



.....
Pedro Magalhães Oliveira
 Departamento de Ciências e
 Tecnologia, Instituto Superior de
 Educação e Ciências, Lisboa, Portugal
 E-mail: pedroatmoliveira@gmail.com.

O fenômeno da sustentação aerodinâmica é um caso paradigmático de consolidação e divulgação continuada de erros interpretativos e um dos fenômenos físicos que mais gerações perpassou e durante mais tempo. Tem as suas raízes bem presas na comunidade científica e na sociedade, desde o engenheiro aeronáutico ao comum cidadão, passando pelo professor de física na escola, qual fenômeno secular.

Em 2006, na revista *A Física na Escola*, em um artigo intitulado *A Visão de um Engenheiro Aeronáutico acerca da Sustentação, Bernoulli e Newton* [1], Charles N. Eastlake apresenta a sua visão sobre o mecanismo da sustentação aerodinâmica, nos termos da conservação da massa, da energia e do momento. O artigo foi publicado inicialmente, anos antes, no jornal *The Physics Teacher*. Eastlake é docente na Embry-Riddle Aeronautical University.

O artigo começa com um desafio aos leitores, no sentido de responderem, em estilo de “escolha múltipla”, quais as explicações que consideram válidas para o mecanismo de produção da sustentação aerodinâmica em aerofólios. As explicações passam pela “lei de Bernoulli” e pela(s) lei(s) de Newton. Para o autor do artigo, ambas as explicações apresentadas são verdadeiras.

Volvidos 3 anos após a publicação, foime proposto que apresentasse aqui n’ *A Física na Escola* uma contra-argumentação válida no sentido de denunciar e esclarecer alguns erros de interpretação expostos no primeiro artigo supra referido.

Neste espírito, o presente artigo visa a dirimir o que considero serem erros de interpretação em relação ao mecanismo aerodinâmico. É ainda minha intenção apresentar uma explicação clara sobre o mesmo, ao arripio da deturpação clássica amplamente divulgada, ou melhor das mais variadas deturpações interpretativas, que, por um lado, tanto associam o fenômeno a princípios físicos incompatíveis,

como também, por outro, introduzem concepções que não fazem sentido na realidade física, ou, ainda, que, ao pretendem dar uma visão mais correta acerca do mecanismo, cae(m) em insuficiências e também elas se deixam “contaminar” pela tradição.

Na verdade, a visão de Eastlake, em relação ao mecanismo aerodinâmico – e, atenção, que não me estou a referir à quantificação matemática – não consegue fugir muito à abordagem “clássica”, tal como ainda é divulgado em contexto acadêmico, embora contudo já com alguma “filtragem” em referência a alguns *nonsenses* entre os quais o princípio de “iguais tempos de trânsito” é talvez o seu “mais famoso representante”.

Deste ponto de vista, o autor Eastlake não tem “culpa” nessa consolidação interpretativa de conhecimento científico, porventura menos precisa, para não dizer errada, sobre o fenômeno em análise. Ele até diz que é “a aerodinâmica como ensinada para engenheiros”... e até tem mesmo razão nisso! Vamos por partes...

A utilização abusiva do chamado “princípio de Bernoulli”, na aerodinâmica, e a aplicação inapropriada das leis de Newton do movimento, para explicar o mecanismo da sustentação, têm sido uma constante na literatura contemporânea, um exemplo clássico de esgrima científica e literária sem fim.

Autores como Smith [2] e Fletcher [3] inicialmente publicaram diversos esclarecimentos sobre a boa e a má aplicação do “princípio de Bernoulli”. Mais recentemente, outros autores como Anderson e Eberhardt [4] assomaram-se como os “absolutistas” das leis de Newton, entre outros que surgiram como defensores da abolição do que chamaram ser o “abuso bernoulliano”.

