

UMA ANÁLISE DE ERROS NAS RELAÇÕES TRIGONÔMETRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Thamires de Brito Mota
Universidade do Estado do Pará
thamiresmota17@hotmail.com

Rosineide Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará
rosejuca@yahoo.com.br

Carlos Alberto de Miranda Pinheiro
Universidade do Estado do Pará
Prof.mirandapinheiro@gmail.com

Resumo:

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo que teve como objetivo realizar uma análise dos erros cometidos por alunos ao resolver questões de relações trigonométricas no triângulo retângulo, especificamente as relações seno e cosseno. Utilizamos como instrumento de pesquisa um teste contendo 7 questões de trigonometria no triângulo retângulo que aplicamos a uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Belém do Pará. Na análise das questões conseguimos identificar os erros e as dificuldades mais comuns e observamos que os erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo estão relacionados à falta de compreensão na definição e identificação dos elementos de um triângulo retângulo e na compreensão da definição das relações trigonométricas nele definidas.

Palavras-chave: Avaliação da aprendizagem; Análise de erros; Relações trigonométricas no triângulo retângulo.

1. Introdução

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, BRASIL (1998, p. 16), “A avaliação em suas dimensões processual e diagnóstica é tratada como parte fundamental do processo de ensino-aprendizagem por permitir detectar problemas, corrigir rumos, apreciar e estimular projetos bem-sucedidos”. Assim, a avaliação da aprendizagem é fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo de ensino e de aprendizagem como um todo, tanto para o professor avaliar o seu próprio desempenho docente, visando uma análise dos resultados de seu trabalho, como para o aluno verificar seu desempenho nos diferentes domínios da aprendizagem. Nesse sentido, entendemos que

um olhar cuidadoso nos erros cometidos pelos alunos quando submetidos à resolução de problemas poderá propiciar aos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem algumas reflexões acerca da avaliação e do desempenho citados anteriormente.

Numa perspectiva tradicional, o erro configura-se como “um vírus que precisa ser eliminado” (DE LA TORRE, 1994 *apud* PINTO, 2000). Assim, o erro é considerado como algo que não deveria ocorrer, como um fracasso, representando uma visão negativa e por isso devendo ser punido geralmente com uma perda de pontos na avaliação. Para Pinto (2000), a atitude mais comum diante de um erro era eliminá-lo antes de tentar compreender sua origem e analisar sua natureza. Assim, nessa concepção tradicional, o erro é tido como um retrocesso no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos escolares, isto é, como um produto que precisa ser “apagado” da vida escolar.

Concebido numa dimensão mais contemporânea da Educação, o erro configura-se como integrante do processo de conhecimento, como algo intrínseco ao ato de aprender. Nesse sentido, os PCN’S, BRASIL (1998, p. 16) descreve que na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Nossas experiências, participando de investigações com alunos, mostram que o aluno procura fazer tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução de um problema, quando ele ainda não sabe utilizar um procedimento sistemático para chegar à resposta certa. Com isso, o erro é visto como um indicador tanto para que o aluno possa refazer o caminho, construindo assim o seu conhecimento acerca do assunto, como para ajudar o professor no planejamento de atividades de ensino.

O estudo da trigonometria, segundo Silva e Neto (2006), nos possibilita desenvolver habilidades consideradas significativas no que diz respeito à leitura e à interpretação de fatos reais que envolvem não somente os conhecimentos matemáticos, mas as demais atividades da vida do aluno. Entretanto, são muitas as dificuldades encontradas por professores e alunos durante o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria.

Assim, alguns estudos desenvolvidos na área da Educação Matemática apontaram dificuldades e erros dos alunos em relação ao conteúdo de Trigonometria no triângulo retângulo. Dentre estes estudos destacamos os de: Silva e Neto (2006), Dionizio e Brandt (2011) e Fortes (2012).

A seguir apresentamos alguns aspectos acerca desses estudos. Assim, neste trabalho nos propomos realizar a análise de alguns erros que os alunos cometem ao resolver

questões de Relações trigonométricas no triângulo retângulo, especificamente as relações seno e cosseno.

2. Estudos sobre relações trigonométricas no triângulo retângulo

Apresentamos uma breve análise de alguns estudos relacionados à trigonometria no triângulo retângulo, os quais apresentam os erros mais comuns dos alunos quanto às definições e às relações envolvendo esse conteúdo.

