DOMINÓ DAS QUATRO CORES

Aparecida Francisco da SILVA[1]
Hélia Matiko Yano KODAMA[2]

Resumo: O jogo Quatro Cores tem sido objeto de estudo de muitos profissionais que se dedicam à pesquisa da aplicação de jogos no ensino da Matemática e em [1] os autores apresentam uma série de atividades que podem ser desenvolvidas com esse jogo, em várias fases. Neste artigo, apresentamos algumas propostas que surgiram durante o trabalho com classes de primeira até sexta série do ensino fundamental na sala de jogos da COOPEC/CECAS, visando obter soluções para a proposta de construir o quadrado com todas as peças; 40 soluções deste problema, obtidas em várias ocasiões em que utilizamos o jogo; uma proposta para o trabalho com áreas de figuras planas, especialmente a questão da escolha da unidade e a exploração do conceito de fração, operações com frações e simetrias do quadrado.

Palavras-chave: quatro cores; área.

INTRODUÇÃO

No presente artigo apresentamos uma proposta de utilização do jogo "Dominó das Quatro Cores" (quebra cabeça geométrico) no ensino da Matemática, da forma como foi desenvolvido no projeto "Jogos no Ensino da Matemática", especialmente no que diz respeito às atividades iniciais para se chegar à construção do quadrado com todas as peças de modo que duas de mesma cor não se toquem sequer pelos vértices.

Segundo literatura especializada, ao trabalhar com jogos de estratégias no ensino de Matemática, podemos observar as seguintes fases:

- exploração do material;
- a aprendizagem de regras;
- a construção de estratégias;
- a resolução de situações problemas.

Vale destacar que, estas fases aparecem sempre no trabalho de um cientista, mas também são importantes na atuação de um cidadão consciente de seus direitos e suas responsabilidades.

Ao trabalhar com o Dominó da Quatro Cores pudemos observar que, seguindo o roteiro proposto, mesmo as crianças das séries iniciais conseguem resolver o desafio e ainda começam um processo de trocas que facilita o trabalho posterior com áreas e frações, bem

[1] Departamento de Matemática – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – UNESP – Campus de São José do Rio Preto.
[2] Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – UNESP – Campus de São José do Rio Preto.

como um trabalho inicial com simetrias de figuras planas, particularmente o quadrado, conforme descreveremos neste trabalho.

Com intuito de incentivar o uso deste jogo pelos leitores, apresentamos, na primeira parte, a descrição do material (de fácil construção) e as regras para jogo em cooperação ou de forma competitiva. Na segunda, há uma seqüência de atividades visando especificamente construir o quadrado de modo que duas peças de mesma cor não se toquem nem mesmo pelo vértice, bem como algumas das soluções encontradas. Observamos, entretanto, que a seqüência ideal deve ser escolhida pelo professor, de acordo com o nível de entendimento dos alunos de modo a não tornar o trabalho maçante e sem interesse.

Na terceira parte, algumas atividades que podem ser utilizadas para a exploração das simetrias do quadrado e na última parte um roteiro para a exploração de área do quadrado e de retângulos e uma descrição de atividades que podem ser utilizadas para a introdução do conceito de fração ou para sua fixação.

Utilizamos a seqüência de atividades da forma como aparece neste artigo, inclusive com jovens e adultos em várias ocasiões, como, por exemplo, na exposição "Jogos no Ensino da Matemática", realizada em agosto, e em mini-cursos e oficinas que desenvolvemos ao longo do ano de 2003.

I – Construindo o Material a ser Utilizado e Conhecendo as Regras

- Construir em madeira, ou cartolina, ou EVA, ou papelão, etc., nas cores amarela, vermelha, azul e verde, conforme descrição a seguir: seis peças retangulares com lados medindo 3 cm e 9 cm, sendo duas amarelas, duas azuis e duas verdes; seis peças retangulares de lados 3 cm e 6 cm, sendo duas azuis, duas vermelhas e duas verdes; e, seis peças quadradas com lados medindo 3 cm, sendo três azuis, duas vermelhas e uma amarela.

- **Objetivo:**

Utilizando todas as peças, construir um quadrado de modo que peças de mesma cor não se toquem nem mesmo pelo vértice.

