

**Universidade Estadual de Campinas**

INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN”

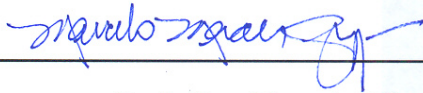
TESE DE DOUTORADO

# **Dissipação Quântica em Oscilações de Neutrinos**

Roberto Leandro Neves de Oliveira

Este exemplar corresponde à redação final da Tese de Doutorado defendida pelo aluno Roberto Leandro Neves de Oliveira e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 26 Abril de 2012



---

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo

**Campinas, Abri de 2012**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR  
SANDRA MARIA CARLOS CARTAXO – CRB8/7088 - BIBLIOTECA DO IFGW  
UNICAMP

OI4a Oliveira, Roberto Leandro Neves de, 1981-  
Dissipação quântica em oscilação de neutrinos / Roberto  
Leandro Neves de Oliveira. -- Campinas, SP : [s.n.], 2012.

Orientador: Marcelo Moraes Guzzo.  
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas,  
Instituto de Física “Gleb Wataghin”.

1. Oscilação de neutrinos. 2. Dissipação quântica.  
3. Fenomenologia. I. Guzzo, Marcelo Moraes, 1963-  
II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb  
Wataghin”. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** Quantum dissipation in neutrino oscillations

**Palavras-chave em inglês:**

Neutrino oscillations

Quantum dissipations

Phenomenology

**Área de Concentração:** Física

**Titulação:** Doutor em Ciências

**Banca Examinadora:**

Marcelo Moraes Guzzo [Orientador]

Ernesto Kemp

Alex Eduardo de Bernardini

Gustavo do Amaral Valdivieso

Juan Carlos M. Garcia

**Data da Defesa:** 26-04-2012

**Programa de Pós-Graduação em:** Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ROBERTO LEÁNDRO NEVES DE OLIVEIRA - RA 40836**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 26/04/2012.

**COMISSÃO JULGADORA:**

Prof. Dr. Marcelo Moraes Guzzo – DRCC/IFGW/UNICAMP

(Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Juan Carlos Montero Garcia – IFT/UNESP

Prof. Dr. Ernesto Kemp - DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Gustavo do Amaral Valdivieso – DCE/UNIFAL

Prof. Dr. Alex Eduardo de Bernardini – CCET/UPSCAR

“À Izabel e Fabiana, luzes dos meus caminhos.”

# Agradecimentos

Agradeço a Unicamp e ao IFGW por terem me dado a oportunidade de vir cursar o programa de Pós-Graduação em Física e a todo seu pessoal que auxilia os estudantes e assim, nos permitem concentrar todos os nossos esforços somente em nossos projetos, meus sinceros agradecimentos.

Obrigado aos amigos de Pós-Graduação, a todos sem exceção, mas principalmente ao Júlio (Bolado) e ao Pedro (São Paulino), amigos das horas difíceis e das descontraídas.

Agradeço ao Prof. Marcelo Guzzo, por ter me orientado, incentivado e acreditado em minha capacidade de estudar temas novos em física de oscilação de neutrinos.

Por fim, agradeço a CAPES pelo apoio financeiro, sem o qual a minha permanência no curso de Pós-Graduação seria impossível, tal qual, o desenvolvimento e minha participação neste projeto.

“Qual a primeira obrigação daquele que quer adquirir a sabedoria?  
Abandonar a presunção. Pois é impossível começar a aprender aquilo  
que se pensa já conhecer”

(Epictetus, Discursos, Livro 2, cap. 17)

# Resumo

Nesta tese, estudamos algumas consequências fenomenológicas da introdução do fenômeno de dissipação quântica na fenomenologia de oscilações de neutrinos em duas famílias. Utilizando a abordagem de equação mestra do tipo Lindblad-Kossakowski e o critério de completa positividade, descrevemos diferentes modelos para o sistema de oscilação de neutrinos sujeitos aos efeitos dissipativos causados por considerarmos que estes estão abertos a interagirem com o meio a seu redor. Investigamos como incluir os efeitos dissipativos para oscilação de neutrinos no vácuo e para quando os efeitos causados pelo potencial efetivo de matéria também estão incluídos no modelo de oscilação. Por fim, aplicamos a fenomenologia estudada ao experimento MINOS como forma de observar como os efeitos dissipativos se comportam frente aos dados experimentais.

# Abstract

In this thesis, we study the introduction of the quantum dissipation phenomenon and the phenomenological consequences in the model of neutrino oscillations in two families. Using the Lindblad-Kossakowski master-equation approach and the complete positivity condition, we describe different models for the neutrino oscillation system subject to dissipative effects, that are caused when we consider that neutrinos can interact with the environment around them, forming an open quantum system. We investigate as to include the dissipative effects in neutrino oscillation in vacuum and when the effects of the effective potential of matter are also included in the model of oscillation. Finally, we apply the phenomenology studied to MINOS experiment as a way to observe the behavior of the dissipative effects from experimental data.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Dissipação Quântica</b>	<b>5</b>
2.1	Superposição de Estados Quânticos . . . . .	6
2.2	Observáveis e o Processo de Medida . . . . .	8
2.3	A Equação Mestra Lindblad-Kossakowski . . . . .	11
2.4	Entropia . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Oscilações de Neutrino com Dissipação Quântica</b>	<b>21</b>
3.1	Modelos Fenomenológicos . . . . .	23
3.1.1	Modelo Padrão de Oscilação . . . . .	25
3.1.2	Oscilação com Dissipação: Caso 1 . . . . .	26
3.1.3	Oscilação com Dissipação: Caso 2 . . . . .	28
3.1.4	Oscilação com Dissipação: Caso 3 e 4 . . . . .	29
3.1.5	Oscilação com Dissipação: Caso 5 . . . . .	32
3.1.6	Oscilação com Dissipação: Caso 6 . . . . .	34
3.1.7	Oscilação com Dissipação: Caso 7 . . . . .	35
3.2	Resumo do Capítulo . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Efeitos de Matéria e Dissipação</b>	<b>41</b>
4.1	Oscilação de Neutrinos na Matéria . . . . .	43
4.2	Caso Padrão: Densidade de Massa Uniforme e não Uniforme . . . . .	45

---

4.3	Caso 2: Densidade de Massa Uniforme e não Uniforme . . . . .	50
4.4	Caso 7: Densidade de Massa Uniforme . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Experimento MINOS: Neutrinos e AntiNeutrinos</b>	<b>60</b>
5.1	Experimento MINOS: Dados de Neutrinos e Antineutrinos . . . . .	61
5.2	Análise de Dados e Resultados: Neutrinos e Antineutrinos . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Conclusão e Perspectivas do Trabalho</b>	<b>84</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Tabela com todos os coeficientes da equação (3.40), onde resumimos todos os casos estudados. . . . .	39
5.1	Tabela com os dados tirados a partir da Figura 5.1. . . . .	63
5.2	Tabela com os dados tirados a partir da Figura 5.2. . . . .	65
5.3	Tabela com os valores obtidos por meio da minimização de $\chi^2$ para todos os parâmetros livres de cada caso referente aos neutrinos. O $\chi^2/d.o.f$ de cada caso pode ser obtido fazendo $\chi^2/27$ . . . . .	78
5.4	Tabela com os valores obtidos por meio da minimização de $\chi^2$ para todos os parâmetros livres de cada caso referente aos antineutrinos. O $\chi^2/d.o.f$ de cada caso pode ser obtido fazendo $\chi^2/14$ . . . . .	79
5.5	Tabela com os valores obtidos por meio da minimização $\chi^2$ para todos os parâmetros livres considerando o ajuste de neutrinos e antineutrinos para cada caso. O $\chi^2/d.o.f$ de cada caso pode ser obtido fazendo $\chi^2/41$ . . . . .	82

# Lista de Figuras

3.1	O comportamento da probabilidade de sobrevivência do <i>Caso Padrão</i> aparece na figura a). Para os <i>Casos</i> de 1 a 3, os comportamentos das probabilidades de sobrevivência estão nas figuras b), c) e d), respectivamente. Para a linha sólida, os valores utilizados para cada um dos parâmetros foram: $\Delta m^2 = 7.92 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ , $\theta = 0.60$ , $\gamma = 0.78 \times 10^{-26}$ e $E = 10 \text{ MeV}$ . O comportamento da linha tracejada é obtido alterando o valor do ângulo de mistura para $\theta = 0$ . Para a linha tracejada com ponto duplo, colocamos $\gamma = 3\Delta$ e este mesmo valor de $\gamma$ para o comportamento mostrado pela linha tracejada com ponto simples, mas também tomando $\theta = 0$ . O valor usado para $\phi$ foi 0.001 rad. . . . .	31
3.2	A probabilidade de sobrevivência dos <i>Casos</i> 4 a 7 está nas figuras de a) até d), respectivamente. Os parâmetros variam da mesma forma que na Fig. 1.	37
5.1	Razão de não oscilação pela energia reconstruída dos neutrinos do múon, $\nu_\mu$ no Far detector. Essa figura foi retirada de [57]. . . . .	62
5.2	Razão de não oscilação pela energia reconstruída dos antineutrinos do múon, $\bar{\nu}_\mu$ no Far detector. Essa figura foi retirada de [58]. . . . .	64
5.3	Comportamento das probabilidades de sobrevivência para o <i>Caso Padrão</i> : a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos. . . . .	67

5.4	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\Delta m^2$ para o <i>Caso</i> Padrão: A figura à esquerda possui mínimo em $\Delta m^2 = 2,34 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\Delta \bar{m}^2 = 2.84 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para antineutrinos. . . . .	67
5.5	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso</i> Padrão: A figura à esquerda possui mínimo em $\sin^2(2\theta) = 0.92$ para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\sin^2(2\bar{\theta}) = 0.88$ para antineutrinos. . . . .	68
5.6	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\Delta m^2$ e $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso</i> Padrão, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	68
5.7	Comportamento das probabilidades de sobrevivência para <i>Caso</i> 1: a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos. . . . .	70
5.8	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\Delta m^2$ para o <i>Caso</i> 1: A figura à esquerda possui mínimo em $\Delta m^2 = 2.23 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\Delta \bar{m}^2 = 2.76 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para antineutrinos. . . . .	71
5.9	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso</i> 1: A figura à esquerda possui mínimo em $\sin^2(2\theta) = 0.98$ para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\sin^2(2\bar{\theta}) = 0.94$ para antineutrinos. . . . .	71
5.10	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\gamma$ para o <i>Caso</i> 1: A figura à esquerda possui mínimo em $\gamma = 2.77 \times 10^{-14}$ eV para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\bar{\gamma} = 4.93 \times 10^{-14}$ eV para antineutrinos. . . . .	72
5.11	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\Delta m^2$ e $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso</i> 1, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	72
5.12	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\Delta m^2$ e $\gamma$ para o <i>Caso</i> 1, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	73

5.13	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\sin^2(2\theta)$ e $\gamma$ para o <i>Caso 1</i> , à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	73
5.14	Comportamento das probabilidades de sobrevivência para o <i>Caso 7</i> : a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos. . . . .	74
5.15	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\Delta m^2$ para o <i>Caso 7</i> . A figura à esquerda possui mínimo em $\Delta m^2 = 2.22 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\Delta \bar{m}^2 = 2.81 \times 10^{-21}$ GeV <sup>2</sup> para antineutrinos. . .	75
5.16	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso 7</i> : A figura à esquerda possui mínimo em $\sin^2(2\theta) = 0.96$ para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\sin^2(2\bar{\theta}) = 1$ para antineutrinos. . . . .	75
5.17	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\gamma$ para o <i>Caso 7</i> : A figura à esquerda possui mínimo em $\gamma = 1.46 \times 10^{-14}$ eV para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\bar{\gamma} = 9.35 \times 10^{-14}$ eV para antineutrinos. . . . .	76
5.18	Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de $\sin^2(\phi)$ para o <i>Caso 7</i> : A figura à esquerda possui mínimo em $\sin^2(\phi) = 1$ para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em $\sin^2(\phi) = 0.33$ para antineutrinos. . . . .	76
5.19	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\Delta m^2$ e $\sin^2(2\theta)$ para o <i>Caso 7</i> , à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	77
5.20	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\Delta m^2$ e $\gamma$ para o <i>Caso 7</i> , à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	77
5.21	As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros $\sin^2(2\theta)$ e $\gamma$ para o <i>Caso 7</i> , à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos. . . . .	78

- 
- 5.22 As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso* padrão à esquerda e para o *Caso* 7 à direita, respectivamente, referente ao ajuste global. . . . . 81
- 5.23 As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\gamma$  à esquerda e  $\sin^2(2\theta)$  e  $\gamma$  à direita, ambas para o *Caso* 7 no ajuste global. . . . . 82

# Capítulo 1

## Introdução

Entender a respeito da composição do material que compõe o universo é um grande campo de investigação da física. Sobre essa questão, muitas teorias, sob a luz do método científico, foram desenvolvidas no século XX e muitas foram descartadas pelo mesmo método. No entanto, o que restou como aparentemente fundamental foi o modelo padrão das partículas elementares (MPPE) que graças à mecânica quântica, relatividade e a teoria quântica de campos, foi possível se ter conhecimentos sobre os fundamentos dos elementos que constituem o Universo. Atualmente é comum dizer MPPE mínimo, uma vez que muitos avanços foram feitos nesse campo [1–4], inclusive algumas mudanças já são aceitas pela comunidade científica [5–12]. Esse desenvolvimento que o MPPE sofre é devido não só à busca de novos componentes que compõem o universo, mas também de estudos cada vez mais rigorosos com relação às partículas que já estavam contidas no MPPE. Um exemplo disso é o neutrino, que sofreu uma alteração significativa com relação ao MPPE mínimo, pois anteriormente essas partículas eram consideradas desprovidas de massa, mas que já há um consenso que essa partícula possui massa, devido ao grande número de experimentos que são explicados por esse fato.

De todas as partículas massivas contidas no MPPE, o neutrino é a partícula massiva que apresenta mais evidentemente em sua peculiaridade quântica. Quântica no sentido de que sofrer um dos principais e mais intrigantes efeitos que a mecânica quântica possui, a superposições de estados. Esse fenômeno dá origem ao conceito de coerência



quântica. As outras partículas podem também possuir essa característica, mas certamente, elas não a mantêm por muito tempo e, por isso, seus estados são definidos classicamente com relação à sua massa, ou seja, estados bem definidos e, que por sua vez, não podem apresentar nenhum tipo de coerência quântica. Ao passo que o neutrino evolui no tempo e no espaço com essa característica aparentemente permanente. Assim, supondo que um mesmo mecanismo afete todas as partículas do MPPE com relação ao princípio de superposição, porque apenas o neutrino responde de maneira diferente? Essa é a questão que nos dá o objetivo dessa tese, o qual tentamos entender como os neutrinos respondem a um mecanismo que destrói a coerência quântica.

Em mecânica quântica postula-se que sob uma medida experimental os estados quânticos deixam de ser superpostos. Esse é o meio que o postulado encontra para ligar o que conhecemos a respeito da natureza quântica e clássica dos estados dos objetos. Por estado clássico estamos nos referindo a estados que não são superposições de outros estados e consequentemente estados quânticos os que podem ser formados por superposições. Então, se qualquer estado de uma partícula elementar pode ser expresso por uma superposição de estados de massa, porque somente temos evidência de que os neutrinos apresentam o efeito de interferência quântica devido à essa superposição? O mecanismo que elimina a superposição, segundo o postulado quântico, é a medida, ou seja, a medida faz com que a função de onda se colapse para um determinado estado, então, podemos razoavelmente supor que a própria natureza do universo estaria constantemente “medindo” os estados quânticos de onde emerge os estados clássicos. Em outras palavras, os estados quânticos não devem ser herméticos à natureza e então, formam um sistema aberto com ela. A partir dessa consideração assumimos outra maneira de compreender como os estados clássicos emergem dos quânticos.

Por toda essa tese, estudamos a chamada Mecânica Quântica de Sistemas Abertos (MQSA) e não somente estudaremos os efeitos de destruição da coerência quântica, ou descoerência, como também os outros efeitos dissipativos. Notaremos como os neutrinos se comportam sob esse tipo de abordagem. A MQSA pode parecer uma extensão da mecânica quântica, mas na realidade não é. Na verdade, ela não passa de uma aplicação

---

cuidadosa da própria mecânica quântica, quando se está considerando um sistema aberto bipartite sob certas condições pré-estabelecidas, por exemplo, considerar o meio como um reservatório térmico à temperatura constante acoplado a um subsistema de interesse.

Nosso procedimento teórico está descrito no capítulo 2, onde veremos alguns dos pormenores a respeito da MQSA. Tentamos também deixar claro, a partir de um conjunto de argumentos, que não estudamos a questão do processo de medida, mas que com a abordagem teórica da MQSA, também é possível levar qualquer sistema quântico de interesse a tornarem-se estados clássicos. Por possuir um arcabouço teórico muito extenso, optamos por colocar apenas à parte desta teoria que é fundamental para a compreensão dos efeitos dissipativos baseados em equações mestra, no nosso caso, a equação mestra de Lindblad - Kossakowski [13–17]. Além disso, fazemos uma discussão sobre mapas completamente positivos e o conceito de completa positividade [18], sem o qual existiria a possibilidade de obter, dentro do enfoque de MQSA, probabilidades negativas, tornando os resultados carentes de coerência. Por fim, preparamos a equação mestra para sua aplicação a um sistema de duas dimensões, pois estudaremos em toda a tese, apenas oscilações de neutrinos em duas famílias.

No capítulo 3, estudaremos todos os modelos dissipativos possíveis de se obter com a adição de apenas um parâmetro fenomenológico  $n$  o sistema de oscilação de neutrinos no vácuo, respeitando o critério de completa positividade. A cada caso obtido evidenciamos suas características, uma a uma, e distinguimos um do outro, a partir da alteração do posicionamento de cada parâmetro fenomenológico no dissipador quântico. No capítulo 4, estudaremos a oscilação de neutrinos com efeitos de matéria e dissipação. Discutiremos essa situação com a mesma abordagem do capítulo 3 e resolvemos dois modelos, em que um explora a simetria dos dissipadores em relação ao sistema de neutrinos e outro, no qual tivemos de usar um método de perturbação para manter certos efeitos que encontramos para o caso no vácuo.

No capítulo 5, aplicaremos a fenomenologia ao experimento MINOS. A partir de um certo conjunto de dados aplicamos essa fenomenologia em forma de uma análise simples, para vermos como os processos dissipativos podem ser utilizados para a descrição

dos fenômenos deste experimento. Fizemos isso a o feixe composto de neutrinos e antineutrinos do múon e também para o conjunto completo de dados, ou seja, uma análise global. Avaliaremos os melhores modelos e colocamos limites a diversos parâmetros. Discutiremos as diferenças e as ambiguidades que podem ser encontradas na literatura de maneira a clarear o assunto.

Com esse trabalho, tentamos trazer os processos dissipativos à física de neutrinos e mostramos diversas possibilidades de sua aplicação para a investigação tanto do ponto de vista experimental quanto teórico.

## Capítulo 2

# Dissipação Quântica

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos e ideias dos processos dissipativos em mecânica quântica. Começaremos com uma revisão dos efeitos de superposição em sistemas fechados e como a superposição de estados é desfeita quando uma medida é realizada sobre o sistema. Em termos não precisos, este é o problema da medida da mecânica quântica, que será contextualizado na seção 1.2. Como é postulado, o processo de medida é capaz de suprimir as superposições quânticas, mas podemos desviar deste problema impondo que o sistema físico de interesse esteja sempre em interação com o “aparato de medida”. Assim, o sistema e o aparato de medida formam, na verdade, estados correlacionados e portanto, quando desejamos saber como está o estado do subsistema de interesse, algumas de suas características locais são perdidas, como é o caso das superposições quânticas e isso ficará evidente na seção 1.2. No que segue, iremos tratar um sistema que pode ser dito global, onde há o acoplamento entre um sistema de interesse e o meio que o cerca. O meio será visto como um aparelho que realiza medidas constantes e incessantes sobre o subsistema de interesse e o processo de descoerência será responsável por eliminar de forma dinâmica as superposições quânticas. Deste modo, a descoerência será inclusa naturalmente na descrição do subsistema de interesse. Como consequência desta abordagem também são inclusos processos de relaxação, que possuem a peculiar característica de levar estados puros a misturas estatísticas maximais, como veremos nos resultados dos capítulos subsequentes. Há casos que podemos estudar ou mesmo mode-

lar o meio que interage com o subsistema de interesse, mas, em muitos casos, os estados quânticos do meio (aparelho de medida) não são importantes ou mesmo muito difíceis de intuí-los. Entretanto, nosso interesse sempre será o sistema sujeito aos processos dissipativos e assim trataremos o meio de forma fenomenológica, assumindo total ignorância sobre ele e deixando ao subsistema de interesse, que será evoluído, somente os efeitos devido à essa interação. Desta forma, poderemos estudar cada possível efeito, como veremos nos capítulos seguintes. Neste capítulo vamos mostrar como fazemos a redução do estado global de forma a obter um mapa completamente positivo, que é condição suficiente para se obter um mapa capaz de transformar estados físicos em novos estados físicos. Como o interesse é evoluir um estado físico no tempo, devemos saber evoluir o mapa obtido. Ao realizar essa tarefa obtemos o gerador Lindblad - Kossakowski que faz a dinâmica do subsistema de interesse. Este gerador tem a mesma forma de uma equação mestra, quando levamos em consideração que o acoplamento do subsistema de interesse e o meio é muito fraco. Na realidade, na literatura o caso que estudamos e aplicamos nessa tese é conhecido como limite do acoplamento fraco [15]. Por fim, para levar os estados a sempre se tornarem o mais misturado possível, e nunca o contrário, será imposto a maximização da entropia de Von Neuman e, como consequência, obtemos uma condição para o dissipador quântico que, em conjunto com o conceito de completa positividade, impõem restrições aos parâmetros fenomenológicos que descrevem a dissipação quântica [19].

## 2.1 Superposição de Estados Quânticos

Uma boa compreensão do significado de superposição quântica é muito importante, principalmente por se tratar de uma característica que distingue as concepções físicas do que normalmente chamamos de física quântica e clássica. Enquanto a superposição em física clássica é até certo modo trivial e muito intuitiva, em física quântica ela tem um dos principais papéis e sua característica é vista nos efeitos mais intrigantes que se pode evidenciar e por esse mesmo motivo é muito pouca intuitiva. Muitas discussões sobre seu significado podem ser encontradas na literatura [20–22]. O princípio de superposição pode

sempre ser aplicado quando se possui uma base de estados quânticos. Com esta base é possível se escrever (ou preparar) novos estados quânticos fazendo uma superposição linear entre esses estados. Supondo um sistema de dois níveis, por exemplo, poderíamos com a base de auto-estados  $\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle\}$  sempre escrever um novo estado como

$$|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle, \quad (2.1)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são números complexos, além disso  $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$  tratando-se de estados normalizados. Além disso, se  $|\psi_1(t)\rangle$  e  $|\psi_2(t)\rangle$  são soluções da equação de Schrödinger, então  $|\psi(t)\rangle$  também é solução com  $|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1$ , onde  $c_1(t)$  e  $c_2(t)$  são as amplitudes de probabilidades.

O princípio de superposição está estreitamente ligado à questão da medida das quantidades físicas de um sistema. A medida, como sabemos em mecânica quântica, é sempre feita a respeito de um determinado observável, no qual cada autovalor de seu espectro é um valor possível de ser observado. Assim, tratando a medida, por enquanto, como probabilidade de se obter um determinado autovalor, podemos observar qual é o resultado obtido devido à superposição quântica dos estados. Para isso, vamos retomar o exemplo de um sistema de dois níveis descrito anteriormente e supor agora que exista um observável  $X$  que possui autovalores  $x_n$  com auto-vetores  $|x_n\rangle$  normalizados. Para conhecer qual a probabilidade de se obter o autovalor  $x_n$  quando se tem preparado o estado (2.1), fazemos

$$\begin{aligned} P(x_n) &= |\langle x_n|\psi\rangle|^2 \\ &= |c_1\langle x_n|\psi_1\rangle + c_2\langle x_n|\psi_2\rangle|^2 \\ &= |c_1|^2|\langle x_n|\psi_1\rangle|^2 + |c_2|^2|\langle x_n|\psi_2\rangle|^2 \\ &\quad + 2\Re c_1 c_2^* \langle x_n|\psi_1\rangle \langle x_n|\psi_2\rangle^*, \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde na última linha da equação acima encontra-se o termo que deixa evidente que o estado  $|\psi\rangle$  não é apenas uma mistura estatística e a probabilidade não somente contém informação a respeito da interferência (ou coerência) quântica dos estados superpostos, mas também depende dela para fazer uma previsão física de maneira correta.

## 2.2 Observáveis e o Processo de Medida

Na seção anterior discutimos o que podemos esperar de um sistema em termos das probabilidades quânticas, que é a previsão física de certo fenômeno acontecer. Dissemos anteriormente que gostaríamos de saber o que esperar do sistema quando está submetido à uma certa medida. Agora, discutiremos o efeito da medida no sistema de interesse. Para esse fim, vamos continuar a utilizar o exemplo da seção anterior. Tomando o operador  $X$  que pertence ao espaço de Hilbert, sempre podemos escrevê-lo como

$$X = \sum_n x_n |x_n\rangle\langle x_n|, \quad (2.3)$$

onde podemos definir o operador de projeção  $P_n = |x_n\rangle\langle x_n|$ , com a propriedade de que  $\sum P_n = \mathbb{1}$  e  $\{|x_n\rangle\}$  é uma base normalizada. Assim um estado que inicialmente é preparado como (2.1) “imediatamente” após a medida passa a estar no estado  $|x_n\rangle$ , ou seja, ao medir o valor esperado  $x_n$  temos

$$|\psi\rangle \xrightarrow{(x_n)} |x_n\rangle. \quad (2.4)$$

Esse é o chamado colapso da função de onda. Como apresentado, falta ainda incluir o aspecto dinâmico temporal dos eventos físicos e veremos que existem alguns problemas tanto do ponto de vista do tempo de colapso da função de onda, que anteriormente foi postulado como “imediatamente” após a medida, quanto ao significado realmente da medida de forma realística. Para completar os eventos de medida, vamos assumir que o estado (2.1) possa ser expresso em termos da base  $\{|x_n\rangle\}$ , assim ele é escrito como

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n |x_n\rangle. \quad (2.5)$$

Evoluindo o estado acima via equação de Schrödinger, como já dito anteriormente teremos

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n a_n(t) |x_n\rangle. \quad (2.6)$$

Podemos pensar temporalmente que o sistema evolui a partir de  $t = 0 \rightarrow |\psi(0)\rangle$  até  $t = t_0 \rightarrow |\psi(t_0)\rangle$  onde é feita a medida utilizando um dispositivo representado pelo

operador  $X$  e então para  $t > t_0$  o sistema se encontra em  $|x_n\rangle$ <sup>1</sup>.

É notório que é preciso analisar e discutir com cuidado como todas as superposições de estado  $|\psi(t)\rangle$  são suprimidas ao passar pelo tempo  $t_0$ , quando, supostamente, ocorre o colapso. Esta é uma das questões que formam o chamado problema da medida quântica e é ainda uma questão aberta. Na literatura existem diversos trabalhos, com diferentes visões, que propõem modificações na mecânica quântica para explicar em pormenores os mecanismos físicos reais do processo pelo qual a função de onda de um estado do tipo (2.6) colapso para  $|x_n\rangle$  [23–26]<sup>2</sup>. Nós seguiremos uma abordagem que leva em conta a interação entre o sistema de interesse a ser medido e o aparato de medida que é responsável por limitar nosso conhecimento a respeito da superposição de estados. Para isso, teremos de mudar a definição feita anteriormente de um observável, pois como esta é pouco realística e, em uma visão mais geral, um determinado observável deve ser obtido a partir da correspondente hamiltoniana de interação dos estados do subsistema de interesse e do aparato de medida. Esta interação deve ser diagonal com respeito a base do aparato de medida, ou seja, esses operadores agem somente com relação a este espaço. Para ficar claro como a ideia acima se aplica, podemos supor um estado que será composto, como dito anteriormente, pelo sistema de interesse e os possíveis estados do aparato de medida. O estado inicial pode ser escrito como

$$\sum a_n(t)|x_n\rangle |\Phi_n\rangle \quad (2.7)$$

e a hamiltoniana de interação do sistema global pode ser expressa como

$$H_{int} = |n\rangle\langle n| \otimes \tilde{\Phi}_n \quad (2.8)$$

onde os  $\Phi_n$  são arbitrários, mas dependentes do índice  $n$  e atuam somente no espaço de Hilbert do sistema de interesse. Evoluindo um estado inicial do sistema de interesse a ser

---

<sup>1</sup>Permanecendo assim indefinidamente, ou até que seja submetido a operadores que não comutem com o operador  $X$

<sup>2</sup>Esta última referência possui uma ótima coletânea de referências sobre MQSA em seus diferentes enfoques problemas e aplicações.



medido, a linearidade da equação de Schrödinger produz

$$\begin{aligned}
 \left( \sum_n a_n |n\rangle \right) |\Phi_0\rangle &\xrightarrow{t} \exp(-iH_{int}t) \left( \sum_n a_n |n\rangle \right) |\Phi_0\rangle \\
 &= \left( \sum_n a_n |n\rangle \right) \exp(-i\tilde{\Phi}_n t) |\Phi_0\rangle \\
 &= \sum_n a_n |n\rangle |\Phi_n(t)\rangle
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

que é um estado não correlacionado, representando a superposição de todos os possíveis resultados da medida. Olhando o sistema de interesse localmente, em termos da matriz densidade<sup>3</sup> que é escrita como

$$\rho_s = \sum_{n,m} a_n a_m^* |n\rangle \langle m| |\Phi_m\rangle \langle \Phi_n|, \tag{2.10}$$

mas sendo ortonormais os estados do meio, o estado acima torna-se então

$$\rho_s \xrightarrow{t} \sum_n |a_n|^2 |n\rangle \langle n|. \tag{2.11}$$

A ideia acima é bastante limitada, já que considerações peculiares devem ser feitas para se obter o resultado acima. Na verdade, esse resultado somente é obtido como tal se a hamiltoniana de interação comuta tanto com a hamiltoniana do sistema de interesse quanto com a hamiltoniana do aparato de medida. Entretanto, este exemplo serve para ilustrar que se considerarmos o meio como sendo o “aparato de medida” e que haja uma interação com o sistema de interesse, os efeitos quânticos da superposição não serão observados localmente, ou seja, com respeito ao subsistema de interesse. Contudo, vale dizer que o exemplo acima não se trata de uma possível solução do problema de medida, aliás podemos ir mais longe do que pensar que este é um efeito de “colapso aparente” [26]. Além disso, é possível mostrar que mesmo esses efeitos de descoerência podem ser cancelados, fazendo o subsistema de interesse voltar a ter superposições, como por exemplo, “desligando” a interação com o meio e/ou se o subsistema contiver uma dinâmica interna própria [27].

