



A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ONDE ESTAMOS E PARA ONDE IREMOS?

Lourdes de la Rosa Onuchic¹

Inicialmente quero agradecer o convite feito para participar como conferencista nestas Jornadas e manifestar minha alegria em estar com vocês.

A programação, da IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática, baseia-se no tema “A complexidade da sala de aula na contemporaneidade”.

Para falar sobre esse assunto primeiramente decidi olhar para a Matemática.

Num artigo, de janeiro de 1997, escrito por um professor de Matemática da Columbia University – USA – Hyman Bass – intitulado *Mathematicians as Educators (Matemáticos enquanto educadores)*, pude ler uma mensagem que é amplamente ouvida hoje, que diz

As profissões das ciências matemáticas estão numa fase de transição, da qual elas podem emergir menores ou redistribuídas ou até mais dispersas. Sabemos que não somos uma espécie em perigo, mas sabemos que nossa saúde depende de sermos capazes de transcender às nossas tendências históricas para o isolamento, em nosso desejo de ultrapassar a todas as nossas comunidades irmãs ou clientes. (BASS, 1997, p. 18)

Uma pergunta que tenho feito, com certa frequência, é: quando se fala em “ciências naturais e matemática” o que se entende? E, nesse artigo, Bass diz que a cultura matemática continua sua profunda investigação das estruturas fundamentais de número, espaço, dinâmica, agora com o adicional poder exploratório e processual da nova tecnologia. Essas investigações são guiadas parcialmente por uma evolução puramente intelectual, mas também

¹ Doutora em Matemática pela USP - São Carlos/SP. Professora e Pesquisadora Voluntária da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/UNESP - Rio Claro/SP. Coordenadora do GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas. Email: Ironuchic@gmail.com.

basicamente pelas ciências naturais para as quais a Matemática fornece a linguagem e os conceitos adequados para descrição, análise, modelação e simulação. A Matemática provê até ferramentas para projetos e simulações para a engenharia, para a tecnologia e até para a organização dos processos de decisão industriais. Assim, a fase de transição citada por ele envolve muitas mudanças de foco, desde a importante matemática para aplicações até o trabalho interdisciplinar com as ciências natural e social.

Já, a área em que estamos trabalhando – a Educação Matemática – é relativamente nova, e leva a debates intensos professores de matemática de todos os níveis de ensino, educadores matemáticos trabalhando em um campo de estudos, matemáticos colaborando em currículos, seus conceitos e conteúdos, suas técnicas operatórias e suas muitas e diferentes aplicações.

Mas, qual seria a nossa concepção de Educação Matemática? O que consideramos importante nos processos de ensino e aprendizagem para trabalhar bem com nossos alunos? Muito se fala e muito se quer justificar sobre o nome Educação Matemática.

A Educação Matemática está modelada para produzir conhecimento matemático apropriado, com compreensão e habilidades para diferentes populações de estudantes. A emergência de uma economia mundial altamente competitiva e tecnológica tem, fundamentalmente, ampliada as demandas da Educação Matemática. Essas mesmas mudanças têm feito crescer as demandas de uma alfabetização matemática para a participação responsável e informada de uma sociedade moderna democrática. E, quando a maioria de estudantes fracassa e/ou abandona o estudo de Matemática, que é a porta de entrada para a competência e a literacia, isto é julgado como uma deficiência, não dos estudantes, mas do sistema educacional.

Chegou, então, a hora de os cientistas matemáticos reconsiderarem seu papel como educador. Bass diz que

Saber alguma coisa para si mesmo ou para se comunicar com um colega especialista, não é a mesma coisa que sabê-la para explicar a um aluno. E diz, ainda, que a Pedagogia, como uma linguagem em si mesma, pode ou liberar ou aprisionar ideias e inspirar ou sufocar o pensamento construtivo. (BASS, 1997, p. 20)

A Educação Matemática, diferente da Matemática em si mesma, não é uma ciência exata. Ela é muito mais empírica e inerentemente multidisciplinar. Seus fins não são um fechamento intelectual, mas o de ajudar outros seres humanos, com tudo da incerteza e das muitas tentativas que vincula. É uma ciência social, com seus próprios padrões de evidência,

métodos de argumentação e construção de teorias, discurso profissional, etc. Ela tem uma base de pesquisa estabelecida, da qual grande parte foi aprendida nas poucas décadas passadas, e que tem uma importante capacidade de desempenho educacional pelo qual os matemáticos acadêmicos são responsáveis.

