



Universidade Federal de Mato Grosso  
Instituto de Ciências Exatas e da Terra  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



---

# Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados

**Edmar Floriano Amaro**

Mestrado Profissional em Matemática: PROFMAT/SBM

Orientador: **Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz**

Trabalho financiado pela Capes

Cuiabá - MT

Abril de 2013

### **Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.**

A485a Amaro, Edmar Floriano.  
Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados / Edmar Floriano Amaro. -- 2013  
55 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Dr. Geraldo Lúcio Diniz.  
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Cuiabá, 2013.  
Inclui bibliografia.

1. Ensino. 2. Matemática. 3. Trigonometria. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

**Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.**

# Atividades em sala de aula para o ensino de trigonometria e avaliação de resultados

Este exemplar corresponde á redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por Edmar Floriano Amaro e aprovada pela comissão julgadora.

Cuiabá, 15 de abril de 2013.

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz  
Orientador

## **Banca examinadora:**

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz (UFMT)  
Prof. Dr. Andre Krindges (UFMT)  
Prof. Dr. Roy Wilhelm Probst (UTFPR)

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título **de Mestre em Matemática**.

Dissertação de Mestrado defendida em 16 de março de 2013 e aprovada pela  
banca examinadora composta pelos Professores Doutores

---

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz

---

Prof. Dr. Andre Krindges

---

Prof. Dr. Roy Wilhelm Probst

*Dedico esta dissertação á minha esposa  
Elci Dias Pereira Amaro e aos meus fi-  
lhos Adriano Dias Amaro, Márcio Dias  
Amaro, Raquel Dias Amaro e Joana Dias  
Amaro, por muito amá-los.*

# Agradecimentos

Agradeço, a Deus, por me dar condições materiais e espirituais para fazer o curso.

Aos meus amigos, Eliane Aparecida de Melo e Nilson Maia Rodrigues Salomão, pelo incentivo.

Aos meus colegas, pelo companheirismo.

Aos meus professores, pela dedicação e paciência.

Ao prof. Elon Lages Lima, pelo PROFMAT.

À Universidade Federal de Mato Grosso, pela oportunidade de fazer o curso.

Ao prof. Geraldo Lúcio Diniz, pela orientação e amizade.

Edmar Floriano Amaro

Cuiabá, abril, 2013.

“E ninguém, acendendo uma candeia, a cobre com um vaso,  
ou a põe debaixo da cama; mas põe-na no velador, para que os  
que entram vejam a luz”.

(Lucas, cap. VIII, v. 16)



# Resumo

Este trabalho relata a experiência de aplicação em sala de aula de cinco atividades de matemática, referentes ao tema de trigonometria, numa turma da terceira série do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino de Mato Grosso. As atividades aplicadas constam de definições das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, resoluções de situações-problema através de aplicações das razões trigonométricas, demonstração dos valores das razões trigonométricas para os ângulos notáveis, e demonstração da relação fundamental da trigonometria. A avaliação do resultado das aplicações das atividades é feita através de análise e descrição das facilidades e dificuldades encontradas pelos alunos, e da eficiência ou não, das metodologias utilizadas. O trabalho trata também da baixa qualidade do ensino de matemática na escola pública de educação básica e do desinteresse pelo conhecimento por parte de muitos alunos, ressalta as dificuldades encontradas pelo professor para realizar um bom trabalho e dá algumas sugestões para melhorar a qualidade da educação básica na escola pública.

**Palavras chaves:** Práticas trigonométricas. Trigonometria. Atividades didáticas.

# Abstract

This paper reports the experience of applying five math activities in the classroom, on the subject of trigonometry class in the third grade of high school in a state school teaching at Mato Grosso. The activities implemented included definitions of trigonometric ratios for sine, cosine and tangent in right-angled triangle, resolutions of problem situations through applications of trigonometric ratios, demonstrating the values of trigonometric ratios for notable angles, and demonstration of the fundamental relationship between trigonometry. The evaluation of result of these activities is made through analysis and description of facilities and difficulties encountered by pupils, and efficiency or not, of methodologies used. The paper also talks about the low quality of mathematics teaching in public schools of basic education, the knowledge and disinterest on the part of many students, highlights the difficulties faced by the teacher to perform a job successfully and gives some suggestions to improve the quality of basic education in public schools.

**Keywords:** Trigonometric practices. Trigonometry. Teaching activities.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Apresentação do tema escolhido</b>	<b>16</b>
1.1	Escolha do tema . . . . .	16
1.1.1	O ensino de trigonometria na educação básica . . . . .	18
1.1.2	Material de trigonometria na educação básica . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Apresentação da proposta</b>	<b>20</b>
2.1	Atividades escolhidas . . . . .	20
2.2	Contexto . . . . .	22
2.3	Considerações sobre a qualidade do ensino da escola pública . . . . .	28
2.4	Participantes . . . . .	31
2.5	Condução do trabalho . . . . .	32
2.5.1	Primeira atividade . . . . .	33
2.5.2	Segunda atividade . . . . .	35
2.5.3	Terceira atividade . . . . .	36
2.5.4	Quarta atividade . . . . .	38
2.5.5	Quinta atividade . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Relato da experiência</b>	<b>39</b>
3.1	Relato da aplicação da avaliação dos pré-requisitos e dos resultados alcançados . . . . .	39

3.2	Relato da aplicação da primeira atividade . . . . .	42
3.3	Relato da aplicação da segunda atividade . . . . .	45
3.4	Relato da aplicação da terceira atividade . . . . .	47
3.5	Relato da aplicação da quarta atividade . . . . .	51
3.5.1	No triângulo equilátero . . . . .	52
3.5.2	No quadrado . . . . .	56
3.6	Relato da aplicação da quarta atividade . . . . .	59
<b>4</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>68</b>
<b>5</b>	<b>ANEXO A - Avaliação de pré-requisitos</b>	<b>71</b>
<b>6</b>	<b>ANEXO B - Primeira atividade aplicada</b>	<b>74</b>
<b>7</b>	<b>ANEXO C - Segunda atividade aplicada</b>	<b>78</b>

# Lista de Figuras

1	.....	2
2.1	: Representação da situação-problema do 2 <sup>o</sup> exercício da terceira atividade. ....	34
2.2	: Triângulos ABE, ACF e ADG relativos à resolução da primeira atividade. ....	35
2.3	: Triângulo ABC relativo à resolução da primeira atividade. .	36
2.4	: Triângulo ABC relativo à resolução do 1 <sup>o</sup> exercício da terceira atividade. ....	37
3.1	: Triângulo equilátero ABC . . . . .	42
3.2	: Quadrado ABCD . . . . .	45
3.3	: Triângulo retângulo relativo à aplicação da quarta atividade	48

# Lista de Tabelas

2.1	: Triângulos ABE, ACF e ADG relativos à primeira atividade.	23
2.2	: Triângulo ABC relativo à segunda atividade. . . . .	25
2.3	: Triângulo ABC relativo ao 1º exercício da terceira atividade.	27
3.1	: Representação da situação-problema relativa à resolução do 2º exercício da terceira atividade . . . . .	40

### **Lista de abreviaturas e siglas**

PROFMAT: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

CEFAPRO: Centro de Formação e Atualização de Professores

CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EE Alvarina A Freitas: Escola Estadual Alvarina Alves de Freitas

IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

UBM: União dos Blogs de Matemática

IES: Instituição de Ensino Superior

# Introdução

Um dos grandes desafios da educação pública no Brasil é o de melhorar a qualidade do ensino na educação básica, principalmente nas etapas de ensino fundamental e ensino médio. Na busca desta melhoria, governo e sociedade tem se mobilizado e promovido algumas ações importantes.

A implantação pelo governo federal do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (FUNDEF) em 1997, com duração de 10 anos, sucedido pelo Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (FUNDEB) em 2007, com duração prevista de 14 anos, ambos em nível nacional, são exemplos de ações do governo federal para melhorar o ensino básico.

Em Mato Grosso, o governo estadual implantou gradualmente o regime de Ciclo de Formação Humana no ensino fundamental de nove anos, com início em 2002, alcançando todas as escolas da rede estadual em 2007, criou o Centro de Formação e Atualização do Professor (CEFAPRO) em 1997, um órgão dentro da estrutura da Secretaria de Estado de Educação que tem como uma de suas funções qualificar os profissionais da educação da rede estadual.

Em 2011 teve início o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), um curso semipresencial com oferta nacional, coor-



denado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) em parceria com Instituições de Ensino Superior (IES), associadas em uma rede nacional no âmbito do sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB).

O curso teve o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), sendo oferecidas inicialmente cerca de 1200 vagas em todo Brasil e ampliado para 2570 vagas em 2013.

O PROFMAT visa atender professores de matemática em exercício no ensino básico, especialmente na escola pública, e tem como objetivo proporcionar formação matemática aprofundada, relevante e articulada com o exercício da docência no ensino básico, visando fornecer ao egresso, qualificação certificada, com o título de mestre, para o exercício da profissão de professor de matemática.

Este trabalho relata a experiência da aplicação de uma sequência de atividades de trigonometria em sala de aula, em uma turma de alunos do ensino médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do Estado de Mato Grosso por um mestrando do PROFMAT, avalia os resultados que as atividades propiciaram em termos de aprendizagem dos alunos, e também, faz uma reflexão sobre as causas da baixa qualidade do ensino de matemática nas escolas da rede pública de ensino no estado de Mato Grosso.

O trabalho está apresentado com a seguinte estrutura:

No primeiro capítulo são descritas as razões da escolha do tema, alguns aspectos do ensino de trigonometria na educação básica, e da disponibilidade de material didático.

O segundo capítulo apresenta o contexto sócio educacional da comunidade escolar, faz comentários sobre a qualidade do ensino de matemática na escola onde as atividades foram aplicadas, e na escola pública de educação básica de forma geral, e finaliza descrevendo as atividades que foram aplica-

das.

O terceiro capítulo relata a aplicação das atividades, faz comentários sobre as dificuldades encontradas e emite opinião sobre metodologias utilizadas.

Ao final, são apresentadas algumas considerações, onde se descreve os resultados alcançados e as impressões que ficaram nas aplicações das atividades, fala sobre os entraves que prejudicam a realização de um bom trabalho no ensino de matemática e sugere mudanças para melhorar o ensino de matemática na educação básica pública.

# Capítulo 1

## Apresentação do tema escolhido

Segundo orientações do PROFMAT, através do Banco Indutor de Trabalho (BIT), o trabalho de conclusão de curso deveria consistir, preferencialmente, de projeto com aplicação direta na sala de aula de matemática na educação básica, contribuindo para o enriquecimento da disciplina. O PROFMAT também sugeriu as seguintes modalidades de trabalho: elaboração de proposta de atividades educacionais; e, aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados. O mestrando optou por trabalhar com a segunda modalidade.

### 1.1 Escolha do tema

Decidido, então, que esse trabalho seria na modalidade aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados, se deveria então escolher o tema a ser trabalhado através das atividades aplicadas. O tema escolhido foi trigonometria no triângulo retângulo, e os motivos pelos quais se escolheu trabalhar com conteúdos de trigonometria, dentre tantos outros que poderiam ser trabalhados foram: os alunos da turma escolhida não ha-

viam estudado estes conteúdos nas séries anteriores; pela relevância destes conteúdos, tanto para os alunos que prosseguirão nos estudos em nível superior, quanto para aqueles que seguirem outros caminhos, pois podem ser utilizados em desenvolvimento de conhecimentos mais sofisticados, como em aplicações mais diretas para resolver pequenos problemas da vida cotidiana; e vontade do professor em trabalhar o tema. Como exemplos da aplicação dos conteúdos de trigonometria, podem ser citados a importância das funções seno e cosseno no estudo das ondas, uma aplicação no campo da Física, ou simplesmente o uso da definição de seno para encontrar a medida mínima do comprimento de uma escada que deve ser encostada em uma parede e alcançar uma altura de  $x$  metros, fazendo um ângulo máximo de medida  $\alpha$  com o piso horizontal, uma aplicação em resolução de problemas comum do dia-a-dia.

O mestrando, que seria o aplicador das atividades e que era também o professor da disciplina de matemática da turma, teve o cuidado de conversar com os alunos sobre a mudança no planejamento, apresentando a eles a relevância dos conteúdos que seriam trabalhados, sem desvalorizar os de geometria analítica que estavam em andamento naquele momento, e apresentou também a nova proposta de trabalho com os conteúdos de trigonometria e os objetivos a que se propunham.

Seguindo um exemplo que deu certo no PROFMAT, se propôs aos alunos que parte da nota de cada bimestre viria da participação deles na resolução das atividades trabalhadas com conteúdos de trigonometria e a outra parte viria das notas alcançadas nas provas. Os alunos aceitaram participar, e foi marcada a data do início da aplicação das atividades.

