

Uma Proposta de Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino

Prof. Taciana Maciel Baggio
tacibaggio@yahoo.com.br

Resumo

Neste trabalho sugerimos a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Para tanto, apresentamos uma proposta de atividade de modelagem que viabiliza discutir o conceito de função e sua influência na sociedade. Dessa forma, abordamos uma situação que se faz bastante presente no dia a dia, a internet. A partir desse tema desenvolvemos um modelo matemático que nos permite discutir sobre função maior inteiro. Sabemos que tal função não está incluída no currículo escolar do Ensino Médio, no entanto muitas das situações do dia a dia respeitam o comportamento desse tipo de função.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Função.

Introdução

Pesquisadores da Educação Matemática discutem sobre a possibilidade de envolver o contexto escolar com as necessidades e mudanças que a sociedade vem enfrentando por meio de fenômenos e situações existentes no contexto social, econômico e político. Um dos objetivos dos educadores matemáticos é fazer com que o aluno aprenda a matemática para ter um comportamento ativo e crítico na sociedade em que vive. Segundo Tinoco (1991) procura-se relacionar o aluno com o saber, com os outros alunos, professores e com a sociedade.

Tinoco (1991, p.70) afirma que “ao realizar uma pesquisa em Educação Matemática ou tentar tirar proveito dela, estarão em jogo os princípios e concepções que devem ser claramente explicadas”. É preciso valorizar no aluno a capacidade de questionar, propor soluções, ter o gosto do saber e, enfim, o “espírito crítico e criatividade voltada para o coletivo” (ibidem). O professor tem responsabilidade no processo de ensino e aprendizagem, pois pode valorizar o conhecimento que o aluno possui, e também ajudá-lo a ampliar e sistematizar tal conhecimento por meio das atividades que realiza.

As pesquisas em Educação Matemática sugerem várias estratégias de ensino que caminham no sentido de o professor propor atividades aos alunos que os levem à construção do conhecimento matemático. Entre tais estratégias estão:

Resolução de Problema, Modelagem Matemática, Novas Tecnologias e Informática, Etnomatemática, História da Matemática e Investigação.

Nossa atenção nesse trabalho está debruçada sobre a Modelagem Matemática como estratégia de ensino.

Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática

A Modelagem Matemática é bastante utilizada como método de pesquisa, na qual analisa situações e fenômenos existentes na vida real tendo como um de seus objetivos chegar a um modelo que represente uma situação estudada. Atualmente vem ganhando espaço nas discussões que permeiam o processo de ensino e aprendizagem, pois discute-se que o processo para se chegar a um modelo pode contribuir para um aprendizado diferenciado, no qual o aluno tem a oportunidade de aprender conceitos matemáticos utilizando-os em um contexto social.

Para se ensinar matemática utilizando Modelagem Matemática como estratégia de ensino, segundo Bassanezi (2002) um dos meios é envolver os alunos no processo de obtenção do modelo e na sua validação, porém esta etapa pode não ser uma etapa prioritária. Franchi (2003) também explica que o processo de construção do modelo é relevante, pois é nesse momento que é possível discutir os conceitos da matemática, modelando e analisando situações, e sabendo criticar e verificar a solução encontrada.

Alguns educadores matemáticos entendem a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem e abordam essa perspectiva nos eventos educacionais. Franchi (2003), por exemplo, defende que a modelagem na sala de aula pode contribuir para que os alunos fiquem mais motivados, compreendam os conteúdos a partir das necessidades para o desenvolvimento dos modelos.

Segundo Biembengut e Hein (2000) para trabalhar com Modelagem Matemática na sala de aula é preciso que o professor reconheça o seu papel tanto no que concerne às estratégias utilizadas como na forma de avaliar, pois quando inserido em tal ambiente não é coerente trabalhar os conteúdos fragmentados e isolado de um contexto. É preciso que o professor também conheça a matemática num contexto social.

O uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino proporciona que se trabalhem modelos e conceitos de forma integrada e gradativa, na

qual os alunos podem se envolver com as atividades e desenvolver assim os conceitos existentes em cada modelo.

Para implantar um trabalho com tal estratégia Almeida e Dias (2004) sugerem algumas etapas:

- É interessante iniciar as atividades utilizando modelos matemáticos a partir de situações problemas já estabelecidos e apresentados pelo professor, neste primeiro passo, a formação de hipótese e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor;
- Num segundo momento, após os alunos estarem habituados com tipos de situações propostas anteriormente, o professor pode sugerir uma situação problema já reconhecida, com as informações necessárias. Então, os alunos podem ser separados em grupos e os mesmos trabalham na elaboração das hipóteses simplificadoras e na dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado;
- Posteriormente, os alunos, em grupos, escolhem uma situação para ser estudada, na qual o professor pode ajudar na escolha do tema e após ter definido o problema em questão desenvolvem uma atividade de modelagem, quando houver necessidade o professor deve ajudá-los.

