Uma Exposição Didática de como Newton Apresentou a Força Gravitacional

Olival Freire Junior, Manoel Matos Filho e Adriano Lucciola do Valle
Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia

Apresenta-se a "Proposição IV", do Livro III, dos *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural e seu Sistema do Mundo*. É nessa proposição que, pela primeira vez, se expressa o que hoje denominamos de síntese newtoniana, isto é, a idéia de que a física dos corpos celestes em suas órbitas é a mesma do movimento dos corpos na superfície da Terra. Para verificar sua proposição, Newton faz uma "experiência de pensamento", a da "queda da Lua". Sugerimos que esta proposição pode, e deveria, ser introduzida nos cursos de Licenciatura em Física e no ensino de Física no Ensino Médio. Ao fazê-lo, estaremos ensinando um bom conteúdo de Física, de modo atrativo, e contextualizando-o nos marcos do conhecimento científico da época. Usando as palavras de Matthews [6], estaremos ensinando tanto o conhecimento <u>em</u> Física como <u>sobre</u> a Física.

Introdução

A "Proposição IV", do Livro III, dos "Princípios Matemáticos da Filosofia Natural", de Isaac Newton, é uma peça essencial no argumento newtoniano para a construção da idéia de uma força gravitacional. Nesta proposição, Newton argumenta que a força que mantém a Lua em sua órbita é da mesma natureza que a força que atrai uma pedra na superfície da Terra, e, para verificar esta conjectura, introduz uma "experiência de pensamento", a da "queda da Lua", para verificar se há compatibilidade entre o valor da aceleração centrípeta da Lua, modificada em uma adequada proporção para a situação imaginada da Lua caindo na superfície terrestre, e a aceleração de um corpo em queda livre na superfície da Terra; obtendo uma excelente concordância numérica. A comparação só foi possível, à época, porque Newton apoiou-se nos trabalhos de Christian Huygens sobre o pêndulo, os quais forneceram as primeiras medidas confiáveis, ainda que indiretas, da gravidade terrestre. O argumento newtoniano é notável por razões variadas. É nessa proposição que, pela primeira vez, se expressa o que hoje denominamos de síntese newtoniana, isto é, a idéia de que a física dos corpos celestes em suas órbitas é a mesma do movimento dos corpos na superfície da Terra. É também um argumento notável pela engenhosidade e pela simplicidade, de alcance histórico e didático. Densmore [4] afirma que este argumento é *talvez, a mais emocionante demonstração nos Principia*, enquanto Bernard Cohen considera-a um clímax dos *Principia* [10]. Entretanto, esse argumento pouco aparece nos livros-texto [13]. Nós apresentaremos uma tradução dessa Proposição; teceremos breves comentários sobre ela; apresentaremos a proposição conforme o argumento original, para isso nos apoiaremos largamente em Densmore [4]; apresentaremos a mesma proposição de modo bastante simplificado, e mesmo anacrônico, mas inteiramente adequado à introdução no Ensino Médio; e, por fim, extrairemos algumas conclusões de natureza didática, relacionadas ao uso dessa Proposição [14].

O argumento da "queda da Lua"

> "Que a Lua gravita em torno da Terra [15], e é sempre retirada de seu movimento retilíneo, e reconduzida a sua órbita, pela força da gravidade" [Livro III, Proposição 4]
>
> A distância média da Lua à Terra, nas sizígias, em semi-diâmetros da Terra, é 59, de acordo com Ptolomeu e a maioria dos astrônomos; 60, de acordo com Wendelin e Huygens; 60 1/3, de acordo com Copérnico; 60 2/5, de acordo com Street; e 56 1/2, de acordo com Tycho. Mas Tycho e aqueles que seguem suas tabelas de refração, ao estabelecer uma refração maior - por quatro ou cinco minutos – para o Sol e a Lua do que para estrelas fixas (em completa oposição à natureza da luz), tinham au-

