

## **Introdução à história da matemática para professores**

**Carlos Roberto Vianna**  
**Departamento de Matemática - Universidade Federal do Paraná**  
**C. P. 19081**  
**CEP 81531-990 Curitiba - Paraná**

### **Resumo**

Nesta comunicação apresento a introdução de um trabalho maior destinado a desenvolver um curso de história da matemática para professores. Esse trabalho segue dentro da proposta sugerida em minha dissertação de mestrado de discutir simultaneamente aspectos teóricos tanto da prática do historiador quanto do matemático. Na primeira parte faço a apresentação de uma perspectiva pela qual se pode observar o conhecimento histórico; na segunda parte faço uma analogia entre o conhecimento histórico acumulado pela sociedade e as memórias pessoais de cada indivíduo. Em ambas as partes cuido de enredar um início de discussão sobre o conhecimento científico e sobre aspectos da educação. Na terceira parte apresento uma discussão sobre a variação das definições utilizadas pelos matemáticos com o passar do tempo e sugiro encaminhamentos para o uso desse conhecimento pelos professores em sala de aula.

### **1. História e Imaginação**

A maioria dos meus alunos afirma que no colégio a História era uma disciplina chata. Eles tiveram como experiência de estudo de história um certo tipo de colagem que funciona como se fosse uma espécie de função bijetiva: dado um nome dizer a descoberta associada a esse nome, ou vice-versa. Essa situação até me faz lembrar uma história em quadrinhos que li certa vez: os personagens caíram em um planeta onde os habitantes gostavam de piadas, mas ninguém contava piadas, todas as piadas conhecidas estavam escritas em um manual e uma pessoa chegava para a outra e apenas dizia um número, por exemplo: “31”! Pronto: o outro desandava a rir, pois já sabia a qual piada se referia o número 31. Essa seria uma técnica ótima para aulas de matemática, o professor chegaria na sala e diria: “151” ... E isso significaria a demonstração de um teorema e os alunos e o professor poderiam rir juntos. Infelizmente essa técnica restringe todo o conhecimento àquilo que já está registrado no manual, fico pensando quantas situações engraçadas poderiam acontecer no planeta das piadas e que não seriam nem percebidas pelos seus habitantes como sendo “piadas em ação”.

Para mim a História está associada com a aventura, tanto quanto a Arqueologia do Indiana Jones. É evidente que não escapamos milagrosamente de fantásticas situações de perigo, também não nos envolvemos com encontros maravilhosos com a Arca da Aliança e o Santo Graal. Mas o historiador faz algo parecido com o que faz o Indiana Jones, ele também busca tesouros antigos e usa sua imaginação para interpretar o significado atribuído a esses tesouros em diversas épocas.

O tipo de "tesouro" a que me refiro pode ser apenas um pequeno pedaço de papel contendo o rascunho do sermão de um padre que viveu no século XII, ou um livro de cabeceira de algum matemático que tivesse o costume de fazer anotações às margens deste livro. Partindo de tão pouco o historiador pode estabelecer novas e novas tentativas de dar vida ao passado, de associá-lo ao presente e ao futuro. Sim, em História também é possível tratar do presente e do futuro; um historiador já afirmou: “*O que faz a grandeza da história, o que a impede de ser um mero objeto de conhecimento, é que ela é a expectativa de uma resposta: expectativa ora confiante, ora ansiosa de*

*uma resposta à questão que surge a cada época e que persegue cada geração: como situarmo-nos em nosso porvir? Como determinar nosso lugar em relação ao nosso presente?"<sup>1</sup>.*

Quanto comecei a dar aulas de matemática tive que lidar com a questão: para que serve isso? Os alunos impacientavam-se em aprender aquela matemática "inútil" que eu lhes ensinava... com o tempo aprendi a adotar certas estratégias que me permitiam evitar esse tipo de pergunta, bastava começar o assunto usando um problema ou uma aplicação prática e todos já estariam "usando" aquilo que eu ensinava; não havia necessidade de fazer a pergunta: "para que serve?".

Mas como começar "usando" a história? Meus alunos sempre afirmaram que a História é coisa do passado, eles esperavam que no curso de História da Matemática estudássemos a história dos gregos, dos egípcios, ou até mesmo - se houvesse tempo - de Frege e von Neuman. Mas ainda quando se menciona nomes mais modernos, ainda assim, a História é coisa do passado, de gente morta ou já muito velha.

Talvez soe muito marxista lembrar que "nós fazemos a história". Soar marxista nos dias atuais pode nos fazer parecer ridículos dinossauros tentando se movimentar em um engarrafamento de trânsito. Que fazer?

Para começar vamos ler alguns trechos de coisas "históricas" e refletir se trazem alguma informação importante para nossas vidas hoje.

### **a) Os agentes de Satã: a mulher<sup>2</sup>**

Apresentarei trechos de um livro que conta a história do medo, vou me deter no medo à mulher, tida como um dos agentes de Satã. (Outros agentes de Satã seriam os idólatras e muçulmanos além dos judeus). É muito interessante ver a opinião "escrita", documental, deixada por várias categorias de autoridades à cerca da mulher, não vou explicar as razões pelas quais os homens tinham medo às mulheres, muitos ainda as temem hoje, mas pretendo mostrar o que esse medo provocava.

- **a opinião de padres:** No século XIII, tínhamos na Europa as ordens mendicantes que percorriam as cidades fazendo pregações. Nessas pregações a mulher era apresentada como um ser predestinado ao mal. São Bernardino de Siena dizia aos homens que deviam atribuir toda a ordem de tarefas domésticas às suas mulheres: varrer a casa, lavar a louça, lavar a roupa, limpar os cueiros. Se acaso existisse uma criada disponível, ainda assim à esposa deveriam caber tais tarefas, o sábio são Bernardino insistia: "*Não lhe deixes comodidades, eu te digo. Enquanto a mantiveres atenta, ela não permanecerá à janela, e não lhe passará pela cabeça ora uma coisa, ora outra*".