---

<sup>3</sup>Na próxima seção faremos a evolução de um estado de matriz densidade e reduções de estados de onde pode se retirar facilmente esse resultado

## 2.3 A Equação Mestra Lindblad-Kossakowski

A Mecânica Quântica de Sistemas Abertos (MQSA) é uma teoria que tem sido desenvolvida desde o início da década de 1960 [28]. Mantendo preceitos importantes para o entendimento físico de um sistema, a MQSA tem por essência própria trazer os sistemas fechados a uma realidade inquestionável, onde mesmo que pequena, sempre há uma interação entre um sistema quântico de interesse e o meio que o cerca. Como descrevemos aqui a equação responsável por fazer a dinâmica dos nossos sistemas de interesse emerge da própria mecânica quântica de sistemas fechados [16].

Os processos dissipativos que estudamos podem trazer efeitos não padrão de forma que, em certos casos, “verdades” assumidas como canônicas deixam de valer. Nas oscilações de neutrinos, por exemplo, será possível observar efeitos de violação de CP para neutrinos de Majorana, mesmo em duas famílias, por meio dos canais de oscilação, o que pode trazer novas implicações no nosso entendimento sobre como a natureza diferencia partículas de anti-partículas, uma vez que elas se comportam diferente durante sua propagação no meio. Nosso interesse é observar os efeitos dissipativos em um sistema que, intrinsecamente, evolui no tempo como uma superposição de estados.

Desta maneira, um sistema quântico de interesse, que podemos representar por  $S$ , será alterado devido à suas dinâmicas internas e a interação com o meio externo, em que o meio pode ser representado por  $R$  [16]. O espaço de Hilbert associado ao estado global do sistema pode ser escrito como um produto tensorial,  $\mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_R$ , onde  $\mathcal{H}_S$  é o espaço de Hilbert associado aos estados do sistema físico de interesse e  $\mathcal{H}_R$  é o espaço de Hilbert associado ao estado do meio. Com isso, podemos desenvolver as características da dinâmica reduzida e o conceito de positividade completa.

Nosso objetivo é saber como obter informações de um sistema físico de interesse considerando o meio em que ele está inserido. O meio será entendido como um reservatório térmico, que estará em uma dada temperatura de referência de maneira que  $Tr[\phi\rho_R] = 0$  para qualquer operador  $\phi$  que atue no espaço de  $\mathcal{H}_R$ . Além disso, estaremos supondo que o sistema global em  $t = 0$  não é formado por estados correlacionados entre o estado de

interesse e o estado do meio, ou seja, poderemos sempre definir um estado global por

$$|\psi\rangle = |\varphi_S \otimes \phi_R\rangle = |\varphi_S \phi_R\rangle. \quad (2.12)$$

Outra maneira de representar um estado quântico é utilizando o operador densidade, definido como

$$\rho \equiv \lambda_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n|, \quad (2.13)$$

onde  $\lambda_n \geq 0$  para todo  $n$  e  $\sum_n \lambda_n = 1$  para estados normalizados. Explicitamente, o operador densidade pode ser representado por uma matriz hermitiana da seguinte forma

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1j} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{i1} & \rho_{i2} & \cdots & \rho_{ij} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

onde

$$\rho_{ij} = |\psi_i\rangle \langle \psi_j|. \quad (2.15)$$

Assim, o estado global (2.12) pode ser escrito como

$$\rho_{(S+R)} = \rho_S \otimes \rho_R. \quad (2.16)$$

Para obtermos informações apenas de um dos estados, realizamos a operação de traço parcial, que consiste em somar sobre todos os possíveis estados de um ou mais estados que formam o estado global [29], ou seja,

$$\text{Tr}_R [\rho_{(S+R)}] = \text{Tr}_R [\rho_S \otimes \rho_R] = \rho_S, \quad (2.17)$$

em que o traço parcial é definido da seguinte forma:

$$\langle \psi | \text{Tr}_R \rho_{(S+R)} | \psi' \rangle = \sum_n \langle \psi \otimes v_n | \rho_{(S+R)} | \psi' \otimes v_n \rangle, \quad (2.18)$$

onde  $\{|v_n\rangle\}$  é uma base ortonormal de  $\mathcal{H}_R$ .

Como o meio se encontra em equilíbrio térmico em uma dada temperatura de referência, o número de estados do meio é finito e não variável no tempo (esta é a hipótese que fazemos com referência ao meio) e, portanto, a soma de todos os seus estados é pela condição de normalização igual a 1. Assim, a equação (2.17) contém apenas informações do estado  $\rho_S$ , que é o de nosso interesse.

A evolução temporal do sistema global é feita pelo operador unitário  $U = e^{-iH_{Tot}t}$ , cuja dinâmica é governada pela hamiltoniana total do sistema. Para evoluir no tempo o estado global, podemos utilizar a equação de Liouville da seguinte forma:

$$\frac{d\rho_{(S+R)}(t)}{dt} = -i \left[ H_{Tot}, \rho_{(S+R)}(t) \right], \quad (2.19)$$

ou ainda, escrevendo a mesma equação, mas utilizando o operador de Liouville:

$$\frac{d\rho_{(S+R)}(t)}{dt} = L\rho_{(S+R)}(t). \quad (2.20)$$

Então, a evolução temporal pode ser feita pela seguinte transformação:

$$\rho_{(S+R)} \rightarrow \rho_{S+R}(t) = U\rho_{(S+R)}(0)U^\dagger, \quad (2.21)$$

que satisfaz a equação (2.19). A dinâmica continua sendo unitária, pois  $UU^\dagger = 1$ , mas, como estamos interessados nas informações referentes ao estado do sistema  $S$ , a transformação temporal pode ser reescrita como

$$\rho_S \rightarrow \rho_S(t) \equiv \Lambda\rho_S = Tr_R \left[ U(\rho_S \otimes \rho_R)U^\dagger \right], \quad (2.22)$$

onde  $\Lambda$  é responsável pela transformação acima e, deste modo, teremos apenas informações de  $\rho_S(t)$ . Essa técnica é conhecida como redução do estado global, e por esse motivo a equação (2.22) é chamada de equação da dinâmica reduzida. O traço tomado neste caso altera a dinâmica deixando-a não unitária, ou seja, não teremos mais uma dinâmica reversível [26, 30] para  $\rho_S$ .

Podemos simplificar a transformação (2.22) utilizando a definição (2.18) e introduzindo bases ortonormais,  $\{|\psi_i\rangle\}$  e  $\{|f_j\rangle\}$ , referentes aos espaços de  $\mathcal{H}_S$  e  $\mathcal{H}_R$  respectiva-

mente, com isso

$$\begin{aligned}
\rho_S(t) \equiv \Lambda\rho_S &= \text{Tr}_R \left[ U(\rho_S \otimes \rho_R)U^\dagger \right], \\
\langle \psi_\alpha | \Lambda\rho_S | \psi_{\alpha'} \rangle &= \sum_\nu \langle \psi_\alpha \otimes f_\nu | U(\rho_S \otimes \rho_R)U^\dagger | \psi_{\alpha'} \otimes f_\nu \rangle, \\
&= \sum_{\substack{\mu, \beta \\ \phi, \varphi}} \langle \psi_\alpha | U | \psi_\beta \rangle \langle \psi_\beta | \rho_S | \psi_\phi \rangle \langle \psi_\phi | U^\dagger | \psi_{\alpha'} \rangle \otimes \delta_{\mu\varphi} \langle f_\mu | \rho_R | f_\varphi \rangle, \\
&= \sum_{\beta, \phi} \langle \psi_\alpha | UP_\beta | \rho_S | P_\phi U^\dagger | \psi_{\alpha'} \rangle \otimes \mathbb{1}_R, \\
\Lambda\rho_S &= \sum_\beta W_\beta \rho_S W_\beta^\dagger, \tag{2.23}
\end{aligned}$$

em que inserimos o operador de projeção  $P$  para a base  $\{|\psi_i\rangle\}$ . Como a matriz densidade sempre pode ser escrita na forma diagonal, podemos tomar  $P_\alpha = P_\beta$  e definir  $UP_\beta = W_\beta$ . Assim,  $W_\beta$  é uma seqüência de operadores que atuam somente no espaço de  $\mathcal{H}_S$ , possuindo a seguinte propriedade que decorre da equação acima:

$$\sum_\beta W_\beta^\dagger W_\beta = \mathbb{1}. \tag{2.24}$$

De agora em diante, iremos nos referir a  $\rho_S$  apenas como  $\rho$  e caso haja necessidade retornaremos com os índices representativos do sistema global e do meio. Desta forma, a transformação temporal em (2.22) ou sua forma simplificada em (2.23) conduz uma matriz densidade à outra matriz densidade,  $\Lambda : \rho \rightarrow \rho'$ , mantendo suas propriedades, tais como: a hermiticidade e a positividade, ou seja, se  $\rho \geq 0$  então  $\Lambda\rho \geq 0$ , por essa característica  $\Lambda$  é conhecido como um mapa “completamente positivo” [16, 18, 31]. A propriedade (2.24) faz com que o traço de  $\rho$  se mantenha. Estas propriedades são importantes para que as quantidades obtidas de observáveis sejam passíveis de interpretações físicas. Assim, falta conhecer como o mapa  $\Lambda$  pode ser usado para evoluir um estado no tempo.

A equação (2.20) faz a evolução dos estados quânticos, na qual  $L$  é conhecido como operador de Liouville, sendo também o gerador da dinâmica. Como estaremos evoluindo apenas estados reduzidos, a transformação temporal é feita por (2.23) e, conseqüentemente, a equação (2.19) será alterada [16]. Entretanto, as modificações não serão referentes a um único mapa  $\Lambda$ , pois, para se descrever a evolução temporal de um sistema quântico aberto

é necessário uma família de mapas dinâmicos  $\{\Lambda_t, t \geq 0\}$ , que formam uma dinâmica de semigrupo definida por duas propriedades: a-)  $\Lambda_0 = \mathbb{1}$  e b-)  $\Lambda_t \circ \Lambda_s = \Lambda_s \circ \Lambda_t = \Lambda_{t+s}, t, s \geq 0$ .

É possível mostrar que para uma família de mapas dada pelas equações (2.23) e (2.24), a propriedade b-), em geral, não é satisfeita, porque as possíveis perturbações ocasionadas pelo meio estão contidas nos operadores  $W_\beta$  [30] e lembrando que apesar do sistema de interesse e o meio inicialmente não estarem correlacionados, com a evolução temporal, isso pode vir a acontecer e, posteriormente, voltar a ser não correlacionado e assim sucessivamente dependendo apenas da evolução temporal do sistema global e das interações entre seus entes. O que faremos para contornar esse tipo de problema é assumir que o acoplamento entre o meio e o sistema de interesse é suficientemente fraco, pois assim poderemos aplicar uma aproximação do tipo markoviana, na qual são negligenciados os efeitos de memória, permitindo que o mapa  $\Lambda_t$  satisfaça uma equação integral que garanta a propriedade em questão. Isso foi obtido formalmente por [15] e não retrataremos desse assunto aqui.<sup>4</sup>

O gerador da dinâmica de semigrupo é heurísticamente obtido utilizando a definição da equação (2.20), como<sup>5</sup>

$$\begin{aligned} L\rho(t) &= \frac{d}{dt}\Lambda_t\rho; \\ L\rho(t) &= \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{\Lambda_t\rho - \rho}{t} \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde  $\Lambda_t\rho = \rho(t)$ . Portanto,  $\Lambda_t = e^{Lt}$  satisfaz a equação acima para  $t \geq 0$ .

Para encontrar a forma geral de  $L$ , escrevemos a equação (2.23) de outra maneira, porém equivalente. Introduzimos uma base linear de operadores,  $F_\mu$ ,  $\mu = 0, 1, \dots, N-1$ , que gera o  $SU(N)$  no espaço de  $\mathcal{H}_S$ , com  $F_0 = \mathbb{1}$ , assim,

$$\Lambda_t\rho = \sum_{\mu, \nu=0}^{N^2-1} c_{\mu\nu} F_\mu \rho F_\nu^\dagger, \quad (2.26)$$

<sup>4</sup>Também obtemos uma derivação em [32].

<sup>5</sup>A definição formal do gerador de dinâmica de semigrupo pode ser obtida em [13, 14].

onde  $\{c_{\mu\nu}\}$  é uma matriz definida positiva para manter a equivalência com a equação (2.23). Podemos substituir (2.26) na equação (2.25) e obter:

$$\begin{aligned} L\rho(t) &= \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{c_{00}(t) - 1}{t} \rho + \sum_{k=1}^{N^2-1} \frac{c_{0k}(t)}{t} F_k \rho + \rho \sum_{k=1}^{N^2-1} \frac{c_{0k}^*(t)}{t} F_k^\dagger \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k,l=1}^{N^2-1} \frac{c_{kl}(t)}{t} F_k \rho F_l^\dagger \right\}, \\ L\rho(t) &= a_{00} \rho + A \rho + \rho A^\dagger + \sum_{k,l=1}^{N^2-1} a_{kl} F_k \rho F_l^\dagger, \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde  $\{a_{kl}\}$ , com  $k, l = 1, 2, \dots, N^2 - 1$  é uma matriz definida positiva e  $A = \sum_{k=1}^{N^2-1} c_{0k} F_k$  [13]. A equação acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$L\rho(t) = -i[H, \rho] + \{G, \rho\} + \sum_{k,l=1}^{N^2-1} a_{kl} F_k \rho F_l^\dagger, \quad (2.28)$$

onde,  $H = \frac{1}{2i}(A^\dagger - A)$ , que será o hamiltoniano de  $\mathcal{H}_S$ , e  $G = a_{00} + \frac{1}{2}(A^\dagger + A)$ . Impondo a preservação do traço,  $Tr[L\rho] = 0$ , para conhecermos a forma de  $G$ , obtemos,

$$2G = - \sum_{k,l=1}^{N^2-1} a_{kl} F_l^\dagger F_k, \quad (2.29)$$

portanto, a equação (2.28) torna-se:

$$L\rho = -i[H, \rho] + \sum_{k,l=1}^{N^2-1} a_{kl} \left[ F_k \rho F_l^\dagger - \frac{1}{2} F_l^\dagger F_k \rho - \frac{1}{2} \rho F_l^\dagger F_k \right], \quad (2.30)$$

então, a equação de evolução temporal poder ser escrita como

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = L\rho(t) = -i[H, \rho(t)] + \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{N^2-1} a_{kl} \left( \left[ F_k, \rho(t) F_l^\dagger \right] + \left[ F_k \rho(t), F_l^\dagger \right] \right). \quad (2.31)$$

Da equação acima, observamos que o gerador de dinâmica possui uma parte hamiltoniana e outra parte não hamiltoniana. O segundo termo surge quando tratamos um sistema quântico aberto e será responsável por descrever as possíveis dissipações. O gerador acima é também conhecido como gerador Kossakowski [13]. É possível encontrar

a forma diagonal deste gerador que foi obtida independentemente por [14] e é conhecido como gerador Lindblad sendo escrito como segue:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = L\rho = -i[H, \rho] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N^2-1} \left( [V_k, \rho V_k^\dagger] + [V_k \rho, V_k^\dagger] \right). \quad (2.32)$$

É possível transformar (2.31) em (2.32), por uma simples transformação de similaridade entre  $F$  e  $V$ . Contudo, durante o restante da tese usaremos a forma diagonal.

## 2.4 Entropia

Em geral, a MQSA durante a evolução temporal permite que estados puros se tornem estados mistos. Na nossa análise fenomenológica levaremos em conta essa condição. Além disso, ao impor que a entropia seja sempre crescente no tempo, obteremos restrições que o dissipador evoluirá um estado puro a novo estado que, assintoticamente, será o mais misturado possível. Essa requisição é totalmente arbitrária, mas pode ser justificada sob o aspecto da condição “a priori” do meio. Foi assumido que o meio pode possuir um número grande graus de liberdade em comparação com o sistema de interesse, além de estar em uma temperatura de referência. Essas duas hipóteses sugere que a entropia do meio não seja alterada, resultando numa condição termodinâmica, em que a entropia do reservatório não se altera, restando à entropia do sistema de interesse, devido aos processos de dissipação, tornar-se maior no tempo e, como consequência, tornando o subsistema irreversível no tempo. Para tanto, basta impormos que a entropia de Von Neumann,  $S[\rho(t)] = -Tr[\rho(t)\ln(\rho(t))]$  seja crescente no tempo [33], ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}S[\rho(t)] &\geq 0, \\ \frac{d}{dt}S[\rho(t)] &= -\frac{d}{dt}Tr[\rho(t)\ln\rho(t)] \geq 0, \\ \frac{d}{dt}S[\rho(t)] &= -Tr\left[\left(\sum_k V_k\rho(t)V_k^\dagger - V_k^\dagger V_k\rho(t)\right)\ln(\rho(t))\right] \geq 0, \end{aligned} \quad (2.33)$$



escrevendo  $\rho(t) = \sum_n \rho_t^n |\alpha_n\rangle\langle\alpha_n|$ , onde  $\sum_n \rho_t^n = 1$  e  $\rho_t^n > 0, \forall n$ , e substituindo na equação acima, obtemos

$$\frac{d}{dt}S[\rho(t)] = \sum_{kmn} |\langle\alpha_n|V_k|\beta_m\rangle|^2 \rho_m (\ln\rho_m - \ln\rho_n), \quad (2.34)$$

porém,

$$\rho_m (\ln\rho_m - \ln\rho_n) \geq \rho_m - \rho_n, \quad (2.35)$$

então,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}S[\rho(t)] &\geq \sum_{kmn} |\langle\alpha_n|V_k|\beta_m\rangle|^2 (\rho_m - \rho_n) \\ \frac{d}{dt}S[\rho(t)] &\geq \text{Tr} \left[ \rho(t) \left( \sum_k V_k^\dagger V_k - V_k V_k^\dagger \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Portanto, se os operadores  $V_k$  forem hermitianos,  $V_k^\dagger = V_k$ , obtemos

$$\frac{d}{dt}S[\rho(t)] \geq 0. \quad (2.37)$$

Como é possível notar, as equações (2.31) e (2.32) podem ser aplicadas ao  $SU(N)$  [14]. Entretanto, já pensando na aplicação de oscilações de neutrinos entre dois sabores, podemos particularizar estas equações fazendo as alterações necessárias para que se tornem equações de aplicação em sistemas de simetria  $SU(2)$ . Faremos essas adaptações para a representação em duas famílias usando a forma diagonal da equação dinâmica (2.32). Então, escrevendo a equação (2.32) sob a condição acima e expandindo na base de matrizes do  $SU(2)$ , que é composto por uma matriz identidade de dimensão 2 e pelas matrizes de Pauli, a parte hamiltoniana é escrita como

$$-i[H, \rho(t)] = 2\epsilon_{ijk} H_i \rho_j \sigma_k. \quad (2.38)$$

Os operadores  $V_k$  do termo não hamiltoniano do gerador Lindblad sob mesmas condições podem ser escritas como  $V_k = a_\eta^k \sigma_\eta$ . Com efeito, reescrevemos este termo da

seguinte maneira:

$$\begin{aligned} D[\rho(t)] &= \sum_j \left[ 2a_m^j a_n^j - \delta_{mn} \sum_k (a_k^j a_k^j) \right] \rho_m \sigma_n \\ &= D_{mn} \rho_m \sigma_n, \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde  $D_{mn}$  pode ser escrito a partir da equação acima como

$$D_{mn} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3) & \alpha & \beta \\ \alpha & \frac{1}{2}(\gamma_2 - \gamma_1 - \gamma_3) & \delta \\ \beta & \delta & \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_2 - \gamma_1) \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

além disso,  $D_{mn}$  em (2.39) satisfaz as condições de positividade de uma matriz, ou seja, as seguintes desigualdades devem ser satisfeitas

$$RST \geq 2\alpha\beta\delta + T\delta^2 + S\beta^2 + R\alpha^2, \quad (2.41)$$

onde

$$\begin{aligned} 2R &\equiv \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 \geq 0 \quad ; \quad RS - \alpha^2 \geq 0; \\ 2S &\equiv \gamma_1 + \gamma_3 - \gamma_2 \geq 0 \quad ; \quad RT - \beta^2 \geq 0; \\ 2T &\equiv \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_1 \geq 0 \quad ; \quad ST - \delta^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Explicitamente, a equação (2.32) pode ser escrita como

$$\frac{d}{dt} \rho_\mu(t) \sigma_\mu = 2\epsilon_{ijk} H_i \rho_j(t) \sigma_\mu \delta_{\mu k} + D_{\mu\nu} \rho_\nu(t) \sigma_\mu, \quad (2.43)$$

onde  $D_{\mu 0} = D_{0\nu} = 0$  para manter a conservação da probabilidade. Esta será a equação que utilizaremos para obter as probabilidades de oscilação no próximo capítulo. Para três famílias, no entanto, a modificação a ser feita se dá por substituir as matrizes que formam a base de  $SU(2)$  pelas matrizes que formam a base de  $SU(3)$ , que é uma matriz identidade de dimensão 3 e as matrizes de Gell-Mann. Isso traz uma dificuldade a mais ao tratamento se repararmos que o dissipador sempre gera uma matriz de  $N^2 - 1$  dimensão. Então, para

um sistema de três dimensões, essa matriz possui dimensão  $8 \times 8$  que deve ser positiva definida. Com 36 parâmetros correlacionados, obter as desigualdades como em (2.41) e (2.42) torna-se uma tarefa sem muito sentido e outros caminhos devem ser tomados como, por exemplo, fazer suposições iniciais a que tipo de efeito o sistema dissipativo deve conter. Na tese não iremos tratar desse problema.

## Capítulo 3

# Oscilações de Neutrino com Dissipação Quântica

Com os conceitos apresentados no capítulo anterior, discutiremos como o modelo padrão de oscilação no vácuo é modificado ao considerar que o neutrino e o meio formam um sistema quântico aberto, ou seja, o neutrino interage permanentemente com o meio que o cerca. Este tipo de abordagem vem sendo aplicada na física de partículas desde o artigo [34] com o objetivo de estender a mecânica quântica aos efeitos quânticos da gravidade, em que os autores propuseram um termo simétrico na equação de Liouville que violaria a simetria temporal da mecânica quântica usual. A partir deste ponto, outros autores mostraram que esse termo poderia gerar probabilidades negativas em determinados sistemas, perdendo assim o sentido físico da teoria [35]. Mais antiga e com resultados mais rigorosos a MQSA com o conceito de positividade completa, garantindo que a evolução de um subsistema sempre resulte em probabilidades positivas sendo, portanto, uma teoria mais adequada ao sistema que estamos querendo estudar [18, 28]. A respeito do tipo de interação que os neutrinos podem ter quando estão propagando no vácuo, na literatura há uma única visão [30, 36–40], a qual esta interação deva ocorrer com os efeitos quânticos da gravidade. Nós, aqui, entendemos que essa ou qualquer outra forma de interação pode estar presente, uma vez que não possuímos um modelo microscópico do meio. Então,

observamos de forma fenomenológica como os processos dissipativos podem modificar os canais de oscilação. Sabendo que neutrinos interagem, ou via força fraca em relação aos seus estados de sabor, ou via gravitação como qualquer outra partícula, mesmo que esta última gere efeitos pequenos, nós entendemos que a falta de um modelo microscópico específico nos deixa no máximo em condições de entender o sistema a partir de uma análise fenomenológica. Seguimos, então, considerando que a interação entre o neutrino e o meio seja composta por todas as interações padrões e não padrões possíveis. Mesmo o próprio vácuo, em tese, é capaz de interagir com o neutrino, considerando que o mesmo pode ocorrer nesse sistema tal como em outros sistemas físicos [41–43], onde a simples e muito pouca intuitiva interação com o vácuo é capaz de dar origem à dissipação quântica.

Neste capítulo, apresentamos os resultados que obtivemos com hipóteses relativamente simples com relação ao tratamento do dissipador dado na equação (2.40) e suas desigualdades que mantêm a evolução completamente positiva. Na literatura, nós encontramos uma das fortes imposições feitas ao subsistema de neutrinos [36–38] que veremos adiante e trazem apenas os efeitos de descoerência quântica. Esta imposição é tal que o subsistema de neutrinos tenha sua energia conservada. No entanto, essa restrição é pouco rigorosa, uma vez que não se tem como garantir que essa condição seja satisfeita, já que acoplado a um meio, os efeitos dissipativos devem ocorrer mantendo a energia global do sistema conservada. Assim, podemos supor que a energia seja conservada pelo sistema global, cuja evolução é unitária, enquanto o subsistema de neutrinos pode violar essa condição, mas que, em contrapartida, a entropia desse subsistema seja crescente no tempo. Então, iremos impor novas condições gerando novos casos com fenomenologias diferentes. Por simplicidade, iremos supor ainda que apenas um parâmetro dissipativo seja incluído ao modelo de oscilações de neutrinos respeitando as desigualdades dadas na equação (2.40). O resultado disso são sete casos que analisamos um a um na próxima seção e todos já foram apresentados na literatura por nós em [44]<sup>1</sup>. Em alguns destes casos, mostraremos como, mesmo em oscilação entre duas famílias, pode aparecer nas probabilidades funções ímpares com relação à fase de CP de Majorana, que mudam seu sinal na troca de neutrinos

<sup>1</sup>Os quatro primeiros casos também aparecem em [32] com uma análise menos profunda.

por antineutrinos, de forma que as probabilidades ficam diferentes e assim, seria possível evidenciar o efeito de violação de CP mesmo em um experimento de oscilação em duas famílias. Isso não pode ser obtido tratando o neutrino como um sistema fechado, para o caso de duas famílias.

### 3.1 Modelos Fenomenológicos

Como não é comum na literatura, vamos aqui mostrar o modelo padrão de oscilações de neutrinos com o formalismo de matriz densidade. Isso também irá servir para as futuras comparações entre o modelo padrão de oscilação e os novos modelos com os termos dissipativos. Começando com a hamiltoniana total do sistema

$$H_{tot} = H_{osc} + H_{meio} + H_{int}, \quad (3.1)$$

onde a  $H_{osc}$  é a hamiltoniana que dá origem as oscilação dos neutrinos,  $H_{meio}$  é a hamiltoniana do meio e  $H_{int}$  é a hamiltoniana de interação do sistema. A evolução temporal do sistema global é governada pelo operador unitário obtido a partir dessa hamiltoniana, assim como apresentado na equação (2.19) e (2.21). A hamiltoniana de oscilação para duas famílias de neutrinos é diagonal com relação aos autoestados de massa e pode ser escrita como

$$H_{osc} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + \frac{m_1^2}{2E} & 0 \\ 0 & E + \frac{m_2^2}{2E} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

onde  $E_i$  é obtido a partir da relação de dispersão

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}, \quad (3.3)$$

onde  $E_i$  é o valor médio da energia do neutrino na fonte de criação,  $p$  e  $m_i$  são, respectivamente, o momento e a massa do neutrino. Do lado direito da última igualdade, em (3.2), nós consideramos que o neutrino esteja dentro do regime relativístico <sup>2</sup>. Existem

---

<sup>2</sup>A derivação com os argumentos pertinente e rigorosos para esse tipo de aproximação poder ser encontrados nas referencias [1, 3, 32, 45]

diferentes modelos microscópicos para o meio [30, 46, 47], no entanto não vamos supor nenhum deles, embora nós assumiremos que o meio esteja em um estado fixo de referência, tal que  $Tr[H_e \rho_e] = 0$ , assim como já descrito no capítulo anterior. A hamiltoniana de interação,  $H_{int}$ , pode ser escrita como  $H_{int} = \lambda(V \otimes \varphi)$ , onde  $\lambda$  é uma constante de acoplamento adimensional. Temos também que  $V = V^\dagger$  e  $V$  é um operador fenomenológico que atua somente no subespaço dos neutrinos sendo responsável pelos efeitos dissipativos. O operador  $\varphi$  é um operador que atua somente no subespaço do meio [48].

Para utilizar a hamiltoniana (3.1) na equação de evolução dada em (2.43) ela deve ser expandida na base de matrizes do  $SU(2)$ . Esse procedimento dá origem aos seguintes coeficientes  $H_0 = \left(E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E}\right)$ ,  $H_1 = H_2 = 0$  e  $H_3 = -\frac{\Delta m^2}{4E}$  com  $\Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$ .

Em duas famílias de neutrinos, a relação entre os autoestados de sabor e de massa é feita da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} |\nu_\alpha\rangle \\ |\nu_\beta\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & e^{i\phi}\sin\theta \\ -e^{-i\phi}\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de mistura e  $\phi$  é uma fase que pode ser diferente de zero para neutrinos de Majorana e é zero se considerarmos neutrinos de Dirac [1, 30]. Em geral, a matriz unitária  $2 \times 2$  ao lado direito da igualdade é chamada de matriz de mistura e é representada pela letra  $U$ . Supondo que a fonte crie neutrinos de um certo sabor  $\nu_\alpha$ , a matriz densidade para este estado inicial é dada por  $\rho = |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\alpha|$  e na base de autoestado de massa torna-se

$$\rho = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \frac{1}{2}e^{-i\phi}\sin 2\theta \\ \frac{1}{2}e^{i\phi}\sin 2\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

que também vamos expandir na base de matrizes do  $SU(2)$  gerando os seguintes coeficientes:  $\rho_0 = \frac{1}{2}$ ,  $\rho_1 = \frac{1}{2}\sin(2\theta)\cos(\phi)$ ,  $\rho_2 = -\frac{1}{2}\sin(2\theta)\sin(\phi)$  e  $\rho_3 = \frac{1}{2}\cos(2\theta)$ .

