

QUADRADOS MÁGICOS: UMA PROPOSTA DE APRENDIZADO COM ENFOQUE ETNOMATEMÁTICO

Gilberto Januario¹ – CEPPE/UnG

gilbertojanuario@yahoo.com.br

O presente trabalho é parte de um projeto de intervenção pedagógica com enfoque etnomatemático que se encontra em andamento. Propomos o tema Quadrados Mágicos por possibilitar um estudo da história, da cultura e dos mitos das primeiras civilizações que utilizaram este artefato e, assim, propiciar ao aluno uma visão de que a Matemática não é uma ciência fechada e pronta. Do nosso ponto de vista, o conhecimento é concebido em todos os momentos, dentro e fora da escola; porém, “ao chegar à escola, normalmente existe um processo de aprimoramento, transformação e substituição dessas raízes”. (D’AMBROSIO, 1995, p. 17). Acreditamos que trabalhar a Matemática a partir das vivências do aluno ou de um determinado grupo seja um recurso facilitador da aprendizagem, mesmo porque a “etnomatemática [...] restabelece a matemática como natural e espontânea” (RIBEIRO e NAZARETH, 2004). Nesse sentido, esperamos que a partir dessa proposta o aluno passe de receptor para tornar-se protagonista do processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chave: quadrados mágicos; etnomatemática; aprendizagem; história; cultura.

¹ *Licenciado em Matemática pela Universidade Guarulhos – UnG e aluno da Pós-Graduação Latu Sensu em Educação Matemática da Universidade Guarulhos – UnG.*

1. JUSTIFICANDO A PROPOSTA

*Cada um de nós compõe a sua história
Cada ser em si carrega o dom de ser capaz
E ser feliz
Almir Sater²*

A epígrafe acima fala da nossa história e afirma que ela é composta por cada um de nós, por meio de nossas ações e interações com o outro e com o meio que nos cerca; e ainda, nos diz que carregamos, dentro de nós, elementos que nos farão capazes de realizações e, por meio delas, sermos felizes.

Quando falamos de educação, geralmente nos reportamos a um conjunto de condutas e conhecimentos que são geridos em um ambiente escolar. Pensando assim, o conhecimento é adquirido somente em sala de aula, seja com ajuda do professor, livros ou quaisquer fontes que fazem parte deste meio. Logo, conforme este pensamento, negamos aquilo que o aluno já vivenciou em seu lar, na rua, nos grupos de amigos, enfim, na sociedade.

Segundo o dicionário Houaiss³, dentre outras definições, educação é o “[...] ato ou processo de educar(-se); [...] qualquer estágio desse processo”. Já D’Ambrosio (1996, p. 8) a vê “como estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada por esses mesmos grupos culturais, com a finalidade de se manterem como tal e de avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência”.

Nesse sentido, a escola não é a detentora do conhecimento, pois cada aluno traz para a sala de aula suas práticas, vivências e experiências, compartilhando-as com os demais colegas. Conforme D’Ambrosio⁴ (*apud* Ribeiro e Nazareth, 2004) “cada indivíduo carrega consigo raízes culturais, que vêm de sua casa, desde que nasce. Aprende dos pais, dos amigos, da vizinhança, da comunidade. O indivíduo passa alguns anos adquirindo essas raízes”. Raízes essas que estão ligadas a conteúdos de diversas disciplinas. Porém, “ao chegar à escola, normalmente existe um processo de aprimoramento, transformação e substituição dessas raízes”. (D’AMBROSIO *apud* RIBEIRO e NAZARETH, 2004). É imposto ao educando um conteúdo formal e acadêmico, que, muitas vezes, não faz parte de seu cotidiano, desperdiçando, talvez,

² *Tocando em frente, música composta por Renato Teixeira.*

³ Disponível em: <<http://houaiss.uol.com.br>>; acesso em: 24/Set/2007.