Silva e Neto (2006) realizaram um estudo com 37 alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola pública no Pará, com o objetivo de verificar quais os conhecimentos dos alunos quanto às definições, às relações e aos problemas envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Segundo Silva e Neto (2006), os resultados apontam que os erros dos alunos quanto às definições das razões trigonométricas, podem ter sido em função das dificuldades em identificar o que seja cateto oposto ou cateto adjacente, assim como em confundir a hipotenusa com um cateto e vice-versa. Os erros referentes às relações trigonométricas no triângulo retângulo estão diretamente ligados às dificuldades que os alunos apresentaram às definições destas. E na resolução de problemas o maior percentual de erros foi referente a problemas sem a representação geométrica.

Dionizio e Brandt (2011) realizaram uma pesquisa junto a 22 alunos de uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola pública de Ponta Grossa, com o objetivo de analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria.

Com o estudo relativo à análise de duas dessas atividades referente à aplicação de trigonometria no triângulo retângulo, os autores constataram que o maior número de erros foi em relação à utilização da relação trigonométrica errada, no qual o procedimento dos alunos mostra que eles não compreendem qual relação trigonométrica relaciona o cateto oposto e o cateto adjacente do triângulo retângulo proposto na atividade. Os resultados da pesquisa apontam para a necessidade de um trabalho que possibilite a conceitualização dos objetos matemáticos presentes na trigonometria.

Fortes (2012) realizou um estudo numa Escola da rede pública, no município de Quevedos, RS, com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, com o objetivo de analisar os erros cometidos por esses alunos na resolução de problemas envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo.

De acordo com Fortes (2012), os alunos apresentaram dificuldades relacionadas, principalmente, com a identificação dos lados de um triângulo retângulo e com o conhecimento das relações trigonométricas nele definidas. Sendo assim, os resultados apontam que a dificuldade maior dos alunos, segundo a pesquisa, está centrada no conhecimento e identificação dos conceitos, como a definição dos elementos do triângulo retângulo.

Na análise dos estudos de Silva e Neto (2006), Dionizio e Brandt (2011) e Fortes (2012), observamos as seguintes conclusões em relação às dificuldades e aos erros cometidos pelos alunos na compreensão das relações trigonométricas no triângulo retângulo:

- ✓ Desconhecimento dos elementos de um triângulo retângulo;
- ✓ Dificuldades no conhecimento e identificação dos conceitos;
- ✓ Não compreendem qual relação trigonométrica relaciona o cateto oposto e o cateto adjacente do triângulo retângulo;
- ✓ Desconhecem conceitos básicos como cateto ou ângulo.

Com base nessas dificuldades apontadas desenvolvemos as categorias de análises que utilizaremos nas respostas dos alunos e que serão apresentadas nas análises dos resultados.

3. A metodologia de pesquisa

A pesquisa é diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

Utilizamos como instrumento de pesquisa um teste contendo 7 questões de relações trigonométricas no triângulo retângulo, especificamente das relações seno e cosseno, que foi aplicado a uma turma de 24 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Belém do Pará.

4. Análise dos resultados

Nas questões do teste foram abordadas as Definições dos elementos do triângulo retângulo e as relações trigonométricas Seno e Cosseno nele definidas.

Com base nos estudos de Silva e Neto (2006), Dionizio e Brandt (2011) e Fortes (2012), criamos duas categorias de análise apresentadas a seguir:

C1 – Compreensão na definição e identificação dos elementos de um triângulo retângulo;

C2 – Compreensão na definição das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Apresentamos o quadro 1 que representa a relação das questões do teste referentes ao acerto, erro e em branco.