Talvez vocês estejam pensando que esse São Bernardino de Siena tivesse algumas razões "ocultas" para detestar as mulheres. Vejamos então alguns detalhes "sórdidos" retirados de um livro (*De planctu ecclesiae*) mandado escrever pelo papa João XXII por volta de 1330 (o *ghost-writer* foi um franciscano de nome Alvaro Pelayo) e impresso na cidade de Ulm em 1474, reeditada em Lyon, 1517, e em Veneza, 1560. O livro é escrito com referências bíblicas precisas, baseando-se principalmente no Eclesiástico, no Livro dos Provérbios, em São Paulo e em documentos dos Doutores da Igreja. Alguns trechos bastam para ilustrar o conteúdo do livro no que diz respeito à mulher:

*"Eva foi o começo e a Mãe do pecado", daí então a mulher passa a ser "a arma do diabo", ela é "fonte de toda a perdição e uma fossa profunda". "A mulher atrai os homens por meio de*

---

<sup>1</sup> François Bédarida no texto "Tempo presente e presença da história", publicado no livro "Usos e Abusos da História Oral", Fundação Getúlio Vargas Editora, Rio de Janeiro, 1996.

<sup>2</sup> Trechos extraídos do capítulo 10 do livro de Jean Delumeau, "A História do medo no Ocidente: 1300-1800", Companhia das Letras, São Paulo, 1989.

*chamarizes mentirosos a fim de melhor arrastá-los para o abismo da sensualidade. Não há nenhuma imundície para a qual a luxúria não conduza. Para melhor enganar ela se pinta, se maquia...". A mulher é "insensata, lamurienta, tagarela, ignorante, é briguenta, colérica, invejosa". Todo marido deve desconfiar de sua esposa pois ela pode lhe dar um herdeiro concebido com um estranho. Outros escritores diriam: Uma mulher que chora é uma mentira... Uma mulher que pensa sozinha pensa para o mal.*

Basta! Já vimos o que pensavam as autoridades religiosas sobre as mulheres, vejamos o que diziam aqueles que deviam cuidar de sua saúde.

- **a opinião de médicos.** Os médicos afirmavam, de modo geral, a inferioridade estrutural da mulher. Essa afirmação baseava-se em concepções muito antigas emitidas por autoridades respeitáveis, por exemplo: são Pedro, são João Crisóstomo, são Jerônimo, Quintilhiano, Fulgêncio, Aristóteles e Platão. Assim, o médico Jean Wier, que servia ao duque de Clèves, escreveu uma obra célebre onde dizia: *"a mulher é de temperamento melancólico, débil, frágil e mole. A sua natureza é imbecil e enferma."* Por isso Platão *"parece duvidar a respeito de em qual número deve colocar as mulheres, se no número dos humanos ou no número dos animais"*. Tudo é explicado de forma bem racional, outro médico justifica assim a imbecilidade feminina: seus órgãos sexuais são internos, contrariamente aos do homem, ela não pôde expelir e lançar fora as ditas partes. E por que não pôde? Por ser ela fraca, de natureza imbecil. Outros médicos do período do renascimento definiam a mulher como *"um macho mutilado e imperfeito"*, *"uma imperfeição, quando não se pode fazer melhor"*.

Finalmente, veremos o que falavam as autoridades encarregadas de julgar as causas criminais e os recursos, aqueles que deveriam fazer e interpretar as leis.

- **a opinião de juizes.** há quase unanimidade em afirmar que as mulheres *"são menos providas de razão do que homem. Portanto, não se pode confiar nelas. São faladoras, contam os segredos. São ciumentas e capazes de cometer os piores delitos como matar o marido e o filho que tiveram com ele. Elas são mais frágeis que os homens diante das tentações... A mulher é um animal mutável, variável, inconstante, incapaz de guardar um segredo"*. Por isso a mulher perdeu o direito ao trono na França, sendo tão incapaz ela deveria ser submetida *"ao poder do homem"*. Devido a essa fraqueza, *"esse sexo é muito mais inclinado a se deixar seduzir pelo demônio"* e por isso havia mais mulheres feiticeiras do que homens.

Conhecer esse tratamento dado às mulheres pelas autoridades de um passado que não é tão remoto pode nos ajudar a compreender muitas coisas que acontecem hoje. Por exemplo pode nos ajudar a compreender porque tantas pessoas acham que as mulheres são menos capazes, menos inteligentes, que os homens em determinadas áreas do conhecimento: a matemática é uma dessas áreas. Dos professores que conheço poucos são capazes de mencionar o nome de alguma mulher que tenha sido "matemática", ou mesmo alguma que tenha feito música como Bach e Beethoven. Assim, muitas meninas hoje assumem "naturalmente" o seu papel de cuidar da casa como recomendava o sábio são Bernardino, outras se consideram "naturalmente" incapazes de gostar de assistir jogo de futebol, fazer matemática de alto nível ou até de jogar xadrez. É assim que muitos pais recomendam a seus filhos que cumpram papéis que deles se espera: a menina brinca com a boneca e o menino joga futebol. O homem deve proteger a mulher, deve deixá-la entrar primeiro, deve ser gentil. É "natural" adotar esse tipo de procedimento. Mas será que todas essas coisas não fazem parte de um imenso mecanismo de convenções? Não será tudo isso uma pegajosa teia que tecemos e da qual não conseguimos nos desvencilhar?

Falamos das mulheres; falemos agora do preconceito contra homossexuais.

### **b) A doença do homossexualismo**

Durante muito tempo a homossexualidade foi tratada como uma doença, merecia internação; mas constatou-se que era uma doença difícil de curar. Outra forma de encarar o homossexualismo, utilizando o raciocínio lógico, adotava a seguinte definição: A maioria dos homens interessa-se por mulheres, estes homens são normais. Aqueles que não se interessam por mulheres são uma minoria, estes são anormais. Não é sedutora a limpidez dessa lógica?