### 1.1.1 O ensino de trigonometria na educação básica

Os livros didáticos de matemática costumam trazer os conteúdos de trigonometria no nono ano do ensino fundamental, onde é explorada a trigonometria no triângulo retângulo, com definição de seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo. São apresentadas situações-problemas para serem resolvidas fazendo aplicação das razões estudadas, podendo também demonstrar as fórmulas chamadas de relações trigonométricas fundamentais, lembrando que neste caso seno, cosseno e tangente assumem apenas valores positivos. No ensino médio, geralmente, a trigonometria é trabalhada na segunda série, porém nada impede que seja trabalhada em outra série, ou mesmo uma parte na primeira série e outra na segunda, como é o caso da coleção Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2005), que trás os temas de estudo: relações trigonométricas num triângulo retângulo; cálculo de seno, cosseno e tangente de ângulos agudos especiais; tabelas trigonométricas; relações entre seno, cosseno e tangente; círculo trigonométrico; função seno; função cosseno; função tangente; relação entre tangente, seno e cosseno; variação, gráfico e conjunto imagem das funções seno, cosseno e tangente; teorema dos senos; teorema da área e teorema dos cossenos, no volume da primeira série, e, redução ao primeiro quadrante; arcos complementares e arcos suplementares; equações trigonométricas; inequações trigonométricas; funções trigonométricas da soma e funções trigonométricas inversas, no volume da segunda série. Na realidade da EE Alvarina A Freitas, com apenas três aulas semanais e a necessidade constante de se rever conteúdos do ensino fundamental, é necessário eleger o que vai ser trabalhado em trigonometria e com que profundidade os temas serão abordados. Para se dar um curso completo de trigonometria, como o que aparece na coleção citada anteriormente, lembrando a necessidade de se fazer um trabalho preparatório com semelhança de triângulos, relações no

triângulo retângulo, circunferência e relações na circunferência, conteúdos de outros temas deixariam de ser trabalhados. Decisões estas, que não são fáceis de serem tomadas.

### **1.1.2 Material de trigonometria na educação básica**

Na escola tem bastante material didático para trabalhar trigonometria de forma teórica. São livros de diversos autores, e há algumas abordagens diferenciadas, formas diferentes de demonstrar um teorema, como exemplo se pode citar a demonstração das funções trigonométricas da soma, que pode ser feita a partir de triângulos adequadamente traçados no círculo trigonométrico e se chegar ao seno da soma e a partir daí, deduzir o cosseno da soma e a tangente da soma, ou, iniciar com dois arcos  $ae$   $bde$  de medidas diferentes, ambos com uma das extremidades sobre a origem da circunferência trigonométrica, chegar ao cosseno da soma e deduzir as demais. Além dos livros didáticos, existe a possibilidade de acessar material didático pela internet, como exemplo se pode citar uma vídeo-aula sobre aplicações da trigonometria (WAGNER, 2001), programas de geometria dinâmica podem ser explorados, e ainda se pode usar o recurso do quadro e pincel. Quanto às aulas práticas se pode fazer alguma coisa usando uma trena e um transferidor, mas o ideal seria que a escola dispusesse de um teodolito para uso didático-pedagógico, com o qual se poderia fazer aulas práticas muito ricas.

# Capítulo 2

## Apresentação da proposta

Como não havia nenhum trabalho com trigonometria realizado anteriormente com os alunos da turma, então as atividades deveriam contemplar conteúdos relativos à introdução ao tema, iniciando, necessariamente, com a definição das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.

### 2.1 Atividades escolhidas

As atividades escolhidas para serem aplicadas, abrangeram os seguintes tópicos:

No triângulo retângulo definir seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo;

Resolver situações-problema envolvendo cálculo de distâncias com o uso da trigonometria;

Traçar a altura do triângulo equilátero para calcular os valores das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente dos ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$  e traçar a diagonal do quadrado para calcular os valores das razões trigo-

nométricas seno, cosseno e tangente do ângulo de  $45^\circ$  ;

Demonstrar a relação fundamental da trigonometria e ver algumas aplicações.

Antes de iniciar os trabalhos com conteúdos de trigonometria se decidiu fazer uma avaliação para verificar se os alunos dominavam os conhecimentos do ensino fundamental que seriam requisitados para trabalhar definições e demonstrações no decorrer das aulas sobre o assunto escolhido.



## 2.2 Contexto

A Escola Estadual Alvarina Alves de Freitas, instituição educacional onde foi realizada a aplicação das atividades, pertence à Rede Estadual de Educação do Estado de Mato Grosso e está localizada na Rua Rosário Oeste, nº 300, Centro, no Município de Planalto da Serra, cidade de aproximadamente 3000 habitantes, distante 260 km da capital do estado. O fluxo de alunos matriculados na EE Alvarina A Freitas em 2012 está relacionado na tabela 1:

Tabela 1 - Fluxo de alunos - EE Alvarina A Freitas - 2012

Situação do aluno	E. Fundamental regular	E. Fundamental re-regular	E. Fundamental re-EJA	Ensino Médio	Total
Matricula inicial	188	73	160	421	
Desistentes	-	42	14	56	
Transferidos	17	3	29	49	
Fonte: arquivos da EE Alvarina A Freitas					

Tabela 2.1: : Triângulos ABE, ACF e ADG relativos à primeira atividade.

O quadro de professores que atuou na EE Alvarina A Freitas em 2012 tinha a composição apresentada na tabela 2.

Tabela 2 - Habilitação dos professores por disciplina de atuação - EE Alvarina A Freitas - 2012

Disciplina	Habilitado	Não habilitado
Língua Portuguesa	3	-
Língua Inglesa	1	-
Língua Espanhola	2	-
Artes	-	5
Educação Física	-	2
Matemática	3	-
Física	1	-
Química	1	-
Biologia	1	-
História	-	4
Geografia	2	-
Filosofia	1	-
Sociologia	1	-
Ciências	1	2

Tabela 2.2: : Triângulo ABC relativo à segunda atividade.

Fonte: arquivos da EE Alvarina A Freitas

Observação:

Os professores possuem formação em nível superior, sendo que alguns possuem pós-graduação *latu sensu*, todos são licenciados, exceto um professor, que é bacharel em Bioquímica.

Os alunos da EE Alvarina A Freitas são de família de trabalhadores rurais, funcionários públicos, comerciantes, trabalhadores autônomos, prestadores de serviços, aposentados, sendo que uma parcela da população é composta de famílias de baixa renda. Alguns alunos são maiores de idade, alguns casados, pais de família. A participação dos pais na vida escolar dos filhos é fraca, mesmo com atividades promovidas pela escola para aumentar essa participação. O IDEB da escola para os anos finais do ensino fundamental, de 2005 a 2011, e o comparativo com Mato Grosso e Brasil, se encontra na tabela 3:

Tabela 3 - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)  
9º ano

Ano	2005	2007	2009	2011	Referência
IDEB	3,0	3,8	4,8	4,6	Escola Alvarina
	2,9	3,6	4,2	4,3	Estado de Mato Grosso
	3,3	3,6	3,8	3,9	Brasil

Tabela 2.3: : Triângulo ABC relativo ao 1º exercício da terceira atividade.

Fonte: MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2013.

Pode se observar que o IDEB da EE Alvarina A Freitas está acima da média de Mato Grosso e do Brasil, mas se percebeu uma pequena queda no índice de 2009 para 2011. A direção da escola, preocupada em elevar o índice, e principalmente cuidar para que ele não caia, já fez reuniões na escola para discutir o assunto na tentativa de encontrar soluções que promovam melhorias na aprendizagem. Nas reuniões do Conselho de Classe o que os professores mais reclamam é da falta de interesse pela aprendizagem mostrado por muitos alunos, teme se que a qualidade do ensino possa piorar na instituição.

## **2.3 Considerações sobre a qualidade do ensino da escola pública**

Sobre as dificuldades que se têm encontrado e que têm impedido que o resultado do trabalho do professor de matemática da escola pública seja de boa qualidade é que se passará a comentar nesta seção. Primeiramente, é conveniente que se recorde as finalidades da educação básica:

“A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores.” (BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Art. 22.)

Os resultados apresentados pelos instrumentos do governo que avaliam a qualidade do ensino público mostram que a educação básica não tem conseguido assegurar essa formação comum e nem fornecer os meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores a contento. Afirma o documento elaborado e publicado por Parceiros da Educação (2010, p. 1):

A educação de baixa qualidade é tida como a principal causa do

alto grau de violência, baixo Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e já reflete na estrutural falta de profissionais qualificados necessários para podermos trilhar o caminho do desenvolvimento sustentável de longo prazo.

Mais grave ainda, do ponto de vista humano, é não proporcionar a milhões de crianças e adolescentes a chance de maximizar o seu potencial, submetendo-os à marginalidade, a subempregos ou a trabalhos manuais de pouco valor agregado, sem lhes dar chance de mobilidade profissional ou social.

A convivência com esta frustração na sala de aula é uma realidade de muitos professores e o resultado das pesquisas só vem confirmar uma situação testemunhada cotidianamente por muitos que trabalham na escola pública. O professor responsável se incomoda com esta situação que às vezes gera desilusão e o desejo de abandonar a carreira de educador. O Estadão.com.br (2010), publicou na sua edição de 3 de julho o resultado de uma pesquisa com relação ao desinteresse dos alunos pelas aulas, baseada numa pesquisa sobre as justificativas das faltas dos alunos, onde 21,5% justificaram sua falta devido ao desinteresse pela aprendizagem. Porém a publicação diz que os resultados da pesquisa apontam apenas indícios da falta de interesse, que para identificar o tamanho do desinteresse, o ideal seria estudos em sala de aula, que ficariam muito caros. Ou seja, o desinteresse pode ser bem maior que o identificado pela pesquisa. Também se pode ler na mesma edição de 3 de julho de o Estadão.com.br (2010, p. 1):

O ensino médio, etapa com a maior taxa de evasão, sofre também com um tipo informal de abandono: o desinteresse. O aluno se matricula, cursa, mas não presta atenção nas aulas, não estuda, não faz lição. Essa pode ser uma das causas do crescimento de apenas 0,1 na nota de 3,6 dessa etapa escolar do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) de



2009, divulgado na quinta-feira pelo MEC.

Para melhorar a qualidade do ensino básico público de matemática o professor precisa ter uma formação matemática aprofundada, relevante e articulada com o exercício da docência, desde as séries iniciais, mas a mudança deste fator apenas, apesar de muito relevante, não tem o poder de promover a melhoria da qualidade do ensino de matemática que se espera. É possível que uma melhoria em matemática também depende de um melhor desempenho do aluno em outras áreas, como leitura e interpretação de textos, por exemplo. Junto com a formação de qualidade do professor é necessário que venham outras mudanças, principalmente aquelas que influenciem o interesse (ou desinteresse) do aluno pela aprendizagem.

A promoção automática no ensino fundamental nas escolas estaduais pode ser uma das causas do desinteresse dos alunos, pois sendo sabedores de que não serão reprovados os alunos se acomodam e até os pais se preocupam menos com a aprendizagem dos filhos. O grande déficit de aprendizado de muitos alunos é também causa de desinteresse, por não terem aprendido o básico no ensino fundamental, não se integram, porque as atividades trabalhadas estão além da sua zona de desenvolvimento proximal, outra observação feita, é que os alunos parecem não acreditar na mobilidade profissional e social que um bom aprendizado poderia lhes proporcionar.

Investir na formação de qualidade de todos os professores, desde aqueles que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental, semelhante àquela oferecida pelo PROFMAT; oferecer escola de período semi-integral para todos os alunos do ensino básico, onde parte da carga horária fosse reservada para aula de reforço escolar com atendimento individualizado; criar mecanismo para evitar que alunos sejam promovidos sem dominar os conteúdos mínimos ao passar de um ciclo para o outro, ou do ensino fundamental para

o ensino médio; construir espaços apropriados nas escolas para aulas diferenciadas como laboratório de ciências da natureza e matemática e local apropriado para aulas de reforço; ampliar o número de professores de articulação, contemplando mais áreas do conhecimento e rever critério de escolha dos professores articuladores; oferecer capacitação técnica para pessoal de apoio para que possam dar suporte de qualidade no uso de equipamentos de uso didático-pedagógico; ter laboratórios de informática com máquinas eficientes e espaços físicos adequados; e rever o planejamento do CEFAPRO, no caso de Mato Grosso, e dar-lhes condições para que possa realmente cumprir seu papel no que se refere à função de contribuir na qualificação dos professores, fazendo pesquisas e oferecendo treinamento na aplicação de metodologias eficientes, testadas e aprovadas por vários professores em diversas escolas do estado, são sugestões que se faz neste trabalho para melhorar a qualidade da educação básica.

A proposta para transformar a educação básica brasileira, contida no documento elaborado e publicado por Parceiros da Educação (2010) contempla algumas destas ideias e vai muito além, lá os especialistas no assunto propõe um plano ambicioso para fazer uma verdadeira transformação na educação básica.

