultados será um evento. Assim, diversos eventos podem ser identificados, tais como a ocorrência de cada face específica ({1}, {2}, {3}, {4}, {5} ou

{6}), a ocorrência de uma face par ({2, 4, 6}) ou ímpar ({1, 3, 5}), a ocorrência de valores abaixo de "3" ({1, 2}) e outros.

Freqüência absoluta

A freqüência absoluta é uma simples contagem de quantas vezes algo ocorreu.

Freqüência relativa

A freqüência relativa é a razão entre a freqüência absoluta e o total de observações (número de vezes em que aquilo ocorreu somado ao número de vezes em que não ocorreu).

Incerteza

Utilizaremos o termo “incerteza” para designar a propriedade que algumas coisas têm de não serem completamente previsíveis. Trata-se de uma característica fundamental do Universo, podendo ser minimizada, mas nunca completamente eliminada.

Possibilidade

Algo que não é certo pode ser ou pode acontecer.

Probabilidade

Ao longo do trabalho utilizamos o termo “Probabilidade” apenas com o sentido de “o número atribuído a um evento com a finalidade de quantificar grau de possibilidade” – ou seja, o número, a medida de grau de certeza. Sabemos que o significado deste termo é muito mais abrangente. Podemos utilizar Probabilidade para designar justamente o que estaremos tentando quantificar: o grau de favorabilidade, de possibilidade, de certeza, de risco, que um evento tem de acontecer. No entanto, o sentido de “Probabilidade” nesta última conotação é uma questão epistemológica para a qual não há resposta única. Então, para evitar confusões, utilizamos o termo “Probabilidade” para o número que representa o grau de favorabilidade de um evento, e utilizamos os termos “possibilidade”, “favorabilidade” para aquilo cujo grau ela mede.

ANEXOS

ANEXO I: Roteiro para a aplicação dos testes

1º - Preparação da sala (sala reservada para evitar ruídos na hora da gravação)

2º - Mesa com o material usado no pré-teste: caixas com balas de morango e abacaxi, roletas, moedas, potes, pecinhas coloridas e dados clássicos (dados de 6 lados)

3º - Esclarecimento inicial aos alunos entrevistados, sobre o objetivo da atividade a ser realizada

4º - Conversa informal procurando saber nome, idade e experiências com jogos

5º - Apresentação do material a ser usado na pesquisa

6º - Orientação para a composição do material em cada situação-tarefa

7º - Em todas as situações-tarefa usadas, após a resposta do aluno, buscamos compreender o movimento e a lógica ao fenômeno em pauta.

ANEXO II: Pré-teste (entrevistas com resoluções de problemas)

A primeira situação-tarefa teve como objetivo: verificar se aluno tem o conceito de certeza numa situação de possibilidade.

1 - Vamos fazer um jogo. O vencedor será quem tirar uma bala de morango sem olhar. (O aluno faz a composição das caixas com a orientação da pesquisadora). Você coloca nesta caixa 10 balas de morango e 7 balas de abacaxi. Nesta outra caixa, você vai colocar 17 balas de morango. Qual das caixas você vai escolher para retirar uma bala de morango sem olhar?

A segunda situação-tarefa teve como objetivo: verificar se o aluno tem o conceito de impossibilidade.

2 - (Mostrando as caixas compostas pelo aluno na tarefa anterior). Observe essas mesmas caixas e responda: há chances de você tirar uma bala de banana?

A terceira situação-tarefa teve como objetivo: verificar se o aluno sabe comparar e ordenar graus de possibilidade (sem necessariamente atribuir um número ou uma Probabilidade aos graus de possibilidade).

3 - Agora, nós temos uma roleta. Mostra a roleta para o aluno (roleta dividida em três partes, sendo uma parte que representa ½ - cor alaranjada) e as outras duas: ¼ azul e ¼ amarelo. Se girássemos esse ponteiro, há alguma cor que tem maior possibilidade desse ponteiro parar.

A quarta situação-tarefa teve como objetivo: verificar se o aluno tem o conceito de independência.

4 - Uma moeda é lançada cinco vezes e saem CARA as cinco vezes. Na sexta vez é mais provável que saia cara ou coroa?

A quinta situação-tarefa teve como objetivo: verificar se o aluno sabe identificar eventos equiprováveis. (O aluno não precisa utilizar o termo “equiprovável”, podemos utilizar o termo que tenha a mesma chance de acontecer).

5 - Vamos observar estes potes (composição feita pelo aluno com a orientação da pesquisadora). Neste pote, você coloca duas balas de morango e três balas de abacaxi. No

outro pote, você vai colocar quatro balas de morango e seis balas de abacaxi. Qual dos potes você vai escolher para retirar uma bala de morango sem olhar?