⁴ D’AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*, São Paulo: Ática, 1995.

uma oportunidade de fazer com que o este tenha contato com uma aprendizagem que valorize suas raízes e sua história.

Ao se falar de Matemática, alunos utilizam técnicas próprias, que atendem às suas necessidades para calcular, medir, quantificar, qualificar, comparar. Isso é o saber-fazer matemático de cada indivíduo, de seu grupo de convívio, de sua cultura. Em Educação Matemática, este saber-fazer particular de um grupo é contemplado pela Etnomatemática.

Em geral, o termo “Etnomatemática” está relacionado a conhecimentos presentes nas práticas cotidianas de diferentes grupos. Esse conhecimento não é isolado: integra-se ao cotidiano, possuindo um aspecto abrangente. Na maioria das vezes, seu uso está aliado a soluções de problemas, que é pensada dentro de um conjunto de valores, crenças e saberes que lhe dão significado, não havendo, assim, na resolução desses problemas, uma preocupação disciplinar. (MONTEIRO & POMPEU JUNIOR, 2001, p. 46)

Acreditamos que trabalhar a Matemática, a partir das vivências dos alunos, poderá ser um excelente recurso, mesmo porque assim o professor passa de transmissor e detentor do conhecimento para tornar-se facilitador, por meio da mediação e do diálogo, desse processo de ensino e aprendizagem, uma vez que dessa forma, esses educandos tornar-se-ão atores deste processo, matematizando e manipulando ações praticadas por eles no lar, na rua, no intervalo, na feira, no mercado, no trabalho, etc.

Por outro lado, somos cientes que, em alguns casos, torna-se difícil para o professor trabalhar em sala de aula a partir da realidade de cada aluno. Na escola pública, é o número de estudantes por sala que dificulta e na escola privada, a proposta é barrada por não estar inserida no programa pedagógico, que, geralmente, trabalha com um sistema apostilado ou segue livros didáticos, agindo de forma tradicional.

Diante desses obstáculos e insistindo em uma abordagem concreta, o professor poderá recorrer às práticas de um determinado grupo de pessoas, procurando conceber o ensino por meio do saber-fazer matemático desse grupo. Nesta perspectiva, propomos o trabalho com Quadrados Mágicos num enfoque etnomatemático, por acreditarmos que a etnomatemática “[...] restabelece a matemática como natural e espontânea”. (RIBEIRO e NAZARETH, 2004). E, além de colocar os alunos em contato com a cultura dos povos que utilizavam este artefato, professores propiciarão aos educandos um trabalho

com conteúdos matemáticos que vão além das propostas dos livros didáticos, motivando-os, possivelmente, a utilizarem seus saberes-fazeres matemáticos, porque

a educação matemática, numa perspectiva da linha progressista, em que o professor não se considera o *donos do saber*, deve valorizar não apenas o conteúdo acadêmico, mas também valorizar e respeitar os saberes populares, os conhecimentos socioculturais dos educandos.

(RIBEIRO e NAZARETH, 2004).

2. QUADRADOS MÁGICOS

Há diversas histórias a respeito do surgimento dos Quadrados Mágicos (QM). A versão mais conhecida, conta que apareceu pela primeira vez na China, por volta de 2200 a.C., o Lo Shu (rio livre), que, segundo uma lenda, acalmava a fúria do rio Lo. Este QM teria sido visto pela primeira vez pelo imperador Yu, da dinastia Hsia, Santinho e Machado (2006) nos revela que surgiu desenhado no osso peitoral de uma tartaruga – considerado um animal sagrado – nas margens do rio Amarelo, ofertado pelos deuses para especificar as oferendas desejadas.

Acredita-se, também, que os QM tenham sido inventados na Índia, chegando à Arábia no século IX, e espalharam-se pelo Japão e Oriente Médio, onde eram associados à astrologia, para cálculos dos horóscopos. Para Figueiredo (1999), foi na transição entre Idade Média e Renascimento, que os QM tornaram objetos de estudos, chegando à Europa no século XV por Manuel Moschopoulos.