## **2.4 Participantes**

Participaram da aplicação das atividades 16 alunos da 3<sup>a</sup> série do ensino médio da Escola Estadual Alvarina Alves de Freitas, única escola de ensino médio sediada no município de Planalto da Serra. A idade dos alunos participantes são as seguintes, tomando como data de referência 20 de dezembro de 2012: nove alunos com dezessete anos, três alunos com dezoito

anos e quatro alunos com mais de dezoito anos, sendo o mais velho com vinte e quatro anos. Essa turma única de 3<sup>a</sup> série funcionava no turno noturno.

## 2.5 Condução do trabalho

Após decidir trabalhar com conteúdos de trigonometria, propôs-se fazer uma avaliação para verificar se os alunos dominavam os conhecimentos do ensino fundamental que seriam requisitados para trabalhar definições e demonstrações no decorrer das aulas sobre o assunto escolhido. A avaliação (ver ANEXO A) procurava verificar o conhecimento dos alunos sobre: relação entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por retas transversais; propriedades e relações entre triângulos semelhantes; conhecidas as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, calcular a medida do terceiro lado; calcular a medida da diagonal de um quadrado e a altura de um triângulo equilátero, conhecendo-se as medidas de seus lados; calcular o comprimento de uma circunferência cujo raio é conhecido, e o comprimento de um arco de circunferência conhecido o seu raio e seu ângulo central.

Analisado o resultado da avaliação, se constatou que seria necessária uma repassada, mesmo que rápida pelos conteúdos constantes da avaliação citada, assim, se planejou usar cinco aulas de cinquenta minutos para trabalhar as atividades propostas no teste dado, além de outras questões semelhantes. O intuito desta “revisão de conteúdos” foi de criar uma base de onde se pudesse começar a construir os conhecimentos de trigonometria. Rego (1995) escreve que a aprendizagem deve partir da zona de conhecimento real e que deve se trabalhar na zona de desenvolvimento proximal para ampliá-la e ir transformando zona de desenvolvimento proximal em desenvolvimento real.

### 2.5.1 Primeira atividade

A primeira atividade propunha que os alunos se agrupassem em duplas para resolver a seguinte situação:

Considere os triângulos ABE, ACF e ADG da figura 1. Desmembre-os para facilitar a visualização e em seguida calcule com o auxílio de uma calculadora os valores aproximados das seguintes razões:

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}};$$

$$\frac{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}};$$

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}}.$$

Observações:

As medidas das hipotenusas são valores aproximados;

Faça o arredondamento dos valores das razões calculadas para apenas uma casa decimal.

Com esta atividade (ver ANEXO B), levando em consideração que se usou valores aproximados para facilitar a compreensão do conceito num primeiro momento, se teve por objetivo observar que:

Os triângulos que compunham cada conjunto eram semelhantes. Para se chegar a essa conclusão, bastava observar que cada um deles possuía um ângulo reto e o ângulo agudo  $\hat{A}$  em comum e, portanto, os três triângulos possuíam os ângulos correspondentes congruentes, recaindo em um dos casos de semelhança de triângulos;

Os valores das razões  $\text{sen}\hat{A}$ ,  $\text{cos}\hat{A}$  e  $\text{tan}\hat{A}$  eram respectivamente iguais,

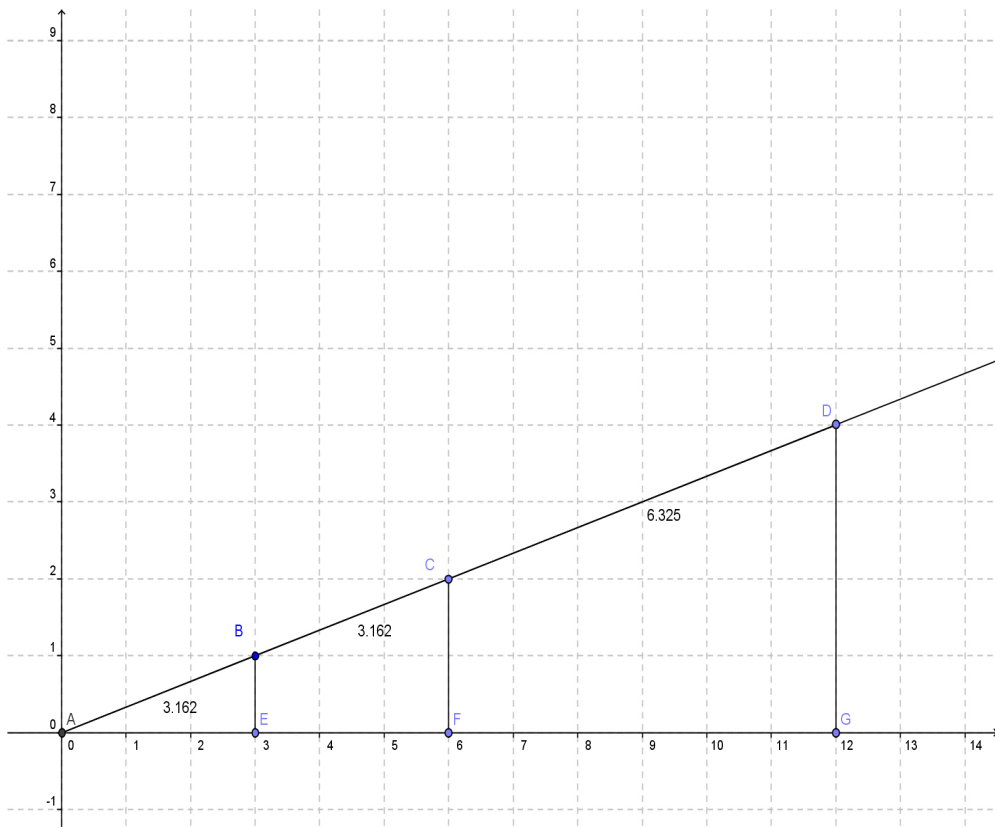


Figura 2.1: : Representação da situação-problema do 2º exercício da terceira atividade.

independente de qual dos triângulos de cada conjunto fosse utilizado, devido ao fato das medidas dos lados correspondentes em triângulos semelhantes serem proporcionais. Neste caso, o valor de cada razão trigonométrica independe do tamanho do triângulo, e o seno de um ângulo de  $30^\circ$ , por exemplo, seria o mesmo se calculado em um triângulo de tamanho microscópico, ou de tamanho astronômico. Daí, o valor da razão trigonométrica ser referente à medida do ângulo apenas.

Definir seno, cosseno e tangente de um ângulo da forma descrita, pode facilitar a compreensão e memorização das “fórmulas”.

### 2.5.2 Segunda atividade

Foi proposta uma atividade (ver ANEXO C) com alguns exercícios como o apresentado abaixo:

Calcule o valor de  $a$  e  $b$  na figura 2, sabendo que  $\tan \hat{A} = \frac{2}{3}$

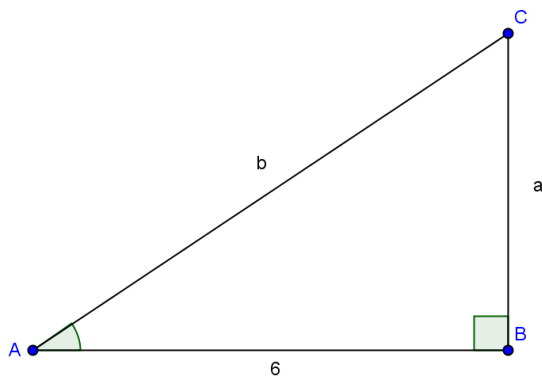


Figura 2.2: : Triângulos ABE, ACF e ADG relativos à resolução da primeira atividade.

O objetivo desta atividade foi de verificar a habilidade do aluno em selecionar os procedimentos e “ferramentas” corretos para resolver esse tipo de situação-problema e também de avaliar se os conceitos anteriormente

estudados estavam internalizados<sup>1</sup>.

### 2.5.3 Terceira atividade

Resolver situações-problema como as apresentadas a seguir (situações fictícias):

1<sup>a</sup> - Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura 3, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem, C representa um ponto na margem oposta do rio, e A e B duas estacas fincadas adequadamente na margem adjacente. A partir dos dados da figura, suponha que você seja esse engenheiro, e calcule a largura do rio.



Figura 2.3: : Triângulo ABC relativo à resolução da primeira atividade.

---

<sup>1</sup>Segundo Vygotsky, conhecimentos da zona de desenvolvimento proximal vão sendo internalizados e passam a compor a zona de desenvolvimento real, conforme Rego (1995).

2ª - Um edifício encontra-se em um terreno plano e cercado por um alambrado. Curioso para saber a altura do edifício, uma pessoa, de posse de um teodolito e uma trena, usou a seguinte estratégia para calcular a referida altura, já que não queria atravessar o alambrado: a uma distância  $x$  da base do prédio, postou o teodolito a 1m de altura do chão, e, deste ponto observou o ângulo  $\alpha$  formado entre a horizontal e o topo do edifício; em seguida, afastou mais 20m em linha reta, e observou a medida do ângulo  $\beta$  entre a horizontal e o topo do edifício (vide figura 4). Sabendo que as medidas dos ângulos verificados foram  $\alpha = 50^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ , qual era a medida da altura do prédio?

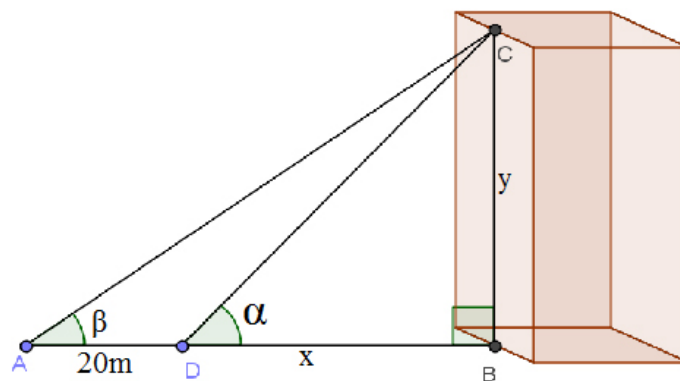


Figura 2.4: : Triângulo ABC relativo à resolução do 1º exercício da terceira atividade.

Situações-problema como as desta atividade têm como objetivo desenvolver as habilidades dos alunos na utilização dos procedimentos corretos para resolvê-las e mostrar a utilidade da trigonometria para calcular distâncias em locais inacessíveis ou de difícil acesso.



### 2.5.4 Quarta atividade

Para demonstrar o valor das razões trigonométricas para os ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , se propôs a seguinte atividade: usar o triângulo equilátero, traçar sua altura, e a partir dos triângulos retângulos obtidos, demonstrar o valor de seno, cosseno e tangente para os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ ; em seguida, partindo de um quadrado, traçar sua diagonal e demonstrar os valores das mesmas razões trigonométricas para o ângulo de  $45^\circ$ , uma atividade clássica encontrada em muitos livros didáticos quando trabalha trigonometria no triângulo retângulo.

Esta quarta atividade tem por objetivo:

Mostrar ao aluno que existem estratégias matemáticas para demonstrar os valores das razões trigonométricas;

Desenvolver habilidades de manipulação das expressões matemáticas até chegar a um resultado simplificado;

Internalizar os conceitos já trabalhados anteriormente;

Tomar conhecimento da tabela dos valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , chamados ângulos notáveis e que são muito cobrados em exames e concursos;

Usar estratégias semelhantes para resolução de outras situações-problema do mesmo gênero.

### 2.5.5 Quinta atividade

Como quinta e última atividade a ser aplicada visando a realização do presente trabalho, se propôs a demonstração da relação  $(\operatorname{sen}\alpha)^2 + (\operatorname{cos}\alpha)^2 = 1$ , chamada pelos matemáticos de relação fundamental da trigonometria. Sua importância já se justifica pelo próprio nome.

# Capítulo 3

## Relato da experiência

No capítulo anterior se apresentou as atividades aplicadas. Neste capítulo se passará a relatar e avaliar os resultados alcançados com as aplicações das referidas atividades.