mentado a paralaxe da Lua pelo mesmo número de minutos; isto é, pela décima-segunda ou décima-quinta parte da paralaxe total. Corrijamos este erro e a distância chegará a 60 1/2 semi-diâmetros terrestres, que é mais ou menos o que foi atribuído pelos outros. Vamos assumir que a distância média é sessenta semi-diâmetros nas sizígias e que o período lunar com respeito às estrelas fixas totaliza 27 dias, 7 horas, e 43 minutos, como afirmado pelos astrônomos; e que a circunferência da Terra é 123.249.600 pés parisienses, como estabelecido pelos franceses através de medição. Se, agora, supusermos que a Lua seja privada de todo movimento e deixada descer na direção da Terra, sob a influência exclusiva da força pela qual (pela Proposição 3, Corolário) ela é mantida em sua órbita, ela irá, na queda, percorrer 15 1/12 pés parisienses no espaço de um minuto. Esta conclusão deriva de cálculos baseados seja na Proposição 36 do Livro I ou (o que significa o mesmo) no nono Corolário da quarta Proposição do mesmo livro. Pois o [versed sine] *[16]* daquele arco que a Lua descreve em seu movimento médio, no tempo de um minuto à distância de sessenta semi-diâmetros terrestres, é cerca de 15 1/12 pés parisienses, ou mais precisamente, 15 pés, uma polegada e 1 4/9 linhas. De onde, desde que aquela força aumente com o inverso da razão duplicada da distância ao se aproximar da Terra, e seja por isso maior em 60 x 60 partes na superfície da Terra que na Lua, um corpo, ao cair nas nossas regiões, sob a ação daquela força, deveria descrever um espaço de 60 x 60 x 15 1/12 pés parisienses no espaço de um minuto e, no espaço de um segundo, 15 1/12 pés, ou mais precisamente, 15 pés, 1 polegada e 1 4/9 linhas. E os corpos pesados, próximos à superfície terrestre, efetivamente descem com a mesma força. Pois o comprimento de um pêndulo oscilando em segundos, na latitude de Paris, é três pés parisienses e 8 1/2 linhas, como Huygens tem observado. E a altura que um corpo pesado atravessa, ao cair durante o tempo de um segundo, está para a metade do comprimento desse pêndulo, assim como, na razão dupla [quadrado], a circunferência do círculo está para seu diâmetro (como Huygens também tem apontado). Ela tem o comprimento, por isso, de 15 pés parisienses, 1 polegada e 1 7/9 linhas. E porque a força que mantém a Lua em sua órbita, se ela descesse até a superfície da Terra, se tornaria igual a nossa força de gravidade, então (pelas Regras 1 e 2) ela é a própria força que nós estamos acostumados a chamar de gravidade. Pois se a gravidade fosse dela diferente, os corpos, ao procurarem a Terra com as duas forças conjuntamente, desceriam duas vezes mais rápido e ao caírem durante o espaço de um segundo descreveriam 30 1/6 pés de parisienses em completo desacordo com a experiência [17].

A mais emocionante demonstração dos *Principia*

Para uma melhor apreciação do significado dessa proposição, devemos ter em conta a estrutura geral dos *Principia*. Newton abre sua obra com um conjunto de definições e axiomas, onde aparecem as três leis de Newton, conforme denominação atual. Nenhuma referência é feita à força gravitacional nessa parte do livro. Em seguida, Newton dedica todo o Livro I ao "movimento dos corpos" tratados em uma abordagem estritamente matemática, sem consideração da natureza física das forças envolvidas. Este livro é mais um tratado de matemática, ou de física matemática, no sentido contemporâneo, que a apresentação de uma teoria física. O Livro II é inteiramente dedicado ao estudo de movimentos de corpos em meios resistentes. Nos dois primeiros livros nenhuma referência é feita à força gravitacional. É no Livro III, intitulado "O sistema de mundo", que devemos esperar a introdução da idéia de uma força gravitacional, sem a qual a mecânica newtoniana não teria como abordar nem o movimento dos corpos no sistema solar nem derivar o movimento de corpos próximos da superfície terrestre. Contudo, mesmo no Livro III, Newton não introduz de imediato a idéia de uma força gravitacional. Inicialmente, ele apresenta um conjunto de fenômenos astronômicos, mostrando que eles obedecem às leis de Kepler. Desse modo, Newton mostra que os satélites de Júpiter e de Saturno descrevem áreas proporcionais ao tempo de percurso e que seus períodos e distâncias orbitais estão em uma proporção similar à 3ª. Lei de Kepler (Fenômenos 1 e 2); mostra que os cinco planetas primários [Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno] giram em torno do Sol (Fenômeno 3); que os períodos dos cinco planetas primários, mais o período da Terra em torno do Sol, ou do Sol em torno da Terra, mantêm com as respectivas distâncias orbitais a relação identificada por Kepler, que hoje denominamos de 3ª Lei de Kepler (Fenômeno 4); que os cinco planetas primários só obedecem à lei das áreas de Kepler se tomarmos a distância dos planetas ao Sol e que o mesmo não ocorrerá se tomarmos as distâncias dos mesmos planetas à Terra [o que deve ser considerado um argumento favorável ao heliocentrismo] (Fenômeno 5); e, por fim, que a Lua varre áreas iguais em tempos iguais (Fenômeno 6). Como Newton havia demonstrado no Livro I, trajetórias que satisfazem relações como as Leis de Kepler devem ser causadas por uma força que varia com o inverso do quadrado da distância. Desse modo as proposições 1, 2, e 3 são dedicadas a mostrar que a força centrípeta sobre os satélites de Júpiter, sobre os planetas primários e sobre a Lua são todas proporcionais ao inverso do quadrado da distância ao centro de cada movimento.