A sexta situação-tarefa teve como objetivo detectar se o aluno é capaz de quantificar graus de possibilidades de eventos impossíveis, possíveis e certos:

a) Quando se lança um dado, existem alguns números que são mais difíceis de sair?

b) Você sabe me dizer qual a possibilidade de lançar esse dado e sair um número par?

c) E de sair um número ímpar?

d) Qual a chance de lançar esse dado e sair um número 6?

e) E de sair qualquer número de 1 a 6?

f) E de sair um número 8 qual é a Probabilidade?

ANEXO III: Teste Final ou pós-teste

O objetivo da primeira situação-tarefa é detectar se o aluno identifica e quantifica a Probabilidade de um evento impossível.

1) Com duas fichas azuis e uma amarela dentro do saco, qual a Probabilidade de se retirar uma ficha vermelha? Por quê?

O objetivo da segunda situação-tarefa é detectar se o aluno identifica e quantifica um evento certo

2) Tenho em um saco sete bolas vermelhas. Qual a Probabilidade de tirar uma bola vermelha desse saco? Por quê?

O objetivo da terceira situação-tarefa foi detectar se o aluno é capaz de comparar graus de possibilidades (sem necessariamente quantificar)

3) Então, vamos jogar com essa roleta. (Pega uma roleta dividida em duas partes, sendo uma parte 2/3 de cor amarela e outra que representa 1/3 de cor vermelha).Ganha esse jogo quem acertar em qual das cores você vai escolher para ganhar esse jogo?

O objetivo da quarta situação-tarefa é detectar se o aluno identifica e quantifica eventos equiprováveis.

4) Num saco A tenho três peças azuis e cinco amarelas. Em um saco B tenho seis peças azuis e dez peças amarelas. Qual dos sacos você vai escolher para retirar uma peça azul sem olhar? Por quê?

O objetivo da quinta situação-tarefa é detectar se o aluno identifica e quantifica um evento independente.

5) Maria, João e Antônio começam uma rodada de um jogo de tabuleiro, no qual se usa um dado para saber quantas casas cada um vai andar com sua peça. O dado é novinho, de boa procedência e não é viciado. Todos os números têm chance igual de sair. Maria rola o dado e tira um seis. João rola o dado e também tira um seis. O que tem maior Probabilidade: que Antônio tire um seis ou que Antônio tire outro número?

O objetivo da sexta situação é detectar se o aluno é capaz de quantificar Probabilidade.

6) A pesquisadora pediu que o aluno lançasse um dado de seis lados (dado clássico) e viu o número que saiu. Pediu que o aluno dissesse qual era a Probabilidade de sair aquele número. Em seguida, perguntou qual a Probabilidade de sair o número oito assim como qual a Probabilidade de sair qualquer um número de um a seis, números pares e números ímpares.

ANEXO IV: Atividades para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico

1 - Observe as seguintes informações:
Talvez chova amanhã
Um elefante vai passar em frente à escola amanhã
Eu vou ganhar na loteria
Eu virei à escola amanhã

Agora, coloque as cartas em ordem do que é mais provável para o que é menos provável.

(Na discussão entre os alunos, levantam-se questões (argumentos) para a escolha pela ordem. É sugerida a introdução de uma escala, usando o seguinte vocabulário: "certo, possível, impossível ou improvável". Então, introduz-se a escala numérica – de 0 para o impossível e 1 para o certo.)

2 - Leia as cinco frases da primeira coluna e as relacione com a segunda coluna:

(1) Não pode ocorrer	( ) Muito provável
(2) Não ocorre muito	( ) Improvável
(3) Ocorre com freqüência	( ) Provável
(4) Ocorre quase sempre	( ) Pouco provável

3 - Escreva uma palavra ou uma frase que signifique o mesmo que:
Impossível
possível
igual possibilidade
pouca possibilidade
muita possibilidade

Jogo: Percorrendo uma pista

Números de jogadores: 2

Material: 1 pista com números de 1 a 32; 2 moedas; marcas para cada um dos jogadores

Regras do jogo: decidir quem será o jogador A e quem será o jogador B;

lançar as duas moedas;

O jogador A avança uma casa se sair uma cara e uma coroa;

O jogador B avança uma casa se saírem duas caras;

Caso contrário (se saírem duas coroas), ninguém se move;

Jogar durante três minutos.