Cada solução  $\rho_\mu(t)$  da equação (2.43) pode ser usada para montar o estado de matriz densidade evoluído no tempo dado por

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_0(t) + \rho_3(t) & \rho_1(t) - i\rho_2(t) \\ \rho_1(t) + i\rho_2(t) & \rho_0(t) - \rho_3(t) \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

A probabilidade de sobrevivência do estado  $|\nu_\alpha\rangle$  é obtida fazendo

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = \text{Tr}[\rho(0)\rho(t)] = 2\rho_\mu(0)\rho_\mu(t), \quad (3.7)$$

onde os coeficientes  $\rho_\mu(t)$  são soluções da equação (2.43). Esta probabilidade para o caso completo, usando todas as entradas da matriz de dissipação (2.40), possui seis parâmetros correlacionados pelas desigualdades (2.41) e (2.42). No entanto, vamos analisar modelos fenomenológicos que possuam apenas um parâmetro a mais nas probabilidades de sobrevivência. Isso pode ser obtido supondo inicialmente que haja conservação de energia no subsistema de neutrinos e posteriormente, respeitando as desigualdades que garantem a positividade completa, colocaremos a cada novo modelo fenomenológico o mesmo parâmetro em novas entradas da matriz de dissipação.

### 3.1.1 Modelo Padrão de Oscilação

Por completeza e para critério de comparação, começamos nossa análise com o modelo padrão de oscilação, onde para isso basta assumir que a matriz  $D_{\mu\nu} = 0$ . Fazendo a evolução do estado obtemos

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta & \frac{1}{2} e^{i(\Delta x + \phi)} \sin(2\theta) \\ \frac{1}{2} e^{-i(\Delta x + \phi)} \sin(2\theta) & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

onde  $\Delta = \frac{\Delta m^2}{2E}$  e nós usamos a característica relativística dos neutrinos para alterar o parâmetro temporal pelo comprimento [1, 3, 45]. Isso será feito para todos os modelos que iremos apresentar.

É interessante reescrever o estado sob a forma da equação (3.8) para verificarmos o comportamento de cada elemento desta matriz. Os elementos da diagonal principal são chamados de elementos de população e correspondem à probabilidade de sobrevivência e transição no caso do sistema de dois níveis. Na maneira como escrevemos esse estado acima, os elementos diagonais correspondem às probabilidades de sobrevivência e de transição para os autoestados de massa, se fizermos uma transformação do tipo  $U^\dagger \rho(t) U$ , iremos obter um estado de matriz densidade na representação de sabor e esses elementos



exibem a forma padrão das probabilidades de sobrevivência e de transição. Já os elementos fora da diagonal principal do estado acima são chamados de elementos de coerência e são responsáveis pelo comportamento oscilatório das probabilidades. Nossa preferência por escrever o estado ainda na representação de autoestado de massa ficará clara adiante com a inclusão dos efeitos dissipativos. Por enquanto, podemos verificar que para o caso padrão, ou seja, no estado acima, os elementos de população dependem exclusivamente do ângulo de mistura, enquanto os elementos de coerência dependem da diferença do quadrado das massas  $\Delta m^2$ , da energia dos neutrinos  $E$  e também da fase  $\phi$  para neutrinos de Majorana.

A probabilidade de sobrevivência usando a equação (3.7) é escrita como

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(x, E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta}{2} x \right), \quad (3.9)$$

que é a probabilidade de sobrevivência padrão encontrada na literatura [1,3,45]. Esta probabilidade é uma função que depende da distância e usaremos, aqui e para todo o restante do capítulo, os valores geralmente aceitos para seus parâmetros obtidos de experimentos solares e de reatores [11]:  $\Delta m_{12}^2 = 7.92 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ,  $\theta_{12} = 0.601 \text{ rad}$  e  $E \sim 10 \text{ MeV}$ , na qual sub-índice 12 é referente às duas famílias de neutrinos que estamos considerando, a saber o neutrino do elétron e o do múon. Deste modo o comportamento desta probabilidade pode ser visto na Fig.3.1 a).

### 3.1.2 Oscilação com Dissipação: Caso 1

Para este primeiro caso vamos impor que o operador  $V_k$  comute com a hamiltoniana de oscilação,  $[V_k, H_{osc}] = 0$ . Fisicamente, seria o mesmo que supor que o subsistema de neutrinos tenha seu valor médio da energia conservado. Ao impor essa condição, obtemos uma matriz dissipativa que possui apenas um parâmetro fenomenológico que satisfaz às condições das desigualdades (2.41) e (2.42). Este caso já foi estudado e utilizado na literatura para fazer análises de dados experimentais [31,36–38] e a matriz dissipativa pode ser escrita como  $D_{\mu\nu} = \text{diag}\{0, -\gamma, -\gamma, 0\}$ . O estado depois da evolução temporal é expresso

como

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 \theta & \frac{1}{2} e^{-(\gamma-i\Delta)x+i\phi} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} e^{-(\gamma+i\Delta)x-i\phi} \sin 2\theta & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Como é possível notar, a principal diferença entre o estado dado em (3.8) e o estado acima é referente ao termo de decaimento exponencial, que depende de  $\gamma$  nos elementos de coerência deste último. Esse termo tende a eliminar os efeitos de coerência quântica ao longo da evolução do neutrino. Esta é a definição formal do efeito de descoerência quântica, o qual um estado formado por uma superposição de estados quânticos, acaba por tornar-se uma mistura estatística devido à perda dos efeitos de interferência quântica.

A probabilidade de sobrevivência é escrita da seguinte forma

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C1} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - e^{-\gamma x} \cos(\Delta x) \right]. \quad (3.11)$$

O *Caso 1* nos deixa claro também que os elementos  $D_{11}$  e  $D_{22}$  são responsáveis por introduzir os efeitos de descoerência. Para vermos como é o comportamento desta probabilidade, vamos utilizar a restrição obtida a partir de análise de dados experimentais na referência [37], onde  $\gamma < 0.78 \times 10^{-26}$  eV com  $2\sigma$  que corresponde a 95,4% do nível de confiança<sup>3</sup>. O comportamento da probabilidade acima é mostrado na Fig.3.1 b) onde tomamos alguns casos limites para  $\Delta$ ,  $\gamma$  e  $\theta$ . Para  $\theta = 0$  não existe coerência quântica e, portanto, não há oscilação. Para  $\theta \neq 0$ , o regime assintótico, quando não há mais coerência entre os estados, a probabilidade de sobrevivência é diferente de 1/2 e depende exclusivamente do ângulo de mistura. Outros dois casos limites são tomados na Fig.3.1 b): quando  $\Delta \sim \gamma$  para os casos de  $\theta$  ser ou não diferente de zero. Nestes casos, o forte regime de decaimento acaba rapidamente suprimindo os efeitos de oscilação e, do ponto de vista experimental para neutrinos que não sentem o potencial de matéria, esses casos estão praticamente descartados [6].

<sup>3</sup>Para esse capítulo usaremos sempre este valor para  $\gamma$ .

### 3.1.3 Oscilação com Dissipação: Caso 2

Depois de verificar o como a conservação de energia no subsistema de neutrino altera a evolução e a probabilidade, podemos colocar um parâmetro a mais na entrada  $D_{33}$  no termo de dissipação. Este termo, para respeitar as desigualdades dadas em (2.41) e (2.42), deve, no máximo, ser igual a soma das entradas  $D_{11}$  e  $D_{22}$ . No entanto, se maximizarmos esse parâmetro dessa forma não teremos maiores ganhos do ponto de vista fenomenológico, portanto, vamos apenas acrescentar o mesmo parâmetro para todas as entradas diagonais. Então, o dissipador é escrito sob a forma  $D_{\mu\nu} = \text{diag}\{0, -\gamma, -\gamma, -\gamma\}$ . A matriz densidade evoluída no espaço é escrita como

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta & \frac{1}{2}e^{-(\gamma-i\Delta)x+i\phi} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2}e^{-(\gamma+i\Delta)x-i\phi} \sin 2\theta & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

e o termo  $D_{33}$  leva a um diferente mecanismo de conversão de sabor sem ser via oscilações. Note que os termos de população do estado acima dependem da distância de propagação. Podemos observar a consequência física dessa condição eliminando a superposição de estados fazendo  $\theta = 0$ , onde somente os elementos  $\rho_{11}(x)$  e  $\rho_{22}(x)$  são diferentes de zero e correspondem às probabilidades de sobrevivência e transição, respectivamente. O parâmetro dissipativo faz com que o estado de matriz densidade torna-se uma mistura estatística durante a propagação, onde o valor assintótico das entradas diagonais mesmo com  $\theta \neq 0$  é  $1/2$ . A probabilidade de sobrevivência para este caso é dado por

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C2}(x, E) = \frac{1}{2} + e^{-\gamma x} \left[ \frac{1}{2} - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta}{2} x \right) \right], \quad (3.13)$$

onde, devido à adição da entrada  $D_{33}$ , a posição do termos de decaimento exponencial se alterou na probabilidade acima ficando evidente que o valor assintótico da probabilidade acima tende a  $1/2$ , independentemente do ângulo de mistura.

Para enfatizar que a entrada  $D_{33}$  não traz efeitos de descoerência, nós podemos tomar o *Caso Padrão* e o *Caso 1* no limite de  $\theta = 0$  e notarmos que a probabilidade de sobrevivência de ambos resulta em 1, enquanto para o *Caso 2*

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x}. \quad (3.14)$$

Desta forma, vemos que o efeito sofrido pelo sistema devido à entrada  $D_{33}$  não é de descoerência, pois não há coerência quântica quando  $\theta = 0$ . Este fenômeno pode ser atribuído às perturbações que meio causa aos neutrinos, fazendo com que o sistema sofra uma relaxação permanente até que a condição de equilíbrio seja alcançada tornando a matriz densidade o mais misturada possível. O comportamento da probabilidade acima pode ser visto na Fig. (3.1) b). Este efeito também aparecerá em todos os casos posteriores a serem analisados.

### 3.1.4 Oscilação com Dissipação: Caso 3 e 4

O *Caso (3)* e *Caso (4)* trazem fenomenologias bastante parecidas e por esse motivo, vamos analisá-los juntos. Eles também possuem somente o elemento  $\gamma$  na diagonal principal da matriz de dissipação (2.40), porém ela é escrita para cada caso como

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

e

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Como consequência, os estados evoluídos no espaço são escritos como

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta & \frac{1}{2}e^{-\gamma x + i\phi} \sin 2\theta \left\{ \cos(\omega x) + \frac{\gamma e^{-2i\phi} + 2i\Delta}{\omega} \sin\left(\frac{\omega x}{2}\right) \right\} \\ \rho_{12}^*(x) & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

e

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta & \frac{1}{2}e^{-\gamma x + i\phi} \sin 2\theta \left\{ \cos(\omega x) - \frac{\gamma e^{-2i\phi - 2i\Delta}}{\omega} \sin\left(\frac{\omega x}{2}\right) \right\} \\ \rho_{12}^*(x) & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

respectivamente. Nós definimos  $\omega$  como

$$\omega = \sqrt{4\Delta^2 - \gamma^2}. \quad (3.19)$$

Os estados (3.17) e (3.18) possuem basicamente o mesmo comportamento de (3.12). As probabilidades de sobrevivências são escritas da seguinte forma

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2(2\theta) + \frac{1}{2}e^{-\frac{\gamma}{2}x} \sin^2(2\theta) \times \left[ \cos\left(\frac{\omega x}{2}\right) + \frac{\gamma}{\omega} \cos(2\phi) \sin\left(\frac{\omega x}{2}\right) \right] \quad (3.20)$$

e

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2(2\theta) + \frac{1}{2}e^{-\frac{\gamma}{2}x} \sin^2(2\theta) \times \left[ \cos\left(\frac{\omega x}{2}\right) - \frac{\gamma}{\omega} \cos(2\phi) \sin\left(\frac{\omega x}{2}\right) \right]. \quad (3.21)$$

A diferença entre estas probabilidades é somente um sinal de menos na frente do último termo dentro dos colchetes. Então, esse sinal produz uma pequena diferença de fase entre as probabilidades acima. Além disso, por consequência da existência desse último termo, as probabilidades acima possuem uma fase relativa também com relação aos casos já apresentados até aqui. É interessante notar que essas probabilidades já apresentam dependência com relação ao ângulo de fase de CP de Majorana  $\phi$ , porém como são funções pares com relação à  $\phi$  que, na troca de neutrinos por antineutrinos, ou seja, fazendo  $\phi \rightarrow -\phi$ , essas probabilidades permanecem inalteradas.

Como pode-se notar, o termo de decaimento exponencial junto ao termo de oscilação apresenta um fator 1/2, obviamente é o resultado de não considerarmos um dos elementos responsáveis pela descoerência quântica, ou seja, para o *Caso* (3),  $D_{11} = 0$  com

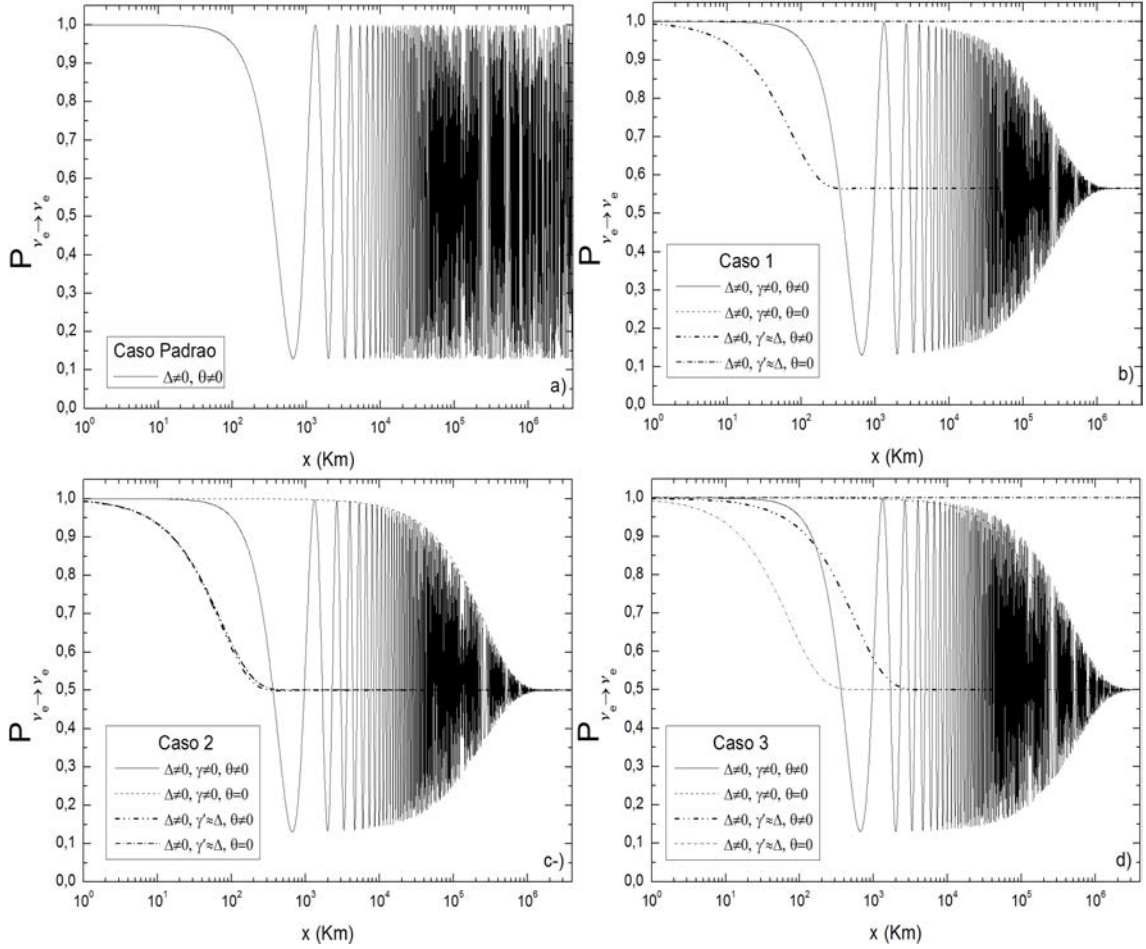


Figura 3.1: O comportamento da probabilidade de sobrevivência do *Caso Padrão* aparece na figura a). Para os *Casos* de 1 a 3, os comportamentos das probabilidades de sobrevivência estão nas figuras b), c) e d), respectivamente. Para a linha sólida, os valores utilizados para cada um dos parâmetros foram:  $\Delta m^2 = 7.92 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ,  $\theta = 0.60$ ,  $\gamma = 0.78 \times 10^{-26}$  e  $E = 10 \text{ MeV}$ . O comportamento da linha tracejada é obtido alterando o valor do ângulo de mistura para  $\theta = 0$ . Para a linha tracejada com ponto duplo, colocamos  $\gamma = 3\Delta$  e este mesmo valor de  $\gamma$  para o comportamento mostrado pela linha tracejada com ponto simples, mas também tomando  $\theta = 0$ . O valor usado para  $\phi$  foi 0.001 rad.

$D_{22} \neq 0$ , enquanto que para o *Caso* (4),  $D_{22} = 0$  com  $D_{11} \neq 0$ , atenuando o efeito de descoerência. Os comportamentos destes dois casos estão detalhados na Fig. 3.1 d) e Fig. 3.2 a) para os diferentes regimes mencionados anteriormente, porém a partir de agora

tomaremos  $\phi = 0.001$ . Nós temos adotado o valor de  $\phi$  pequeno, pois como pode ser visto nas probabilidades de sobrevivência acima, há juntamente com a função  $\cos(\phi)$  o termo  $\gamma$  que é pequeno comparado com os outros parâmetros dessas probabilidades, de forma que o comportamento geral, devido ao valor de  $\phi$  é imperceptível.

### 3.1.5 Oscilação com Dissipação: Caso 5

A partir de agora, nós começamos a colocar elementos fora da diagonal principal de (2.40). Em geral, basta garantir que os elementos da diagonal principal sejam maiores que os elementos fora dela, para que a positividade desta matriz seja satisfeita. Entretanto, devido à condição de completa positividade que gerou as desigualdades dadas por (2.41) e (2.42), os elementos fora da diagonal podem, no máximo, ser metade dos elementos da diagonal, isso acontece devido à maneira como estamos tratando os elementos da diagonal principal. Assim, incluiremos nos próximos casos, o efeito máximo que os parâmetros fora da diagonal podem gerar, de forma que as probabilidades seguintes ainda possuam apenas um parâmetro dissipativo.

Para o *Caso* (5) então escrevemos a matriz de dissipação como

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & \frac{1}{2}\gamma & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

de forma que o estado torna-se

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta & \rho_{12}(x) \\ \rho_{12}^*(x) & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\gamma x} \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

onde

$$\begin{aligned} \rho_{12}(x) &= \frac{1}{2\omega} e^{-\gamma x} \left\{ \omega e^{i\phi} \sin(2\theta) \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) + \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right. \\ &\quad \left. \times \left( i\gamma e^{-i\phi} + 2i\Delta e^{i\phi} \sin(2\theta) \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Observando apenas esse estado, não fica claro quais são as novidades, no entanto, se escrevermos a probabilidade de sobrevivência que é expressa como

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C5} = \frac{1}{2} + \frac{e^{-\gamma x}}{2} \cos^2(2\theta) + \frac{e^{-\gamma x}}{2} \sin^2(2\theta) \times \left\{ \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) + \frac{\gamma}{\omega} \sin(2\phi) \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right\}, \quad (3.25)$$

torna-se nítido que, enquanto o segundo termo do lado direito é devido à  $D_{33}$ , os elementos adicionados fora da diagonal são responsáveis pelo coeficiente do segundo termo dentro dos colchetes, onde há dependência de  $\gamma$  e  $\phi$ . O comportamento desta probabilidade é mostrado na Fig. 3.2 b) para diferentes limites. É importante notar que esta probabilidade possui a fase de CP para neutrinos de Majorana em um termo ímpar, o que significa que a troca de neutrinos por antineutrinos, onde fazemos a transformação  $\phi \rightarrow -\phi$ , produz probabilidades diferentes. Portanto, esta probabilidade descreve uma violação de CP se neutrinos forem partículas de Majorana. Isso mostra que se o problema de oscilação de neutrinos for tratado do ponto de vista de um sistema quântico aberto, é possível se medir efeitos de violação de CP a partir de um experimento de oscilação.

Esta violação de CP pode ser quantificada por

$$\Delta P_{\phi \rightarrow -\phi}^{C5} = \frac{\gamma \sin(2\phi) \sin^2(2\theta)}{\omega} e^{-\gamma x} \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right), \quad (3.26)$$

onde  $\Delta P_{\phi \rightarrow -\phi} = P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} - P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\alpha}$ .

No caso de tomarmos  $\phi = 0$ , nos obtemos

$$\tilde{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C5} = \frac{1}{2} + e^{-\gamma x} \left[ \frac{1}{2} - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\omega x}{4}\right) \right], \quad (3.27)$$

que é a probabilidade do *Caso 2* com uma pequena alteração na frequência de oscilação. E esta diferença pode ser removida se considerarmos apenas efeitos de primeira ordem em  $\gamma$ , assim, esta probabilidade torna-se idêntica ao do *Caso 2*. Isso deixa evidente que os elementos  $D_{12}$  e  $D_{21}$  são, de fato, responsáveis por trazer o efeito de violação de CP à probabilidade (3.25).



### 3.1.6 Oscilação com Dissipação: Caso 6

Para este caso, nós podemos considerar  $D_{12} = D_{21} = 0$  e  $D_{13} = D_{31} = \frac{1}{2}\gamma$ . Nesta condição a matriz de dissipação torna-se

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

e o estado do neutrino fica como

$$\rho(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \tilde{\rho}(x) & \rho_{12}(x) \\ \rho_{12}^*(x) & \frac{1}{2} - \tilde{\rho}(x) \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

onde

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(x) = \frac{1}{2}e^{-\gamma x} & \left\{ \frac{[4\Delta^2 \cos(2\theta) - 2\gamma\Delta \sin \phi \sin(2\theta)]}{4\Delta^2 - \gamma^2} - \right. \\ & \frac{\gamma^2 \cos(2\theta) + 2\gamma\Delta \sin \phi \sin(2\theta)}{4\Delta^2 - \gamma^2} \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) + \\ & \left. \frac{\gamma}{\omega} \cos \phi \sin(2\theta) \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

e

$$\begin{aligned} \rho_{12}(x) = \frac{1}{2\omega\Omega}e^{-\gamma x} & \left\{ i\omega [2\gamma\Delta \cos(2\theta) + \gamma^2 \sin \phi \sin(2\theta)] \right. \\ & + [4\gamma\Delta^2 \cos(2\theta) - 2i\Delta\Omega \sin(2\theta)e^{-i\phi}] \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \\ & + [i\gamma \cos(2\theta) - 2i\gamma\Delta\omega \cos(2\theta) - \omega(\Omega \cos \phi \\ & \left. \times \sin(2\theta) - 4i\Delta^2 \sin \phi \sin(2\theta))] \cos(\omega x) \right\}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde  $\Omega = 4\Delta^2 - \gamma^2$  e  $\omega$  foi definido em (3.19). Aqui, é interessante notar que mesmo os elementos de população possuem um termo de oscilação, o que não é esperado, já que o estado está escrito na representação de massa. Isso sugere que devido aos elementos  $D_{13}$  e  $D_{31}$ , o próprio meio seria capaz de induzir um mecanismo de oscilação de sabor para

qualquer que seja o ângulo de mistura  $\theta$  e fase  $\phi$ . A probabilidade de sobrevivência é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C6} = & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-\gamma x} \left\{ \frac{1}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \left[ \gamma^2 \sin^2 \phi \sin^2(2\theta) \right. \right. \\
& \left. \left. - 4\Delta^2 \cos^2(2\theta) \right] + \left[ \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \cos^2(2\theta) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{4\Delta^2}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \sin^2 \phi \sin^2(2\theta) + \cos^2 \phi \sin^2(2\theta) \right] \right. \\
& \left. \times \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) - \frac{\gamma}{\omega} \cos \phi \sin(4\theta) \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right\}. \quad (3.32)
\end{aligned}$$

O comportamento desta probabilidade é mostrado na Fig. 3.2 c). Como era de se esperar pela análise feita a partir da matriz densidade do *Caso 6*, a probabilidade de sobrevivência tem um termo oscilante para qualquer que seja o ângulo de mistura ou fase. Por exemplo, se tomarmos  $\theta = 0$  iremos obter

$$\tilde{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C6} = \frac{1}{2} + e^{-\gamma x} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \sin^2\left(\frac{\omega x}{4}\right) \right\}, \quad (3.33)$$

que tem o mesmo número de parâmetros da probabilidade padrão. Entretanto, é fácil verificar que assumindo os valores que temos utilizado para construir as figuras 3.1 e 3.2, ou seja,  $\Delta m^2 = 7.92 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ ,  $\gamma = 0.78 \times 10^{-26}$  e  $E = 10 \text{ MeV}$ , o termo de oscilação é muito pequeno comparado aos dois primeiros termos da probabilidade acima. Isso irá acontecer mesmo se tomamos  $\Delta \sim \gamma$ , pois o termo de decaimento exponencial domina o comportamento desta probabilidade e isso pode ser visto também na Fig. 3.2 c).

### 3.1.7 Oscilação com Dissipação: Caso 7

O último caso permitido pelas desigualdades (2.41) e (2.42), com a condição que utilizamos para obter o *Caso 5* e *6* é fazendo apenas diferente de zero as entradas

$D_{23} = D_{32} = \frac{1}{2}\gamma$ . Esse caso possui uma matriz de dissipação que é escrita como

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & \frac{1}{2}\gamma \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\gamma & \gamma \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

e com a evolução espacial, o estado pode ser escrito como (3.29), mas aqui temos

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(x) = \frac{1}{2}e^{-\gamma x} & \left\{ \frac{[4\Delta^2 \cos(2\theta) + 2\gamma\Delta \sin \phi \sin(2\theta)]}{4\Delta^2 - \gamma^2} \right. \\ & - \frac{\gamma^2 \cos(2\theta) - 2\gamma\Delta \sin \phi \sin(2\theta)}{4\Delta^2 - \gamma^2} \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) \\ & \left. + \frac{\gamma}{\omega} \cos \phi \sin(2\theta) \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right\} \quad (3.35) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \rho_{12}(x) = \frac{1}{2}e^{-\gamma x} & \left\{ \left[ \frac{2\gamma\Delta \cos(2\theta) + 4\Delta^2 \cos \phi \sin(2\theta)}{4\Delta^2 - \gamma^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + i \sin \phi \sin(2\theta) \right] \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right. \\ & \left. + \left[ i\gamma \cos(2\theta) + 2i\Delta e^{-i\phi} \sin(2\theta) \right] \frac{\sin(\omega x/2)}{\omega} \right. \\ & \left. + \frac{2\gamma\Delta \cos(2\theta) + \gamma^2 \cos \phi \sin(2\theta)}{4\Delta^2 - \gamma^2} \right\}. \quad (3.36) \end{aligned}$$

Este estado também mostra termos oscilantes na diagonal principal, assim como o *Caso 6*, mas agora é devido aos elementos  $D_{23}$  e  $D_{32}$ , que faz com que a probabilidade de sobrevivência torne-se

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\gamma x} & \left\{ \frac{1}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \left[ \gamma^2 \cos^2 \phi \sin^2(2\theta) \right. \right. \\ & \left. \left. - 4\Delta^2 \cos^2(2\theta) \right] + \left[ \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \cos^2(2\theta) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{4\Delta^2}{(\gamma^2 - 4\Delta^2)} \cos^2 \phi \sin^2(2\theta) + \sin^2 \phi \sin^2(2\theta) \right] \right. \\ & \left. \times \cos\left(\frac{\omega}{2}x\right) + \frac{\gamma}{\omega} \sin \phi \sin(4\theta) \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right) \right\}, \quad (3.37) \end{aligned}$$

que também apresenta um termo ímpar em relação à fase  $\phi$ . Novamente encontramos uma probabilidade que torna-se diferente para antineutrinos, originando assim uma nova fonte de uma possível violação de CP para neutrinos de Majorana, via canal de oscilação que pode é dada por

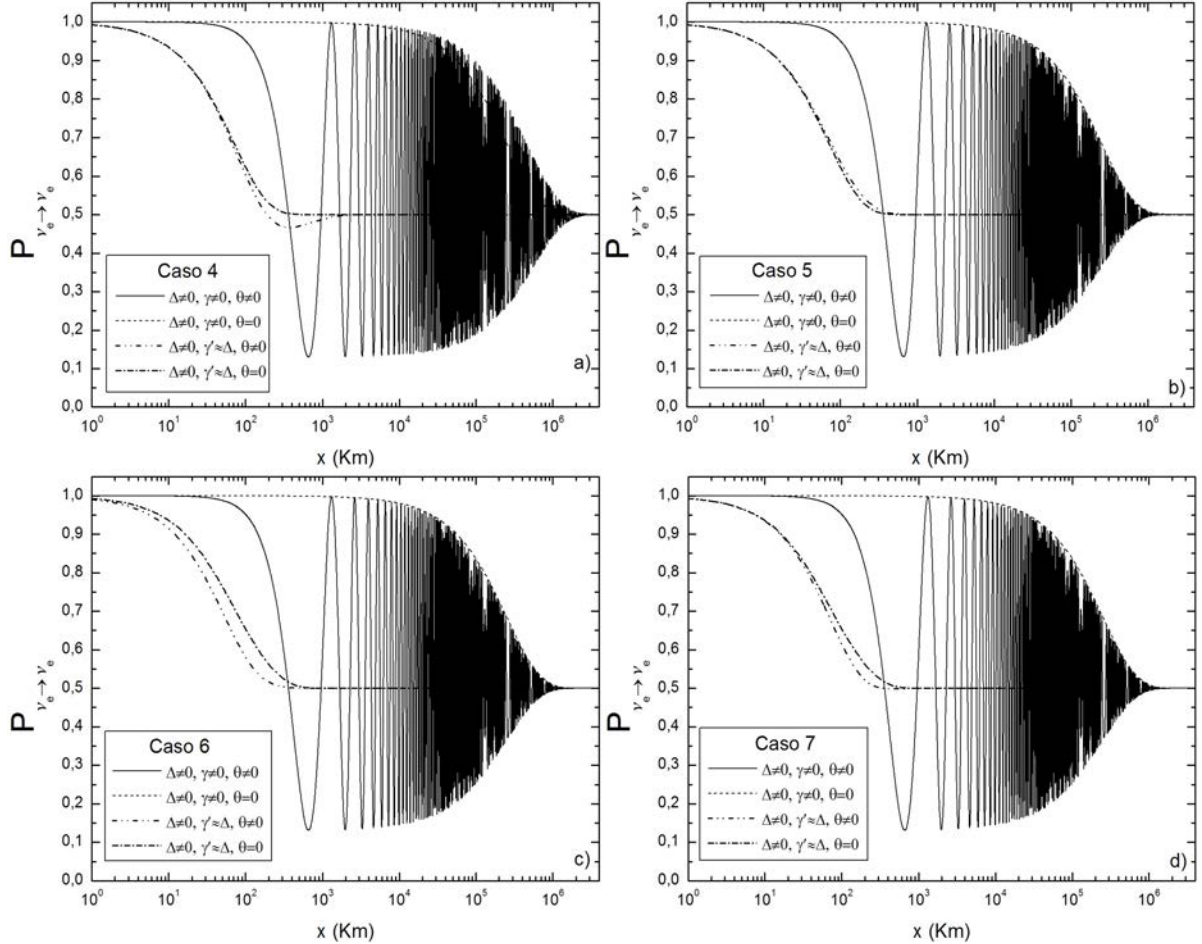


Figura 3.2: A probabilidade de sobrevivência dos *Casos* 4 a 7 está nas figuras de a) até d), respectivamente. Os parâmetros variam da mesma forma que na Fig. 1.

$$\Delta P_{\phi \rightarrow -\phi}^{C7} = \frac{\gamma \sin(\phi) \sin(4\theta)}{\omega} e^{-\gamma x} \sin\left(\frac{\omega}{2}x\right), \quad (3.38)$$

que é diferente da equação (3.26) com relação aos ângulos de mistura  $\theta$  e à própria fase  $\phi$ . Para uma comparação direta com o *Caso* 5, podemos tomar a probabilidade (3.37) levando em consideração apenas termos em primeira ordem em  $\gamma$ . A violação permanece

e a probabilidade neste caso é escrita como

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{C7} = & \frac{1}{2} + \frac{e^{-\gamma x}}{2} \cos^2(2\theta) + \frac{1}{2} e^{-\gamma x} \left\{ \sin^2(2\theta) \cos(\Delta x) \right. \\ & \left. + \frac{\gamma}{2\Delta} \sin \phi \sin(4\theta) \sin(\Delta x) \right\}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Como podemos observar, a probabilidade acima é ímpar em relação à fase  $\phi$ , mas é diferente de (3.25). Esta nova violação é inversamente proporcional a  $\Delta$  e não a  $\omega$ . Tal como o *Caso 6*, se mantivermos os termos em segunda ordem em  $\gamma$  e tomarmos  $\theta = 0$ , chegamos à mesma probabilidade de sobrevivência dada em (3.32), ou seja, os elementos  $D_{23}$  e  $D_{32}$  são capazes de fazer o sistema oscilar para qualquer ângulo de mistura  $\theta$ . Com isso, podemos dizer ainda que os elementos  $D_{23}$  e  $D_{32}$  são os que trouxeram mais possibilidades de efeitos fenomenológicos, uma vez que, possui tanto características do *Caso (5)* como do *Caso (6)*. O comportamento da probabilidade de sobrevivência (3.37) é mostrada na Fig. 3.2 d).