Só então é que Newton introduz, na Proposição 4, a idéia de uma força gravitacional, tal qual conhecemos hoje. Deve ser notado que, até Newton, a expressão "a Lua gravita na direção da Terra ..." era um *non-sense*, porque a palavra gravidade era usada exclusivamente com o significado de "peso terrestre" [4]. Newton busca associar dois resultados experimentais numéricos bem estabelecidos à época: a gravidade terrestre e a aceleração centrípeta da Lua. Esta identidade de efeitos (valores iguais para a aceleração) deve levar, conforme a Regra de Filosofar número 2, que Newton havia enunciado no início desse mesmo Livro III, a uma identidade de causas; logo, a força que acelera uma pedra na superfície da Terra é da mesma natureza da força que mantém a Lua em sua órbita. Não era ainda a idéia de uma gravitação "universal", o que demandaria examinarmos as Proposições subseqüentes, mas foi o passo mais significativo na estratégia newtoniana para a introdução dessa idéia.

Seria interessante refletirmos sobre as razões que teriam levado Newton a uma estratégia de persuasão tão cuidadosamente elaborada. Nossa opinião é que Newton tinha plena consciência dos obstáculos que enfrentaria para convencer seus contemporâneos da existência de uma ação à distância, como parecia ser a força gravitacional, e buscou minimizar essas resistências. Deve ser dito que tanto a idéia de uma força atrativa entre o Sol e os planetas quanto a idéia de uma explicação única para os movimentos celestes e terrestres já estavam postas antes de Newton [18]. Kepler havia sugerido a existência de uma força entre o Sol e os planetas, mas pensava em uma força de natureza magnética e pensava em uma força tangencial, de arrastamento, e não em uma força centrípeta. Descartes buscou uma explicação unificada para a física dos movimentos celestes e aquela dos movimentos terrestres, mas o fez através da idéia de um universo totalmente preenchido por uma substância, um éter, cujos vórtices seriam responsáveis tanto pela manutenção da Lua em sua órbita quanto pela queda de um objeto na superfície da Terra. A explicação cartesiana, ainda que abrangente na sua capacidade de explicação, não fornecia, contudo, previsões quantitativas. A força preditiva da mecânica e da gravitação newtonianas são bem conhecidas e são as responsáveis pela aceitação dessa física, mas a gravitação newtoniana enfrentaria, como de fato enfrentou, um forte obstáculo de natureza epistemológica [19]. Este obstáculo relacionava-se à visão de mundo mecanicista, sustentada por Descartes, mas partilhada pela quase totalidade dos protagonistas da emergente ciência moderna. O mecanicismo implicava na adoção exclusiva de interações através do contato entre corpos, logo uma interação de vizinhança, de contigüidade, e rejeitava qualquer idéia de ações à distância porque esse tipo de explicação estava relacionado a explicações que o mecanicismo visava combater [20]. A gravitação newtoniana, como um tipo ação à distância, sem um meio que transmitisse a interação entre os corpos, poderia sugerir a adoção de um mesmo tipo de explicação combatida pelo mecanicismo. Newton aparentemente não tinha uma explicação satisfatória para a gravitação e adotou a estratégia de introduzi-la como uma conseqüência necessária dos fenômenos quando tratados matematicamente conforme os resultados que havia elaborado no Livro I. O pressentimento de Newton estava bem fundamentado, pois sua estratégia minimizou, mas não eliminou as resistências à gravitação mesmo entre cientistas como Huygens e Leibniz. A divisão entre newtonianos, principalmente britânicos, e cartesianos, sobretudos continentais, durou mais de meio século, de modo que uma larga aceitação da gravitação só se consolidaria quase na metade do século XVIII.

O argumento original

Nessa seção apresentamos, em conformidade com o argumento original, como Newton calculou a aceleração de queda da Lua em sua órbita. Nos apoiaremos largamente em Densmore [4], obra notável para um ensino contextualizado da Física newtoniana.Uma demonstração rigorosa escapa ao padrão de um curso de Ensino Médio, por envolver uma passagem ao limite que Newton havia demonstrado na Proposição 4, Corolário 9, do Livro I. Aqui apenas apresentaremos, sem o rigor necessário, o argumento newtoniano.

Passo 1: Newton calculou, sem o recurso à expressão algébrica da aceleração centrípeta, a distância que a Lua cairia na direção da Terra como sendo de 15 1/12 pés parisienses, no tempo de 1 minuto, caso, estando em sua órbita nas sizígias, fosse privada de todo o seu movimento tangencial. Para chegar a esse resultado, calculemos, inicialmente, qual distância a Lua viajará em órbita em 1 minuto.

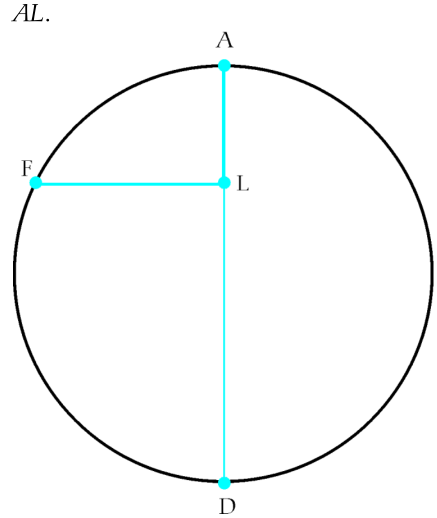
$$\frac{\text{distância de órbita cheia}}{\text{tempo de órbita cheia}} = \frac{\text{distância em um minuto}}{\text{1 minuto}}$$

$$\frac{7394976000 \text{ pés}}{39343 \text{ minutos}} = \frac{x}{1 \text{ minuto}}$$

x = 187.961 pés de Paris.

