ARMANDO TRALDI JÚNIOR

FORMAÇÃO DE FORMADORES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: IDENTIFICAÇÃO DE POSSIBILIDADES E LIMITES DA ESTRATÉGIA DE ORGANIZAÇÃO DE GRUPOS COLABORATIVOS.

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP

São Paulo

2006

ARMANDO TRALDI JÚNIOR

FORMAÇÃO DE FORMADORES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: IDENTIFICAÇÃO DE POSSIBILIDADES E LIMITES DA ESTRATÉGIA DE ORGANIZAÇÃO DE GRUPOS COLABORATIVOS.

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***Doutor em Educação Matemática****, sob a orientação* ***da Professora Doutora Célia Maria Carolino Pires.***

PUC/SP

São Paulo

2006

Banca Examinadora

À memória de meu pai Armando Traldi, porque tornou esse sonho realidade e, à minha mãe Ilka D'Aquino Traldi, porque a amo...

Agradecimentos

Aprendi que se depende sempre, de tanta muita diferente gente. Toda pessoa sempre é marcas das lições diárias de outras tantas pessoas. É tão bonito quando a gente entende que a gente é tanta gente, onde quer que a gente vá. É tão bonito quando a gente sente que nunca está sozinho, por muito mais que pense estar...

Gonzaguinha.

Entendo esse trabalho como fruto de uma longa trajetória que se iniciou, em 1973, nos meus primeiros movimentos na escola. Assim sendo, foram tantas as pessoas que contribuíram para a minha formação, que não teria como citar seus nomes a fim de agradecer, mesmo porque muitas delas são anônimas. Para todas essas pessoas, o meu muito obrigado por fazerem parte da minha história acadêmica e contribuírem para a minha formação. Há, porém, outras tantas, que fazem parte deste momento em especial, e, a estas, gostaria de agradecer nominalmente.

Muito obrigado

à minha querida orientadora e amiga Célia Maria Carolino Pires, pelas diversas lições a respeito do que é ser um aluno, um professor e agora um pesquisador, sempre com muita paciência e carinho,

aos professores Dr. Benedito Antonio da Silva, Dra. Edda Curi, Dr. João Pedro da Ponte e Dra. Laurizete Ferragut Passos que fizeram parte desta banca e que muito contribuíram com suas críticas e sugestões, *à professora Cristina Barufi pelas críticas e sugestões que foram muito apreciadas,*

aos meus professores da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pelo conhecimento que me ajudaram a construir e, em especial, aos professores Célia Leme, Maria Thereza, Cristina Maranhão, Sonia Igliori, Sandra Magina e Ana Paula Jahn,

à Instituição e formadores de professores que concordaram em participar desta pesquisa, demonstrando boa vontade,

aos meus amigos Alessandro Ribeiro, Dermeval Cerqueira dos Santos, Jayme Leme, Maria Silvia Sentelhas, Rosana Nogueira, Rogério Ferreira da Fonseca, Rosana Nogueira, Tânia Costa e Vera Giusti pelas leituras críticas, apoio e incentivo para a realização desta investigação,

à minha querida amiga Carla Mirella Mastrobuono, por contribuir de forma inestimável em diversos aspectos - incentivo, sugestão, revisão dos textos - e o fez de uma forma competente, carinhosa e paciente.

ao meu grande amigo Rogério Marques Ribeiro que sempre me apoiou, incentivou e teve paciência em escutar as minhas lamentações.

à minha família com quem partilho grandes momentos de felicidade, em especial, aos meus queridos mãe, irmã, cunhado e sobrinhos Paulo de Tarso e Guilherme Henrique,

novamente, o meu muito obrigado.

O autor.

Resumo

O presente estudo tem como objetivo compreender as possibilidades de construir um grupo de trabalho do tipo *colaborativo*, a partir de um grupo de trabalho coletivo, constituído por formadores de professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, numa instituição que tem como cultura escolar o *individualismo*. O referencial teórico da investigação integra as áreas do conhecimento do professor, buscando entender como esse é desenvolvido e explicitado; da cultura escolar na perspectiva de observar sua interferência no desenvolvimento profissional do formador de professores e, dos aspectos didáticos da área de conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral que constitui uma fonte de saber dos formadores de professores de Matemática. A metodologia de pesquisa segue abordagem qualitativa do tipo estudo de caso. Foi constituído um grupo de trabalho coletivo, formado por sete formadores de professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, em uma determinada instituição do ensino superior. Os principais instrumentos de coleta de dados foram a observação, entrevistas e análise de documentos e aconteceram durante o período de abril/2004 a agosto/2006. Definimos categorias, a partir do nosso referencial teórico, que nos possibilitaram organizar e compreender os dados coletados. Deste estudo é possível afirmar com Hargreaves (1998) que a *colaboração* é um dos paradigmas mais promissores para o desenvolvimento profissional do formador de professores, pois possibilita que ele explicite suas dúvidas relacionadas à sua prática letiva, discuta conceitos que não teve a oportunidade de discutir durante sua formação formal e reelabore suas concepções de ensino-aprendizagem. Também analisamos as dificuldades que um grupo de trabalho coletivo enfrenta ao trabalhar de forma colaborativa, e concluímos que as principais são: a falta de prática na organização da pauta que irá orientar os trabalhos; o excesso de impressões pessoais desarticuladas com teorias que acaba gerando um esvaziamento das discussões; uma expectativa falsa de encontrar soluções mágicas; pouco conhecimento sobre a possibilidade da reflexão sobre a ação como uma estratégia de desenvolvimento profissional; a falta do hábito de pesquisar a própria prática. Finalmente, podemos afirmar que no grupo que investigamos aparecem diferentes possibilidades da transição do trabalho coletivo para o colaborativo e, entre elas, destacamos: os objetivos em comum dos formadores, a necessidade da troca de experiência e da discussão de conhecimentos didáticos específicos da área de Cálculo Diferencial e Integral, a busca de apoio para enfrentar as mudanças curriculares necessárias, o clima de camaradagem e confiança construído ao longo dos encontros, a busca de conhecimentos específicos do Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-Chaves: Educação Matemática, Formador de Professores de Matemática, Grupo Colaborativo, Desenvolvimento Profissional, Cálculo Diferencial e Integral.

Abstract

The purpose of this work is to understand the possibilities to construct a work group of the collaborative type, from a collective work group, constituted of formers of teachers who teach the discipline of Differential and Integral Calculus, in an institution that has the individualism as its scholar culture. The theoretical referential of the study integrates the areas of the knowledge of the professor, searching to understand how this is developed and clarified; of the school culture in the perspective to observe its interference in the professional development of the formers of teachers, and the didactic aspects of the area of knowledge of Differential and Integral Calculus that constitutes a source to know of the formers of Mathematics' teachers. The research methodology follows a qualitative boarding, of the type "case study". A collective work group was constituted, formed for seven formers of teachers, that teach Differential and Integral Calculus, in one determined institution of superior education. The main instruments of data collection had been the document comment, interviews and analysis and had happened during the period between April,2004 until August,2006. We define categories from our theoretical referential, that made us possible to organize and to understand the collected data. From this study it is possible to agree with Hargreaves (1998) that the contribution is one of the most promising paradigms for the professional development of the formers of teachers, therefore it makes possible to elucidate the doubts related to the learning practical , to argue concepts that had not been argued during the formal formation and recreate some teach-and-learn conceptions. Also we have analyzed the difficulties so that a collective work group pass to a collaborative form and we have concluded that the main ones are: the lack of the experience in organizing the guideline that will guide the works; the excess of unarticulated personal impressions with theories that lead to generating quarrels; a false expectation to find magical solutions; little knowledge on the possibility of the reflection on the action as a strategy of professional development; the lack of the habit to search the practical itself. Finally, we can affirm that in the group that we have investigated there are different possibilities of the transition from a collective work to a collaborative one; among them we focus: the objectives in common of the formers, the necessity of the exchange of experience and the quarrel of specific didactic knowledge of the area of Differential and Integral Calculus, the search of support to face the necessary curricular changes, the climate of camaraderie and confidence constructed throughout the meetings, the search of specific knowledge of the Differential and Integral Calculus.

Key-words: Mathematical Education, Former of Mathematics’ Teachers, Collaborative Group, Professional Development, Differential and Integral Calculus.

Resume

Cette étude a pour objet d'analyser les possibilités de créer un groupe de travail du type collaboratif à partir d'un groupe de travail collectif, par des formateurs de professeurs qui enseignent la discipline de Calcul Différentiel et Intégral, dans une institution qui a pour culture scolaire l'individualisme. Le référentiel théorique de l'investigation inclut les domaines de connaissance du professeur, en cherchant à comprendre comment il est développé et expliqué ; de la culture scolaire du point de vue de son interférence dans le développement professionnel du formateur de professeurs, et des aspects didactiques dans le domaine de connaissances du Calcul Différentiel et Intégral qui constitue une source de savoir des formateurs de professeurs de Mathématiques. La méthodologie de recherche suit une approche qualitative du type étude de cas. Elle est constituée d'un groupe de travail collectif formé de sept formateurs de professeurs qui enseignent la discipline de Calcul Différentiel et Intégral dans une institution d'enseignement supérieur déterminée. Pour recueillir les données, les principaux instruments ont été l'observation, les entrevues et l'analyse de document, dans la période d'avril 2004 à août 2006. Nous avons défini des catégories à partir de notre référentiel théorique qui nous ont permis d'organiser et de comprendre les données collectées. A partir de cette étude, il est possible d'affirmer avec Hargreaves (1998) que la collaboration est un des paradigmes les plus prometteurs pour le développement professionnel du formateur de professeurs, car il lui permet d'expliquer ses doutes liés à sa pratique d'enseignant, de discuter les concepts qu'il n'a pas eu l'opportunité de discuter pendant sa formation formelle et de réélaborer ses concepts d'enseignement apprentissage. Nous avons aussi analysé les difficultés auxquelles un groupe de travail doit faire face pour travailler de façon collaborative, et nous avons conclu que les principales sont le manque de pratique dans l'organisation du programme qui orientera les travaux, l'excès d'impressions personnelles désarticulées avec les théories qui engendrent des discussions vides, une fausse espérance de trouver des solutions magiques, le peu de connaissance sur la possibilité de réflexion sur l'action comme une stratégie de développement professionnel, le manque d'habitude de rechercher la propre pratique. Finalement, nous pouvons affirmer que dans le groupe que nous avons étudié, apparaissent différentes possibilités de transition du travail collectif vers le collaboratif, parmi lesquelles nous notons: les objectifs communs des formateurs, le besoin d'échanger des expériences et la discussion des connaissances didactiques spécifiques dans le domaine du Calcul Différentiel et Intégral, la recherche d'appui pour faire face aux changements de programme nécessaires, le climat de camaraderie et de confiance construit tout au long des rencontres, la recherche de connaissances spécifiques du Calcul Différentiel et Intégral.

Mots-clef: Education Mathématique, Formateur de Professeurs de Mathématiques, Groupe Collaboratif, Développement Professionnel, Calcul Différentiel et Intégral.

Sumário

Apresentação

Os primeiros quarenta anos de vida nos dão o texto: os trinta seguintes, o comentário.
Schopenhauer

O presente estudo tem como finalidade compreender as possibilidades e limitações da constituição de um grupo colaborativo concebido por formadores de professores e estudar possíveis contribuições que esse grupo traz para o desenvolvimento profissional desses formadores. Insere-se na linha de pesquisa "Matemática na estrutura curricular e formação de professores" do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP e integra o Projeto de Pesquisa "Formação de Professores de Matemática", que reúne mestrandos e doutorandos deste programa, que têm como finalidade investigar os processos de formação inicial e continuada de professores de Matemática, em cursos de Licenciatura e em projetos de formação continuada.

Nesse Projeto, busca-se ainda identificar mudanças implementadas nessa formação em decorrência das demandas atuais do sistema educacional brasileiro e investigar em que medida a construção das diferentes competências profissionais de um professor de matemática é estimulada ao longo desses processos de formação, analisando as propostas de atividades curriculares que propiciem, ao futuro professor de Matemática, um conhecimento da Educação Matemática, de suas motivações, dos conteúdos de suas investigações, das implicações e resultados sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

O conjunto das dissertações e teses, inseridas no Projeto de Pesquisa “Educação em Matemática, traz contribuições para a compreensão de características do conhecimento do professor que ensina matemática e pretende estimular a reflexão sobre esse conhecimento, como também sua influência sobre as, crenças, as concepções e atitudes do professor. Colabora, também, para a reconstituição da trajetória histórica de cursos e de outras ações de formação inicial e continuada de professores polivalentes e especialistas para ensinar Matemática.