Cada procedimento acima mencionado proporciona uma compreensão do processo de modelagem e dos conceitos envolvidos no problema proposto, e podem assim, incentivar os alunos a uma reflexão sobre a solução encontrada e a relação entre os conceitos matemáticos e a realidade.

Com a modelagem no currículo escolar a matemática pode-se tornar mais dinâmica e interessante, englobando diversas áreas do interesse dos alunos, podendo assim tornar o conteúdo proposto mais relevante a eles.

Falando um pouco de Função

Vivemos num universo que o responsável pelo seu crescimento é o próprio homem, por sua vez sempre estaremos em busca de construir novas coisas. Na matemática acontece o mesmo, o homem foi construindo conforme foi precisando e aos poucos. Os conceitos que existem na matemática sempre partem de algum interesse ou necessidade do universo. O conceito de função é um exemplo disso, pois segundo Zuffi (2001) desde 2000 a.C já havia a idéia de função, quando o homem fazia cálculos com

tabelas sexagesimais de quadrado e raízes quadradas, na qual precisavam para alguns fins práticos.

Grandes matemáticos como Galileu Galilei (1564 – 1642), Newton (1642 – 1727), Leibniz (1646 – 1650), Jean Bernoulli (1667 – 1748), entre outros, tiveram grande contribuição para o surgimento de função. Para se chegar ao conceito de função existente hoje, precisou-se da contribuição de vários estudiosos e por isso foi um processo bastante longo.

No nosso dia a dia há muitas situações que envolvem função e que nós entendemos e sabemos resolver, mas quando são colocadas as mesmas situações em um exercício clássico de função, muitos encontram dificuldades. Por exemplo, o pagamento do estacionamento, onde o preço a ser pago depende do tempo que é utilizado ou o pagamento de água, que depende da quantidade consumida.

Trabalhando com situações com referência à realidade, pode fazer com que os alunos fiquem mais motivados para estudar e apreender os conceitos e definições existentes seja de função ou não. E para trabalhar neste sentido a Modelagem Matemática é uma das estratégias que pode ser usada e apresenta resultados satisfatórios.

Uma proposta de atividade de modelagem

Os avanços tecnológicos, cada vez mais, estão presentes na vida do ser humano. Às vezes, mesmo que de maneira tímida, acabamos nos envolvendo com as tecnologias, como por exemplo, a internet. Atualmente, muitas informações ou serviços passaram a ser prestado via internet, entre estes podemos citar, reportagens e serviços bancários. Ainda que grande parte da população não dispõe de acesso fácil à internet, os que a utilizam com frequência, buscam uma maneira de minimizar o seu custo.

Este tema vem sendo bastante comentado entre os adolescentes que gostam de navegar pela internet e ao ser abordado em sala de aula pode ser interessante e chamativo para os alunos, pois pode despertar neles a curiosidade em saber qual desses dois tipos de serviço é mais vantajoso. O professor pode então, desenvolver modelos matemáticos utilizando uma dada situação e comentários feitos em sala de aulas. Por meio desse tema pode-se chegar a várias situações matemáticas, além de abordar aspectos sociais.

Para essa atividade fomos coletar informações e discutimos sobre as várias maneiras de se estabelecer uma conexão à internet. As que são mais comentadas são a ADLS e a discada. Há dúvida de qual dessas duas compensa mais, cada uma tem um sistema de funcionamento e vantagens diferentes.

A internet discada é quando se utiliza uma linha telefônica. É preciso ter um hardware fax/modem que liga o computador com o telefone, feito isso é preciso usar um provedor com um software, seja gratuito ou não. Neste procedimento a linha que o computador está utilizando fica ocupada e o custo é de uma ligação local, isto é, quando o provedor é da mesma cidade. Existem vários tipos de provedores gratuitos e há também provedores com vários tipos de planos. Naturalmente, os que não são gratuitos oferecem mais vantagens.

Mas todos esses serviços têm custo de pulsos telefônicos, seja incluído na taxa por mês ou não. O pulso funciona da seguinte maneira:

- ✓ cada quatro minutos conectados paga-se uma taxa de R\$ 0,18;
- ✓ da zero hora até as seis horas, de segunda-feira a sexta-feira; sábado a partir das 14 horas; domingos e feriados, paga-se apenas um pulso.