Considerando que o movimento da Lua em sua órbita resulta de uma composição entre seu movimento tangencial uniforme e um movimento radial acelerado e que, para tempos pequenos, a corda AF pode ser no limite identificada com o arco efetivamente percorrido pela Lua (AF = x), podemos, por considerações geométricas, obter o resultado que buscamos.

Caso a Lua fosse libertada de um ponto da sua órbita e caísse para a Terra sob a mesma força que a mantém em órbita, viajaria uma distância, *AL*.



Como os triângulos AFL e AFD são semelhantes [21]

$$\frac{AL}{AF} = \frac{AF}{AD},$$

$$\frac{\text{distância que cairia AL}}{\text{distância que viajou na órbita AF}} = \frac{\text{distância na órbita AF}}{\text{diâmetro de órbita AD}}.$$

Durante 1 minuto,

$$\frac{AL}{187961 \text{ pés parisienses}} = \frac{187961 \text{ pés parisienses}}{2353890000},$$

donde $AL = 15{,}0089 \approx 15{,}01$ pés parisienses. A diferença entre o valor que obtivermos e aquele obtido por Newton - 15 1/12 pés parisienses – pode ser explicada porque ele também levou em conta o efeito da aceleração da Lua na direção do Sol.

Passo 2: Newton expressou a aceleração centrípeta da Lua calculando a distância que ela cairia em certo tempo, em direção à Terra, se perdesse subitamente sua velocidade tangencial. Ele afirmou que ela irá "na queda percorrer 15 1/12 pés parisienses no espaço de um minuto." Chamemos essa distância S_L. A esta altura, devemos observar que Newton já havia demonstrado, em proposições no Livro I, que se uma força fosse capaz de gerar movimento circulares ou elípticos e se esses movimentos obedecessem à Terceira Lei de Kepler, então tal força deveria ser radial e proporcional ao inverso do quadrado da distância ao centro da circunferência. Desse modo, Newton já havia demonstrado que a força centrípeta deveria ser proporcional ao inverso do quadrado da distância. Newton toma também forças (f) proporcionais às acelerações (a) e considera que para situações de aceleração constante, a exemplo de movimentos na superfície da Terra, a aceleração é proporcional à distância percorrida (S) e inversamente proporcional ao tempo gasto no percurso (T). Todas essas proporções reunidas levam a:

$$\frac{\text{força em órbita}}{\text{força na superfície da terra}} = \frac{(\text{raio da superfície })^2}{(\text{raio da órbita})^2}$$

$$\frac{f_o}{f_s} = \frac{r^2}{(60r)^2}$$

$$f_s = 60^2 f_0$$

$f \propto S/T^2$, e $f \propto 1/R^2$, então,

$$\frac{S}{T^2} \alpha \frac{1}{R^2} \qquad (1)$$

$$S \alpha \frac{T^2}{R^2}. \qquad (2)$$

Considere S_L como sendo a distância de queda da Lua à altura de sua órbita; S_T como sendo a distância de queda da lua à altura de um raio da Terra; T_L como sendo o tempo de queda da Lua à altura de sua órbita; T_T como sendo o tempo de queda da Lua à altura de um raio da Terra; e reescrevendo a Eq. 2 como uma proporção,

$$\frac{S_L}{S_T} = \frac{(T_L{}^2/R_L{}^2)}{(T_T{}^2/R_T{}^2)}.$$

Reduzamos o tempo de 60 segundos à altura da órbita da Lua para 1 segundo à superfície da Terra, então: $T_L = 60\ T_T$. Além disso, vamos reduzir a distância da órbita da Lua de 60 raios terrestres para 1 raio da terra, ou seja, na superfície da Terra: $R_L = 60\ R_T$

Substituindo na Eq. 2:

$$\frac{S_L}{S_T} = \frac{(60T_T)^2/(60R_T)^2}{T_T{}^2/R_T{}^2}$$

$$\frac{S_L}{S_T} = \frac{T_T{}^2/R_T{}^2}{T_T{}^2/R_T{}^2} = 1$$

Assim, $S_L = S_T$.

Então se você diminuir tempo e raio (antes de 60 raios terrestres), o número para S permanecerá o mesmo, quer dizer, em um segundo, a Lua deveria cair também 15 1/12 pés parisienses na superfície da Terra.