A opção por colocar a expressão “formador de formadores” ou “formador de professores” no foco da investigação surge em função de uma recorrente preocupação dos integrantes do grupo de pesquisa a respeito desse importante personagem que atua nos cursos de licenciatura em nosso país, coincidindo, também, com nossas dúvidas e questionamentos constituídos a partir de nossa experiência profissional, vivenciada como professor e coordenador de curso de licenciatura.

Além disso, o tema se configura de relevância em função das recentes mudanças implementadas na formação de professores decorrentes de exigências legais como as expressas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (2001) e em função das demandas da sociedade brasileira para os diversos setores, em particular, o da educação, que aponta para a necessidade de refletir sobre concepções e práticas dos professores que atuam na educação básica.

Nesse contexto, ressaltamos nossa concordância com Escudero (1992) para quem toda mudança deve ser pensada em conjunto com os agentes que têm que desenvolver as reformas na prática, e é pouco defensável uma perspectiva de mudança que não seja, em si mesma, geradora de sonho e compromisso, estimuladora de novas aprendizagens e, simultaneamente, que promova reaprendizagens nos indivíduos e na sua prática docente.

Também destacamos a posição de Day (2001) que aponta o fato de que a mudança não pode ser forçada, pois é o professor quem desenvolve e não é desenvolvido; a mudança que não for interiorizada, provavelmente não passa de mudança cosmética e provavelmente temporária; a mudança, em níveis cada vez mais profundos, envolve mudança ou transformações de valores.

Já Hargreaves (1994) comenta que é necessário envolver o professor nesse processo de mudança e um dos paradigmas mais prometedores surgidos na pós-modernidade é o da colaboração, enquanto princípio articulador e integrador da ação, do planejamento, da cultura, do desenvolvimento, da organização e da investigação.

Percebemos que a *colaboração* nos surge como uma possível resposta para que os professores enfrentem muitos dos novos problemas que têm sido impostos pela evolução da sociedade. Mas, ao ser considerada uma nova possibilidade de desenvolvimento profissional, novas questões se colocam.

Desse modo, julgamos relevante compreender esse novo contexto de desenvolvimento profissional, tendo como objetivo da pesquisa compreender as possibilidades e limitações de constituir um grupo de trabalho do tipo *colaborativo*, a partir de um grupo de trabalho coletivo, constituído por formadores de professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, numa instituição que tem como cultura escolar o *individualismo*.

Organizamos a apresentação de nosso trabalho de acordo com a seguinte estruturação:

O primeiro capítulo traz a trajetória da construção da pesquisa baseada nas mudanças legais da formação de professores no Brasil e na docência nos cursos de licenciatura; anunciamos o problema de pesquisa e sua questão.

O segundo capítulo inclui a fundamentação teórica, buscando apresentar os conceitos e significados de alguns termos utilizados neste trabalho, de forma a facilitar o entendimento e leitura do estudo. Apresentamos a revisão bibliográfica dos principais estudos que contribuíram para a construção desta investigação, incluindo as pesquisas que abordam os aspectos didáticos do Cálculo Diferencial e Integral, que julgamos relevante para as análises feitas posteriormente.

O terceiro capítulo apresenta a Metodologia da Pesquisa, definindo o problema e a escolha do quadro teórico e, em seguida, a escolha do tipo de metodologia, os procedimentos de coleta de dados e a proposta de análise de dados. Em seguida, descreve o cenário em que o estudo foi realizado.

O quarto capítulo foi dividido em dois blocos, sendo que o primeiro, exibe as análises iniciais, começando pela constituição do grupo e, em seguida as concepções dos formadores de professores que fizeram parte do grupo.

O quinto capítulo apresenta a análise referente aos encontros observados do grupo, para, juntamente com as outras análises, respondermos a questão formulada no início da pesquisa.

As considerações finais aduzem nossas conclusões e algumas recomendações para o desenvolvimento de futuras pesquisas.

Capítulo 1

TRAJETÓRIA DA CONSTRUÇÃO DE NOSSA PESQUISA

Para compreensão de todo o processo no qual se constituiu a pesquisa realizada, apresentamos o estudo de alguns fatos referentes ao cenário da educação brasileira. Destacamos as mudanças legais propostas pela Lei Federal de Diretrizes e Bases da Educação Nacional no. 9394/96, principalmente no que se refere aos cursos de formação de professores e estudos sobre a formação do formador de professores, por considerarmos esse o principal agente no processo de mudanças curriculares.

Na seqüência, delimitamos nosso problema de pesquisa, assim como as questões específicas que investigamos.

MUDANÇAS LEGAIS REFERENTES À FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO BRASIL

A partir da década de 1950 e até os dias de hoje, o Brasil passa por uma vertiginosa expansão do ensino superior. Alguns pesquisadores como Cury (2001) e Schwartzman (1990, 2005) discutem esse fato apresentando um estudo quantitativo. Ilustramos essa situação mostrando a seguinte evolução: em 1808 havia apenas uma escola de nível superior no Brasil, a Escola de Cirurgia e Medicina da Bahia; em 1930 já eram 86 e esse número aumentou para 400 na década de 60; em 1996 o País contava com 922 e em 2004 tínhamos 2157 instituições de ensino superior.

Esse crescimento quantitativo do ensino superior foi acompanhado por reformas educativas que consideramos relevantes, tais como a antiga Lei de Diretrizes e Bases – LDB (Lei nº 5.540/68), passando pela Lei no.5692/71 e a atual, Lei nº 9.394/96.

A aprovação da LDB de 1996 representa um marco da institucionalização de políticas educacionais que já vinham sendo implementadas desde o final dos anos 80 e consolidaram-se na década de 1990, em decorrência dos acordos firmados na Conferência de Ministros da Educação e do Planejamento Econômico, realizada no México em 1979, e na Conferência de Jontien, em 1990, na Tailândia. A "qualidade da educação e da escola básica" passa a fazer parte das agendas de discussões, do discurso de amplos setores da sociedade e das ações e políticas do Ministério da Educação, que busca cooptação para criar consenso para a mudança nas escolas básicas e, principalmente, na formação dos professores.

A LDB/96, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, apresenta a organização do nosso sistema educacional, delegando à União a responsabilidade de elaborar o Plano Nacional de Educação que articule os diferentes níveis de ensino, juntamente com os Estados, o Distrito Federal e Municípios e estabeleça normas gerais sobre cursos de graduação e pós-graduação.

Em 2000, o Ministério da Educação remeteu para apreciação do Conselho Nacional de Educação (CNE), cujas funções são as de normatizar e supervisionar as atividades permanentes em educação, a proposta de Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica, em cursos de nível superior. O CNE, por sua vez, designou para análise uma Comissão Bicameral que, após a participação de seus integrantes em diferentes Encontros, Seminários e Conferências sobre Formação de Professores, redigiu a Proposta para a Formação de Professores da Educação Básica, em cursos de nível superior, proposta esta que foi submetida à apreciação da comunidade em audiências públicas.

Posteriormente à aprovação dessas diretrizes, o CNE aprovou, também em 2001, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura-(DNCML), que fincam as bases para a organização curricular específica dos cursos de Licenciatura em Matemática, explicitando o perfil e a competência esperada de alunos egressos da Licenciatura e do Bacharelado em Matemática. As (DNCML) instituem conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura, que podem ser distribuídos de acordo com o currículo proposto por cada Instituição. A lista de conteúdos abrange: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria, Geometria Analítica e a parte comum, que deverá ainda incluir conteúdos matemáticos presentes na educação básica, conteúdos de áreas afins à Matemática e conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática.

Já as Diretrizes Curriculares para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior (DCFP, 2001), mostram os principais problemas a serem enfrentados pelos cursos de licenciatura no campo institucional e curricular e propõem uma reflexão no campo institucional, destacando os problemas ocasionados pela submissão da proposta pedagógica do curso à organização institucional e o distanciamento entre as escolas de formação e o sistema de educação básica.

Nestas diretrizes (DCFP) há uma reflexão sobre o currículo que salienta a desconsideração do repertório de conhecimentos dos ingressantes, a seleção de conteúdos para a constituição de competências profissionais e o seu tratamento inadequado, a concepção restrita da prática, a ausência de conteúdos relativos às tecnologias da informação e da comunicação, e as especificidades próprias dos níveis de ensino em que são atendidos os alunos da educação básica.

As Diretrizes (DCFP/2001) apresentam, ainda, uma discussão sobre a formação do docente e indicam alguns princípios orientadores, dentre os quais a indispensabilidade de coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor. O documento traz em seu bojo que se inverta, na organização da matriz curricular, a lógica que tradicionalmente a presidiu, em lugar de partir de uma listagem de disciplinas obrigatórias e suas respectivas cargas horárias, o paradigma exige tomar como referência inicial o conjunto das competências que se quer que o professor constitua no curso, e destaca que o planejamento de uma matriz curricular de formação de professores constitui, assim, o primeiro passo para a transposição didática que o formador de professores[1] precisa realizar para transformar os conteúdos selecionados em objetos de ensino de seus alunos, futuros professores.

Esse documento (DCFP) prevê que a equipe de formadores busque formas de organização da matriz curricular, em contraposição a formas tradicionais e ressalva que isso não significa renunciar a todo ensino estruturado e nem relevar a importância das disciplinas de formação, mas considerá-las como recursos que ganhem sentido em relação aos âmbitos visados. Destaca a importância da atuação integrada do conjunto de formadores de professores, que visa superar o padrão segundo o qual os conhecimentos práticos e pedagógicos são de responsabilidade dos pedagogos, e os conhecimentos específicos a serem ensinados são de responsabilidade dos especialistas por área de conhecimento.

Em relação aos cursos de licenciatura em Matemática, notamos que as diretrizes para a formação de professores implicam, para a reorganização desses cursos, mudanças substanciais, o que pressupõe uma discussão de diferentes aspectos.

A partir do objetivo de nosso estudo, destacamos algumas dessas discussões.

Iniciamos pela identidade dos Cursos que passa a ser construída com base em elementos constitutivos do processo de construção do conhecimento profissional como: ênfase no conhecimento didático-pedagógico da Matemática, vinculação da formação acadêmica com a prática profissional e práticas investigativas que possibilitem a articulação entre a teoria e a prática.

[1] Consideramos formador de professores de Matemática os docentes que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática em disciplinas de cunho pedagógico, específico e ou formação geral.

Essa identidade deve refletir-se na abordagem metodológica, na criação de diferentes espaços de vivência dos alunos, nas relações entre os formadores de professores e os alunos que são professores em formação, na dinâmica da sala de aula e nas diferentes formas de avaliação.

Para que o curso tenha uma identidade própria é fundamental a qualidade do seu projeto pedagógico, que é constituído por um processo de negociação e co-responsabilidade desenvolvidas a partir do grupo de formadores que atua nesses cursos e pelos professores em formação, possibilitando-lhes vivenciar uma prática que se pretende concretizar quando docentes.

Outros aspectos relevantes são os conteúdos de Geometria, Estatística, Probabilidade, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral e Análise Matemática, entre outros, que irão constituir-se nos chamados conteúdos substantivos do futuro professor. Esses conhecimentos devem ser selecionados e abordados possibilitando que o professor em formação tenha um conhecimento amplo e articulado da Matemática, destacando o desenvolvimento histórico, suas aplicações em outras áreas, os obstáculos didáticos e epistemológicos oriundos dos conteúdos e o conhecimento das pesquisas, principalmente na área de Matemática e Educação Matemática.

Destacamos que as propostas das diretrizes buscam romper com a visão tecnicista presente na maioria dos cursos de licenciatura, apresentando um aspecto essencial que é a mudança na percepção do papel do professor no processo de seu desenvolvimento profissional. O professor da educação básica, que outrora era percebido como um executor de projetos e um intermediário entre especialistas e aprendizes de ciências, passa a ser considerado sujeito ativo que constrói novos conhecimentos acerca do ensinar Matemática, na medida em que estabelece uma interlocução entre sua experiência e a teoria educativa. Podemos relacionar essa proposta com um aspecto enfatizado na literatura, que é o da formação de professores reflexivos (Schön 1987; Zeichner, 2002) que realça a importância da reflexão na ação e sobre a ação.