Falando dos Estados Unidos, Bass disse que matemáticos e educadores matemáticos, na escola básica e nos demais níveis graduados, historicamente têm estado culturalmente e profissionalmente separados, que há uma separação visível nas diferentes agendas e culturas, tornando-se isso claro para qualquer um que contempla a necessidade de melhora na educação matemática e que esse problema não pode ser realisticamente segmentado. Como cientistas matemáticos, como pesquisadores de Educação Matemática, como professores universitários e professores do ensino básico devemos observar nossas pesquisas, na graduação e na pós-graduação, relacionadas ao trabalho de sala de aula, como parte de um empreendimento que nos leve a aprender a nos comunicarmos e a colaborarmos uns com os outros.

Uma vez que o objetivo da Educação Matemática é a aprendizagem do aluno, no Brasil onde estamos? Como está nossa Educação Matemática? O que estamos produzindo? Como nossa pesquisa acadêmica se relaciona com a nossa educação básica? Há transferência do produto de nossas dissertações e teses para o professor de sala de aula?

No ano 2000, no Yearbook do NCTM, Stephen S. Willoughby, falando em *Perspectivas sobre Educação Matemática*, disse que

A matemática tem desempenhado um importante papel no desenvolvimento da sociedade desde os tempos pré-históricos até o presente. Que hoje esse papel é mais significativo do que antes e promete tornar-se ainda mais no futuro. Assim, a Educação Matemática é de grande interesse e suscita grandes debates, sendo que muitos dos argumentos e práticas que pedem atenção hoje parecem notadamente semelhantes àqueles do passado. (WILLOUGHBY, 2000, p. 1)

Willoughby nesse artigo levanta as seguintes questões: Onde estamos? E para onde iremos? Disse ele que a quantidade de Matemática que se espera dos estudantes tem dramaticamente crescido ao longo do tempo. Citando ideias de filósofos no decorrer da humanidade que influenciaram o ensino e a aprendizagem da matemática, chega-se ao século XX que, atravessando uma sequência de reformas, pôde apresentar uma sequência de tendências e perspectivas inovativas sempre almejando o mesmo fim: a aprendizagem da matemática.

Esse autor também se perguntava: Por que a Educação Matemática se mostra tão importante para o século XXI? Qual o papel da tecnologia nesse processo? Termina perguntando: Para onde iremos? E se expressa assim: Embora eu não saiba para onde iremos,

tenho fortes opiniões sobre algumas coisas que poderiam ser feitas para melhorar a educação matemática:

- Precisa-se ensinar tanto as habilidades básicas quanto as de ordem superior;
- Os estudantes deveriam ser levados a acreditar que podem imaginar, representar e compreender a maior parte da matemática trabalhada mesmo se tiverem esquecido um fato ou nunca o tivessem aprendido;
- Quando se estivesse usando uma nova tecnologia, o aluno deveria estar seguro de que há uma clara vantagem pedagógica para ela;
- Que a educação matemática deveria ser uma atividade para a vida toda e que facilidades para a educação matemática deveriam estar disponíveis;
- Que a matemática deveria ser aprendida como um todo integrado, começando com atividades concretas e intuitivas para o aprendiz;
- Que todos os estudantes poderiam aprender matemática e que pudessem se mostrar desejosos e capazes de usá-la de modo eficiente;
- Que excelentes professores conhecessem diferentes caminhos para ajudar seus alunos a aprender matemática e que, antes de prescrever-se métodos particulares, se pudesse avaliar seus resultados: conhecimentos de conteúdo, habilidade e desejo de usar apropriadamente a matemática trabalhada.

Disse ele que o mundo está em mudanças, que a tecnologia está mudando, que a matemática está mudando e que, portanto, a Educação Matemática – e a percepção da sociedade e o apoio para ela – precisa mudar para ir de encontro às necessidades do século XXI.

Onde entra, na Educação Matemática, a Resolução de Problemas?

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), problemas nos currículos remontam pelo menos aos antigos egípcios, chineses e gregos e citam, como exemplos, o *Papiro de Ahmes* copiado pelo escriba Ahmes, em 1650 A. C., de um documento mais antigo ainda, um manuscrito matemático egípcio que contém uma coleção de problemas e outro que é um documento chinês de cerca de 1000 A.C.