Passo 3: Qual a aceleração sofrida por uma pedra em queda livre na superfície da Terra? Devemos inicialmente nos perguntar por que Newton usou medidas de um pêndulo e uma equação de pêndulo para obter aceleração de uma pedra na superfície da Terra ao invés de simplesmente deixar cair uma pedra de uma sacada e medir o tempo de queda? No Século XVII não existiam equipamentos suficientemente precisos para cronometrar a queda de uma pedra a fim de determinar a aceleração da gravidade. Galileu, quando determinou que os corpos caem com uma mesma aceleração percorrendo distâncias proporcionais ao quadrado dos tempos, recorreu ao expediente do plano inclinado para evidenciar esta proporção, mas o plano inclinado galileano não podia fornecer uma medida confiável do valor da aceleração da gravidade. Foi o estudo do pêndulo, pelas mãos do holandês Christiaan Huygens, que permitiu a primeira medida precisa dessa aceleração, razão pela qual Newton recorre ao pêndulo de Huygens e não aos trabalhos de Galileu para obter o valor dessa aceleração.

Huygens publicou, em 1673, a obra *Horologium Oscillatorium*, que permitiu o tratamento matemático preciso do problema do pêndulo. Ele também construiu relógios precisos em conformidade com aquele tratamento. Huygens ajustou o período de oscilação do pêndulo a uma medida independente do tempo (um tempo de passagem do Sol de dois segundos) e com a medida direta do comprimento do pêndulo, além dos teoremas que havia estabelecido, pôde, pela primeira vez na história, obter um valor confiável para a aceleração da gravidade.

Note, contudo, que Newton não cita a expressão algébrica para o período do pêndulo. Ele refere-se ao resultado obtido por Huygens afirmando que "a altura que um corpo pesado atravessa, ao cair durante o tempo de um segundo, está para a metade do comprimento desse pêndulo, assim como, na razão dupla, a circunferência do círculo está para seu diâmetro (como Huygens também tem apontado)." O resultado de Huygens pode então ser expresso como:

$$\frac{d}{L/2} = \frac{(2\pi r)^2}{(2r)^2} = \pi^2$$

$$d = \frac{L}{2}\pi^2$$

Para $L = 3{,}059$ pés parisienses, temos: $d = 15{,}0956$ pés parisienses. Esta distância de queda, na superfície da Terra, em um segundo, é uma medida da aceleração da gravidade e deve ser comparada com aquela obtida para a aceleração centrípeta da Lua, na superfície da Terra, obtida por Newton, conforme o **Passo 1**, que vale 15 1/12 pés parisienses, o que expressa uma boa concordância, portanto, entre os dois valores. Com esse resultado, Newton atinge seu objetivo: tanto a força que atua na queda dos corpos na superfície da Terra quanto aquela que atua na Lua, como força centrípeta, são de mesma natureza.

A expressão hoje usual para o período do pêndulo pode ser obtida combinando diretamente a expressão anterior, obtida por Huygens, com a expressão da aceleração uniforme de um corpo na superfície da Terra, com atenção para o fato de que, quando Newton fala em "comprimento de um pêndulo oscilando em segundos", devemos adotar um período, no sentido contemporâneo, para o pêndulo com o dobro desse valor, isto é: $T = 2t$. Logo,

$$d = \frac{L}{2}\pi^2 \quad \text{e} \quad d = \frac{gt^2}{2}, \text{ com } t = \frac{T}{2},$$

levam a:

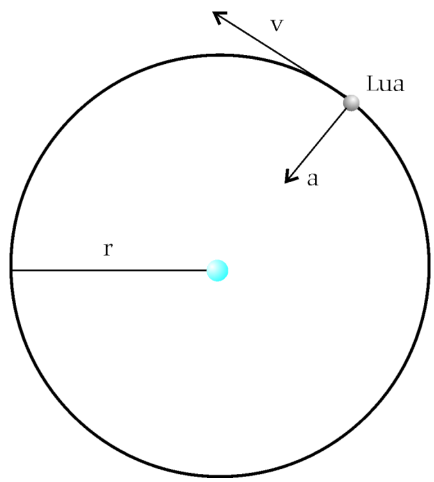
$$\frac{L}{2}\pi^2 = \frac{g.\left(\frac{T}{2}\right)^2}{2} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Um argumento adequado ao Ensino Médio

Para uma apresentação mais simplificada – seguramente acessível ao ensino médio - do argumento newtoniano, introduzimos as seguintes simplificações: uso de notação moderna para a aceleração centrípeta e para o período de um pêndulo simples, expressões de uso corrente no Ensino Médio. Utilizamos também a notação contemporânea para a aceleração (comprimento pelo quadrado do tempo) e unidades do sistema MKS. Mesmo com essas simplificações, é nossa opinião que a apresentação guarda quase o mesmo fascínio que a apresentação original de Newton.

Vamos, inicialmente, fixar os valores das grandezas utilizadas por Newton convertendo-os para um sistema de unidades contemporâneo, o MKS. Usaremos, para isso, as Tabelas 1 e 2.