### 3.1 Relato da aplicação da avaliação dos pré-requisitos e dos resultados alcançados

A avaliação proposta para verificar o conhecimento dos alunos relativo aos conteúdos que seriam pré-requisitos para os estudos de trigonometria foi respondida por oito duplas de alunos, com permissão do uso de calculadora, e o número de duplas que acertaram cada questão está lançado na tabela 4:

Tabela 4 - Quantidade de alunos que acertaram a questão - EE  
Alvarina A Freitas - 2012

Questão	Acertos
Ângulos formados por retas paralelas cortadas por retas transversais.	5
Propriedades e relações entre triângulos semelhantes.	0
Conhecendo as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, calcular a medida do terceiro lado.	0
Calcular a medida da diagonal de um quadrado e a altura de um triângulo equilátero, conhecendo as medidas de seus lados.	0
Calcular o comprimento de uma circunferência com raio conhecido, e o comprimento de um arco de circunferência conhecido o seu raio e seu ângulo central.	0

Tabela 3.1: : Representação da situação-problema relativa à resolução do 2º exercício da terceira atividade

Fonte: Anotações do mestrando

Observações:

O número de acertos que foi atribuído levou-se em conta apenas o resultado final;

Nenhuma dupla utilizou procedimento correto para resolver a segunda questão, e o que mais chamou a atenção foi que duas duplas tentaram usar o Teorema de Pitágoras para resolvê-la;

Quatro duplas tentaram usar o Teorema de Pitágoras para resolver a terceira questão, mas não conseguiram chegar ao resultado correto; três duplas deixaram em branco; e uma dupla usou um procedimento completamente sem lógica;

Apenas uma dupla chegou ao resultado que o comprimento da diagonal era  $d = 4\sqrt{2}$  e outra chegou que  $d^2 = 32$ , as outras deixaram em branco ou usaram procedimentos sem nenhuma lógica;

Duas duplas conseguiram responder o item *ada* quinta questão.

Para trabalhar a recuperação destes conteúdos se utilizou cinco aulas de cinquenta minutos onde se trabalhou as atividades propostas no teste dado, além de outras questões semelhantes. O objetivo da recuperação foi atingido, que era de mostrar e convencer sobre: a veracidade das relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais; definição de triângulos semelhantes, suas propriedades e os casos de semelhança de triângulos; aplicações do Teorema de Pitágoras; cálculo do comprimento da circunferência e uso da regra de três simples para calcular comprimento de arcos, conhecido o ângulo do setor circular determinado pelo arco.

## 3.2 Relato da aplicação da primeira atividade

O desenvolvimento desta atividade aconteceu de acordo com os passos seguintes:

1º - Após distribuir a atividade impressa em papel A4 se pediu que, trabalhando em duplas, eles desmembrassem os triângulos da figura 5 e em seguida calculassem com o auxílio de uma calculadora os valores aproximados das razões:

$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{hipotenusa}};$$
$$\frac{\text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{A}}{\text{hipotenusa}};$$
$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{A}},$$

o que no caso da figura 5 daria os seguintes resultados, com arredondamento para duas casas decimais:

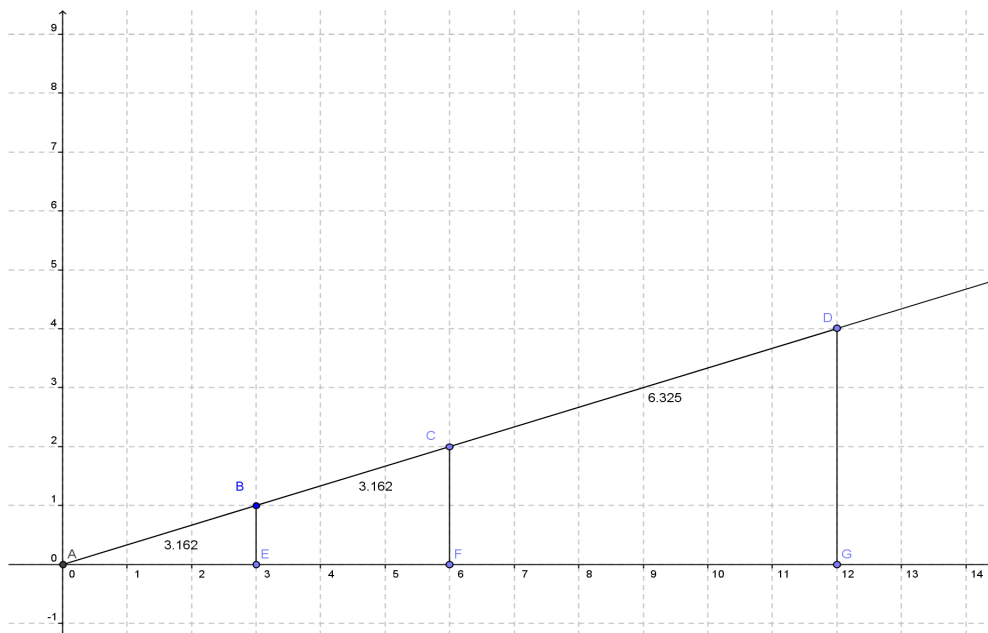


Figura 3.1: : Triângulo equilátero ABC

### Triângulo ABE

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{1}{3,162} \cong 0,3163 \cong 0,32$$

$$\frac{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{3,162} \cong 0,9488 \cong 0,95$$

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}} = \frac{1}{3} \cong 0,3333 \cong 0,33$$

### Triângulo ACE

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2}{6,324} = 0,3163 \cong 0,32$$

$$\frac{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{6}{6,324} \cong 0,9488 \cong 0,95$$

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}} = \frac{2}{6} \cong 0,3333 \cong 0,33$$

### Triângulo ADG

$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{12,649} \cong 0,3163 \cong 0,32$$

$$\frac{\text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} = \frac{12}{12,649} \cong 0,9488 \cong 0,95$$

$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{A}} = \frac{4}{12} \cong 0,3333 \cong 0,33$$

2º - Feito os cálculos indicados, se pediu que comparassem os valores obtidos nas respectivas razões em cada conjunto de triângulos semelhantes;

3º - Sendo constatado que os valores calculados para cada razão eram respectivamente iguais, então se definiu que estes eram respectivamente os valores aproximados do seno, do cosseno e da tangente do ângulo  $\hat{A}$ .

Para trabalhar esta atividade, que contém outros exercícios semelhantes a este, se utilizou duas aulas de cinquenta minutos. Ao comentar a resolução desta atividade com os alunos, se aproveitou para recordar os casos de semelhança de triângulos e mostrar que os triângulos parcialmente sobrepostos eram semelhantes pelo caso AA, ou seja, possuíam dois pares de ângulos respectivamente congruentes, o do vértice comum e o de  $90^\circ$ , que os valores encontrados para as razões respectivas em cada triângulo tinham o mesmo valor devido ao fato das medidas dos lados correspondentes de dois ou mais triângulos semelhantes serem proporcionais. Portanto, independente do “tamanho” do triângulo retângulo, se ele possuir um ângulo agudo  $\hat{A}'$  congruente com o ângulo  $\hat{A}$ , então  $\text{sen}\hat{A}' = \text{sen}\hat{A}$ ,  $\text{cos}\hat{A}' = \text{cos}\hat{A}$  e  $\text{tan}\hat{A}' = \text{tan}\hat{A}$ .

Na oportunidade também se falou de regra de arredondamento e de maneiras de distinguir cateto oposto de cateto adjacente com referência a determinado ângulo do triângulo, pois os alunos mostraram dificuldades em fazê-lo.

Observação: Depois de trabalhar com valores aproximados se fez no quadro-branco os cálculos exatos de  $\sin \hat{A}$  e  $\cos \hat{A}$ , usando o Teorema de Pitágoras para calcular os valores exatos das hipotenusas dos triângulos da figura 5.

### 3.3 Relato da aplicação da segunda atividade

Atividade:

Calcule o valor de  $a$  e  $b$  na figura abaixo, sabendo que  $\tan \hat{A} = \frac{2}{3}$

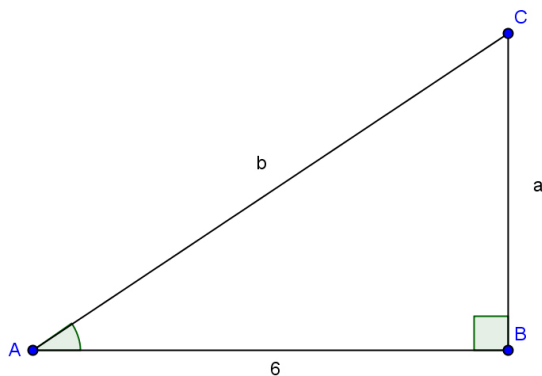


Figura 3.2: : Quadrado ABCD

Inicialmente, sem nenhuma ajuda, o professor deixou que os alunos tentassem, em duplas, resolver a presente atividade. Depois de tentarem por alguns minutos algumas duplas chegaram a resultados absurdos, usando procedimentos e cálculos sem nenhuma lógica, e outras desistiram sem chegar a resultado algum.

Quando se achou que era o momento propício, houve a intervenção do professor propondo que todos acompanhassem a resolução no quadro-branco.



O professor iniciou a resolução recordando que pela definição a tangente de um ângulo agudo (no triângulo retângulo) é dada pela razão  $\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{A}}$ , e portanto se poderia escrever que  $\tan \hat{A} = \frac{a}{6} = \frac{2}{3}$ , daí, usando a propriedade fundamental das proporções (produto dos extremos igual ao produto dos meios) se concluiu que  $3 \cdot a = 12$ , e, portanto,  $a = 4$ . Assim se obteve a medida do cateto oposto ao ângulo  $\hat{A}$ , igual a 4 unidades.

Alguns se entusiasmaram, perguntando: “é tão fácil assim professor?” Então o professor perguntou se agora eles gostariam de tentar encontrar o valor de  $b$ . Aceitaram o desafio. Mas logo viram que não dava pra seguir o mesmo caminho que se seguiu para encontrar o valor de  $a$ , novamente surge o desânimo quase geral, até que uma dupla descobriu que se poderia usar o Teorema de Pitágoras para encontrar o valor da hipotenusa  $b$ . Veja como o professor se engana a respeito da aprendizagem dos alunos, o que se esperava era que todos fossem capazes de usar o Teorema de Pitágoras com facilidade, mas não foi o que aconteceu, alguns não se recordavam mais da fórmula do Teorema e outros não conseguiram realizar os cálculos, de forma que apenas três duplas chegaram que  $b = \sqrt{52}$ , e nenhuma conseguiu chegar que  $b = 2$ , mesmo com a dica do professor de que o radical poderia ser simplificado fatorando o radicando e extraindo a raiz dos fatores quadrados.

Quanto aos demais exercícios da atividade, o professor deixou por conta das duplas tentarem resolvê-las. Tiveram ainda dificuldades, dentre as quais se pode citar: dificuldade em usar o Teorema de Pitágoras, não conseguindo discernir os casos em que se procura a medida de um cateto ou da hipotenusa, ou não procedendo corretamente na hora de mudar uma parcela para o outro membro da igualdade, ou pior ainda, somando termos não semelhantes; dúvida em escolher se o correto é usar a tangente, ou o

seno, ou o cosseno, para se encontrar a medida desconhecida de um lado do triângulo retângulo. Essas dificuldades foram parcialmente superadas pela maioria, em um tempo menor ou maior, enquanto outros (minoria) voltaram a cometer os mesmos erros em situações semelhantes em outros momentos.

### 3.4 Relato da aplicação da terceira atividade

A terceira atividade se tratava de resolver duas situações-problema envolvendo cálculo de distâncias em locais de difícil acesso. Veja os enunciados:

1ª - Um engenheiro, com sua equipe, portando instrumentos de trabalho, como um teodolito, uma trena, calculadora, lápis e papel para anotações, deseja medir a largura aproximada de um rio sem ter que atravessá-lo. O engenheiro criou um esquema, como o representado na figura abaixo, sendo o segmento AB paralelo à margem do rio, e o segmento BC perpendicular à mesma margem, C representa um ponto na margem oposta do rio, e A e B duas estacas fincadas adequadamente na margem adjacente. A partir dos dados da figura, suponha que você seja esse engenheiro, e calcule a largura do rio.

2ª - Um edifício encontra-se em um terreno plano e cercado por um alambrado. Curioso para saber a altura do edifício, uma pessoa, de posse de um teodolito e uma trena, usou a seguinte estratégia para calcular a referida altura, já que não queria atravessar o alambrado: a uma distância  $x$  da base do prédio, postou o teodolito a 1m de altura do chão, e, deste ponto observou o ângulo  $\alpha$  formado entre a horizontal e o topo do edifício; em seguida, afastou mais 20m em linha reta, e observou a medida do ângulo  $\beta$  entre a horizontal e o topo do edifício (vide figura 8). Sabendo que as medidas dos

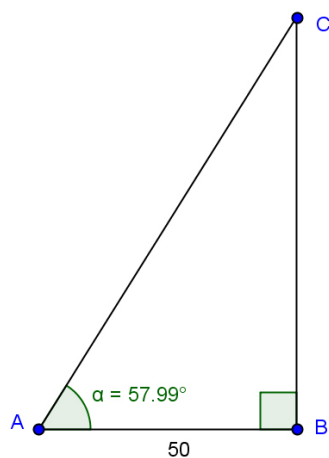
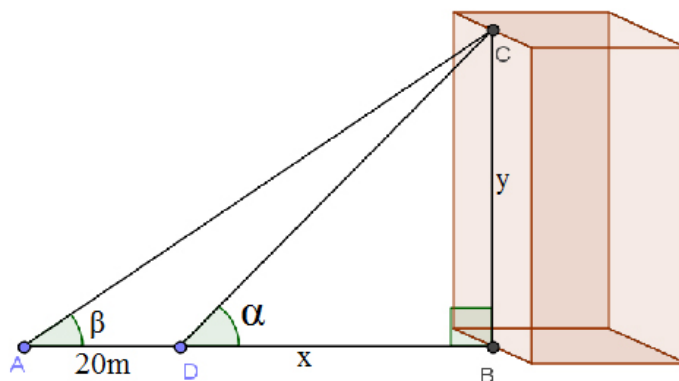


Figura 3.3: : Triângulo retângulo relativo à aplicação da quarta atividade

ângulos verificados foram  $\alpha = 50^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ , qual era a medida da altura do prédio?



