

MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE É? POR QUE? COMO?

Jonei Cerqueira Barbosa¹

Resumo

Nesse artigo, apresento algumas idéias teóricas sobre Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Usando exemplos de sala de aula e colocando ênfase sobre aspectos sócio-culturais, Modelagem é relacionada a problemas com referência na realidade. A integração de Modelagem no currículo escolar também é discutida.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, sala de aula.

Abstract

Mathematical Modelling: what is? Why? How?

In this paper, I present some theoretical ideas about modelling in mathematics education. Using examples from classrooms and putting emphasis on socio-cultural aspects, modelling is related to problems that are rooted in reality. The integration of modelling into the mathematics curriculum is also discussed.

Key-words: Mathematics Education, Mathematical Modelling, classroom.

Para início de conversa...

Modelagem Matemática tem sido o foco de minha atenção nos últimos anos. Tenho desenvolvido atividades dessa natureza em minhas aulas, acompanhado outros professores e conduzido investigações. Nessas práticas, muitos colegas me perguntam sobre o tema: o que é Modelagem? Por que fazer Modelagem? Como fazer Modelagem? Esse artigo é justamente uma tentativa de oferecer subsídios para as pessoas compreenderem uma maneira (e não a maneira) de entender Modelagem na perspectiva da Educação Matemática

Muitas vezes, Modelagem é conceituada, em termos genéricos, como a aplicação de matemática em outras áreas do conhecimento, o que, a meu ver, é uma limitação teórica. Dessa forma, Modelagem é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo. Com isso, não quero dizer que exista a necessidade de se ter fronteiras claras, mas de se ter maior clareza sobre o que chamamos de Modelagem.

Outras vezes, os parâmetros da Matemática Aplicada, expressas em esquemas explicativos, como os encontrados em Edwards e Hamson (1996), são emprestados para definir Modelagem. A principal dificuldade diz respeito aos quadros de referências postos pelo contexto escolar: aqui, os

¹ Doutor em Educação Matemática pela UNESP (Campus de Rio Claro). Atualmente, é professor e coordenador do curso de Licenciatura em Matemática das Faculdades Jorge Amado.
Home-page: <http://sites.uo.com.br/joneicb>
E-mail: joneicb@uol.com.br

objetivos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas diferem dos modeladores profissionais (Matos e Carreira, 1996).

Parece-me que os esquemas explicativos, trazidos da Matemática Aplicada, soam como passos prescritivos sobre a atividade dos alunos, os quais são avaliados em termos do que falta para chegarem o uso ‘adequado’ deles.

Diante dessas limitações, sugiro que façamos uma reflexão sistemática sobre Modelagem a partir dos parâmetros da própria Educação Matemática. Isso não significa uma separação da Matemática Aplicada, com a qual temos uma forte intersecção, mas a singularização do objeto no campo da Educação Matemática. Penso que para dar conta desse propósito, deve-se tomar as práticas correntes de Modelagem como objeto de crítica.

Nesse artigo, apresento alguns de meus entendimentos sobre Modelagem, resultantes justamente da reflexão permanente que tenho realizado sobre a questão ‘O que é isso, Modelagem?’. Trata-se de uma perspectiva sobre Modelagem Matemática, apresentada aqui para fertilizar o debate a respeito do tema.

Por que Modelagem?

Muito se tem discutido sobre as razões para a inclusão de Modelagem no currículo (Bassanezi, 1994). Em geral, são apresentados cinco argumentos: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da matemática.

Como atesta Blum (1995), eles são todos importantes e representam as facetas da Modelagem na educação escolar. Porém, eu gostaria de colocar a ênfase no último da lista acima, pois ele está diretamente conectado com o interesse de formar sujeitos para atuar ativamente na sociedade e, em particular, capazes de analisar a forma como a matemática é usada nos debates sociais.