Passo 1: Calcularemos a aceleração centrípeta da Lua à distancia de sua órbita atual (60 raios terrestres nas sizígias):



A Figura 2 acima representa a órbita da lua. Podemos calcular a velocidade (v) com que a Lua gira em torno da Terra, como segue, sendo Δt o período de revolução da lua e C a órbita cheia da mesma.

$$v = \frac{C}{\Delta t}$$

Substituindo os valores com base na Tabela 2, temos:

$$v = \frac{24 \text{ x } 10^8 \text{ m}}{2.358.720 \text{ s}} = 1017{,}5 \text{ m/s}$$

Com o valor de v, calcularemos agora a aceleração centrípeta da Lua na altura de sua órbita (a_{co}) pela relação abaixo. Observamos, contudo, que Newton, calculou essa aceleração usando considerações geométricas, que apresentamos na seção anterior, e não a expressão algébrica, hoje de uso corrente, para a aceleração centrípeta.

$$a_{co} = \frac{v^2}{r}$$

Fazendo os cálculos, temos:

$$a_{co} = \frac{(1017{,}5 \text{ m/s})^2}{3{,}82 \text{ x } 10^8 \text{ m}} = 2{,}7 \text{ x } 10^{-3} \text{ m/s}^2.$$

O leitor deve ter notado que Newton, contudo, não expressou a aceleração centrípeta da Lua desse modo. Ele escreveu que ela "irá, na queda, percorrer 15 1/12 pés parisienses no espaço de um minuto." O valor que

Tabela 1

Distância média da Lua à Terra = raio da órbita da lua = 60 raios terrestres - R = 60 r

Período de revolução da Lua: P = $27^d\ 7^h\ 43'$ = 39343'

Circunferência da Terra: c = 123 249 600 pés parisienses

Diâmetro da Terra: c = 2π r = π d

d = c /π , logo, d = 123 249 600 /π , d = 39 231 500 pés parisienses

Circunf. da órbita da Lua: C = = 2π R , R = 60 r , C = 2π (60 r) = 60 (2π r) , C = 60 c

C = 60 x 123 249 600

C = 7 394 976 000 pés parisienses

Diâmetro da órbita da Lua:

D = 60 d = 60 x 39 231 500 pés parisienses , D = 2 353 890 000 pés parisienses

Conversões

Um pé parisiense = 0,3248 metros

12 "linhas" parisienses = 1 polegada parisiense

Tabela 2

Distância média da Lua à Terra = raio da órbita da lua (R): (Aproximadamente 60 raios terrestres):	(R = 60 r) = 3,82 x 10^8 m
Período de revolução da Lua (P):	P = 27,3 Dias = 2.358.720 s
Circunferência da Terra (c):	c ≅ 4 x 10^7 m
Diâmetro da Terra (d):	d = 12.740.000 m
Circunferência da órbita da Lua (C):	C = 24 x 10^8 m
Diâmetro da órbita da Lua (D):	D = 7,64 x 10^8 m

obtivemos poderá ser expresso na terminologia newtoniana utilizando a expressão da distância percorrida por um corpo em aceleração uniforme a partir de repouso, expressão algébrica que não era, entretanto, utilizada no Século XVII, quando o um bom argumento matemático devia ser expresso na linguagem geométrica e das proporções. Cometendo, portanto, um anacronismo, em função da finalidade pedagógica, podemos traduzir na linguagem newtoniana o valor que obtivemos:

$$h = at^2/2 = 2{,}7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \times (60)^2/2 = 4{,}86 \text{ m}$$

Os 4,86 metros que obtivemos correspondem, convertidos, a 14,96 pés parisienses, valor em boa concordância com aquele obtido por Newton.

Passo 2 – Primeira alternativa: Agora vamos imaginar que a Lua caiu na direção da Terra. Como Newton já havia demonstrado, em proposições no Livro I, que uma força centrípeta capaz de gerar movimentos circulares ou elípticos, e cujos movimentos obedecem à Terceira Lei de Kepler, deve ser proporcional ao inverso do quadrado da distância ao centro da circunferência, ele pode afirmar que na superfície da Terra esta força sobre a Lua será 60^2 vezes maior que na órbita da Lua, uma vez que estamos assumindo a distância média da Lua à Terra ser de 60 raios terrestres. Adotando a proporcionalidade entre força e aceleração, chegamos à conclusão que a aceleração da Lua na superfície da Terra será igualmente 60^2 vezes mais intensa que a aceleração na órbita natural da Lua. Tendo em vista que $a_{c0} = 2{,}7 \times 10^3$ m/s², de acordo com os cálculos feitos no **Passo 1**, encontramos para a aceleração da Lua na superfície da Terra, um valor de $a_{ct} \cong 9.72$ m/s². No Ensino Médio, vale a pena chamar a atenção dos estudantes para a familiaridade que temos hoje com esse valor pela sua proximidade da conhecida aceleração dos corpos em queda livre na superfície terrestre.