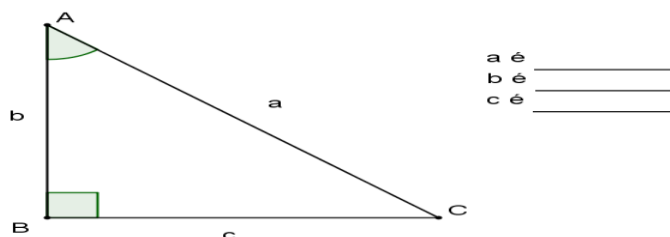
Quadro 1 – comparativo de acertos, erros e não fez

| Questões | Acerto | Erro | Em branco |
|----------|--------|------|-----------|
| 01 | 8% | 92% | -- |
| 02 | -- | 46% | 54% |
| 03 | -- | 38% | 63% |
| 04 | -- | 50 % | 50 % |
| 05 | -- | 46% | 54% |
| 06 | -- | -- | 100% |
| 07 | -- | 4% | 96% |

Podemos observar no quadro acima que o maior número de erros foi em relação à questão 01 que remete a noção inicial e essencial para a aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo, que é a identificação dos elementos nele definidos. Já o menor número de erros foi na questão 07, pois o restante deixou essa questão em branco.

A seguir apresentamos as questões que foram resolvidas pelos alunos, os seus respectivos objetivos e a análise de algumas respostas dadas pelos alunos.

1. Identifique os catetos oposto e adjacente ao ângulo A e a hipotenusa no triângulo retângulo a seguir.



O objetivo dessa questão foi verificar os erros dos alunos na identificação dos catetos oposto e adjacente e da hipotenusa no triângulo retângulo.

Essa questão teve 8% de acerto (alunos A5 e A6) e nenhum aluno deixou em branco. Em relação aos erros, que teve um número de 92%, percebemos que 84% dos alunos erraram na identificação do cateto oposto e na identificação do cateto adjacente ao ângulo \hat{A} , nenhum aluno errou ao identificar a hipotenusa no triângulo retângulo e os alunos A3 e A4 não especificaram os catetos. Apresentamos a seguir alguns erros cometidos pelos alunos.

a é Catetos oposto a e b.
b é Cateto adjacente C.
c é hipotenusa a.

Figura 1 resposta aluno A1

a é hipotenusa
b é catetos oposto
c é Triângulo Retângulo.

Figura 2 resposta aluno A2

a é hipOTENUSA
b é CATETO OPOSTO
c é CATETO ADJACENTE

Figura 3 resposta aluno A24

O aluno A1 apresenta uma falta de compreensão na identificação dos catetos no triângulo retângulo, pois observamos que o aluno identifica a hipotenusa corretamente, porém no momento de identificar os catetos, apresenta dois catetos opostos, sendo que nenhum dos dois foi corretamente empregado, além de errar ao identificar o cateto adjacente.

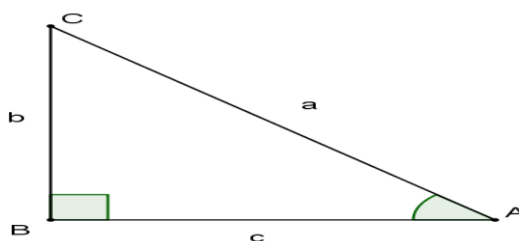
O aluno A2 mostra um total desconhecimento na identificação dos catetos, pois apesar de acertar ao identificar a hipotenusa, o aluno identifica o cateto adjacente como “cateto oposto” e o cateto oposto como “triângulo retângulo”. Acreditamos que o erro do aluno ao identificar como “triângulo retângulo” o cateto oposto, poderia ser analisado a partir da ideia de ângulo reto no triângulo em questão, ou seja, se o triângulo fosse retângulo em C teríamos uma possível explicação do erro cometido, mas na figura em

questão observamos que o triângulo é retângulo em B, o que torna a resposta do aluno sem muita coerência.

O aluno A24 apresenta o erro mais comum dessa questão, referente à identificação do cateto oposto como cateto adjacente e na identificação do cateto adjacente como cateto oposto, demonstrando uma falta de compreensão na definição desses elementos do triângulo retângulo. Nesse tipo de erro estão também as respostas dos alunos A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22 e A23.

Percebemos que os alunos A1, A2 e A24 identificam corretamente a hipotenusa, porém mostram um desconhecimento na definição ao identificar os catetos no triângulo retângulo.

2. Determine $\text{Sen } A$ no triângulo retângulo da figura abaixo:



Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos na definição do seno de um ângulo no triângulo retângulo.

O número de erros nessa questão foi de 46%. Em relação ao acerto, não tivemos nenhum e 54% dos alunos (A4, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A16, A17, A18, A20, A22 e A24) deixaram a questão em branco, como mostra o quadro 1. Apresentamos a seguir alguns erros cometidos pelos alunos.