Esses problemas, dizem eles, eram criados por alguém que os apresentava a outros que passavam a conhecê-lo e conseguiam chegar à solução. Os séculos passaram e problemas com tratamento semelhante são encontrados até em livros de matemática dos séculos XIX e XX. Mas, o que transparece nesses exemplos é uma visão muito estreita da aprendizagem da resolução de problemas. Até tempos bastante recentes, ensinar resolução de problemas significava apresentar problemas e, talvez, incluir uma técnica de resolução específica. Uma atenção mais moderna ao desenvolvimento de habilidades nos alunos em resolução de problemas, nos livros-texto, apresenta-se colorida, com desenhos, chamando a atenção para fatos da vida real, mas sempre com alguém resolvendo o problema e deixando-se uma lista com problemas semelhantes para serem resolvidos.

Stanick e Kilpatrick escreveram que é irônico dizer que enquanto educadores matemáticos profissionais nas Faculdades e nas Universidades, em seu país, começavam a crescer, o lugar da Matemática no currículo escolar estava sendo prejudicado. Educadores matemáticos tentavam ajustar-se às ideias e aos tempos de mudança, abraçando as ideias dos críticos, mas o conflito resultante das tradições em disputa levou a uma crise na educação matemática dos anos 1930. Uma crise que, em 1989, no entender desses autores, ainda não fora resolvida. Eles continuam dizendo que é especialmente irônico que, parcialmente, por causa desse ataque ao lugar da Matemática no currículo escolar, muitos dos nossos antecessores, embora advogando os benefícios da matemática para o desenvolvimento humano, não se sentiam à vontade com a ideia de dar aos problemas um papel tão grande no currículo.

Esses acontecimentos podem ter preparado o terreno para que os educadores matemáticos comessem a pôr ênfase mais específica no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, mas o confronto das ideias básicas sobre a inteligência humana, da educação e do currículo escolar, ainda hoje permeia as discussões sobre resolução de problemas.

Stanic e Kilpatrick observam que, se olharmos para a resolução de problemas nos currículos de matemática nas escolas, desde o antigo Egito até o presente, três diferentes temas gerais caracterizam-na: *resolução de problemas como contexto*, *resolução de problemas como habilidade* e *resolução de problemas como arte*.

Buscando por novas diretrizes e perspectivas para a pesquisa em Resolução de Problemas, no ICME 11, de 2008, no México, nos deparamos com o artigo *Future Directions and Perspectives for Problem Solving Research and Curriculum Development*, dos autores Lyn English, Richard Lesh e Thomas Fennewald.

Nesse trabalho os autores dizem que, desde a década de 60, numerosos estudos sobre resolução de problemas têm revelado a complexidade do domínio e a dificuldade em transferir descobertas da pesquisa para a prática. Dizem que a literatura mostra que o impacto da pesquisa em resolução de problemas no currículo de Matemática tem sido limitado e, além disso, o acúmulo de conhecimento sobre o ensino de resolução de problemas tem sido lento.

Esses autores, na introdução desse artigo, realçam que

A pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos recebeu muita atenção nas últimas décadas. Entre os desenvolvimentos notáveis estão o trabalho pioneiro de Polya (1945) sobre como resolver problemas; os estudos de hábeis resolvidores de problemas (por exemplo, Anderson, Boyle, & Reiser, 1985); a pesquisa sobre o ensino de estratégias em resolução de problemas; e heurísticas e posteriores

processos metacognitivos (por exemplo, Charles & Silver, 1988; Lester, Garofalo e Kroll, 1989); e, mais recentemente, estudos sobre modelação matemática (por exemplo, Lesh, English, 2007). Presentemente, perspectivas já existentes, há muito tempo sobre resolução de problemas têm tratado essa pesquisa como um tópico isolado, onde as habilidades em resolução de problemas são assumidas para desenvolver, através da aprendizagem inicial de conceitos e procedimentos seguidos pela prática de "problemas com enunciados", através da exposição a uma série de estratégias (por exemplo, "desenhe um diagrama", "adivinha e verifique") e, finalmente, através de experiências em aplicar essas competências para resolver problemas "recentes" ou "não-rotineiros".