Passo 2 – Segunda alternativa: O cálculo feito conforme os recursos matemáticos usados por Newton é de tal simplicidade e elegância que pensamos que ele deveria ser apresentado aos nossos estudantes. Nesta etapa do nosso trabalho, com o objetivo de facilitar o entendimento, não seguiremos o raciocínio de Newton, que estava apoiado nos teoremas de Huygens, mas utilizaremos a relação direta do período de um pêndulo com o comprimento, relação esta que é parte integrante do conteúdo do Ensino Médio. Observamos, entretanto, que essa relação hoje tão familiar pôde ser deduzida facilmente dos teoremas de Huygens, como, aliás, já o fizemos.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Colocando a expressão em função de g, temos:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Convertendo os valores que Newton adotou de Huygens, temos que um pêndulo de comprimento $L = 1{,}0$ metro tem um período $T = 2$ segundos e fornece o seguinte valor para a aceleração da gravidade:

$$g = \frac{4\pi^2 \times 1{,}0^2}{2^2} = 9{,}78 \text{ m/s}^2$$

Este valor é aproximadamente o mesmo que encontramos para a Lua no **Passo 2 – Primeira alternativa**. Isto é o que nós esperaríamos, se a força que segura a Lua em sua órbita é da mesma natureza daquela que faz uma pedra cair na superfície terrestre. Desse modo, Newton obtém uma expressiva evidência para seu argumento de que a força centrípeta que age sobre a Lua é de natureza gravitacional.

Conclusões

A Proposição IV do Livro III dos “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”, ou o argumento da “queda da Lua”, é um marco essencial na história da ciência, uma proposição crucial no desenvolvimento da idéia da gravitação universal e de nossa moderna cosmologia, como assinalado por Densmore. Como vimos, ela pode, e deveria, ser introduzida nos cursos de Licenciatura em Física e no ensino de Física no Ensino Médio. Ao fazê-lo, estaremos ensinando um bom conteúdo de Física, de modo atrativo, e contextualizando-o nos marcos do conhecimento científico da época. Estaremos, também, introduzindo os estudantes em uma reflexão sobre a produção da própria Física, examinando, em particular, o papel dos experimentos de pensamento e o papel das estratégias de persuasão na construção do conhecimento científico. Usando as palavras de Matthews [6], estaremos ensinando tanto o conhecimento em ciência como sobre a ciência. Constatando a quase total ausência da apresentação dessa Proposição nos livros didáticos de Física, nos damos conta do quanto ainda pode ser feito para tornar o ensino de Física mais atrativo e mais significativo para os nossos estudantes.

Referências

[1] Blay, M. *Les “Principia” de Newton*, PUF, Paris (1995).

[2] Butterfield, H. *The Origins of Modern Science*, Free Press, New York, [Revised edition], (1965).

[3] Carolino, L.M. *A escrita celeste – Almanaques astrológicos em Portugal nos Séculos XVII e XVIII*, Access Editora, Rio de Janeiro (2002).

[4] Densmore, D. *Newton’s Principia: The Central Argument – Translation, Notes, and Expanded Proofs*, Translations and Diagrams by W.H. Donahue, Green Lion Press, Santa Fe, 2nd printing, (1996).

[5] Holton, G.; James Rutherford, F. & Watson, F.G. *The Project Physics Course*, Holt, Rinehart and Winston, New York, (1970).

[6] Matthews, M. *Science Teaching – The Role of History and Philosophy of Science*, Routledge, London & New York (1994).

[7] Matthews, M. *Time for Science Education – How Teaching the History and Philosophy of Pendulum Motion Can Contribute to Science Literacy*, Kluwer, New York (2000).

[8] Newton, I. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, The 3rd edition (1726) with variant readings, assembled and edited by A. Koyré & I. Bernard Cohen, Cambridge University Press, (1972).

[9] Newton, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, Motte’s Translation – Revised by Cajori, 2 Vols., University of California Press, Berkeley, [1984].

[10] Newton, I. *The Principia – Mathemati-*

cal Principles of Natural Philosophy, A new translation by I. Bernard Cohen & Anne Whitman, preceded by A Guide to Newton´s Principia by I. Bernard Cohen, University of California Press, (1999).

[11] Nussenzveig, M. *Curso de Física Básica – 1 – Mecânica*, 3ª ed., Editora Edgard Blucher, São Paulo, (1996).

[12] Sonneville, M. et Fauque, D. *La gravitation*, Centre National de Documentation *Pédagogique*, Paris, (1997).

[13] Nussenzveig [11] e Holton [5] são, nesse sentido, exceções. Contudo, os dois livros apresentam a comparação entre a aceleração centrípeta da Lua e a aceleração da gravidade na superfície terrestre fazendo um caminho inverso ao do argumento original de Newton, isto é, eles partem da aceleração na superfície da Terra, reduzem esse valor em função da distância Terra – Lua, e comparam com a aceleração centrípeta da Lua. A ausência do experimento de pensamento da "queda da Lua" reduz, a nosso ver, parte da fascinação exercida por essa Proposição. Mesmo entre historiadores da ciência a expressão "queda da Lua" não é de uso generalizado; Blay [1] é dos poucos a utilizar esta expressão, que nos parece muito significativa tanto do ponto de vista histórico quanto pedagógico.