Ser minoria, ser "diferente", equivale a ser anormal. Seguindo esse raciocínio, caso você seja canhoto é doente ou anormal (aliás essa "doença" merecia tratamento nas escolas, o tratamento era aplicado pelos professores: os canhotos tinham sua mão esquerda amarrada e eram obrigados a escrever com a mão direita. Essa prática persistiu até a bem pouco tempo e talvez os próprios pais de vocês tenham passado por isso). Você também é anormal se for matemático e tiver inclinações para a educação ou preferir especializar-se em História da Matemática.

Há muitos povos em que a homossexualidade é vista com indiferença. Em algumas tribos da Nova Guiné as primeiras experiências sexuais dos rapazes aconteciam com homens mais velhos. Na sociedade ocidental frequentemente a homossexualidade tem sido "recomendada" quer por razões políticas quer por razões religiosas. Por exemplo: não era economicamente interessante para a Igreja que padres andassem gerando filhos que seriam seus herdeiros, daí a proibição de que os padres se casassem; mas isso não impediu que muitos continuassem a gerar filhos, daí a sugestão - nem sempre velada - de que práticas homossexuais fossem adotadas.

Os generais gregos, da época heróica da guerra do Peloponeso, costumavam estimular a prática homossexual entre seus soldados visando que estes ao invés de apenas batalhar por suas próprias vidas lutassem também pela vida de seus amantes e companheiros. Um criativo estímulo à produtividade dos exércitos alguns séculos antes da invenção da qualidade total.

A intolerância e o preconceito andam de braços dados com a hipocrisia das convenções: basta que seja interessante para um determinado tipo de elite que certas atitudes sejam consideradas normais e assim se torna. Presto! Essa é a mágica da cultura e da sociedade na qual estamos imersos. Fazendo aqui uma comparação absurda: os homossexuais são tão doentes ou anormais quanto o número um é - ou não é - primo. Pura convenção que atende o interesse de alguns e é entendida pela maioria como realidade inquestionável.

### **c) Desafio**

Eis uma finalidade para a história: questionar as entranhas da sociedade, expô-la ao ridículo de suas convenções pseudo-rationais, confrontá-la com o conhecimento de outras épocas e de outros lugares, modificar essas convenções, projetar a sociedade para o futuro e questionar suas próprias projeções. Combater o preconceito com a arma do conhecimento, conhecer o preconceito e revelá-lo, ser tolerante com aqueles que apregoam o preconceito mas não suportá-lo; combatê-lo.

A história revela que não há progresso igual para todos: em nosso modelo de sociedade sempre haverá aqueles para os quais à pequena cota de progresso corresponderá uma cota imensa de sacrifícios, enquanto outros usufruirão de grandes regalias proporcionadas por progresso ilimitado e praticamente sem dispêndio de esforços; aqui a história é o recurso que revela que tal estado de coisas não é "natural" e tão pouco é "justificável" através das leis (divinas?) do mercado ou da hipótese do esforço individual para sair da miséria - hipótese tão cara aos liberais que a usam como exemplo pedagógico ainda hoje: vocês só não superam suas dificuldades em matemática porque não se esforçam! Em última instância a culpa é da vítima.

É possível usar esse "modo de olhar" proporcionado pela história para observar a matemática. Tanto quanto possível, podemos olhar para alguns objetos a partir de diversos ângulos. Essa é uma tarefa que serve como verdadeiro desafio para um professor de matemática.

## **2. História: a Memória e o Modo de Olhar**

**a) *Blade Runner: as Memórias***

Vocês já assistiram ao filme “Blade Runner”?

O enredo passa-se no futuro, no ano 2026, e trata da história da caça a alguns andróides que não tinham permissão para estar na Terra. Esses andróides, robôs praticamente perfeitos construídos à semelhança com seres humanos, eram destinados ao trabalho escravo na colonização de outros planetas. Com o transcorrer do filme ficamos sabendo que o objetivo da vinda desses robôs à Terra é a descoberta do tempo de vida que lhes restava; eles estavam interessados em descobrir como bloquear o mecanismo de degeneração de seus corpos. Eles eram fabricados de modo a durar exatamente 04 anos. Entretanto, havia dois tipos básicos de andróides: o nexus 6 representado pelos "bandidos", que vêm para a Terra em busca do seu "criador" e o modelo mais desenvolvido: a andróide Rachel que não sabia que era andróide e cujo tempo de duração era indeterminado. A ilusão de que os andróides eram humanos não se devia apenas à sua forma, eles também agiam e pensavam como humanos graças ao implante de "memórias" pessoais em seus circuitos; dessa forma Rachel conseguia se lembrar de fatos ocorridos quando ela era criança e tinha todo um "passado" que a iludia e impedia que pudesse cogitar de ser uma andróide. Os andróides podiam revelar grande força física ou não, de modo que não era possível assegurar descobrir se alguém era andróide apenas pela sua aparência, havia um teste que consistia numa entrevista associada a um exame físico: a observação da contração da pupila.

As questões que eu gostaria de colocar para nossa reflexão sobre a história a partir desse filme são as seguintes:

1. As nossas memórias de fatos que nos marcaram representam um tipo de história particular que permite analogias capazes de revelar-nos o "funcionamento" da história geral - de todas as pessoas - à qual não temos acesso.