Observação: A proposta pode ser desenvolvida de modo cooperativo em que os jogadores buscam a solução do problema, discutindo, analisando as possibilidades e trocando idéias, ou na forma competitiva entre dois jogadores, ou dois grupos de jogadores. Para se jogar em dupla, podem ser adotados dois procedimentos:

1. Cada jogador, ou dupla, na sua vez, escolhe uma peça do monte e a coloca sobre uma base quadrada de 18 cm de lado (em qualquer posição – não precisa ser adjacente à última colocada). Perde o jogo quem, na sua vez, não conseguir colocar uma peça dentro do quadrado, de acordo com as regras.
2. Para iniciar, os jogadores (ou equipes) escolhem nove peças cada um(a). À sua vez, só poderá colocar uma dentre as peças já selecionadas. O jogo prossegue até que os jogadores (ou duplas) não possam mais colocar peças para formar o quadrado. Na impossibilidade de continuar o jogo, ganha quem ficar com o menor número de peças.
3. No que segue, usaremos a seguinte indicação para as cores: # para o vermelho; / para o azul; * para o amarelo e + para o verde.

II – Construindo Quadrados

1) Construir um quadrado com uma única peça.

Obviamente, as únicas soluções possíveis são tomar uma da peças quadradas:

#

*

/

2) Construir um quadrado, usando a regra e duas peças.

As soluções possíveis (a menos de isometrias[*]):

/	*
/	*

#	*
#	*

#	/
#	/

3) Construir, usando a regra e três, quatro, cinco, seis, sete, oito,..., dezoito peças. Quando não for possível discutir a impossibilidade.

As soluções possíveis usando três peças:

(I) Usando uma peça 6x3 e duas peças 3x3:

#	/
#	*

+	/
+	*

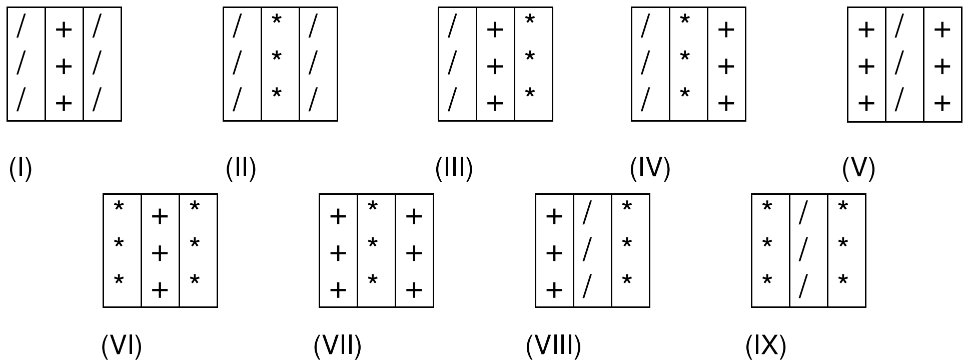
+	#
+	*

/	#
/	*

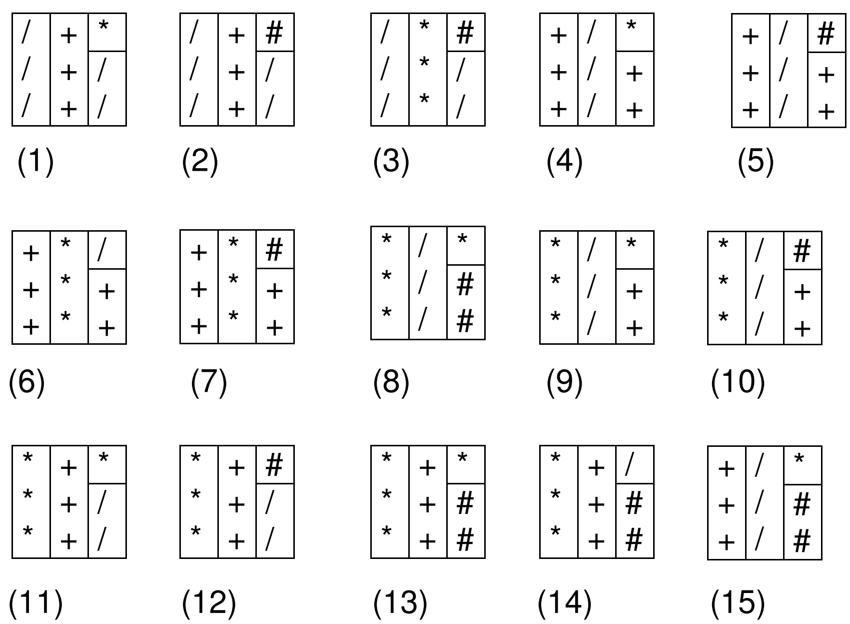
+	/
+	#

[*] Ver III – Explorando simetrias

(II) Usando três peças grandes (9 soluções):