No entanto, segundo Ponte (1998), para ensinar, não basta pensar bem, é preciso um vasto conjunto de saberes, designado como “conhecimento profissional", que inclui um aspecto fundamental que intervém diretamente na prática letiva do professor, isto é, orientada para sua ação. A formação didática deve continuar sendo valorizada, pois é essa que apóia os saberes específicos e, é importante fazê-lo de modo a convergir com os domínios e objetivos da formação e com que se sabe acerca do desenvolvimento profissional dos professores.

Naturalmente, diante das novas perspectivas acerca da formação inicial nos cursos de licenciatura, o papel do formador de professores de Matemática, tanto das disciplinas pedagógicas como específicas, sofre transformações importantes. Formar professores não mais significa fornecer conhecimentos técnicos para melhor ensinar Matemática, mas criar oportunidades para apropriação de conhecimentos relacionados com a sua prática profissional.

A partir dessas considerações, é relevante refletirmos sobre o docente dos cursos de licenciatura em Matemática.

A DOCÊNCIA NOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Ao analisarmos as recomendações das Diretrizes Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, notamos que, mais que uma mudança estrutural dos cursos, quer sejam eles integrados ou seqüenciais, está explícita a necessidade de uma mudança na concepção desses cursos, principalmente no que se refere à abordagem metodológica. Não podemos deixar de considerar a importância do papel dos docentes desses cursos neste processo de mudança. Repensar os cursos de licenciatura em Matemática significa refletir de forma articulada sobre o perfil do formador de professores. É importante que haja coerência entre o perfil do formador de professores, o perfil do curso e o do profissional que se quer formar. Assim, temos como relevante discutir sobre o conhecimento profissional do formador de professores para podermos implementar as mudanças recomendadas pelas diretrizes, nos cursos iniciais de formação de professores da educação básica.

Pires (2002) em seus estudos aborda os temas “Matemática na Estrutura Curricular” e “Formação de Professores”, e nota que esses estão em pauta em diferentes países, inclusive no Brasil. Para essa pesquisadora, tais temas não são geralmente discutidos de forma articulada, o que pode explicar a dificuldade de implementação de propostas curriculares inovadoras quando não se leva em conta que tipo de formação, que tipo de experiência e conhecimento da prática docente têm os professores que vão colocá-las em prática e, afirma que, as experiências de implantação de novas propostas curriculares mostraram que o processo de implementação das mesmas “bate de frente” com concepções, crenças e valores cristalizados pelos professores, além de materiais didáticos que não incorporam novas possibilidades de trabalho.

Cury (2001) faz uma retrospectiva de quem são os docentes que lecionam nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, desde sua criação em 1934 pela Universidade de São Paulo. A autora afirma que até a década de 1970 os cursos de licenciatura eram oferecidos nas Faculdades de Filosofia e que os docentes que lecionavam nesses cursos, ainda que tivessem experiência na educação básica, concentravam seus esforços em apresentar os conteúdos matemáticos sem externar preocupações com a formação pedagógica.

Cresce (1991) ao investigar as dificuldades no processo ensino-aprendizagem de Matemática nos cursos superiores, afirma que muitas delas estão relacionadas ao fato de que nos Departamentos de Matemática não seja discutida a formação pedagógica dos seus professores:

> *Uma grande parte dos professores universitários não possui formação pedagógica, pelo fato de serem bacharéis. E também, os departamentos quando engajam os professores não definem uma linha pedagógica de trabalho* (p. 74).

Ao observarmos o cenário internacional, podemos constatar que também se discute a formação pedagógica do professor do ensino superior. Bireaud (1995), pesquisadora em Ciências da Educação na Universidade de Paris Nord, afirma que não faltam argumentos para justificar que se organizem centros de formação pedagógica dos docentes-investigadores do ensino superior, que formam professores. Assinala como um dos principais motivos o isomorfismo, segundo o qual o estudante uma vez professor, reproduzirá as práticas pedagógicas que aprendeu na Universidade com seus formadores. Outro argumento que a autora defende é que o modelo pedagógico predominante no ensino superior não está adaptado às novas funções do ensino, que incluem formar um público cada vez mais jovem e com uma formação bastante diversificada.

Benedito e outros (1995) afirmam que, em relação à formação dos professores, os estudos têm mostrado que:

> *O professor universitário aprende a sê-lo mediante um processo de socialização em parte intuitiva, autodidata ou seguindo a rotina de outros. Isso se explica, sem dúvida devido à inexistência de uma formação específica como professor universitário. Nesse processo, joga um papel mais ou menos importante na sua própria experiência como aluno* [...] *Mas ela é insuficiente* (p. 131).

Não é possível conceber um professor do ensino superior que não se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas e o insucesso dos alunos, faça planos de aula, leia criticamente manuais ou propostas didáticas, se questione sobre as funções da escola e se elas estão sendo realizadas (Alarcão, 2001).

A partir das leituras desses autores e das recomendações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação do Professor de Matemática da Educação Básica e considerando o aspecto formador de professores, podemos afirmar que se espera que esse profissional tenha os conhecimentos: a) específico da disciplina que irá ministrar; b) das questões relativas às políticas de educação nacional, assim como, das pesquisas na área de Matemática e Educação Matemática, pertinentes ao assunto que irá ministrar; c) dos documentos que norteiam a educação oficial e a educação matemática no ensino básico; d) das questões relativas à avaliação, metodologia e práticas pedagógicas.

Sabendo que num curso de formação de professores de Matemática atuam professores de diferentes áreas: especialistas da área da Matemática, da Educação Matemática, da área de Educação e demais áreas que integram o currículo, direcionaremos nosso estudo para os formadores que atuam na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

As pesquisas evidenciam que a área de Cálculo Diferencial e Integral é uma área: a) rica em noções, ora em conformidade e ora em contradição com as idéias intuitivas dos alunos, o que deve ser levado em conta no seu ensino sob a pena de causar obstáculos; b) que apresenta uma diversidade de registros de representações em que seus conceitos são apresentados; c) que tem um caráter unificador que se manifesta, desde que sua abordagem no ensino leve em conta as diversas dimensões Matemáticas de um dado conceito (no quadro da álgebra, da geometria, da geometria analítica); d) que aborda noções que são estudadas na educação básica, número real, infinito, continuidade, limite, função; e) que tem aplicações em outras áreas do conhecimento, segundo Cornu (1991), Sierpinska (1985), Tall (1991), Azcárate e outros (1996) e Vinner (1991).

Todas essas perspectivas precisam estar presentes nos cursos de licenciatura em Matemática, sendo fundamental que o grupo de professores formadores passe a questionar quais as principais potencialidades do Cálculo Diferencial e Integral para a formação de professores de Matemática da educação básica, quais conhecimentos devem ser priorizados, como devem ser abordados, avaliados e qual a bibliografia melhor indicada.

Percebemos que não faltam argumentos para justificar a necessidade de se discutir o conhecimento dos formadores de professores de Matemática e as possibilidades de seu desenvolvimento profissional. Cabe a eles a formação dos professores da educação básica e um dos princípios mais conhecidos é o do isomorfismo, segundo o qual o futuro professor da educação básica, quando em atuação, reproduzirá o modelo pedagógico dominante no ensino superior.

CONFIGURAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Assim, nosso problema de pesquisa se configura da seguinte forma:

- Ao analisarmos esse novo perfil esperado do formador de professores (DCFP, 2001), relacionando com a sua formação, percebemos que há necessidade de discutirmos sobre o conhecimento do formador de professores de Matemática.

- O desenvolvimento do conhecimento profissional do professor pode ser afetado positiva ou negativamente, dependendo da cultura escolar da instituição em que o mesmo atua (Day, 2001).
- Muitos estudos indicam que a *colaboração* é uma forma de *cultura escolar* que tem se revelado um ingrediente essencial para o desenvolvimento profissional dos professores e, conseqüentemente, para melhoria da escola (Hargreaves, 1992; Boavida e Ponte, 2002; Nacarato, 2000; Santos, 2000).

A educação tem trazido mudanças que solicitam do formador de professor uma postura diferente frente ao processo ensino-aprendizagem. A *colaboração,* por sua vez*,* constitui uma estratégia fundamental para lidar com problemas que se configuram demasiado pesados para serem enfrentados individualmente, tais como: dificuldades dos alunos em atingir os objetivos prescritos; dificuldades das instituições em assumirem os projetos pedagógicos com o envolvimento das comunidades onde se inserem; e descrenças generalizadas na possibilidade de transformar, de modo positivo, esta situação (Boavida e Ponte 2002).

É em função deste quadro que nos propomos a compreender as possibilidades de constituir um grupo de trabalho do tipo *colaborativo*, a partir de um grupo de trabalho coletivo, constituído por formadores de professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, numa instituição que tem como cultura escolar o *individualismo*. Então, temos a seguinte questão de pesquisa:

(I) Quais as possibilidades e dificuldades para que um grupo de trabalho coletivo, constituído por formadores de professores, que lecionam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, passe a trabalhar de forma *colaborativa*, e quais saberes docentes desta área de conhecimento são abordados pelo grupo?

Essa questão se desdobrou nas seguintes questões:

- Como se dá o processo de constituição de um grupo de trabalho coletivo?
- Como as motivações para a constituição do grupo passam a ser compartilhadas por todos os seus integrantes?
- Quais são as estratégias utilizadas pelo grupo para atingir os seus objetivos? Por quê?
- Que relações interpessoais e profissionais passam a ser estabelecidas entre os integrantes do grupo e qual a interferência dessas relações na participação de cada um?
- Que saberes a respeito de Cálculo Diferencial e Integral são priorizados pelo grupo?

Capítulo 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Gostaria muito de mostrar, neste discurso, que caminhos segui; e de nele representar a minha vida como num quadro, para que cada qual a possa julgar, e para que sabedor das opiniões que sobre ele foram expendidas um novo meio de me instruir se venha juntar àqueles de que costumo servir-me.

René Descartes

Apresentamos, neste capítulo, os pressupostos teóricos que utilizamos para a construção de nossa problemática, assim como, para as análises dos dados coletados e conclusões. Também trazemos uma síntese realizada a partir do estudo de pesquisas a respeito de formação de professores, focando o formador de professores.

Na seqüência apontamos alguns estudos no cenário nacional e internacional que abordam os aspectos didáticos do processo ensino-aprendizagem da área de conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral.

CONHECIMENTO E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

O desenvolvimento profissional do professor é um dos desafios permanentes da educação. Engloba todas as suas experiências de aprendizagem (naturais, planejadas e conscientes) que lhe trazem benefícios diretos ou indiretos e contribuem para o processo ensino-aprendizagem (Day, 2001) que corresponde a um processo que envolve o desenvolvimento das competências da prática letiva do docente, propiciando a esse um autocontrole de suas atividades como educador. O desenvolvimento profissional do professor está relacionado aos aspectos ligados à didática, à ação educativa mais geral, às relações e interações com outros professores e com a comunidade extra-escolar (Ponte, 1998).

O desenvolvimento profissional converteu-se numa atividade que inclui muito mais do que um só professor agindo como um indivíduo, é um assunto de grupo de professores, freqüentemente trabalhando com especialistas, supervisores, administradores, orientadores, pais e muitas outras pessoas ligadas à instituição (Fenstermacher, 1990).

Segundo Ponte (1998) o desenvolvimento profissional é uma das três áreas do conhecimento na ação, que por sua vez, é um dos domínios fundamentais do conhecimento profissional. Para esse autor, na sociedade contemporânea há uma diferença visível entre o conhecimento do senso comum, o conhecimento acadêmico e o profissional. Enquanto o acadêmico respeita a criação e validação do conhecimento científico, humanístico ou filosófico, o senso comum regula a condução da vida quotidiana, e o conhecimento profissional refere-se à resolução de problemas concretos num domínio da prática.

Ao discutir o conhecimento do professor e sua prática, Thompson (1992) afirma que as concepções dos professores transformam-se continuamente e afetam, de modo significativo, sua prática em sala de aula. No entanto, a concepção é parte integrante do conhecimento profissional, mas nem sempre há coerência entre a concepção e a prática. Ao ampliarmos o foco para o conhecimento do professor é necessário compreender, o que é esse conhecimento, como é constituído e como pode ser percebido na ação (Ponte e outros, 1998).