Em 1514, o pintor alemão Albrecht Dürer (1471-1528), pintou um QM em sua gravura intitulada Melancolia I, ligada a influências astrais do planeta Júpiter. Para Boyer⁵ (*apud* FIGUEIREDO, 1999) “[...] esse é considerado freqüentemente o primeiro uso do quadrado mágico no Ocidente”. Este QM é conhecido na China como *Lo Chou* ou *ordem interior do Mundo* (Magalhães, 2007).

Essa relação dos QM aos planetas provavelmente tenha sido iniciada pelos sabeístas, que eram adoradores do fogo.

Por volta de 1533, Heinrich Cornelius Agrippa von Nettesheim (1486-1535), que era mago, escritor, astrólogo, alquimista, cabalista, médico, filósofo e físico;

⁵ BOYER, Carl Benjamim. *História da Matemática*; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

“estabeleceu uma conjugação dos quadrados mágicos com os planetas e os metais” (JANUARIO *et al*, 2006, p. 24).



Figura 1: Melancolia I

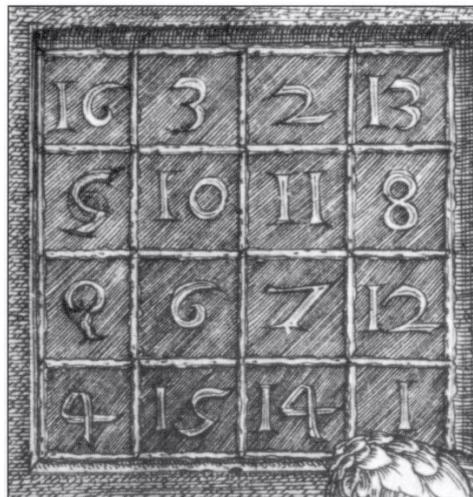


Figura 2: Quadrado Mágico na obra Melancolia I

Para entender melhor o sobrenatural, Agrippa estudou Pitágoras e Porfírio, entre outros físicos e filósofos. Hypolito e Hypolito Junior (2007), nos revela que

Agrippa declarava que para ocupar-se da Magia, era necessário conhecer perfeitamente a física, a matemática e a teologia, para ele, a magia é uma faculdade poderosa, plena de mistério e que encerra um conhecimento profundo das coisas mais secretas da natureza, substâncias e efeitos, também suas relações e antagonismos.

Por influências dos estudos de Agrippa, era comum o uso de amuletos em metal, constituídos dos Quadrados Mágicos. Agrippa teria feito o primeiro amuleto, com os sete quadrados, relacionando cada um com um planeta. Nesta época, o Sol e a Lua, eram considerados como planetas e os cientistas só tinham conhecimento de sete astros. Acreditava-se que tais amuletos protegiam de doenças e de forças negativas.

- 9 elementos, em chumbo, simbolizando Saturno;
- 16 elementos, em estanho, simbolizando Júpiter;
- 25 elementos, em ferro, simbolizando Marte;
- 36 elementos, em ouro, simbolizando o Sol;
- 49 elementos, em cobre, simbolizando Vênus;
- 64 elementos, em liga de prata, simbolizando Mercúrio;

- 81 elementos, em prata, simbolizando a Lua [...].
(JANUARIO *et al*, 2006, p. 24).



Figura 3: Quadrado Mágico representando o Planeta Júpiter



Figuras 4 e 5: Amuletos representando o Planeta Sol

Porém, além de serem estudados pela magia e astrologia, que davam uma característica mística, de acordo com Santinho e Machado (2006), os quadrados mágicos,

despertaram também interesse em alguns matemáticos, pelos problemas difíceis que originaram, em relação à construção, classificação e enumeração, dos quadrados de uma dada ordem. Bernard Frénicle de Bessy (1602-1675), Claude-Gaspar Bachet (1581-1638), Pierrede Fermat (1601-1665) e Leonhard Euler (1707-1783) estudaram quadrados mágicos e cubos mágicos.