Não lembramos de tudo o que aconteceu conosco. Não comportamos a memória de cada minuto de nossas vidas, as memórias que temos são de fatos que foram marcantes para nós. Eventualmente esse fato marcante envolveu a participação de outras pessoas que não o guardaram na lembrança por não ter sido relevante para elas. Assim, por analogia, a História preserva fatos tidos como relevantes sob um determinado ponto de vista. Há fatos que são marcantes para *todos* os envolvidos, para *todos* os que estão vivos naquele momento, por exemplo a eclosão de uma Guerra Mundial ou a presença de um ser humano no espaço pela primeira vez. Outros fatos são relevantes para toda uma comunidade: por exemplo as mortes de Getúlio Vargas e Tancredo Neves são fatos históricos notáveis na política brasileira. Ainda assim, há fatos menores: recentemente os jornais noticiaram a morte de um jovem assassinado em Curitiba por um grupo de "carecas" que defende a segregação racial e o preconceito. Esse fato é chocante e grotesco, deve ter abalado às pessoas que conheciam a vítima além de ter enchido de nojo àqueles que têm dúvidas sobre a racionalidade humana. Entretanto, daqui a poucos meses esse acontecimento estará esquecido, não mais havendo o interesse da mídia esses fatos escorregarão lentamente para fora da categoria de fatos históricos e decorridos uns cinqüenta anos quase ninguém mais irá se lembrar disso.

2. A memória que temos dos fatos não são os próprios "fatos". No filme, Rachel tem um implante de memória de quando foi brincar de médico com seu primo, cada um tendo de mostrar o sexo ao outro mas ela não teve coragem de mostrar o dela. Suponhamos que essa é uma memória real de uma pessoa presente na sala de aula, a partir de quando essa memória estabeleceu-se como importante para essa pessoa? Esse tipo de brincadeira infantil é comum e revela apenas a curiosidade pelas semelhanças e diferenças físicas, é uma ação que foi praticado no passado e que se junta a uma série de outras ações que pode, ou não, vir a ocupar lugar na memória. Eventualmente tal experiência pode ter sido associada com sensações como o prazer ou mesmo o medo. Decorridos alguns anos, na adolescência, ou mesmo na vida adulta, tal fato pode retornar à memória como marcante. A questão é: retornando à memória decorridos alguns anos, tal fato terá o mesmo significado? Evidentemente não. Há várias razões para isso: a memória não será "completa",

serão lembradas apenas algumas das circunstâncias. As sensações vividas quando do acontecimento serão deturpadas pelas circunstâncias do presente.

Note bem, estou forçando as idéias para que fique clara a presença da interpretação na memória e, por analogia, na História. No caso a prática da infância passa a ser revivida pelo adulto já com a carga de preconceitos adquiridos ao longo de sua existência - preconceitos que variam em quantidade e intensidade de acordo com a sociedade, por exemplo nos Estados Unidos e no Brasil, ou mesmo a comunidade; por exemplo se for praticado entre crianças de classe média ou crianças pobres na periferia das grandes cidades.

Assim é que mesmo para as pessoas que vivenciaram um fato sua interpretação varia conforme o tempo<sup>3</sup>. A história não é a história do passado, mas se fizermos do passado o nosso objeto de estudo, ainda assim o modo como estudaremos dependerá **da época** e **das condições** da época em que vivemos. Mais do que isso: aquilo que escolhermos para estudar vai depender também das circunstâncias em que vivemos.

## **b) Modo de Olhar**

Percebemos que a História como disciplina a ser estudada na Universidade tem uma característica que faz com que ela seja questionada: a história não é ciência!

Vejamos algumas características daquilo que normalmente é entendido como sendo ciência:

- $2 + 2 = 4$ . Não importa em que país ou em que época tal operação seja realizada, o resultado será sempre o mesmo.
- Caso você proceda à destilação de uma determinada substância, sempre que você repetir as mesmas condições de temperatura, pressão e tempo, deverá obter os mesmos produtos.

Resumindo, parece que a boa ciência é aquela que permite a previsão de resultados que acontecerão quando se realizar uma experiência. Além disso deve-se permitir que o mesmo resultado seja obtido por todas as pessoas que repetirem corretamente a experiência, em qualquer lugar e época. Nesse sentido a Matemática parece a mais perfeita das ciências pois seus resultados não possuem ideologia nem preconceitos... mas aí é que está o ponto fraco. Justamente por ser tão "perfeita", a Matemática às vezes é excluída da categoria das ciências divididas em "naturais" e "exatas". Costuma-se excluir a Matemática do rol das ciências naturais uma vez que seu objeto não estaria "na natureza", ou, o que equivale a dizer: a prática da matemática não depende de experiências, seus resultados são válidos tanto aqui quanto em Marte, tanto hoje quanto na idade da pedra lascada. Essa característica diferenciada da Matemática tem feito a delícia dos filósofos ao longo de diversas épocas.

Consideremos as ciências, incluindo aí a Matemática, como essa coisa certinha capaz de prever todos os efeitos ocasionados pela passagem de um cometa, ou ainda, que permita a repetição dos experimentos para a descoberta do vírus da AIDS na França e nos Estados Unidos, obtendo-se sempre o mesmo resultado. Nesse caso, por comparação, a História não é uma ciência! Dois historiadores, da mesma época e da mesma "academia" dificilmente concordarão em todos os fatos. Antes disso, será que é possível "repetir" em laboratório a II Guerra Mundial só para testar algumas hipóteses? (Há algumas tão tentadoras: e se Hitler não tivesse invadido a Rússia, conseguiria dominar a Inglaterra? E se os americanos, vencida a Alemanha e o Japão, tivesse marchado sobre a Rússia, não teriam dado fim ao comunismo e evitado os anos de guerra fria? )

---

<sup>3</sup> Vale muito à pena a leitura do artigo "*O massacre de Civitella Val di Chiana (Toscana: 29 de junho de 1944): mito, política luto e senso comum*", de autoria de Alessandro Portelli, publicado no já mencionado livro "Usos e Abusos da História Oral". Em partes desse artigo confronta-se a memória de sobreviventes logo após a vitória dos aliados com a memória das mesmas pessoas cerca de 30 anos depois; os resultados são fascinantes.