Figura 4 resposta aluno A3

Figura 5 resposta aluno A8

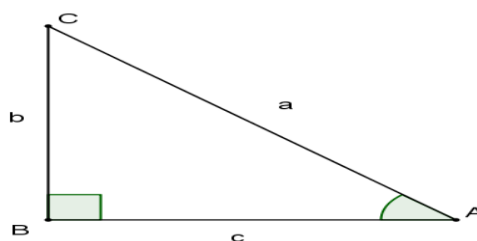
O aluno A3 determina “sen A” como sendo $\frac{1}{2}$, isto é, um valor numérico e observe que na questão os valores no triângulo retângulo são apenas na forma algébrica, mostrando que o aluno parece não ter compreendido a questão. Além do que, o valor dado pelo aluno tem por referência o seno de 30° , porém a questão não fornece a medida do ângulo A.

O aluno A8 representa “sen A” como a razão entre a hipotenusa e o cateto adjacente, nesse caso encontram-se também as respostas dos alunos A2, A5, A6, A19, A21 e A23. Esse tipo de erro está relacionado à falta de compreensão na definição das relações trigonométricas no triângulo retângulo, o que é apontado no estudo de Silva e Neto (2006).

Para Silva e Neto (2006), as dificuldades referentes às relações trigonométricas no triângulo retângulo estão diretamente ligadas às dificuldades quanto às definições destas, uma vez que os alunos que não identificaram corretamente os elementos no triângulo retângulo não conseguiram escrever as relações trigonométricas de modo correto. Desse modo, acreditamos que o aluno erra porque a dificuldade anterior não é superada, assim, para definir corretamente as relações trigonométricas é necessário que o aluno tenha compreensão correta dos elementos definidos no triângulo retângulo.

O aluno A1 não apresenta estratégia para resolver a questão, o A14 relaciona o seno como sendo a hipotenusa dividida pelo cateto oposto e o aluno A15 tenta iniciar a resolução indicando apenas a lei dos cossenos.

3. *Determine Cos A no triângulo retângulo da figura abaixo:*



Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos na definição do cosseno de um ângulo no triângulo retângulo.

Observamos 38% no número de erros e nenhum acerto. Nessa questão houve 62% de questões em branco (A3, A4, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A15, A16, A17, A18, A20, A22 e A24). O erro mais comum nessa questão foi terem considerado o “cos A” como a razão entre a hipotenusa e o cateto oposto. Apresentamos a seguir alguns dos erros cometidos pelos alunos.

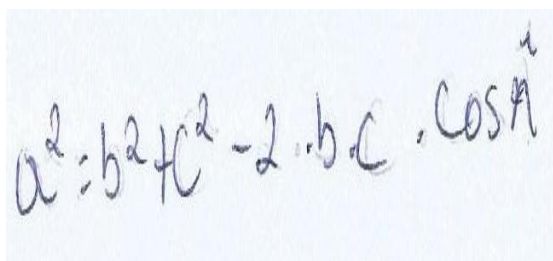

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Figura 6 resposta aluno A1

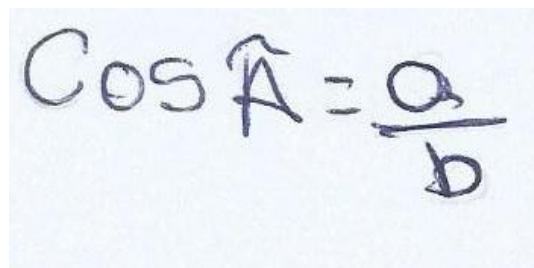

$$\cos \hat{A} = \frac{a}{b}$$

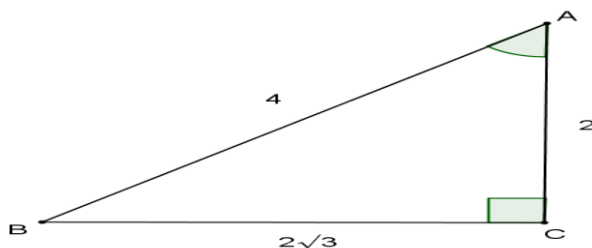
Figura 7 resposta aluno A8

O aluno A1 determina o “cos A” por meio da representação da lei dos cossenos, o que não seria viável já que essa questão trabalha apenas com valores algébricos. Além do que, o aluno erra ao representar a lei dos cossenos. Esse tipo de erro parece mostrar que o aluno desconhece a definição da relação cosseno como sendo a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa ou o fato do conteúdo de trigonometria no triângulo qualquer (lei dos senos e lei dos cossenos) ser mais recente no seu estudo e, assim, utiliza esses procedimentos quase que mecanicamente, sem haver a compreensão na questão proposta.