2.1. DA PROPOSTA

A proposta de aplicação desse projeto tem como principais objetivos viabilizar o ensino numa proposta de aprendizagem progressista por meio da utilização de atividades lúdicas e dinâmicas, com enfoque etnomatemático; trabalhar os Quadrados Mágicos por meio de situações-problema que encaminhem os alunos a uma valorização cultural e histórica destes artefatos, fazendo com que estes alunos reflitam sobre o saber-fazer matemático dos povos que usavam os Quadrados Mágicos e as crenças e mitos pertinentes ao mesmo. Espera-se que os alunos, durante o processo de resolução das atividades, percebam que a Matemática está associada às necessidades e às práticas de um determinado povo e que cada grupo a utiliza conforme sua cultura, suas crenças, seus mitos e seus hábitos.

Este projeto de intervenção pedagógica, com enfoque na etnomatemática, será aplicado para alunos do Ensino Médio.

O professor iniciará as aulas dividindo a classe em grupos de três alunos, dispostos pela sala de forma que não fiquem próximos. Faz-se uma narrativa, de forma resumida, da história dos Quadrados Mágicos e sua definição; em seguida, distribui-se uma Ficha de Trabalho – conforme em anexo – para cada grupo. Nas aulas seguintes, o professor deverá seguir o mesmo procedimento, mantendo os mesmos alunos em cada grupo.

As Fichas de Trabalho serão compostas de situações-problema com a história e a crença associadas a cada tipo de quadrado, encaminhando o grupo para a resolução e a reflexão sobre o resultado e as informações trazidas em cada enunciado.

Na última aula será entregue, para cada aluno, a Ficha de Trabalho baseada no Relatório-Avaliação⁶, para que cada educando registre suas descobertas e faça sua auto-avaliação mediante às situações propostas durante a aplicação do projeto. Os alunos deverão estar dispostos em forma de U e, antes de iniciar a resolução, o professor deverá fazer uma revisão, abordando os pontos principais da história anunciada. Após o término da resolução do Relatório, o professor deverá iniciar uma plenária com a turma, procurando ouvir os alunos e permitir que cada um dê sua opinião e suas conclusões sobre o que foi trabalhado no decorrer do Projeto.

Para a realização deste projeto, o professor utilizará como recursos, Fichas de Trabalho; retroprojetor; lápis; borracha; e carteiras planas para a manipulação dos artefatos didáticos. Cada Ficha de Trabalho deverá ser trabalhada em 2 h/a. Propomos que o projeto seja desenvolvido em 16 h/a, podendo se estender, conforme a necessidade de cada turma.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que valorizar a cultura e a história de um determinado grupo, atual ou de uma outra época, é, acima de tudo, uma postura de respeito com sua tradição e seu modo de lidar com o mundo que os cerca.

Por meio do trabalho com enfoque etnomatemático, professores e alunos aprendem não só a Matemática, ou tão pouco apenas procuram entendê-la, mas ambos

⁶ *Instrumento de avaliação criado por Ubiratan D'Ambrosio.*

se transportam para dentro desses grupos, aldeias, civilizações, tribos, procurando compreender o seu modo de agir e pensar.

A Etnomatemática permite uma educação humana, no sentido de que alunos à medida que tentam compreender essas minorias, sensibilizam-se com sua história e passam a enxergá-las sob uma nova perspectiva.

A Matemática está presente em todas as situações que vivenciamos, mas nossos alunos são obrigados a “ingerirem” fórmulas, “truques e macetes” de uma ciência acadêmica que não fazem parte, muitas vezes, de seu cotidiano, de sua realidade, contribuindo para que a Matemática seja uma “vilã” na sala de aula.