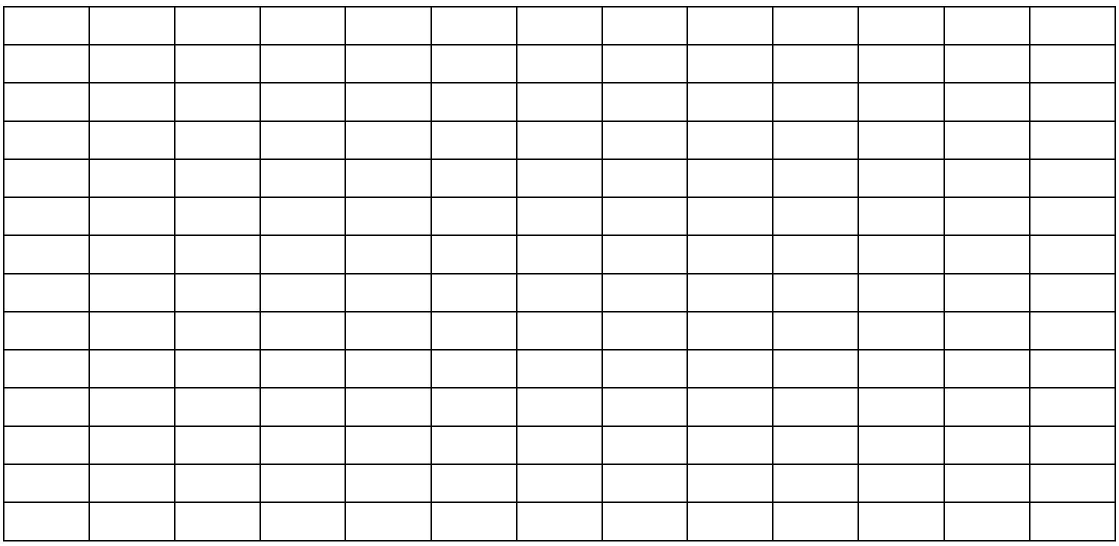
O objetivo deste jogo é identificar situações de incertezas e compreender a noção do conceito de independência, pois, ao jogar, irá perceber que o fato de sair cara, ou coroa, não impedirá de sair cara ou coroa logo em seguida, ou seja, esperamos que, ao jogar, o aluno construa a noção de que o resultado de um experimento não afetará o resultado de outro experimento, se estes forem independentes.

O objetivo desta atividade é explorar situações aleatórias, enfatizando que, entre o provável, o mais provável, o pouco provável, o mais provável e o certo, há tomadas de atitudes diferentes. Trabalha-se, portanto, com vivências e análises de situações que envolvam o conceito de Probabilidade, discussão sobre acontecimentos não equiprováveis, utilização de termos como: mais provável, menos provável, iguais possibilidades etc.

Qual a soma?

Números de jogadores: 14
Material: 14 cartolinas numeradas de 1 a 14; 2 dados numerados; 1 traçado como o da figura.

META



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Partida

Regras do Jogo:

Distribuir as quatorze cartolinas pelos quatorze jogadores;
- cada um deles coloca-se, na linha de saída, na casa correspondente ao número de cartolina que lhes foi entregue;
- lançar os dois dados e adicionar os pontos saídos;
- jogador que tem o número igual à soma dos pontos saídos nos dois dados avança uma casa; ganha o primeiro que chegar à meta.

Objetivo é que o aluno desenvolva o gosto pela leitura, pela interpretação e que seja capaz de pensar no que seria provável que acontecesse no final da história, o que seria impossível acontecer, e o que aconteceria com certeza.

Menina bonita do laço de fitas

Autora: Ana Maria Machado

Era uma vez, uma menina linda, linda. Os olhos dela pareciam duas azeitonas pretas, daquelas bem brilhantes. Os cabelos eram enroladinhos e bem negros, feitos fiapos da noite. A pele era escura e lustrosa, que nem o pêlo da pantera negra quando pula na chuva.

Ainda por cima, a mãe gostava de fazer trancinhas no cabelo dela e enfeitar com laço de fita colorida. Ela ficava parecendo uma princesa das Terras da África, ou uma fada do Reino do Luar.

Do lado da casa dela morava um coelho branco, de orelha cor-de-rosa e focinho nervoso sempre tremelicando. O coelho achava a menina a pessoa mais linda que ele tinha visto em toda a vida. E pensava: – Ah! Quando eu casar, quero ter uma filha pretinha e linda que nem ela...

Por isso, um dia ele foi até a casa da menina e perguntou:

– Menina bonita do laço de fita, qual é o teu segredo pra ser tão pretinha? A menina não sabia, mais inventou:

– Ah, deve ser porque eu caí na tinta preta quando era pequenina...