Diversos estudos têm agendado as dimensões sócio-críticas da Educação Matemática (Atweh, Forgasz & Nebres, 2001; D’Ambrósio, 1996; Skovsmose, 1994). Reconhecidamente, ao redor das aplicações da matemática, persiste um certo consenso acerca da veracidade e confiabilidade, denotando o que Borba e Skovsmose (1997) chamam de *ideologia da certeza*, o que pode dificultar a inserção das pessoas nos debates sociais.

Creio que as atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática. Discussões na sala de aula podem agendar questões como as seguintes: O que representam? Quais os pressupostos assumidos? Quem as realizou? A quem servem? Etc. Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo.

Com essa perspectiva, creio que Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, o que me parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas.

Com essa discussão, quero sugerir a noção de primado da argumentação. Em estudo anterior (Barbosa, 2001), concluí que o argumento de maior força nas concepções de professores interfere no *design* das atividades de Modelagem. Portanto, ao tomar o argumento de que Modelagem leva os alunos a compreender o papel sócio-cultural da matemática, quero justamente enfatizar esse aspecto nas atividades de sala de aula. Com isso, não quero dizer que os demais argumentos postos na literatura são inválidos, mas que são iluminados por esse último.

O que é uma atividade de Modelagem?

Toda atividade escolar oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar. Isso refere-se à noção de ambiente de aprendizagem apresentada por Skovsmose (2000). No caso de Modelagem, são colocadas algumas condições que propiciam determinadas ações e discussões singulares em relação a outros ambientes de aprendizagem.

A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

Imagine que o professor propõe aos alunos o estudo do impacto da contribuição social (trata-se de um imposto cobrado pelo Governo Brasileiro para manutenção do sistema previdenciário) no salário das pessoas. Os alunos, por certo, terão que formular questões, buscar dados, organizá-los, abordá-los matematicamente, avaliar os resultados, traçar novas estratégias, etc. Aqui, os alunos, mesmo supondo que o professor oferecesse um problema inicial, teriam que formular questões para dar conta de sua resolução e investigar formas de resolvê-las.

Apesar das situações terem origem em outros campos que não a matemática (Blum e Niss, 1991), os alunos são convidados a usarem idéias, conceitos, algoritmos da matemática para abordá-las. Além de aplicar conhecimentos já adquiridos, como tradicionalmente tem sido assinalado, há a possibilidade de os alunos adquirirem novos durante o próprio trabalho de Modelagem (Tarp, 2001).

A par do comentário de Niss (2001) sobre a forte presença na literatura de atividades altamente simplificadas e idealizadas, devo sublinhar que não considero situações fictícias no âmbito da Modelagem. Estou interessado em situações cujas circunstâncias se sustentam no mundo social e não são criadas (no sentido estrito da palavra) por alguém. Skovsmose (2000) fala que atividades desse porte têm referência na realidade.

Devido ao pouco espaço para estender a discussão, posso resumir dizendo que Modelagem, para mim, é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.

Tentei clarificar, para mim mesmo, o que entendo por Modelagem, tomando em conta a especificidade da Educação Matemática. O leitor poderá observar que tentei caracterizá-la em termos do contexto no qual é desenvolvido (a escola), a natureza da atividade (investigação) e os domínios que envolve (matemática e áreas com referência na realidade). Esse entendimento pretende delimitar uma certa região que abrange as atividades que chamo de Modelagem.

Qual o lugar de Modelagem no currículo?

Há várias maneiras de implementar Modelagem no currículo. Tenho evitado uma abordagem compartimentada, onde Modelagem constitui-se uma 'ilha' dentre as outras atividades. Incorporá-la na escola deve significar também o movimento do currículo de matemática para um paradigma de investigação (Skovsmose, 2000).

A dissonância não estimula a problematização e investigação. Araújo e Barbosa (2002) relatam estudo onde os alunos elaboraram problemas fictícios, altamente idealizados, pois esse tipo de atividade era estimulado pelo professor nas demais atividades curriculares. Isso sugere a importância de existir uma consonância entre Modelagem e as outras tarefas escolares.