Acreditamos que a Etnomatemática vem modificar essa visão do educando, pois este passa a manipular, calcular, medir, quantificar, qualificar com a Matemática que faz parte da sua história, da sua cultura, da sua realidade.

Dessa forma, cremos que esses educandos se sentirão motivados a estudar, quando colocados no centro desse processo pedagógico, despertando interesse pela Matemática e respeito pelo seu próximo, enxergando uma Matemática de paz.

4. BIBLIOGRAFIA

D´AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: Da Teoria à Prática*. Campinas: Papirus, 1996.

D´AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1995.

FIGUEIREDO, Daniel Caetano de. *Quadrados Mágicos*. (TCC). Sobral: 1999. Disponível em: < <http://www.genealogy.com/users/d/e/f/Antonio-D-De-figueiredo/FILE/0011page.html>>; acesso em 20/Out/2006.

HYPOLITO, Zenilda Orlandi; HYPOLITA JUNIOR, Arsênio. *Agrippa*. Disponível em: < <http://www.imagick.org.br/pagmag/turma2/agripa.html>>; acesso em 28/Set/2007.

JANUARIO, Gilberto *et al.* *Cubo Mágico: um jogo como instrumento facilitador na construção de conceitos matemáticos*. Trabalho de Conclusão de Curso. 2006, p. 39. Universidade Guarulhos, Guarulhos.

MAGALHÃES, João C. de. *Quadrados Mágicos: uma introdução*. Disponível em: <<http://xyzt.atomic-hosting.com/vi/msp.htm>>; acesso em 25/Set/2007.

MEDEIROS, Silvio. *Melancholia I, de Dürer*. Disponível em: <<http://imprimis.arteblog.com.br>>; acesso em: 25/Set/2007.

MONTEIRO, Alexandrina; POMPEU JUNIOR, Geraldo. *A matemática e os Temas Transversais*. São Paulo: Moderna, 2001.

RANULFO, André. *Cavaleiros do Templo: os segredos dos Templários*. Disponível em: <<http://www.geocities.com/templosalomao/quadrado.htm>>; acesso em: 01/11/2007.

RIBEIRO, Esmeralda; NAZARETH, Helenalda Resende de Souza. O desafio na sala de aula de matemática: o respeito e a valorização das raízes sócio culturais dos educandos. In: RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, Maria do Carmo Santos; FERREIRA, Rogério (Org.). *Etnomatemática: papel, valor e significado*. 1 ed. São Paulo: Zouk, 2004, v. 1, p. 237-246.

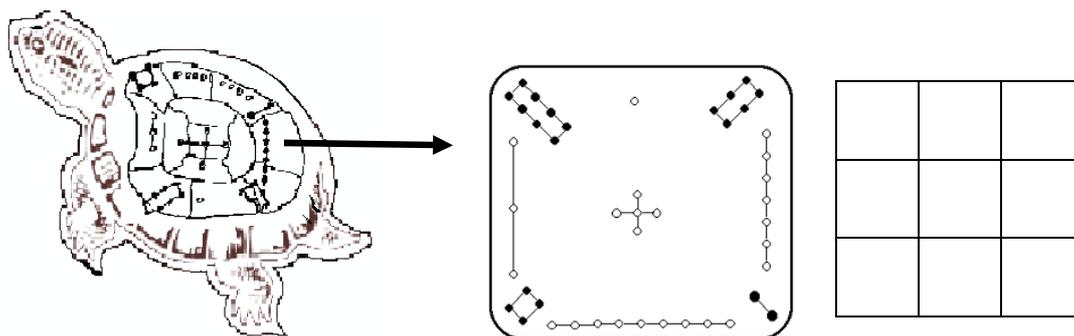
SANTINHO, Miriam Sampieri; MACHADO, Rosa Mariama. *Os fascinantes Quadrados Mágicos*. III Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Goiás: Anais, 2006. Disponível em <<http://www.ime.ufg.br/bienal/2006/mini/miriam.rosa.pdf>>; acesso em: 30/Set/2007.

