

EU VEJO AS RETAS SE ENCONTRANDO NO INFINITO, E AGORA?

Talita Secorun dos Santos¹

Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão - FECILCAM
tsecorun@hotmail.com

Valdeni Soliani Franco²

Universidade Estadual de Maringá - UEM
vsfranco@uem.br

Resumo: Este trabalho é parte do material analisado em uma pesquisa para a dissertação de mestrado que objetivava compreender como professores da rede pública do Estado do Paraná reagiram à inclusão das Geometrias não-euclidianas no Currículo da Educação Básica do Estado do Paraná no final de 2006. O objetivo principal desse artigo é analisar as respostas dadas pelos professores participantes de uma oficina sobre Geometrias não-euclidianas a duas perguntas feitas a eles envolvendo a noção de Geometria Projetiva.

Palavras-chave: Geometrias não-euclidianas; Educação Matemática; Professores.

Introdução

Este artigo traz uma análise dos obtidos durante a pesquisa de mestrado denominada “A inclusão das Geometrias não Euclidianas no currículo da Educação Básica” (Santos, 2009), desenvolvida durante os anos de 2008 e 2009. O objetivo inicial do trabalho era compreender como professores da rede pública do Estado do Paraná reagiram à inclusão das Geometrias não-euclidianas nas Diretrizes Curriculares para Educação Básica (DCE) no final de 2006. A proposta das DCE para Geometrias não-euclidianas na Educação Básica não se refere apenas às geometrias que historicamente são denominadas como tais, ou seja, a Geometria Hiperbólica e a Elíptica, mas, a qualquer geometria que negue pelo menos um dos cinco postulados de Euclides. Isto significa que dentre outras geometrias, a proposta se refere à Topologia, à Geometria Projetiva, à Geometria dos Fractais e a Geometria Esférica.

¹ Professora da Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão (FECILCAM) – tsecorun@hotmail.com.

² Professor da Universidade Estadual de Maringá (UEM) – vsfranco@uem.br

Os dados da pesquisa foram obtidos por meio de questionários respondidos por professores e observações realizadas durante os seis encontros de quatro horas, em uma oficina sobre as Geometrias não-euclidianas. Essa oficina foi oferecida pelo Núcleo Regional de Educação de Maringá em parceria com a Universidade Estadual de Maringá. Participaram da pesquisa cinquenta professores da rede pública de ensino.

O primeiro encontro foi iniciado com um breve histórico da Geometria Euclidiana seguido da apresentação dos cinco axiomas e dos cinco postulados, equivalentes as noções comuns e postulados que estão formulados no livro I dos Elementos de Euclides, e posteriormente resultados que são desta geometria. O segundo encontro do curso foi marcado pela apresentação de conceitos topológicos possíveis de serem trabalhados na Educação Básica. O terceiro focalizou a Geometria Projetiva, seu histórico e sua ligação com a arte. O tema do quarto encontro foi a construção matemática da Geometria Projetiva com a apresentação de problemas da Geometria Euclidiana, que puderam ser resolvidos de uma maneira concisa e elegante, com a formalização propiciada pela Geometria Projetiva. O quinto encontro foi feito uma apresentação da Geometria Hiperbólica e da Geometria Esférica. O foco do sexto encontro foi a apresentação da Geometria Fractal.

Aplicamos sete questionários a todos os cinquenta professores participantes. Neste trabalho relatamos as respostas dadas pelos professores a duas perguntas, uma feita no início do terceiro encontro e outra no início do quarto encontro. A primeira pergunta foi feita antes de o conteúdo tópico Geometria Projetiva ser ministrado e a segunda após. A análise foi realizada de acordo com a metodologia da Análise de Conteúdo (MORAES, 1999).