“E se...?”, é uma tentação fazer a futurologia do passado... "Fazer previsão" acaba se tornando um grande pecado para os historiadores, mesmo quando essas previsões são feitas para o "futuro". Um grande pecador foi Karl Marx, tido como um autor fundamental para a compreensão moderna do que seja a "história" mesmo por aqueles que são anti-comunistas, ele é criticado por duas coisas antagônicas: não fez previsões, as previsões que fez fracassaram. É interessante observar que ambas as críticas são em parte verdadeiras (e portanto em parte mentirosas). Mas como será que ocorrem as previsões na ciência?

Um físico observando uma macieira poderia afirmar: "a árvore está cheia de frutos e devido à força de gravidade certamente as maçãs cairão no chão se não forem colhidas." Com tal observação ele ficaria satisfeito, teria demonstrado a sua "ciência". Para o historiador essa afirmação é inútil, ele acharia mais interessante descobrir o que faz aquela macieira ali, porque seus frutos não foram colhidos ou quem irá comê-los depois que forem colhidos... Caso tenha que fazer previsões o historiador poderá arriscar-se a afirmar que uma vez que aquela comunidade não colhe as maçãs é possível que com o tempo a macieira seja arrancada e substituída por uma pereira ou uma jaqueira - caso ele fosse mais prudente afirmaria apenas que a macieira seria substituída. E se fosse muito prudente não afirmaria coisa nenhuma. Felizmente, com frequência, os historiadores não são tão prudentes assim.

Voltemos ao físico, vamos fazer a ele uma proposta indecente: um milhão de dólares se acertar qual será a próxima maçã que vai cair pelo efeito da gravidade; caso não acerte: morte sob tortura! Mesmo que observe atentamente todos os frutos, veja aqueles que estão mais maduros, etc. ao fazer uma previsão dessa natureza o físico estará correndo riscos, ele contará apenas com uma probabilidade de acertar! Viram como é limitada a "ciência"?

Como a História não faz previsões e como não é capaz de "repetir" suas experiências ela é "maltratada" pelos cientistas que dizem que ela não é ciência. Não devia haver nenhum problema aí, mas muitos historiadores desejam que a disciplina "História" ocupe um lugar entre as ciências e assim procedem por razões que são evidentemente históricas: na sociedade em que vivemos (e já há alguns séculos) tudo aquilo que está diretamente ligado com a "Ciência" adquire um status de respeitabilidade. Como as coisas ficaram dessa forma é outra longa história mas é importante afirmar que nem sempre foi assim e, principalmente, que nem sempre a Matemática teve a importância que a ela se atribui hoje e que - olhem a minha imprudência! - num futuro não muito distante deverá ocupar um lugar subalterno em relação a outras ciências, por exemplo em relação à Biologia e à própria História principalmente relacionada com a Filosofia e com a Ética.

### **c) Exemplo prático: a educação e a "enrolação"**

O que acabei de dizer sobre a relação entre a Ciência e a História é um fato do qual grande parte dos alunos da Licenciatura em Matemática possui uma experiência prática. Trata-se da vivência de ter cursado disciplinas do Setor de Educação, disciplinas que costumam ser tratadas como "acréscimo" ou "apêndice" do currículo e são descritas, nas palavras dos alunos, como pura enrolação.

O que se quer dizer com a palavra "enrolação"? Essa palavra sintetiza uma crítica que é feita ao "modo" como são desenvolvidas as disciplinas da prática educacional: os alunos dizem que não há "provas", ou as provas são mais "fáceis"; os trabalhos não dão trabalho, nem para copiar dos outros pois não há nada para "resolver"; e as aulas... aí sim é que é a maior enganação: os professores não passam toda a matéria no quadro nem adotam um livro texto onde tenha tudo aquilo que você precisa saber. Os professores da educação só "falam, falam, falam,..."

Em nossa analogia as aulas de matemática são a "Ciência", as aulas da educação são a "História", ou - no caso - a não-ciência. Vamos analisar algumas diferenças que são determinantes da prática que os alunos descrevem

Que valores somos treinados a adotar, respeitar e repetir?

Em primeiro lugar o professor de matemática costuma apresentar um resultado que não tem ideologia: " $2+2=4$ ". Não há interpretações possíveis, quando muito o professor pode admitir a participação dos alunos pedindo esclarecimentos e ele dirá: "veja um exemplo: duas laranjinhas mais duas laranjinhas resultam quatro laranjinhas". Outros exemplos poderão ser dados, mas a essência do conhecimento a ser apresentado não admite questionamentos nem tomadas de posição.

Em segundo lugar, vejamos o que diz respeito às provas: como os resultados da matemática não admitem "variação" o certo e o errado estão determinados antes do aluno começar a fazer a prova, o aluno depende totalmente da "tolerância" do professor em aceitar alguns dos seus erros. Por exemplo, admitindo que uma questão de cálculo tivesse como resultado correto o valor "6" e que um aluno apenas se enganasse com um sinal e obtivesse "- 6", seu erro seria de "12", que é a distância entre o 6 e o -6 (Outro argumento que os professores de matemática adoram usar nesse caso é o seguinte: suponha que seu contracheque ao invés de vir com + 500 viesse com - 500, você aceitaria?). Normalmente o erro que provoca uma mudança de sinal é absolutamente banal, mas não é perdoado. Mas, e se o aluno ao invés de obter "6" tivesse obtido "5,8"? Vejam que interessante, é possível discutir a prática de avaliação do professor de matemática sem que seja necessário recorrer a um exemplo! Eu não disse, em nenhum momento, qual era a questão de cálculo cuja resposta deveria dar "6". Quando é possível fazer uma discussão sobre a avaliação levando em conta apenas o resultado sem que seja necessário, em nenhum momento, observar as diversas formas de se chegar a esse resultado, há algo de errado com o conceito que se tem de avaliação, ou não?