As soluções usando quatro peças podem ser obtidas a partir das soluções com três peças. Observe, entretanto, que só podemos iniciar o processo a partir das peças grandes. (Você saberia explicar por quê?) Por exemplo, substituindo a peça da direita por uma peça média e uma pequena, encontramos a menos de isometrias do quadrado, as soluções apresentadas a seguir que, para facilitar a leitura do texto chamaremos de **soluções derivadas.**



É claro que podemos obter outras soluções fazendo a substituição da peça do meio:

/	#	/
/	+	/
/	+	/

/	*	/
/	+	/
/	+	/

/	*	/
/	#	/
/	#	/

/	#	*
/	+	*
/	+	*

/	*	+
/	#	+
/	#	+

+	*	+
+	/	+
+	/	+

+	#	+
+	/	+
+	/	+

+	*	+
+	#	+
+	#	+

+	/	+
+	#	+
+	#	+

+	/	*
+	#	*
+	#	*

+	#	*
+	/	*
+	/	*

*	#	*
*	/	*
*	/	*

*	/	*
*	#	*
*	#	*

*	#	*
*	+	*
*	+	*

*	/	*
*	+	*
*	+	*

Podemos proceder como antes trocando a peça da esquerda. Será que obtemos novas combinações com essa troca? Por quê?

Também, podemos usar a mesma estratégia para obter as soluções compostas por cinco peças:

A partir da solução (1) com quatro peças, por exemplo, podemos obter substituindo a peça média as seguintes soluções:

/	+	*
/	+	#
/	+	/

(1a)

/	+	*
/	+	/
/	+	#

(1b)

/	+	/
/	+	*
/	+	/

(1c)

/	+	#
/	+	*
/	+	#

(1d)*

/	+	/
/	+	#
/	+	/

(1e)

/	+	#
/	+	/
/	+	#

(1f)

/	+	/
/	+	*
/	+	#

(1g)

Se tomarmos a solução (2), teremos apenas uma “solução derivada”, já que as demais peças pequenas são todas azuis.

+	/	#
+	/	*
+	/	#

(2a)

* Esta solução também pode ser vista como obtida de (2) ou (4).

A partir de (3) teremos as duas soluções derivadas (3a) e (3b) e de (4) não há soluções derivadas. De (5) obtemos (2a).

/	*	#
/	*	/
/	*	#

(3a)

/	*	/
/	*	#
/	*	/

(3b)

Aplicando a mesma “troca” a (6) obtemos uma única solução derivada, a saber, (6a):

+	*	/
+	*	#
+	*	/

(6a)

As soluções (7), (8), (9) e (15) não apresentam soluções derivadas, (10) têm como solução derivada apenas (10a), enquanto (11) e (13) tem soluções derivadas (11a) e (11b).

*	/	#
*	/	*
*	/	#

(10a)

*	+	*
*	+	/
*	+	#

(11a)

*	+	*
*	+	#
*	+	/

(11b)

*	+	#
*	+	/
*	+	*

(12a)

*	+	#
*	+	*
*	+	/

(12b)

E a solução (12) tem soluções derivadas (12a) e (12b). Por fim, (14) tem soluções (14a), (14b), (14c) e (14d).

*	+	/
*	+	*
*	+	/

(14a)

*	+	/
*	+	*
*	+	#

(14b)

*	+	/
*	+	#
*	+	/

(14c)

*	+	/
*	+	#
*	+	*

(14d)

Desta forma, podemos observar que apenas com a estratégia de trocar a peça média por duas pequenas teremos 20 soluções distintas[*] com cinco peças.

[*] Sempre “a menos de isometrias”.

Você é capaz de dizer quantas soluções podemos obter “trocando” a peça grande do meio por uma média e uma pequena? E se trocarmos a peça grande que aparece na lateral?

Vamos mostrar as soluções para este último caso.

1) A partir de (1), ou (11), obtemos: ($1a_1$), ($1b_1$), ($1c_1$) e ($1d_1$).