Para desenvolver nossa proposta escolhemos apenas os planos, dispostos na Tabela 1.

Discada			
Empresa	Vantagens	Minutos	Preço (R\$)
Empresa 1		Pulso	Assinatura: Grátis Pulso: 0.18 a cada 4 min. Sábado depois das 14horas, domingo e feriado: 1 Pulso. 0 hora às 6 horas de segunda à sexta: 1pulso
Empresa 2	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Melhor conexão grátis ▪ 1GB de e-mail ▪ empresa 3 sites com 50MB grátis ▪ Ferramenta de e-mail 		
Empresa 3 (plano Básico)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 5 vezes mais rápido ▪ Agendamento de discagem e desconexão ▪ relatório de conexões com contador de pulsos e muito mais. 	Pulso	Assinatura: 8,99 reais por mês. Pulso: 0.18 a cada 4 min. Sábado depois das 14horas, domingo e feriado: 1 Pulso. 0 hora às 6 horas de segunda à sexta: 1pulso.

TABELA 1: Conexão via Internet discada.

A internet ADSL (Assymetrica Digital Subscriber Line) é uma tecnologia que também utiliza linha telefônica, mas com a diferença que não utiliza pulso e sim, separa dados com voz, permitindo que utilize o telefone e a internet ao

mesmo tempo, podendo assim ficar conectado por tempo ilimitado sem que o telefone fique ocupado.

Para ter acesso à internet ADSL é preciso ter um modem próprio para esse serviço junto com dois filtros para instalar entre o modem e os aparelhos telefônicos, este filtro serve para que ao utilizar a linha telefônica não gerem ruídos durante as ligações. O preço do modem varia entre 100 reais a 1500 reais, sendo que os mais utilizados são de 100 a 200 reais. Também se utilizam provedores, mas não há provedores gratuitos, porém os preços variam muito, depende da empresa a ser utilizada.

Na Tabela 2, encontram-se os dados que utilizaremos nessa proposta.

ADSL			
Empresa	Vantagens	Minutos	Preço (R\$)
Empresa 1		Ilimitado	Modem: 250,00 Assinatura: 15,00 por mês
Empresa 2	▪ Velocidade	Ilimitado	Modem: 100,00 Assinatura: 81,00

TABELA 2: Conexão via Internet ADLS.

Em relação à velocidade de acesso à internet, há várias opções que dependem do plano que se está utilizando. Em relação às opções básicas oferecidas há uma diferença entre a internet discada e ADSL. Para ADSL a taxa compartilhada é até 256 Kbps² de download e 128 Kbps de upload, sendo que no acesso discado a velocidade máxima é de 56 Kbps, e ADSL consegue até 32 KBps³ e no acesso discado até 8 KBps. Com essa relação podemos notar que o acesso a ADSL é bem mais rápido.

Com o avanço tecnológico, as disputas no comércio crescem cada vez mais, pois há várias empresas que oferecem internet discada e ADLS, com diversos tipos de planos e vantagens.

Para desenvolver a proposta escolhemos uma empresa de cada tipo de internet. Para a internet discada, trabalhamos com a empresa 2 (Tabela 1), pois oferecem vantagens e não há taxa de assinatura. Suponhamos também que todos que

² Kbps quer dizer quilo bits por segundo.

³ KBps quer dizer quilo Bytes por segundo.

irão utilizar já possuem placa de fax/modem, pois sempre que adquirimos um computador normalmente já vem instalada esta placa.

As hipóteses estabelecidas para a internet discada são as seguintes:

H_1 – não possui taxa de assinatura;

H_2 – não será necessário instalar algum hardware;

H_3 – a cobrança será feita apenas por pulso.

Para a internet ADSL, os preços que encontramos no mercado variam muito de uma empresa para a outra e com diversos planos. Utilizamos a empresa 2 (Tabela 2), pois os custos são mais acessíveis.

Estabelecemos as seguintes hipóteses:

H_1 – será preciso adquirir o modem ADSL, com o custo de 250 reais.

H_2 – o preço do modem será parcelado em 10 vezes, que corresponde a 25 reais por mês.

H_3 – assinatura será de 14,90 reais por mês.

Procuramos utilizar os dados de empresas mais utilizadas e com preços mais acessíveis.

O desenvolvimento da proposta

Com os dados coletados e delimitado o tema, desenvolvemos agora o modelo para a internet discada. Neste caso, analisamos a empresa 2. Observamos que o custo ao conectar na internet depende da quantidade de pulsos utilizados, lembramos que o pulso corresponde a quatro minutos.