O aluno A8 mostra desconhecer a relação trigonométrica cosseno, pois apresenta “cos A” como sendo a hipotenusa sobre o cateto oposto, como foi exposto anteriormente, o que representa o erro que os alunos A2, A5, A6, A19, A21 e A23 também cometeram.

O aluno A14 representa o cosseno como sendo a divisão entre a hipotenusa e o cateto adjacente.

4. Determine o valor do seno do ângulo A no triângulo retângulo ABC da figura a seguir.



Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos na determinação do seno no triângulo retângulo.

A questão 04 apresentou 50% de erros. Não houve acerto e 50% dos alunos deixaram em branco (A1, A4, A7, A10, A11, A12, A13, A17, A18, A20, A22, A24). Em relação aos erros, constatamos que 16% dos alunos (A2, A8, A19 e A21) erraram ao tentar resolver a questão por meio da lei dos senos, 12% (A9, A15 e A16) erraram ao tentar

resolver pela lei dos cossenos e 16% (A5, A6, A14 e A23) erraram ao tentar resolver pelo teorema de Pitágoras. Apresentamos a seguir alguns erros cometidos pelos alunos.

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}}$$
$$\frac{4}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{2\sqrt{3}}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{2}{\text{sen } \hat{C}}$$

Figura 8 resposta aluno A2

$$a = b \cdot c$$
$$a = 2\sqrt{3} \cdot 4$$
$$a = 8\sqrt{3}$$

Figura 9 resposta aluno A3

$$4^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2$$
$$16 + 4 = 12$$
$$30 + 12 = 30$$
$$32 \neq \sqrt{65}$$

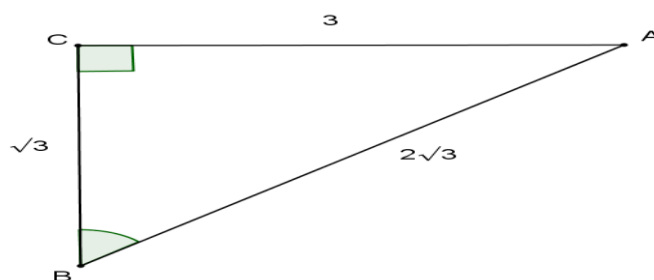
Figura 10 resposta aluno A5

O aluno A2 apresenta a lei dos senos para resolver a questão, o que seria um meio viável, porém erra na organização dos valores na representação da lei, não chegando a um valor determinado para o “sen A”. Este erro mostra uma falta de compreensão do aluno ou um desconhecimento na definição da razão seno. Outro ponto a ser levantado é que a ideia de seno como sendo o cateto oposto dividido pela hipotenusa parece não ser clara para esse aluno, pois ele utiliza um meio que, de certo modo, exige um desenvolvimento um pouco maior, errando ainda na representação da lei.

O aluno A3 acerta na escolha dos dados, porém erra na escolha da operação, efetuando a multiplicação entre o cateto oposto e a hipotenusa, mostrando que parece desconhecer como determinar o seno de um ângulo.

O aluno A5 tenta resolver a questão utilizando o teorema de Pitágoras. Dessa maneira, como a questão fornece todos os valores dos lados, o aluno chegou a uma igualdade e de uma maneira sem muita coerência, pois erra no tratamento de ambos os membros da igualdade. Além do mais, em nenhum momento o aluno se refere ao “sen A” na resolução, mostrando que parece desconhecer a utilização da razão seno.

5. Determine o valor do cosseno do ângulo B no triângulo retângulo da figura abaixo.



O objetivo dessa questão foi verificar os erros dos alunos na determinação do cosseno no triângulo retângulo.