#	+	*
/	+	/
/	+	/

($1a_1$)

#	+	*
#	+	/
/	+	/

($1b_1$)

/	+	*
#	+	/
#	+	/

($1c_1$)

/	+	*
/	+	/
#	+	/

($1d_1$)

2) A partir de (2), ou (12), as novas soluções que podem ser obtidas da forma descrita são: ($2a_1$), ($2b_1$) e ($2c_1$).

#	+	#
/	+	/
/	+	/

($2a_1$)

/	+	#
/	+	/
#	+	/

($2b_1$)

#	+	#
#	+	/
/	+	/

($2c_1$)

3) A partir da solução (3), usando a nova estratégia há uma solução, a saber, ($3a_1$). Já para (4) e (5) temos as soluções ($4a_1$), ($4b_1$), ($4c_1$), ($4d_1$), ($4e_1$), ($4f_1$), ($4g_1$) e ($4h_1$).

/	*	#
/	*	/
#	*	/

($4a_1$)

#	*	#
/	*	/
/	*	/

($4b_1$)

#	*	#
#	*	/
/	*	/

($4c_1$)

/	*	#
#	*	/
#	*	/

($4d_1$)

+	*	#
+	*	/
#	*	/

($4e_1$)

+	*	#
+	*	/
/	*	/

($4f_1$)

#	*	#
+	*	/
+	*	/

($4g_1$)

/	*	#
+	*	/
+	*	/

($4h_1$)

4) A partir da solução (6) obtemos, ainda:

/	*	/
+	*	+
+	*	+

($6a_1$)

#	*	/
+	*	+
+	*	+

($6b_1$)

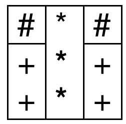
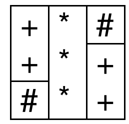
/	*	/
#	*	+
#	*	+

($6c_1$)

#	*	/
#	*	+
/	*	+

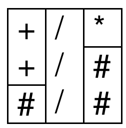
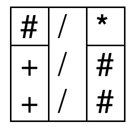
($6d_1$)

5) As novas soluções derivadas de (7) por aplicação desta estratégia, além das já obtidas anteriormente são:

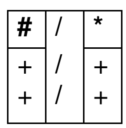
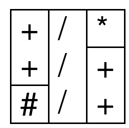
(7a$_1$) (7b$_1$)

6) De (8) ou (15), obtemos apenas duas novas soluções:

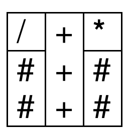
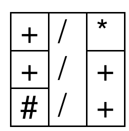



(8a$_1$) (8b$_1$)

7) As soluções usando a última estratégia, tomando como base (9) ou (10) são:

8) Tomando como base (13) ou (14) podemos obter:

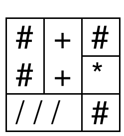
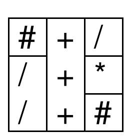
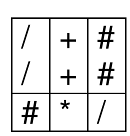



(13a$_1$) (13b$_1$)

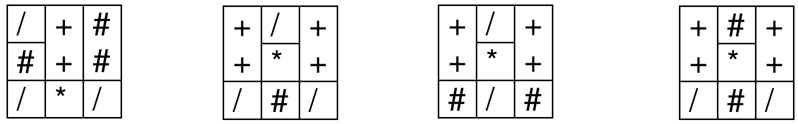
Observe que apresentamos todas as possíveis soluções utilizando duas estratégias diferentes, mas podemos pensar em outras “trocas” obtendo ainda outras soluções possíveis.

Procedendo com estratégias semelhantes podemos obter soluções usando seis ou sete peças. Não apresentamos todas as soluções possíveis nestes casos, apenas algumas.

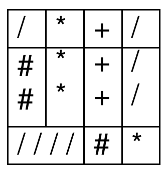
a) Com 6 peças:

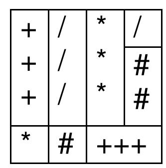
b) Com 7 peças:



Observe que, usando a estratégia de “trocar” as peças por peças menores é impossível obter solução com oito peças já que não há mais peças menores disponíveis e não podemos colocar duas fileiras de peças pequenas juntas, pois não há como intercalar as três azuis nesta configuração. Mas podemos trabalhar com as peças grandes e obter quadrados como, por exemplo:

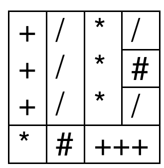


1ª

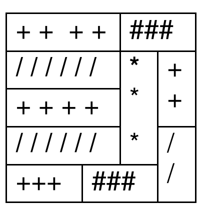


2ª

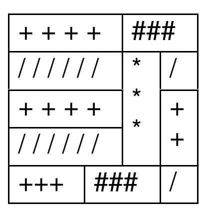
A partir da segunda podemos obter a seguinte solução com dez peças:



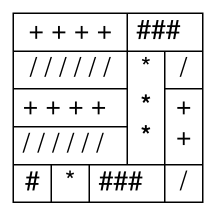
Apresentamos no que segue soluções com outros números de peças:



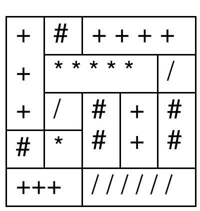
10 peças



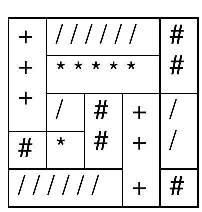
11 peças



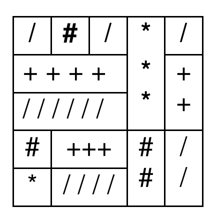
12 peças



12 peças



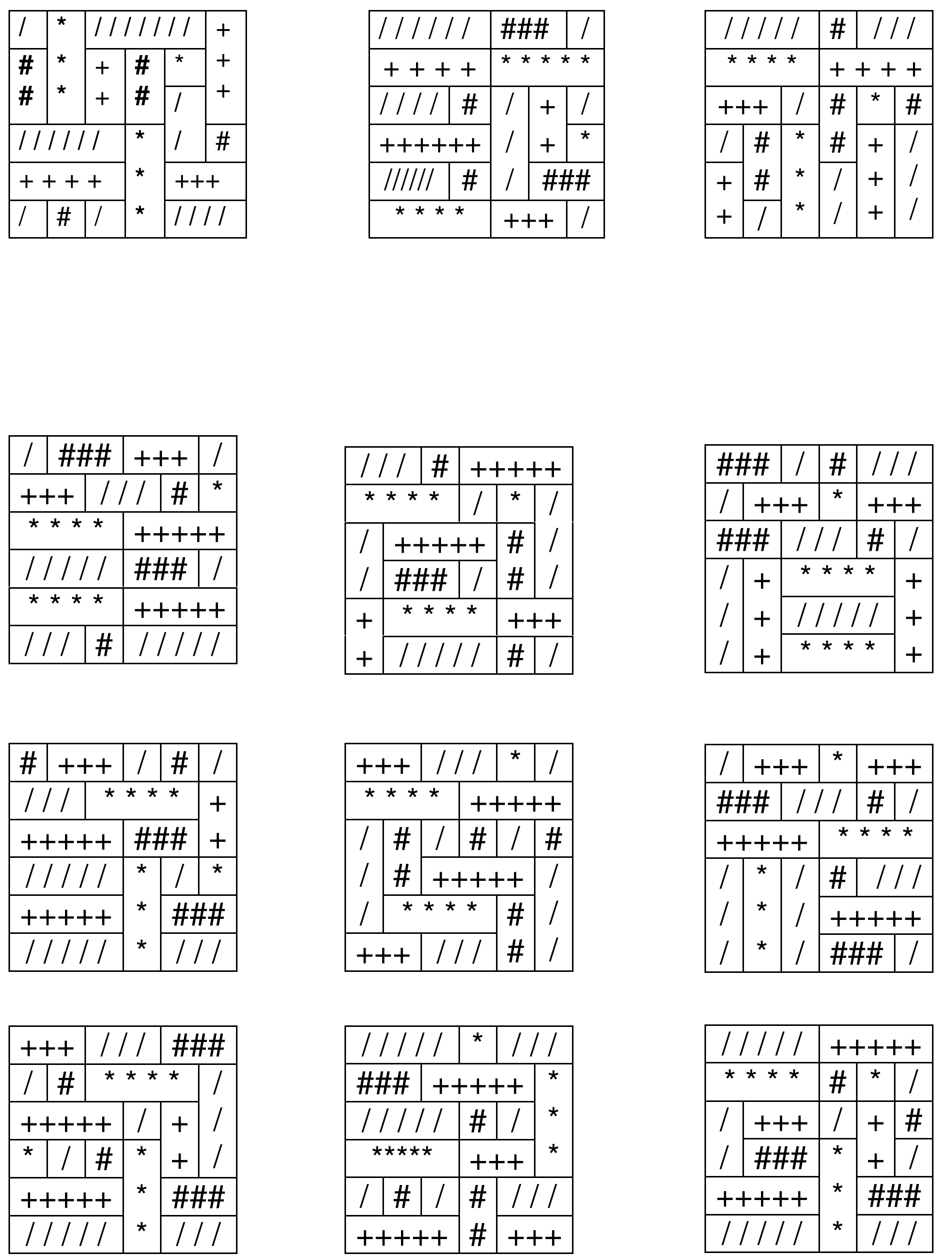
13 peças

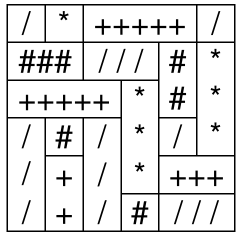