Eles relatam, também, que o desenvolvimento de uma teoria importante é também muito esperado e, escrevem assim

Nós mostramos como novas perspectivas sobre o desenvolvimento de habilidades em resolução de problemas podem contribuir para o desenvolvimento da teoria, em guiar o projeto de convenientes atividades de aprendizagem. Em particular, exploramos uma perspectiva de modelos e modelação como uma alternativa para as visões existentes sobre resolução de problemas. (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.1)

E enfatizam a necessidade urgente de levar em consideração a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje e para, de acordo com isso, modernizar nossas perspectivas sobre o ensino e a aprendizagem de resolução de problemas e de conteúdo matemático através da resolução de problemas.

Quando ensinada dessa maneira, a resolução de problemas é vista como independente e isolada do desenvolvimento de ideias, compreensões e processos matemáticos essenciais. Apesar dessas décadas de pesquisa e do desenvolvimento curricular associado, parece que as habilidades em resolução de problemas dos estudantes ainda necessitam de uma melhora substancial, especialmente devido à rápida natureza mutável do mundo atual (Kuehner & Mauch, 2006; Lesh & Zawojewski, 2007; Lester & Koehle, 2003).

O estado atual dessas ocorrências não tem sido ajudado devido ao notável declínio da quantidade de pesquisas em resolução de problemas que foram conduzidas na década passada. Muitos fatores foram identificados como contribuintes para esse declínio. Tais fatores incluem as tendências cíclicas de desencorajamento na política e nas práticas educacionais; a limitada pesquisa sobre o desenvolvimento de conceitos e de resolução de problemas; o conhecimento insuficiente, em resolução de problemas, dos estudantes fora da sala de aula; a natureza mutável dos tipos de resolução de problemas; o pensamento matemático necessário para fora da escola; e a falta de acúmulo de pesquisa em resolução de problemas (Lesh & Zawojewski, 2007).

Esses autores salientam que

Em Educação Matemática, a pesquisa em resolução de problemas tem focado primeiramente sobre os *problemas com enunciado* do tipo enfatizado nos livros-texto ou nos testes escolares – onde "problemas" são caracterizados como atividades que envolvem *ir dos dados para os objetivos quando o caminho não é óbvio*. Com tais situações em mente, o livro *How to Solve It* (1945), de Polya, introduziu a noção de heurísticas - como *fazer um desenho, trabalhar de trás para frente, olhar para um problema semelhante, ou identificar os dados e os objetivos* (mais tarde referidos, por educadores matemáticos, como *estratégias*) – cujos pesquisadores, em Educação Matemática, imediatamente reconheceram serem úteis para gerar descrições, feitas depois do ato, dos comportamentos passados por muitos hábeis resolvidores de problemas. Mas, mesmo para resolvidores de problemas menos experientes, essas mesmas heurísticas também eram esperadas para dar respostas úteis para a pergunta: "*O que devo fazer quando eu estou impedido de prosseguir?*" (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.2)

Infelizmente, dizem eles, os últimos 50 anos de investigação não deram validação para essas últimas expectativas. *No entanto, alguma esperança continua!* E a maioria das pesquisas passadas tem ido em frente para investigar as seguintes questões:

- (a) *Podem as heurísticas estilo-Polya serem ensinadas?*
- (b) *O fato de aprender as estratégias (heurísticas) tem provocado impactos positivos sobre as competências dos estudantes?*

Quase não existe pesquisa que tenha dado definições operacionais úteis para responder a questões mais fundamentais como:

- (a) *O que significa "entender" heurísticas tipo-Polya?*
- (b) *Como (e de que maneira) é que essas compreensões se desenvolvem?*
- (c) *Qual é a natureza dos níveis iniciais de desenvolvimento?*
- (d) *Como o desenvolvimento pode ser observado, documentado e medido (ou avaliado), de forma confiável?*

Até que os pesquisadores desenvolvam respostas úteis para essas duas últimas perguntas, não é razoável esperar que um progresso significativo seja feito sobre as duas questões anteriores. (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.2)

Apesar da validade da face aparente das heurísticas de Polya, numa revisão da literatura de pesquisa em Educação Matemática, Begel (1979) concluiu que havia pouca evidência para apoiar o apelo de que os processos gerais, que os especialistas usam para descrever seus comportamentos passados em resolução de problemas, também forneceriam prescrições para orientar os passos dos novatos. De forma semelhante, na sua avaliação da literatura sobre resolução de problemas, Silver (1985) concluiu que, mesmo em estudos onde alguma aprendizagem bem sucedida tenha sido relatada, a transferência de aprendizagem tem sido inexpressiva.