O coelho saiu dali, procurou uma lata de tinta preta e tomou banho nela. Ficou bem negro, todo contente. Mas aí veio uma chuva e lavou todo aquele pretume, e ele ficou branco outra vez.

Então, ele voltou lá na casa da menina e perguntou outra vez: Menina bonita do laço de fita, qual é teu segredo para ser tão pretinha? A menina não sabia, mas inventou:

– Ah, deve ser porque eu tomei muito café quando era pequenina.

O coelho saiu dali e tomou tanto café que perdeu o sono e passou a noite toda fazendo xixi. Mas não ficou nada preto.

Então, ele voltou lá na casa da menina e perguntou outra vez: – Menina bonita do laço de fita, qual é o teu segredo pra ser tão pretinha?

– Ah, deve ser porque eu comi muita jabuticaba quando era pequenina.

O coelho saiu dali se empanturrou de jabuticaba até ficar pesadão, sem conseguir sair do lugar. O máximo que conseguiu foi fazer muito cocozinho preto e redondo feito jabuticaba. Mas não ficou nada preto.

Por isso, daí a alguns dias ele voltou lá na casa da menina e perguntou outra vez:

– Menina bonita do laço de fita, qual é o teu segredo pra ser tão pretinha?

A menina não sabia e já ia inventando outra coisa, uma história de feijoada, quando a mãe dela, que era uma mulata linda e risonha, resolveu se meter e disse:

– Artes de uma avó preta que ela tinha...

Aí, o coelho – que era bobinho, mas nem tanto – viu que a mãe da menina devia estar mesmo dizendo a verdade, porque a gente se parece sempre é com os pais, os tios, os avós e até com os parentes tortos.

E se ele queria ter uma filha pretinha e linda que nem a menina, tinha era que procurar uma coelha preta para casar.

Não precisou procurar muito. Logo encontrou uma coelhinha escura como a noite, que achava aquele coelho branco uma graça.

Foram namorando, casaram-se e tiveram uma ninhada de filhotes, que coelho quando desanda a ter filhote não pára mais.

Tinha coelho pra todo gosto: branco bem branco, branco meio cinza, branco malhado de preto, preto malhado de branco e até uma coelhinha bem pretinha. Já se sabe, afilhada da tal menina bonita que morava na casa ao lado.

E quando a coelhinha saía, de laço colorido no pescoço, sempre encontrava alguém que perguntava:

– Coelha bonita do laço de fita, qual é teu segredo pra ser tão pretinha?

E ela respondia:

– Conselhos da mãe da minha madrinha.

1- Em um frasco há 3 bolas vermelhas e 1 azul, num total de 4 bolas. A Probabilidade de se retirar, sem olhar, uma bola vermelha é...	5-A Probabilidade de se lançar um dado de seis lados e sair um nº par....	9-Em um pote há 5 bolas azuis, 4 verdes e 1 amarela. A Probabilidade de se retirar, sem olhar, uma bola azul é...
2- Ao lançar um dado clássico (dado de 6 lados) a Probabilidade de cair no nº 3 é...	6-Uma caixa tem 5 bolas verdes, 3 azuis e 2 vermelhas. Fecho os meus olhos e retiro uma bola da caixa. A Probabilidade de que a bola retirada seja verde é maior, igual ou menor que uma vermelha.	10-Com duas fichas azuis e uma amarela dentro do saco, a Probabilidade de tirar uma vermelha
3*-Em um pote tenho 5 bolas vermelhas, 2 azuis e 1 branca. A Probabilidade de se retirar, sem olhar, uma bola que não é vermelha é...	7-É uma maneira de medir as possibilidades de ocorrer um evento em um experimento aleatório	11-A Probabilidade de se lançar um dado e sair o nº 6 é maior, menor ou igual a de sair um número ímpar?
4 Em um pote (A) tem 3 balas de morango e 2 de abacaxi. Em outro pote (B) tem 6 balas de morango e 4 de abacaxi. A Probabilidade de se tirar uma bala de morango do pote A é maior, menor, ou igual do que se retirar do pote B é...	8-Na Probabilidade o evento certo é igual a... .	12- Em um pote há 5 bolas azuis, 4 verdes e 1 amarela. A Probabilidade de se retirar, sem olhar, uma amarela é...

1 1 em 10 ou 1/10	5 Probabilidade	9 3 em 8 ou 3/8
2 1 ou 100% .	**6** 0 ou Impossível	10 5 em 10 ou 5/10 ou ½
3 3 em 6 ou 3/6	7 Maior	11 Igual
4 Menor	8 1 em 6 ou 1/6	12 3 em 4 ou ¾