

O CONTRATO DIDÁTICO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA

Kátia Maria de Medeiros - professora de Matemática da SEE-PE.

e-mail: kmmmed@ig.com.br ou kmedeiros@ligbr.com.br

RESUMO

Os problemas matemáticos são fundamentais no desenvolvimento da matemática, mas, em sala de aula, são trabalhados como exercícios repetitivos, resolvidos por meio de procedimentos padronizados, previsíveis por aluno e professor. Por exemplo, o aluno procura palavras no enunciado que indiquem a operação utilizada na resolução. Nessa pesquisa¹, esses problemas foram denominados *fechados*. Tais previsões podem ser consideradas regras de contrato didático. Esse contrato se refere às expectativas entre professor, aluno e o conhecimento específico trabalhado. O objetivo dessa pesquisa foi analisar a estrutura e o funcionamento do contrato didático em duas situações distintas: uma de resolução de problemas fechados e outra de resolução de problemas abertos. Esses problemas são elaborados evitando as características dos problemas fechados, para não serem resolvidos pelo uso de procedimentos padronizados. A pesquisa foi realizada numa escola da rede pública estadual. Os resultados apontam para mudanças no contrato didático durante a atividade com problemas abertos.

Palavras-chave: contrato didático; problemas matemáticos; sala de aula; discurso do professor de matemática.

¹A presente pesquisa faz parte da dissertação de mestrado, que tem o mesmo título desse artigo, defendida em novembro de 1999, no Mestrado em Educação da UFPE, sob orientação do Prof^o Dr. Marcelo Câmara dos Santos.

Um rápido olhar sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático, ao longo do tempo, nos leva a perceber que a atividade de resolução de problemas lhe serve de motor. No entanto, o trabalho com resolução de problemas, em sala de aula, no Ensino Fundamental, não está tendo, para a aprendizagem da matemática um papel que, ao menos, se aproxime daquele desenvolvido nesse campo do conhecimento.

Segundo LOPES et al (1994), a literatura brasileira, referente à resolução de problemas de matemática, no nível de 1º grau, é muito restrita. Os poucos livros que tratam do tema não conseguem atender objetivos didáticos e educacionais mais amplos, relacionados com a realidade escolar. De modo geral, os problemas são trabalhados em sala de aula para “fixar” os assuntos que acabaram de ser estudados. Eles se caracterizam como exercícios repetitivos, permitindo ao aluno identificar certas características que se repetem no processo de resolução, criando procedimentos padronizados para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes.

Essa forma de trabalhar os problemas matemáticos não contribui para um melhor aproveitamento dessa atividade, particularmente importante para o desenvolvimento da matemática, na sala de aula.

“só há problema se o aluno percebe uma dificuldade; uma determinada situação que ‘provoca problema’ para um determinado aluno pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma idéia de obstáculo a ser superado. Por fim, o meio é um elemento do problema², particularmente as condições didáticas da resolução (organização da aula, intercâmbio, expectativas explícitas ou implícitas do professor)” (CHARNAY, 1996, p.46).

Portanto, o problema, para receber essa denominação, precisa ser desafiador para o aluno,

² Grifos nossos.

não podendo ser resolvido por meio de procedimentos padronizados. O meio, aqui, significa as condições didáticas da resolução. Por exemplo, o professor organiza a aula para que o aluno resolva o problema individualmente ou em grupo e para que essa resolução seja feita com recurso de uma operação, que pode ser identificada por palavras do enunciado (ou não). Esse meio também abrange instrumentos ou objetos e podem ser elementos que favorecem ou dificultem a aprendizagem.

Investigações recentes, mostraram que é comum alguns alunos darem respostas aos problemas sem que haja envolvimento ou interpretação. É conhecido o problema da Idade do Capitão, aplicado a 97 alunos, da cidade de Grenoble, na França, em 1980: “em um barco há 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?” 78% dos alunos, de 8/9 anos, responderam combinando números do enunciado, evidenciando que, para a grande maioria, “a resposta de um problema deve ser sempre um número”. Em muitos casos, pouco importa aos alunos como surge esse número (BARUK, 1985; LOPES et al., 1994).

A maneira descrita, de trabalhar os problemas matemáticos em sala de aula e a escassez de pesquisas que abordem essa questão, sob o ponto de vista didático, nos levaram a analisar, mais detidamente, a atividade de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. O contrato didático, nesse caso, apresenta características que podem ser identificadas.