Com relação à primeira situação-problema, o professor deixou que os alunos tentassem resolvê-la sozinhos, como havia dúvidas sobre por onde deveriam começar a resolução, se sugeriu que partissem da definição das razões trigonométricas, analisando qual ou quais delas seriam adequadas para a resolução do problema, desde que perceberam que a razão apropriada seria tangente, não encontraram maiores dificuldades para resolver a primeira situação-problema da maneira proposta. Propondo outras semelhantes, como

a de calcular a altura de uma torre sem ter que escalá-la, citando apenas o texto, sem apresentar a figura representando a situação, um número maior de alunos tiveram dificuldade para imaginar (visualizar mentalmente) a situação-problema e equacioná-la para depois resolver.

No caso da segunda situação-problema, o professor usou a mesma estratégia, deixando que eles tentassem sozinhos antes de se fazer qualquer intervenção, tentaram seguir os passos da resolução anterior, mas perceberam que a estratégia não era compatível. O professor interveio no momento considerado apropriado, alertando que para resolver uma situação-problema onde estão envolvidas duas variáveis, se faz necessário relacioná-las em pelo menos duas equações e depois resolver o sistema composto pelas equações.

A dificuldade para equacionar a presente situação-problema foi bem maior que a anterior, o que era de se esperar. Outra dificuldade apresentada pelos alunos foi a de encontrar a expressão que representava o cateto adjacente do ângulo  $\beta$ , no triângulo ABC. Alguns responderam que a medida era 20, outros que era  $20x$ , e ainda outros, que era  $x$ , sendo que nenhum dos alunos respondeu que era  $20 + x$ . Diante desta dificuldade se procurou orientar o raciocínio com a proposição de uma situação um tanto mais concreta, trazendo a seguinte reflexão: Suponha que alguém tenha que percorrer em linha reta uma distância entre dois marcos A e B, e que entre A e B exista um terceiro marco D, suponha também que esse alguém fez o percurso em duas etapas, primeiro de A até D (20m), e depois de D até B (100m). Neste caso qual a distância percorrida de A até B? Responderam: 120m. Então se perguntou como chegaram a este resultado e eles responderam que foi somando 20m com 100m. O professor perguntou: se trocassem os 100m por  $x$  o que teriam? Compreenderam que era  $20 + x$ . Havia um equívoco por parte dos alunos em pensar que  $x + 20 = 20x$  e se teve que usar mais argumentos

para mostrar que  $x + 20$  é diferente de  $20x = x + x + x + \dots + x + x$  (20 parcelas).

Caminhando juntos, alunos e professor obtiveram as equações:

$$\tan 50^\circ = \frac{y}{x} \text{ e } \tan 45^\circ = \frac{y}{20+x}$$

De posse de uma calculadora científica se obteve  $\tan 50^\circ \cong 1,2$  e  $\tan 45^\circ = 1$ , logo:

$$\frac{y}{x} = 1,2 \text{ e } \frac{y}{20+x} = 1 \Rightarrow 1,2x = y \text{ e } x + 20 = y$$

Chegando neste ponto, se acreditou que o restante da resolução seguiria sem dificuldades, mas não foi o que aconteceu. Nenhum dos alunos conseguiu resolver o sistema de duas equações acima. Através deste diagnóstico se constatou então que havia duas dificuldades a serem superadas: equacionar o problema e resolver o sistema.

Está aqui um dos motivos pelo qual não se consegue avançar com os conteúdos de matemática na velocidade que se gostaria e a consequência é que não se consegue cumprir os conteúdos programados para um ciclo ou série. “Nas escolas brasileiras, o aluno é promovido de série sem que tenha tido acesso a todo o conteúdo previsto. Dados da Prova Brasil mostram que 75% dos professores desenvolvem menos de 80% do que deveria ser trabalhado no ano.” (ESTADAO.COM.BR, 2012, p. 1). Sempre que o professor se depara com esta situação, a única alternativa viável do ponto de vista pedagógico é tentar resolver o problema, ou seja, trabalhar os conteúdos com os alunos. E foi o que se fez utilizando algumas aulas para trabalhar resolução de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau.

Com relação à terceira atividade, o primeiro modelo foi trabalhado em outros exercícios semelhantes e a grande maioria dos alunos parece que conseguiu internalizar este conhecimento. Não se pode afirmar que todos aprenderam porque quando algum tempo depois a mesma situação aparece como etapa de outro exercício, às vezes o aluno não se recorda mais do que tinha sido aprendido. Com relação ao segundo modelo de exercício ficou a ideia de que é possível este tipo de estratégia para calcular distâncias, o que a torna uma excelente ferramenta matemática para se calcular medidas de distâncias em locais inacessíveis ou de difícil acesso. Dado que antes o aluno não conhecia esta aplicabilidade da trigonometria e agora consegue resolver situações-problema semelhantes a estas com a ajuda do professor, pode se concluir que foi ampliada a sua área de desenvolvimento proximal (REGO, 1995, P. 73), e que, portanto, houve aprendizagem.

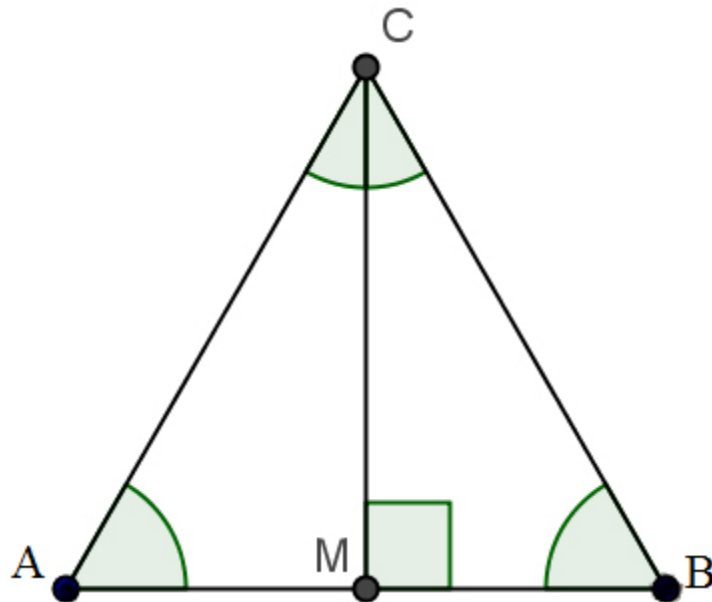
### **3.5 Relato da aplicação da quarta atividade**

Na quarta atividade aplicada o ponto de partida foi o triângulo equilátero usado para demonstrar o valor das razões trigonométricas para os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , e o quadrado usado para demonstrar as mesmas razões para o ângulo de  $45^\circ$ .

Aqui se procurou fazer um pouco diferente, numa tentativa de alcançar um resultado com maior qualidade que o de costume ao trabalhar seguindo o roteiro dos livros didáticos. Antes se fez um trabalho preparatório usando duas aulas para falar dos casos de congruência de triângulos e da congruência entre os ângulos da base de um triângulo isósceles. Duas aulas não foram suficientes para aprofundar no assunto, mas foram suficientes para convencê-los das verdades matemáticas envolvidas.

### 3.5.1 No triângulo equilátero

Usando um programa de geometria dinâmica se desenhou um triângulo equilátero (figura 9) em papel A4 e se pediu que cada aluno seguisse os passos que iam sendo ditados pelo professor. Esta estratégia é melhor do que aquela tradicional em que o professor vai à lousa e fica explicando, e muitos alunos não acompanham porque não fixam atenção, esta aqui proposta tem mais chance do aluno acompanhar, pois ele precisa entender os passos para poder completar, não tem como copiar depois.



1º passo - Verificar que os ângulos internos do triângulo equilátero medem  $60^\circ$  cada, pois para cada lado tomado como base tem-se um triângulo isósceles, logo os dois ângulos da base são congruentes, como eles são congruentes dois a dois, chega-se à conclusão que os três possuem a mesma medida, ou seja, medem  $60^\circ$ , pois  $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$ , medida da soma dos ângulos internos de um triângulo;

2º passo - No triângulo equilátero ABC marcar o ponto médio “M”

do lado AB e em seguida traçar o segmento MC;

3º passo - Verificar que os triângulos AMC e BMC são congruentes pelos casos LLL ou LAL;

4º passo - Como consequência do item anterior tem-se que medida do ângulo ACM = medida do ângulo BCM =  $30^\circ$  e medida do ângulo

$$\hat{A}MC$$

= medida do ângulo

$$\hat{B}MC$$

=  $90^\circ$ . Portanto os triângulos AMC e BMC são retângulos e consequentemente as relações trigonométricas são neles aplicáveis;

5º passo - Tomando por  $a$  a medida dos lados do triângulo ABC, calcular a medida de MC;

6º passo - Calcule  $\text{sen}60^\circ$ ,  $\text{cos}60^\circ$  e  $\text{tan}60^\circ$  usando a definição;

7º passo - Calcule  $\text{sen}30^\circ$ ,  $\text{cos}30^\circ$  e  $\text{tan}30^\circ$  usando a definição;

8º passo - Complete a tabela abaixo com os valores encontrados para os ângulos notáveis de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ ;



Medida do ângulo $x$	$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$	$\text{tan}(x)$
$30^\circ$			
$60^\circ$			

As dificuldades encontradas pelos alunos ao trabalhar este exercício foram:

Dificuldade de representar a medida do cateto adjacente ao ângulo de  $60^\circ$ . Para facilitar as coisas o professor sugeriu que eles substituíssem o  $a$  por um valor numérico, todos sabiam que AM era a metade de AB, mas não sabiam como representá-la, chegaram a dizer que AM valia  $a$  ou  $60^\circ$ , mostrando tamanha era a dificuldade de lidar com valores representados por letras, no caso uma variável, já que  $a$  pode representar qualquer valor real positivo. Se para valores numéricos basta tomar a metade, ou seja, dividir o valor da medida do lado por dois, a mesma coisa se aplica quando o valor da medida do lado é representado por uma letra, então o valor do cateto adjacente seria  $\frac{1}{2} \times a$  ou  $\frac{a}{2}$ , que é a mesma coisa.

