

## CONCEITOS INICIAS NECESSÁRIOS PARA A APRENDIZAGEM DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ATRAVÉS DO USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Marcio Antonio Souza Paim  
Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA  
Mestrando em Educação Matemática pela UESC - BA  
Email: teacher\_paim@yahoo.com.br

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana  
Professora e Coodenadora do Mestrado em Educação Matemática da UESC - BA  
Doutora em Educação Matemática pela PUC - SP  
Email: eurivalda@hotmail.com

### Resumo:

Este trabalho faz parte de uma pesquisa em andamento que tem como objetivo principal analisar quais contribuições que uma sequência de ensino usando materiais manipulativos pode trazer para a aprendizagem das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Tendo como fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais, busca investigar como o uso de materiais manipulativos como o material dourado, o emborrachado (EVA) e as barras de frações poderiam auxiliar na ligação entre diferentes campos do conhecimento matemático, representados naturalmente pelos campos geométrico, multiplicativo ou aditivo para a aprendizagem de conteúdos essenciais sobre trigonometria no triângulo retângulo através de sequencias de ensino. Neste caso, os materiais manipulativos funcionariam como subsídios de matemática para a aprendizagem de conceitos sobre trigonometria no triângulo retângulo para estudantes da 1ª série do ensino médio de uma escola pública e técnica, além de suportes para a apreensão de determinados conceitos.

**Palavras-chave:** Trigonometria no Triângulo Retângulo; Teoria dos Campos Conceituais; Materiais Manipulativos.

### 1. Introdução

O ensino das razões trigonométricas no triângulo retângulo costuma ser visto somente como uma mera reprodução de conceitos estabelecidos nos livros didáticos ou como um processo de memorização de fórmulas e algoritmos propriamente definidos. Dessa maneira, os alunos fixam tais conteúdos memorizando-os por repetição e reprodução de informações, independentemente da compreensão de conteúdos anteriores. Para Cachapuz (2005) o que se tem visto é um ensino libresco, em que a transmissão dos conhecimentos é repetitiva, sem métodos alternativos de ensino.

Ao entrar em contato com determinados assuntos à serem estudados, como por exemplo o Teorema de Pitágoras, os estudantes apresentam algumas dificuldades. Segundo Bastian (2000) isto poderia estar na “ identificação do uso do Teorema de Pitágoras como uma ferramenta ou, também, na visualização de uma realidade bidimensional “. Além disso, ao tentar determinar o valor da medida de um lado em um triângulo retângulo, os estudantes podem ser levados primeiramente a fixação dos nomes dos lados do triângulo ou em guardar na memória a posição em relação aos seus ângulos.

De qualquer forma, não são trabalhadas situações que compreendam vários aspectos anteriores e que também deveriam ser vistos, como por exemplo, sobre o significado de uma razão e da leitura de uma medida através de números decimais. Fazendo uso da linguagem natural, razão em matemática quer dizer uma “divisão”, já metria ou métrica significa “medida”, portanto a frase “RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS” pode ser associada à “DIVISÃO DAS MEDIDAS DOS LADOS DE UM TRIÂNGULO”. Através desta leitura se faz necessário uma aprendizagem de conceitos dados em séries anteriores.

Na literatura existem alguns trabalhos de pesquisadores sobre trigonometria e trigonometria no triângulo retângulo, dentre eles, Costa (1997) Investigou qual a ordem de introdução dos contextos (experimental e do computador) é mais eficaz para o estudo das funções seno e cosseno, Ribeiro (2011) investigou o currículo de matemática na perspectiva construtivista, caracterizando os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados a funções trigonométricas. Já Lindegger (2000) pretendeu introduzir os conceitos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente a partir da manipulação de modelos. Este último é o que melhor coincide com o objeto de estudo proposto para a pesquisa.

Quando pensamos na aprendizagem, ouvimos falar do pesquisador francês Gérard Vergnaud, o qual defende que a própria aprendizagem faz parte da construção dos conhecimentos prévios dos alunos e este conhecimento se dá num longo período de tempo por meio da experiência, maturidade. Este argumento faz parte das idéias defendidas e desenvolvidas sobre um dos domínios da Teoria dos Campos Conceituais, que fornece elementos por meio dos quais é possível se basear na análise do desenvolvimento de competências e representação de situações, (VERGNAUD apud SANTANA, 2010). Sendo assim, a pesquisa está pautada na perspectiva da construção do conhecimento..

Para realizar o nosso estudo estamos interessados em alguns conceitos, o primeiro deles é sobre concepção e competência. Para Vergnaud (2009), o conhecimento se refere tanto a competências como a concepções e emerge da resolução de problemas. Enquanto as

concepções são expressadas por uma sequência de enunciados(...), as competências se dão por meio de ações julgadas adequadas para tratar uma situação. Os alunos poderão se apropriar dos conceitos matemáticos com várias situações de aprendizagem. Para o autor, é a partir das situações-problema e de sua resolução que um conceito consegue ser apreendido por uma criança, adolescente ou adulto.