Essa questão teve 46% de erro. Não houve nenhum acerto e 54% dos alunos deixaram a questão em branco (A1, A4, A5, A7, A11, A12, A13, A16, A17, A18, A20, A22, A24). Em relação aos erros, 25% estavam relacionados à aplicação da lei dos cossenos que os alunos utilizaram para resolver a questão. Apresentamos a seguir alguns erros dos alunos.

$$\begin{aligned}
 b^2 &= a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B} \\
 b^2 &= (2\sqrt{3})^2 + 3^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \cos \sqrt{3} \\
 b^2 &= 4 \cdot \sqrt{9} + 9 - 4\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \\
 b^2 &= 4 \cdot 3 - 5 \cdot 3 \\
 b^2 &= 12 - 15 \\
 \sqrt{b^2} &= 3 \quad \boxed{b = 3}
 \end{aligned}$$

Figura 11 resposta aluno A1

$$\begin{aligned}
 B &= (2\sqrt{3})^2 + 3^2 = \sqrt{3} \cdot 3 \\
 B &= 12 + 9 = 9 \\
 B &= 28 + 9 \\
 B &= 37 \\
 B &= \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Figura 12 resposta aluno A2

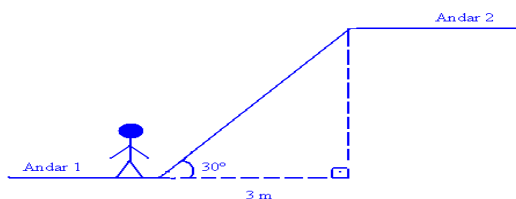
O aluno A1 apresenta uma falta de compreensão na definição de cosseno de um ângulo, pois observe que ao resolver a questão pela lei dos cossenos, o aluno substituiu na fórmula o ângulo B por $\sqrt{3}$ que é o valor do cateto adjacente do triângulo retângulo e note que ele “some” com o “cosseno”, permanecendo apenas o $\sqrt{3}$. Desta forma, utiliza de forma errada os dados da questão, não fazendo distinção entre o valor do cosseno de um ângulo e um lado do triângulo retângulo.

O aluno A2 apresenta um total desconhecimento da relação trigonométrica cosseno, pois observamos que o aluno não consegue utilizar os dados corretamente, manipulando os valores sem muita coerência, dessa maneira chega a um resultado absurdo.

6. Uma pipa esta presa a uma linha esticada que forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento do fio é de 100m. Qual a altura do papagaio em metros em relação ao solo? (Sen $45^\circ = 0,7$; Cos $45^\circ = 0,7$; Tg $45^\circ = 1$).

Essa questão que tinha como objetivo verificar os erros dos alunos na aplicação da relação trigonométrica seno na resolução de problemas apresentou 100% no número de alunos que deixaram em branco. Desse modo, como nenhum aluno apresentou erro nessa questão, não será feita a análise da mesma, que será apresentada apenas como fonte de observação no quadro 1.

7. Dois andares de uma escola estão ligados por uma rampa de 3m de comprimento e 30° de inclinação, conforme a figura abaixo. Determine a distância que a criança deve percorrer para ir do andar 1 para o andar 2 (Sen $30^\circ = 0,5$; Cos $30^\circ = 0,8$, Tg $30^\circ = 0,57$).



Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos na aplicação da relação trigonométrica cosseno na resolução de problemas.

O número de erros nessa questão foi de 4% (A3). Em relação aos acertos, não tivemos nenhum e 96% dos alunos deixaram a questão em branco, como mostra o quadro 1. A seguir apresentamos o erro do aluno A3 nessa questão.

Figura 13 resposta aluno A3

O aluno A3 resolve a questão aplicando incorretamente a lei dos cossenos, o que não foi um meio viável, porque a situação problema apresentada fornece apenas dados de uma medida de ângulo e de uma medida de lado no triângulo retângulo. Um ponto importante é que o aluno mostrou dificuldade na distinção entre valores de lados e de ângulos, pois utiliza “30°” como sendo o valor de um lado, de um cateto. Desse modo, o aluno mostra ter compreendido que a situação problema envolvia a relação trigonométrica cosseno, porém utiliza incorretamente os dados da questão, chegando assim a um resultado absurdo.