Dificuldade em manipular a equação inicial para chegar ao resultado simplificado e racionalizado<sup>1</sup>. Como exemplo se pode citar o caso da  $\tan 30^\circ = \frac{a}{2} \div \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{a}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}a}$ , onde os alunos apresentaram como resposta  $\sqrt{3}$ . Para chegar a esse resultado “cortaram”  $a$  com  $a$  e 2 com 2. O resultado correto deveria ser  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Isso mostrou que eles não dominavam o conhecimento sobre simplificação de frações e que “cortavam” dois valores iguais sem saber bem o que isso significava. Indagados por que era permitido “cortar” dois valores na simplificação, muitos responderam que era porque o resultado dava zero. Com certeza não conseguiam distinguir este tipo de simplificação daquela em que estão envolvidas duas parcelas de valores opostos, ou seja, não tinham dominado o conceito e propriedade do inverso aditivo e do inverso multiplicativo. Quanto à racionalização de denominadores, se observou também que não compreendiam porque era permitido aquele tipo de procedimento, faziam automaticamente, de forma inocente. O professor fez a eles

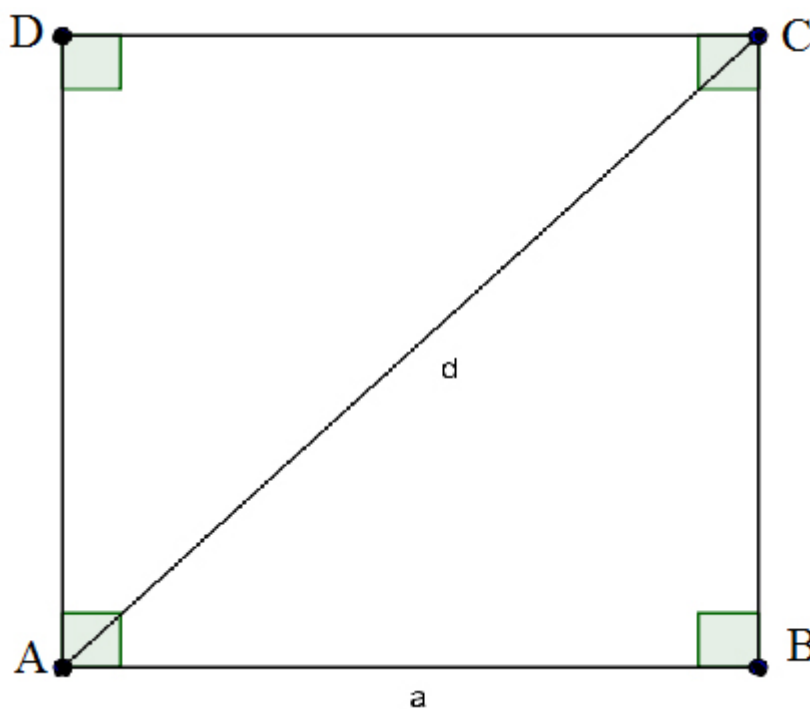
---

<sup>1</sup>Veja porque racionalizar o denominador, em UBM. blog manthano.

a seguinte pergunta: Por que  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ? Para checar que os resultados eram iguais o professor pediu que conferissem o resultado usando uma calculadora. Na sequência o professor deu a seguinte justificativa:  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , ou seja,  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$  e 1 é o elemento neutro na multiplicação de números reais, logo os valores  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

### 3.5.2 No quadrado

Da mesma forma que no triângulo equilátero, o professor pediu que eles seguissem os passos:



- 1º passo - No quadrado ABCD (figura 10) traçar a diagonal AC;
- 2º passo - Verificar que os triângulos ABC e ADC são congruentes pelos casos LLL ou LAL;
- 3º passo - Como consequência do item anterior verificar que os ângulos

$\hat{C}\hat{A}\hat{D}$  e  $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$  são congruentes, e como também são complementares, suas medidas são iguais a  $45^\circ$ ;

4º passo - Calcular a medida  $d$  da diagonal AC em função de  $a$ ;

5º passo - Calcular  $\text{sen}45^\circ$ ,  $\text{cos}45^\circ$  e  $\text{tan}45^\circ$  usando a definição;

6º passo - Terminar de completar a tabela abaixo com os valores encontrados para os ângulos notáveis de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ;

Medida do ângulo $x$	$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$	$\text{tan}(x)$
$30^\circ$			
$45^\circ$			
$60^\circ$			

O grau de dificuldade para resolver este exercício é semelhante ao anterior, mas a resolução deste fluiu com menos dificuldade em virtude de já se ter discutido as dificuldades anteriormente.

É claro que a importância de calcular os valores das razões trigonométricas para os ângulos notáveis é mais um recurso didático do que uma necessidade prática, já que podemos utilizar uma calculadora para obter esses valores.

### 3.6 Relato da aplicação da quarta atividade

O desenvolvimento desta atividade se deu da forma seguinte:

O professor pediu que cada aluno abrisse seu caderno de matemática numa página em branco e que seguisse os passos que seriam orientados oralmente.

1º: Desenhe um triângulo retângulo qualquer;

2º: Nomeie o vértice do ângulo reto de A, e os demais de B e C em qualquer ordem;

3º: Nomeie a hipotenusa de  $a$ , o cateto oposto ao ângulo de vértice B, de  $b$ , e o cateto oposto ao ângulo de vértice C, de  $c$ ;

4º: Escolha um dos ângulos agudos e nomeie-o de  $\alpha$ ;

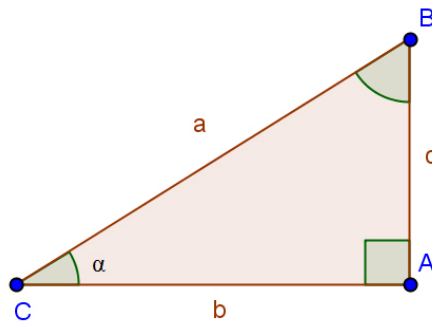
5º: Determine  $\text{sen}\alpha$  e  $\text{cos}\alpha$ ;

6º: Use as razões encontradas para seno e cosseno e substitua na expressão:  $(\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2$ ;

7º: Manipule a expressão e veja qual o resultado simplificado, lembrando que pelo Teorema de Pitágoras  $a^2 = b^2 + c^2$ .

Um dos possíveis percursos seguido pelo aluno:

$$\text{sen}\alpha = \frac{c}{a} \text{ e } \text{cos}\alpha = \frac{b}{a}$$



$$(\operatorname{sen}\alpha)^2 + (\operatorname{cos}\alpha)^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{c^2+b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Na oportunidade se aproveitou para mostrar que:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{cos}\alpha} = \frac{c}{a} \div \frac{b}{a} = \frac{c}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{c}{b} = \tan \alpha$$

Esta estratégia funciona. Seguindo o passo-a-passo todos juntos não há dispersão de atenção, coisa difícil de conseguir se o professor for à lousa explicar, além do mais, com uma aula apenas expositiva, o aluno não internaliza o processo, que transcorre de forma superficial, com o aluno muito passivo. Com esta estratégia as dúvidas vão surgindo e vão sendo debatidas em conjunto, professor e alunos participam argumentando e debatendo situações, e também, o professor tem oportunidade de avaliar o grau de dificuldade do aluno e de tentar reverter a situação ali no momento. Usando uma metáfora, é como se alunos e professor percorressem um caminho onde todos sabem aonde quer chegar, mas o caminho para chegar lá é conhecido pelo professor e desconhecido pelos alunos. O professor, estrategicamente, deixa os alunos irem adiante explorando o terreno, se entram por um caminho errado, ou chegam a um lugar que não sabem mais por onde seguir, o professor está ali na retaguarda para chamar a atenção e dar dicas para que os alunos encontrem o novamente o caminho certo, o professor está pronto para intervir se os alunos não conseguirem ir além por si sós. Se o professor

não estivesse ali a caminhada poderia não chegar ao objetivo e desanimar a turma. Por outro lado, se o professor fosse adiante os alunos iriam apenas segui-lo, sem prestarem atenção nos detalhes do caminho, e quando tivessem que percorrê-lo sozinho é que iriam se dar conta das dificuldades.

Para fixar e mostrar aos alunos a importância destas duas relações se passou uma lista de exercícios para a turma resolver. Como exemplo, um destes exercícios será resolvido, as dificuldades encontradas pelos alunos comentadas e indicadas as intervenções que se fez para tentar sanar as dificuldades:

Exercício:

Dado  $\text{sen}\alpha = \frac{1}{2}$ , determine  $\text{cos}\alpha$  e  $\text{tan}\alpha$ .

**Resolução e comentários:**

Usando a relação  $(\text{sen}\alpha)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1$ , tem-se:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (\text{cos}\alpha)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \text{cos}^2\alpha = 1$$

Neste ponto surge a dúvida, alguns alunos simplesmente não sabiam o que fazer daqui para frente.

Para esclarecer este ponto, usando argumento diferente daquele da balança de dois pratos, que já tinha sido usado em outro momento, o professor apresentou aos alunos uma expressão semelhante, mas com números inteiros, conforme exemplo:

A eles se perguntou: se  $4 + x = 6$ , então qual é o valor de  $x$ ? Responderam que  $x = 2$ . Perguntou-se: por quê? Responderam:  $4 + 2 = 6$ . Para completar o raciocínio se acrescentou: ou,  $6 - 4 = 2$ . E continuou: se se quiser saber quanto falta em 4 para completar 6 se deve fazer  $6 - 4$  para descobrir, e se se quiser saber quanto falta em  $\frac{1}{4}$  para completar 1, então da mesma forma que na expressão anterior, se tem que fazer  $1 - \frac{1}{4}$ , logo  $\text{cos}^2\alpha = 1 - \frac{1}{4}$ . Aqui novamente surge outra dificuldade, os alunos têm



“medo” de operações com frações, principalmente adição e subtração, não internalizaram com clareza o conceito de números fracionários. O ideal não seria que esse aprendizado sobre adição de frações tivesse ocorrido no segundo ciclo do ensino fundamental?

Para não repetir aquele procedimento técnico onde o aluno faz de forma automática, depois de retomar por alguns minutos o conceito de fração ilustrado por desenhos na lousa, se explicou que a conta  $1 - \frac{1}{4}$  poderia ser feita da seguinte maneira:  $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ , já que 1 poderia ser substituído por  $\frac{4}{4}$ , que tem o mesmo valor. O professor apresentou outros exemplos explorando outras possibilidades e tomando sempre o cuidado de que ao se representar um número na forma fracionária se pode mudar a forma de escrevê-lo, mas se deve preservar o seu valor. Este assunto é tratado no ensino fundamental como classe de frações equivalentes, mas parece que lá não é dada a devida importância desse fato para no futuro trabalhar operações com frações.

Continuando a resolução da equação:

$$\cos^2 \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ pois } \left( \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

Como no triângulo retângulo as razões trigonométricas são positivas, então a solução da equação é  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Neste momento, se pediu que eles comparassem o resultado com aquele da tabela da quarta atividade, onde se trabalhou com o triângulo equilátero para chegar aos resultados de  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$  e  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Poderia se concluir que a medida  $\alpha$  seria  $30^\circ$ ? A resposta é que por enquanto sim.

Continuando, se partiu para o cálculo da  $\tan \alpha$ .

Usando a relação  $\tan \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}$ ,

Tem-se que:

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Como os alunos averiguaram que para um ângulo de  $30^\circ$  a fórmula levou aos resultados esperados, se sugeriu aos mesmos que usassem as duas relações demonstradas nesta atividade para conferir a sua validade também para os ângulos da tabela da quarta atividade. Estas checagens de resultados se fizeram importantes para reforçar o convencimento dos alunos, que às vezes ficam meio desconfiados e sem entenderem bem que a validade de uma fórmula uma vez demonstrada se torna incontestável, e serve também para ajudá-los a “agasalhar” melhor as ideias criando conexões mentais.

Vale ressaltar que após o período de aplicação destas atividades, o trabalho em sala de aula prosseguiu com o mesmo caráter investigativo, e se trabalhou conteúdos de trigonometria no círculo trigonométrico com exploração do programa de geometria dinâmica GeoGebra, se explorou também a Lei dos Cossenos, numa continuidade do assunto envolvendo resolução de situações-problema onde se pede para calcular medidas em locais inacessíveis ou de difícil acesso.

Observações: todas as figuras usadas neste trabalho foram construídas pelo próprio autor usando o software de uso gratuito GeoGebra<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>GEOGEBRA.org

## Considerações finais

O objetivo principal ao se iniciar este trabalho era de avaliar se as atividades aplicadas poderiam facilitar a aprendizagem dos alunos e conquistar o interesse deles pelo “querer aprender”. Se o aluno não tem vontade de aprender, qualquer atividade com grande poder didático não surtiria muito efeito sobre ele, e por outro lado, uma atividade enfadonha ou muito complicada desmotivaria a vontade de aprender do aluno. A falta de interesse pelo aprendizado é um fator que tem forte influência sobre os resultados ruins apresentados por muitos alunos e merece atenção por parte de todos que querem reverter esse quadro atual da educação pública no país.

O que se pode constatar é que as atividades aplicadas surtiram efeitos parciais, pois se conseguiu promover aprendizagens mecânicas e significativas, porém não na qualidade e na quantidade que se gostaria. O que se quer dizer é que se as atividades e a metodologia usada para aplicá-las tivesse conseguido cativar o interesse da totalidade dos alunos o resultado da aprendizagem teria sido melhor, se teria produzido mais dentro do mesmo espaço de tempo e com melhor qualidade.

A estratégia de atribuir parte da nota à resolução das atividades propostas funcionou, pois todos os alunos apresentaram uma melhora no interesse pelas aulas. O combinado era que quem não viesse à aula não receberia a nota da atividade dada naquele dia, como as faltas continuaram se

modificou o combinado, e se resolveu dar parte da nota àqueles que faltassem desde que procurassem resolver as atividades em outro momento e que tirassem as dúvidas com o professor durante as aulas de reforço escolar.