Segundo BROUSSEAU (1986, 1988), esse contrato é um conjunto de comportamentos do professor esperados pelo aluno e, também, um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor. Esse contrato se refere às regras que determinam explicitamente, mas sobretudo implicitamente, o que cada elemento da relação didática³ deverá fazer e estabelece o que será válido nessa relação. A cada novo conhecimento, o contrato é renovado e renegociado. Na maior parte das vezes essa negociação passa despercebida. Assim, por exemplo, o contrato didático da aula de álgebra,

³ Essa relação é composta por três pólos: o professor, o aluno e o conhecimento. Esses pólos podem ser vistos como vértices de um triângulo, o triângulo didático, cujos lados representam três relações: a relação professor - conhecimento, a relação aluno - conhecimento e a relação professor - aluno.

não será o mesmo da aula de geometria. O professor poderá mostrar-se mais ou menos confortável com um determinado conteúdo e isso vai interferir no estabelecimento de regras explícitas e implícitas com o aluno. Essa disposição do professor em relação a um conhecimento, permite-nos considerar a importância da noção de *relação ao conhecimento*⁴ no estabelecimento de um contrato didático.

Não podemos analisar as limitações dos alunos em resolver problemas matemáticos, considerando apenas a insuficiência de conhecimentos; é necessário, também, considerar a existência de regras, na maioria das vezes implícitas, presentes na negociação da resolução de um problema matemático.

Esse problema, usualmente trabalhado em sala de aula, também conhecido como problema-padrão ou problema clássico de matemática é colocado no processo ensino/aprendizagem de uma forma que limita a criatividade do aluno, porque se apresenta *fechado*⁵, isto é, tem certas características que podem gerar verdadeiras regras de contrato didático (ALMOULOU,1997; SMOLE, 1996; LOPES et al., FRANCHI, 1994; BILLY et al., 1995).

As regras associadas ao contrato didático, no trabalho com problemas fechados, apresentam algumas características nos problemas que podem ser resolvidos pela aplicação de um ou mais algoritmos, é preciso encontrar a operação “certa” e realizá-la sem erro. Algumas palavras como ganhar, na adição, e perder na subtração permitem ao aluno “adivinhar” a operação a fazer. Com isso, o aluno pode transformar a linguagem usual em linguagem matemática.

Geralmente, o problema vem sempre após a apresentação de determinado conteúdo ou algoritmo; todos os dados necessários à resolução do problema se encontram no enunciado e raramente se encontram dados inúteis. Os números e as soluções são simples; o contexto do

⁴ A noção de relação ao conhecimento serve para representar uma espécie de ligação entre um "sujeito" e um "objeto", o que implicaria que cada sujeito apresentaria a "sua" relação ao conhecimento. Em outras palavras, essa noção sugere a disposição de alguém em direção ao conhecimento, disposição que comporta uma certa estabilidade, na qual os fenômenos traduzidos apresentam-se como suficientemente repetidos para serem observados (Câmara dos Santos, 1997).

⁵ Nessa pesquisa, vamos denominar os problemas usualmente trabalhados em sala de aula *fechados*.

problema, em geral, não tem nada a ver com a realidade cotidiana. Nessa atividade, o objetivo é ver se os alunos entenderam. É sempre possível encontrar uma resposta para uma questão matemática, colocada através desses problemas, e o professor a conhece antecipadamente. Então, o aluno deve sempre encontrar uma solução que pode ser corrigida.

Essas características, indicam, na maioria das vezes implicitamente, o que o professor e o aluno farão nessa atividade. Neste contexto, a maioria dos problemas convencionais são tratados como uma coleção de exercícios variados. O aluno tem por tarefa encontrar a solução esperada pelo professor e, para isso, ele precisa identificar a solução típica daquele problema. Diante dessa situação, o aluno pode ser levado a uma atitude de dependência, de memorização de conhecimentos. O professor considera que o aluno aprende por reprodução, isto é, basta resolver muitos desses problemas com estratégia idêntica àquela que foi recentemente estudada, para ele aprender a resolver problemas com o conteúdo estudado.

Ao trabalhar com os problemas matemáticos em uma atividade diferente da usual, novas regras de contrato didático poderão ser estabelecidas. Nessa nova situação, os problemas serão preparados pelo professor e apresentados aos alunos de outra maneira. Os problemas abertos, que podem ser apresentados nessa nova atividade podem ser uma alternativa para provocar rupturas no contrato didático. Esses problemas foram propostos, inicialmente, por ARSAC et al. (1991), IREM - Institut de Recherche pour L'enseignement des Mathematiques - de Lyon na França.