As perguntas foram as seguintes:

- Primeira pergunta: “Quando estamos em uma estrada reta temos a impressão que as laterais da estrada se encontram em um ponto mais distante aos nossos olhos. Um curioso aluno, atento à sua aula onde você definia o conceito de retas paralelas, questionou se a impressão que ele teve nessa estrada pode levá-lo a afirmar que duas retas paralelas se encontram no infinito. O que você diria a esse aluno e como explicaria isso a ele?”.
- Segunda pergunta: “Você lembra da questão colocada no último questionário? ‘Quando estamos em uma estrada reta temos a impressão que as laterais da estrada

se encontram em um ponto mais distante aos nossos olhos. Um curioso aluno, atento a sua aula onde você definia o conceito de retas paralelas, questionou se a impressão que ele teve em uma estrada reta pode levá-lo a afirmar que duas retas paralelas se encontram no infinito. O que você diria a esse aluno e como explicaria isso a ele? ' Você mudaria a maneira de explicar o fato a seu aluno? O que você diria a ele?''.

Análise da primeira pergunta

Ao responder a primeira pergunta os professores não haviam estudado o tópico de Geometria Projetiva assim existia a possibilidade que os professores não admitissem a existência de outras geometrias, e afirmassem com base nos seus conhecimentos de Geometria Euclidiana que o encontro de duas retas paralelas não seria possível. Não abrindo espaço para uma conversa mais franca com o aluno que levantou a questão.

Explicações que os professores dariam para o aluno que teve a impressão que as retas paralelas se encontram no infinito.	Excertos de respostas dadas pelos professores.	Comentários	
9 professores disseram que não saberiam o que responder para este aluno.	<i>“... ao ver esta pergunta percebi o quanto tenho dificuldade de compreensão quanto a Geometria Não-euclidiana.”</i>	Estes professores deixariam o aluno sem resposta. Admitindo que não saberiam o que responder.	
11 professores	Diriam ao aluno que as retas se encontram, pois a superfície em que vivemos é	<i>“No infinito elas se encontram pois a superfície é curva (abaulada).”</i> <i>“Por ser uma</i>	Para estes professores em uma superfície curva as retas paralelas se encontram no infinito.

afirmaram que retas paralelas se encontram no infinito, dos quais:	curva. (6 professores)	<i>superfície curva as duas retas se encontram no infinito.”</i>	Como será a superfície que eles imaginam?
	Afirmaram apenas que duas retas paralelas se encontram no infinito. (3 professores)	<i>“Duas retas paralelas se encontram no infinito.”</i>	Pode-se supor que estes professores não conheçam o conceito de retas paralelas.
	Diriam que, no imaginário, o encontro de duas retas seria possível. (2 professores)	<i>“Diria que na imaginação, como perspectiva sim, pois demonstrar o infinito é impossível. “Imaginariamente isso seria possível.”</i>	Como os professores não sabiam o que responder deram uma resposta que usa a imaginação, no qual tudo é possível.
30 professores afirmaram que retas paralelas não se encontram, dos quais:	Diriam ao seu aluno que retas paralelas não se encontram. (10 professores)	<i>“Que duas retas quando paralelas possui sempre a mesma distância entre elas, portanto nunca poderiam se encontrar.” “Se as retas são paralelas, não acontece o encontro.”</i>	Estes professores mostraram conhecer a definição de retas paralelas, no entanto não abriram para o debate a questão que o aluno levantou. Impondo os conceitos da Geometria Euclidiana como verdade absoluta.
	Argumentariam com seus alunos	<i>“Ilusão óptica temos varias atividades</i>	Estes professores também não admitem

	<p>que ele teve apenas uma ilusão de óptica. (20 professores)</p>	<p><i>desse tipo para mostrarmos aos alunos.”</i> <i>“Devido o ponto onde se encontra e a ilusão de ótica.”</i></p>	<p>o encontro de retas paralelas, mas com o objetivo de tentar responder a pergunta do aluno, diz a ele que foi apenas uma ilusão de ótica.</p>
--	---	---	---

Análise a posteriori da primeira questão

As repostas da primeira questão mostram que a grande parte dos professores não admite o encontro de retas paralelas, mostrando assim conhecerem a definição de retas paralelas. Como já esperávamos os professores mostraram uma forte ligação com a Geometria Euclidiana e uma dificuldade em aceitar fatos e visões que não se encaixem nos conceitos desta geometria.

[...] no caso da geometria, uma tradição persistente limita as experiências dos jovens, durante muitos anos – porventura todo o ensino básico e, portanto toda a vida para quase todos – a meia dúzia de figuras planas e a meia dúzia dos chamados “sólidos geométricos”.(VELOSO, 2008, p.18).