[14] Em curso ministrado por um dos autores (Freire Jr.), no qual se explorou o livro de Matthews [7], a apresentação desse livro, dedicado às implicações históricas e filosóficas do estudo do movimento pendular, motivou um grupo de alunos a examinar nos detalhes Proposição IV, a qual é apresentada, no referido livro, nas páginas 188-191. O presente trabalho é o resultado dessa atividade. Uma versão preliminar desse trabalho foi apresentada no XV Simpósio Nacional de Ensino de Física, Curitiba, 2003.

[15] A tradução dessa frase encerra certa dificuldade. Newton [8] escreveu no original em latim "Lunam gravitare in terram; & vi gravitatis retrahi semper a motu rectlineo, & in orbe suo retireri". A tradução inglesa de Motte-Cajori adotou "That the moon gravitates towards the earth, ...". A clássica tradução francesa da Marquesa do Chastelet [1, 12] adotou "La Lune gravite vers la Terre, ...". Para os leitores contemporâneos a expressão "Que a Lua gravita em torno da Terra" já implica na idéia de que a Lua circula em torno da Terra atraída pela força da gravidade. Até Newton, contudo, a expressão gravidade expressava apenas o peso dos corpos terrestres e não uma força atuando em escala astronômica sobre um corpo celeste. Uma tradução mais literal e mais precisa, porém redundante para o leitor contemporâneo, parece ser "Que a Lua gravita na direção da Terra" para enfatizar a idéia de que a força centrípeta é da mesma natureza do peso dos corpos terrestres.

[16] Não conhecemos uma tradução portuguesa adequada para o termo "versed sine", razão pela qual deixamos a expressão inglesa. A dificuldade está relacionada à própria história do conhecimento físico e matemático, pois, conforme assinalado por I. Bernard Cohen em Newton [10], "um termo com o qual os leitores de hoje podem não estar familiarizados é 'versed sine' [...] porque hoje nós pensamos nas funções trigonométricas em termos de ângulos, mas, na época de Newton, e mesmo no século XIX, estas funções eram concebidas e definidas mais em termos de seus arcos que de seus ângulos correspondentes". A expressão atual para o "versed sine" seria um menos o cosseno ($1 - \cos\theta$).

[17] Esta tradução teve por base Newton [9]. Após o texto aqui traduzido, Newton incluiu uma explicação sobre a premissa da Terra em repouso e um Escólio, que não traduzimos.

[18] Para uma apresentação do contexto intelectual e científico no qual Newton formulou a idéia da força gravitacional, ver Butterfield [2].

[19] Para descrições didáticas dos êxitos da mecânica newtoniana, bem como dos obstáculos por ela enfrentados, ver [5, 11].

[20] Carolino [3] mostra que tanto os filósofos aristotélicos quanto astrólogos medievais admitiam o "influxo" dos planetas como uma das formas de influência dos corpos celestes sobre a Terra. "Esta forma de influenciar considerava-se oculta, pois não havia meio de saber como, na realidade, tal se processava. Essa ação só se podia conceber por intermédio de seus efeitos. [...] E assim dizia-se, por exemplo, que o influxo da Lua provocava as marés". O leitor pode perceber claramente que não seria implausível, para os contemporâneos de Newton, uma associação da gravitação com tais "influxos"; de onde todo o cuidado de Newton na construção de sua argumentação.

[21] Da geometria temos que, o triângulo AFD é retângulo em F, visto que é inscrito na semi-circunferência, o triângulo AFL é retângulo em L, visto que AL é a projeção de AF na direção de AD, e o ângulo Â é comum. Logo por ângulo - ângulo - ângulo os triângulos AFD e AFL são semelhantes.

XVI simpósio nacional de ensino de física
snef
O ENSINO NO ANO MUNDIAL DA FÍSICA

24 a 28 de janeiro de 2005

O Simpósio Nacional de Ensino de Física (SNEF) é organizado pela Sociedade Brasileira de Física (SBF) e ocorre a cada dois anos. Neste ano será realizado no Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro (CEFET-RJ), na semana de 24 a 28 de janeiro de 2005. O tema do encontro "O Ensino no Ano Mundial da Física" é fruto da coincidência histórica deste XVI SNEF com a determinação da UNESCO de comemorar em 2005 o ano mundial da Física (WYP 2005), uma vez que em 2005 completa-se 100 anos dos trabalhos de Einstein de 1905. No Brasil, as comemorações do ano mundial da Física estão sendo organizadas pela SBF, sob a coordenação do Prof. Dr. Ildeu de Castro Moreira. Em 2005, o primeiro evento do ano sob o patrocínio da SBF é o SNEF. Assim sendo o XVI SNEF iniciará, no Brasil, as comemorações das atividades relativas ao Ano Mundial da Física.

Convidamos professores, futuros professores e demais interessados, de todos os níveis de ensino, para debater questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Física neste "Ano Mundial da Física"; para apresentarem os resultados de suas experiências didáticas e de suas pesquisas realizadas no campo da investigação do ensino de Física e na formação de profissionais para atuarem nesse campo, quer como docentes quer como pesquisadores.

Para maiores informações sobre o SNEF, consulte a página da Sociedade Brasileira de Física em http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xvi/.