Nesse sentido, Zabalza (1991) afirma que para compreender o conhecimento do professor e abordar o conjunto de estruturas internas que lhe dá significado, é necessário ir além dos dados objetivos e das condutas explícitas dos professores. Há, porém, pressupostos diferentes em relação a essa estrutura interna. Alguns autores defendem que os professores constroem sua ação de forma reflexiva, ou seja, racionalmente, a partir da teoria. Ao falarem de saber docente fazem referências a argumentos, justificativas, pensamentos com a expectativa de exigência de racionalidade. Nesse ponto de vista, consideram que esses professores têm consciência e controle de suas decisões.

Tardif (2002) discute o saber docente nesta perspectiva, iniciando com a questão sobre o que pode ser considerado saber docente. Para esse autor, há uma tendência que consiste em transformar tudo em saber, isto é, tratar toda produção simbólica, toda construção discursiva, toda prática orientada e mesmo toda forma humana de vida como se elas procedessem do saber. Essa prática faz "com que tudo se torne saber: a emoção, a intuição, as maneiras de fazer (*savoir-faire*), as maneiras de ser, a opinião, a ideologia" (p. 191). Para ele, o problema não consiste em admitir a existência de saberes informais e cotidianos, mas em designar esses diferentes saberes como sendo noções imprecisas, flexíveis e indefinidas.

Para Tardif, as diferentes concepções de saber têm em comum a relação do saber com a racionalidade, e observa que essas concepções se fundamentam respectivamente no pensamento do sujeito racional, no ato de julgar e na argumentação, ou seja, em racionalizações. Sendo assim, segundo o autor, as exigências de racionalidade fornecem uma pista importante para as pesquisas sobre os saberes dos professores, pois permitem restringir o campo de estudo aos discursos e às ações sobre os quais seus atores são capazes de apresentar uma ordem qualquer de razões para justificá-los. Nesse aspecto, não basta fazer bem uma coisa para falar de "saber-fazer"; é preciso, também, que o ator saiba por que faz as coisas de uma certa maneira.

A posição de Ball (1991) coaduna-se a Tardif, pois segundo essa autora o conhecimento explícito inclui razões e relações, portanto o saber do professor é caracterizado de uma forma explícita que inclui o "saber explicar" os porquês de suas escolhas.

No entanto, há uma outra tendência, influenciada pela etnometodologia, que considera que a estrutura interna determinante da ação do docente consiste de juízos, crenças, teorias e saberes implícitos. Entre os autores que defendem essa posição, encontramos Hunt (1988), afirmando que as ações diárias do professor estão calcadas em teorias implícitas, ou como Connelly & Clandinin (1988), que afirmam que o fazer está intimamente ligado ao “conhecimento pessoal prático”.

Para Elbaz (1983) todas as espécies de conhecimento do professor estão integradas e filtradas pelos valores e crenças pessoais, constituindo, assim, um saber que orienta a sua prática profissional. Ele enfatiza o componente “prática do saber dos professores” e ressalta que o conhecimento do professor é essencialmente prático, isto é, é um saber fazer. Segundo esse autor, embora decisiva para a sua prática profissional, grande parte deste conhecimento é mais implícita do que explícita.

Zabalza (1991) afirma que não é a racionalidade lógica que implica coerência e racionalidade entre o pensamento e a ação, mas sim uma “racionalidade semiológica (o que implica conexões de significação e intencionalidade, de perspectiva)” (p. 32).

Carr e Kemmis (1986) afirmam que à medida que se toma consciência das limitações da concepção técnica da educação, deixa-se de considerar a racionalidade dos professores como “limitada”. Segundo esses autores, os saberes docentes não são explicitados ou racionalizados de forma consciente porque eles não são facilmente explicitáveis, porque, em parte, a forma utilizada pelos professores para explicitar o que sabem não é valorizada pelas outras pessoas, incluindo os pesquisadores.

Ponte (1998) considera que a dificuldade que os professores apresentam em explicitar determinados saberes pode ser uma possível razão explicativa para o fato de muitos professores não reconhecerem, nem tão pouco valorizarem, o saber decorrente da experiência.

De fato, os professores, na maioria das vezes, recorrem à racionalidade prática (Fenstermacher & Richardson, 1993), para o seu desenvolvimento profissional, considerando teorias elaboradas a partir de suas experiências como docentes (Elliott, 1984). Essas teorias podem respaldar-se no “conhecimento na ação" relativo a três áreas: a prática letiva, a prática não letiva e o desenvolvimento profissional (Ponte, 1994).

Um outro autor, que tem tido um papel de destaque no estudo sobre o conhecimento do professor, é Shulman (1986). Para ele os domínios e categorias do conhecimento estão representados na mente do professor segundo três tipos de conhecimento:

- *o proposicional* que é aquele que é ensinado a partir de proposições verdadeiras, que são resultados de investigações empíricas, os providos da experiência ou por refletirem valores ideológicos ou filosóficos;
- *o caso* que é um conhecimento específico, bem documentado e que identifica de forma bem definida qualquer coisa que é possível identificar;
- *o estratégico* que, diferentemente dos outros, é um processo de análise que surge em situações que em se deve atuar de forma contraditória. Para o autor, esse conhecimento é indispensável na prática do professor e requer da parte deste a capacidade de reflexão e compreensão daquilo que faz.

Segundo Shulman (1986, 1987), a base de conhecimento refere-se a um repertório profissional que contém categorias de conhecimento que subjazem à compreensão que o professor deve ter do conteúdo que vai ensinar. O autor explicita várias categorias dessa base de conhecimento: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do currículo, conhecimento dos alunos e de suas características, conhecimento dos contextos educacionais, conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais que podem ser agrupadas em:

- *Conhecimento específico*: inclui tanto as compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos referentes a uma área específica de conhecimento quanto aquelas relativas à construção dessa área.
- *Conhecimento didático do conteúdo*: é a relação entre conhecimentos específicos do conteúdo e métodos gerais de ensino.

- *Conhecimento do currículo*: engloba os materiais e recursos que o professor escolhe para abordar o assunto, bem como a ordem e o modo de apresentá-lo.

Shulman (1986) ainda afirma que o professor tem de conhecer bem os conteúdos que ensina, porém ele destaca que o professor tem de conhecê-los de modo diferente dos cientistas. Principalmente, tem de reconhecer as maneiras de fazer com que os conteúdos sejam compreendidos e relevantes para o aluno.

Oliveira e Ponte (1996) mostram, a partir da análise de setenta e seis artigos internacionais publicados em revistas relevantes da área, bem como as atas do *Psychology of Mathematics Education* – PME, sobre formação de professores, que as vertentes do conhecimento do professor, destacadas por Shulman (1986, 1987), aparecem na maioria dos trabalhos que integram a categoria “conhecimento de base”, na área da Educação Matemática.

Ressaltamos, porém, que as vertentes propostas por Shulman (1986) recebem diversas críticas. Entre elas, Azcárate (1998) afirma que o problema em relação ao conhecimento didático do conteúdo não deve ser visto como a transformação do conhecimento em outro mais acessível, mas sim em elaborar um conhecimento diferente das disciplinas, um conhecimento profissionalizante da Matemática. Para essa autora, o caráter epistemológico deste conhecimento é fundamentado na prática que se diferencia tanto na estrutura, como na construção de um conhecimento formal como, por exemplo, o matemático.

Ponte (1993) também se coloca de forma crítica a Shulman considerando que embora ele perceba, neste autor, um componente de ordem prática no saber profissional dos professores, é ainda primordial em sua teoria o papel do conhecimento do tipo declarativo e proposicional.

Ponte ressalta que o conhecimento profissional do professor inclui uma parte fundamental que intervém diretamente na prática letiva; o movimento é de dentro para fora, cabendo ao professor as decisões fundamentais. Também destaca o fato de o desenvolvimento profissional dar atenção especial às carências e potencialidades do professor, propondo, ainda, que o conhecimento profissional seja uma das áreas do conhecimento na ação desdobrando-se em quatro grandes domínios:

- *O conhecimento dos conteúdos no ensino*, incluindo as inter-relações internas e com outras disciplinas e as suas formas de argumentação, raciocínio e de validação.
- *O conhecimento do currículo* que engloba as grandes finalidades, objetivos e suas diferentes articulações, tanto na horizontal como na vertical.
- *O conhecimento do aluno*, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais freqüentes, bem como os aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar.
- *O conhecimento do processo instrucional*, no que se refere à preparação, condição e avaliação da sua prática letiva. Este conhecimento relaciona-se de um modo muito estreito ao conhecimento pessoal e informal, assim como ao conhecimento do contexto e ao conhecimento que o professor tem de si próprio. (Ponte, 1998).

O conhecimento profissional do professor relaciona-se aos diversos aspectos do seu conhecimento pessoal e informal (Ponte 1998) e é constituído ao longo de sua trajetória acadêmica, profissional e de vida (Tardif, 2002), possibilitando, assim, o seu desenvolvimento profissional (Day, 2001).

Em síntese, percebemos, por meio das leituras apresentadas, que há diferentes abordagens sobre o conhecimento do professor. Alguns autores consideram esse conhecimento essencialmente de um ponto de vista formal e explícito e, outros a partir da sua natureza, essencialmente implícito, situado e pessoal.

Neste estudo, consideramos os termos “conhecimento do professor” ou “saber docente” como sinônimos e os definimos da seguinte forma: saber docente é plural, formado pelo amálgama de saberes oriundos da vivência do docente como aluno da educação básica, em sua formação inicial, na formação contínua e no exercício de suas funções na prática de sua profissão.

Já em se tratando do conhecimento profissional, notamos uma convergência entre esses autores considerando este como um conhecimento dirigido, sobretudo para a ação. Porém, destacamos que esses autores indicam diferenças em relação ao tipo de conhecimento profissional necessário ao professor, pois ao mesmo tempo em que ressaltamos a importância da contribuição de Shulman ao introduzir o conceito de conhecimento didático do conteúdo como fundamental para a ação do docente, concordamos com Azcárate (1998) que afirma ser necessário um conhecimento didático próprio da Matemática.

Essas diferentes formas de se discutir o conhecimento profissional do professor poderão favorecer o que se entende por desenvolvimento profissional e contribuir para a formação do professor que, apoiada numa melhor compreensão das necessidades e formas de construção dos saberes docentes, poderá permitir outras vivências de formação.

Ao considerarmos os saberes dos professores, podemos diferenciá-los quanto à sua natureza em: saberes pessoais, saberes provenientes da formação escolar, saberes provenientes da formação profissional para o magistério, saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho e saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola (Tardif, 2002).

Em relação às fontes sociais de aquisição, Tardif propõe diferentes possibilidades: a família, o ambiente de vida, os estudos na educação básica e de graduação, os estágios, os cursos de formação contínua, a utilização de material didático-pedagógico, a prática do ofício na escola e na sala de aula, e a troca de experiências com seus pares.

Entendemos, assim, que é importante a relação entre os processos de formação formal e informal para o desenvolvimento profissional dos professores.

Nos últimos anos, a formação do professor tem merecido a atenção de diversos pesquisadores da área da Educação Matemática e, em muitos destes estudos, é possível identificar contrastes entre as lógicas de formação e de desenvolvimento profissional, como por exemplo, a primeira estando associada à idéia de “freqüentar” cursos e a segunda podendo ocorrer por diferentes formas, inclusive na formação, mas também, por outros meios: projetos, troca de experiências, leituras e reflexões, isto é na formação informal (Ponte, 1998).

Outro ponto relevante destacado por Ponte é que enquanto a formação é um movimento essencialmente de fora para dentro, cabendo ao professor assimilar os conhecimentos e a informação que lhe são transmitidos, o desenvolvimento profissional é de dentro para fora, sendo mais amplo e sendo considerados, inclusive, os aspectos cognitivos, afetivos e relacionais do conhecimento do professor. Porém, segundo esse autor, é possível compatibilizar a idéia de formação de professor com o desenvolvimento profissional, bastando a formação ser perspectivada de modo a favorecer o seu desenvolvimento profissional.

Em relação ao tema formação de professores, Garcia (1999) faz uma análise das diferentes tendências e perspectivas e nos aponta como conceito que:

> *A Formação de Professores é a área de conhecimentos, investigação e propostas teóricas e práticas que, no âmbito da Didática e da Organização Escolar, estuda os processos através dos quais os professores – em formação ou em exercício – se implicam individualmente ou em equipa, em experiências de aprendizagem através das quais adquirem ou melhoram os seus conhecimentos, competências e disposições, e que lhes permite intervir profissionalmente no desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola, com o objetivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem* (p. 26).