## 3.2 Resumo do Capítulo

Primeiramente, reforçamos o motivo do ângulo  $\phi$  ter sido tomado tão pequeno para se fazer as Fig. 3.1 e Fig. 3.2. Tomamos o ângulo desta forma por ele não ser importante para se observar o comportamento geral de cada um dos casos, pois como os termos que possuem essa fase nas probabilidades estão sempre acompanhados do fator  $\gamma$ , que deve ser pequeno, não sendo capaz de influenciar o comportamento global das probabilidades.

Em segundo lugar, podemos fazer uma análise física da diferença entre os casos que mantêm a conservação do valor médio da energia no tempo, *Caso Padrão* e 1, e os outros casos que não possuem essa característica. Para o *Caso Padrão* é natural que o valor médio da energia se conserve, pois o sistema é fechado. Para *Caso 1*, no entanto, isso foi imposto e, como consequência, o sistema ficou sujeito aos efeitos de descoerência. Do ponto de vista termodinâmico, pode-se pensar que o sistema de interesse e o reservatório trocam

taxas iguais de fluxo de energia. Este é, sob certo ponto de vista, um ponto fraco desse modelo, pois após obter a dinâmica reduzida do subsistema de interesse, parece voltarmos à isolá-lo do meio que o cerca novamente. Para outros casos, no entanto, o valor médio da energia não se conserva e depende do tempo por um período da propagação, tendendo a chegar a um equilíbrio térmico com o reservatório [26]. Quando tal equilíbrio é alcançado, o estado é o mais misturado possível, ou seja, torna-se uma mistura estatística pura.

Por fim, resumimos todas as probabilidades de sobrevivência que estudamos neste capítulo. Todas as probabilidades a partir do *Caso* 1 possuem efeitos dissipativos, que são parametrizados com um único parâmetro na matriz de dissipação dada em (2.40) e que obedecem os critérios de positividade completa<sup>4</sup>. Então, podemos resumir todos os casos escrevendo uma única probabilidade de sobrevivência como

Casos	$A$	$B$	$C$	$\beta$	$D$
Padrão	$e^{\gamma t}$	$e^{\gamma t}$	1	$\Delta$	0
1	$e^{\gamma t}$	1	1	$\Delta$	0
2	1	1	1	$\Delta$	0
3	1	$e^{\frac{\gamma}{2}t}$	1	$\frac{\omega}{2}$	$\frac{\gamma}{\omega} \cos[2\phi]$
4	1	$e^{\frac{\gamma}{2}t}$	1	$\frac{\omega}{2}$	$-\frac{\gamma}{\omega} \cos[2\phi]$
5	1	1	1	$\frac{\omega}{2}$	$-\frac{\gamma}{\omega} \sin[2\phi]$
6	$\frac{-4\Delta^2 + \gamma^2 \sin^2[\phi] \tan^2[2\theta]}{\omega^2}$	1	$\cos^2[\phi] + \frac{\gamma^2 \cot^2[2\theta] - 4\Delta^2 \sin^2[\phi]}{\omega^2}$	$\frac{\omega}{2}$	$\frac{2\gamma \cot^2[2\theta] \cos[\phi]}{\omega}$
7	$\frac{-4\Delta^2 + \gamma^2 \cos^2[\phi] \tan^2[2\theta]}{\omega^2}$	1	$\frac{-4\Delta^2 + \gamma^2 (\cot^2[2\theta] + \sin^2[\phi])}{\omega^2}$	$\frac{\omega}{2}$	$\frac{2\gamma \cot[2\theta] \sin[\phi]}{\omega}$

Tabela 3.1: Tabela com todos os coeficientes da equação (3.40), onde resumimos todos os casos estudados.

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{Geral} = \frac{1}{2} + \frac{A}{2} e^{-\gamma t} \cos^2(2\theta) + \frac{B}{2} e^{-\gamma t} \sin^2(2\theta) [C \cos(\beta t) - D \sin(\beta t)] , \quad (3.40)$$

e na Tabela 3.1 segue o valor de todos os coeficientes para recuperar todos os casos estudados.

<sup>4</sup>Existe também os casos gerados a partir da matriz dissipação dada por  $D_{\mu\nu} = \text{diag}\{0, -\gamma, -\gamma, -2\gamma\}$ . Mas, casos que podem ser gerados a partir desta matriz não trazem novas fenomenologias

---

Dentre todas as novidades, talvez a maior delas seja o fato de que a fase de CP de Majorana aparece mesmo se tivermos um único parâmetro a mais na teoria. O fato da fase de Majorana aparecer em termos ímpares nas probabilidades de sobrevivência de neutrinos em duas famílias é conhecido [30]. Porém, na referência anteriormente citada, nada foi calculado nesse sentido e, além disso, seis parâmetros dissipativos diferentes foram levados em consideração no termo dissipador. Nós, aqui, adaptamos uma forma um pouco mais interessante de se fazer análises de dados com os novos casos obtidos, enaltecendo o que cada elemento da matriz de dissipação ocasiona fisicamente na teoria. Assim, no penúltimo capítulo, apresentaremos uma análise simples usando os dados do experimento MINOS, o qual poderemos estabelecer valores tanto para o novo parâmetro fenomenológico quanto para o ângulo de fase de CP para neutrinos de Majorana.

## Capítulo 4

# Efeitos de Matéria e Dissipação

Até agora nosso estudo se restringiu às oscilações de neutrinos no vácuo. Incluimos os efeitos dissipativos sem maiores dificuldades e de forma direta à teoria de oscilação de neutrino. Não foi necessário fazer nenhuma consideração a mais de aproximação, pois todos os casos, já considerando todas as aproximações feitas ao feixe e aos neutrinos, foram resolvidos analiticamente.

Iremos, a partir de agora, considerar que as oscilações possam ocorrer em uma região com densidade de matéria diferente de zero [49, 50]. Como sabemos, e nós rapidamente revisamos aqui, os efeitos de matéria em regiões de densidade constante para o modelo padrão de oscilação também é solúvel analiticamente. No entanto, quando a densidade de matéria varia, geralmente é feito aproximações levando em conta a possibilidade de conversões considerando processos adiabáticos e não adiabáticos [1, 2, 50, 51].

Ao acoplarmos os efeitos de dissipação, considerando efeitos de densidade de matéria constante e usando a matriz de mistura com a fase de CP de Majora explícita, o resultado para seis dos sete casos estudados produzem expressões para probabilidades extremamente grandes o que dificulta a suas análises<sup>1</sup>, apesar de continuar sendo possível resolver todos os casos analiticamente. Além disso, todos apresentam termos ímpares com relação à fase de CP de Majorana na probabilidade. O fato interessante aqui é que o único

---

<sup>1</sup>Fazendo nula a fase de CP de Majorana as probabilidades são um pouco menores, mas por outro continuam trabalhosas de obtê-las e não as reproduzimos aqui.



caso onde a fase de CP de Majorana deixa de ser importante e, naturalmente não consta na probabilidade de sobrevivência, é para o *Caso 2* em que como vimos no capítulo 3, é o caso cuja expressão da probabilidade se parece muito com o *Caso Padrão*. Esse fato fica ainda mais interessante, pois as aproximações adiabáticas para o problema de oscilações, quando há um processo de dissipação acoplado, torna-se muito mais complicado de ser resolvido, além de não ser muito claro como relacionar esse tipo de aproximação quando está presente os dois efeitos no sistema de oscilação de neutrinos [2, 52, 53]. Entretanto, para o *Caso 2* a relação é direta, em que ângulo mistura e massas efetivas podem ser definidos tornando a abordagem fácil, sem ter de usar teoria de perturbação como foi usado na referência [37].

Para os outros casos, quando a propagação é feita em regiões de matéria constante, podemos fazer uma aproximação em que consideramos apenas os termos em primeira ordem do parâmetro dissipativo. Isso poderá ser justificado, olhando a diferença da ordem de grandeza entre  $\Delta m^2/2E$  e  $\gamma$ , que apresentaremos no próximo capítulo. Muito embora, poderia ser diferente para o canal de oscilação entre neutrinos do elétron e do múon, porém, na literatura, o termo dissipativo tem seu valor ainda mais restringido usando o *Caso 1* [37], de forma que está deve ser uma boa aproximação.

Há possibilidade de se fazer aproximações adiabáticas usando a abordagem de MQSA [52], entretanto para o sistema de neutrinos, aparentemente, não há maneira de se definir ângulos e massas efetivas, como é comum encontrar na literatura, usando a abordagem proposta pela referência [52]. Assim, ao invés de se fazer uma aproximação desse tipo, podemos fazer uma aproximação um pouco diferente para todos casos estudados no capítulo 3, com exceção do *Caso 2*, em que é desnecessário.

Assim, iremos apresentar um resumo sobre propagação de neutrinos sob efeitos de matéria para contextualizar o capítulo e posteriores comparações. Aplicaremos essa abordagem ao *Caso 2* sem ter que usar teorias de perturbação com relação aos termos dissipativos, evidenciando esse modelo como uma estratégia para desviar de teoria de perturbação e resolvemos o *Caso 7* usando a aproximação de levar em conta apenas os termos dissipativos até primeira ordem. Este último caso foi escolhido, pois para neutrinos

que propagavam no vácuo mostrou-se o mais interessante do ponto de vista fenomenológico.

## 4.1 Oscilação de Neutrinos na Matéria

Nosso intuito nesta primeira seção é fazer uma revisão rápida, os pormenores da física relacionada aos potenciais efetivos podem ser encontrados numa vasta literatura [1–3, 45]. Assim, não nos preocupamos com demonstrações, uma vez que este conteúdo é, até certo ponto, comum aos físicos de dessa área. Intuitivamente, o que ocorre aos neutrinos quando passam por um meio de densidade de matéria diferente de zero é o mesmo que ocorre aos fótons quando passam por um meio material, em que sua relação de dispersão deixa de ser  $E = |p|$  para um modo mais complicado e essa diferença pode ser considerada como uma massa efetiva do fóton [2]. Então, se a relação de dispersão se altera é porque a hamiltoniana do sistema deve também ser diferente. Isto também se aplica de forma análoga aos neutrinos.

Há duas possibilidades a serem levadas em conta quando a densidade de matéria do meio por onde um feixe de neutrinos se propaga. Uma possibilidade é quando o meio possui densidade constante de matéria, assim como os neutrinos de reatores captados por KamLAND [11, 12], que devem sentir o potencial de matéria praticamente de única faixa da crosta terrestre. A outra possibilidade é quando o meio por onde os neutrinos se propagam tem densidade de matéria variante, assim como é o caso dos geoneutrinos ou neutrinos solares, sendo que este último pode propagar por todas as regiões do Sol e ainda propagar pelo meio terrestre, passando por todas as camadas da Terra [54].

Considerando, por exemplo, a interação de um neutrinos do elétron, que atravessa uma região como o Sol ou Terra, a relação de dispersão da energia dada em (3.3) é alterada, por um fator  $V_{cc}$  que é um potencial efetivo devido à contribuição da interação de corrente carregada entre os neutrinos do elétron e os elétrons presentes nessa região. Existe ainda um fator devido à interação de corrente neutra, mas como é um efeito que ocorre tanto para neutrino do elétron como os do múon com mesma intensidade, somente  $V_{cc}$  altera

efetivamente a hamiltoniana do problema. O potencial efetivo  $V_{cc}$  é escrito como

$$V_{cc} = \sqrt{2}G_F n_e, \quad (4.1)$$

onde  $G_F$  é a constante de Fermi e  $n_e$  é a densidade de elétrons na região. A hamiltoniana do sistema, com aproximações análogas às feitas em (3.2), na base de sabor torna-se, a menos de termos proporcionais a unidade<sup>2</sup>

$$H^S = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos(2\theta) + A & \frac{\Delta m^2}{4E} e^{i\phi} \sin(2\theta) \\ \frac{\Delta m^2}{4E} e^{-i\phi} \sin(2\theta) & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

onde  $A = \sqrt{2}G_F n_e$ , tal que  $A$  é uma função que depende da densidade de matéria.

Para fazermos a evolução do feixe de neutrinos que se propaga em uma região de densidade constante, basta resolver a equação de movimento (2.43). Esta equação pode ser expressa como uma equação do tipo de Schrödinger fazendo<sup>3</sup>

$$|\dot{\rho}(x)\rangle = \mathbb{H}^S |\rho(x)\rangle, \quad (4.3)$$

ou

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_1(x) \\ \dot{\rho}_2(x) \\ \dot{\rho}_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & -\Phi - \alpha & -\Lambda \sin \phi - \beta \\ \Phi - \alpha & -b & -\Lambda \cos \phi - \delta \\ \Lambda \sin \phi - \beta & \Lambda \cos \phi - \delta & -c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1(x) \\ \rho_2(x) \\ \rho_3(x) \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

onde

$$\mathbb{H}^S = \begin{pmatrix} -a & -\Phi - \alpha & -\Lambda \sin \phi - \beta \\ \Phi - \alpha & -b & -\Lambda \cos \phi - \delta \\ \Lambda \sin \phi - \beta & \Lambda \cos \phi - \delta & -c \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

em que definimos

$$\Phi = -\frac{\Delta m^2}{2E} \cos(2\theta) + A \quad ; \quad \Lambda = \frac{\Delta m^2}{2E} \sin(2\theta). \quad (4.6)$$

<sup>2</sup>Que não escrevemos aqui por gerarem fases globais aos autoestados e não acrescentam novas informações nas probabilidades.

<sup>3</sup>Aqui, estamos utilizando a notação  $dO(x)/dx = \dot{O}(x)$ .

Como é possível observar, (4.5) possui uma forma assimétrica resultante da parte hamiltoniana do formalismo padrão de oscilações e uma parte simétrica que correspondem a parte dissipativa do sistema. A solução é obtida fazendo

$$|\rho(x)\rangle = M(x)|\rho(0)\rangle \quad ; \quad M(x) = e^{\mathbb{H}^S x}. \quad (4.7)$$

onde  $M(x)$  é a matriz de evolução do sistema, que dependem dos autovalores e autovetores de (4.5).

Contudo, os efeitos dissipativos são acoplados ao sistema de neutrinos na representação de massa, pois assim derivamos a equação de evolução (2.43). De forma que teríamos de alterar a hamiltoniana (4.3) para a base de massa novamente. Entretanto, fazendo as considerações pertinentes à equação (2.43) podemos tanto resolver na base de massa quanto na base de sabor.

## 4.2 Caso Padrão: Densidade de Massa Uniforme e não Uniforme

Para o *Caso Padrão* basta então fazermos  $D_{\mu\nu} = 0$  de modo que (4.5) possui a seguinte forma já na base de sabor

$$\mathbb{H}^S = \begin{pmatrix} 0 & -\Phi & -\Lambda \sin \phi \\ \Phi & 0 & -\Lambda \cos \phi \\ \Lambda \sin \phi & \Lambda \cos \phi & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Note que estamos levando em consideração as fases de CP de Majorana explicitamente. Os autovalores da matriz acima são

$$\lambda_0 = 0, \quad \lambda_1 = -i\sqrt{\Phi^2 + \Lambda^2}, \quad \lambda_2 = i\sqrt{\Phi^2 + \Lambda^2}. \quad (4.9)$$

Podemos observar que nos autovalores diferentes de zero, o radicando é geralmente definido como  $\tilde{\Delta} = (\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2)/2E$ , que representa a diferença do quadrado da massa efetiva dividido pela energia do neutrino, tal que a massa efetiva é dada por

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[ A \mp \sqrt{\Phi^2 + \Lambda^2} \right], \quad (4.10)$$

lembrando que  $\Delta = \frac{\Delta m^2}{2E}$  que foi definido em (3.8).

Supondo uma fonte de neutrinos eletrônicos temos o estado  $\rho = |\nu_e\rangle\langle\nu_e|$  e a expansão deste estado na base de matrizes do  $SU(2)$  gera os coeficientes  $\rho_0 = \rho_3 = 1/2$  e  $\rho_1 = \rho_2 = 0$ . Quando calculamos a probabilidade de sobrevivência a partir de (3.7), encontramos

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(x, E) = 1 - \frac{\Delta^2 \sin^2(2\theta)}{\left(A - \Delta \cos(2\theta)\right)^2 + \Delta^2 \sin^2(2\theta)} \sin^2\left(\frac{\tilde{\Delta}}{2}x\right), \quad (4.11)$$

onde não mais depende da fase de CP de Majorana e por simplicidade vamos considerar para o *Caso Padrão* na matéria que essa fase seja nula. Assim, caminhamos para recuperar todos os resultados conhecidos na literatura sobre a propagação de neutrinos que sofrem efeitos de matéria. Normalmente, é comum fazer a seguinte alteração, definindo

$$\sin^2(2\tilde{\theta}) = \frac{\Delta^2 \sin^2(2\theta)}{\left(A - \Delta \cos(2\theta)\right)^2 + \Delta^2 \sin^2(2\theta)}, \quad (4.12)$$

onde  $\tilde{\theta}$  é chamado de ângulo de mistura efetiva, de forma que a probabilidade (4.11) torna-se

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x, E) = 1 - \sin^2(2\tilde{\theta}) \sin^2\left(\frac{\tilde{\Delta}}{2}x\right). \quad (4.13)$$

Como é possível observar, está probabilidade é análoga à probabilidade do caso de propagação de neutrinos no vácuo (3.9). Aliás, há apenas duas diferenças que podemos observar a partir de (4.11) ou (4.13) com relação à equação (3.9). A primeira mostra que há uma fase constante no termo de oscilação que não existe no mesmo termo quando a propagação é no vácuo, este termo depende da densidade de matéria do meio por onde o neutrino se propaga. A segunda diferença é a possibilidade de ocorrer uma mistura efetiva máxima para o caso de  $A = \Delta m^2 \cos(2\theta)$ .

Essas semelhanças podem ser usadas para obter uma forma simples da equação de movimento que é útil quando se tem a propagação em regiões de densidade de matéria variante, ou seja, quando A é uma função da posição. Em geral, uma matriz unitária de mistura efetiva pode ser construída a partir da definição do ângulo de mistura efetivo

(4.12), tal matriz pode ser escrita como

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta} & \sin \tilde{\theta} \\ -\sin \tilde{\theta} & \cos \tilde{\theta} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Após algumas manipulações algébricas, por levar em consideração que o ângulo de mistura efetivo depende da posição, a equação de movimento pode ser escrita como

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} |\tilde{\nu}_1(x)\rangle \\ |\tilde{\nu}_2(x)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2}{2E} & i \frac{d\tilde{\theta}}{dx} \\ -i \frac{d\tilde{\theta}}{dx} & \frac{\tilde{m}_2^2}{2E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\tilde{\nu}_1(x)\rangle \\ |\tilde{\nu}_2(x)\rangle \end{pmatrix}, \quad (4.15)$$

onde,  $|\tilde{\nu}_1\rangle$  e  $|\tilde{\nu}_2\rangle$  são autoestados de matéria efetiva e são relacionados com os autoestados de sabor via a matriz de mistura efetiva escrita em (4.13) por

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta} & \sin \tilde{\theta} \\ -\sin \tilde{\theta} & \cos \tilde{\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\tilde{\nu}_1\rangle \\ |\tilde{\nu}_2\rangle \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Em geral, pode-se resolver a equação (4.15) em dois casos distintos. A primeira solução é feita estudando sob quais condições os coeficientes fora da diagonal principal são desprezíveis frente os elementos da diagonal principal. Essa forma de resolver esse problema é conhecido conversão adiabática, uma vez que se faz uma aproximação adiabática para obter a solução da equação (4.15). A segunda solução é a contra partida da primeira, ou seja, obtida supondo uma solução não adiabática, em que os elementos fora da diagonal principal contribuem para a solução do problema.

Para se obter a primeira forma dessas solução é pertinente definir um coeficiente de adiabaticidade, que é definido como

$$\Gamma \equiv \left| \frac{(\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2)/2E}{d\tilde{\theta}/dx} \right| \quad (4.17)$$

e o sistema será adiabático se na região de ressonância valer

$$\Gamma \gg 1. \quad (4.18)$$

Desta forma, podemos tomar explicitamente  $d\theta/dx = 0$  na equação (4.15). Em termos do formalismo de matriz densidade tomamos a equação (4.4) e supomos que exista

uma matriz que diagonalise  $\mathbb{H}$  por uma transformação de similaridade. Os autovalores de  $\mathbb{H}$  foram dados em (4.9) e a matriz que diagonalisa  $\mathbb{H}$  é formada pelos seguintes autovetores

$$u_0 = \begin{pmatrix} \sin(2\tilde{\theta}) \\ 0 \\ \cos(2\tilde{\theta}) \end{pmatrix}, \quad u_{\pm} = \begin{pmatrix} \cos(2\tilde{\theta}) \\ \pm i \\ \sin(2\tilde{\theta}) \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

ou seja, podemos definir a matriz

$$R(\tilde{\theta}) = \begin{pmatrix} \sin(2\tilde{\theta}) & \cos(2\tilde{\theta}) & \cos(2\tilde{\theta}) \\ 0 & i & -i \\ \cos(2\tilde{\theta}) & \sin(2\tilde{\theta}) & \sin(2\tilde{\theta}) \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

tal que  $R[\tilde{\theta}]^\dagger \cdot \mathbb{H} \cdot R[\tilde{\theta}] = \text{diag}[0, i\tilde{\Delta}, -i\tilde{\Delta}]$ , o qual já temos definido  $\sin(2\tilde{\theta})$  em (4.12) e de onde é possível se obter a definição de  $\cos(2\tilde{\theta})$ .

A solução da equação de (4.7) com  $\mathbb{H}^S$  dado por (4.8) pode ser escrita como

$$|\rho(x)\rangle = R(\tilde{\theta}) \cdot \text{diag}\left[0, e^{i \int_{r_0}^x dr \tilde{\Delta}(r)}, e^{-i \int_{r_0}^x dr \tilde{\Delta}(r)}\right] \cdot R^\dagger(\tilde{\theta}_0) |\rho(0)\rangle, \quad (4.21)$$

onde  $\tilde{\theta}_0$  é o ângulo de mistura efetivo no ponto de criação do neutrino e  $\tilde{\theta}$  é o ângulo de mistura efetivo no ponto de detecção do neutrino. Podemos montar o estado de matriz densidade já evoluído no espaço usando (3.7), mas como estamos usando a representação de sabor a entrada  $\rho_{11}$  já é a probabilidade de sobrevivência e  $\rho_{22}$  a probabilidade de transição para o caso de transição adiabática. Então, ao invés de montar esse estado, apresentamos a comum probabilidade de sobrevivência que encontramos na literatura

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos(2\tilde{\theta}_0) \cos(2\tilde{\theta}) + \sin(2\tilde{\theta}_0) \sin(2\tilde{\theta}) \cos[\phi(x)] \right], \quad (4.22)$$

onde

$$\phi(x) = \int_{r_0}^x dr \tilde{\Delta}(r), \quad (4.23)$$

que para neutrinos solares  $\cos[\phi(x)] \approx 0$  [1] e assumiremos isso também na próxima seção. Pensando em neutrinos solares, o ponto de detecção deve estar no vácuo, de forma que

$\tilde{\theta}(x) = \theta$ , ou seja, a probabilidade de sobrevivência pode não depender de  $x$  e, desta forma, (4.22) passa a ser dada por

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad} = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\tilde{\theta}_0) \cos(2\theta)], \quad (4.24)$$

que é o resultado do efeito MSW [49, 50] para o caso dos neutrinos solares, onde  $\tilde{\theta}_0$  é o ângulo de mistura efetivo no ponto de criação e  $\theta$  é o ângulo de mistura no vácuo onde o neutrino pode ser detectado.

Para o caso não adiabático, podemos obter, por exemplo, a probabilidade de sobrevivência fazendo as mesmas suposições que são feitas quando resolvemos o problema a partir da equação de movimento (4.14). Em geral, argumenta-se que no caso não adiabático o estado  $|\tilde{\nu}_1\rangle$  pode ou não sofrer uma transição para o estado  $|\tilde{\nu}_2\rangle$  e vice-versa. No caso, iremos supor que essa probabilidade de transição seja dada por  $X^4$ . Então, se nenhuma transição ocorrer, a probabilidade de sobrevivência será a mesma que no caso adiabático, ou seja,  $(1 - X)P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}$ . Por outro lado, o neutrino que pode ser convertido via efeitos adiabáticos pode voltar ao estado de criação pela transição não adiabática, assim  $X P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^{ad}$ . A partir dessa composição, temos a probabilidade de sobrevivência para o caso não adiabático, que é escrita como

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{Nad} &= (1 - X)P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad} + X P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad} \\ &= (1 - X)P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad} + X(1 - P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}) \\ &= 1 - (1 - 2X)P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

A probabilidade de salto, que foi representada por  $X$ , pode ser obtida de algumas maneiras [1, 2, 50, 51]. Como não iremos fazer análises de dados, não iremos derivar nenhuma forma desta probabilidade de salto. Mas para o caso de neutrinos solares, a forma de  $X$  pode ser expressa em termos de um decaimento exponencial [1], assim como os efeitos dissipativos que também trazem termos desse tipo. Na próxima seção teremos algumas conseqüências interessantes devido à esse fato.

---

<sup>4</sup>Essa probabilidade de transição é conhecida na literatura como uma probabilidade de salto, da língua inglesa “jump”. Essa probabilidade de transição é então uma probabilidade de um determinado neutrino tornar-se outro sem que seja por meio de oscilação.



## 4.3 Caso 2: Densidade de Massa Uniforme e não Uniforme

Como dissemos anteriormente, em geral, na literatura se acopla os efeitos dissipativos usando a representação de os autoestados de massa. Já os efeitos devido à interação com a matéria são, em geral, acoplados usando a representação de autoestados de sabores. Pensando apenas em termos da hamiltoniana de oscilação, ela será diagonal ou não diagonal dependendo da representação usada. Entretanto, quando se acopla os efeitos dissipativos, é mais cômodo usar a representação de massa, em que a hamiltoniana do subsistema de neutrinos continua diagonal e escrevemos o estado de sabor criado na representação da base de massa. Assim foi feito durante todo o capítulo 3.

Quando os efeitos dissipativos já estão acoplados, para manter a comodidade dita acima, é tomado o potencial efetivo da matéria, que é diagonal com relação aos autoestados de sabor, já na representação de autoestados de massa, onde não mais é diagonal e isso será feito para o *Caso 7*. Aqui, vamos investigar uma situação muito especial que é obtida quando impomos que o modelo de dissipação seja invariante sob as rotações das bases, ou seja, seria o equivalente a escrevermos a equação (2.43) na forma<sup>5</sup>

$$\frac{d}{dx}\rho^m(x) = i[H_{osc}, \rho^m(x)] + D^m[\rho^m(x)], \quad (4.26)$$

onde o primeiro termo do lado direito é a parte hamiltoniana, e o último termo é referente à dissipação que o subsistema pode sofrer. Essa equação está escrita na representação de autoestados de massa e por esse motivo a hamiltoniana é diagonal, mas o estado de sabor na forma de matriz densidade não é diagonal. Ao mudar essa equação por meio da matriz de mistura dada em (3.4) temos

$$\frac{d}{dx}\rho^S(x) = i[H_{osc}^S, \rho^S(x)] + D^S[\rho^S(x)]. \quad (4.27)$$

---

<sup>5</sup>Não mencionamos nada sobre essa simetria no capítulo 3, pois, até então, não tínhamos notado que essa condição poderia ser útil quando os neutrinos se propagam na matéria, por esse motivo deixamos tal discussão para esse capítulo.