Acabei de retratar dois tipos de atitudes que são decorrentes de uma longa tradição cultural, essa forma de agir é análoga à de certas tribos onde costuma-se comer o corpo do inimigo derrotado. Os canibais não agem por maldade, costumam comer justamente os inimigos mais valorosos, comê-los é uma forma de lhes prestar homenagem. Nosso objetivo aqui é tomar consciência de que existem certas condições que contribuem para que nossas ações sejam de um determinado tipo e não de outro, que contribuem para que acabemos achando um tipo de comportamento bom enquanto que outro tipo de comportamento é ruim, é "enganação".

Habituaados como estão ao condicionamento imposto pelos matemáticos, é natural que os alunos estranhem o comportamento dos professores da educação. Para começar ninguém deverá dar uma resposta definitiva para questão tão crucial quanto: "qual é o melhor método para ensinar frações?" Acontece, pura e simplesmente, que não há esse método fantástico e maravilhoso que serve para ensinar de modo que todos aprendam o máximo.

Quando os professores do setor de educação pedem numa prova que os alunos emitam uma opinião sobre determinado texto eles não esperam que estes alunos apenas digam se gostaram ou não. Espera-se que os alunos sejam capazes de compreender as idéias do autor do texto, espera-se que sejam capazes diferenciar as idéias de outros autores que são apenas mencionadas, espera-se que consigam estabelecer diferenças e semelhanças entre diversas idéias e que tomem posicionamento favorável em alguns casos e contrário em outros, sempre argumentando, nem que seja para dizer: "nesse caso sou contra pois minha religião não permite". O que importa é que os alunos apresentem uma idéia e saibam justificá-la, defendê-la. Mais importante do que isso: a convivência com idéias diferentes, o exercício de compreendê-las, aceitá-las ou rejeitá-las, readaptando as próprias idéias.

Sintetizando de forma grosseira: na matemática o aluno é treinado na passividade, na repetição e na permanência; enquanto que na educação espera-se a participação e a compreensão das mudanças. É absolutamente fundamental que se compreenda que são dois modos de proceder diferentes, ambos têm valor e são úteis em determinadas circunstâncias. É importante salientar que mesmo concordando com o procedimento adotado na matemática não existem parâmetros para emitir julgamentos do tipo: o que se faz na matemática é sério e o que se faz na educação é "enrolação".

Defendo que a atitude adotada na educação deveria ser a preponderante na formação dos professores e que tal atitude deveria ser adotada mesmo na lida com o conhecimento matemático. As razões para que eu faça essa defesa irão se estruturar à medida em que formos conhecendo mais



a prática dos historiadores e dos matemáticos, por agora basta para refletir; o conhecimento e o saber sempre serão agradáveis, mas nada como a dúvida e a vontade de conhecer para estimular-nos o movimento.

### 3. Definições e Variações

Eu tenho perguntado a professores de matemática de várias épocas e com vários níveis de atuação: **o número um é primo?**

É muito comum obter respostas de todos os tipos: sim, não e depende. Quando questiono àqueles que respondem "depende" nem sempre eles conseguem precisar de que é que depende. Muitas vezes acabam confessando que respondem assim por encarar que a pergunta deve conter uma "armadilha".

Não deveria haver problema para dizer se um número é primo ou não, uma vez que tivéssemos claro qual é a definição de número primo. Na verdade, tomando um número qualquer escolhido arbitrariamente e com quantos dígitos queiramos, e mesmo que todos os computadores e todo o tempo de duração da humanidade e do Universo não sejam suficientes para fazer os cálculos necessários, esse número será - inevitavelmente - primo ou não. Essa inexorabilidade da matemática é uma das causas que a investe de uma "aura", tal qual a aura de uma obra de arte que respeitosa e visitamos em um museu.

Interessante que por muitos anos eu tenha lançado essa pergunta aos professores de matemática e que eles tenham tido ânimo para discuti-la sem que nenhuma vez alguém tenha dito: "Que interesse pode haver em discutir isso?". Apesar disso, eu gostaria de mostrar para vocês algumas respostas possíveis para a questão e também pretendo discutir a validade de refletir sobre ela.

#### a) **Respostas Variáveis.**

Vamos ver o que é um número primo segundo as definições apresentadas em livros didáticos de primeiro grau.<sup>4</sup>

1) Livro "Mathemática - 1o anno" de Cecil Thiré - Mello e Souza, editado pela Livraria Francisco Alves em 1933.

*Dizemos que um numero é primo quando só é divisível por si e pela unidade.*

*São primos os numeros: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc.*

*Os numeros primos formam um conjuncto denominado conjuncto dos numeros primos*

*O conjuncto dos numeros primos é illimitado, isto é, sendo dado um numero primo qualquer é sempre possível achar outro numero primo maior.*

2) Livro "Matemática - curso ginásial, 1a série" de Osvaldo Sangiorgi, editado pela Companhia Editora Nacional em 1962.

*Um número diz-se **primo**, quando é divisível somente por si e pela unidade. Caso contrário diz-se composto.*

---

<sup>4</sup> Exemplos retirados da dissertação de mestrado de Luiz Márcio Imenes, "Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática", p. 87-90

Assim, por exemplo, o número 13 é **primo** porque só é divisível por 13 e por 1 enquanto que os números 4, 6, 8, 9, 10, 12 .... são compostos, pois admitem outros divisores além da unidade e do próprio número considerado.

Os primeiros números primos dispostos em ordem crescente, isto é:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

constituem a sucessão dos números primos (\*) que é infinita, ou seja é sempre possível encontrar novos, números primos.