Desde então que a polémica sobre o assunto do mecanismo aerodinâmico se incendiou. Muitas obras e artigos foram

Ao arripio de concepções porventura “clássicas”, o objetivo deste artigo é apresentar uma argumentação válida que explique, clara e convenientemente, o mecanismo da sustentação aerodinâmica. Pretende-se, assim, dirimir interpretações, outrora apresentadas em textos de física, que não fazem sentido quando aplicadas ao fenômeno aerodinâmico, tanto as que por tradição se baseiam em Bernoulli, quanto as que buscam seus fundamentos em Newton.

publicados sobre o assunto. Muitos dos que propuseram substituir o teorema da conservação da energia pelas leis de Newton, acabaram quase sempre por confundir, no fim, o mecanismo da sustentação com os seus efeitos e quantificação matemática. Esta vertente nociva está bem patente, por exemplo, na atribuição da componente *downwash* do escoamento extradorsal à causa da sustentação. Assim, ao tentar-se “exterminar” a “falácia bernoulliana”, por vezes cai-se também em novas “falácias”, o que traz ainda mais confusão para a discussão...

Faça-se, já, uma nota em relação ao cuidado que se deve ter, para não cair em “falácias”, nas diferenças de abordagens. *Mecanismo* da sustentação não é o mesmo que os *efeitos* da sustentação nem ainda a sua *quantificação*. Há que saber distingui-los, e o que está aqui em discussão é o mecanismo e não os seus efeitos ou quantificação.

Conservação do momento

Na visão clássica de Eastlake, a dita lei de Bernoulli é válida como explicação da geração de sustentação aerodinâmica, nos termos da conservação da energia, bem como as leis de Newton nos termos da conservação do momento.

Ora, comecemos pela última vertente explicativa. Em relação à aplicação da conservação do momento pelas leis de Newton, nada há de importante a retificar, pelo que a sustentação produzida é igual à alteração do momento do ar deslocado em sentido descendente por unidade de tempo. Ou seja, a derivada parcial do momento linear em relação ao tempo é igual à massa vezes a derivada parcial da velocidade em relação ao tempo (a aceleração), ou seja

$$F = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial(m \cdot v)}{\partial t} = m \frac{\partial v}{\partial t} = m \cdot a.$$

A expressão $F = m \cdot a$ é precisamente a 2ª lei de Newton. Quanto maior for a variação do momento do ar no tempo, maior a força de sustentação; quanto maior for a quantidade de massa acelerada, ou, dito de outra forma, quanto maior for a aceleração da massa, maior a força de sustentação. A Fig. 1 mostra a descensão das

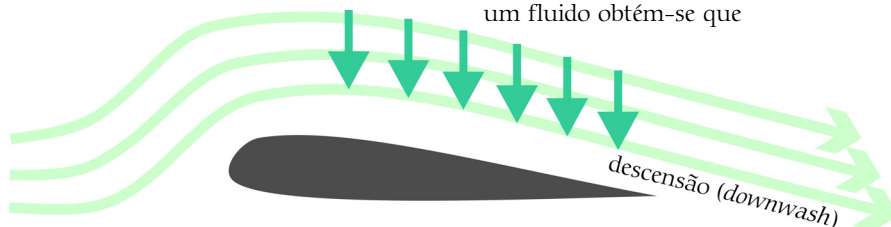


Figura 1 – Efeito da descensão das camadas de fluido adjacentes ao perfil.

camadas de fluido adjacentes com o escoamento em contorno do extradorso da asa.

Mas, se repararmos com atenção, tal como foi chamado à atenção, a igualdade supra apresentada é apenas uma equivalência, ou seja, apresenta uma compatibilidade com a produção de sustentação *mas não é um mecanismo “as is”*. Ou seja, nestes termos, não é correto afirmar que a conservação do momento explica a produção de sustentação.

Conservação da energia

Vamos agora, de seguida, fazer uma breve visita ao físico suíço, Daniel Bernoulli. O comumente chamado “princípio de Bernoulli”, que exprime a conservação da energia mecânica, é ligado, por tradição, ao mecanismo da sustentação aerodinâmica.