Garcia ressalva que para desenvolver esse conceito de formação de professores, é preciso partir de alguns princípios, como:

- A formação de professores é um processo contínuo;
- É necessário integrar a formação de professores em processos de mudança, inovação e desenvolvimento curricular;
- É necessário ligar os processos de formação de professores com o desenvolvimento organizacional da escola;
- É preciso integrar a formação de professores aos conteúdos propriamente acadêmicos e disciplinares, e a formação pedagógica dos professores.

É neste sentido que a formação contínua é uma área necessária e potencialmente rica para o desenvolvimento profissional.

Neste estudo, em particular, iremos buscar compreender melhor o desenvolvimento profissional do formador de professores, que é um professor, num processo informal de formação.

CULTURA ESCOLAR: POSSIBILIDADE DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Ao discutirmos o desenvolvimento profissional do professor não queremos correr o risco de conceituá-lo como um *continuum* linear, pois, apesar de superficialmente atrativa e plausível, é demasiadamente simplista e inviável essa conceituação, visto que, segundo Day (2001), não se baseia numa perspectiva do professor como sendo um indivíduo e sim como um empregado. Para esse autor, aderir a esta proposta pode levar a uma simplificação excessiva ou a um desvio das reais oportunidades de desenvolvimento profissional.

Day também afirma que, para estudar o desenvolvimento profissional do professor, devemos levar em conta os contextos históricos e organizacionais e as culturas em que o trabalho dos professores se realiza. Portanto, ao analisarmos o desenvolvimento profissional do professor, devemos considerar o indivíduo e sua cultura neste processo.

A cultura relaciona-se às pessoas inseridas no contexto organizacional de uma determinada instituição e caracteriza-se pela forma como as concepções, crenças e valores, preconceitos e os comportamentos são operacionalizados nos processos micro-políticos da vida da escola (Day, 2001).

Em seu estudo sobre aquilo que mais interessa aos professores em seu local de trabalho, McLaughlin (1993) faz uma crítica da escola como uma organização formal, e revela a importância da escola como comunidade de trabalho:

> *O local de trabalho da escola é um contexto físico, uma organização formal, uma entidade empregadora. É também um contexto social e psicológico em que os professores constroem um sentido de prática, de eficácia e de comunidade profissional. Este aspecto do local de trabalho – a natureza da comunidade profissional que lá existe – torna-se o fator mais crítico para entender o caráter do ensino e da aprendizagem para os professores e para os seus alunos* (McLaughlin, 1993, p. 99).

A natureza da comunidade profissional, segundo esse autor, tem um significado complexo e para entendê-lo é necessário atentarmos para o contexto em que se forma, se sustenta e se transforma ao longo do tempo. MacLaughlin (1993) afirma, ainda, que as formas da *cultura escolar* têm diferentes implicações no trabalho e no desenvolvimento profissional dos professores.

Entendemos, assim, que cada escola tem a sua própria *cultura escolar* e que essa cultura determina um apoio positivo ou negativo ao desenvolvimento profissional dos seus professores.

Para Hargreaves (1992; 1994) existem duas dimensões nas culturas de ensino: (a) o *conteúdo* que se refere ao que se pôde observar a partir do que os professores falam e fazem e; (b) a *forma* da relação entre os professores. Segundo esse autor há uma forte interdependência entre essas duas dimensões, pois é por meio das formas que os conteúdos das diferentes culturas são concretizados, reproduzidos ou redefinidos.

Hargreaves tem desenvolvido diversos estudos sobre as diferentes formas da cultura escolar e suas diferentes implicações no desenvolvimento profissional de seus professores. Esse autor define, também, as formas abrangentes de culturas escolares que passaremos a descrever, a seguir.

O *individualismo* é uma forma de cultura escolar definida por Hargreaves, sendo que, para sua existência, há duas explicações: (a) a tradicional, que interpreta como sendo uma ação de autodefesa do professor face aos insucessos decorrentes das incertezas de seu trabalho, sendo assim, os professores preservam sua autonomia; (b) a outra, que está relacionada à arquitetura tradicional que preserva o ensino atual dentro de quatro paredes da sala de aula e impedem, por si só, que os professores troquem experiências uns com outros, promovendo uma autonomia irresponsável e isolando-os da crítica.

Vale destacar que Hargreaves (1994) afirma que quando falamos em individualismo, não estamos nos referindo a algo singular, mas sim a um fenômeno social e cultural com muitos significados, mas nem todos negativos. Esse autor identifica três razões que determinam essa prática nos professores: (a) *o individualismo forçado,* aquele que determina diversas barreiras que impedem outra prática, como, por exemplo, falta de espaço; (b) *individualismo estratégico,* quando o professor julga esta a forma de investimento de tempo e energia mais eficaz, por motivos pessoais, por exemplo, devido ao excesso de compromissos; (c) *individualismo por escolha*, que é a opção consciente do professor.

Há uma diferença entre o individualismo e a individualidade, o primeiro remete à anarquia, enquanto que o segundo, à realização pessoal. Portanto, temos que tomar cuidado ao eliminarmos o individualismo e, junto dele, o processo de individualidade, que é um aspecto positivo, como a preocupação pessoal do professor com suas turmas (Hargreaves, 1994).

A outra forma de cultura escolar que Hargreaves define é a *balcanização* que, como forma de cultura, causa separação. Esta cultura prevalece, segundo o autor, em diversas escolas secundárias cujos professores trabalham de forma isolada ou em grupos departamentais isolados. Cada docente mostra lealdade para com seu grupo e não para a escola como um todo. Uma mesma escola pode ter vários grupos, mas esses competirem entre si. Portanto, a colaboração só ocorre caso haja interesses do grupo e para o grupo.

Para esse autor, a *balcanização* impede a ligação entre três aspectos: os recursos humanos necessários à criação de uma aprendizagem flexível para os alunos; a capacidade de resposta para os problemas enfrentados pela comunidade escolar; e a capacidade de respostas às mudanças necessárias da comunidade. Para combater essa forma de cultura, o autor propõe que se crie um equilíbrio entre as diferentes áreas dos saberes e se siga o modelo do “mosaico fluído” ou “colagem cinética”, em que os subgrupos se ajudam mutuamente e os seus integrantes não são fixos ao grupo.

Outra forma de cultura escolar que Hargreaves define é a *colegialidade artificial.* Esta cultura é fortemente marcada por ser regulada administrativamente, a participação dos professores não é espontânea nem voluntária, nem orientada para o desenvolvimento, e é fixa no tempo e no espaço. Trabalhar em conjunto é, portanto, uma questão de obrigatoriedade.

Lieberman (1992) afirma que criar uma cultura de desenvolvimento profissional num contexto burocrático não é tarefa fácil e que a maioria dos profissionais passa em suas vidas relacionando-se com questões burocráticas, chegando a conclusão que trabalhar sozinho é a norma, enquanto que partilhar exige muito tempo e cooperar é mais difícil ainda, e, em alguns casos, até mesmo suspeito. Esse autor ressalta que as pessoas recém-chegadas à vida profissional depressa aprendem que as reuniões, na maioria das vezes, só levam a mais reuniões e que parar o ritmo de trabalho para fazer algo fora do usual implica muito esforço.

A outra cultura escolar definida por esse autor é a *colaboração* que, assim como a colegialidade artificial, tem a característica de agrupamento, porém apresenta características bem distintas, tais como: (a) é espontânea, parte da vontade dos professores; (b) voluntária, os professores reconhecem o valor da empreitada; (c) orientada para o desenvolvimento e sua pauta é definida pelos próprios professores de acordo com a finalidade do trabalho a ser desenvolvido; (d) difundida no espaço e no tempo, desenvolvendo-se de acordo com a vida profissional dos professores envolvidos; e (e) imprevisível dada a incerteza de alcançarem ou não as finalidades propostas.

Esse tipo de cultura tem a natureza limitada e restrita, pois não garante, de início, que a sua existência contribua com as reflexões dos professores sobre o valor, propósitos e conseqüências daquilo que fazem, nem tampouco ao desafio das suas práticas, além de poderem reforçar idéias negativas ou já cristalizadas no grupo. No entanto, diferentes estudos no cenário mundial (Rosenholtz, 1989; Mortimore et al. 1994; Hopkins, 1996; Santos 2000) e no cenário nacional (Nacarato 2000; Lopes 2003) sugerem que a *colaboração* é um ingrediente essencial no desenvolvimento dos professores e, conseqüentemente, para a melhoria da instituição.

A *colaboração* preocupa-se primeiramente com questões imediatas e práticas, excluindo pesquisa sistemática e crítica. A preocupação dos envolvidos é a de se manter um clima de camaradagem pessoal, mas que resista aos desafios profissionais. Boavida e Ponte (2002) afirmam que a *colaboração* tem-se revelado uma importante estratégia para a realização de investigações sobre a prática, e pode ser concretizada tanto por grupo de professores, de uma ou várias instituições, com interesses comuns, como por grupos mistos, envolvendo professores e investigadores.

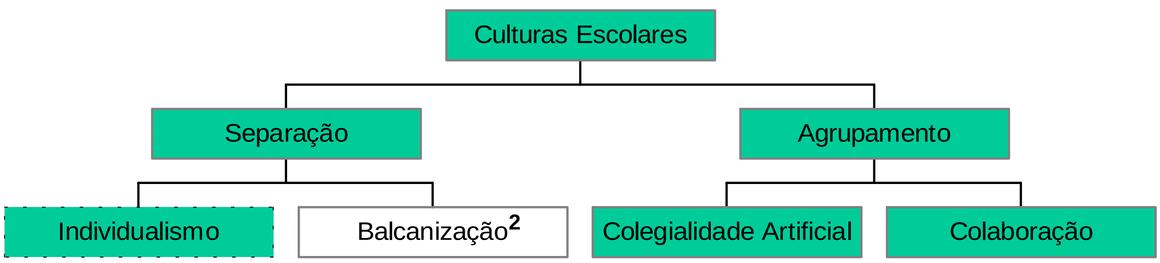
Esses autores discutem as formas e a natureza do processo colaborativo, afirmando que o termo *colaboração*;

> *É adequado nos casos em que diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e atingirem objetivos que a todos beneficiem* (Boavida e Ponte, 2002, p. 3).

O plano de trabalho pode ser definido após o início da constituição do grupo e o que orienta são os objetivos a alcançar, tendo em conta o contexto social e natural onde o trabalho é desenvolvido.

Em relação à natureza, os autores afirmam que, no processo de colaboração, é fundamental que os elementos do grupo manifestem disposição para se relacionarem e trocarem um contínuo dar e receber, assumindo conjuntamente a orientação ao trabalho (Boavida e Ponte, 2002).

A seguir, apresentamos uma figura com os tipos de “Cultura Escolar” adaptada de Hargreaves (1992):



(FIGURA 1 – TIPOS DE CULTURA ESCOLAR)

---

[2] Balcanização é um tipo de agrupamento, mas com resultados de separação em nível institucional.

Em síntese, podemos afirmar que a cultura escolar pode influenciar o desenvolvimento profissional do professor e o tipo de trabalho realizado por ele, isto é, as suas práticas.

Os contextos que caracterizam a cultura escolar de uma determinada instituição são, por exemplo, as condições físicas, as concepções e crenças dos professores, os anseios da comunidade e as condições de trabalho oferecidas aos docentes.

Para explorarmos o potencial que os diferentes contextos de culturas escolares representam na promoção ou inibição da predisposição dos professores para o desenvolvimento profissional é, portanto, necessário compreendermos como se formam e se transformam essas culturas que encorajam os professores para uma aprendizagem profissional de forma sistemática, individual ou coletiva, formal ou informalmente, porém sentindo-se apoiados e empenhados para um ensino-aprendizagem de qualidade.

Entendermos esses diferentes contextos articulados com o desenvolvimento profissional poderá ajudar-nos a compreender como a cultura escolar pode contribuir para o desenvolvimento do conhecimento prático do professor.

Liberman (1992) acrescenta que as *culturas* podem mudar com o tempo, e os tipos de alteração dependem da introdução de novas relações e dos desafios do meio exterior. Acrescenta que a *colegialidade artificial* pode, no entanto, representar uma passagem da cultura *individual* para a *balcanizada,* rumo a formas culturalmente imbuídas de *colaboração.*

Para compreendermos a cultura escolar em que os professores estão envolvidos em uma determinada instituição, não basta identificarmos os diferentes tipos possíveis de trabalhos entre os professores, é necessário que reconheçamos quais os fatores do contexto escolar poderão facilitar ou limitar o estabelecimento de uma determinada cultura escolar.