Desta forma, vemos que o termo dissipativo também se altera devido à mudança de base. Esse é um dos pivôs dos problemas encontrados para analisar o sistema de oscilações de neutrinos quando há os efeitos de matéria, tornando as expressões das probabilidades muito extensas. Isso nos força a lançar mão de algum tipo de abordagem de aproximação a mais para tratar o problema. Assim, fomos compelidos a investigar se há um meio cujo termo dissipativo seja invariante sobre trocas de base entre sabor e massa, ou seja, procuramos

$$UD^m[\rho^m(x)]U^\dagger = D^m[\rho^S(x)]. \quad (4.28)$$

O *Caso 2* é o modelo que satisfaz essa condição. É fácil verificar se tomarmos por exemplo a equação de movimento (4.4), escrita na representação de autoestado de massa e de sabor, onde temos que  $\mathbb{H}^m$  e  $\mathbb{H}^S$  são, respectivamente, dados por

$$\mathbb{H}^S = \begin{pmatrix} -\gamma & -\Phi & -\Lambda \sin \phi \\ \Phi & -\gamma & -\Lambda \cos \phi \\ \Lambda \sin \phi & \Lambda \cos \phi & -\gamma \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

e

$$\mathbb{H}^m = \begin{pmatrix} -\gamma & -\Phi' & -\Lambda' \sin \phi \\ \Phi' & -\gamma & -\Lambda' \cos \phi \\ \Lambda' \sin \phi & \Lambda' \cos \phi & -\gamma \end{pmatrix}, \quad (4.30)$$

tal que redefinimos

$$\Phi' = -\frac{\Delta m^2}{2E} + A \cos(2\theta) \quad ; \quad \Lambda' = A \sin(2\theta). \quad (4.31)$$

Essa condição implica que todos os resultados obtidos para o *Caso Padrão* são também obtidos para esse caso em especial. A fase de CP de Majorana também não influência nesse modelo como podemos ver em (3.14), assim, iremos considerá-la nula.

Então, como foi feito na seção anterior para o *Caso Padrão*, iremos supor que exista uma fonte de neutrinos eletrônicos e que estes propagam por uma região de densidade de matéria constante. Então, tomando  $\mathbb{H}^S$  escrito em (4.29), podemos resolver a equação de movimento (4.4). Os autovalores de  $\mathbb{H}^S$  neste caso são

$$\lambda_0 = -\gamma, \quad \lambda_1 = -\gamma - i\sqrt{\Phi^2 + \Lambda^2}, \quad \lambda_2 = -\gamma + i\sqrt{\Phi^2 + \Lambda^2}. \quad (4.32)$$

Além disso, a matriz dada em (4.20) também diagonaliza (4.29) por uma transformação de similaridade, ou seja, fazendo  $R[\tilde{\theta}]^\dagger \mathbb{H}_{C2}^S R[\tilde{\theta}] = \text{diag}[-\gamma, -\gamma + i\tilde{\Delta}, -\gamma - i\tilde{\Delta}]$ . Desta forma, a probabilidade de sobrevivência, assim como foi obtido na seção anterior para o *Caso Padrão*, é escrita como

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{C2}(x, E) = \frac{1}{2} + e^{-\gamma x} \left[ \frac{1}{2} - \sin^2(2\tilde{\theta}) \sin^2 \left( \frac{\tilde{\Delta}}{2} x \right) \right]. \quad (4.33)$$

É fácil observar que a probabilidade acima é a mesma obtida para o caso do vácuo em (3.14), mas, aqui, obviamente, escrevemos essa probabilidade em termos dos ângulos efetivos. Desta forma, essa probabilidade possui as mesmas informações que a probabilidade de sobrevivência para o *Caso Padrão*, além de um efeito a mais que diz respeito à dissipação, em que se tomarmos um  $\gamma$  suficientemente grande para suprimir rapidamente a amplitude de oscilação ou se o neutrino criado se propagar por muito tempo dentro da matéria, a probabilidade de sobrevivência tende a  $1/2$ , o que significa que o estado tornou-se mais misturado possível, independente do ângulo de mistura efetivo. O mesmo fenômeno foi observado para o *Caso 2* no capítulo 3.

Como é possível notar, devido às semelhanças entre o *Caso Padrão* e o *Caso 2*, é natural obter os resultados para o caso de neutrinos que se propagam por regiões cuja a densidade de matéria é variante. Assim como feito para o *Caso Padrão*, podemos obter a probabilidade de sobrevivência de um neutrino do elétron que se propaga por uma região de matéria variante a partir da aproximação adiabática, ou seja, criado em uma região onde o ângulo efetivo de mistura é dado por  $\tilde{\theta}_0$  e que será detectados em uma região em que o ângulo de mistura  $\tilde{\theta}$ . Seguindo o mesmo procedimento para se evoluir o estado, em que temos a mesma condição de adiabaticidade, a probabilidade de sobrevivência é dada por

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad,C2}(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + e^{-\gamma x} \left[ \cos(2\tilde{\theta}_0) \cos(2\tilde{\theta}) + \sin(2\tilde{\theta}_0) \sin(2\tilde{\theta}) \cos[\phi(x)] \right] \right], \quad (4.34)$$

onde  $\phi(x)$  está definido em (4.22) e para o caso do neutrino solar, fazendo as mesmas suposições anteriormente aplicadas ao *Caso Padrão*, temos, então

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad,C2} = \frac{1}{2} \left[ 1 + e^{-\gamma x} \cos(2\tilde{\theta}_0) \cos(2\theta) \right], \quad (4.35)$$

onde  $\tilde{\theta}_0$  é o ângulo de mistura efetivo no ponto de criação e  $\theta$  é o ângulo de mistura no vácuo, onde o neutrino pode ser detectado. Notem porém, que o caso adiabático, quando efeitos dissipativos são levados em conta, possui um termo de decaimento exponencial. Neste momento, não é nosso intuito explorar o ponto de vista formal de se obter um parâmetro de dissipação que dependa da posição, mas, isso é plenamente possível. Sendo assim, podemos elaborar um parâmetro  $\gamma$  a partir da comparação entre as probabilidades de sobrevivência (4.25) e (4.35). Isso implica que a probabilidade (4.35), apesar de ser obtida a partir da aproximação adiabática, pode mimetizar o caso não adiabático sendo necessário apenas fazer as mudanças pertinentes ao parâmetro  $\gamma$ . Assim, fenomenologicamente o *Caso 2*, apesar de não exibir efeitos de violação de CP de Majorana, é interessante e deverá ser tema de estudo nosso posteriormente [55].

Notemos também que não foi necessário fazer nenhuma teoria de perturbação, seja para os autovalores de (4.32) ou para seus autovetores, mostrando que o termo dissipativo, como encontramos, pode ser bastante interessante nos estudos de análises de dados de neutrinos solares. E lembramos que o modelo do *Caso 2* não possui o incômodo da imposição de  $[H_{osc}, V_k] = 0$ , feita no *Caso 1*, que restringe o subsistema à conservação de energia, como foi discutido no capítulo 3, em que não se há maneira de garantir fisicamente que isso seja satisfeito. Ademais, veremos no capítulo 5 que os dados do experimento MINOS geram mesmos valores aos parâmetros dos modelos do *Caso 1* e *Caso 2*. No próximo capítulo, iremos argumentar melhor sobre o porquê dessa ocorrência, já que os modelos são distintos.

Se por um instante desprezarmos a possibilidade do que discutimos acima, e assumir que sempre o parâmetro  $\gamma$  não dependa da posição, podemos, assim como feito anteriormente, obter a probabilidade de sobrevivência para o caso não adiabático. Então usando os mesmos argumentos que foram usados para o *Caso Padrão* essa probabilidade de sobrevivência é escrita como

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{Nad, C2} = 1 - (1 - 2X)P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{ad, C2}, \quad (4.36)$$

onde notamos que a única diferença está no acréscimo do efeito de dissipação junto ao

termo que descreve as transições na condição não adiabática. Como, em geral, o termo que descreve as transições não adiabáticas possui também a forma de decaimento exponencial, o parâmetro dissipativo, então, contribui tornando o decaimento possivelmente mais rápido.

Esse assunto certamente será levado a diante em um futuro próximo, pois o resultado obtido nesta seção merece uma investigação em pormenores, tanto do ponto de vista de análise fenomenológica, como do ponto de vista de análise de dados [55].

## 4.4 Caso 7: Densidade de Massa Uniforme

Uma análise fenomenológica, como a que fizemos para o *Caso 2*, com qualquer um dos outros casos estudados no capítulo 3 mostrou-se difícil de ser feita. Para todos os outros modelos, os autovalores de (4.6) exibem expressões grandes e dependentes de todos os parâmetros contidos no modelo de oscilação e dissipação. Por consequência, os autovetores também apresentam o mesmo problema e assim, as probabilidades são dadas por expressões excessivamente grandes dificultando sua análise.

Quando a fase de CP de Majora não é levada em consideração, resolver o problema no caso de densidade constante de matéria é simples para os casos *Caso 5* e *7*, mas não possuem as mesmas características do *Caso 2* e, portanto, são complicados de se tratar quando a densidade de matéria é variante. Os outros casos continuam muitos difíceis de serem resolvidos analiticamente.

Fazer a aproximação adiabática para todos os casos é sempre possível [30], mas, obter resultados como o que tivemos na seção anterior não é possível e, além disso, as probabilidades voltam a possuir expressões muito extensas dificultando sua análise.

Por esses motivos, seguiremos dentro de uma outra abordagem para resolver o problema de oscilação de neutrinos na matéria com efeitos dissipativos. Uma forma interessante de se fazer isso pode ser encontrada na referência [30], mas aqui faremos diferente.

Nós vamos resolver o problema de oscilação com efeitos de matéria e de dissipação

levando em conta a fase de CP de Majorana, mas iremos estudar o problema em uma aproximação simples. Tal solução será aplicada no caso de propagação em regiões de densidade de matéria constante. Não iremos aplicar as aproximações adiabáticas, embora, a solução do problema possa ser aplicada mesmo em regiões onde a densidade de matéria não seja constante, se considerarmos que a matriz de evolução possa ser subdividida entre os intervalos de espaços, onde o potencial não se altera. Isto é, tomando  $M(x)$  em (4.7) como

$$M(x) = M_n(x_n) \dots M_2(x_2)M_1(x_1) , \quad x = x_1 + x_2 + \dots + x_n , \quad (4.37)$$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representam as distâncias por onde o neutrino viaja em uma região com densidade de matéria aproximadamente constante, enquanto,  $M_i$  é a correspondente matriz de evolução de cada região. Com essa aproximação será possível obter uma probabilidade cuja expressão possa ser analisada para cada uma das regiões de propagação. A composição global, no entanto, deve ser entendida em termos dos efeitos a partir de cada região. No caso de neutrinos solares, podemos usar essa aproximação simples de forma a obter uma matriz de evolução dependa apenas do potencial de matéria dentro de uma região  $x_1$  e numa região  $x_2$  não há dependência com relação ao potencial de matéria.

Como não vamos analisar dados de neutrinos que viajam por regiões de densidade de matéria constante ou variante, não vamos nos preocupar em investigar se existe uma forma simples para a matriz de evolução dada em (4.37) e, de antemão, sabemos que para se obter a matriz total, se subdividida em muitas regiões, algum método computacional deverá ser utilizado para realizar tal tarefa. Na realidade, como mencionamos anteriormente, qualquer um dos casos pode ser resolvido analiticamente, mesmo levando em conta termos de ordem superior do parâmetro dissipativo. Porém, as expressões são, nesse caso, demasiadamente extensas dificultando uma análise fenomenológica como a que fizemos durante todo o capítulo 3 e o atual capítulo.

Então, faremos um estudo fenomenológico com o caso que mostrou o maior número de efeitos, ou seja, o *Caso 7*. Nós iremos voltar a representação de massa e iremos continuar supondo que os neutrinos sejam criados como neutrinos do elétron.

Desta forma, o problema que temos que resolver é escrito na forma de (4.4) como

$$|\dot{\rho}(x)\rangle = \mathbb{H}^m |\rho(x)\rangle \quad (4.38)$$

e por  $\mathbb{H}$  estar escrito na base de massa, o vetor  $|\rho(0)\rangle$  possui a seguinte forma,

$$|\rho(0)\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \sin(2\theta) \cos(\phi) \\ -\frac{1}{2} \sin(2\theta) \sin(\phi) \\ \frac{1}{2} \cos(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

onde cada entrada desse vetor resulta da expansão do estado de matriz densidade na base de matrizes do  $SU(2)$ , assim como já foi feito no capítulo 3. Então, é necessário diagonalizar  $\mathbb{H}$  para obter a solução da equação (4.33). Assim, o problema de autovalor que temos de resolver é escrito como

$$\mathbb{H}^m |\lambda^{(k)}\rangle = \lambda^{(k)} |\lambda^{(k)}\rangle, \quad (4.40)$$

de forma que o polinômio característico, desprezando os termos de ordens superior em  $\gamma$ , pode ser escrito como

$$\lambda^3 + 3\gamma\lambda^2 + \lambda(\Phi^2 + \Lambda^2) + \gamma(\Lambda^2 + \Phi^2 - v\Phi \sin(\phi)) = 0. \quad (4.41)$$

Note que esse polinômio é de grau 3 e suas raízes podem ser obtidas analiticamente [16]. A solução em primeira ordem em  $\gamma$ , ou seja, os autovalores nessa aproximação são dados por

$$\lambda_0 = -\gamma, \quad \lambda_1 = -\gamma - i\sqrt{\Phi'^2 + \Lambda'^2}, \quad \lambda_2 = -\gamma + i\sqrt{\Phi'^2 + \Lambda'^2}, \quad (4.42)$$

onde temos definido  $\Phi'$  e  $\Lambda'$  em (4.31).

Desprezando todos os termos que possuam ordem superior a um em  $\gamma$  daqui por diante, a probabilidade de sobrevivência pode ser escrita como

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x, E) = \frac{1}{2} + B e^{\gamma x(-1+F)} + e^{-\frac{\gamma x}{2}(2+F)} \left( M \cos \left[ x \sqrt{\Lambda'^2 + \Phi'^2} \right] - R \sin \left[ x \sqrt{\Lambda'^2 + \Phi'^2} \right] \right), \quad (4.43)$$

onde temos definido

$$F = \frac{v\Delta \sin[\phi]}{\Lambda'^2 + \Phi'^2}, \quad (4.44)$$

$$B = \frac{(\Phi' \cos[2\theta] - \Lambda' \sin[2\theta])^2}{2(\Lambda'^2 + \Phi'^2)}, \quad (4.45)$$

$$M = \frac{(\Lambda' \cos[2\theta] - \Phi' \sin[2\theta])^2}{2(\Lambda'^2 + \Phi'^2)}, \quad (4.46)$$

$$R = \frac{\gamma k \sin[2\phi]}{r}, \quad (4.47)$$

onde

$$\begin{aligned} k = & \Lambda' \left( -\Lambda'^2 - 2\Phi'^2 + \Lambda'^2 \cos[2\phi] \right) \\ & \left( -\Lambda' \Phi' \left( \Lambda'^2 + \Phi'^2 \right) + 3\Lambda'(\Lambda' - \Phi')\Phi'(\Lambda' + \Phi') \cos[4\theta] \right. \\ & \left. + 2 \left( \Lambda'^4 - \Lambda'^2 \Phi'^2 + \Phi'^4 \right) \sin[4\theta] \right) \end{aligned} \quad (4.48)$$

e

$$r = 16 \left( \Lambda'^2 + \Phi'^2 \right)^{5/2} \left( -\Phi'^2(\gamma - 2\Lambda' \cos[\phi]) + \Lambda'^2(\gamma + 2\Lambda' \cos[\phi]) \sin[\phi]^2 \right). \quad (4.49)$$

Desta forma, conseguimos escrever a probabilidade de sobrevivência utilizando uma expressão compacta quase da mesma forma das probabilidades obtidas no capítulo 3. Podemos observar que essa probabilidade possui funções ímpares que dependem do ângulo de CP de Majora e fazendo  $\phi \rightarrow -\phi$  temos a probabilidade de sobrevivência para antineutrinos eletrônicos. A violação de CP via canal de oscilação é então dada por,

$$\begin{aligned} \Delta P = & e^{-\gamma x} \left( \left[ B e^{\gamma F x} - B' e^{-\gamma F x} \right] + \cos \left( x \sqrt{\widetilde{\Delta}} \right) \left[ M e^{-\frac{1}{2}\gamma F x} - M' e^{\frac{1}{2}\gamma F x} \right] \right. \\ & \left. - \sin \left( x \sqrt{\widetilde{\Delta}} \right) \left[ R e^{-\frac{1}{2}\gamma F x} + R' e^{\frac{1}{2}\gamma F x} \right] \right), \end{aligned} \quad (4.50)$$

onde  $\widetilde{\Delta}$  foi definido em (4.9),  $B'$ ,  $M'$  e  $R'$  são obtidos a partir da definição de  $B$ ,  $M$  e  $R$  pela troca do sinal no potencial efetivo de matéria,  $A \rightarrow -A$ , por se tratar de antineutrinos. Pela expressão da probabilidade escrita em (4.43), notamos que há no expoente funções ímpares em  $\phi$ , isso é bastante interessante, pois fisicamente o termo de decaimento exponencial difere entre neutrinos e antineutrinos, corroborando com o que dissemos a respeito



dos efeitos dissipativos não serem exclusivamente devido aos efeitos quânticos da gravidade, uma vez que a interação em questão é devido às correntes carregadas da força fraca.

A probabilidade de sobrevivência dada em (4.43) se reduz ao *Caso Padrão* dado em (4.11). Além disso, podemos observar que a probabilidade de oscilação (4.43) possui um comportamento para neutrinos e outro comportamento para antineutrinos devido ao fato dos expoentes nos termos de decaimento possuírem dependência como uma função ímpar da fase de CP de Majorana. Observa-se que o termo de relaxação, isto é, o termo de decaimento exponencial junto ao coeficiente  $B$ , tem intensidade menor para neutrinos e maior para antineutrinos, enquanto o termo de descoerência, isto é, o termo de decaimento exponencial junto ao último termo do lado direito da equação (4.43), possui uma intensidade maior para neutrinos e menor para antineutrinos. Esse comportamento é diferente do que foi apresentado pela probabilidade de oscilação do *Caso 7* para neutrinos que propagam no vácuo, onde o comportamento da probabilidade do neutrino e antineutrino são diferentes apenas por uma fase, como vemos em (3.40).

Esta probabilidade também produz uma violação de CP via canal de oscilação se tomarmos  $\Delta m^2 = 0$ , a qual a probabilidade de sobrevivência é escrita como

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{x\gamma(-1 + \frac{1}{2} \sin(4\theta) \sin(\phi))}, \quad (4.51)$$

onde esta probabilidade não depende da energia do neutrino. Logicamente, por tratar o parâmetro  $\gamma$  de forma fenomenológica, sempre é possível defini-lo com algum tipo de dependência com a energia.

No caso de tomarmos o ângulo de mistura como  $\theta = 0$ , vamos obter a mesma probabilidade de sobrevivência que obtivemos para o *Caso 2* em (3.15). Além disso, se tomarmos a probabilidade dada em (4.43) com  $\phi = 0$ , surpreendentemente, chegamos a probabilidade dada em (4.33) e por esse mesmo motivo se tomarmos  $A = 0$ , iremos obter a probabilidade de sobrevivência também do *Caso 2* e não a do *Caso 7* para o vácuo. Isso acontece devido ao tipo de aproximação que fizemos ao obter os autovalores de  $\mathbb{H}^m$ , pois, os termos que geram a violação CP são oriundos dos autovalores de  $\mathbb{H}^m$ , que mesmo com a aproximação feita ainda possui algumas das características do *Caso 7* que estudamos no

capítulo 3. Mas quando  $A = 0$ , retornamos de fato ao *Caso 2* do capítulo 3.

Por fim, essa probabilidade poderia ser utilizada de forma simples sem que seja necessário fazer a composição de matriz de evolução para, por exemplo, neutrinos de reatores, tal como o experimento de KamLand [11]. Desta forma, se é possível obter tanto os valores da fase de CP de Majorana como também colocar os limites para o valor do parâmetro de dissipação. Esse estudo será feito no futuro [56].

## Capítulo 5

# Experimento MINOS: Neutrinos e AntiNeutrinos

Neste capítulo, aplicaremos os casos estudados do capítulo 3 ao experimento MINOS. Deixamos claro que o intuito dessa tarefa é mostrar, mesmo que de forma bastante simples, como esses casos podem ser utilizados para fazer análises de dados experimentais e obter valores para os parâmetros de cada caso estudado. Não foi nossa preocupação trabalhar com análises de dados e, portanto, o que aqui apresentamos é um estudo bastante preliminar a respeito de análise de dados. Assim, nosso interesse aqui é de observar se será possível melhorar a descrição dos dados aplicando a fenomenologia e, para isso, vamos tomar diretamente os dados dos gráficos da razão de não oscilação [57, 58], assumindo todos os erros inerentes devido à esse método. Porém vale lembrar que, como não fazemos parte desta colaboração e não sendo de domínio público o que é necessário para reproduzir os resultados de MINOS, qualquer que fosse o método que tivéssemos escolhido conteria erros e, desta forma, o caminho mais simples, como o que tomamos, pode ser útil para vermos como se comportam os modelos estudados no capítulo 3 quando descrevem dados experimentais, como os que obtemos, de MINOS.

Escolhemos o experimento MINOS devido à sua configuração, pois a partir dele é possível obter dados sobre feixes de neutrinos do múon e também de antineutrinos de

múon separadamente. Sabemos que existem três famílias de neutrinos e, por esse motivo, um neutrino de um determinado sabor pode oscilar entre os outros dois sabores, porém, para o experimento MINOS, a razão entre a diferença do quadrado da massa e duas famílias mais leves pela energia do feixe de neutrinos criado é muito pequena e, então, podemos desprezar este canal de oscilação [1, 3]. Assim, os neutrinos e antineutrinos do múon possuem preferência por oscilar, respectivamente, para neutrinos e antineutrinos do tau. Outra consequência desta aproximação, no caso do feixe produzido no MINOS, é que os neutrinos se propagam sem praticamente sentir os efeitos de matéria, já que a matéria ordinária, da qual a crosta terrestre é constituída, interage com o feixe apenas via corrente neutra, mas que, por sua vez, contribui apenas para uma fase global, não alterando assim as probabilidades de oscilação. Desta forma, vemos que os casos estudados no capítulo 3 facilmente podem ser usados na análise deste experimento, sem que haja nenhuma necessidade de alterações nas probabilidades.

## 5.1 Experimento MINOS: Dados de Neutrinos e Antineutrinos

O Main Injector Neutrino Oscillation Search (MINOS) é um experimento elaborado para se estudar a composição de sabores de um feixe de neutrinos do múon que se propaga entre dois detectores [6], o primeiro chamado de “Near Detector” (ND) localizado no “Fermi National Accelerator Laboratory” está a 1 km de distância da fonte do feixe e outro detector chamado de “Far Detector” (FD) a uma distância de 735 km em Minnesota<sup>1</sup>. Como os estados de sabores são misturados por meio de ângulos de mistura e fases<sup>2</sup> e a probabilidade de oscilação depende do quadrado da diferença de massa, esse experimento é capaz de limitar valores para ângulos  $\theta_{23}$  e  $\Delta m_{23}^2$  para o caso de oscilação entre duas famílias [6]. Como nosso estudo é em apenas duas famílias, desprezaremos os índices desses parâmetros, ou seja,  $\theta_{23} \rightarrow \theta$  e  $\Delta m_{23}^2 \rightarrow \Delta m^2$ .

<sup>1</sup>Especificamente esse detector fica na mina de ferro Soudan.

<sup>2</sup>Para o caso de se considerar as três famílias.

Os neutrinos criados nesse experimento são obtidos através do decaimento de partículas carregadas, em sua maior parte de  $\pi$ , que por sua vez, era gerado por colisão de feixes de prótons, que eram acelerados até 120 GeV, em alvos de grafite<sup>3</sup>. Por fim, o feixe de neutrinos possui energia entre 0 e 50 GeV, como pode ser visto na Figura 5.1. A partir das Figuras 5.1 e 5.2 nós inferimos os dados das tabelas 5.1 e 5.2, mas apenas até 10 GeV, para o feixe de neutrinos, pois acima desse valor os dados possuem muita incerteza nos “bins” de energia quando comparado aos dados anteriores, além disso, os dados não considerados não são capazes de alterar os resultados finais da análise.

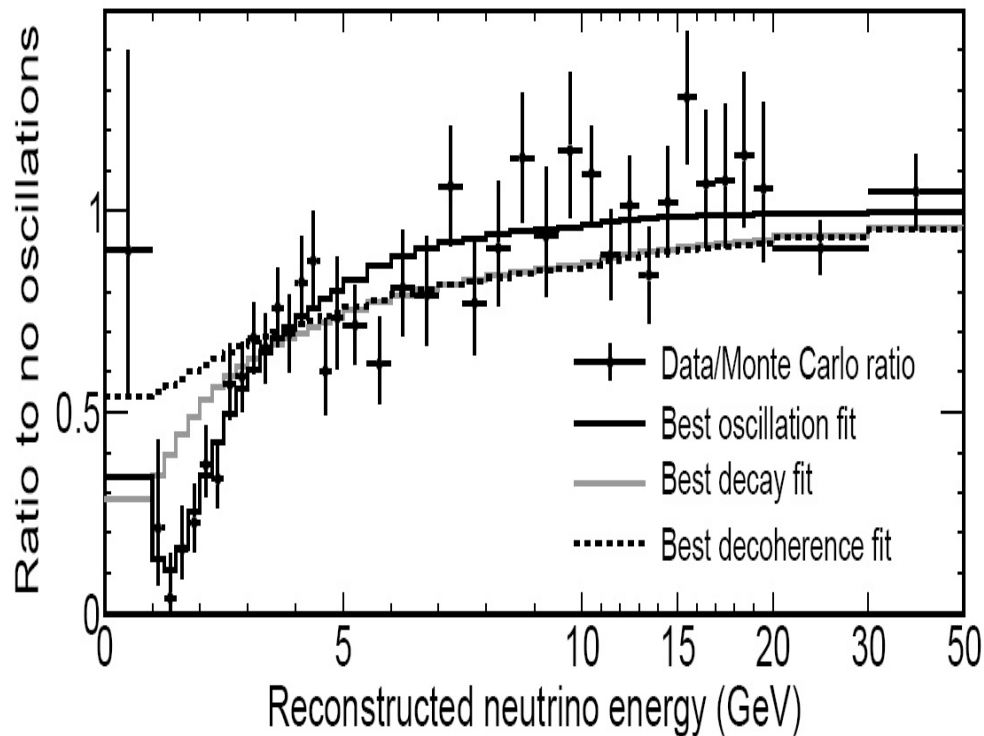


Figura 5.1: Razão de não oscilação pela energia reconstruída dos neutrinos do múon,  $\nu_\mu$  no Far detector. Essa figura foi retirada de [57].

<sup>3</sup>Os pormenores da arquitetura do experimento podem ser encontrados em alguns artigos publicados da colaboração e também nas teses e dissertações que tal experimento gerou. Podem ser encontradas também a partir da referência [58].

Energia (GeV)	Razão	Erro
0.50	0.91	0.49
1.125	0.21	0.22
1.375	0.04	0.11
1.625	0.16	0.11
1.875	0.23	0.09
2.125	0.37	0.10
2.375	0.34	0.08
2.625	0.57	0.10
2.875	0.59	0.08
3.125	0.68	0.09
3.375	0.66	0.09
3.625	0.76	0.10
3.875	0.70	0.09
4.125	0.82	0.11
4.375	0.88	0.12
4.625	0.60	0.13
4.875	0.74	0.15
5.250	0.71	0.10
5.750	0.62	0.12
6.250	0.81	0.14
6.750	0.79	0.15
7.250	1.06	0.15
7.750	0.77	0.15
8.250	0.91	0.16
8.750	1.13	0.16
9.250	0.94	0.17
9.750	1.15	0.19

Tabela 5.1: Tabela com os dados tirados a partir da Figura 5.1.

A colaboração do experimento MINOS após ter obtido uma quantidade significativa de dados produzidos pelo feixe de neutrinos do múon, passou a tomar dados do feixe de antineutrinos do múon e apresentou sua primeira observação direta do desaparecimento destes antineutrinos, como pode ser visto na referência [59]. Na Figura 5.2 podemos observar a razão de não oscilação pela reconstrução da energia do antineutrino do múon [58].

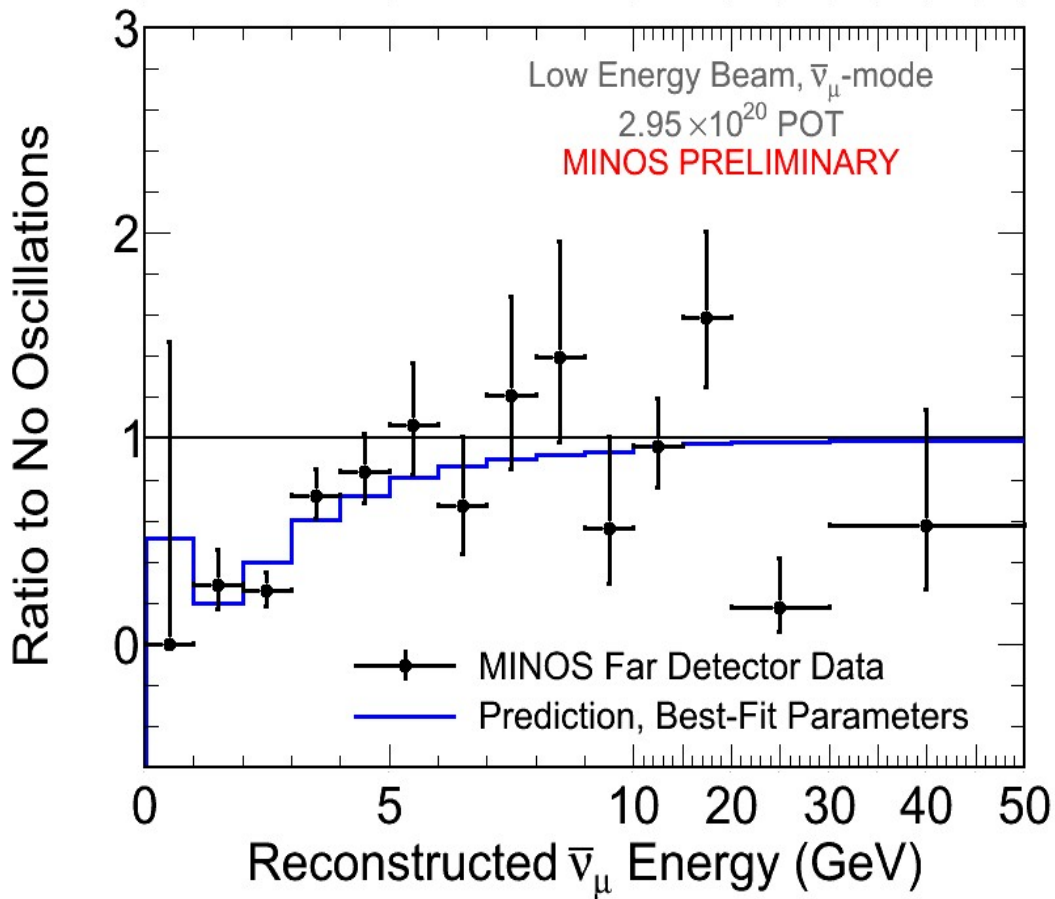


Figura 5.2: Razão de não oscilação pela energia reconstruída dos antineutrinos do múon,  $\bar{\nu}_\mu$  no Far detector. Essa figura foi retirada de [58].