Na sua obra *Hydrodynamica*, de 1738, e com base no espírito de algumas figuras apresentadas em Apêndice à obra, Bernoulli aludia à conservação da energia mecânica no sentido em que uma velocidade maior no escoamento de água tinha como efeitos uma diminuição da pressão nas paredes do tubo, uma vez aberta uma secção que permitisse o escoamento do fluido. A forma original da equação, por tradição atribuída a Daniel Bernoulli embora apresentada inicialmente pelo seu colega Leonhard Euler, é escrita como

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = \text{const.}$$

Ela equaciona, em seus termos, a velocidade, a gravidade e a pressão do fluido. Sendo ρ a densidade do fluido (massa volumétrica) constante, ela pode ser reescrita na seguinte forma

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p = \text{const.},$$

em que v é a velocidade, g é a aceleração da gravidade, h é a altura dos pontos considerados a um dado nível de referência, e p é a pressão estática.

Esta equação exprime, na forma completa, a conservação da energia mecânica, ou seja: a soma da energia cinética com a energia potencial gravitacional e a energia potencial de pressão é uma constante. Quando aplicada a dois pontos, 1 e 2, de um fluido obtém-se que

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2.$$

Simplificando a equação, considerando dois pontos situados ao mesmo nível segue que

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2).$$

Esta última equação mostra que a diferença de pressão estática entre dois pontos de um fluido situados ao mesmo nível é simétrica da diferença de pressão dinâmica (que é uma medida da energia cinética) entre eles. Se $p_2 < p_1$ então $v_2 > v_1$. Esta é a forma da equação tradicionalmente mais chamada de “equação de Bernoulli”.

As “falácias”

A grande “falácia” em relação à geração da sustentação aerodinâmica prende-se com o “princípio de Bernoulli”, ou seja, com a aplicação da conservação da energia mecânica como mecanismo da geração de força de sustentação. Para autores como Weltner [7], a “equação de Bernoulli” deveria ser derivada da aceleração tangencial, pelas equações de Euler que relacionam o movimento do fluido com as leis de Newton. Ou seja, o aumento da velocidade ocorre *em consequência* da diminuição da pressão. Esta demonstração pretende evitar interpretação errada no que toca à relação de causalidade. Sabendo-se a variação da pressão consegue-se calcular a variação da velocidade e vice-versa. Em escoamento livre uma maior velocidade, *de per si*, não causa diminuição da pressão estática. Se a velocidade aumenta, não é pressuposto que a pressão estática diminua, pois esta é igual à pressão atmosférica envolvente, ao contrário do que a “falácia” explicativa do fenômeno elevatório da folha de papel pretende demonstrar (Fig. 2).

Todavia, já se a pressão é menor a jusante no escoamento livre, a velocidade aumenta. Euler demonstrou isto mesmo através de suas equações tridimensionais. A conclusão é a de que o teorema da conservação da energia mecânica - chame-se-lhe ou não “princípio de Bernoulli” ou “equação de Bernoulli” - não consegue explicar a *causa* da diminuição da pressão nem, portanto, o mecanismo da produção da sustentação aerodinâmica.

Já agora, se fosse a maior velocidade do ar sobre o dorso da folha de papel - em analogia ao exemplo exposto acima - a causa da diminuição de pressão, pela conservação da energia, então o fenômeno também deveria poder aplicar-se a condições em que a folha se encontrasse em repouso sobre uma superfície plana sem curvatura, por exemplo, em cima duma mesa. Assim, soprar-se-ia tangencial-

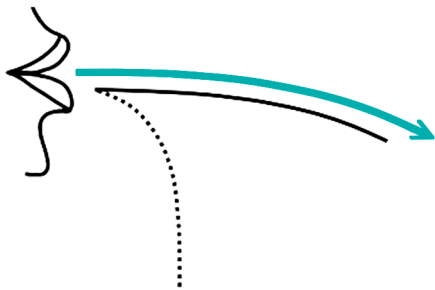


Figura 2 – Fenômeno elevatório da folha de papel.

mente sobre ela e esta elevar-se-ia... Porém, nestas circunstâncias tal coisa já não sucede. Mas, então, o “princípio de Bernoulli” não deveria fazê-la elevar-se, assim como que “por magia”, também?!