Nesta condição, as variáveis presentes:

C = custo, em reais.

p = tempo, em pulsos.

Obtemos assim, a seguinte função:

$C: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}_+$

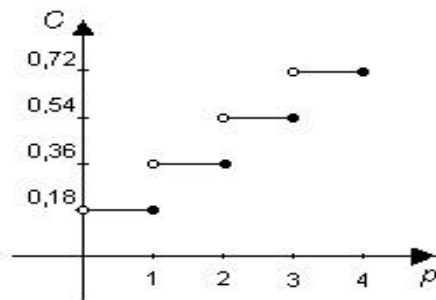
$$p \propto \begin{cases} 0,18p, & \text{se } p \in N \\ 0,18[p], & \text{se } p \notin N, \end{cases}$$

onde $[p]$ representa a função maior inteiro de p , isto é,

$f: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}_+$

$$x \propto \min_{n \in N; n > x}$$

O gráfico dessa função consta de vários segmentos paralelos ao eixo dos tempos, observe no gráfico 1:



Podemos introduzir com o tema sugerido, conceito de Imagem (Im), Domínio (D), e contradomínio (CD), que neste caso ficaria assim:

- $Im = \{0,18n, n \in N\}$;
- $D = \mathfrak{R}_+$;
- $CD = \mathfrak{R}_+$;

Passaremos agora a analisar a internet ADSL, construindo um modelo para a empresa 2. Verificamos que o custo não varia por pulso, e sim, é cobrado um preço fixo por mês, que inclui o preço da mensalidade e do modem parcelado em 10 vezes, assim o consumidor tem um tempo ilimitado de uso.

Consideramos as seguintes variáveis:

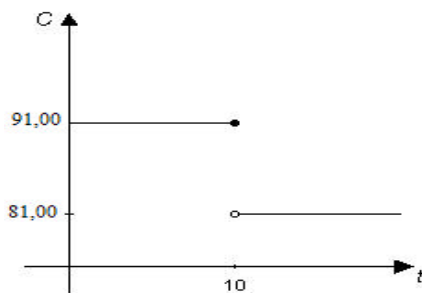
C = custo, em reais;

t = tempo, em mês.

Podemos assim, escrever a função:

$$C(t) = \begin{cases} 91,00 & , \text{ se } t \leq 10 \\ 81,00 & , \text{ se } t > 10. \end{cases}$$

Podemos analisar que a função é uma constante, portanto o gráfico consta de segmentos paralelo ao eixo do tempo, observe no gráfico 2:



Ao analisar os dois tipos de internet, podemos concluir que para quem utiliza 506 pulsos por mês, que equivale aproximadamente 33 horas, é recomendável a

internet discada. Mas para quem utiliza mais que esta cota é mais viável a internet ADSL.

Com estas situações propostas, podemos discutir com os alunos, além de função maior inteiro, função constante, injetora, sobrejetora e bijetora, discutindo suas importâncias e introduzindo os diversos conceitos envolvidos, como: variáveis, domínio, contradomínio e imagem.

Para chegar à conclusão do problema, o aluno deverá desenvolver uma capacidade de observar, interpretar e agir diante de tais situações, podendo assim compreender e entender os conceitos da matemática e utilizá-lo. Com isso, poderá fazer uma ligação entre a matemática e a vida real.

Conclusão

Essa proposta, que pode vir a contribuir com o ensino e aprendizado, está subsidiada pela Modelagem Matemática. Acreditamos que esta estratégia proporciona que o aluno desenvolva o seu conhecimento e possibilita torná-lo um cidadão ativo na sociedade, sabendo assim, relacionar a matemática com situações práticas, e vice versa.

Percebemos que função maior inteiro está relacionada com várias situações práticas e que a Modelagem Matemática proporciona discutir esse tipo de função em sala de aula. Por meio de atividades com essa característica pode-se contribuir na busca de preparar o aluno para ser um cidadão crítico e ativo na sociedade, sabendo relacionar os conteúdos com situações do cotidiano.

Referências

ALMEIDA, L. M. W., DIAS, M.R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, n° 22, ano 17, 2004.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto. São Paulo, 2002. 389 p.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. Editora Contexto: São Paulo, 2000.127p.

FRANCHI, R. H. O. L. Reflexões sobre a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3. Piracicaba – SP. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003.1CD.

TINOCO, Lucia. Quando e como um professor está fazendo Educação Matemática. **Bolema**, n°7, ano 6, 1991.

ZUFFI, Edna Moura. Conceito de Função. **Educação Matemática em Revista**. n°9, ano 8 , p. 10 a 16,2001.