Conclusões semelhantes foram novamente estabelecidas, quando no *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, do NCTM, em Grouws (1992), onde, no capítulo sobre resolução de problemas, Schoenfeld concluiu que as tentativas de ensinar os estudantes a usarem as heurísticas e processos estilo-Polya, em geral não haviam provado ser

bem sucedidas. No entanto, Schoenfeld chegou a sugerir que uma das razões para essa falta de sucesso poderia estar no fato de que muitas de heurísticas de Polya parecem ser descritivas, mas não prescritivas. Schoenfeld sugeriu que a pesquisa e o ensino em resolução de problemas deveriam: ajudar os estudantes a desenvolver um grande número de estratégias mais específicas em resolução de problemas; ensinar estratégias metacognitivas; desenvolver formas de melhorar as crenças dos estudantes sobre a natureza da matemática, a resolução de problemas e suas próprias competências pessoais.

Dez anos depois de as propostas de Schoenfeld terem sido feitas, Lester e Koehle reviram novamente a literatura e concluíram que a pesquisa em resolução de problemas ainda tinha pouco a oferecer para a prática escolar. Uma explicação para essa falta de sucesso parecia, de uma maneira simples, dizer que a proposta de Schoenfeld elevava a falha básica das heurísticas de Polya para um nível superior. Ou seja, independentemente da atenção focada sobre as heurísticas estilo-Polya ou sobre o modelo dos processos ou crenças metacognitivos estilo-Schoenfeld, listas curtas de processos descritivos ou regras tendiam a ser muito gerais para terem poder prescritivo.

Assim, eles ressaltam que

É hora de reexaminar hipóteses com base sobre o que significa compreender um pequeno número de grandes ideias em matemática elementar. Uma alternativa é a utilização de perspectivas teóricas e acompanhamento de metodologias de pesquisa que nós chamamos de modelo e perspectivas de modelação (MPM) sobre ensino, aprendizagem e resolução de problemas matemáticos (Lesh & Doerr, 2003). (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.3)

Nesse artigo, antes de descreverem os aspectos relevantes da MPM, esses autores identificam algumas das principais razões do porquê as últimas pesquisas em resolução de problemas produziram pouco sucesso. Assim, eles abordam sobre os itens: - *Fatores Limitantes da Pesquisa em Resolução de Problemas* e *Avançando no Campo da Pesquisa em Resolução de Problemas e Desenvolvimento Curricular*.

Eles descrevem sobre cada um dos Fatores Limitantes da Pesquisa em Resolução de Problemas, que, em seu entender, são: *Amplitude do Pêndulo movido pelos Testes; Pesquisa Limitada sobre Desenvolvimento de Conceito e Resolução de Problemas; Conhecimento Limitado de Resolução de Problemas nos Estudantes além da Sala de Aula; Natureza Mutante dos Tipos de Resolução de Problemas e Pensamento Matemático necessários além da Escola; e Falta de Acúmulo da Pesquisa em Resolução de Problemas*.

Como Lester e Koehle falaram em 2003, há sinais emergentes de que a situação está começando a melhorar. Acreditam que o pêndulo está começando a balançar de volta para a resolução de problemas em nível internacional, dando ímpetus a novas perspectivas sobre a natureza da resolução de problemas e seu papel na matemática escolar.

Ao refocalizar a atenção sobre resolução de problemas e como ela pode se tornar um componente integrante do currículo, ao invés de ser tratada separadamente como um tópico, muitas vezes até mesmo negligenciado, English, Lesh e Fennewald exploraram as seguintes questões:

- Qual é a natureza da resolução de problemas em várias áreas do mundo de hoje?
- Quais perspectivas orientadas para o futuro são necessárias sobre o ensino e aprendizagem de resolução de problemas incluindo um foco no desenvolvimento de conceitos matemáticos através da resolução de problemas?
- Como podem os estudos de hábeis resolvedores de problemas contribuir para o desenvolvimento de teoria que possa guiar projetos de experiências de aprendizagem que valem a pena?
- Por que modelos e perspectivas de modelação são uma poderosa alternativa para as visões existentes sobre resolução de problemas? (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p.6)