GRUPO DE TRABALHO COMO POSSIBILIDADE DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL: PESQUISAS NA ÁREA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Atentando para os múltiplos problemas enfrentados nos sistemas educativos, que têm produzido um generalizado insucesso escolar, a investigação na área da Educação Matemática vem buscando compreender os processos de formação e desenvolvimento profissional. As investigações realizadas nos mostram que, para compreendermos a prática profissional do professor, temos que nos envolver em processos complexos e múltiplos, que englobam dimensões sócio-culturais e contextuais.

Ferreira (2003) apresentou uma retrospectiva sobre as pesquisas brasileiras em formação de professores de Matemática e afirma que apesar do avanço das investigações que têm como tema a formação e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática (entre 1996 e 2000, foram defendidas mais de 40 dissertações e teses com esse enfoque na área da Educação Matemática), ainda falta uma maior participação do professor na elaboração e desenvolvimento de tais investigações.

Após fazer um estudo sobre as pesquisas nacionais na área da Educação Matemática, Fiorentini (2003) afirmou que o campo de pesquisa ligado à formação contínua do professor a partir de sua prática profissional é um terreno pouco explorado e considera os estudos que envolvem grupos colaborativos e parcerias entre professores e pesquisadores como uma possibilidade para compreender a constituição do conhecimento profissional do professor.

Ao analisarmos os trabalhos que têm essa temática, percebemos que tanto no Brasil, como em outros países, não há uma compreensão única sobre os temas *trabalho coletivo, grupo colaborativo, cooperação e colegialidade.* Essa dispersão, segundo Fiorentini e outros (2002), pode afetar não apenas a forma da constituição e prática dos grupos, como as metodologias escolhidas para analisá-los.

Souza Jr. (2000) realizou sua investigação considerando um grupo constituído por docentes, alunos de graduação e de pós-graduação que tinha uma relação com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Esse estudo foi desenvolvido em uma instituição pública. O objetivo da investigação foi de entender a trajetória do grupo e os saberes constituídos por seus integrantes, utilizando o computador como ferramenta. O autor apresenta em suas considerações finais diversos aspectos positivos que contribuíram para a produção dos saberes dos seus integrantes, entre eles que os alunos e professores se reconheceram como produtores de saberes e conhecimentos, tendo produzido saberes para o desenvolvimento de uma prática pedagógica para ensinar e aprender o Cálculo com ações voltadas para a produção coletiva de saberes.

Um outro estudo analisado por nós realizou-se em Portugal, com o objetivo de focar a prática letiva, que, segundo sua autora (Santos, 2000), constitui um componente determinante na prática profissional do professor. O trabalho buscou diferenciar, em termos de problemas emergentes, o contexto da prática coletiva do da prática individual e quais são as relações existentes, em termos desses problemas, entre esses dois contextos. Destacamos entre as considerações da autora que: o trabalho desenvolvido nos contextos coletivo e individual complementa-se e reforça-se mutuamente; o individual não se submete ao coletivo e nem o coletivo se submete ao individual, porém o individual simplifica e permite tornar o coletivo mais centrado nos seus problemas específicos e; as decisões tomadas em um ou no outro contexto acontecem de forma não unidirecional, mas sim em ciclo, podendo apresentar diversos percursos.

Encontramos em outros autores (Little, 1993; MacLauglin, 1993) o destaque dado para o trabalho de grupos, mesmo quando disciplinares, pois possibilitam um elevado nível de inovação, de energia e fornecem condições para o desenvolvimento profissional do professor.

A partir disso, acreditamos na possibilidade de iniciar a mudança de cultura de uma dada instituição por meio da constituição de grupos[3] (micro-comunidades) de trabalho coletivo.

---

[3] Usamos o termo “grupo” numa perspectiva sociológica, para nos referirmos às pessoas que interagem, se identificam umas com as outras e que compartilhem de expectativas em relação ao comportamento das outras (Bogdan e Biklen, 1994).

Em síntese, identificamos que o *grupo colaborativo*, de acordo com a literatura analisada por nós, é promissor para o desenvolvimento profissional do professor, principalmente no que se refere a sua prática letiva. Um ponto de partida possível é a constituição de um grupo, mesmo que disciplinar.

Consideramos, porém, que faltam estudos que investiguem como é possível se constituir um grupo *colaborativo*, principalmente focando os formadores de professores de uma instituição particular que tem como *cultura escolar* o *individualismo*.

ASPECTOS DIDÁTICOS SOBRE O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

O professor é um profissional que tem de assumir competências em diferentes domínios, não bastando os conhecimentos específicos da disciplina que vai ministrar e algumas técnicas de ensino. Um professor tem de ter conhecimentos específicos de sua área de conhecimento acrescentado de competências de índole educacional (Ponte, 1998).

Ao mesmo tempo, considerando que a Didática não deve ser vista apenas como uma ciência, com objetos e métodos próprios, visando determinados objetivos, mas como uma área de conhecimento que objetiva: resultados, aprendizagens, mudanças significativas de comportamento, aceitação de inovações tecnológicas e científicas, não se deixando levar pelos modismos.

Ressaltamos que a Didática deve ajudar o professor a tomar decisões que vão influenciar outras pessoas, portanto devem ser decisões acertadas, sobretudo, no que diz respeito às influências na formação do aluno, com uma totalidade pessoal e social. As decisões não podem ser atos impositivos, mas partidos de reflexões sobre o processo ensino-aprendizagem não presos de forma categórica a uma única alternativa. A Didática deve contribuir para que o docente tome decisões sobre a educação, o educando, o ensino, o professor, as disciplinas, os conteúdos, os métodos e técnicas e sobre a comunidade escolar (Sant’Anna e Menegolla, 2002).

Partindo dos pressupostos em relação às competências do professor (Ponte, 1998) e sobre a Didática (Sant'Anna e Menegolla, 2002) e tendo como objetivo de estudo verificar se é possível que um grupo de trabalho coletivo, formado por docentes que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, trabalhe de forma colaborativa para contribuir com desenvolvimento pessoal dos seus integrantes, sentimos a necessidade de buscar nas pesquisas as discussões dos aspectos didáticos da área de conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral.

São diferentes os estudos que discutem o processo de ensino-aprendizagem de conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral, como: função, limite, números reais, continuidade, derivadas e integrais, fazendo com que haja a possibilidade de diferentes propostas fundamentadas nos processos cognitivos abordados por essas investigações.

Um dos pesquisadores que muito tem contribuído para as pesquisas nessa área é Tall (1991) que fez uma revisão das questões relacionadas ao pensamento matemático avançado e ressaltou os diferentes teóricos comumente citados nas pesquisas: – Vinner – Aspectos Cognitivos do Pensamento Matemático Avançado; Artigue – Análise; Cornu e Sierpinska – Limites; Sfard e Orton – Conceito de Integral.

Em relação ao conceito de limite, Cornu (1991) e Sierpinska (1985) realizaram estudos epistemológicos, relacionando este com as concepções dos alunos que estavam estudando esse conceito. Eles afirmam que a grande dificuldade no processo de ensino-aprendizagem do conceito de limite se dá pelo fato de tratar-se de um conceito extremamente complexo que não possibilita que os aspectos cognitivos implicados se generalizem a partir da definição matemática. É possível que os alunos saibam o que diz a definição do conceito de limite, mas isso não garante a construção da concepção fundamental, que é diferente.

Para esses pesquisadores a primeira idéia de limite é uma noção dinâmica de aproximação e as estratégias utilizadas para resolver problemas não estão somente relacionadas com a definição e sim com propriedades que tem o aspecto intuitivo do conceito. Por isso, muitos alunos acreditam saber limite, sem ter adquirido o conhecimento do conceito formal, sendo capazes de realizar as atividades propostas somente com as propriedades e a idéia intuitiva, principalmente porque os *quantificadores* utilizados – “para todo” “existe” – têm um sentido diferente da linguagem natural, o que provoca obstáculos cognitivos. Então, segundo Cornu (1991), o ensino e a aprendizagem do conceito do limite produzem um fenômeno conhecido: os professores estão conscientes de que a maioria dos seus alunos é incapaz de dominar o conceito, mas, mesmo assim, propõem exercícios e ensinam a resolvê-los, de maneira que boa parte de seus alunos possa ser aprovada sem, no entanto, compreender o conceito.

Cornu também chama a atenção em seus estudos para o fato de que os estudantes têm o que pode ser denominado de “concepções espontâneas” e que estas provêm de sua experiência do cotidiano. Por exemplo, a expressão “tende a um determinado valor” pode ser interpretada de várias maneiras: aproximar sem alcançar, aproximar incluindo o valor; a expressão “limite” tem o sentido para a maioria dos alunos de não ultrapassar um determinado valor, porém podemos ter as seguintes interpretações: não ultrapassar, mas alcançar, não ultrapassar e nem alcançar, um ponto que se aproxima sem alcançar, um ponto que se aproxima e se alcança, limite superior, limite inferior, máximo, mínimo, intervalo, o que está logo depois do que se pode alcançar.

Tanto para Cornu (1991) como para Sierpinska (1985), outro obstáculo cognitivo que está presente é o aspecto geométrico do limite, em particular no problema de considerar a tangente em um ponto dado de uma curva como o limite das secantes que passam por esse ponto. Para eles, os alunos tendem a fixar os extremos do segmento contido na secante e não observam seu coeficiente.

Azcárate e outros (1996) citam suas investigações sobre o processo de ensino-aprendizagem do conceito de derivada de uma função e, em uma delas, analisa os aspectos cognitivos dos alunos e sua evolução durante o processo de aprendizagem de conceitos relacionados a derivadas, tais como o de velocidade média e instantânea, assinalando três diferentes níveis: 1- O nível “primitivo” que corresponde a alunos que não construíram uma concepção específica das noções de velocidade instantânea e de taxa instantânea de variação de uma função. A principal dificuldade desses alunos consiste na confusão entre velocidade média desde a origem e velocidade instantânea em um ponto, assim sua incapacidade de interpretar o conceito de variação instantânea de uma função. 2- O nível "aproximação" corresponde a alunos que, no caso do conceito de velocidade instantânea, têm generalizado sua concepção da noção de velocidade média entre pontos próximos, que lhes servem agora para aproximar da velocidade em um dado ponto e, por suas concepções serem coerentes, servem para resolver situações pontuais por aproximação. 3- O nível "limite" corresponde a alunos que, durante a fase de aprendizagem, já têm construído as concepções da noção de velocidade instantânea e a noção de taxa de variação de uma função em um dado ponto, de maneira que interpretam, descrevem e representam as situações de variação instantânea de uma função dada por seu gráfico.

No Programa de Estudos Pós-Graduados do qual fazemos parte, há um grupo de pesquisa denominado "Álgebra e Análise: especificidades, inter-relações com outros domínios da Matemática nos diversos níveis de ensino", que tem como campo de pesquisa a "Matemática no ensino superior: Didática do Cálculo" e é coordenado pelos professores Benedito Antonio da Silva e Sonia Barbosa de Camargo Igliori. Esses professores-pesquisadores muito têm contribuído com diferentes trabalhos científicos para reflexões sobre o processo ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. Destacamos alguns dos trabalhos orientados pelo professor Benedito Antonio da Silva.

O trabalho de Dall'Anese (2000) apresentou uma seqüência didática para abordar o conceito de derivada com alunos que trabalharam com as atividades em dupla e, em alguns momentos, usando o "software Derive". Segundo Dall'Anese, o objetivo era propor uma prática metodológica que possibilitasse algumas rupturas do Contrato Didático do ensino tradicional. Na investigação realizada por Silva (2004), foi destacada a importância da inserção da tecnologia nos cursos de Cálculo e a importância da escolha dos livros-texto nestes cursos. Melo (2002) investigou a metodologia utilizada pelos professores nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, e concluiu que, a maioria, é pautada na prática "tradicional" baseada em definições, teoremas, propriedades, exemplos e exercícios. Ele considerou, também, que a tecnologia pode ser uma das possibilidades para reverter esse quadro e, a partir da elaboração e desenvolvimento de uma seqüência didática, baseada nos principais elementos históricos e uso do computador para abordar o conceito de integral, pôde-se concluir que o desenvolvimento da seqüência didática no ambiente computacional possibilitou que os alunos dessem mais significado ao processo ensino-aprendizagem, além de sentirem-se motivados.