Para fazermos uma análise simples dos dados contidos nas Tabelas 5.1 e 5.2, podemos diretamente considerar que a razão de não oscilação seja a própria probabilidade de sobrevivência. Mas, ainda existem dois problemas: a) os “bins” de energia não são pontuais, possuindo uma certa extensão e b) não sabemos dos pormenores da reconstrução da energia dos neutrinos e antineutrinos que é feito pela colaboração MINOS e que dependem de informações não abertas para consulta. O primeiro problema foi contornado integrando a probabilidade para cada extensão de energia. Quanto ao segundo problema, nós assumiremos que os dados dos gráficos são suficientes para entendermos como os mo-

delos dissipativos se comportam e como podem melhorar a descrição dos dados. Nesse sentido, é que classificamos nossa análise como sendo simples, pois, como não estamos fazendo uma reconstrução de eventos a partir de um algoritmo nosso, não reproduziremos os resultados de MINOS. Por outro lado, uma reconstrução a partir de um algoritmo nosso, mesmo que consigamos reproduzir os resultados desse experimento, não significaria que estaríamos livres de equívocos e, por tal motivo, seguimos o a abordagem dita acima.

Energia (GeV)	Razão	Erro
0.500	0.78	1.46
1.500	0.35	0.17
2.500	0.30	0.09
3.500	0.47	0.13
4.500	0.50	0.18
5.500	0.73	0.30
6.500	1.12	0.33
7.500	0.90	0.48
8.500	1.09	0.56
9.500	0.71	0.44
12.50	1.10	0.23
17.00	1.27	0.41
25.00	0.50	0.24
40.00	1.00	0.56

Tabela 5.2: Tabela com os dados tirados a partir da Figura 5.2.

## 5.2 Análise de Dados e Resultados: Neutrinos e Antineutrinos

A análise de dados que apresentaremos nesta seção é feita por meio de uma minimização de  $\chi^2$  e assumiremos que esta função pode ser escrita como

$$\chi^2 = \sum_n \left( \frac{R_n - P(a_i; E_n, E_m)}{\sigma_n} \right)^2, \quad (5.1)$$



onde  $R_n$  é o enésimo valor da razão de não oscilação,  $P(a_i; E_n, E_m)$  é a probabilidade de sobrevivência de um determinado modelo utilizado, em que  $a_i$  são os parâmetros livres de cada modelo,  $E_n$  é a energia de cada “bin” de energia,  $E_m$  a extensão de energia, onde se encontra o “bin” e  $\sigma_n$  é o erro atribuído a cada “bin” na razão de não oscilação. Para cada um dos modelos do capítulo 3, faremos a minimização de  $\chi^2$ . Como temos dois conjuntos de dados, um para neutrino e o outro para antineutrino, faremos também o ajuste a seguinte função  $\chi^2$

$$\chi_{total}^2 = \chi_\nu^2 + \chi_{\bar{\nu}}^2, \quad (5.2)$$

que caracteriza a análise global do sistema. Note que essas duas maneiras que faremos a análise correspondem a situações físicas bastante distintas, mas deixamos essa discussão para após os resultados dessas análises.

Para se obter o nível de confiança das medidas, traçaremos a distribuição de  $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2$  em função de apenas um dos parâmetros e minimizamos com relação aos outros. Para se conhecer como variam os valores dos parâmetros livres em torno do seu valor de melhor ajuste, traçaremos regiões de contorno com  $\chi^2$  constante, além disso, para facilitar a notação, colocamos uma barra em cima dos parâmetros que dizem respeito a antineutrinos.

Para o *Caso Padrão*, cuja probabilidade de sobrevivência foi escrita em (3.9), os valores obtidos e publicados pela colaboração MINOS para o neutrino do múon [57] são:  $\Delta m^2 = 2.32_{-0.08}^{+0.12} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  (68% C.L.) e  $\sin^2 \theta > 0.90$  (90% C.L.). Já para os antineutrinos do múon os valores obtidos até o momento, encontrados em [58], são:  $\Delta \bar{m}^2 = 2.62_{-0.28}^{+0.31} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  e  $\sin^2 \bar{\theta} = 0.95_{-0.11}^{+0.10}$ . Nós apresentamos nosso ajuste na Figura 5.3 referente aos dados das Tabelas 5.1 e 5.2. Pelo método de  $\chi^2$  que usamos, o melhor ajuste foi obtido para  $\Delta m^2 = 2.34_{-0.16}^{+0.15} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  e  $\Delta \bar{m}^2 = 2.84_{-0.34}^{+0.33} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$ . Para os de ângulo de mistura obtemos  $\sin^2(2\theta) = 0.92_{-0.07}^{+0.08}$  e  $\sin^2(2\bar{\theta}) = 0.88_{-0.16}^{+0.08}$ . Os erros da medida podem ser vistos nas Figuras 5.4 e 5.5, onde é possível notar que os valores por nós obtidos estão dentro da região de 68.3% publicados pela colaboração MINOS [6, 7]. A notação de nível de confiança (C.L.) que usamos é dada por 1, 2 e 3 $\sigma$  que correspondem respectivamente à 68.3%, 95.5% e 99.7%.

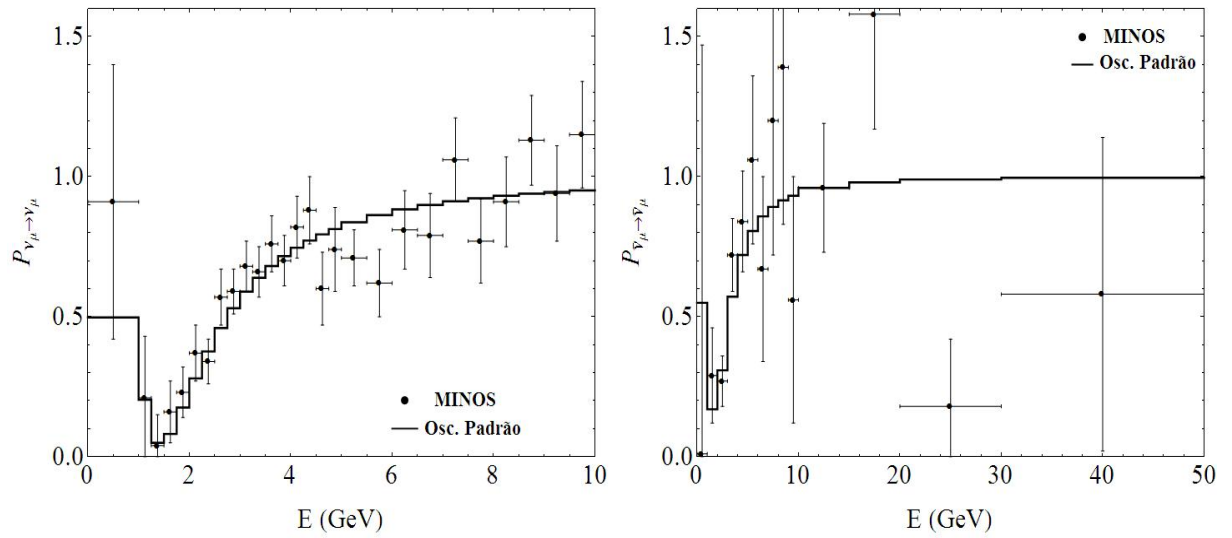


Figura 5.3: Comportamento das probabilidades de sobrevivência para o *Caso Padrão*: a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos.

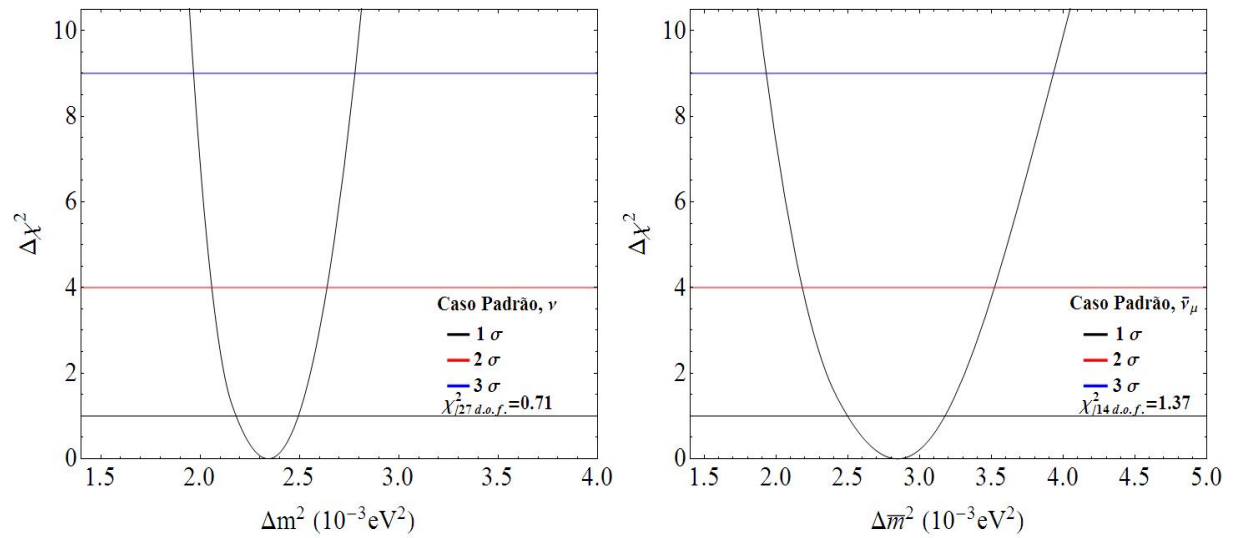


Figura 5.4: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\Delta m^2$  para o *Caso Padrão*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\Delta m^2 = 2,34 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\Delta \bar{m}^2 = 2.84 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para antineutrinos.

A Figura 5.6 mostra o contorno sobre as regiões permitidas para os parâmetros de oscilação de neutrinos e antineutrinos ao redor do ponto de melhor ajuste para ambos

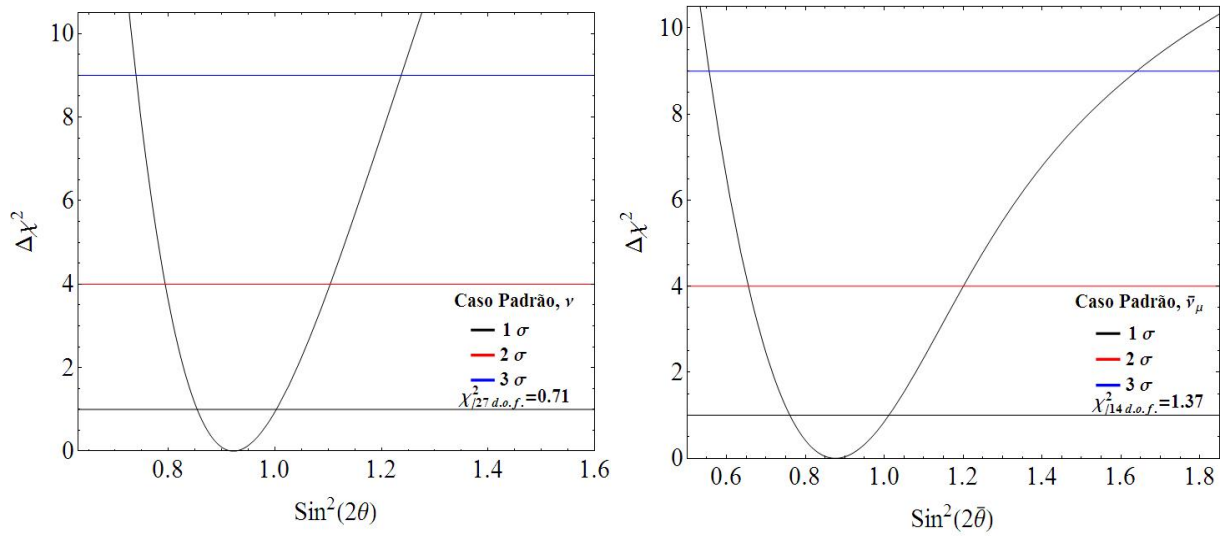


Figura 5.5: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso Padrão*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\sin^2(2\theta) = 0.92$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\sin^2(2\bar{\theta}) = 0.88$  para antineutrinos.

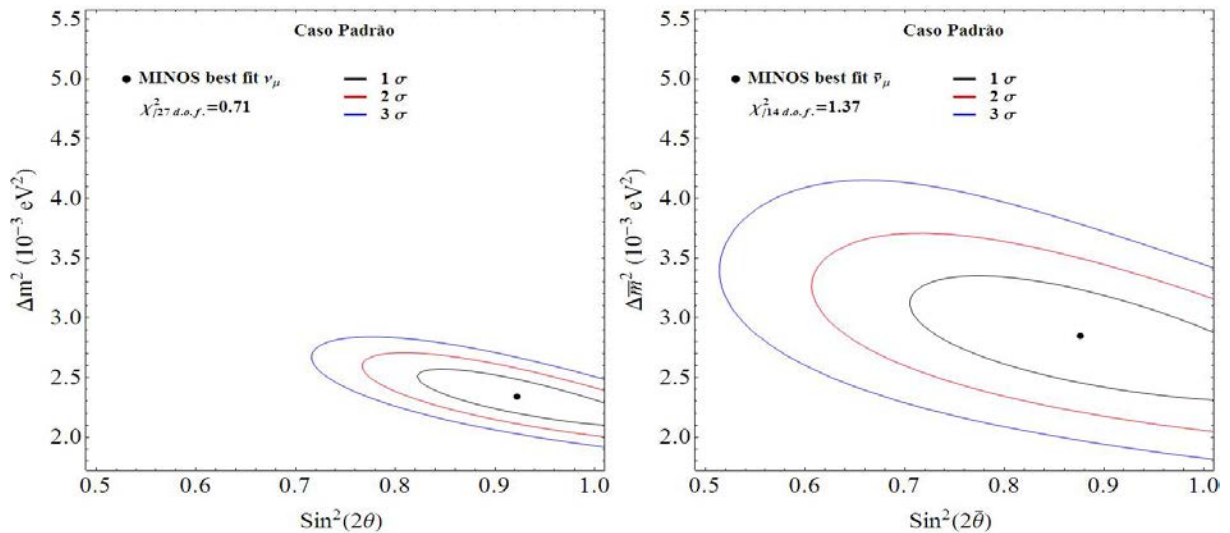


Figura 5.6: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso Padrão*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

os canais de oscilação. Notem, no entanto, que os valores de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  são alterados por estarmos ajustando dois parâmetros, ou seja, para um parâmetro  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  correspondem

à aumentar o valor de  $\Delta\chi^2$  em 1.00; 4.00 e 9.00. Para dois parâmetros, no entanto, os valores acrescidos são, respectivamente, 2.30; 6.18 e 11.83. Deste modo, quando houver mais de dois parâmetros iremos minimizar sobre eles, para que não sejam mais alterados os valores das incertezas [60].

Como nosso resultado concorda dentro de  $1\sigma$  com o da colaboração MINOS, seguimos aplicando a análise aos casos que apresentam efeitos de dissipação. A Figura 5.7 mostra o comportamento da probabilidade de sobrevivência para o *Caso 1*, que tem a probabilidade de oscilação dada em (3.11) e possui efeito de descoerência. Note que há também o comportamento da probabilidade padrão de oscilação na Figura 5.7, onde é possível observar que a curva da probabilidade do *Caso 1*, para neutrinos, ajusta-se bem aos pontos experimentais e apresenta uma inversão de comportamento em relação a probabilidade padrão na região de 3.5 GeV. O comportamento da probabilidade de sobrevivência para o caso dos antineutrinos também apresenta uma inversão de comportamento, mas isso acontece na região de 5 GeV e esta probabilidade também se ajusta bem aos pontos experimentais.

Na Figura 5.8 vemos que os valores obtidos para  $\Delta m^2$  são:  $\Delta m^2 = 2.23^{+0.2}_{-0.13} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  e  $\Delta \bar{m}^2 = 2.76^{+0.39}_{-0.39} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$ . Já na Figura 5.9, vemos que para os ângulos de misturas obtivemos,  $\sin^2(2\theta) > 0.82$  a 95.5% de C.L. e  $\sin^2(2\bar{\theta}) > 0.68$  a 95.5% de C.L.. É mostrado na Figura 5.10 o parâmetro  $\gamma$ , correspondendo apenas aos efeitos de descoerência e os resultados obtidos para esse parâmetro pode ser limitado da seguinte forma:  $\gamma < 2.77 \times 10^{-23} \text{ GeV}$  e  $\bar{\gamma} < 4.93 \times 10^{-23} \text{ GeV}$ , ambos os valores a 95.5% de C.L.. Entretanto, como é possível observar o valor do parâmetro  $\bar{\gamma}$  é diferente de  $\gamma$ . Isso pode ser atribuído ao fato de se ter poucos pontos experimentais, mas também, esse resultado pode ser uma indicação de que o modelo de descoerência entre partículas e antipartículas possam ser intrinsecamente diferentes, o que sempre levaria a uma “aparente” violação de CP, que poderia ser vista por esse canal de oscilação, independentemente se neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana [39]. Por outro lado, o simples fato do MINOS ainda possuir baixa estatística de dados com relação à medida de sobrevivência dos antineutrinos do múon deve ser a resposta mais provável para essa diferença ocorrer.

As Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 mostram os contornos de regiões ao redor dos melhores pontos de ajuste. A região de  $2\sigma$  dos gráficos à direita superpõem a região de  $2\sigma$  dos gráficos à esquerda em todas essas Figuras, tal como podemos observar também para o *Caso Padrão*. Isso pode ocorrer como um indicativo de que realmente a diferença está no fato de existir baixa estatística do experimento MINOS com relação aos antineutrinos do múons e que se há nova física a ser explorada, seus efeitos devem ser pequenos.

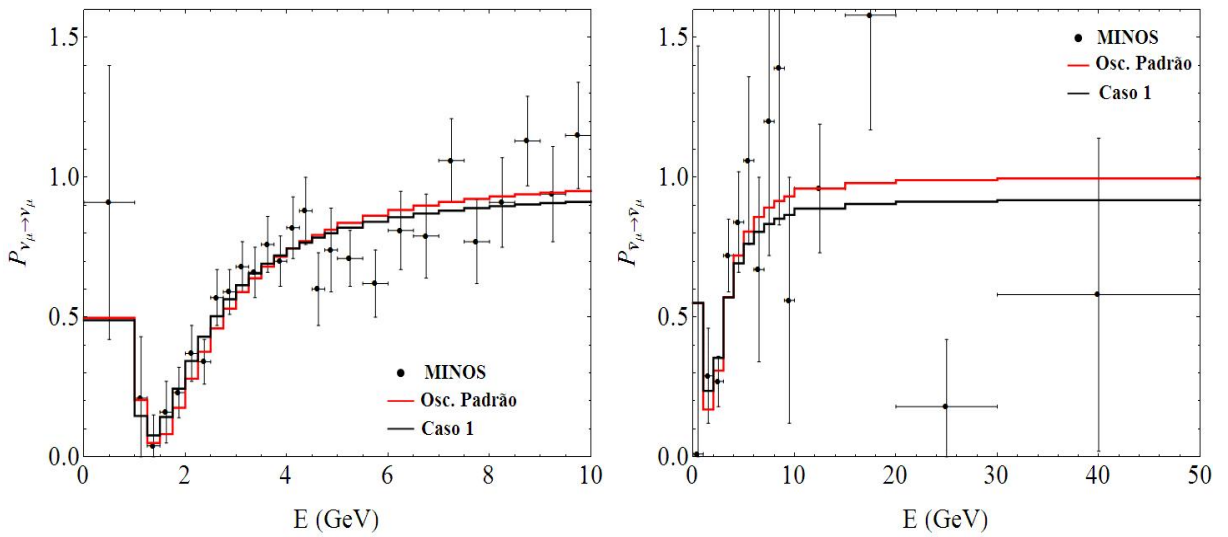


Figura 5.7: Comportamento das probabilidades de sobrevivência para *Caso 1*: a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos.

Os efeitos causados pelos processos dissipativos em neutrinos, como vimos na análise feita com o *Caso 1*, são, de forma geral, pequenos comparados aos efeitos causados pelas variáveis do modelo padrão,  $\Delta m^2$  e  $\theta$ , mas como foi possível observar, a inclusão do efeito de descoerência melhora a descrição dos dados.

No capítulo 3, obtivemos casos em que a fase de CP de Majorana permaneceu na probabilidade de sobrevivência. Como consequência desse fato, os casos que mantiveram a fase de CP de Majorana apresentaram um melhor ajuste quando comparado com os dois casos que acabamos de analisar. Para uma melhor visualização disso, iremos mostrar um dos modelos que melhor se aplica ao conjunto de dados das Tabelas 5.1 e 5.2. O caso que

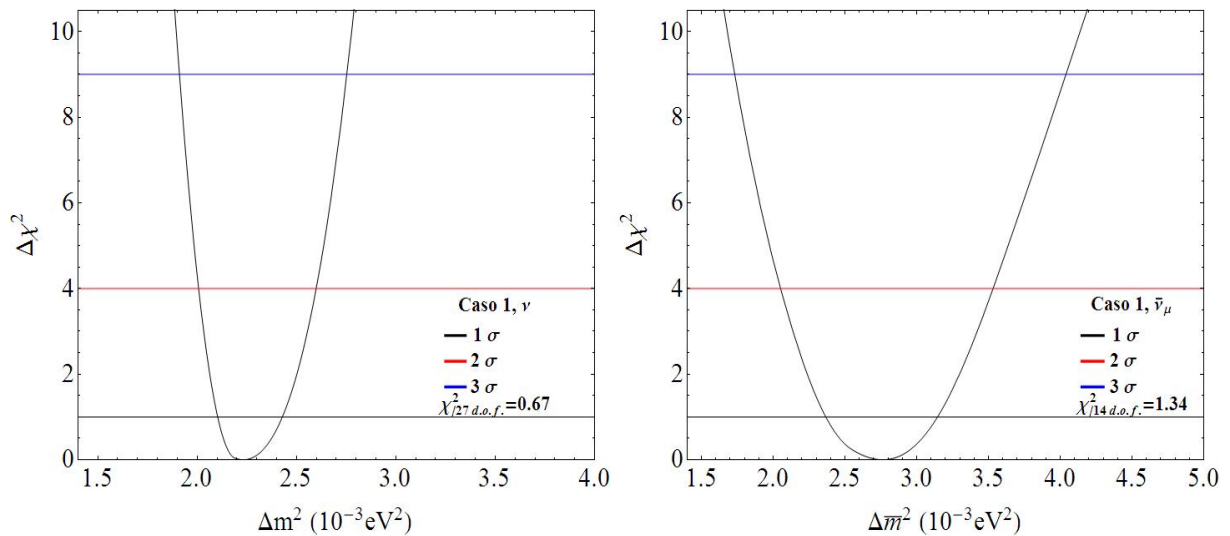


Figura 5.8: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\Delta m^2$  para o *Caso 1*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\Delta m^2 = 2.23 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\Delta \bar{m}^2 = 2.76 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para antineutrinos.

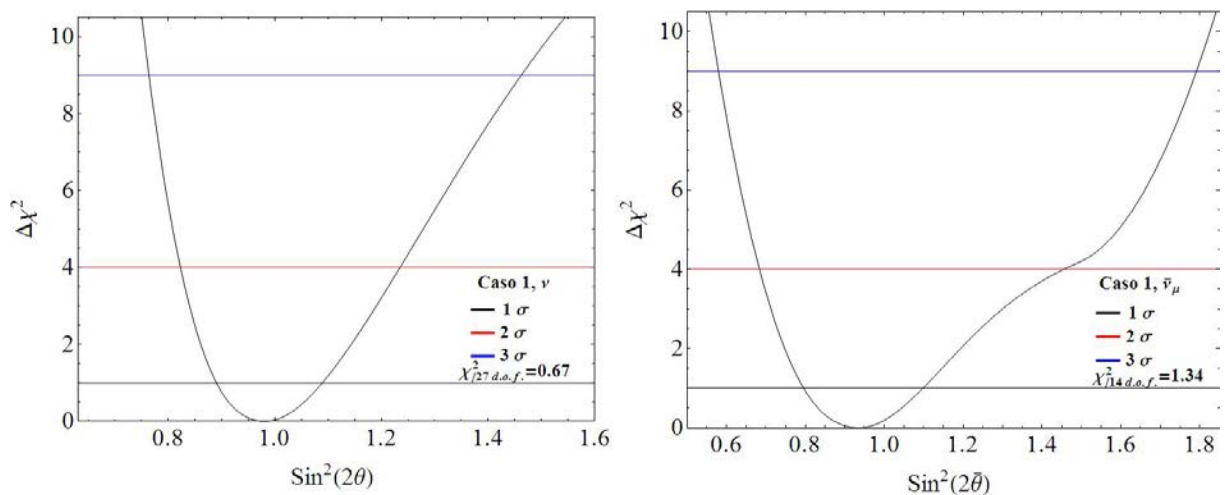


Figura 5.9: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\text{sin}^2(2\theta)$  para o *Caso 1*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\text{sin}^2(2\theta) = 0.98$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\text{sin}^2(2\bar{\theta}) = 0.94$  para antineutrinos.

vamos detalhar é o *Caso 7*, pois como vimos, ele é o que engloba mais fenomenologias, além disso, a partir dele existe a possibilidade de quantificar uma violação de CP devido

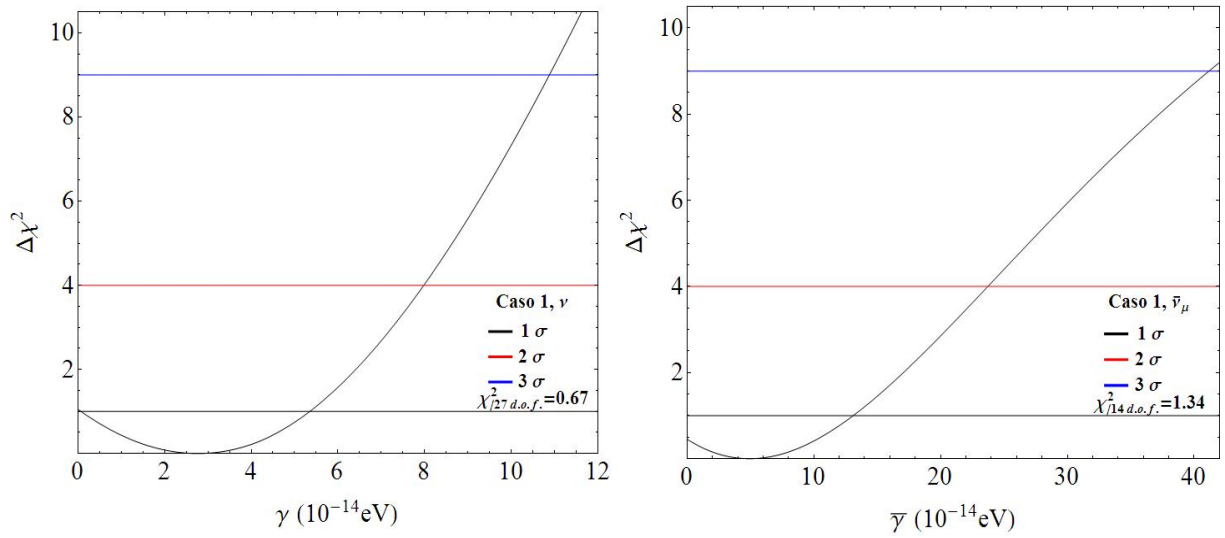


Figura 5.10: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\gamma$  para o *Caso 1*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\gamma = 2.77 \times 10^{-14}$  eV para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\bar{\gamma} = 4.93 \times 10^{-14}$  eV para antineutrinos.

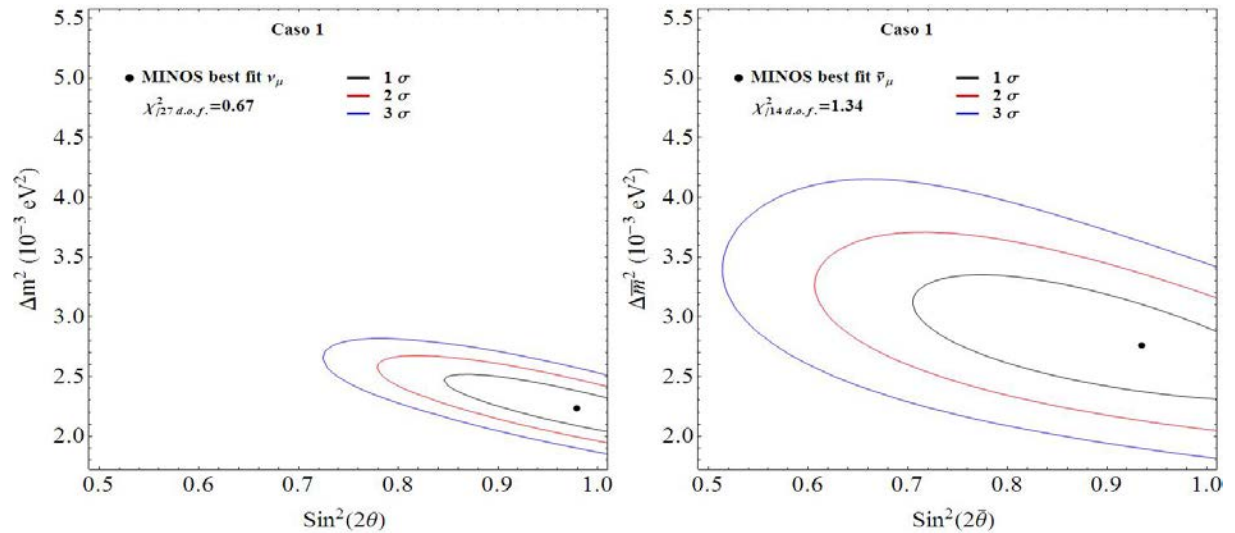


Figura 5.11: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso 1*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

à fase de Majorana, através do canal de oscilação entre duas famílias, o que é intrigante quando comparado ao que se conhece sobre o modelo de oscilação de neutrinos [1–3].