Ao analisar os erros e dificuldades dos alunos nas relações trigonométricas no triângulo retângulo, podemos dizer que essas análises apontam resultados também encontrados nos estudos analisados. Em relação às categorias utilizadas nesse estudo temos:

Categoria C1 - Compreensão na definição e identificação dos elementos de um triângulo retângulo

A análise das respostas mostrou que os alunos apresentam uma falta de compreensão ao identificar os catetos no triângulo retângulo, pois foi observado nas respostas de todos os alunos que eles identificaram corretamente a hipotenusa, porém erraram ao identificar os catetos, sendo que a maioria identificou o cateto oposto como adjacente e o cateto adjacente como oposto.

Categoria C2 – Compreensão na definição das relações trigonométricas no triângulo retângulo

As respostas analisadas apontaram que os alunos possuem uma deficiência muito grande na compreensão da definição das razões trigonométricas no triângulo retângulo, porque nenhum aluno determinou corretamente nenhuma das razões trigonométricas presentes nas questões a ele apresentada.

Um ponto importante a ser levantado neste trabalho e que não foi encontrado nos trabalhos analisados é que muitos alunos tentaram determinar o seno ou cosseno de um ângulo pelo uso da lei dos senos ou lei dos cossenos, o que nas questões numéricas era um meio viável, porém não expressaram a lei de maneira correta, e esse tipo de erro parece mostrar uma falta de compreensão na definição de razão seno como sendo “o cateto oposto dividido pela hipotenusa” ou de razão cosseno de “cateto adjacente dividido pela hipotenusa”, pois para o aluno utilizar a resolução por meio dos preceitos da trigonometria no triângulo qualquer (lei dos senos e lei dos cossenos) pode indicar que ele desconhece a

razão trigonométrica no triângulo retângulo, o que tornaria a resolução uma divisão de valores, uma razão e não uma fórmula supostamente decorada pelo aluno.

Acreditamos que este seja um ponto importante a ser observado nesse trabalho, pois o número de alunos que adotaram esse tipo de resolução, inclusive para as questões que trabalhavam apenas com valores algébricos, foi bastante significativo. Talvez isso tenha ocorrido por esse conteúdo da lei dos senos e lei dos cossenos ter sido visto mais recentemente pelos alunos em sala de aula do que propriamente as razões trigonométricas no triângulo retângulo, desse modo os alunos utilizam esses procedimentos como meio de resolução nas questões a ele apresentadas, sem haver uma compreensão do que lhe é proposto.

5. Considerações finais

Esse estudo teve como objetivo identificar alguns erros que os alunos cometem ao resolver questões de relações trigonométricas no triângulo retângulo, especificamente as relações seno e cosseno.

Em nossas análises foi possível constatar que a causa dos erros dos alunos referentes às relações trigonométricas no triângulo retângulo está relacionada, sobretudo, a falta de compreensão na definição e identificação dos elementos de um triângulo retângulo, como foi apontado nos estudos revisados. Acreditamos que as dificuldades dos alunos na compreensão desses elementos necessitam ser superadas para que o aluno tenha a devida compreensão das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Dessa forma, este trabalho revela a necessidade de uma mudança na maneira como o conteúdo de trigonometria é apresentado aos alunos em sala de aula, sendo fundamental que o professor busque novas metodologias para amenizar as dificuldades e erros encontrados, pois segundo Fortes (2012), no ensino da matemática é importante uma aplicação prática dos conteúdos, bem como gerar situações problema e desafios matemáticos que possibilitem discussões em sala de aula, porque as repetições de procedimentos não levam à aprendizagem dos conteúdos, mas ao domínio dos procedimentos pela repetição e memorização.

6. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, 1998.

DIONIZIO, F.Q.; BRANDT, C.T. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In **Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**. Curitiba, Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação. PUCPR, 2011, 14p.

FORTES, A. W. B. **Razões trigonométricas no triângulo retângulo: Análise de erros no ensino médio**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática)– (Centro Universitário Franciscano, UNIFRA).

PINTO, N. B. In: O ERRO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA. **Concepções de erro: nas ciências e no ensino fundamental de matemática**. Campinas, SP: Papyrus, 2000.

RUDIO, F. V. Introdução ao projeto de pesquisa. 34. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2007.

SILVA, D.M.M.; NETO, M.O.T. Conhecimentos de Estudantes do Ensino Médio sobre Razões Trigonômétricas no Triângulo Retângulo. In **Anais do SIPEMAT**. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 10p.