Os problemas abertos se caracterizam por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados, evitando as regras de contrato didático já arraigadas; por estarem em um domínio conceitual familiar, os problemas abertos permitem que o aluno tenha condições de resolvê-los. E, sobretudo, por possuírem enunciado curto, os problemas abertos podem permitir ao aluno conquistar as primeiras idéias em um novo estudo. Isso pode dar a impressão, bem vinda, que o problema é de fácil solução, fazendo com que o aluno viva a

necessidade da busca dessa solução. Um problema aberto também possui uma ou mais soluções. Além disso, ele pode ser trabalhado em grupo, evitando eventuais desencorajamentos, diminuindo o medo de não conseguir resolver, aumentando a chance de produção de conjecturas num intervalo de tempo razoável e possibilitando o surgimento de ricos conflitos sócio cognitivos. Esses conflitos ocorrem entre dois ou mais indivíduos, quando confrontam suas diferentes opiniões (ARSAC et al.; PERRET-CLERMONT, 1992). O objetivo visado na "resolução" de um conflito é conduzir os protagonistas a um progresso comum em relação ao conhecimento em jogo na situação.

Um problema aberto tem por objetivo permitir que o aluno desenvolva um processo de resolução de problemas que nós chamaremos "processo científico", ou seja, onde o aluno desenvolverá a capacidade de tentar, supor, testar e provar o que for proposto como solução para o problema, implicando uma oposição aos problemas fechados.

Comparando os problemas abertos com os fechados, observamos, de acordo com BILLY et al. (1995), que no problema aberto, o objetivo do aluno é obter o resultado, superando os obstáculos inerentes a um verdadeiro problema. O professor, anteriormente, constrói um problema, prevendo os obstáculos, para que o aluno possa superá-los em uma situação significativa. No contato presencial, ele tem um papel de incitador. Em seguida, ocorre a formalização das aprendizagens, por um processo de análise e síntese da atividade. No problema fechado, o professor propõe uma coleção de exercícios variados e usa o método expositivo.

O **objetivo geral** dessa pesquisa foi observar como a relação professor/aluno/conhecimento, inserida no sistema didático⁶ e observada à luz do contrato didático, poderia ser alterada quando passássemos a trabalhar, na sala de aula, com os problemas abertos. Comparando a atividade envolvendo problemas fechados, com a atividade

⁶ Os três sub-sistemas: o professor, o conhecimento e o aluno, constituem um "sistema didático". O sistema didático pode ser definido como sendo uma formação que aparece, a cada ano, no início do mês de fevereiro, e que obedece ao seguinte mecanismo: a partir de um texto de conhecimento (normalmente definido pelos programas ou pelos livros didáticos), um contrato didático se estabelece e esse conhecimento passa a ser o motor de um projeto de ensino e de aprendizagem que reúne professores e alunos em um mesmo lugar (Câmara dos Santos, 1998). É importante ressaltar que, mesmo aluno e professor sendo considerados subsistemas do sistema didático, tal qual o conhecimento, estes apresentam-se como seres humanos, portanto, sujeitos às manifestações de sua própria subjetividade.

com problemas abertos, pretendíamos identificar a estrutura e o funcionamento do contrato didático. Os **objetivos específicos** foram: identificar o contrato didático existente na atividade com problemas fechados; identificar o contrato didático existente na atividade com problemas abertos e observar as possíveis mudanças que ocorreram no contrato didático, a partir do momento em que se passou a trabalhar, em sala de aula, com o problema aberto em vez do problema fechado.

A fim de operacionalizar esse objetivo, escolhemos uma turma de 5^a série de uma escola pertencente à rede pública estadual e localizada na Região Metropolitana do Recife. A escolha deveu-se ao fato de os conteúdos estudados nesta série possibilitarem, durante a resolução dos problemas, abordagens aritméticas, algébricas e geométricas. Pois geralmente o aluno desta série já teve oportunidade de entrar em contato com a aritmética, quando estudou as quatro operações, com a álgebra, quando trabalhou com o termo desconhecido nos “quadrinhos” e com a geometria, no estudo das figuras geométricas. Nesta série, o conteúdo abrange tudo que o aluno estudou nas séries iniciais. Este aspecto pareceu muito importante para observarmos as respostas dos alunos diante de problemas que não induzissem a forma de resolvê-los, como é o caso dos problemas abertos. O que seria difícil na 6^a série, por exemplo, onde o aluno já estaria influenciado, na resolução de alguns problemas, por uma abordagem essencialmente algébrica.