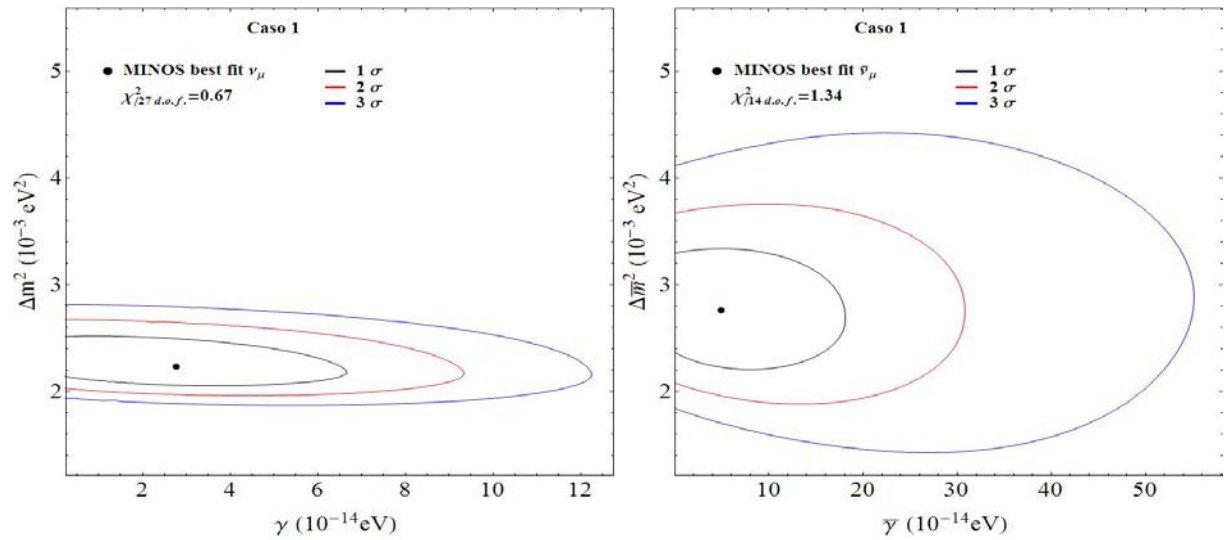


Figura 5.12: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\gamma$  para o *Caso 1*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

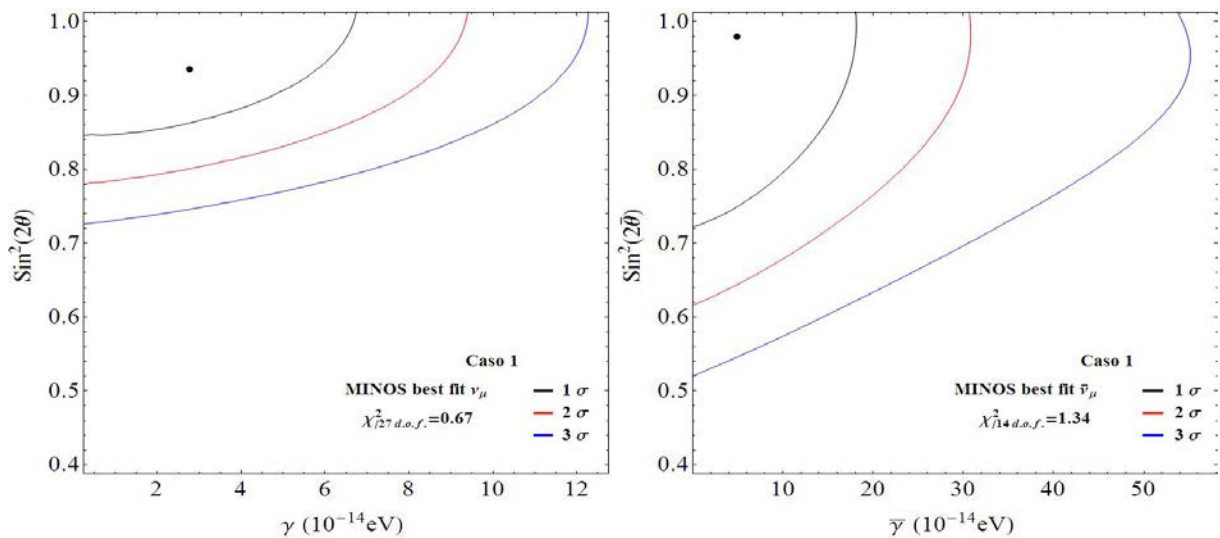


Figura 5.13: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\sin^2(2\theta)$  e  $\gamma$  para o *Caso 1*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

A Figura 5.14 mostra o comportamento das probabilidades de sobrevivências ajustado pelos respectivos parâmetros que minimizam a equação (5.1). Como é possível



observar nesta figura, o comportamento da probabilidade de sobrevivência para neutrinos tem as mesmas características observadas que a probabilidade do *Caso 1* e também se ajusta bem aos dados. O mesmo pode ser dito para a probabilidade de sobrevivência de antineutrinos.

As Figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 mostram as distribuições de  $\chi^2$  para cada uma das variáveis da probabilidade de sobrevivência do *Caso 7*. Os valores obtidos foram:  $\Delta m^2 = 2.22_{-0.18}^{+0.20} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$ ,  $\Delta \bar{m}^2 = 2.82_{-0.38}^{+0.52} \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$ ,  $\sin^2(2\theta) > 0.81$ ,  $\sin^2(2\bar{\theta}) > 0.66$ ,  $\gamma < 6.3 \times 10^{-23} \text{ GeV}$ ,  $\bar{\gamma} < 2.24 \times 10^{-22} \text{ GeV}$  a 95.5% de C.L. e  $\sin^2(\phi) = 1$  e  $\sin^2(\bar{\phi}) = 0.33$ , mas estes dois últimos sendo os valores de mínimos ou de melhores ajustes. Notem, no entanto, que com os dados utilizados, o experimento não é sensível ao parâmetro  $\phi$ , desta forma, não iremos apresentar nenhuma região de contorno em torno deste parâmetro, já que não obteríamos regiões fechadas, tornando o resultado pouco conclusivo.

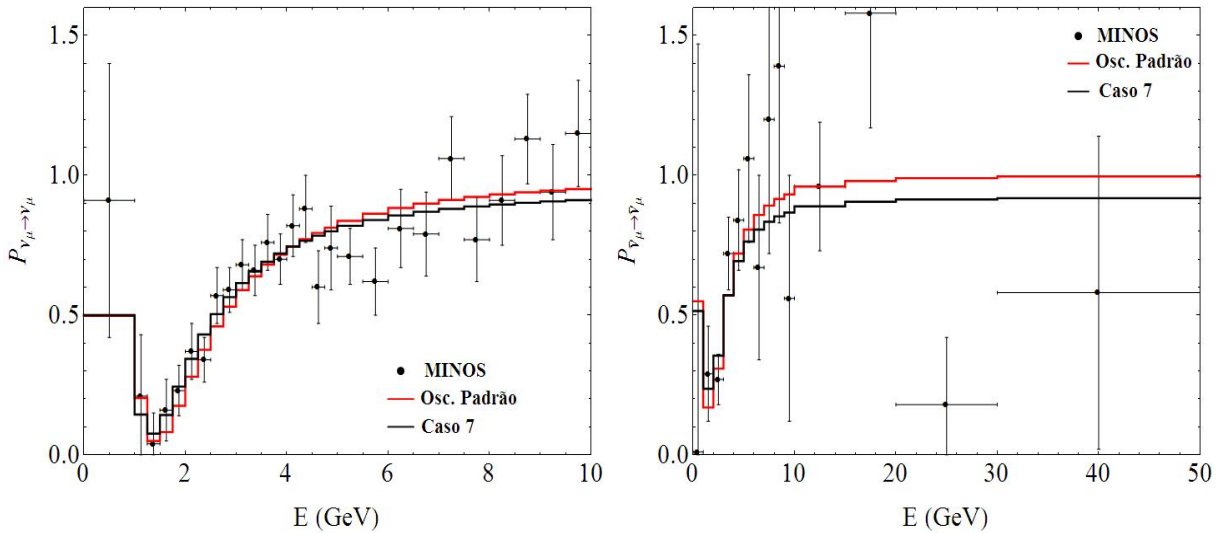


Figura 5.14: Comportamento das probabilidades de sobrevivência para o *Caso 7*: a figura à esquerda mostra o ajuste para neutrinos e a figura à direita mostra o ajuste para antineutrinos.

As Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 mostram as regiões de exclusão para uma permutação de dois parâmetros contidos no modelo do *Caso 7*, com exceção, como mencionado antes, do parâmetro  $\phi$ .

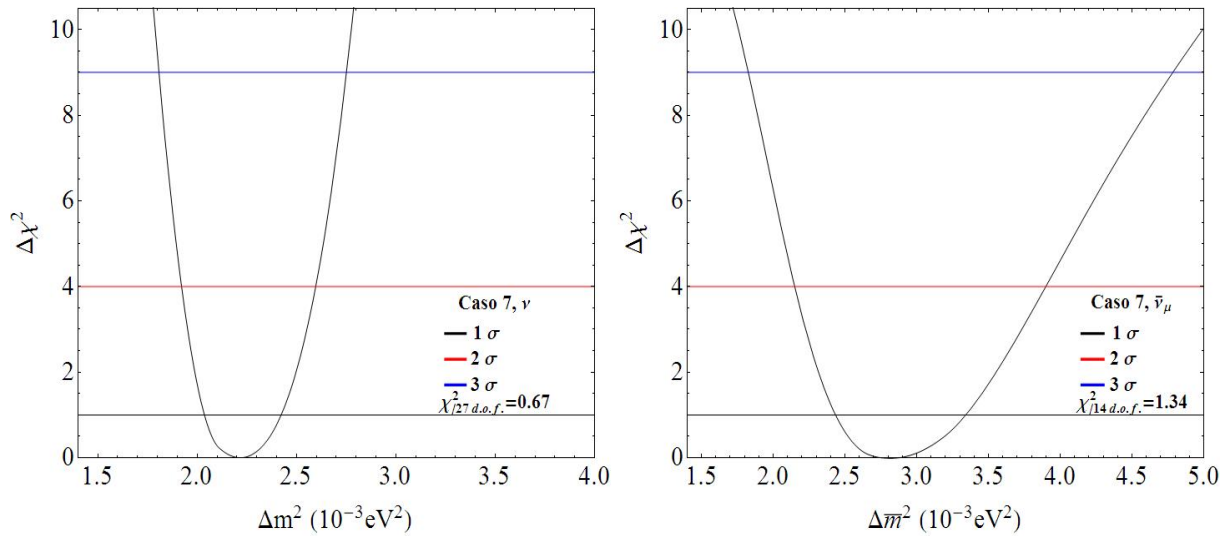


Figura 5.15: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\Delta m^2$  para o *Caso 7*. A figura à esquerda possui mínimo em  $\Delta m^2 = 2.22 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\Delta \bar{m}^2 = 2.81 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$  para antineutrinos.

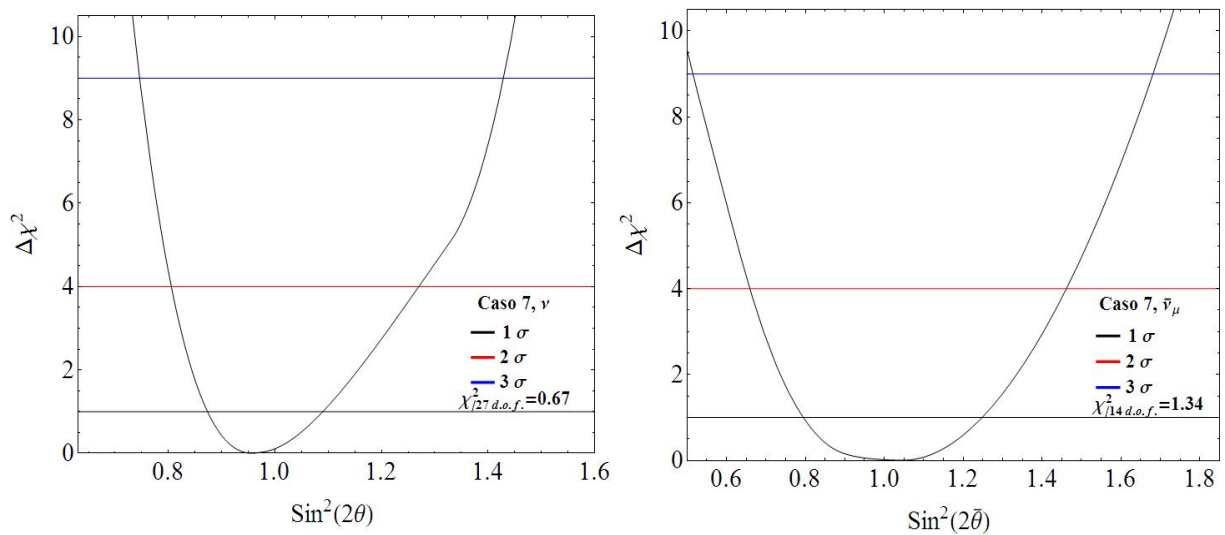


Figura 5.16: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso 7*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\sin^2(2\theta) = 0.96$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\sin^2(2\bar{\theta}) = 1$  para antineutrinos.

Esses valores correspondem a um dos melhores ajustes que conseguimos obter aplicando a hipótese de efeitos dissipativos. Como pode ser visto nas Tabelas 5.3 e 5.4, os

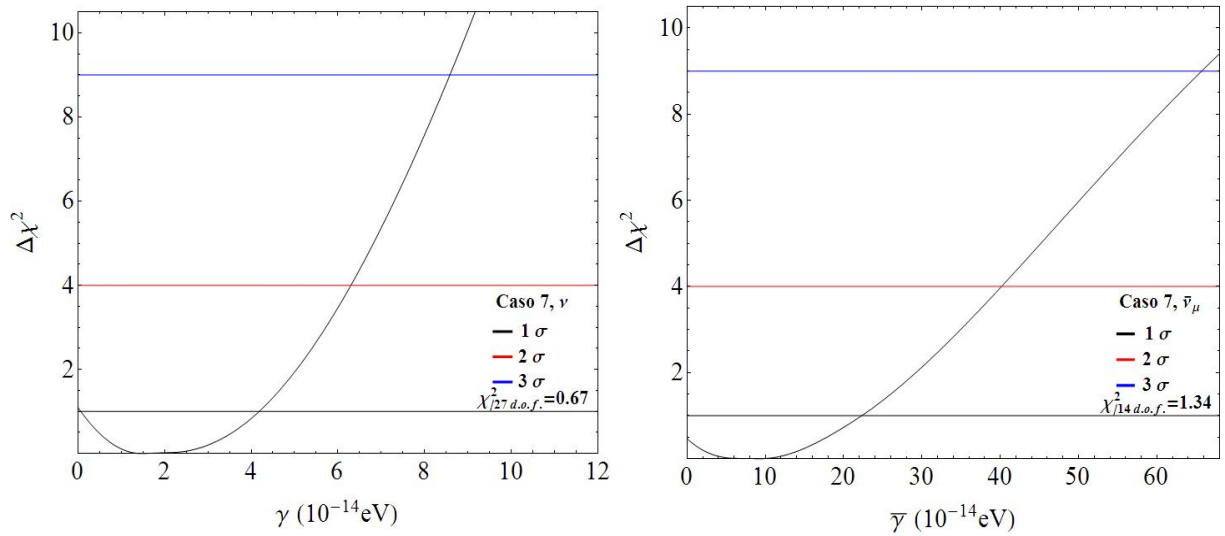


Figura 5.17: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\gamma$  para o *Caso 7*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\gamma = 1.46 \times 10^{-14}$  eV para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\bar{\gamma} = 9.35 \times 10^{-14}$  eV para antineutrinos.

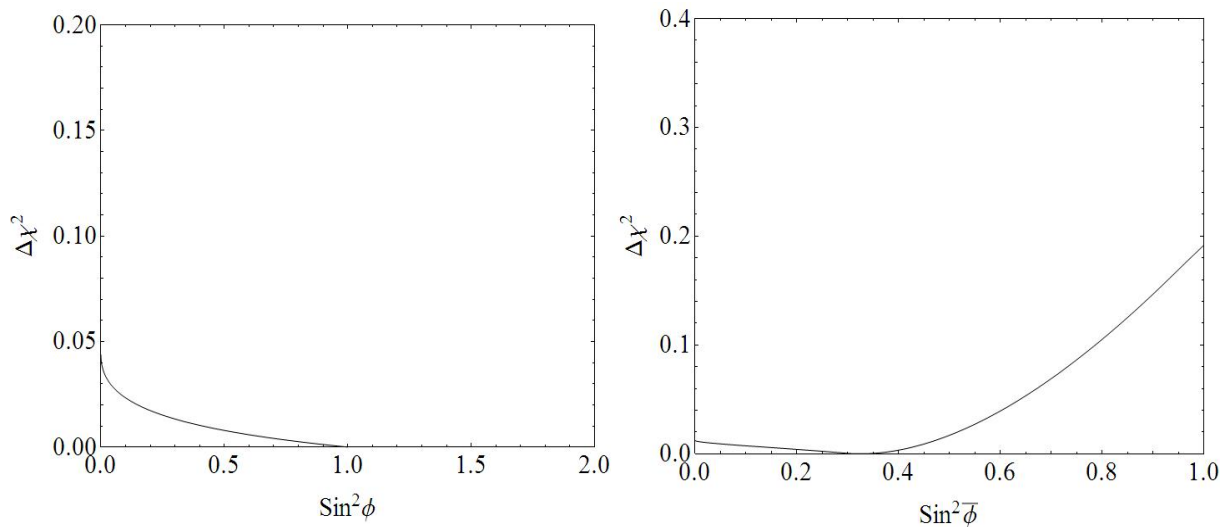


Figura 5.18: Distribuição de  $\Delta\chi^2$  em função de  $\sin^2(\phi)$  para o *Caso 7*: A figura à esquerda possui mínimo em  $\sin^2(\phi) = 1$  para neutrinos. A figura à direita possui mínimo em  $\sin^2(\phi) = 0.33$  para antineutrinos.

melhores modelos obtidos, ou seja, os que apresentaram os melhores ajustes de  $\chi^2$  foram o *Caso 3*, *Caso 4* e *Caso 7*, para o feixe de neutrinos do múon e o *Caso 5* para o feixe de

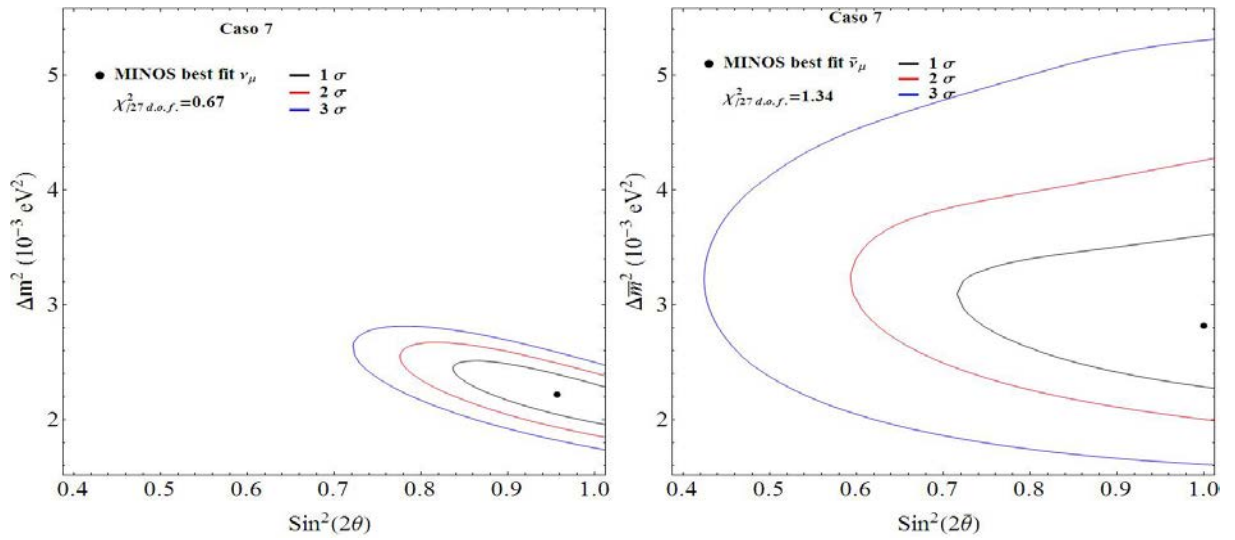


Figura 5.19: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso 7*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

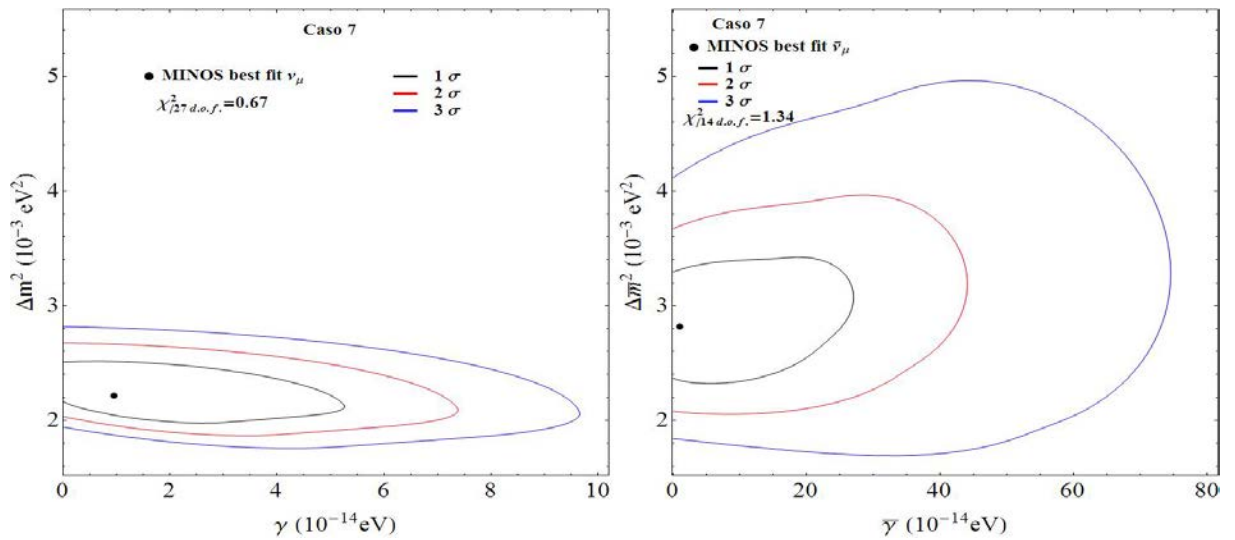


Figura 5.20: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\gamma$  para o *Caso 7*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

antineutrinos do múon.

Nas Tabelas 5.3 e 5.4, estão os valores obtidos para cada um dos parâmetros

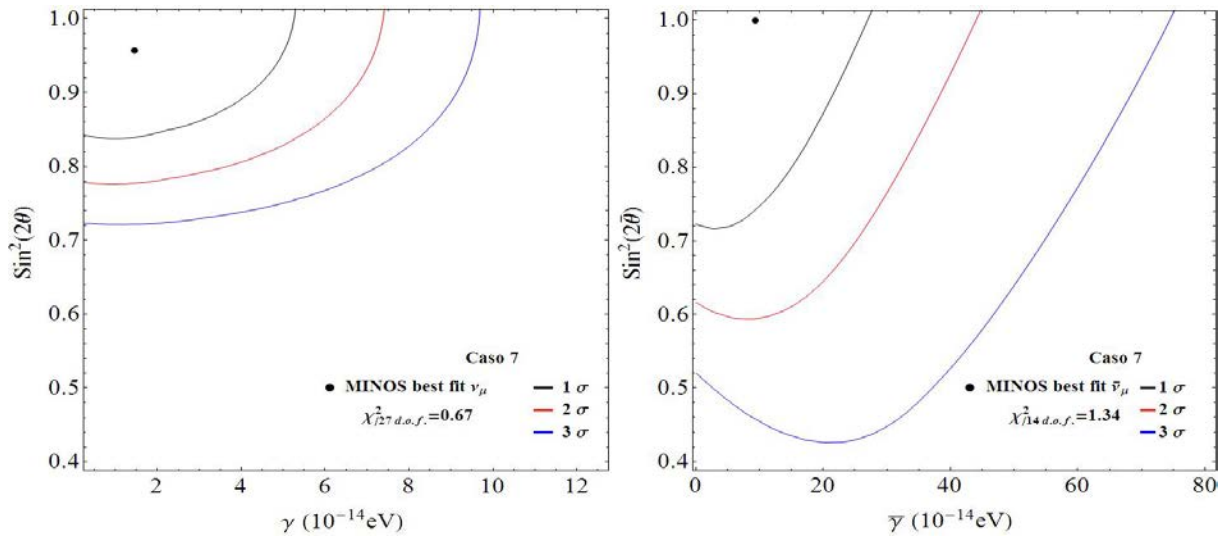


Figura 5.21: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\sin^2(2\theta)$  e  $\gamma$  para o *Caso 7*, à esquerda para neutrinos e à direita para antineutrinos.

Modelos	$\Delta m^2$ ( $10^{-21} \text{GeV}^2$ )	$\sin^2(2\theta)$	$\gamma$ ( $10^{-23} \text{GeV}$ )	$\sin \phi$	$\chi^2$
Padrão	2.34	0.92	-	-	19.21
Caso 1	2.23	0.98	2.77	-	18.16
Caso 2	2.23	0.98	2.77	-	18.16
Caso 3	2.22	0.95	2.76	1.00	18.11
Caso 4	2.22	0.95	2.76	0.00	18.11
Caso 5	2.23	0.98	2.72	0.00	18.16
Caso 6	2.39	0.97	4.24	0.48	18.96
Caso 7	2.22	0.96	1.46	1.00	18.11

Tabela 5.3: Tabela com os valores obtidos por meio da minimização de  $\chi^2$  para todos os parâmetros livres de cada caso referente aos neutrinos. O  $\chi^2/d.o.f$  de cada caso pode ser obtido fazendo  $\chi^2/27$ .

das probabilidades de sobrevivência de todos os modelos para neutrinos e antineutrinos, respectivamente. Detalhamos apenas os *Casos* Padrão, 1 e 7, sendo que os dois primeiros,

Modelos	$\Delta m^2$ ( $10^{-21}\text{GeV}^2$ )	$\sin^2(2\theta)$	$\gamma$ ( $10^{-22}\text{GeV}$ )	$\sin^2 \phi$	$\chi^2$
Padrão	2.85	0.88	-	-	19.21
Caso 1	2.76	0.94	0.49	-	18.76
Caso 2	2.76	0.92	0.46	-	18.76
Caso 3	2.82	1.00	1.88	0.21	18.74
Caso 4	2.82	1.00	1.87	0.79	18.74
Caso 5	2.76	0.92	0.45	0.00	18.76
Caso 6	2.82	1.00	0.94	0.68	18.74
Caso 7	2.82	1.00	0.94	0.32	18.74

Tabela 5.4: Tabela com os valores obtidos por meio da minimização de  $\chi^2$  para todos os parâmetros livres de cada caso referente aos antineutrinos. O  $\chi^2/d.o.f$  de cada caso pode ser obtido fazendo  $\chi^2/14$ .

por já terem sido analisados na literatura, em diferentes contextos [36–38, 57–59]. Aqui, foram feitos para servirem de guia de comparação para um dos melhores casos de ajuste experimental que obtemos, o *Caso 7*.

Em nossa análise, foi possível notar que o *Caso 1* não é o melhor representante dos modelos que apresentam dissipação. Além disso, é interessante observar que o  $\chi^2$  é idêntico para os *Casos 1* e *2*, porém, as hipóteses físicas feitas para obter esses modelos são bastante diferentes, assim como foi discutido no capítulo 3. Além disso, a partir da observação da Figura 3.1, vemos que os comportamentos dessas probabilidades são bastante parecidos e suas diferenças aparecem mais acentuadas nos limites dos seus comportamentos assintóticos, ou seja, para grandes distâncias. Esta é a possível explicação para a coincidência que encontramos.

Ao observar a Figura 5.1 vemos que existe um caso analisado com os efeitos de descoerência e por essa figura fica claro que o comportamento da probabilidade de sobrevivência é bem diferente do comportamento que apresentamos para o *Caso 1*. Na verdade, este ajuste é obtido com a equação (3.15) que é resultado do *Caso 2* quando  $\theta = 0$ , ou seja, quando não temos a superposição dos estados. Por outro lado, a mesma equação

(3.15) pode ser obtida da equação (3.12) assumindo que  $\Delta m^2 = 0$  e  $\sin^2(2\theta) = 1$ . Acontece que uma suposição desse tipo, ou seja, que estados degenerados de massa devam apresentar uma superposição quântica pré-definida, não possui embasamento físico algum. Isso não significa que o resultado esteja errado, o fato é que esse resultado deve ser obtido como os autores da referência [36] fizeram, em que nesse artigo por considerar que  $\Delta m^2 = 0$  a análise que fizeram do experimento estudado resulta em  $\sin^2(2\theta) = 1$  como melhor ajuste. Esse caso ficou conhecido na literatura como descoerência pura [36], mas, aparentemente, há autores que também assumem, de antemão, que  $\sin^2(2\theta) = 1$ , como sugere o trabalho da referência [57].