Com efeito, não é a maior velocidade do escoamento no extradorso que provoca uma diminuição da pressão estática. Curiosamente, a relação causa-efeito está trocada. Na verdade, o escoamento é acelerado tangencialmente, ou seja, ao longo da linha do extradorso, em consequência de uma diminuição da pressão estática que se dá no extradorso em virtude de uma aceleração radial – a componente da aceleração angular que importa reter na explicação – e não o contrário.

Posto que uma maior velocidade de escoamento, por si só, não causa uma diminuição da pressão estática, vejamos, de seguida, outras duas “falácias clássicas”, usadas para a explicação da maior velocidade do escoamento no extradorso da asa, ainda no espírito da “falácia” maior já aqui apresentada que suporta a aplicação do teorema da conservação da energia mecânica.

A primeira assenta no que ficou chamado de “princípio dos iguais tempos de trânsito”, e que diz que o extradorso tem um bojo ou curvatura maior do que o intradorso, pelo que, uma vez que as partículas de ar do escoamento “são simétricas” entre os dois dorsos e como “têm de chegar ao bordo de fuga ao mesmo tempo”, pela “conservação da massa”, logo as do extradorso “têm de acelerar” para percorrer uma distância maior do que as que escoam pelo intradorso. Ora, tal como Eastlake bem referiu, isto é completamente falso.

A segunda é a “versão venturiana” – chame-se-lhe assim – aqui já defendida pelo próprio Eastlake no artigo, que, à imagem do “tubo de Venturi”, pretende explicar o porquê da aceleração tangencial do escoamento. Ele diz, no artigo, que “as linhas de corrente são espremidas umas contra as outras à medida que o fluxo se divide no bordo de ataque, causando um aumento da velocidade local de acordo

com o princípio de conservação da massa” para depois então, de seguida, aplicar a conservação da energia mecânica, pelo aumento da velocidade, para explicar o mecanismo da sustentação.

Todavia, e apesar das linhas de corrente se aproximarem relativa e imediatamente sobre o extradorso, entre si – como os experimentos com fumo em túnel de vento demonstram – na verdade não faz grande sentido argumentar uma aceleração tangencial do escoamento (pela conservação da massa) para justificar uma “falácia” maior que é, como se disse, a conservação da energia mecânica. Para mais, não obstante a massa do fluido, não existe uma barreira constritiva suficientemente densa ou sólida sobre o extradorso para justificar, por si só, um aumento proporcional da velocidade v do escoamento pela diminuição da área A da “secção” como a equação da continuidade pretende demonstrar para tubagens convencionais.

Até a página educativa do Glenn Research Center prevê esse erro, chamando-lhe *Incorrect Theory #3* [5], apesar da direção final das linhas de corrente, no escoamento pós-bordo de fuga, estarem representadas, na figura que acompanha a referida página, paralelas ao escoamento inicial, quando na verdade deveriam ser sensivelmente tangenciais ao bordo de fuga... outro erro... Na verdade, também esse famoso sítio da Internet não explica propriamente o mecanismo. Outros, muito interessantes, pedagógicos, tais como o do Denker [6] acabam igualmente por não conseguir, no fim, explicar claramente o mecanismo que subjaz à sustentação aerodinâmica, redundando em “Bernoulli” e em “Newton”.

Resumindo, ambas as “falácias” expostas – se assim lhes quisermos chamar – se enquadram, pois, na tentativa de explicar o mecanismo através da conservação da energia mecânica que, como vimos, não faz sentido aqui aplicar. Mais uma vez, uma maior velocidade relativa de escoamento *não causa*, por si só, uma diminuição da pressão, ou, dito de outra forma, não fará sentido tentar aplicar o teorema da conservação da energia para explicar o mecanismo aerodinâmico.

Então qual é o mecanismo?

Independentemente da matemática usada para calcular as forças, e aparte as equivalências à sustentação aerodinâmica, o mecanismo físico explica-se de uma forma muito simples. A força de sustentação é uma pura força de reação. O mecanismo reside na aceleração radial de fluido.