Antes de iniciarmos as observações dessas respostas, ocorridas no período de maio a outubro de 1998, foi realizada uma entrevista com o professor da turma para explicar o que consideramos problema fechado e problema aberto; saber que conteúdos estava trabalhando no momento; qual era o livro didático adotado; quais eram suas expectativas em relação ao trabalho com problemas matemáticos em sala de aula; como vinha trabalhado, efetivamente, esses problemas e qual era a receptividade dos alunos. Para esta conversa com o professor,

foi elaborado um roteiro, que continha os pontos anteriormente enumerados e que guiou o diálogo. A entrevista foi gravada em fita magnética. Na primeira parte da observação, pedimos ao professor que preparasse um problema fechado por sessão. Ele utilizou o livro didático que usava nas aulas para escolher esses problemas. Foram seis problemas, referentes aos últimos conteúdos estudados (adição, subtração e multiplicação), sendo dois de cada conteúdo.

Durante as observações com problemas fechados a pesquisadora ficou observando o trabalho de um aluno, procurando observar também, porém de maneira menos detalhada, o funcionamento da turma em conjunto. Os problemas foram resolvidos em folhas de papel ofício, nas quais constava a questão previamente elaborada pelo professor. Foram utilizados dois gravadores: um para gravar a fala do professor e outro para gravar a fala do aluno observado particularmente. Também foram utilizadas grades de observação, previamente confeccionadas. Com essas grades, pretendíamos saber qual era o comportamento do aluno e do professor, durante as sessões, no que se refere à compreensão do enunciado, ao modo de interagirem e à maneira de resolverem os problemas.

Na segunda parte da pesquisa, o professor aplicou problemas matemáticos abertos, que foram levados pela pesquisadora. Optamos por não pedir ao professor que elaborasse esses problemas, para evitar que ele recaísse nas mesmas regras de contrato didático e "fechasse" o problema. Por exemplo, ele talvez pudesse trazer um problema que fosse resolvido pela utilização dos números do enunciado de uma operação recentemente estudada. Ou ainda, colocasse no enunciado palavras que induzissem o aluno a encontrar a operação "certa".

Para cada um desses problemas foi feita uma análise a priori, para prever dificuldades e possibilidades de resolução. Foram levantadas hipóteses a esse respeito. O professor teve acesso previamente aos problemas elaborados pela pesquisadora, para que se familiarizasse e não ocorresse, eventualmente, durante a sessão, dificuldades para assumir o papel de

instigador. Consideramos isso importante, porque pensamos que, se o professor não se sentisse à vontade com tais problemas, certamente não daria aos alunos a impressão de que eles também poderiam resolvê-los.

No momento das observações com problemas abertos, os alunos foram distribuídos em grupos. Para o registro dessas observações, também foram usados dois gravadores, um para registrar a fala do professor e outro para a fala dos alunos de um dos grupos. Da mesma forma foram usadas grades de observação. Com essas grades, pretendíamos, como nos problemas fechados, observar o comportamento do aluno e do professor, durante as sessões, no que se refere à compreensão do enunciado, ao modo de interagirem e à maneira de resolverem os problemas.

A pesquisadora ficou em um dos grupos, para observar o desenrolar das atividades. Isto porque, ao se fixar em um dos grupos, teria melhores condições de ver o andamento das atividades na passagem de um tipo de problema a outro. Esse grupo era composto por alunos que foram observados particularmente durante as sessões com os problemas fechados. Isto para observarmos o que ocorreu na mudança dos problemas fechados para abertos, na forma de esses alunos resolverem problemas matemáticos.

Durante a análise dos dados, tentamos identificar a estrutura e o funcionamento do contrato didático durante as sessões com problemas fechados e com problemas abertos, respectivamente.

Para essa análise, usamos os seguintes materiais: as respostas escritas dos alunos, colocadas em folhas de papel ofício, a transcrição das fitas magnéticas e as grades de observação (para alunos e professor).

Por meio da relação entre os dados presentes em cada um desses instrumentos, foi possível obter uma maior aproximação de como transcorreu cada sessão. Essa compreensão

do desenrolar das sessões permitiu uma melhor identificação dos contratos didáticos.

Com o objetivo de "sentir o clima" das sessões, de ter uma idéia do ritmo do discurso do professor e de identificar os episódios mais importantes, fizemos uma **análise pragmática**.

Após essas duas análises, fizemos a **análise lexicométrica**. A lexicometria se baseia no princípio de que a presença (ou ausência) de certos elementos lingüísticos, podem ajudar a conceber o universo de referência de uma situação de comunicação.