Oliveira (2004), em sua investigação analisou dois diferentes livros-texto de Cálculo Diferencial e Integral baseados na teoria de Sfard, em que destaca que as noções matemáticas são tratadas inicialmente como processos nos quais são evidenciadas as suas características (concepção operacional) e depois como objeto (concepção estrutural) e que a passagem entre essas noções se dá por meio de estágios hierarquizados. Oliveira concluiu que os livros de Spivak, apesar de iniciarem propondo um tratamento formal das Integrais vão à contra-mão da teoria de Sfard, que postula que primeiro deve ocorrer a concepção operacional e depois a estrutural. Em relação ao livro de Stewart, a investigadora destacou que apesar do tratamento adotado pelo autor do livro ir de acordo com o postulado proposto por Sfard, que segue o desenvolvimento histórico do Cálculo, da concepção operacional para a estrutural, há poucos exercícios com características estruturais.

Entre os trabalhos orientados por Igliori, o de D'Avaglio (2002) mostrou a importância de situações contextualizadas ao abordar o conceito de derivada de uma função para que esse conceito tenha significado para o aluno. Amadei (2005) fez um estudo bibliográfico sobre a noção de infinito analisando textos sobre o assunto com o objetivo de elaborar um material sobre esse conceito considerando variados enfoques: o matemático, o epistemológico, o histórico e o educacional e concluiu que, ao abordar esse conceito com os alunos, deve-se ter clara a complexidade do mesmo e que a história e a epistemologia dos conceitos matemáticos não se constituem nos únicos elementos que permitem estudar o processo ensino-aprendizagem de um conceito, mas podem contribuir para o conhecimento de concepções que os estudantes possam trazer de forma prévia e, com as quais, é preciso se defrontar para suplantá-las.

A seguir, apresentamos a análise de trabalhos realizados em diferentes programas que tem como foco a contribuição para os aspectos didáticos do Cálculo Diferencial e Integral.

Barufi (1999) fez uma discussão das dificuldades existentes no ensino do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos iniciais. Analisou dois diferentes livros didáticos e concluiu que a dificuldade não se constitui na falta de bons livros-texto. Em suas considerações destacou a importância do professor ter na sala de aula o computador como um aliado, instrumento facilitador. A autora afirmou que o computador possibilita diferentes abordagens dos conteúdos e o estabelecimento de múltiplas relações e negociação de significados.

Na investigação feita por Reis (2001) sobre a relação tensional entre o rigor e a intuição que acontece e manifesta-se no ensino universitário de Cálculo e Análise, a conclusão admitida foi a de que a relação entre o rigor e a intuição é quase sempre desigual e dicotômica nas abordagens dos manuais didáticos e, que o conjunto de posições defendidas pelos professores sujeitos da pesquisa e que são autores de livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral e Análise, indicam a necessidade de um rompimento com o ensino formalista atual, tendo em vista, principalmente, a formação de um professor de Matemática com multiplicidade e flexibilidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares.

A partir dessas investigações, que abordam os aspectos didáticos da área de conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral, podemos afirmar a necessidade de o professor ter um conhecimento muito mais amplo da disciplina que irá ministrar, principalmente dos aspectos didáticos que fazem parte de sua prática letiva.

A Didática, segundo Ponte (1998), é hoje mais do que o domínio da prática profissional. Ela constitui um campo científico, onde se realiza trabalho de investigação e de produção de novo conhecimento. Para esse autor, o objetivo último da Didática é contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem e entre os métodos de investigação que a constitui aponta os que envolvem processos colaborativos nos quais se implicam docentes e investigadores.

O conhecimento didático (dos professores) se desenvolve de modo natural na formação inicial e na prática profissional, a Didática (como domínio cientifico) desenvolve-se por meio de pesquisas teóricas ou experimentais. Esses dois domínios estão muito próximos, pois o principal propósito da Didática é informar e estimular o conhecimento didático como ponto de referência fundamental para o seu desenvolvimento (Ponte, 1998).

Concordamos com D'Ambrosio que afirma:

> *Sabe-se que é comum um professor dar aulas, repetidas anos, na mesma série. Sobretudo nas universidades, é muito comum o professor que repetidamente, às vezes até por 20 anos, leciona Cálculo II. Dificilmente se poderia pensar em maior absurdo. No caso da Matemática, a atitude falsa e até certo ponto romântica de que a Matemática é sempre a mesma e a crendice de que o que era há dois mil anos ainda é hoje produzem verdadeiros fósseis vivos entre nossos colegas* (1996, p. 105).

SÍNTESE

Acordamos com Thompson (1992) que afirma que as concepções dos professores de Matemática desempenham um papel significativo no modo como estes ensinam esta disciplina e, que essas têm uma natureza essencialmente cognitiva e formam-se num processo simultaneamente individual e social (Ponte, 1992). Todas as espécies de conhecimento do professor estão integradas e filtradas pelos valores e crenças pessoais, constituindo, assim, um saber que orienta a sua prática profissional e que é de natureza essencialmente prático, sendo na sua maioria mais implícito do que explícito (Elbaz, 1983).

Deste modo, entendemos por conhecimento profissional do professor as concepções e conhecimentos que os apóiam na realização de sua atividade profissional, e que está diretamente relacionado com sua ação, mesmo que o professor não saiba justificar teoricamente o porquê dessa ação.

Apesar de considerarmos relevantes as vertentes referenciadas por Shulman (1986): conhecimentos didático, pedagógico e curricular, estamos de acordo com Azcárate (1998), quando diz que o conhecimento didático do conteúdo tem um caráter epistemológico fundamentado na prática e que se diferencia tanto na estrutura como na construção de um conhecimento formal como, por exemplo, o matemático.

Nessa caracterização, o professor passa a ter um papel decisivo na construção de seu próprio conhecimento, além de ser mediador das idéias que podem ter diferentes fontes:

- a de áreas disciplinares: a Matemática, a Educação Matemática, a Psicologia, a Sociologia, a Lingüística, a Pedagogia;
- a biografia pessoal: trajetória acadêmica e profissional;
- as representações sociais: a visão da sociedade e da educação de uma forma geral.

Em relação aos saberes docentes, assumimos neste estudo os seguintes pressupostos teóricos:

- é construído ao longo da trajetória acadêmica e profissional do professor;
- é dinâmico, visto que os sujeitos se apropriam do saber cotidiano para viver adequadamente em uma determinada época;
- pode ser explícito ou implícito, visto que muito de seu conhecimento é baseado na prática letiva.

Finalmente concordamos com Connelly e Clandinin (1988) que afirmam que o conhecimento profissional dos professores é tanto pessoal – no sentido em que reflete uma história individual – quanto social – já que reflete o meio, os contextos nos quais vivem.

Em relação aos estudos analisados por nós que abordam os aspectos didáticos de Cálculo Diferencial e Integral, podemos afirmar que a tecnologia é considerada na maioria desses estudos como um instrumento importante a ser inserido no processo ensino-aprendizagem, para melhor compreensão dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral (Dall'Anese, 2000; Silva, 2000; Barufi 1999). A História da Matemática também é uma fonte enriquecedora para as discussões e apresentação dos conceitos dessa disciplina, como nos mostram os estudos realizados por D'Avaglio (2002) e Amadei (2005).

Destacamos que os livros-texto não têm só uma grande importância nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, mas também nas pesquisas, visto os estudos de Oliveira (2004), Silva (2004), Barufi (1999), Reis (2001).

Capítulo 3

METODOLOGIA DA PESQUISA

Em tudo que fazemos, temos em vista alguma outra coisa.

Aristóteles

Tendo como tema de pesquisa a formação de professores e, em especial, o formador de professores de Matemática, e como objetivo central compreender as possibilidades de constituir um grupo de trabalho do tipo *colaborativo*, a partir de um grupo de trabalho coletivo, composto por formadores de professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, iniciamos a pesquisa buscando na literatura teorias que pudessem contribuir para compreendermos a problemática. Após a escolha do quadro teórico passamos a estruturar o quadro metodológico da pesquisa.

A seguir, apresentaremos um panorama da pesquisa na área de formação de professores, focando as diferentes metodologias de pesquisas; a metodologia da pesquisa usada nessa investigação e; os primeiros movimentos no campo de nossa investigação.

3.1 PANORAMA DA PESQUISA NA ÁREA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: A(S) METODOLOGIA(S)

É fato que a pesquisa sobre a formação de professores não é recente. Em 1954, nos Estados Unidos, o Congresso aprovou legislação que, pela primeira vez, permitia a atribuição de bolsa a instituições com programas de investigação educacional. Considerando os subsídios federais como parâmetro, podemos afirmar que a investigação educacional passou, então, a ser reconhecida (Bogdan e Biklen, 1994).

No início as investigações buscaram explicitar, por meio de dados quantitativos, relações entre o conhecimento do professor e o rendimento dos alunos. Os principais métodos de coleta de dados utilizados eram questionários e testes de medidas. Marcelo (1993) caracteriza essa fase como o paradigma do “prognóstico-produto”.

As pesquisas apresentaram resultados conflitantes do tipo: professores com uma melhor formação (que era quantificada pelo número de disciplinas da área científica que tinha cursado e seus resultados) promovendo alunos com piores resultados de aprendizagem (Ball, 1991), tal fato fez com que os investigadores se sentissem incomodados e mudassem o foco da pesquisa, passando a considerar como objeto de estudo a ação dos professores em sala de aula. Apesar de o professor continuar sendo visto como um mero aplicador de currículo prescrito pelos pesquisadores, o fato dos investigadores entrarem na sala de aula, possibilitou que observações das aulas fossem consideradas nas pesquisas.

Assim, se, inicialmente, a pergunta que faziam era: O que é um ensino eficaz? Pouco a pouco, deram lugar a outras questões como: O que os professores conhecem? Que conhecimento é essencial para o ensino? E quem produz conhecimento sobre o ensino? (Fenstermacher, 1994).

Com a evolução dos problemas, foi necessária uma maior preocupação em ampliar os modelos de análise (Garcia, 1999). As investigações sobre o ensino passam a considerar os aspectos do raciocínio e ação (Ball, 1991). A pesquisa qualitativa passa a ter um “status” cada vez mais elevado, e na década de 70 já está estabelecida na educação (Bogdan e Biklen, 1994).

Inicialmente as pesquisas qualitativas buscaram compreender a relação entre as concepções do professor e sua prática. Para Thompson (1992), as concepções dos professores de Matemática pareciam desempenhar um papel significativo no modo como ensinam essa disciplina. Esta autora sistematizou os estudos em três grupos: concepções dos professores acerca da Matemática, concepções dos professores sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, e mudança das concepções. No Brasil, na década de 80, começaram a aparecer os primeiros trabalhos com o objetivo de relacionar a prática e a concepção dos professores. Na área da Educação Matemática tivemos como exemplos: Moura (1984), Silva (1987), Carvalho (1989).

No entanto, alguns pesquisadores começaram a discutir que “na relação dialética entre concepções e práticas, tem mais peso o pólo das práticas do que das concepções” (Ponte, 1993). Sendo assim, para investigar o que o professor sabe foi necessário recorrer à sua prática letiva.

Foi nesse movimento que começaram a surgir pesquisas focando o desenvolvimento profissional dos professores e, entre essas pesquisas, temos as que hoje observam seu desenvolvimento individualmente e outras que observam o desenvolvimento em grupo, por exemplo, *colaborativo.*

Os tipos de metodologia de pesquisa usados por esses diferentes estudos, estão diretamente relacionados com aos objetivos dessas pesquisas e o quadro teórico que usaram para análise. Lopes (2003) fez uma pesquisa qualitativa relacionando o conhecimento profissional do professor com o grupo colaborativo, focando educadoras matemáticas na Educação Infantil, usando a triangulação para coleta de dados (entrevistas, registros em fitas cassetes e vídeos dos encontros e relatórios escritos) com o objetivo de responder questões relacionadas aos conhecimentos didáticos do professor da Educação Infantil acerca da Probabilidade e da Estatística; como esses professores refletem, epistemologicamente, sobre as idéias estocásticas fundamentais e como o estudo, a vivência e a reflexão coletiva acerca do considerado estocástico e sua didática influenciam o conhecimento profissional e a prática do professor da Educação Infantil. Iniciou, portanto, com a entrevista para conhecer as professoras e “percebê-las” profissionalmente, em seguida constituiu o grupo, organizou uma pauta com processos de intervenção e desenvolveu atividades, com o grupo, durante um ano. Nas considerações finais, destacou que foi essencial a adesão de todos os participantes. O caráter colaborativo tornou fundamental a presença da pesquisadora junto às educadoras na instituição; sendo que considerou os aspectos individuais e coletivos.