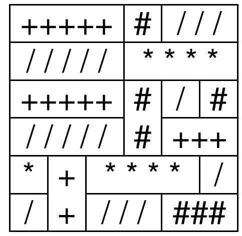
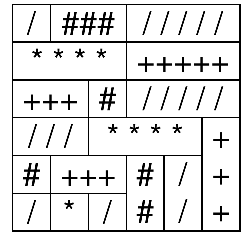
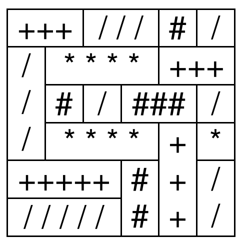
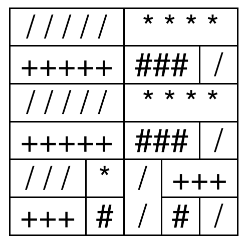
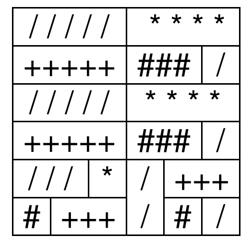
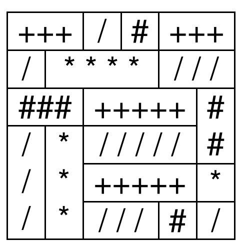
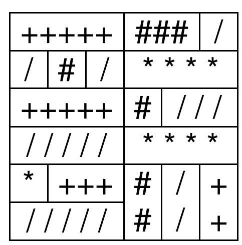
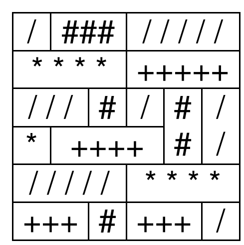
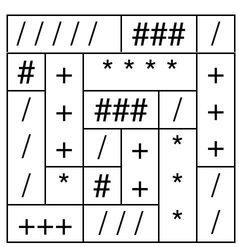
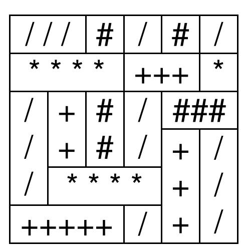
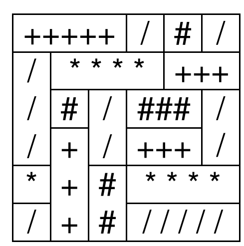
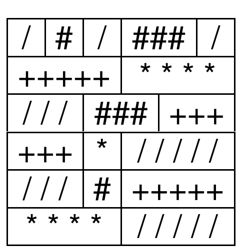
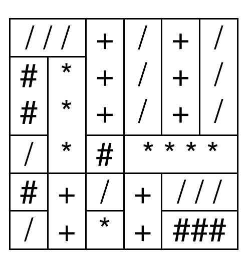
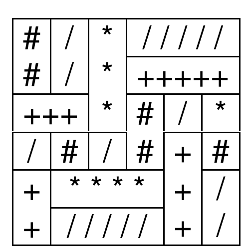