O asterisco remete a uma longa observação que transcrevemos em seguida:

(\*) Poderíamos, conforme faz M. Cipolla, nos seus "Elementi de Aritmetica Razionale - Ed. 1950, pág. 75" - deixar de considerar o número 1 como primo. Todavia o tradicionalismo histórico ressaltado por ilustres tratadistas da Aritmética, onde o 1 (que satisfaz a definição dada para número primo) figura no Crivo de Eratóstenes - que é a mais antiga tábua de números primos registrada na História - como o primeiro número primo, permite-nos considerá-lo ainda como tal. Uma das maiores tábuas de números primos que se conhece, a de Burckhardt, registra todos os números primos desde 1 até 3030000. Outrossim, estudos famosos, tais como a Proposição de Golbach ("Todo número par é a soma de dois números primos"), bem como a Memória de Riemann ("Número de números primos") dão ao número 1 personalidade de número primo. Posteriormente, num curso de Aritmética Racional (2º ciclo) seria precisado o conceito dos números que admitem somente dois divisores distintos

3) Livro "A conquista da matemática, 1º grau" de Giovanni & Castrucci, editado pela FTD em 1985.

Seja o conjunto dos números naturais:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Observemos que:

$$\bullet D(0) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

O número zero tem infinitos divisores

$$\bullet D(1) = \{1\}$$

O número 1 tem um só divisor

$$\bullet D(2) = \{1, 2\} \quad D(3) = \{1, 3\} \quad D(5) = \{1, 5\} \quad D(7) = \{1, 7\}$$

Existem números (como, por exemplo, 2, 3, 5, 7) que possuem apenas dois divisores: o número 1 e o próprio número.

$$\bullet D(4) = \{1, 2, 4\} \quad D(6) = \{1, 2, 3, 6\} \quad D(10) = \{1, 2, 5, 10\}$$

Existem números (como, por exemplo, 4, 6, 10) que possuem mais de dois divisores.

Define-se, então:

- Os números que possuem dois e somente dois divisores distintos ( o próprio número e o número 1) são denominados **números primos**.

*Assim, pela definição, os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... são números primos e sua sucessão é ilimitada (existem infinitos números primos)*

Sugiro a vocês a leitura do trabalho do professor Imenes que faz discussões muito interessantes a respeito dos números primos e de outras questões. Agora, vamos olhar alguns livros de terceiro grau.

- 1) Livro: "Tópicos de Álgebra" de I. N. Hernstein, editado pela editora polígono e EDUSP em 1970.

Na página 22 o autor nos diz:

*Por razões técnicas excluimos o número 1 do conjunto dos números primos. A seqüência 2, 3, 5, 7, 11, ... é constituída de números primos; da mesma maneira -2, -3, -5 são números primos. Como na fatoração o pôsto não introduz diferenças essenciais, para nós os números primos serão sempre positivos.*

*Definição: O inteiro  $p > 1$  é um **número primo** se seus únicos divisores são  $\pm 1, \pm p$ .*

- 2) Livro: "Introdução à álgebra" de Adilson Gonçalves, editado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada em 1979.

Na página 23 o autor nos diz:

*Dizemos que um inteiro  $p$  é um número primo de  $Z$  se  $p \neq \pm 1$  e os únicos divisores de  $p$  são  $\pm 1$  e  $\pm p$ .*

- 3) Livro: "Números: Racionais e Irracionais" de Ivan Niven, editado pela Sociedade Brasileira de Matemática em 1984.

Nas páginas 12-13 o autor nos diz:

*Um primo é um número natural que tem exatamente dois divisores: ele mesmo e 1. Os primeiros primos em ordem crescente são:  
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...*

*Observe que 1 não está na relação dos primos. O fato de 1 não ser primo, é uma convenção matemática ou, em outras palavras, é uma questão de definição. Os matemáticos convencionaram não chamar 1 de primo. A decisão poderia ter sido a contrária, isto é, incluir 1 entre os primos. mas com a exclusão do 1, torna-se possível enunciar proposições a respeito de primos, sem fazer exceções ou dar qualificações, como mostraremos mais adiante.*

Vimos que a resposta para a questão da inclusão do número um entre os números primos variou do "é" para o "pode ser" e chegou ao "não é". Isso não deveria ter nada de estranho pois tal como a situação da mulher na sociedade ou os nossos hábitos alimentares ou os nossos preconceitos, também os conceitos matemáticos são construções culturais, são obras da humanidade.

Também não deveria ser motivo de "estranhamento" que estas obras sofram influência do tempo e do lugar, mas aparentemente ao mesmo tempo em que tecemos nossas teias de convenções vamos nos enredando nelas de tal maneira que às vezes ficamos presos. Alguns filósofos já se expressaram dizendo que seria necessário "retirar o véu" que encobre a realidade para que pudéssemos observá-la mais diretamente. Há véus sobre véus, teias sobre teias, e a única "esperança" que podemos ter de conhecer é apostar na construção coletiva, pela humanidade, desse conhecimento. Dizem que os cientistas procuram "a verdade". Mas, pobres cientistas, há também várias formas de entender o que seja a "verdade" e até alguns matemáticos contribuíram com idéias sobre o que é a verdade e como é possível reconhecê-la, veremos isso em outra ocasião.

Em nossos livros didáticos o status do número um como "primo" sofreu variação significativa. Será que o mesmo ocorre em outros países? Será que em todos os lugares há a preocupação em saber se um determinado número é primo ou não?

De qualquer modo, vimos que hoje, em nossa sociedade, o número um não é considerado primo. Porquê?

### **b) Teoria do Complô**

A explicação é muito simples. O teorema fundamental da aritmética reza que: "todo número deverá ser decomposto em fatores primos de forma única". A presença do "um" no rol dos primos iria contrariar esse dogma pois então o número 6 poderia ser representado de duas maneiras:  $6 = 3 \times 2 \times 1$  ou  $6 = 3 \times 2$ . A decomposição deixaria de ser única. Mas, qual o problema?