Utilizamos o programa de estudo de textos PISTES⁷. O interesse nos resultados fornecidos pelo programa foi essencialmente de ordem comparativa. Assim pudemos observar como uma palavra se distribui entre os diferentes textos do corpo, observar sua variação de freqüência ou estudar seu funcionamento em contexto.

Foram **objetivos da análise lexicométrica**, nessa pesquisa, saber como os três pólos da relação didática: professor, aluno e conhecimento, foram colocados em cena por meio do discurso do professor. Ao compreendermos melhor isso, poderemos ter acesso a aspectos implícitos dos contratos didáticos estabelecidos no decorrer de cada sessão.

Nas seis primeiras sessões, foram apresentados os seguintes problemas fechados:

1ª SESSÃO: O matemático alemão George Cantor nasceu em 1845 e morreu com 73 anos. Em que ano ele morreu?

2ª SESSÃO: Gabriela tem 19 anos. Daqui a 24 anos, ela terá a idade que seu pai tem hoje. Quantos anos tem o pai de Gabriela?

3ª SESSÃO: Tinha 35 figurinhas, dei 12 ao Carlinhos e 13 à Margarida. Com quantas figurinhas fiquei?

4ª SESSÃO: Subtraí 125 de um número. A diferença deu 276. Qual era esse número?

5ª SESSÃO: Quinze dúzias de laranjas, quantas laranjas são?

6ª SESSÃO: Quantas frutas contêm 5 cestas, se cada cesta tem 10 bananas, 8 laranjas e 5

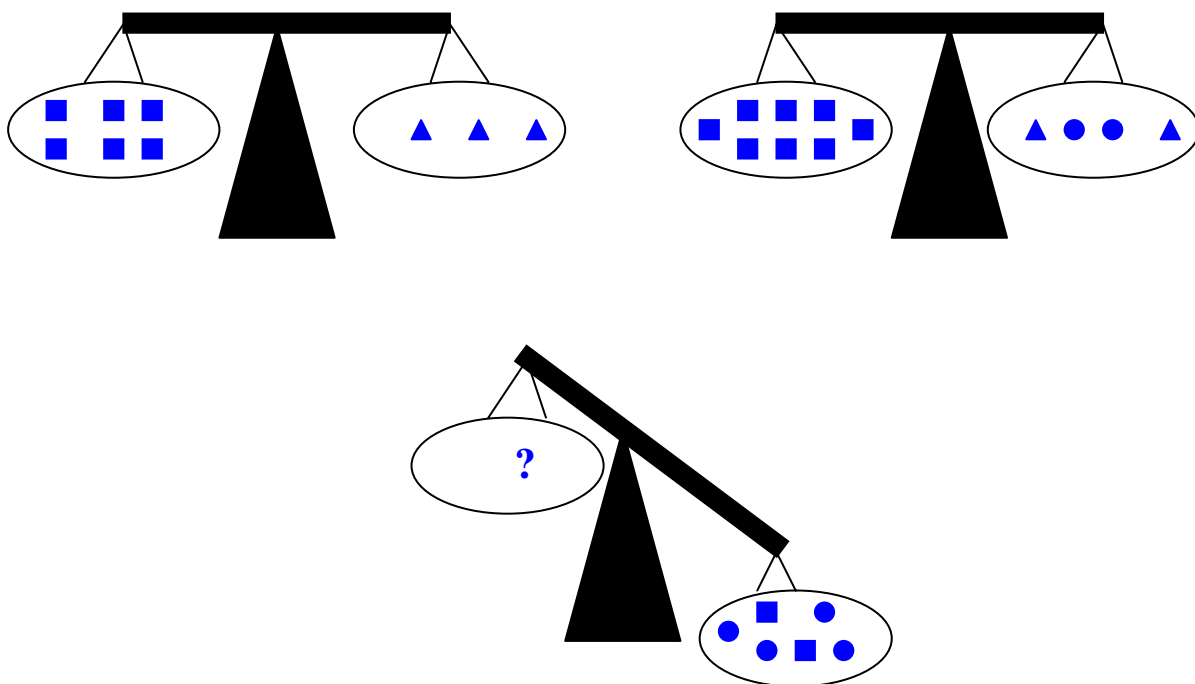
⁷ Software desenvolvido por Pierre Muller, no quadro da coleção Logitexte do INRP (Institut National de Recherche Pédagogique), em colaboração com o Centro Nacional de Documentação Pedagógica. Este programa se inspira no trabalho realizado no Laboratório de Lexicologia de Saint-Cloud, na França.

goiabas?