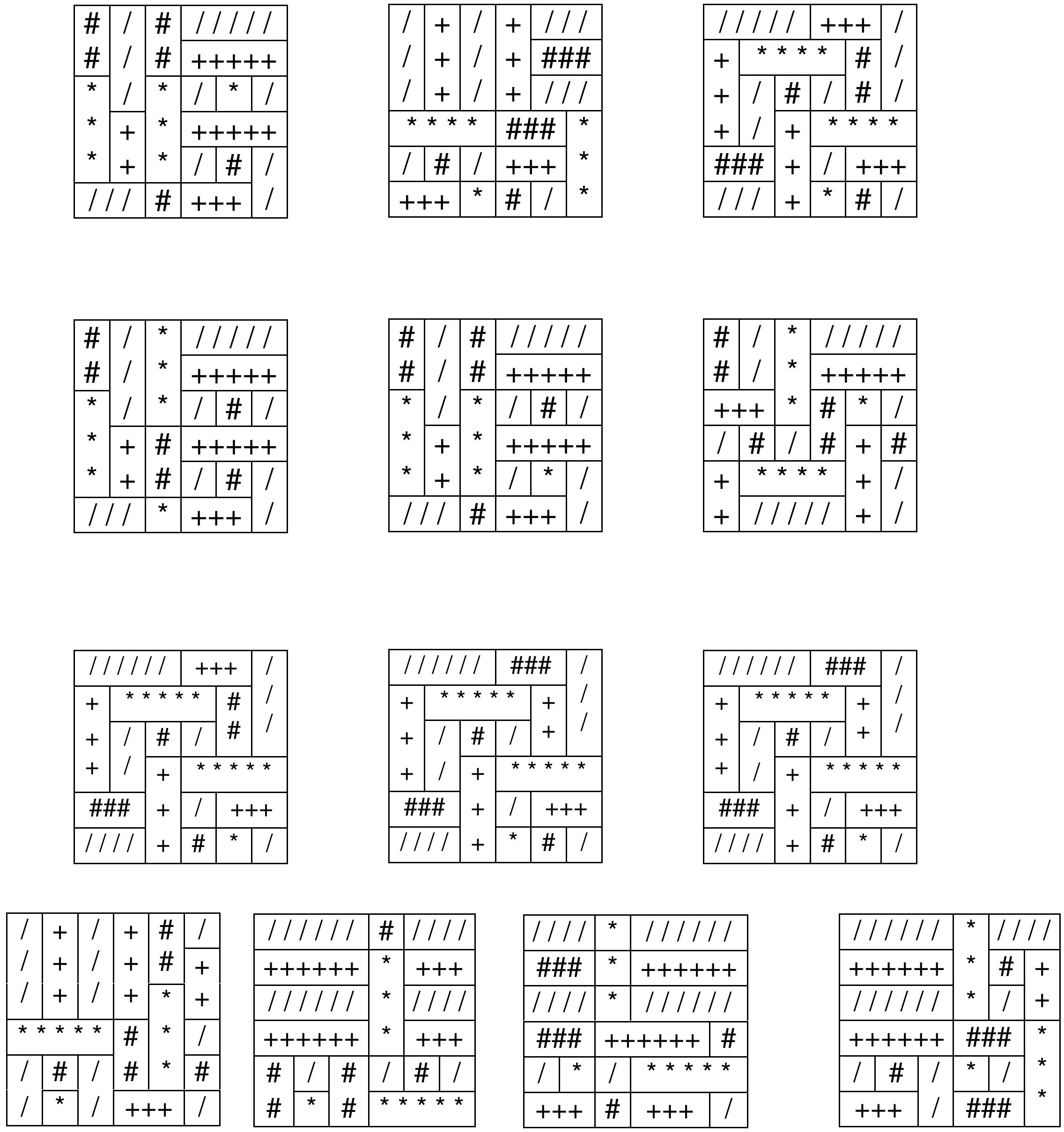
14 peças

Observe que como não há trocas possíveis para se aumentar o número de peças a partir de soluções com 13 ou 14 peças, ao acrescentar outra peça teremos o quadrado completo com 18 peças, sendo então impossível de se obter quadrados usando 15, 16, ou 17 peças.

Quanto à solução com todas as peças foram obtidas várias soluções nas atividades em que utilizamos o Dominó das Quatro Cores, vejam:





Note que ao trabalharmos com este jogo desta forma, aparecem naturalmente duas questões sempre presentes na Matemática, quais sejam:

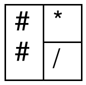
- existência de solução;
- unicidade de solução;

e que podem ser abordadas apropriadamente com alunos do Ensino Fundamental.

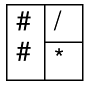
III – Explorando as Simetrias do Quadrado

Considerando as soluções obtidas para o quadrado usando um número fixo de peças podemos explorar as simetrias do quadrado.