Uma questão que não foi levantada na análise a priori faz referência ao número de professores que disseram que não saberiam que resposta dar a esse aluno. Outro fato que nos surpreendeu foram os professores que afirmaram que as retas paralelas se encontram no infinito, pois a superfície em que vivemos é curva. Como estes professores imaginam retas paralelas em uma superfície curva? Como eles pensam nesse encontro?

Análise da segunda questão

Já na segunda vez que responderam a pergunta os professores poderiam se confundir com os conceitos da Geometria Projetiva, admitindo um ponto de encontro de retas paralelas. Esperávamos encontrar muitas citações de ponto de fuga, linha do horizonte, mas não com conceitos suficientemente construídos pelos professores.

Explicações que os professores dariam para o aluno que teve a impressão que as retas paralelas se encontram no infinito	Excertos de respostas dadas pelos professores.	Comentários	
3 professores disseram que não saberiam o que responder para este aluno	<i>“... por falta de segurança e aprofundamento teórico na geometria não euclidiana.”</i>	Por falta de segurança, continuamos a encontrar professores que admitiram que não saberiam o que responder para o aluno.	
16 professores afirmaram que retas paralelas se encontram no infinito, dos quais:	Diria ao aluno que as retas se encontram, pois a superfície em que vivemos é curva. (1 professor)	<i>“Diria que no infinito ela se encontram. Poderia usar uma superfície curva para mostrar aí a linha do horizonte onde ela já se mostraria aproximando. (bola grande).”</i>	Será que este professor tentou desenhar duas retas paralelas em uma bola e imaginar o encontro delas? Como este professor imagina uma reta paralela em uma superfície curva?
	Afirmaram apenas que duas retas paralelas se encontram no infinito. (4 professores)	<i>“Eu diria que sim, que elas se encontram no infinito, mas não mudaria a maneira de explicar; porém procuraria convence-los mais através de outras experiências.”</i> <i>“Começaria com um exemplo, como uma gravura, um desenho, onde ocorre este</i>	Embora tente usar os conceitos estudados no terceiro encontro, estes professores mostraram nas respostas que não compreenderam a definição de retas paralelas.

		<i>fato, falaria de ponto de fuga, linha do horizonte e chegaria à conclusão que retas paralelas se encontram num ponto no infinito.”</i>	
Disseram que as retas paralelas se encontram na linha do horizonte, no ponto de fuga. (8 professores)	<i>“Diria que duas retas paralelas se encontram na linha do horizonte dependendo sempre do ângulo em que nos encontramos e do nosso ponto de visão, levando-se em conta a geometria projetiva.” “Que as retas se encontram na linha do horizonte num único ponto.”</i>	O problema das respostas destes professores é que eles não entenderam que na Geometria Projetiva não existe retas paralelas. Mas, eles já usaram conceitos de Geometria Projetiva, mesmo sem estes conceitos estarem suficientemente construídos.	
Diriam que no imaginário o encontro de duas retas seria possível. (3 professores)	<i>“Mudaria a explicação pois no último questionário eu explicaria com geometria euclidiana mas na validade devo falar sobre a geometria não euclidiana e que essas retas // estão apenas no nosso imaginário elas não existem.”</i>	Mais uma vez os professores usaram a imaginação para tentar explicar algo que eles não sabiam como responder.	
Argumentariam com seus alunos que ele teve	<i>“Diria a ele que é uma visão que ele tem, é uma impressão visual. (principalmente se for</i>	Assim como no questionário anterior os professores	