Das Tabelas 5.3 e 5.4 podemos observar também que os casos que possuem um parâmetro a mais, a fase de CP de Majorana, têm o  $\chi^2$  um pouco melhor. Infelizmente, não conseguimos limitar os valores da fase de CP de Majorana, isso pode ter ocorrido por causa do tipo de abordagem que utilizamos para fazer a análise de dados ou ainda, pelo fato dos termos que possuem a fase de CP de Majorana nas probabilidades de sobrevivência estarem sempre multiplicados pelo parâmetro dissipativo  $\gamma$ , cujo efeito é pequeno comparado aos efeitos causados pelos parâmetros usais de oscilação. Esperamos no futuro, nos aprofundar mais e refinar tais análises, melhorar o resultado para que esse parâmetro, que do ponto de vista físico é muito intrigante, podendo dar respostas a respeito da assimetria matéria/antimatéria.

Aplicamos também os fenômenos dissipativos para o conjunto completo dos dados de neutrinos e antineutrinos, por meio da minimização de  $\chi^2$ , dado pela equação (5.2). A Figura 5.22 mostra as regiões de exclusão para o ajuste global de  $\Delta m^2$  em função de  $\sin^2(2\theta)$ , para o *Caso Padrão* e *Caso 7*. Já a Figura (5.23) apresenta apenas as regiões de exclusão para o *Caso 7*, mas de  $\Delta m^2$  em função de  $\gamma$  e  $\sin^2(2\theta)$  em função de  $\gamma$ , respectivamente. Não apresentamos figuras de regiões de contorno de qualquer parâmetro em função da fase de CP de Majorana, porque novamente não houve sensibilidade para que fosse possível restringir os parâmetros em formas de regiões fechadas.

Pela Tabela 5.5, vemos que todos os casos que apresentam dissipação melhoram o ajuste de  $\chi^2$  global. Dentre os modelos, o que melhor ajusta os dados é o *Caso 5*, o que

não era esperado, já que nas análises individuais este caso ajustava os dados com mesmo  $\chi^2$  dos *Casos* 1 e 2. No futuro, iremos investigar melhor o *Caso* 5 para tentarmos entender melhor o comportamento desse caso [61].

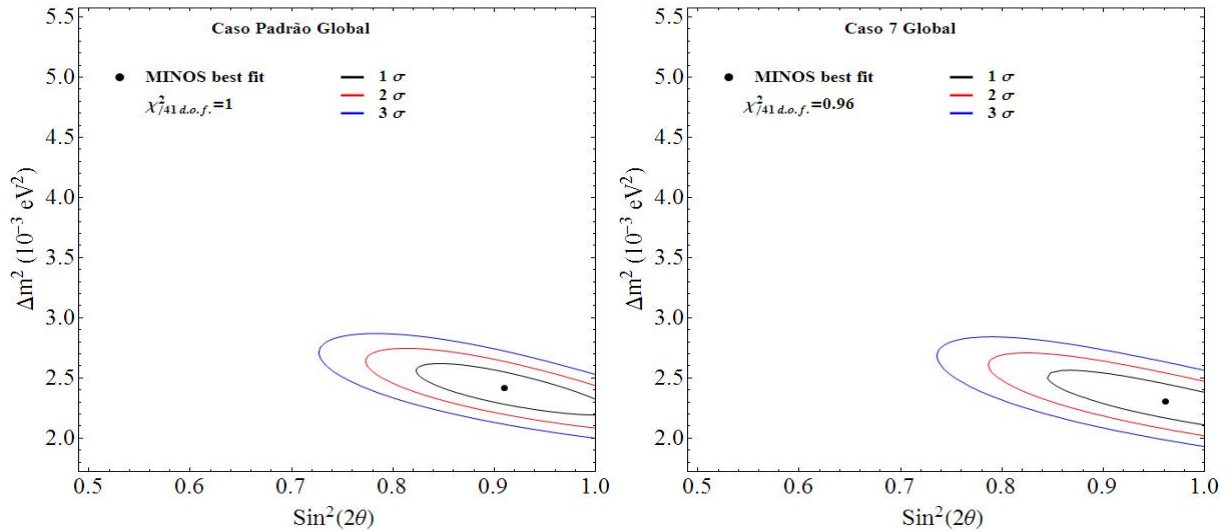


Figura 5.22: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\sin^2(2\theta)$  para o *Caso* padrão à esquerda e para o *Caso* 7 à direita, respectivamente, referente ao ajuste global.

De forma geral, podemos ver das análises separadas, ou seja, das Tabelas 5.3 e 5.4 que nenhum dos parâmetros possuem valores iguais para neutrino e antineutrino. Isso pode ser um indicativo de que esteja ocorrendo uma violação de CPT. Obviamente, estamos neste ponto nos referindo à possibilidade de neutrinos e antineutrinos terem, de fato,  $\Delta m^2$  diferentes. Além disso, também não há uma concordância em relação aos parâmetros dissipativos, o que também pode levar a uma “aparente” violação de CP intrínseca, como a que ocorre em oscilações de neutrinos e antineutrinos quando estes sentem o potencial efetivo da matéria. Assim, os efeitos dissipativos podem atuar de forma diferente no caso de partículas e antipartículas. Vale lembrar ainda, que essas diferenças em  $\Delta m^2$  não são resultados da forma das probabilidades obtidas no capítulo 3, pois se trocamos a fonte de neutrinos, ou seja, tomarmos uma fonte de  $\nu_\beta$  ao invés de tomar a fonte sendo de  $\nu_\alpha$ , todas as probabilidades continuam exatamente iguais.



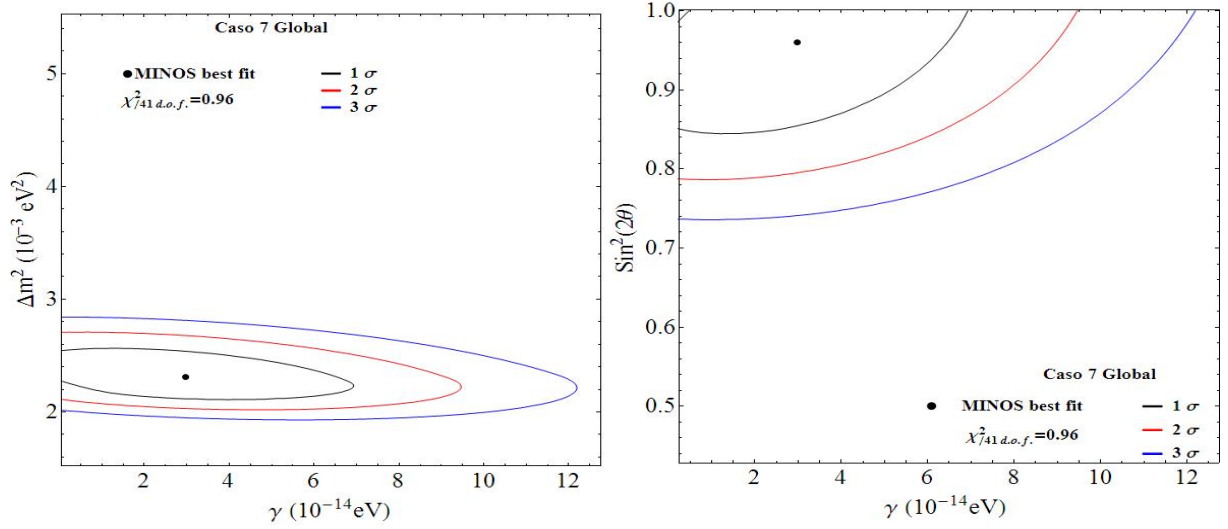


Figura 5.23: As figuras mostram regiões delimitadas que restringem o valor real dos parâmetros  $\Delta m^2$  e  $\gamma$  à esquerda e  $\sin^2(2\theta)$  e  $\gamma$  à direita, ambas para o *Caso 7* no ajuste global.

Modelos	$\Delta m^2$ ( $10^{-21}\text{GeV}^2$ )	$\sin^2(2\theta)$	$\gamma$ ( $10^{-23}\text{GeV}$ )	$\sin^2 \phi$	$\chi^2$
Padrão	2.30	0.97	-	-	40.95
Caso 1	2.31	0.97	3.08	-	39.50
Caso 2	2.31	0.97	3.08	-	39.50
Caso 3	2.29	0.94	2.98	1.00	39.47
Caso 4	2.29	0.94	2.98	0.00	39.47
Caso 5	2.31	1.00	3.14	0.50	38.05
Caso 6	2.31	0.96	2.97	1.00	39.50
Caso 7	2.31	0.96	2.97	0.00	39.50

Tabela 5.5: Tabela com os valores obtidos por meio da minimização  $\chi^2$  para todos os parâmetros livres considerando o ajuste de neutrinos e antineutrinos para cada caso. O  $\chi^2/d.o.f$  de cada caso pode ser obtido fazendo  $\chi^2/41$ .

Por outro lado, devemos lembrar que a evolução dos sistemas dissipativos não possuem simetria temporal, por definição. Mas, para a simetria CP, há casos que são

conservados e casos que não são, como foi possível observar no capítulo 3. Assim sendo, justificamos o porquê de termos feito a análise global, em que assumimos então, a possibilidade de existir somente um valor para cada um dos parâmetros de todos os modelos, restando, de fato, apenas a possibilidade da violação de CP, referente à fase de Majorana, livre para ocorrer.

Por fim, reforçamos que o papel desse capítulo é de mostrar como se comportam os modelos por nós obtidos e estudados. Reforçamos que não foi nosso intuito colocar restrições rigorosamente obtidas para cada um dos parâmetros que compõem cada modelo e as análises que apresentamos são muito preliminares e futuramente iremos refinar a análise feita neste capítulo [62].

## Capítulo 6

# Conclusão e Perspectivas do Trabalho

Nesta tese, investigamos de forma fenomenológica os efeitos dissipativos que podem atuar no sistema de oscilação de neutrinos em duas famílias. Para isso, começamos discutindo alguns dos conceitos básicos de MQSA que dão suporte à abordagem que fizemos no capítulo 3. Dentre esses conceitos, revimos a questão da medida quântica, da superposição dos estados quânticos, a perda de coerência através da medida e através da dissipação quântica, chegamos de forma heurística a equação mestra de Lindblad - Kossakowski e ao critério de completa positividade. Tentamos evidenciar que com as hipóteses corretas, podemos obter a MQSA, dentro da abordagem que seguimos, como uma aplicação direta da mecânica quântica usual.

Com o suporte dado pelo conceito de completa positividade, através da MQSA foi possível descrever o sistema de neutrinos através de novas probabilidades de oscilação [44]. Essas probabilidades foram obtidas sob uma restrição simples, em que apenas um novo parâmetro seria incluso no sistema de oscilação de neutrinos. Essa restrição inicial é bastante comum na literatura e, em geral, obtida pela imposição que os operadores de dissipação comutem com a hamiltoniana do sistema [31, 36–38]. Essa imposição, no entanto, acaba por se tornar uma restrição física muito forte, pois neste caso não há

mais trocas de energia entre o subsistema de interesse, no caso os neutrinos, e o meio, que foi entendido como um reservatório térmico a temperatura constante. Deste modo, a justificativa de simplicidade, apesar de útil, não é suficiente para justificar fisicamente o porquê de esperar que essa condição se aplica aos neutrinos. Assim, focamos nosso estudo no capítulo 3 com a única condição de incluir um único parâmetro no sistema de oscilação, mas considerando todas as possíveis formas dos operadores de dissipação, que incluem apenas um parâmetro a mais no sistema de oscilação, deixando que a conservação de energia seja respeitada pelo sistema global.

Para todas os modelos que encontramos, estudamos certos limites para os estados e probabilidades. Iniciamos o estudo com a mesma restrição de  $[V_k, H_{osc}] = 0$ , em que, como vimos, o processo de descoerência quântica é obtido devido às entradas  $D_{11} = D_{22} = \gamma$ . Obviamente, não podemos também nos isentar de justificar fisicamente o porquê desta restrição ao sistema estudado, mas entendemos que essa restrição não seja possível de ocorrer formalmente, sendo então uma aproximação dos casos gerais. Chamamos essa primeira condição de *Caso 1* e por tudo que estudamos nesta tese, é possível dizer que o *Caso 1* seja uma aproximação do *Caso 2*, que foi obtido com a inclusão da entrada  $D_{33}$ , ou seja, fazendo  $D_{11} = D_{22} = D_{33} = \gamma$ . Vimos que as principais diferença entre esses modelos estão no processo de relaxação que o *Caso 2* possui, tendo como resultados mais evidentes: a falta de dependência de qualquer parâmetro no comportamento assintótico, tornando o estado mais mistura possível, o qual faz com que a probabilidade tenha o valor  $1/2$  perpetuamente e, além disso, quando se elimina a superposição quântica este caso ainda possui uma probabilidade que depende da distância. Já o *Caso 1* possui dependência em relação ao ângulo de mistura em seu comportamento assintótico e, quando eliminamos a superposição quântica, não recuperamos a peculiaridade da probabilidade de sobrevivência exibida no *Caso 2*.

Os *Caso 3* e *4* foram estudados juntos por possuírem características semelhantes. O *Caso 3* possui as entradas  $D_{22} = D_{33} = \gamma$  e o *Caso 4* possui as entradas  $D_{11} = D_{33} = \gamma$ . Nesses modelos, o efeito de descoerência é atenuado, pela falta de uma das entradas no dissipador que descreve esse efeito. Entre esses casos, a diferença é dada pela fase relativa

proporcional ao  $\gamma$ . Além disso, esses são os primeiros modelos que obtemos em que as probabilidades de sobrevivência dependiam da fase de CP de Majorana.

O *Caso 5* tem no dissipador as entradas  $D_{11} = D_{22} = D_{33} = \gamma$  na diagonal principal e  $D_{12} = D_{21} = \gamma$  nas entradas fora da diagonal. A probabilidade de sobrevivência para esse caso, surpreendentemente, apresenta uma função ímpar em relação à fase de CP de Majorana. Desta forma, uma possível violação de CP pode ser medida através dessa probabilidade. O *Caso 6* é caracterizado pelo dissipador com  $D_{11} = D_{22} = D_{33} = \gamma$  nas entradas da diagonal principal e  $D_{13} = D_{31} = \gamma$  nas entradas fora desta diagonal. A probabilidade de sobrevivência, assim, mostrou um novo fenômeno, em que mesmo quando  $\theta = 0$ , ainda há na probabilidade de sobrevivência funções oscilantes, porém o termo de decaimento exponencial deve ser dominante nessa função. Mas, vale observar que o meio dissipativo também pode gerar oscilação em um sistema de dois níveis, mesmo na ausência de superposições quânticas.

O *Caso 7* foi o que exibiu mais efeitos fenomenológicos. Com o dissipador dado pelas entradas diagonais  $D_{11} = D_{22} = D_{33} = \gamma$  e as não diagonais dadas por  $D_{23} = D_{32} = \gamma$  esse caso possui todas as características fenomenológicas de todos os casos estudados. O *Caso 7* apresenta descoerência, relaxação, a probabilidade de sobrevivência é uma função ímpar com relação a fase de CP de Majorana e também possui a característica de oscilar mesmo que o ângulo de mistura seja nulo. Por tudo isso é que demos uma atenção especial ao *Caso 7* nesta tese.

Devido ao critério de positividade completa a equação de movimento (2.43) pode gerar no máximo nove tipos de modelos distintos, incluindo o *Caso Padrão*. Um desses possíveis modelos não foi estudado, por ser equivalente ao *Caso 2*, tendo a condição para as estradas diagonais dadas por  $D_{11} = D_{22} = \gamma$  e  $D_{33} = 2\gamma$ , deixando apenas o processo de relaxação mais intenso que o de descoerência. Porém neste caso, o critério de positividade completa impede de termos casos com o parâmetro  $\gamma$  fora da diagonal e, deste modo, por ser similar ao *Caso 2*, deixamos ele de lado. Entretanto, podemos no futuro tentar usá-lo para análises de dados experimentais. Os outros sete casos respeitam o critério de positividade completa e como consequência da restrição de adicionar apenas mais um

---

parâmetro no modelo de oscilação, as entradas fora da diagonal principal são maximizadas.

No capítulo 4, fizemos uma revisão a respeito das oscilações de neutrinos quando se faz presente o potencial efetivo de matéria ordinária, mas com a abordagem de matriz densidade que é pouco usual. Após esse resumo, aplicamos esse modelo ao *Caso 2*, que por ter um dissipador que é invariante de representações, obtivemos todos os resultados conhecidos para propagação de neutrinos na matéria com densidade constante e variável com a inclusão dos efeitos dissipativos, descoerência e relaxação. Isso é uma novidade, pois, é possível encontrar na literatura somente uma abordagem que utiliza teoria de perturbação para obter a probabilidade de sobrevivência. Além disso, o modelo do *Caso 2* abre um caminho de investigação sobre a possibilidade dos efeitos dissipativos descreverem também as probabilidades de salto (“jumping probability”) que é encontrado pela aproximação não adiabática [1–3, 45, 50, 55].

Também estudamos o problema da inclusão dos efeitos do potencial de matéria usando o *Caso 7*. Vimos que há dificuldades em se obter resultados sem a utilização de algum método de aproximação e assim, por considerar apenas o efeitos dissipativos em primeira ordem, conseguimos obter uma probabilidade de oscilação, em que os efeitos do *Caso 7* para o vácuo também estão presentes quando o neutrino propaga pela matéria. Obviamente, esse caso pode ser usado para estudar qualquer tipo de feixe que sinta o potencial da matéria, seja em regiões de densidade de matéria constante ou seja em regiões onde há variação na densidade de matéria. Porém, para casos onde a densidade de matéria varie será necessário ainda outro método de aproximação, o qual uma matriz de evolução deverá ser obtida através da composição de cada matriz de evolução onde a densidade de matéria seja aproximadamente constante. Isso, obviamente, irá necessitar de auxílio de computação. Para neutrinos de reatores, por exemplo, a aplicação pode ser feita diretamente, a partir da probabilidade encontrada. Nós, no seguimento de nossos estudos iremos fazer para este caso a análise do experimento de KamLand [56].

No capítulo 5 aplicamos a fenomenologia formalmente estudada do capítulo 3 ao experimento MINOS [6]. A partir de considerações razoáveis, utilizamos diretamente os dados do experimento detalhados as Figuras 5.1 e 5.2 obtidas nas referências [57, 58].

Fizemos uma análise simples para todos os casos encontrados e detalhamos os seguintes casos: *Caso* Padrão, *Caso* 1 e *Caso* 7. O primeiro destes casos foi feito para vermos se nossos resultados condiziam com os resultados publicados pela colaboração MINOS em [57, 58] e vimos que nossos resultados são razoáveis, em que o valor encontrado aqui para  $\Delta m^2$ , tanto para neutrinos como para antineutrinos, são compatíveis em  $1\sigma$  dos resultados da colaboração. Porém, nosso limite para  $\sin^2(2\theta)$  tem restrição menor que o da colaboração MINOS, mas para  $\sin^2(2\bar{\theta})$ , novamente, o resultado obtido por nós é compatível em  $1\sigma$ . De forma geral, não foi nosso intuito obter resultados rigorosos a respeito dos limites dos novos parâmetros contidos em cada modelo. Nosso intuito foi de tentar observar se haveria indícios da possibilidade de melhora da descrição dos dados, já a partir de uma análise simples.

Nas Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 estão todos os resultados obtidos para todos os casos que estudamos no capítulo 3. Foram feitas dois tipos de análises. A primeira feita para conjunto de dados do feixe de neutrinos do múon e para conjunto de dados de antineutrinos do múon. Como vimos, um dos casos que apresentam dissipação que detalhamos melhor foi o *Caso* 1, que inclui o efeito de descoerência. A partir dele, foi possível observar que há uma melhora na descrição dos dados, mas para o *Caso* 7, que também detalhamos, a melhora foi ainda maior. Assim, podemos dizer que a inclusão de efeitos dissipativos e suas consequências ajudam a descrição do experimento.

Como os resultados obtidos para todos os parâmetros são diferentes fizemos também a análise global, em que todo o conjunto de dados é levado em consideração. Desta forma, foi obtido apenas um valor para cada um dos parâmetros de todos os modelos. Além disso, vemos na Tabela 5.5 que os casos que possuem efeitos dissipativos melhoram a descrição dos dados comparados ao caso sem dissipação.

Por fim, podemos dizer que nosso estudo, apesar de aplicado a física de oscilação de neutrinos, tem um caráter geral, podendo ser aplicado a qualquer sistema de dois níveis, obviamente, fazendo as modificações pertinentes. Depois, dentro da física de neutrinos há muito a se investigar a partir de nossos resultados, tanto na questão dos efeitos dissipativos junto aos efeitos de matéria, quanto na questão de análises de dados, que podem,

certamente, serem refinadas e ampliadas a vários tipos de experimento. Além disso, há ainda a questão da oscilação de neutrinos em três famílias, que dentro dessa abordagem que usa a equação mestra de Lindblad - Kossakowski [13,14], é bastante complicada. De modo geral, vemos que ainda há muitas coisas por fazer dentro da linha de estudos que nos dedicamos até aqui e que nossa tese pode ser útil na investigação dessas novas questões.



# Referências Bibliográficas

- [1] MOHAPATRA, R. N.; PAL, P. B. *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. Singapore: Word Scientific Publishing, 1998.
- [2] PAL, P. B. Particle physics confronts the solar neutrino problem. *Int. J. Mod. Phys.*, v. 22, p. 5387, 1992.
- [3] GIUNTI, C.; KIM, C. W. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. New York: Oxford University Press, 2007.
- [4] GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. New York: John Wiley, 1987.
- [5] ZELLER, G. P. et al. First observations of separated atmospheric muon neutrino and muon anti-neutrino events in the minos detector. *Phys. Rev. Lett.*, 2002v, volume =.
- [6] ADAMSON, P. et al. Observation of muon neutrino disappearance with the minos detectors in the numi neutrino beam. *Phys. Rev. Lett.*, v. 97, p. 191801, 2006.
- [7] ADAMSON, P. et al. First observations of separated atmospheric muon neutrino and muon anti-neutrino events in the minos detector. *Phys. Rev. D*, v. 73, p. 072002, 2006.
- [8] HIRATA, K. S. et al. Constraints on neutrino-oscillation parameters from the kamiokande-ii solar-neutrino data. *Phys. Rev. Lett.*, v. 65, p. 1301, 1990.
- [9] ABDURASHITOV, J. N. et al. Measurement of the solar neutrino capture rate by sage and implications for neutrino oscillations in vacuum. *Phys. Rev. Lett.*, v. 83, p. 4686, 1999.

- 
- [10] AHMAD, Q. R. et al. Measurement of day and night neutrino energy spectra at sno and constraints on neutrino mixing parameters. *Phys. Rev. Lett.*, v. 89, p. 011302, 2002.
- [11] EGUCHI, K. et al. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Phys. Rev. Lett.*, v. 100, p. 221803, 2008.
- [12] EGUCHI, K. et al. First results from kamland: Evidence for reactor antineutrino disappearance. *Phys. Rev. Lett.*, v. 90, p. 021802, 2003.
- [13] GORINI, V.; KOSSAKOWSKI, A. Completely positive dynamical semigroups of n-level systems. *J. Math. Phys.*, v. 17, p. 821, 1976.
- [14] LINDBLAD, G. On the generators of quantum dynamical semigroups. *Commun. Phys.*, v. 48, p. 119, 1976.
- [15] DAVIES, E. B. Markovian master equations. *Commun. Phys.*, v. 39, p. 91, 1974.
- [16] ALICKI, R.; LENDI, K. *Quantum dynamical semigroups and applications, Lect. Notes Phys.* Berlin: Springer-Verlag, 1987.
- [17] BREUER, H. P.; PETRUCCIONE, F. *The Theory of Open Quantum Systems, Lect. Notes Phys.* Oxford: Oxford University Press, 2002.
- [18] KRAUS, K. General state changes in quantum theory. *Annals. Phys.*, v. 64, p. 311, 1971.
- [19] BENATTI, F.; NARNHOFER, H. Entropy behaviour under completely positive maps. *Lett. Math. Phys.*, v. 15, p. 325, 1988.
- [20] DIRAC, P. A. M. *The Principles of Quantum Mechanics.* Oxford: Clarendon Press, 1947.
- [21] EINSTEIN, A.; PODOLSKY, B.; ROSEN, R. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete. *Phys. Rev.*, v. 47, p. 777, 1935.
- [22] BELL, J. S. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics*, v. 1, p. 195, 1964.

- [23] OMNÈS, R. A new interpretation of quantum mechanics and its consequences in epistemology. *Found. Phys.*, v. 25, p. 605, 1995.
- [24] GHIRARDI, G. C.; RIMINI, A.; WEBER, T. Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems. *Phys. Rev. D*, v. 34, p. 470, 1986.
- [25] PERCIVAL, I. C. Localisation of wide open quantum systems. *J. Phys. A*, v. 24, p. 1003, 1994.
- [26] JOOS, E. et al. *it Decoherence and the Appearance of Classical World in Qunatum Theoriy*. New York: 2ed. Springer, 2003.
- [27] COOK, R. J. What are quantum jumps. *Physica Scripta T*, v. 21, p. 49, 1988.
- [28] PRIGOGINE, I.; RESIBOIS, P. On the kinetics of the approach to equilibrium. *Physica*, v. 27, p. 629, 1961.
- [29] COHEN-TANNOUDJI, C. et al. *Quantum Mechanics*. Paris: Hermann, 1977.
- [30] BENATTI, F.; FLOREANINI, R. Massless neutrinos oscillation. *Phys. Rev. D*, v. 64, p. 085015, 2001.
- [31] BENATTI, F.; FLOREANINI, R. Open system approach to neutrino oscillations. *JHEP*, v. 02, p. 32, 2000.
- [32] OLIVEIRA, R. L. N. *Análise Fenomenológica da Descoerência na Oscilação de Neutrinos*. UNICAMP-São Paulo: Dissertação (Mestrado em Física) - Curso de Pós-Graduação em Física, 2007.
- [33] BENATTI, F.; FLORIANINI, R. Dissipative neutrino oscillations in randomly fluctuating matter. *Phys. Rev. D*, v. 71, p. 013003, 2005.
- [34] ELLIS, J. et al. Search for violations of quantum mechanics. *Nucl. Phys. B*, v. 241, p. 381, 1984.

- [35] BENATTI, F.; FLORIANINI, R. Open quantum dynamics: complete positivity and entanglement. *Int.J.Mod.Phys. B*, v. 19, p. 3063, 2005.
- [36] LISI, E.; MARRONE, A.; MONTANINO, D. Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, v. 85, p. 1166, 2000.
- [37] FOGLI, G. L. et al. Probing non-standard decoherence effects with solar and kamland neutrinos. *Phys. Rev. D*, v. 76, p. 033006, 2007.
- [38] FOGLI, G. L. et al. Status of atmospheric neutrino  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  oscillations and decoherence after the first k2k spectral data. *Phys. Rev. D*, v. 67, p. 093006, 2003.
- [39] BARENBOIM, G.; MAVROMATO, N. E. Cpt violating decoherence an lsnd: a possible window to planck scale physics. *JHEP*, v. 01, p. 31, 2005.
- [40] GAGO, A. M. et al. A study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos. *arXiv:hep-ph/0208166*, 2002.
- [41] GOUR, G.; SRIRAMKUMAR, L. Will small particles exhibit brownian motion in the quantum vacuum? *Found.Phys.*, v. 29, p. 1917, 1999.
- [42] KULLOCK, R.; SVAITER, N. F. A continuously observed two-level system interacting with a vacuum field. *arXiv:quant-ph/0703167v1*.
- [43] WERLANG, T. et al. Rabi model beyond the rotating-wave approximation: Generation of photons from vacuum through decoherence. *Phys. Rev. A*, v. 78, p. 053805, 2008.
- [44] OLIVEIRA, R. L. N.; GUZZO, M. M. Quantum dissipation in vacuum neutrino oscillation. *Eur. Phys. Jour. C*, v. 69, p. 493, 2010.
- [45] BILENKY, S. M.; PETCOV, S. T. Massive neutrinos and neutrinos oscillations. *Rev. Mod. Phys.*, v. 59, p. 671, 1987.

- [46] OHLSSON, T. Equivalence between gaussian averaged neutrino oscillations and neutrino decoherence. *Phys. Lett. B*, v. 502, p. 159, 2001.
- [47] WEISS, U. *Quantum Dissipative Systems*. Singapore: World ScientificHermann, 1993.
- [48] DUMCKE, R.; SPONH, H. The proper form of the generator in the weak coupling limit. *Z. Phys. B*, v. 34, p. 419, 1979.
- [49] WOLFENSTEIN, L. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Review D*, v. 17, p. 2369, 1978.
- [50] MIKHEYEV, S.; SMIRNOV, A. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Sov. Jour. Nucl. Phys.*, v. 42, p. 913, 1985.
- [51] GUZZO, M. M.; BELLANDI, J. J.; AQUINO, V. M. Nonadiabatic neutrino oscillations reexamined. *Phys. Rev. D*, v. 49, p. 1404, 1994.
- [52] SARANDY, M. S.; LIDAR, D. A. Adiabatic approximation in open quantum systems. *Phys. Rev. A*, v. 71, p. 12331, 2005.
- [53] HOLLENBERG, S.; PÄS, H. Adiabatic e non-adiabatic perturbation theory for coherence vector description of neutrino oscillations. *arXiv:1103.5949v1 [hep-ph]*, 2011.
- [54] ABE, K. et al. Solar neutrino results in super-kamiokande-iii. *Phys. Rev. D*, v. 83, p. 052010, 2011.
- [55] OLIVEIRA, R. L. N.; GUZZO, M. M. Em preparação: Efeitos de matéria e dissipação quântica em oscilação de neutrinos.
- [56] OLIVEIRA, R. L. N.; GUZZO, M. M. Em preparação: Investigação sobre efeitos de matéria e dissipação quântica com neutrinos no experimento kamland.
- [57] ADAMSON, P. et al. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by minos. *Phys. Rev. Lett.*, v. 106, p. 181801, 2011.

- 
- [58] COLLABORATION MINOS. Disponível em <<http://www-numi.fnal.gov/>> acesso em: 17/02/2012.
- [59] ADAMSON, P. et al. First direct observation of muon antineutrino disappearance. *Phys. Rev. Lett.*, v. 107, p. 021801, 2011.
- [60] NAKAMURA, K. et al. Particle data group. *J. Phys. G*, v. 37, p. 75021, 2010.
- [61] OLIVEIRA, R. L. N.; GUZZO, M. M. Em preparação: Decaimentos devido à efeitos dissipativos em oscilação de neutrinos.
- [62] OLIVEIRA, R. L. N.; GUZZO, M. M. Em preparação: Estudo de efeitos dissipativos em oscilação de neutrinos com experimento minos.