A respeito das atividades aplicadas e das estratégias usadas, destaca-se os seguintes pontos positivos:

Resolver uma atividade seguindo o passo-a-passo coordenado pelo professor prende a atenção dos alunos e estimula o raciocínio e o compartilhamento das dúvidas e da proposição de soluções;

Fazer uma revisão dos conteúdos que serão requisitados na introdução e no desenvolvimento de um novo conteúdo é muito importante, não se pode apenas supor que os alunos já conheçam aqueles conteúdos do programa dos anos anteriores, pois não rever o que vai ser usado pode ser uma das causas dos baixos resultados na aprendizagem de matemática;

Atribuir nota às tarefas realizadas com ou sem a ajuda do professor é uma boa estratégia para que um maior número de alunos faça, ou pelo menos tente fazer, as tarefas em sala e as tarefas de casa. É importante recordar que as atividades foram aplicadas em turma do noturno, e que pouquíssimos alunos fazem as tarefas marcadas para serem feitas fora do horário da aula;

O atendimento individualizado do aluno, sempre que possível, é fundamental para o seu desenvolvimento. Durante a resolução das atividades propostas, valendo nota, se sugeriu que caso o aluno não conseguisse resolver individualmente a tarefa que procurasse ajuda com o professor, isso poderia ser durante a aula ou em aulas de reforço com dia e hora marcados. Esse procedimento se mostra bastante produtivo, porque permite ao professor fazer um diagnóstico mais preciso da dificuldade do aluno e poder intervir com maior eficiência;

O professor da escola pública precisa “perder” tempo trabalhando

conteúdos que esperava ser de domínio dos alunos, mas que após uma observação verifica que os mesmos não os dominam. Perder esse tempo significa dar menos conteúdos próprios para aquela etapa, mas o ganho de qualidade no desenvolvimento do aluno é compensativo. Para avaliar se o trabalho do professor foi produtivo ou não, é preciso verificar o desenvolvimento de seus alunos, onde e como estavam e aonde e com que qualidade chegaram. Olhando deste ponto de vista, o trabalho realizado produziu bons resultados apesar de não haver alcançado todos os objetivos propostos para a série, porém os educandos sanaram dificuldades fundamentais que lhes facilitarão a aquisição de novos conhecimentos de matemática na sequência de seus estudos.

Ao final, com relação à influência do curso oferecido pelo PROFMAT na melhoria da atividade profissional do professor mestrando, o que se pode dizer é que influenciou muito positivamente, principalmente nos seguintes itens:

Hoje o professor tem uma visão mais ampla da matemática e das conexões existentes entre suas partes;

Sabe selecionar melhor o que é essencial para o aluno;

Tem mais consciência da necessidade das demonstrações das verdades matemáticas e sabe melhor como fazê-las;

Tem maior conhecimento dos conteúdos e das estratégias usadas para resolução de situações-problema, apesar de neste trabalho não ter resolvido nenhuma atividade mais complexa que demandasse um conhecimento mais refinado.

Além dos itens citados anteriormente, ainda se pode acrescentar que a conclusão deste curso abre novos horizontes para que os professores, agora com o título de mestres em matemática, possam continuar pesquisando e

aprendendo com muito mais clareza e competência que antes.

## Capítulo 4

# REFERÊNCIAS

BÍBLIA SAGRADA. N. T. **Lucas**. São Paulo: Paulinas Editora, 2005. Cap. 24, p. 1185.

BRASIL. Fundef - **Manual de orientação**. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/139-siope?download=2586:manual-orientacao-fundefj>. Acesso em: 9 fev. 2013.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www6.senado.gov.br/legislacao/ListaTextoIntegral.action?id=75723j>. Acesso em: 9 fev. 2013.

CONSELHO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DE MATO GROSSO. **Resolução nº 262, de 5 de novembro de 2002**. Estabelece as normas aplicáveis para a organização curricular por ciclos de formação no Ensino Fundamental e Médio do Sistema Estadual de Ensino de Mato Grosso. Disponível em: [http://www.cefaprocaceres.com.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=42&Itemid=54j](http://www.cefaprocaceres.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=42&Itemid=54j). Acesso em: 10 fev. 2013.

ESTADÃO.COM.BR. **Desinteresse dos alunos do ensino médio é 2º principal motivo de faltas.**, São Paulo, 3 jul. 2010. Disponível

em: <http://www.estadao.com.br/noticias/impresso,desinteresse-dos-alunos-do-ensino-medio-e-2-principal-motivo-de-faltas,575665,0.htm>. Acesso em: 10 fev. 2013.

ESTADÃO.COM.BR. **Conteúdo do ano não é cumprido por professores**, São Paulo, 9 jun. 2012. Disponível em: <http://www.estadao.com.br/noticias/geral,conteudo-do-ano-nao-e-cumprido-por-professores,884233,0.htm>. Acesso em: 20 mar. 2013.

ESTADO DE PERNAMBUCO. Tribunal de contas. Cartilha do Fundeb. Disponível em: <http://www.mp.rs.gov.br/areas/infancia/arquivos/cartilhafundeb.pdf>. Acesso em: 6 jan. 2013.

GEOGEBRA.org. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/download>. Acesso em: 11 fev. 2013.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **IDEB-Resultados e metas**. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/home.seam?cid=161348>. Acesso em: 10 fev. 2013.

PARCEIROS DA EDUCAÇÃO. A Transformação da Qualidade da Educação Básica Pública no Brasil. 2010. Disponível em: [http://www.parceirosdaeducacao.org.br/evento\\_propostas/documento.html](http://www.parceirosdaeducacao.org.br/evento_propostas/documento.html). Acesso em: 7 jan. 2013.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. 138 p.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DE MATO GROSSO. Centro de formação dos professores da Educação Básica. **Quem somos**. Disponível em: <http://www.cefaprocuiaba.com.br/noticia.php?codigo=1>. Acesso em: 10 fev. 2013.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira.



**Matemática Ensino Médio Volume 1.** 5.ed. São Paulo: Saraiva, 2005.  
429 p.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira.  
**Matemática Ensino Médio Volume 2.** 5.ed. São Paulo: Saraiva, 2005.  
476 p.

UBM. blog manthano. **Por que racionalizar o denominador?**.  
2011. Disponível em: <http://manthanos.blogspot.com.br/2011/03/porque-racionalizar-o-denominador.html>. Acesso em: 11 fev. 2013.

WAGNER, Eduardo. **Vídeo-aula: Aplicações da Trigonometria.** IMPA, 2001. Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2001>. Acesso em: 10 fev. 2013.

# Capítulo 5

## ANEXO A - Avaliação de pré-requisitos

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MESTRANDO: Edmar Floriano Amaro PROF. ORIENTADOR:  
Dr. Geraldo Lúcio Diniz

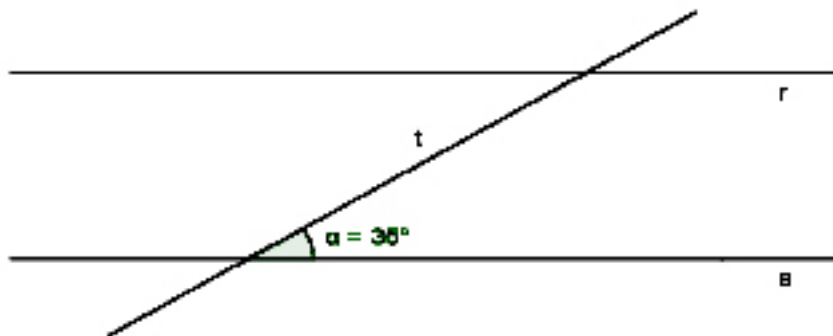
Aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados.

EE Alvarina A Freitas; Série/turma: 3<sup>a</sup>/Única Etapa: Ensino Médio

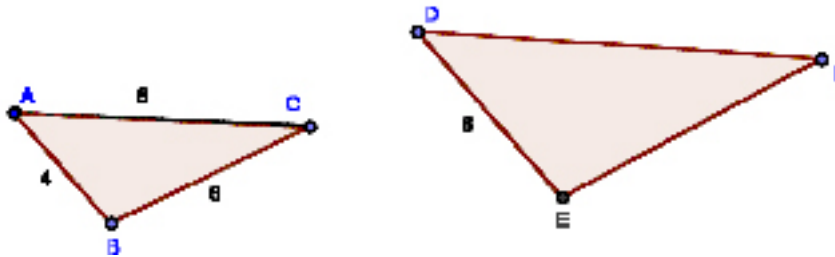
Avaliação de pré-requisitos para ser feita em duplas de alunos Data:  
04/09/2012

Use seus conhecimentos, habilidades e intuição para responder as questões seguintes. Tente não deixar nenhuma questão sem responder, mesmo que não se sinta seguro do resultado.

1) As retas  $r$  e  $s$  são paralelas e a reta  $t$  é uma transversal. Sabendo que o ângulo  $\alpha$  mede  $35^\circ$ , determine a medida dos demais ângulos formados pelas retas  $t$  e  $r$  e pelas retas  $t$  e  $s$ .



2) Os triângulos ABC e DEF são semelhantes. Sabendo que as medidas dos lados do triângulo ABC são  $AB = 4$ ,  $BC = 6$  e  $AC = 8$ , e que o lado DE do triângulo DEF mede 6, calcule as medidas dos lados EF e DF do triângulo DEF.

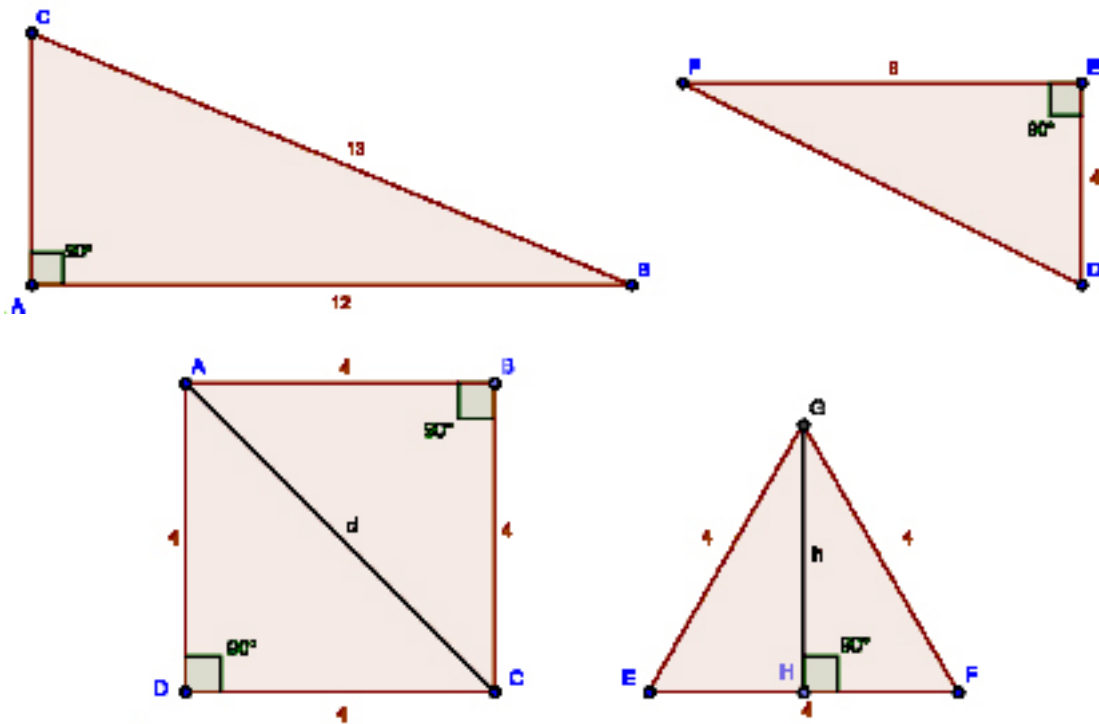


3) Dados os triângulos ABC reto em  $\hat{A}$  e DEF reto em  $\hat{E}$  (figura a seguir), e sendo dadas as medidas dos lados  $AB = 12$ ,  $BC = 13$ ,  $DE = 4$  e  $FE = 8$ , calcule:

- a medida do lado AC do triângulo ABC;
- a medida do lado DF do triângulo DEF.

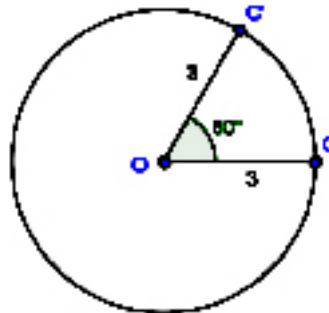
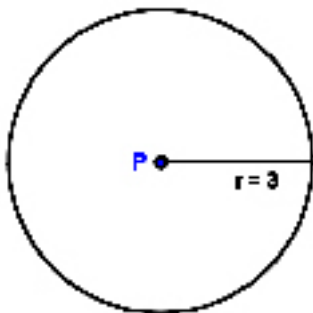
4) Calcule:

- a medida da diagonal “d” do quadrado ABCD abaixo, cujos lados medem 4;
- a medida da altura “h” do triângulo equilátero EFG abaixo, cujos lados medem 4.



5) Calcule:

- o comprimento (perímetro) de uma circunferência que possui raio medindo 3;
- o comprimento de um arco de circunferência cujo ângulo central mede  $60^\circ$  e o comprimento do raio é 3. Sugestão: use  $\pi = 3,14$



## Capítulo 6

# ANEXO B - Primeira atividade aplicada

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NA-  
CIONAL – PROFMAT

MESTRANDO: Edmar Floriano Amaro

PROF. ORIENTADOR: Dr. Geraldo Lúcio Diniz

Aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados.