Devido a interações moleculares de adesão, escoamentos de fluido viscoso ten-

dem a aderir a superfícies, o que pode ser chamado de “efeito Coanda” no sentido amplo do termo. Uma coisa que não se compreende é o porquê de não serem feitas referências, na literatura científica sobre a matéria, ao fenômeno de adesão de fluido observado por Henri Coanda logo pelos inícios do século XX. A adesão dos fluidos a superfícies é, a meu ver, o ponto de partida para a explicação do mecanismo físico da sustentação aerodinâmica, uma vez que se não houver adesão, pelo menos no extradorso, não é possível estabelecer-se uma curvatura favorável no escoamento e produzir-se a força aerodinâmica positiva ou *lift*. É certo que no intradorso, em ângulo de ataque positivo, a adesão do fluido ao perfil se torna uma questão secundária e até pouco relevante para a discussão, uma vez que, pelo ângulo do perfil, o fluido é obrigado sempre a escoar mudando de direção, defletindo, e, assim, a produzir força positiva na mesma.

Para além da viscosidade, tal como qualquer fluido, o ar tem densidade ρ ; massa em aceleração radial v^2/r provoca forças: uma força centrípeta no fluido e uma força de reação centrífuga no perfil. É a força centrífuga obtida pela aceleração radial dos elementos de volume de fluido que é a força de sustentação aerodinâmica

$$\rho \frac{v^2}{r}$$

Ou seja, em escoamento livre, *para haver produção de força de sustentação aerodinâmica, tem de haver alteração na direção do escoamento*. Tendo em consideração a equação do mecanismo supra apresentada, o aumento da velocidade é a forma especialmente eficiente de aumentar a sustentação, pelo fato de ser um fator quadrático. O aumento da curvatura do escoamento – que é o mesmo que reduzir o seu raio – conseguido dinamicamente através do aumento do ângulo de ataque, é outra forma possível de aumentá-la, contudo menos eficiente. Finalmente, aumentando a densidade do fluido é outra possibilidade de produzir um acréscimo de força de sustentação. E isto é perfeitamente compatível com o voo invertido, desde que haja, portanto, um ângulo de ataque favorável. Pode haver produção de sustentação em perfis finos, simétricos e até sem curvatura, desde que seja mantido um certo ângulo de ataque com o fluido, de forma a defletir-lo, provocando nele uma aceleração radial.

Não espanta, pois, que, para a maioria dos aerofólios, a maior parte da sustentação produzida no extradorso se dê logo no primeiro quarto da corda da asa, ou seja, na zona em que a curvatura é mais

acentuada, como ilustrado na Fig. 3 onde se pode identificar as zonas em que a magnitude das forças é maior.

Para complementar, a diminuição da pressão estática verificada é uma consequência da aceleração radial de fluido, que diminui no sentido contrário à centrífuga, por reação de equilíbrio, em direção ao centro da curvatura, numa relação já demonstrada na Ref. [7] e igualmente apresentada em outros textos (ver, por exemplo, a Ref. [8]) sobre a matéria, através da seguinte expressão

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{v^2}{r}.$$

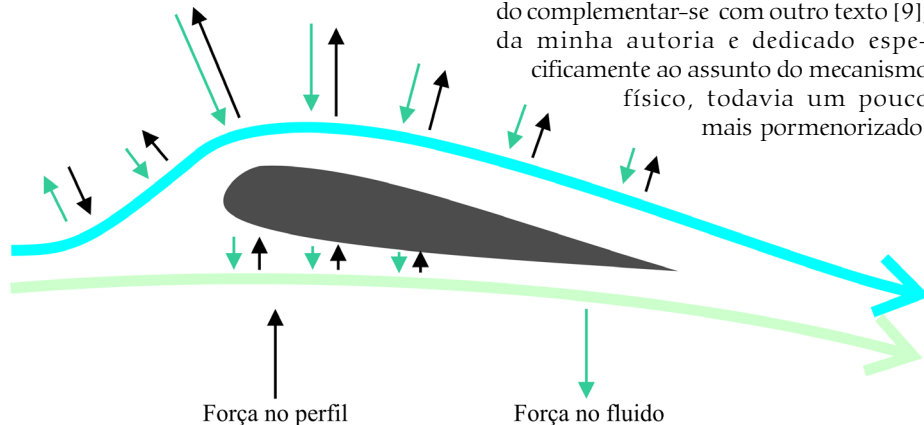


Figura 3 – Força centrípeta e reação centrífuga.