Acreditamos que o entendimento de algumas atividades que envolvam aplicações das razões trigonométricas no triângulo retângulo e dos seus pré-requisitos sejam comprovadas com a manipulação de materiais concretos, os quais, segundo Lorenzato (2009), tratam-se de qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem. O mesmo autor destaca dois diferentes tipos de material manipulativo:” o estático, pelo qual não há alteração da sua estrutura física durante a manipulação pelo sujeito, e o dinâmico, cuja estrutura física muda a medida que ele vai sofrendo transformações durante a atividade experimental “ (LORENZATO apud GAZIRES; RODRIGUES, 2012). Tanto de um tipo quanto de outro completam o processo de aprendizagem e facilitam na realização de descobertas.

É a partir dos esquemas apresentados pelos alunos na aplicação das sequências por meio de situações, que pretendemos inicialmente verificar os conhecimentos dos alunos analisando as suas potencialidades, competências e limitações, além de situações concretas que mostrem o contato direto com os materiais manipulativos, ou que explorem conceitos iniciais necessários para uma melhor compreensão dos conceitos trigonométricos.

## **2. Metodologia**

Para a realização do trabalho utilizaremos alunos de duas turmas da primeira série do Ensino Médio de um curso técnico em edificações em uma instituição pública técnica e tecnológica do município de Eunápolis, Cidade do Extremo Sul do Estado da Bahia.

O curso técnico referido foi escolhido tendo como base o estímulo ao contato dos alunos em processos de construções cotidianas ou necessárias à sua vida social. Neste caso, os materiais manipuláveis poderiam funcionar de maneira análoga como instrumentos de uso na sua prática profissional.

Para diversificarmos a sequência de ensino, usaremos diferentes materiais que possam nos auxiliar na construção de conceitos e nas representações que relacionam elementos matemáticos. Associados às práticas de ensino e de aprendizagem da matemática nas escolas, os materiais são recursos frequentemente abordados e estudados nas pesquisas em Educação Matemática. Alguns materiais já são bem conhecidos no meio acadêmico e no ambiente

escolar, enquanto outros não são costumeiramente usados devido, possivelmente, ao desconhecimento de alguns professores e estabelecimentos de ensino.

Podemos ter conhecimento das limitações de alguns manipuláveis, mas acreditamos que eles podem ser eficazes para o processo de aprendizagem dos alunos. Podemos destacar entre estes materiais manipulativos: o material dourado, as barras de frações, o papel emborrachado (EVA) e as barras e medidas.

A utilização de cada material terá a exploração de um conceito específico e de possíveis relações com os campos do conhecimento matemático:

TIPO DE MATERIAL	CONCEITOS	CAMPOS DO CONHECIMENTO
material dourado	teorema de pitágoras, áreas de figuras planas medição do comprimento de segmentos,...	campo multiplicativo e geométrico
barras de frações	divisão de ângulos, relação entre arcos e ângulos,...	campo geométrico
barras e medidas	números decimais, medição de comprimentos,..	campo multiplicativo
emborrachado (EVA)	ângulos complementares, classificação de triângulos, teorema de pitágoras,...	campo geométrico e multiplicativo

Pretendemos deixar claro que antes do estudante aprender sobre trigonometria no triângulo retângulo, será preciso conhecer sobre alguns pré-requisitos essenciais para o seu entendimento. São temas que tem origem em idéias anteriores às das razões trigonométricas, caracterizadas pelo seno, cosseno e pela tangente de um ângulo no triângulo retângulo.

Considerando que participarei da intervenção de ensino, desenvolvendo as sequências, poderei determinar os aspectos mais importantes deste estudo. Neste sentido, usando a pesquisa experimental com o objetivo de fazer a passagem do experimental para o dedutivo, deveremos conhecer as estratégias das sequências afim de descrever e criar situações para a obtenção de melhores resultados.

Portanto, temos como abordagem, analisar de forma detalhada, as contribuições que uma intervenção de ensino utilizando material manipulativo pode trazer para a aprendizagem das razões trigonométricas no triângulo retângulo por alunos da 1ª série do ensino técnico, a partir de conceitos iniciais que acreditamos serem pré-requisitos no entendimento deste conteúdo principal.

### 3. Discussões e resultados esperados

Acreditamos que o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo nada mais são do que razões de semelhança especiais que dependem de vários conceitos para serem compreendidas mais facilmente. Já sabemos que, obter, por exemplo, o seno de um ângulo  $\alpha$  no triângulo retângulo (também especial) é ter que conhecer a medida dos valores dos seus lados: o oposto ao ângulo (o cateto oposto a  $\alpha$ ) e o maior lado deste triângulo (a hipotenusa), e em seguida, dividi-los.