Escola Estadual Alvarina Alves de Freitas; Série/turma: 3<sup>a</sup>/Única.

Etapa: Ensino Médio

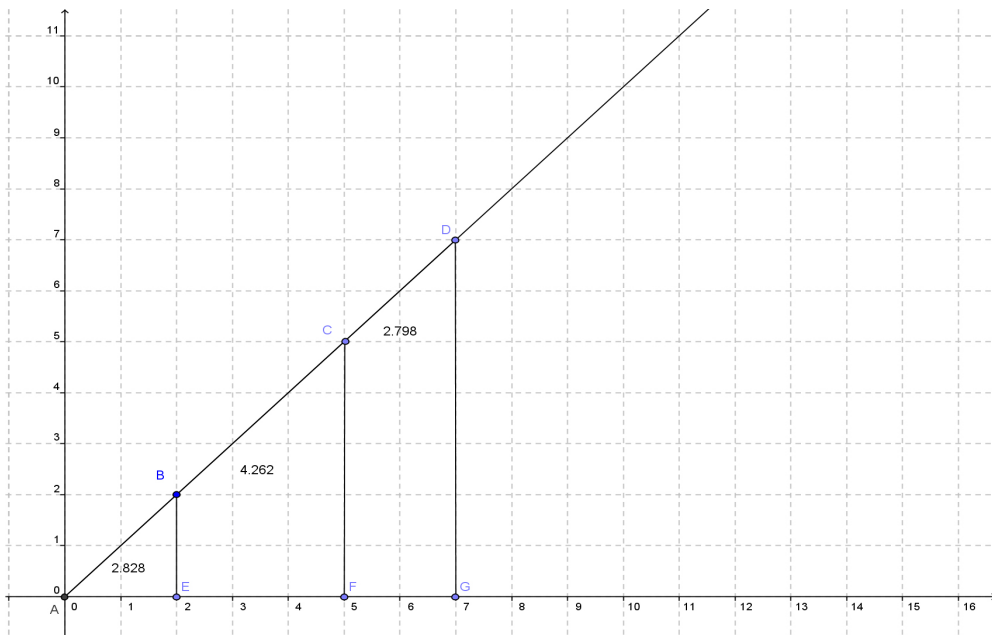
### **PRIMEIRA ATIVIDADE**

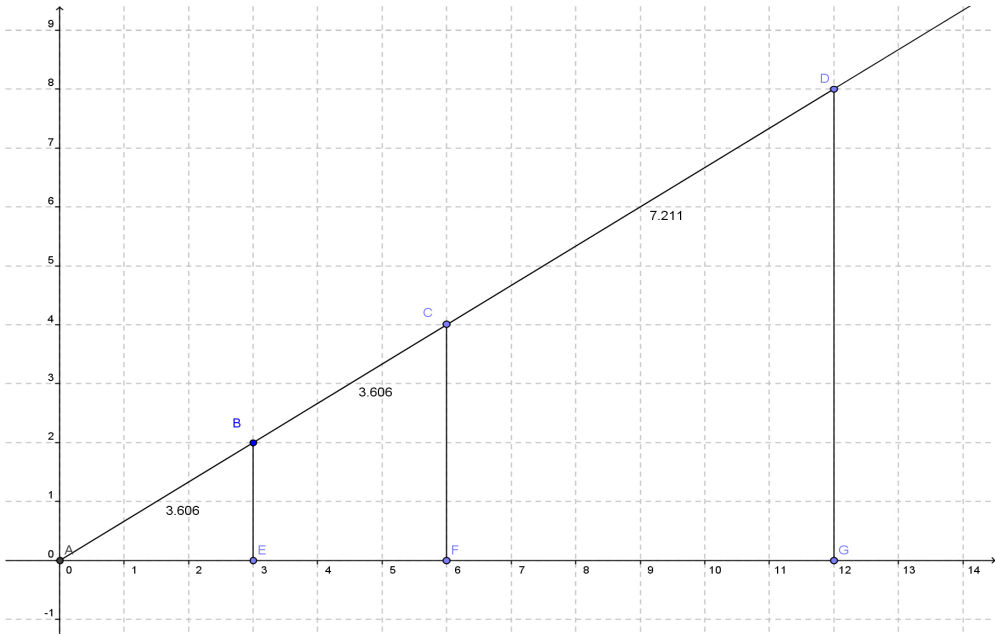
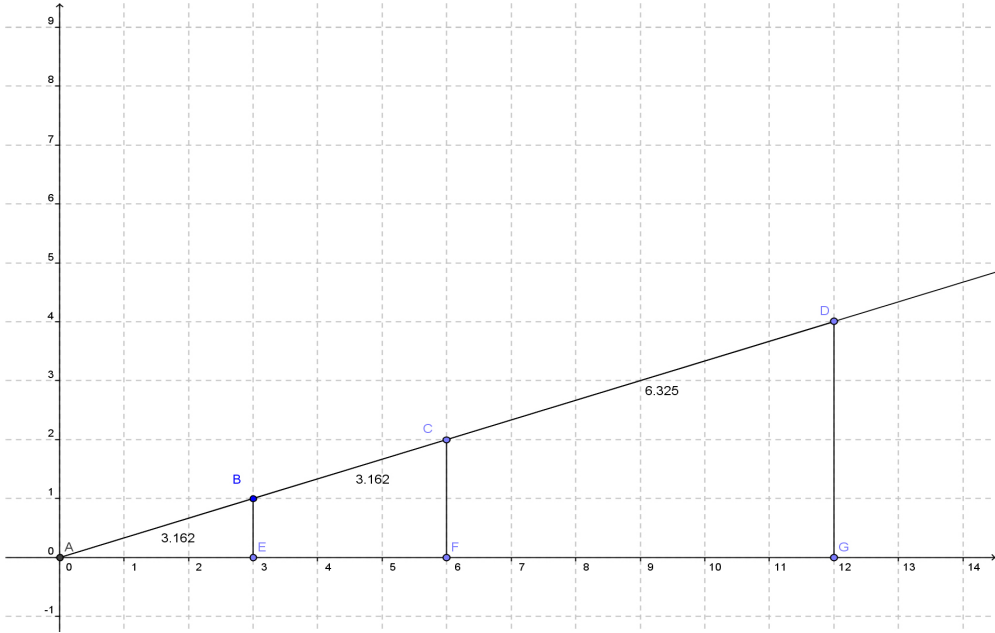
Trabalhando em duplas, considere desmembrados os triângulos ABE, ACF e ADG , em cada figura abaixo, e com o auxílio de uma calculadora calcule o valor aproximado das razões:

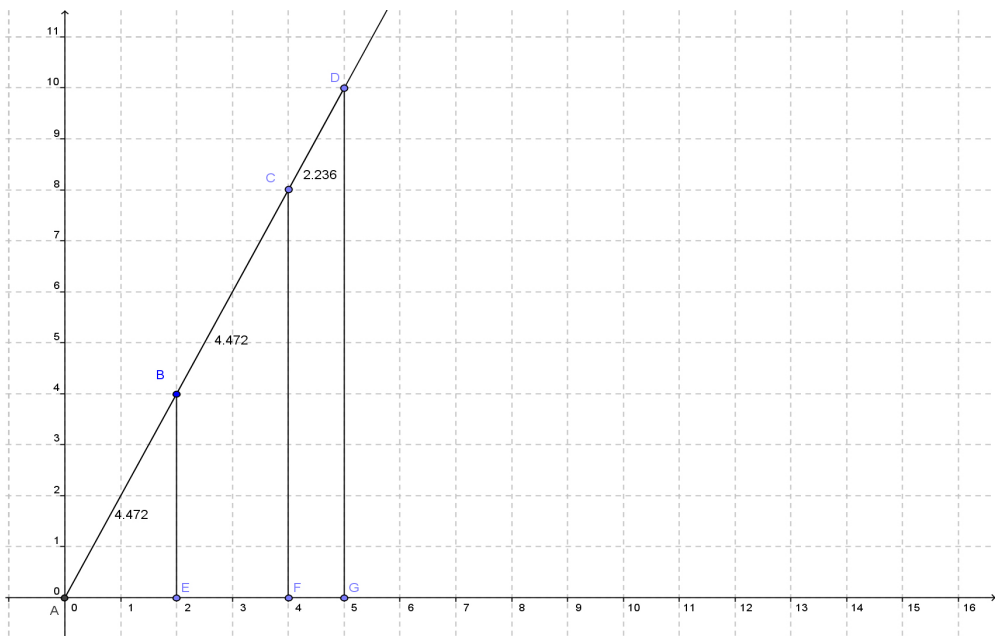
$$\frac{\text{cateto oposto ao ângulo } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}}{\text{hipotenusa}} =$$

$$\frac{\text{cateto oposto ao } \hat{A}}{\text{cateto adjacente ao } \hat{A}} =$$









# Capítulo 7

## ANEXO C - Segunda atividade aplicada

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NA-  
CIONAL – PROFMAT

MESTRANDO: Edmar Floriano Amaro

PROF. ORIENTADOR: Dr. Geraldo Lúcio Diniz

Aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados.

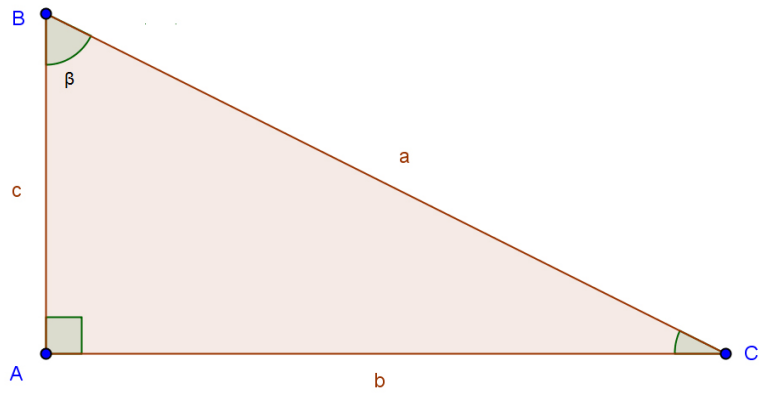
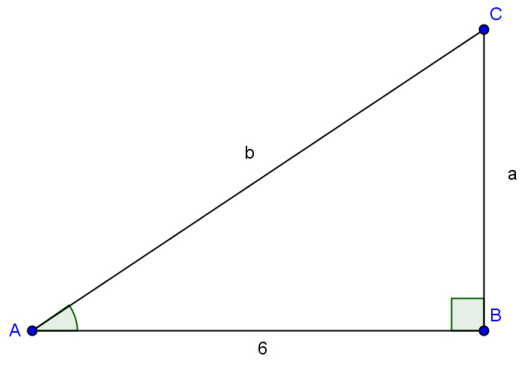
Escola Estadual Alvarina Alves de Freitas; Série/turma: 3<sup>a</sup>/Única

Etapa: Ensino Médio

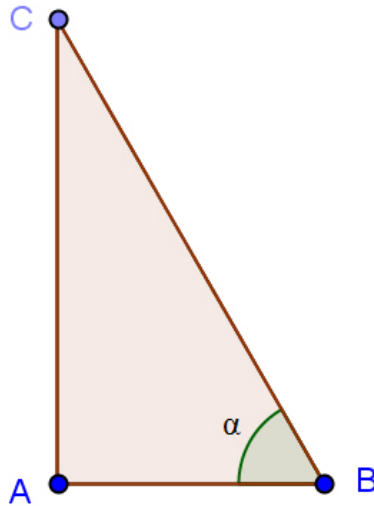
### SEGUNDA ATIVIDADE

Para resolver os exercícios propostos nesta atividade, use os conhecimentos de trigonometria estudados até aqui, além de outros que achar conveniente:

- 1) Calcule o valor de  $a$  e  $b$  na figura abaixo, sabendo que  $\tan \hat{A} = \frac{2}{3}$
- 2) Dado o triângulo retângulo ABC, figura abaixo, e sendo  $a = 10$  e  $\sin \beta \cong 0,895$ , calcule os valores aproximados de  $b$  e  $c$ .



3) No triângulo ABC, figura abaixo, a medida de  $\alpha$  é  $60^\circ$ , e a medida do cateto adjacente é 8. Calcule a medida da hipotenusa. (Sugestão: use a calculadora científica para determinar seno, cosseno ou tangente de  $60^\circ$ , conforme a necessidade).



4) Dado o triângulo ABC abaixo, e sabendo que  $\text{sen}\alpha = \text{cos}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$  e que  $c = 5$ , calcule o valor da hipotenusa  $a$  e do cateto oposto  $b$ .