Bem poucos matemáticos poderiam explicar em detalhes e de maneira a ser entendidos por muitas pessoas as razões para isso, daí que muitos deles - mesmo professores universitários - acabam apresentando esse fato como um dogma de fé. Poderíamos chamar a esses professores de "Adoradores do Teorema Fundamental da Aritmética".

Essa adoração é do mesmo tipo que a adoração que tribos indígenas fazem ao Sol, ou a Lua ou a algumas espécies de animais. Sua relutância em refletir sobre isso é equivalente à relutância de um católico em questionar o dogma da Santíssima Trindade. Ora, as crenças das pessoas também podem ser estudadas historicamente mas não é esse o nosso objeto. Temos que estudar a matemática, mas afinal pensávamos que a matemática fosse um modelo de "Ciência" e vemos que ela confunde-se com a religião: isso é um paradoxo pois a ciência quer "saber", quer "duvidar" ao passo que a religião exige a "fé", a "crença", a "aceitação". (Há mais pontos de contado entre elas do que poderíamos supor partindo dessa oposição clássica)

No mundo os matemáticos são minoria, mas por razões que não são bem conhecidas eles acabam ocupando postos importantes dentro das Universidades, nos órgãos de assessoria dos governos, dentro das próprias seitas religiosas e nas empresas privadas. Aí eles exercem o poder para divulgar suas crenças: é por isso que hoje nas escolas as criancinhas são obrigadas a aprender que o número um não é primo, os Adoradores do Teorema Fundamental da Aritmética determinaram que assim seja. Essa é a teoria do "complô", usada por muitos grupos para justificar a perseguição ou a substituição destes que ocupam essas posições por outros que lhes sejam mais favoráveis.

Na História a teoria do complô já foi utilizada muitas vezes para justificar guerras e assassinatos de muitas espécies, podemos mencionar a teoria do complô dos judeus, dos "muçulmanos" e a versão oposta contra os "cristãos", dos ricos contra os pobres e dos pobres contra os ricos, e até a do PT contra a classe média que deveria ceder vaga em seus quartos para os mais pobres. Vocês dão risada, mas o "complô" tem servido de justificativa para muitas barbaridades.

Não devemos apelar para a aparente facilidade da teoria do complô para explicar as coisas que aparentemente não têm explicação. Poderíamos dizer que a condição feminina de inferioridade em relação aos homens resulta de um complô dos machos? Olhando para o passado vimos que os homens discriminavam vergonhosamente as mulheres, mas devemos condená-los?

Na verdade, quando olhamos para o passado nós o fazemos com a intenção de compreender o presente. O mundo daquela época encontrava-se subordinado a algumas regras (teias) que determinavam que a maioria das pessoas se comportasse daquela forma, mas havia ou podia haver exceções e - isso é muito importante! - as regras poderiam ser mudadas, e acabaram sendo, só que ao longo de muito tempo.

Por situações sociais e econômicas as mais variadas - algumas das quais bem descritas no livro "O Fracasso da Matemática Moderna" de Morris Kline - aos matemáticos Adoradores do Teorema Fundamental da Aritmética foi dado o poder de definir aquilo que deveria ser estudado pelas criancinhas, e eles - entre outras coisas - determinaram que o número um não seria mais primo.

Ora, aquilo que é tecnicamente relevante para os matemáticos que vão trabalhar com teoria do números - e é relevante só para eles! - acaba sendo norma geral aplicável para todas as pessoas. Infelizmente essas pessoas não têm nenhum interesse pela teoria do números e não estão preocupadas com questões técnicas que dizem respeito apenas a especialistas. Então esse fato banal "o número um não é primo" acaba se somando a muitos outros semelhantes e dão às pessoas a impressão de que a Matemática é algo em que se deve acreditar. Outros pequenos exemplos de tecnicidades aceitas de forma acrítica são: "uma reta é paralela a si mesma", "zero é um número natural".

Nestes casos não entram em consideração questões de natureza epistemológica e psicológica, como por exemplo:

- A idéia de "ser paralela" não pressupõe uma "outra" reta? Ser "paralela", não é ser paralela a alguma coisa?

- Números "naturais" não designam quantidades que surgem "naturalmente" quando alguém faz a pergunta: "quantos" ? Quantos E. T. há nessa sala? Alguém pensa em responder: "zero" ?

Fiquem atentos! Cada vez que vocês não souberem explicar o motivo ou a razão pela qual agem de determinada maneira poderão estar, por falta de conhecimento, dando razão de fé a coisas que possuem explicação. Cada vez que vocês apelarem para a "teoria do complô" poderão estar disfarçando sob um manto de cientificidade crenças que são oriundas de preconceitos e que não resistem a uma análise histórica.

### **c) Os números primos e a religião**

Nesse texto vimos, através de um exemplo pontual, que a análise histórica pode ser feita mesmo por um professor de sala de aula distante de qualquer Universidade. Basta tomar como "fontes" os próprios livros didáticos e pensar sobre as diferenças que existem entre eles em épocas às vezes não muito distantes. O ato de discutir essas diferenças com outros professores e com os próprios alunos permite que se avance no conhecimento abrindo a possibilidade de se questionar "crenças" que não são justificáveis.

Em geral, a atitude do professor não deve ser a de "apresentar" definições e sim a de construir em conjunto com seus alunos definições sujeitas às conveniências próprias. Questioná-las conscientemente é um exercício que pode dar ao professor e aos alunos a deliciosa sensação de estar fazendo matemática.

A crença de que a matemática é mais difícil do que as demais ciências, ou de que ela é mais abstrata, ou ... coisas desse tipo; resulta de idéias pré concebidas com as quais ainda iremos nos confrontar.

A continuação desse texto exigiria que eu desse mais algumas informações sobre a relação bastante antiga entre a matemática e a religião, voltarei a esse assunto quando conversarmos sobre os pitagóricos.