Observamos, ao longo dessas sessões, que o professor sempre enfatizava que os alunos deviam colocar o problema na linguagem matemática e tentar analisar que tipo de operação iriam realizar em cada problema. Os alunos perguntavam se era "de mais" ou "de menos". Portanto, era claro que a busca da operação "certa" era uma das regras do contrato didático, presentes em cada uma das fases do experimento (a primeira com problemas fechados e a segunda com problemas abertos). Os resultados da produção escrita dos alunos, mostraram que os procedimentos mais utilizados foram aqueles que se referiam às operações estudadas nos últimos conteúdos apresentados (adição, subtração e multiplicação). O tempo de resolução desses problemas foi muito curto (cerca de 15 minutos, em cada sessão), o que pode indicar que o aluno já tinha expectativas na hora de resolvê-los.

Da sétima à décima segunda sessão, tivemos as atividades com problemas abertos:

7ª SESSÃO: Quantos triângulos devo colocar na última balança para que ela fique equilibrada?

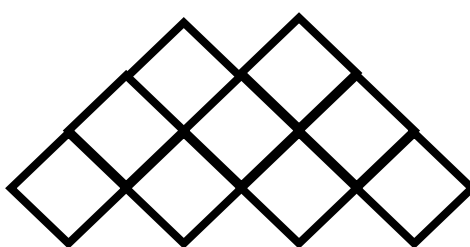


8ª SESSÃO: Num estacionamento há 14 veículos, entre motos e carros. Se o total de rodas é 44, quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?

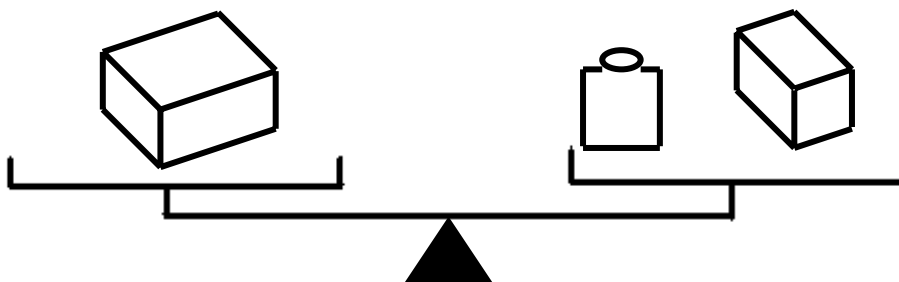
9ª SESSÃO: Com R\$ 3,00 comprei seis sacos de pipoca. Quantos sacos posso comprar com R\$ 4,00?

10ª SESSÃO: Um coelho comeu 40 cenouras em um período de cinco dias. Em cada dia o coelho comeu duas cenouras a mais que no dia anterior. Quantas cenouras ele comeu em cada dia?

11ª SESSÃO: Disponha os números de 1 a 9, sem repetição, em cada quadrinho, de modo que nenhum número fique vizinho de seu antecessor e de seu sucessor.



12ª SESSÃO: Um tijolo pesa um quilo mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo inteiro?



Nas sessões com os problemas abertos, a turma foi dividida em grupos e a pesquisadora ficou, em cada sessão, no mesmo grupo. A análise dessas sessões, utilizando as respostas escritas de cada aluno (colocadas em folhas de papel ofício), a transcrição das fitas magnéticas e as grades de observação (para alunos e professor), mostrou que o professor não apresentou mudança significativa no seu comportamento em relação aos alunos. O que ele fazia nas sessões anteriores, dirigindo-se a um aluno, fez em relação ao grupo. Ele circulava pela sala e atendia ao grupo que o chamava; lia o enunciado; explicava o significado de termos e de figuras, quando

havia. E enfatizou, algumas vezes, nessas sessões, que queria saber como é que o aluno chegou à resposta; essa era uma nova regra de contrato didático.

O fato de os alunos estarem em grupo, não pareceu alterar muito a interação entre eles. Não ocorreram conflitos sócio cognitivos em nenhuma das sessões dessa fase.

Não identificamos grandes alterações no contrato didático em relação aos problemas fechados. O que pudemos notar, durante as sessões, foram pequenas alterações, como: um maior tempo para a resolução em algumas sessões, busca de soluções por tentativas e, em alguns casos (problemas *do estacionamento, do coelho e da pipoca*), resolução, sem recorrer, unicamente, aos números do enunciado. Essas alterações apontam possibilidades de mudança na negociação da resolução do problema entre o aluno e o professor.