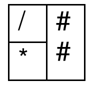
Por exemplo, tomando as soluções a seguir que são obtidas usando as mesmas peças, temos:



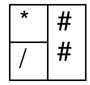
(I)



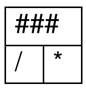
(II)



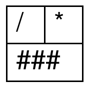
(III)



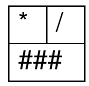
(IV)



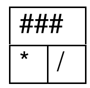
(V)



(VI)



(VII)



(VIII)

Podemos observar que, a partir de (I) obtemos (V), (III), (VII) por meio de rotações de 90º , 180º e 270º no sentido horário, respectivamente.

As soluções (I) e (VI) nos dão quadrados que são simétricos em relação a uma diagonal e (II) e (V) em relação à outra diagonal.

Os pares de soluções (III) – (IV), (V) – (VI), (VII) – (VIII) e (I) – (II) são simétricos em relação à reta horizontal que passa pelo ponto médio dos lados e os pares (I) – (IV), (II) – (III), (V) – (VIII) e (VI) – (VII) são simétricos em relação à reta vertical que contém os pontos médios dos lados horizontais. Assim, poderíamos dizer que as soluções obtidas são equivalentes por isometrias do quadrado e afirmar que “a menos de isometrias representam uma única solução”. Temos assim justificado a afirmação feita no início do trabalho de que “a menos de isometrias” aquelas eram as soluções possíveis.

Observação: Desta forma, estamos trabalhando uma outra noção muito importante na Matemática: a noção de equivalência.

Sugerimos a exploração de simetrias para soluções com quatro ou cinco peças.

IV – Medidas

Sem nos determos na definição de medida, sabemos que para medir realizamos as seguintes tarefas:

1. Escolha de unidade adequada;
2. Verificação de quantas vezes a unidade escolhida “cabe” no que deve ser medido;
3. Expressar o resultado desta verificação por meio de um número.

Quando nos referimos à escolha da unidade adequada estamos pensando na comodidade de se usar a unidade escolhida. Veja, seria tão incômodo tomar como unidade de comprimento de tecidos para o vestuário o quilometro quanto tomar para unidade de distâncias geográfica o milímetro.

Assim, no ensino de medidas é importante destacar que a unidade pode ser escolhida. Mas, na prática, o número que se obtém como resultado da medição condiciona a escolha da unidade.

As operações de troca que ocorrem na vida em sociedade seriam, se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas de serem realizadas se a “unidade” adotada nestas trocas não fosse a mesma. Muitas vezes para obtermos uma padronização do processo temos que trabalhar com “transformações” de unidades.

Com o trabalho com “Dominó da Quatro Cores” podemos abordar estes dois aspectos da medida de modo bastante fácil, por meio de situações–problemas como a que apresentamos a seguir:

1. Medir a área dos quadrados obtidos em cada resposta usando uma das peças como unidade de medida. Uma seqüência de atividades poderia ser:

   a) escolha uma peça como unidade de medida.

   b) usando a peça escolhida como unidade de medida, medir a área dos quadrados obtidos como respostas das atividades de (I).

   c) escolher outra peça (com forma diferente da primeira) e refazer b).

   d) comparando os resultados obtidos o que podemos concluir?

Observação: Em geral os alunos a partir da 5ª série já têm noção de área e a escolha da unidade padrão recairá sobre o quadrado. É importante discutir a adequação desta escolha apresentando problemas práticos como o seguinte: Como é feita a divisão de um “quarteirão”, em lotes, com uma dada área?

2. Explorar a relação que existe entre as áreas das diferentes peças.

Por exemplo, a área do quadrado é • da área do retângulo ou a área do retângulo é três vezes a área do quadrado.

Observar que as trocas efetuadas, para se aumentar o número de peças, para se obter soluções usando mais peças, têm como princípio a manutenção da área.

Com estas atividades podemos introduzir, ou reforçar o trabalho com frações equivalentes, inverso de uma fração, adição e subtração de frações.

Além das atividades já propostas, ao usar o “Dominó das Quatro Cores”, no Ensino Fundamental, estamos preparando o aluno para visualizar as operações algébricas por meio de áreas de retângulos como proposto em vários textos do Ensino Fundamental, e que nos leva naturalmente à solução de equações do segundo grau, nas séries finais deste nível de ensino.

BIBLIOGRAFIA

[1] Macedo, L. *Quatro Cores, senha e dominó: oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica.*