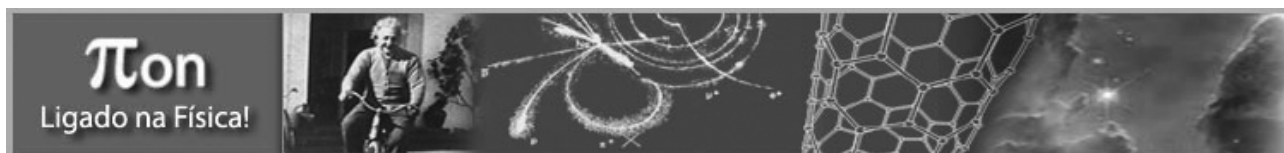
Terminaria dizendo que, apesar de a sustentação ser comumente explicada pela diminuição da pressão estática no extradorso, ou sucção, em oposição a uma sobrepressão no intradorso, não é necessário, sequer, chegar às pressões para se compreender o mecanismo que está à montante e que foi minha pretensão clarificar aqui neste artigo. Assim, numa frase simples e perceptível:

A força de sustentação dinâmica é igual à reação centrífuga gerada na aceleração radial do volume de fluido escoado em torno de um perfil.

Para saber mais sobre este assunto, recomenda-se a leitura da Ref. [7], podendo complementar-se com outro texto [9], da minha autoria e dedicado especificamente ao assunto do mecanismo físico, todavia um pouco mais pormenorizado.

Referências

- [1] C.N. Eastlake, Física na Escola **7**(2), 52 (2006).
- [2] N. Smith, The Physics Teacher **10**, 451 (1972).
- [3] N. Fletcher, Physics Education **10**, 385 (1975).
- [4] David Anderson and S. Eberhardt, *A Physical Description of Flight*, disponível em <http://home.comcast.net/~clipper-108/lift.pdf>.
- [5] Glenn Research Center, <http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/wrong3.html>.
- [6] J.S. Denker, *See How It Flies*, disponível em <http://www.av8n.com/how/>.
- [7] K. Weltner, M. Ingelman-Sundberg, A.S. Esperidião e P. Miranda, Revista Brasileira de Ensino de Física **23**, 429 (2001).
- [8] E. Houghton and P. Carpenter, *Aerodynamics for Engineering Students* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 2003), 5ª ed., p. 508.
- [9] P.M. Oliveira, *Sustentação Aerodinâmica - O Mecanismo Físico*, disponível em <http://dited.bn.pt/31619/2606/3184.pdf>.



Professor, você já se cadastrou no PION? O sítio de divulgação e ensino de física da SBF aguarda sua participação. Nele você pode postar suas aulas, atividades de laboratórios, relatos de sala de aula, participar de enquetes e discussões sobre ensino e muito mais:

- Na seção **multimídia**, divirta-se com imagens, charges, vídeo, simulações e áudios sons da natureza, depoimentos e outros ruídos.
- Na página de **eventos**, saiba o que acontece no mundo da ciência.

Acesse

<http://www.pion.sbfisica.org.br>

- Na seção **blog**, em breve diversos especialistas discutirão diversos temas ligados à física. Leia! Comente!
- Na página de **artigos**, encontre textos abordando a conexão da física com temas do cotidiano como música, poesia e tempestades, dentre outros.
- Em **material didático**, encontre dezenas de apresentações englobando as mais diversas áreas da física voltadas para o ensino médio e fundamental.
- Veja na seção de **destaques** o que está acontecendo de mais 'quente' em ensino de física por todo o país.