As atitudes do professor e a reação dos alunos, pareceram indicar que, além do tipo de tarefa apresentado ao aluno, a atitude do professor contribuiu para o estabelecimento de um novo contrato didático. Podemos dizer, então, que o professor estabeleceu, paulatinamente, uma nova *relação ao conhecimento*, durante a resolução de problemas abertos.

Após a análise lexicométrica, pudemos perceber detalhes que não foram captados com os outros instrumentos metodológicos. Para essa percepção, nos guiamos pelas seguintes questões: identificar os pronomes pessoais, para saber quando o professor falou do conhecimento; saber como tratou o conhecimento ao longo da pesquisa; ver como usou os verbos dogmáticos (dever, precisar e ter que) e observar como usou a dúvida.

O que emergiu dessa análise foi, a possibilidade de vermos que a relação do professor com o conhecimento, em cada uma das fases do experimento, não permaneceu a mesma. Com os problemas fechados, ele passou para o aluno a impressão de se tratar de uma atividade familiar a ele e aos alunos. Nesse caso, o conhecimento parece próximo ao professor. Essa proximidade precisa ser entendida nos termos da pesquisa realizada por CÂMARA DOS SANTOS (1995).

Nela, colocou-se em evidência, como uma das manifestações da relação ao conhecimento, a noção de *distância* que o professor manifesta em relação conhecimento. Por exemplo, na chamada "distância zero", onde o objeto do conhecimento é incorporado pelo professor, a ponto de se constituir em um verdadeiro objeto interno, e onde a verdade do conhecimento matemático se confunde com a verdade do próprio sujeito. Em outro extremo, podemos encontrar uma distância máxima entre o professor e o conhecimento.

Na situação da pesquisa citada, evidenciou-se duas posturas: uma trata da procura de distanciamento desse objeto, que é percebido como "perigoso"; a outra trata de uma situação na qual o sujeito tenta se projetar no interior desse objeto, que lhe serviria como um "escudo protetor", mascarando assim sua verdade por trás da verdade do conhecimento matemático. Com os problemas abertos, havia um distanciamento maior entre o professor e o conhecimento (aqui representado pelo problema matemático), que pudemos identificar por meio do uso dos pronomes pessoais. A forma do professor se relacionar com o conhecimento, diferente em cada uma das fases, pareceu ter influenciado sua relação com os alunos, que também foi diferente em cada fase. Na primeira, ele dizia que o aluno deveria usar as regras de contrato didático para resolver os problemas. Na segunda, ele interagiu com os alunos para ajudar a estabelecer novas regras de contrato didático.

O uso dos verbos com seus tempos e modos também foi diferente em cada fase do experimento. Nas sessões com problemas fechados o tempo verbal mais usado foi o presente do indicativo, o que parece indicar uma certeza do professor sobre o que estava falando, uma vez que, a utilização desse modo verbal revela uma atitude de certeza, de precisão, do fato enunciado pelo emissor, no tempo presente. Nas sessões com problemas abertos o tempo verbal mais usado foi o futuro do pretérito, que indica dúvida, incerteza. Isso também revelou diferenças na relação ao conhecimento do professor, quando trabalhava com problemas fechados e com problemas

abertos. Outro tempo muito usado foi o pretérito (passado), o que também indicava que já não havia mais aquela certeza no processo de resolução, presente nos problemas fechados.

Pudemos perceber, com essa análise que, mesmo o professor utilizando verbos dogmáticos para se referir ao conhecimento, havia diferenças no emprego desses verbos durante as sessões com problemas fechados e com problemas abertos. Com os problemas fechados era o *deve* e com os abertos o *ter que*. Nas sessões com problemas fechados pudemos identificar um momento em que o *deve* era usado para se referir à solução do problema que, segundo o professor apresentaria uma "*forma que deve ser*". Com os problemas abertos, o *ter que* foi usado para enfatizar a necessidade de o aluno *ter que* ler o enunciado do problema e poder se apropriar de seu significado, pois assim ele poderia resolvê-lo, uma vez que as regras usuais de contrato didático não serviriam. Portanto, o uso dos verbos dogmáticos também mostrou mudanças na *relação ao conhecimento* do professor, em cada fase do experimento.

Em busca da compreensão do aluno, para que atribuísse sentido ao problema, pudemos observar que o uso de palavras de adesão foi maior nas sessões com problemas abertos. O professor precisava ajudar o aluno a entender o enunciado do problema, pois esse problema não poderia ser resolvido pelo uso de regras usuais de contrato didático.