UNIVERSIDADE GUARULHOS. Biblioteca Fernando Gay da Fonseca. *Diretrizes de normalização técnica na elaboração de trabalhos acadêmicos, dissertações e teses, utilizando os padrões ABNT e Vancouver*. Guarulhos, SP: Universidade Guarulhos, 2007.

ANEXOS

Ficha de Trabalho 1

1. Dentre várias versões sobre a história dos Quadrados Mágicos, uma delas nos relata que este interessante jogo surgiu na China, por volta de 2200 a.C. pelo imperador Yu, desenhado no casco de uma tartaruga, nas margens do rio Amarelo. Abaixo, representamos este quadrado. Transcreva, na tabela ao lado, os números correspondentes a cada símbolo.



2. Qual a ordem desse Quadrado Mágico?
3. Qual é a soma dos elementos contidos em cada linha, coluna e diagonal?
4. Tente compor os Quadrados Mágicos 3x3 abaixo, dispondo os números naturais de 1 a 9, de tal forma que cada QM tenha uma disposição diferente.

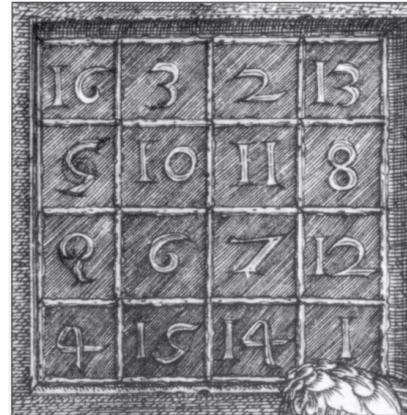
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Ficha de Trabalho 2

1. Em 1500 d.C., os Quadrados Mágicos chegaram à Europa, provavelmente por Manuel Moschopoulos. O pintor alemão Albrecht Dürer (1471/1528), pintou um QM na famosa obra Melancolia I, conforme figuras abaixo.



Melancolia I



Quadrado Mágico pintado por Albrecht Dürer
representando o Planeta Júpiter

Qual a ordem desse Quadrado Mágico?

Qual é a soma dos elementos contidos em cada linha, coluna e diagonal?

2. Na Idade Média, dava-se muita importância aos símbolos. Segundo o autor André Ranulfo, “na época dos Templários, era comum letras e números, serem dispostos em formas geométricas. A forma de interpretá-los variava de acordo com essas sociedades, ordens, confrarias, fraternidades, etc. O mais famoso é o ABRACADABRA”. No Quadrado Mágico de ordem 5x5, teríamos a seguinte representação com letras:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | T | O | R |
| A | R | E | P | O |
| T | E | N | E | T |
| O | P | E | R | A |
| R | O | T | A | S |

Um quadrado com esta representação foi

“encontrado em escavações em Pompéia. Neste quadrado podemos ler a frase: SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS. Que podemos traduzir como: `O fazendeiro (semeador) Arepo, mantém o mundo girando`. Hock em sua obra Manierismus in der literatur, assim solucionou problema: Deus

(Sator) Governa (Tenet) a criação (Rotas), o trabalho do homem (Opera) e os produtos da terra (Arepo). [...] De primeira vista, podemos notar que é um palíndromo (uma palavra ou sentença que atrás para frente quer dizer a mesma coisa, ex.: Natan, ovo, asa, Roma me tem amor).

Seria a Cruz a chave?

Como podemos ver, a palavra TENET forma uma cruz no centro. Retirando essa cruz encontra-se a palavra ROSA. A rosa muitas vezes simboliza a Virgem Maria, assim como era ligado ao conhecimento. Outra palavra é ORO, que quer dizer ORAR em Latim. Recolocando a cruz, podemos encontrar a palavra OPERATOR quatro vezes. Operator era uma das denominações de mestres construtores da Idade-Média, que se reuniam em corporações denominadas como guildas. Nessas corporações de ofício de pedreiros-livres, para chegar ao grau de operator, o indivíduo deveria dominar várias habilidades diferentes, que culminariam em verdadeiras obras de artes”.