<p>31 professores afirmaram</p>	<p>apenas uma ilusão de óptica. (16 professores)</p>	<p><i>aluno de série inicial).</i>” “<i>Eu diria que é uma ilusão de ótica e que realmente elas não se encontram na linha do horizonte.</i>”</p>	<p>continuam justificando que o aluno teve uma ilusão de óptica.</p>
<p>que retas paralelas não se encontram, dos quais:</p>	<p>Encerrariam a conversa com o aluno dizendo que retas paralelas não se encontram. (5 professores)</p>	<p>“<i>Retas paralelas não se encontram.</i>” “<i>Sim, mudaria a forma de explicar. Diria a ele que é comprovado que duas retas // nunca se encontram...</i>”</p>	<p>Cinco professores, apesar de corretos, apresentaram ainda forte ligação com a Geometria Euclidiana, não conseguindo admitir a existência de outras geometrias.</p>
	<p>Diriam aos seus alunos que se eles caminhassem mais tempo sobre a estrada iriam perceber que as retas paralelas não se cruzam. (5 professores)</p>	<p>“<i>Se andarmos mais adiante na mesma estrada, teremos a impressão que está sempre adiante o tal fato, temos uma visão em perspectiva. É o mesmo caso da visão do fim da Terra e do Mar.</i>” “<i>Diria que retas paralelas realmente não se encontram no infinito e pediria que ele voltasse a essa estrada e tentasse achar o encontro das retas paralelas. E só depois explicaria que a distância dá a impressão de que elas se encontram mas isso realmente não ocorre na</i></p>	<p>Estes professores se mostraram mais abertos para discutir com seus alunos o tema. Eles argumentam que na Geometria Euclidiana o encontro de retas paralelas não acontece e argumentam que a perspectiva é que faz eles terem esta visão.</p>

		<i>geometria Euclidiana.”</i>	
	Argumentariam que na Geometria Projetiva não existem retas paralelas. (5 professores)	<p><i>“Daria os mesmos exemplos, apenas complementar dizendo que na geometria projetiva não existem as retas paralelas, pois trabalhamos com o conceito de ponto de fuga.”</i></p> <p><i>“Explicaria que na geometria projetiva não existem retas paralelas.”</i></p>	Os professores comentaram sobre a Geometria Projetiva, mas se esqueceram de falar sobre a Geometria Euclidiana. Isso poderia causar confusão nos alunos.

Análise a posteriori da segunda questão

Na segunda pergunta o número de professores que declararam não saber o que responder ao seu aluno diminuiu, o que pode representar que os professores se apresentam mais seguros em relação à Geometria Projetiva. No entanto, o número de professores que declarou que retas paralelas se encontram no infinito aumentou consideravelmente, o que mostra que os conceitos ainda não estavam suficientemente construídos. Não ficou claro para muitos professores que na Geometria Projetiva não há retas paralelas e que retas paralelas, por definição, não se encontram. Mas percebemos, nessa questão, professores mais seguros em discutir com seus alunos a maneira como eles visualizam o mundo a sua volta. O contato com novos conhecimentos que romperam com conhecimentos antigos gerou conflitos internos em muitos professores, que muitas vezes mostraram-se confusos. Nesta questão assim como na primeira encontramos professores que afirmaram que as retas paralelas se encontram no infinito, pois a superfície é curva.

Considerações Finais

Como explicar para um aluno uma visão que ele teve que o levou a crer que retas paralelas se encontram no infinito? Negando o conceito de retas paralelas? Dizendo não

saber como explicar o fato? Afirmando simplesmente que retas paralelas não podem se encontrar? Ou, aproveitar a pergunta para explicar para os alunos uma nova geometria, na qual não existem retas paralelas, uma geometria que explique a visão deles, uma geometria que possa ajudá-los a entender melhor o mundo a nossa volta? Nesse relato trouxemos as dúvidas e incertezas dos professores no trato com uma das Geometrias não-euclidianas, a saber, a Geometria Projetiva, e suas dificuldades em aceitar novos conhecimentos que rompem com paradigmas e geram conflitos internos em muitos professores.

Referências

MORAES, Roque. **Análise de conteúdo**. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Curitiba, 2008. Disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/diretrizes_2009/matematica.pdf - Acesso em 20 mar. 2008.

SANTOS, T. S. dos. **A inclusão das Geometrias não-euclidianas no currículo da Educação Básica**. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

VELOSO, Eduardo. **Há vida na geometria para além dos prismas, paralelepípedos, cubos, esferas, cilindros e cones**. *Educação e Matemática: revista da associação de professores de matemática*. Lisboa, n. 96, p. 18-19, fev. 2008.