Também nas sessões com problemas abertos, pudemos identificar um uso diferente da dúvida, pelo professor. Ele perguntava se o aluno havia entendido a sua explicação sobre o enunciado. Isso aconteceu, em vários momentos, nos problemas *do coelho* e *do sucessor* e *antecessor*. Não observamos isso com os problemas fechados.

Finalmente, ao terminar essa pesquisa, levando em conta a relação professor/aluno/conhecimento, pudemos observar que no trabalho com os problemas abertos ocorreu uma mudança na relação do professor com o conhecimento e do professor com o aluno. Em cada fase do experimento, houve uma clara diferença nessas relações. No caso da

relação do aluno com o conhecimento, havia uma maior dificuldade de surgir um novo posicionamento, o qual poderia permitir a exploração de novas estratégias de resolução. No entanto, podemos dizer que não se tratou mais da relação presente nos problemas fechados. Em alguns problemas (*do estacionamento, do coelho e da pipoca*) surgiram estratégias de resolução que nos permitiram concluir que o aluno estabeleceu uma nova *relação ao conhecimento*.

Superando as limitações de tempo, próprias de uma pesquisa acadêmica, é possível consolidar essa nova relação do aluno com o conhecimento. Portanto, após analisarmos o que ocorreu com cada uma das relações do triângulo didático, percebemos que existiram, ao longo da pesquisa, dois contratos didáticos: um nas sessões com problemas fechados e outro nas sessões com problemas abertos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da Didática da Matemática e Metodologia de Pesquisa*, Caderno de Educação Matemática Vol. III, PUC - SP, 1997.

AMIGUES et al. *Le contrat didactique: differentes approches*. Interactions Didactiques, 1988, pp. 1-77.

ARSAC, G., GERMAIN, G; MANTE, M. *Probleme ouvert et situation-problème*. Presses Universitaires de Lyon: França, 1991.

_____. *Introduction au rasionement deductife au collège*. Presses Universitaires de Lyon: França, 1992.

BARUK, S. *L' âge du capitaine*. Paris: Seuil, 1985.

BILLY, M.et al. *Entre situation didactique ou situation a-didactique: regard de l'élève ou*

regard du technicien? Repères-IREM, n° 19, AVRIL Topiques éditions, 1995.

BOYER, C. *História da matemática*. 2ª ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL Parâmetros curriculares nacionais. Matemática, v. III, 1996.

BROUSSEAU, G. *Les obstacles épistémologiques et les problèmes d'enseignement*. Recherches en Didactique des Mathématiques, n° 42, p. 170, 1983.

_____ *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques, N° 7 (2), p.p. 33-116, 1986.

_____ *Le contrat didactique: Le mileu*. Recherches en Didactique des Mathématiques, n° 9 (3), p. 309-336, 1988.

CÂMARA DOS SANTOS, M. *Le rapport au savoir de l'enseignant de mathématiques en situation didactique. Une approche par l'analyse de son discours*. Paris: Université Paris-X, 365p. Tese de doutorado, 1995.

_____ *O professor de matemática e sua relação ao conhecimento*. Anais do XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, UFRN, Natal, RN, 1997.

_____ *O Professor e o tempo*. Revista Tópicos Educacionais, V. 15, n° 1/2, p.105-116, Recife, Editora Universitária, UFPE, 1998.

CHARNAY, R. *Aprendendo (com) a resolução de problemas*. In: PARRA, C. (Org.) *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La pensée sauvage, 1985.

DOUADY, R. *Jeux des cadres et dialectique outil-objet*. Recherches en Didactique des Mathématiques, V.7, n° 2, p.p. 5-31, 1986.

- FRANCHI, A. *Onde está o problema? A educação matemática em revista-Séries Iniciais*. SBEM, nº 3, 1994.
- GHIGLIONE, R, BLANCHET, A. *Analyse de contenu et contenus d'analyse*. Paris: Dunod, 1991.
- LOPES et al. *Resolução de problemas: observações a partir do desempenho dos alunos*. A Educação matemática em Revista - Séries Iniciais. SBEM . Nº 3, 1994.
- MACHADO, N.J. *Epistemologia e didática. As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 1995.
- PERRET-CLERMONT, A.N. Transmitting knowledge: implicit negotiations in the student-teacher relationship. In: OSER, F. K. ; DICK, A & PATRY, J.L. (Eds). *Effective and responsible teaching, the new synthesis*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers. 1992.
- SCHUBAUER-LEONI, M.L. *La construction interactive du quotidien*. Nancy: Presses Universitaires, 1994.
- SMOLE, K.C. *A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas, um exemplo: estruturas aditivas. *Análise Psicológica* 1 (V), p. 75 a 90, 1986.