A literatura tem apresentado experiências de Modelagem que variam quanto à extensão e às tarefas que cabem ao professor e aluno. Galbraith (1995) apresenta uma idéia poderosa para abordar essa diversidade de *designs*. O autor fala em níveis de Modelagem. Inspirado nessa idéia, vou preferir falar em regiões de possibilidades, os quais chamarei simplesmente de ‘casos’. Permita-me numerá-los de 1 a 3 e lembrar que todos os casos estão subordinados à compreensão de Modelagem posta na secção anterior.

No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. Citarei um exemplo extraído de minha própria sala de aula no qual solicitei aos alunos para investigar sobre os planos de pagamento disponíveis no mercado para ter o acesso à internet. Coletei os preços de uma companhia que oferece o serviço de internet, como mostrado na figura 1, e pedi que os alunos decidissem pelo melhor plano.

	Assinatura mensal (R\$)	Tempo de acesso incluído (h)	Tempo adicional por hora (R\$)
Plano 1	17,95	-	0,73
Plano 2	27,95	15	0,53
Plano 3	49,95	60	0,35
Plano 4	75,95	150	0,35

Tabela 1

Nesse caso, os estudantes trataram com “um problema” que qualquer pessoa poderia enfrentar no dia-a-dia. Eles não sabiam exatamente como proceder, porém não foi necessário coletar mais dados para resolvê-lo. A investigação tomou pouco tempo, cerca de 150 minutos (ou 3 aulas), incluindo a discussão dos resultados.

Já no caso 2, o alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas. Por exemplo, em outra turma, apresentei a seguinte questão: “Quanto custa ter acesso a internet?” Discuti com os estudantes o problemas, porém não dei nenhuma tabela de preços e os varios grupos ficaram responsáveis para a coleta daqueles que julgavam necessários para resolver o problema. Eles tiveram que selecionar as variáveis importantes e traçar estratégias de resolução. Essa atividade demandou mais tempo que a anterior, consumindo algumas semanas. Durante esse tempo, os alunos trabalharam fora da sala de aula e discutiram comigo em sala o desenvolvimento da tarefa. O projeto foi concluído com uma apresentação oral por cada grupos e subsequente discussão. Nesse caso, o professor teve menos controle sobre as atividades dos alunos e esses tiveram uma maior oportunidade de experimentar todas as fases do processo de Modelagem.

E, por fim, no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. Essa forma é muito visível na tradição brasileira de Modelagem (Bassanezi, 1994; Fiorentini, 1996).

Para ilustrá-lo, citarei uma atividade que desenvolvi quando era professor de Matemática no curso de Administração de Empresas. Os alunos foram convidados a escolherem temas de interesse. Telecomunicações, fome, inflação, marketing e a taxa de contribuição social foram citados pelos 5 grupos de estudantes. Focarei minha discussão sobre o grupo que escolheu o último tema: a taxa de contribuição social.

Os estudantes iniciaram levantando questões sobre o tópicos. No início, eles não possuía uma idéia clara sobre como proceder. À medida que se tornavam mais familiares com o tema e as variáveis, e após discussões com o professores, eles escolherem uma questão singular para perseguir: Qual é o impacto da contribuição social sobre os salários? Daí, eles tiveram que coletar e organizar dados antes que pudessem resolver o problema. Nesse caso, a atividade de Modelagem tomou considerável tempo em relação aos casos anteriores, em particular pela dificuldade inicial dos alunos em formular o problemas. Como no caso prévio, o professor acompanhou o trabalho dos alunos nas salas, mas tiveram que desenvolver a maior parte em tempo extra.

Uma decorrência do desenvolvimento de atividades de Modelagem do tipo 3 é a possibilidade de ser uma fonte de problemas para uso em outras turmas. Sugiro isso a colegas os quais possuem dificuldades de encontrar atividades de Modelagem.