Podemos perceber que neste simples exemplo há vários campos conceituais envolvidos: o geométrico (na classificação do triângulo), o campo das grandezas e medidas (na medida do ângulo  $\alpha$ ), ..., e que, portanto, o aluno deverá se apropriar. Para Teles (2008) as imbricações entre campos conceituais podem ser analisadas sob o ponto de vista dos procedimentos que são ou poderão ser mobilizados pelos sujeitos na resolução de uma questão (ou problema matemático).

Na apresentação das questões para os estudantes, será necessário submetê-las analisando as suas respostas e estratégias. Temos também a análise da própria questão ou da situação que será criada, para isto será necessário identificar os vários campos conceituais que a mesma possa apresentar, ou do que se espera dela. Baseando-se nos estudos de Teles (2008) podemos pensar sob o ponto vista destas relações com os materiais manipulativos, refletindo sobre cada questão e mobilizando os alunos sobre qual a origem do campo conceitual usando o material.

Por outro lado, segundo Santana (2010), alguns cuidados devem ser tomados no sentido de evitar o uso incorreto ou resultados não desejáveis ao se usar o material manipulativo:

Enfatizamos que a idéia fundamental de uso do material didático é que: esse uso seja reflexivo; o estudante seja confrontado com situações de forma que não seja atraído apenas pelo uso do material, mas também pelas operações e pelos conceitos envolvidos e objetivados para serem trabalhados; e o professor conheça os materiais e suas potencialidades (SANTANA, 2010, p. 73).

Entendemos que os materiais façam parte das situações criadas e que auxiliem os sujeitos na construção de conhecimentos e na organização de esquemas, não substituindo o lugar do professor como mediador. O significado de esquema para Vergnaud implica na organização invariante de atividades em diferentes classes de situações não isoladas. Portanto,

para que o aluno apreenda um conceito, serão criadas situações distintas para analisarmos a formação reflexiva de conceitos matemáticos abstratos obtidos.

Com relação a compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo, representadas pelo seno, cosseno e tangente, baseado em nossos estudos, percebemos que existe a necessidade da criação de situações de ensino próximas da realidade. Em se tratando de uma matemática mergulhada na educação profissional e tecnológica, se não existirem subsídios capazes de transformar conceitos abstratos em concretos, podem ocorrer sérias deficiências de aprendizagem no futuro. Para Fiorentini (1995), uma aprendizagem somente através de regras, técnicas e algoritmos sem preocupação de justificar ou fundamentar certos conteúdos, reproduz uma matemática desconectada de significado para o discente.

Partindo do pressuposto que qualquer instituição técnica e profissional se caracteriza por prezar qualidade no ensino, seria necessário, sair do conhecimento matemático abstrato tornando-o mais concreto devido ao perfil de alguns cursos ofertados. Nesse contexto, os materiais manipulativos podem aparecer como elementos para a concretização desse processo, e para tanto, se faz necessário compreender a importância da existência e utilização dos mesmos. Para Silveira, Novello e Laurino (2011), é necessário criar espaços de aprendizagem que permitam a inserção dos conceitos em situações nas quais os alunos tenham maiores condições de compreender o sentido do saber.

#### **4. Referências**

BASTIAN, I. V. O Teorema de Pitágoras. Dissertação de mestrado, PUC-SP, 2000;

CACHAPUZ, A. et al. A necessária renovação do ensino das ciências. São Paulo: Cortez, 2005;

COSTA, N. M. L. Funções seno e cosseno: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. Dissertação de mestrado, PUC-SP, 1997;

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Revista Zetetiké, ano 3, número 4, 1995, p. 16-38;

LINDEGGER, L. R. M. Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos. Dissertação de mestrado, PUC-SP, 2000;

LORENZATO, S. O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. 2ª ed, Campinas, São Paulo, Autores Associados, 2009;

RODRIGUES, F. C.; GAZIRES, E. S. Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT, v.7, n.12, p. 187-196, 2012. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187>>. Acesso em: 07 fev. 2013.

SANTANA, E. R. S. Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Tese de Doutorado, PUC-São Paulo, 2010;

SILVEIRA, D. S.; NOVELLO, T. P.; LAURINO, D. P. O uso de materiais concretos no ensino da matemática nas primeiras etapas de escolarização. Revista Jr de Iniciação Científica em Ciências Exatas e Engenharia, v.2, n.2, p. 19-22, 2011. Disponível em: <[http://c3.furg.br/arquivos/download/silveira\\_novello\\_laurino.pdf](http://c3.furg.br/arquivos/download/silveira_novello_laurino.pdf)>. Acesso em: 06 fev. 2013.

TELES, R. A. M. A influência de imbricações entre campos conceituais na resolução de situações envolvendo fórmulas de área de figuras geométricas planas. 31ª Reunião Anual da ANPEd – Caxambu/MG. 2008;

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade. Trad. Mara Lúcia Moro. Curitiba: Ed. UFPR, 2009.