(RANULFO, 2007)

Nas tabelas abaixo, pinte as “células” onde podemos encontrar as palavras:

a) ROSA

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

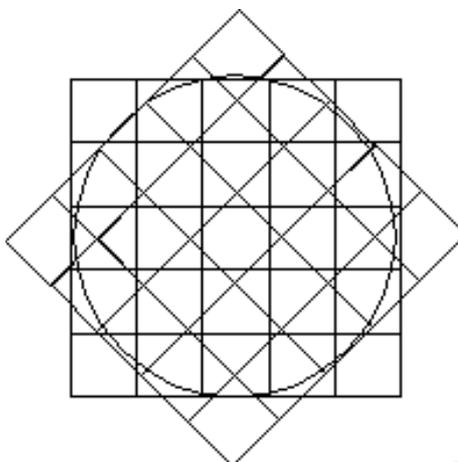
b) ORO

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

c) OPERATOR

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Abaixo, estão representadas duas tabelas sobrepostas, formando um ângulo de 45°. O cruzamento das diagonais cria pontas, as quais será possível ver a cruz templária. Represente, por meio de pintura, esta cruz.



Ficha de Trabalho 3

1. Um Quadrado Mágico é uma tabela de números dispostos na forma de um quadrado, de tal modo que a soma dos elementos de uma linha, coluna ou diagonal seja uma constante. A ordem n de um quadrado mágico é o número de colunas ou de linhas que este comporta. Segundo as autoras Santinho e Machado, podemos calcular a soma mágica, que é a soma dos elementos contidos em cada linha, coluna e diagonal, de um QM de ordem n , constituído de Números Naturais $1, 2, 3, \dots, n^2$, por meio da expressão $S_m = n(n^2+1)/2$. Por volta de 1533, Agrippa von Nettesheim (1486-1535), que era mago, astrólogo, cabalista e físico, dentre outros ofícios, estabeleceu uma ligação entre os QM e os Planetas, conforme a sua ordem. Agrippa construiu sete quadrados de ordens 3 a 9, cada um simbolizando um dos sete planetas conhecidos, inclusive o Sol e a Lua, que eram tidos como tal. A tabela abaixo, apresenta a ordem de cada quadrado e relaciona-o com o seu respectivo planeta. Para cada caso, calcule a soma mágica.

| Ordem | Planeta | Soma Mágica (S_m) |
|-------|----------|-----------------------|
| 3 | Saturno | |
| 4 | Júpiter | |
| 5 | Marte | |
| 6 | Sol | |
| 7 | Vênus | |
| 8 | Mercúrio | |
| 9 | Lua | |

2. Pode-se dizer, ainda, que a soma total – S_t –, de um quadrado mágico é igual à soma de todos os elementos que este contém, e cujo valor pode ser dado por $S_t = n^2(n^2 + 1)/2$. Para cada caso da tabela abaixo, calcule a soma total dos quadrados mágicos.

| Ordem | Planeta | Soma Total (S_t) |
|-------|---------|----------------------|
|-------|---------|----------------------|

| | | |
|---|----------|--|
| 3 | Saturno | |
| 4 | Júpiter | |
| 5 | Marte | |
| 6 | Sol | |
| 7 | Vênus | |
| 8 | Mercúrio | |
| 9 | Lua | |

Ficha de Trabalho 4

Nestes quatro encontros, você teve contato com a história, a cultura e as crenças de alguns povos e as crenças que estes tinham sobre os Quadrados Mágicos, além de trabalhar a Matemática envolvida no jogo.

a) Você encontrou dificuldades? _____ Em caso afirmativo, escreva quais. _____

b) Quais momentos da história ou da cultura dos Quadrados Mágicos chamaram mais a sua atenção? _____