Do caso 1 para o 3, a responsabilidade do professor sobre a condução das atividades vai sendo mais compartilhada com os alunos. Os casos não são prescritivos, mas, como insinuei anteriormente, trata-se da idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade.

	Case 1	Case 2	Case 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Figure 2. Tarefas no processo de Modelagem.

Os três casos ilustram a flexibilidade da Modelagem nos diversos contextos escolares. Em certos períodos, a ênfase pode ser projetos pequenos de investigação, como no caso 1; em outros, pode ser projetos mais longos, como os casos 2 e 3. Mas, seja como for, quero sublinhar a perspectiva crítica nessas atividades e a consideração de situações, de fato, ‘reais’ como subjacentes a eles.

Algumas palavras finais...

Esse artigo é fruto das reflexões que tenho realizado nos últimos tempos sobre a questão ‘O que é Modelagem Matemática?’. A expectativa não era e não é formular um entendimento final e acima dos demais, mas excitar o pensamento a se debruçar sobre o significado e o lugar da Modelagem na Educação Matemática.

Como decorrência, argumento que os parâmetros da Matemática Aplicada, expressa nos esquemas explicativos, são limitados para embasar Modelagem na Educação Matemática. Parece-me que o que ocorre na sala de aula é de natureza diferente, porém não disjunta, da atividade dos modeladores profissionais. Daí, a reivindicação de tomar o *locus* da Educação Matemática para teorizar sobre Modelagem.

A seguir, tomando em conta essas considerações, tentei sistematizar minhas próprias reflexões sobre Modelagem. Partindo de uma perspectiva crítica, coloquei a ênfase na problematização e investigação e no estudo de situações reais e introduzi a noção de casos inspirado em Galbraith (1995).

As idéias, aqui, postas representam uma sistematização com o fim de nutrir a própria prática. Esse processo é inconcluso e está envolto num ciclo permanente de crítica. Com esse artigo, ao contrário de desejar congelar as idéias aqui postas, quero colocá-las em movimento. Trata-se tão somente de convite para o debate.

Referências

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. *Face a face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam e conduzem esta atividade?* 2002. 22 p. No prelo.

ATWEH, B.; OCHOA, M. D. A. Continuous in-service professional development of professors and school change: lessons from Mexico. In: ATWEH, B.; FORGASZ, H.; NEBRES, B. (Ed.). *Sociocultural research on Mathematics Education: an international perspective*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2001. cap. 10, p. 167-183.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM

EDWARDS, D.; HAMSON, M. *Guide to Mathematical Modelling*. Boca Raton: CRC Press, 1990. 277 p.

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOYER, C. et al (Ed.) *Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications*. Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995. p. 1-20.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, feb. 1991.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning for mathematics*, Kingston, v. 17, n. 3, p. 17-23, nov. 1997.

BASSANEZI, R. Modelagem Matemática. *Dynamis*, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, abril/jun. 1994.

FIorentini, D. *Brazilian research in mathematical modelling*. Sevilla: ICME, 1996. 20 p. Paper presented in the GT-17at 8th International Congress on Mathematical Education, Sevilla, 1996.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004. 7

GALBRAITH, P. Modelling, teaching, reflecting – what I have learned. In: SLOYER, C. et al. *Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications*. Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995. p. 21-45.

MATOS, J. F.; CARREIRA, S. The quest for meaning in alunos' mathematical modelling activity. In: CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 20., 1996, Valencia. *Proceedings...* Valencia: Universitat de València, 1996. p. 345-352.

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: J. F. MATOS et. al. *Modelling and Mathematics Education*. Chichester: Ellis Horwood, 2001. p. 72-88.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1994. 246 p.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TARP, A. Mathematics before or through applications: Top-down and bottom-up understandings of linear and exponential functions. In: MATOS, J. F. et al. (Eds) *Modelling and mathematics education*. Chichester: Ellis Horwood, 2001. p.119-129.