Esses autores falam sobre o item *Avançando no Campo da Pesquisa em Resolução de Problemas e no Desenvolvimento Curricular*, abordando sobre cada um dos subitens desse tópico: A Natureza da Resolução de Problemas do Mundo de hoje; Perspectivas Orientadas para o Futuro sobre o Ensino e a Aprendizagem de Resolução de Problemas; Estudos de Habilidades em Resolução de Problemas e suas Contribuições para o Desenvolvimento de uma Teoria; Desenvolvimento da Teoria: uma Perspectiva de Modelos e Modelação sobre o Desenvolvimento de Resolução de Problemas na escola e além dela. E concluem dizendo que

A pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos estagnou durante grande parte da década de 90 e início deste século. Além disso, a pesquisa que foi conduzida não parece ter se acumulado num corpo substancial de conhecimento, orientado para o futuro, de como se pode efetivamente promover a resolução de problemas dentro e além da sala de aula. Esta falta de progresso é devida principalmente aos muitos anos de elaborações repetidas de concepções governadas por regras de competência em resolução de problemas.

Chegou a hora de considerar outras opções para avançar na pesquisa em resolução de problemas e desenvolvimento curricular – “*nós temos destacado a necessidade de reexaminar as hipóteses de nível fundamental sobre o que significa compreender conceitos e processos de resolução de problemas matemáticos. Uma poderosa alternativa em que temos avançado é a de utilizar as perspectivas teóricas e as metodologias de pesquisa associadas a uma perspectiva de modelos e modelação (MMP) em ensino, aprendizagem e resolução problemas matemáticos*”.

Adotar uma MMP significa ter pesquisadores que estudam desenvolvimentos de modelos e modelação dos estudantes e que naturalmente utilizam abordagens integradas para explorar o (co)desenvolvimento de conceitos matemáticos, processos de resolução de problemas, funções metacognitivas, disposições, crenças e

emoções. Esses pesquisadores também veem processos desenvolvimentais de resolução de problemas, num modo semelhante àquele que fariam ao estudar o desenvolvimento de conceitos matemáticos em áreas temáticas como os números iniciais, a geometria e a álgebra. Além disso, os problemas utilizados são simulações atraentes, situações autênticas de resolução de problemas (por exemplo, a seleção de equipes esportivas para os Jogos Olímpicos) e engajam os alunos no pensar matemático que envolve criar e interpretar situações (descrevendo, explicando, comunicando) pelo menos, tanto quanto ele envolve computar, executar procedimentos e raciocinar dedutivamente. (ENGLISH, LESH, FENNEWALD, 2008, p. 10-11)

O GTERP e seu Trabalho

Nosso grupo de trabalho – GTERP² – tem suas origens no início da década de 1990. No final de 1989, conheci Judith e Larry Sowder, um casal de educadores matemáticos da SUSD (State University of San Diego) na Califórnia – USA. Larry trabalhando em Álgebra e ela principalmente com Formação de Professores de Matemática. Recebi de suas mãos o documento que ela acabara de editar “Setting a Research Agenda – a Research Agenda for Mathematics Education”, do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. Durante alguns anos passei várias semanas nessa Universidade e Resolução de Problemas passou a ser minha área de trabalho.

Pude entender que, durante a década de 1980, muitos recursos em resolução de problemas haviam sido desenvolvidos visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Muito desse material ajudou os professores a fazerem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho. Nessa importante década, também as dificuldades encontradas por professores para “ensinar” e as dos alunos para “aprender” passaram a ser consideradas como objetos de estudo e de reconceitualização por educadores e pesquisadores na Educação Matemática. Entretanto, havia diferentes linhas de pesquisa por eles defendidas.

Segundo Onuchic e Allevato (2004), ao final da década de 1980, o NCTM, em busca de uma nova reforma para a Educação Matemática, publicou:

Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, em 1989

Professional Standards for Teaching Mathematics, em 1991

Assessment Standards for School Mathematics, em 1995

Esses *Standards* não pretendiam dizer, passo a passo, como trabalhar esses documentos. Ao contrário, queriam apresentar objetivos e princípios em defesa de que

² GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

práticas curriculares, de ensino e de avaliação pudessem ser examinadas. Eles queriam estimular políticos educacionais, pais, professores, administradores, comunidades locais e conselhos escolares a melhorar os programas de matemática em todos os níveis educacionais.

Em 1990, o NSF (*National Science Foundation*) financiou uma coleção, em larga escala, de projetos de materiais instrucionais para todos os níveis de ensino: elementar, médio e secundário. Surgiu uma nova geração de currículos alinhados com os *Standards*.

Para dar conta dessas novas ideias foi preciso que novo enfoque fosse dado às salas de aula e que se tivesse uma visão expandida dos algoritmos. Outra característica encontrada nesses currículos é o uso de contextos na resolução de problemas como um meio de desenvolver os conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas. Estes currículos retratam a matemática como uma disciplina unificada por tópicos coerentemente integrados.

A partir de 1995 começou, nos Estados Unidos, uma verdadeira “guerra matemática”. Houve uma série de críticas à reforma proposta pelos *Standards*, mas a luta continuou. O NCTM, então, após uma década de aplicação das ideias defendidas nos *Standards*, trabalhou sobre críticas e sugestões recebidas e produziu a publicação *Principles and Standards for School Mathematics*, que foi lançada em abril de 2000 e é conhecida como os *Standards 2000*.

Os *Standards* sugeriram profundas mudanças em quase todos os aspectos do ensino e da aprendizagem de matemática. Os *Standards 2000* refinam e elaboram as mensagens dos documentos originais dos *Standards* conservando intacta sua visão básica.

No Brasil, apoiados em ideias dos *Standards* do NCTM, foram criados os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais:

PCN-Matemática – 1^o e 2^o ciclos - 1^a a 4^a séries - 1997

PCN-Matemática – 3^o e 4^o ciclos - 5^a a 8^a séries - 1998

PCN-Matemática - Ensino Médio - 1999

Onuchic e Allevato (2004) continuam dizendo, em seu artigo, que os objetivos gerais da área de matemática, nos PCN, buscam contemplar várias linhas para trabalhar o ensino de matemática.

Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218)

Como enfrentar as mudanças preconizadas pelos PCN? Quantos professores estão preparados para utilizar suas recomendações e levar aos seus alunos, em suas salas de aula, um conteúdo que pode se encaixar dentro de determinados padrões de conteúdo, suportados por padrões de procedimento bem estruturados?

Especificamente no que se refere à matemática, os PCN indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula.

Nesse contexto, há diferentes caminhos propostos para se chegar a processos de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática. Nós, no grupo GTERP, temos trabalhado em Resolução de Problemas com a “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário.

A maioria de nossos trabalhos, quer Dissertações de Mestrado, quer Teses de Doutorado, fazem uso dessa metodologia ao trabalhar diferentes tópicos matemáticos, num trabalho de sala de aula que, visando ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação, se apresenta ao professor numa forma prescritiva, ou seja, professor e alunos juntos desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo coparticipativo e colaborativo em sala de aula.

No GTERP faz-se uso de um roteiro de atividades destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas:

- 1) Preparação do problema - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula;
- 2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura;
- 3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos;

- Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo e levando-os a interpretar o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- 4) Resolução do problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da “matemática nova” que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos na construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- 5) Observar e incentivar – Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda aos alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados; e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- 6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- 7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca, como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca de consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83 - 85)

O grupo GTERP realizou dois seminários em Resolução de Problemas: SERP 1 (2008) e SERP 2 (2011). A intenção desses encontros foi a de reunir educadores matemáticos com variadas visões sobre Resolução de Problemas, visando à possibilidade de encontrar um caminho para o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que possibilite uma intervenção na escola pública.

Referências

BASS, H. **Mathematicians as Educators**. In: *Notices of the AMS*. Volume 44: Number 1, 1997. p. 18-21.

BRASIL. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 1º e 2º ciclos (1997). Brasília, DF.

_____. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos (1998). Brasília, DF.

_____. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Médio (1999). Brasília, DF.

ENGLISH, L.; LESH, R.; FENNEWALD, T. **Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development**. In: Conferência apresentada no 11º Congresso Internacional de Educação Matemática - ICME 11. Monterrey, México, 2008.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum and Evaluation Standards for Teaching Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. 257p.

_____. **Professional Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 1991. 196p.

_____. **Assessment Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 1995. 102p.

_____. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 2000. 402p.

_____. **Special Issue: 100 Years of Mathematics Teacher**. v. 100. Reston: NCTM, 2007 96p.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p.199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212-231.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Vol. 25, Nº 41. p. 73 - 98. 2011

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Reston: NCTM, 1989, p. 1-22.

WILLOUGHBY, S. S. **Perspectives on Mathematics Education**. In: *Learning Mathematics for a New Century*. Reston, VA: NCTM, 2000. Cap.1, p. 1-15.