Souza Jr. (2000) realizou um estudo com o objetivo de a partir de uma análise histórica de um grupo de uma determinada universidade pública, compreender a sua dinâmica, do envolvimento de seus membros e dos processos de produção de saberes sobre ensinar e aprender Cálculo. O pesquisador usou o termo “trabalho coletivo” e, seu estudo foi feito partindo-se de um grupo já constituído. Tal como Lopes (2003), observou os elementos individualmente e grupalmente na análise. A metodologia da pesquisa utilizada foi a qualitativa e a coleta de dados deu-se por meio de entrevistas, análise documental e observação. Concluiu que a construção negociada de saberes, principalmente nas disciplinas mais tradicionais como o Cálculo, é muito importante; que os objetivos do grupo foram se redesenhando no decorrer do trabalho coletivo, e que os objetivos individuais influenciaram nos objetivos coletivos e vice-versa. O grupo era formado por alunos bolsistas da pós-graduação e docentes da universidade. Segundo o pesquisador, o fato do grupo ser heterogêneo possibilitou um maior espaço de aprendizagem para os alunos e professores; o grupo produziu saberes e melhores condições profissionais num processo de reflexão coletiva e sistemática sobre o ensinar e aprender Cálculo na universidade, afirmando que um dos grandes desafios da instituição nos dias de hoje é encontrar caminhos para valorizar e viabilizar o trabalho coletivo.

O estudo de Santos (2000), realizado em Portugal, investigou em que se diferenciam os problemas emergentes, nos contextos de prática em colaboração e de prática individual e quais as relações existentes, em termos de problemas emergentes, entre esses contextos, a partir de problemas profissionais enfrentados por professores de Matemática num processo de mudança curricular. A metodologia da pesquisa foi a do tipo qualitativa interpretativa, e para coletar os dados usou os instrumentos: observação, entrevista e análise de documentos. A investigadora focou suas observações em três professoras que lecionavam nas séries que correspondem ao ensino médio do sistema educacional brasileiro. A autora concluiu, a partir do estudo, que há semelhanças e diferenças entre os contextos individual e coletivo na prática letiva e que ela é fortemente marcada pela resolução de problemas e que esses problemas podem surgir das reformas curriculares, como das particularidades do grupo ou das características pessoais de cada professor. A autora afirmou, em suas conclusões, que o trabalho desenvolvido nos contextos coletivo e individual complementam-se, ambos os contextos, e reforçam-se mutuamente; o trabalho coletivo não se submete ao trabalho individual, mas este o simplifica e permite torná-lo mais centrado nos seus problemas específicos; o trabalho coletivo também não se submete ao individual, mas é influenciado por ele; e a interação entre as decisões tomadas nos diferentes contextos não é feita de forma unidirecional, mas sim em ciclos, podendo apresentar diferentes percursos. A autora mostrou que há necessidade de ampliar a discussão, pois estudou o contexto da educação básica e os problemas que identificou são inerentes a esse contexto, portanto questionou o que poderia acontecer em outros níveis de ensino.

Em síntese, podemos destacar que os três estudos centraram suas observações tanto nos aspectos individual e coletivo do trabalho grupal preocupando-se, dois deles, com o processo e a produção de saberes, e o outro com o enfrentamento de problemas, a partir da prática letiva. O tipo de metodologia utilizada nos estudos foi a qualitativa e os instrumentos de coleta de dados foram os mesmos: observação, entrevistas e análise documental. Todos destacaram a contribuição do trabalho em grupo para o desenvolvimento profissional do professor e a necessidade de mais estudos para maior compreensão da temática.

Passamos a seguir, à descrição da metodologia de pesquisa e dos procedimentos metodológicos deste estudo.

3.2 DEFININDO A METODOLOGIA DE PESQUISA PARA O ESTUDO

A escolha da metodologia de pesquisa está associada a três condições: (1) o tipo de problema colocado pela investigação; (2) o controle que o investigador tem da situação; (3) onde se situa o foco da investigação: num contexto histórico ou num comportamento (Yin, 1989). Consideramos que o quadro teórico é relevante nesta escolha.

Em relação aos tipos de metodologia de pesquisa, Bogdan e Biklen (1994) afirmam que a metodologia de pesquisa do tipo qualitativa apresenta as seguintes características: (1) a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (2) a investigação é descritiva; (3) o interesse do investigador é mais no processo do que no produto; (4) as análises dos dados tendem a acontecer de uma forma indutiva; e (5) o significado é de uma importância vital nesta abordagem. Esses mesmos autores destacam que não é necessário que todas as características estejam presentes no estudo qualitativo.

Entre as pesquisas qualitativas, temos o estudo de caso que para ser reconhecido como tal é preciso que:

> *Seja um sistema bem delimitado, isto é, uma unidade com limites bem definidos, tal como uma pessoa, um programa, uma instituição ou um grupo social. O caso pode ser escolhido porque é uma instância de uma classe ou porque é por si mesmo interessante. De qualquer maneira o estudo de caso enfatiza o conhecimento do particular. O interesse do pesquisador ao selecionar uma determinada unidade é compreendê-la como uma unidade. Isso não impede, no entanto, que ele esteja atento ao seu contexto e às suas inter-relações como um todo orgânico, e à sua dinâmica como um processo, uma unidade em ação* (André, 1995, p. 31).

Um estudo de caso possibilita descrever analítica e intensamente um objeto, situação ou fenômeno, e procura extrair o que há de essencial nele (Yin, 1989). Porém, não é possível conhecer tudo sobre o fenômeno (Stake, 1994). Conforme o objetivo, podemos optar por diferentes tipos de estudo de caso: (1) *Estudo de caso intrínseco*: quando há um interesse intrínseco em algo particular; (2) *Estudo de caso instrumental*: quando o caso é usado para compreender um outro fenômeno, e, nesta situação, o caso passa a ter um papel secundário. (3) *Estudo de caso agregado*: quando há vários casos, semelhantes ou distintos, mas, que possibilitam compreender melhor sobre um determinado fenômeno (Stake, 1994).

Devido à natureza da questão desta pesquisa e o fato de pretendermos uma descrição intensiva de fenômenos educativos e sua interpretação, obtendo um produto descritivo e analítico, decidimos realizar uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso como é proposto por Bogdan e Biklen (1994), André (1995), e Yin, (1989); acrescentamos, apoiados em Stake (1994), que é um *estudo de caso instrumental*: a partir de um caso particular, que no estudo que realizamos foi a constituição de um grupo em uma determinada instituição, com o objetivo de compreendermos melhor sobre a teoria de *grupo colaborativo.* Com o foco no contexto *coletivo,* muito embora, em alguns momentos, tenha sido necessário focar o indivíduo para elucidarmos questões do grupo.

O pesquisador, em função de manter relações profissionais com os participantes da pesquisa, tomou algumas medidas, no sentido de esclarecer suas intenções em relação aos dados coletados no grupo colaborativo: primeiramente, informamos a cada participante, desde o primeiro contato, do interesse de estudar o grupo para a nossa pesquisa de doutoramento. Todos os dados que foram coletados e observados para serem utilizados na pesquisa tiveram previamente o consentimento dos participantes, inclusive, as gravações em vídeo (encontros) e áudio (entrevistas). Informamos da intenção de publicar os dados coletados na pesquisa, porém com a ressalva que iríamos garantir o anonimato, utilizando apelidos para os professores participantes (P1, P2, P3, P4, P5, P6 e P7) e não declarando a instituição em que o estudo foi realizado.

Completamos que cabe ao investigador tomar juízos de valores sobre o objeto de estudo, buscando restringir-se ao máximo à sua posição de pesquisador ao analisar os dados, visto que os sujeitos analisados são professores e o investigador também é docente, tendo ele próprio suas concepções sobre o processo educativo (Bogdan e Biklen, 1994).

3.2.1 Instrumentos de coleta de dados usados no estudo

Na *Investigação Qualitativa*, uma das estratégias mais representativas é a "observação participante", na modalidade em que o investigador introduz-se ou já faz parte do mundo das pessoas que pretende estudar, e tenta conhecê-las, permitindo que elas o conheçam, e elabora um registro escrito de tudo que observa (Bogdan e Biklen, 1994).

A observação é uma das técnicas mais antigas utilizada na coleta de dados. As pesquisas qualitativas assumem uma natureza naturalista, segundo André (1995), quando acontecem no ambiente natural onde se desenrolam os fenômenos em estudo com os participantes, sendo que esses têm conhecimento do objetivo da pesquisa.

Pesquisar é observar de forma sistemática e controlada a realidade, procurando desvendar todos os seus aspectos sem, contudo, partir de idéias preconcebidas. Por não ser possível descrever a totalidade das ações, o que define a observação sistemática é a finalidade, porém o principal critério da observação deve ser a relevância do fato (DENCKER e VIÁ, 2001).

As observações que realizamos foram registradas de duas formas: a primeira gerou anotações durante os encontros do grupo, dos fatos que considerávamos mais relevantes para o nosso objetivo de pesquisa; a segunda, com o recurso de filmagem. O vídeo é uma boa contribuição para a observação, pois ele captura comportamentos valiosos e interações complexas, e permite ao pesquisador reexaminar continuamente os dados (Clement, 2000), supera a limitação humana de observação por ser capaz de capturar mais informações.

Roschelle (2000) ressalta a importância de selecionar um equipamento apropriado e planejar e documentar as estratégias sistemáticas da gravação com os propósitos claramente definidos da pesquisa, e é importante que os participantes da pesquisa sejam bem informados sobre a utilização das imagens e dos sons capturados pelo vídeo, sendo necessário obter níveis progressivos de consentimento.

No estudo que realizamos, utilizamos um equipamento de porte pequeno e foi o investigador que, na maioria dos encontros, gravou as sessões, utilizando um suporte para a filmadora de forma que essa ficasse fixa para chamar a menor atenção possível. Questionamos os participantes em relação ao incômodo e todos responderam que até esqueciam que estavam sendo filmados. Porém, durante os encontros, em poucos momentos, alguns dos participantes quando faziam um comentário que não dizia a respeito ao assunto, solicitavam de uma forma suave que o pesquisador apagasse aquele determinado trecho da gravação. Algumas vezes, os participantes que queriam confirmar a fala anterior de outro participante, diziam: “pode olhar a fita, está gravado”.

O segundo instrumento utilizado para a coleta de dados foi a entrevista, que pôde completar os dados colhidos pela observação, na medida em que permitiu obter elementos pessoais mais detalhados de cada sujeito de estudo, com as suas concepções, as suas idéias, as suas perspectivas e as interpretações das suas vivências profissionais (Patton, 1987).

A entrevista, outro instrumento de coleta de dados, foi usada pelo investigador que tinha como objetivo compreender detalhadamente o que pensavam os atores da educação (professores, estudantes, diretores), e como desenvolviam seus quadros de referências. A busca dessa compreensão implicou que o investigador passasse um tempo considerável com os sujeitos no seu ambiente natural, propondo questões abertas do tipo “descreva um dia típico” ou “de que é que mais gosta no seu trabalho?” e registrando as respectivas respostas (Bogdan e Biklen 1994).

Segundo Patton (1987) há alguns cuidados que o investigador deve tomar ao usar a estratégia de entrevista, tais como: deixar o entrevistado falar, não o interromper e falar menos do que o entrevistado.

No caso deste estudo, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas (Bogdan e Biklen, 1994). Essas entrevistas foram realizadas em diferentes momentos e com diferentes objetivos: para obter informações sobre a trajetória acadêmica e profissional dos participantes, suas concepções sobre o processo ensino-aprendizagem, suas escolhas metodológicas, e para esclarecimento de observações realizadas durante o encontro. Somente no início da investigação (março e abril de 2004), fizemos a entrevista de maneira formal. As outras foram feitas de maneira informal com os participantes no grupo ou em encontros na instituição.

Durante a pesquisa, também coletamos dados, considerando documentos (regimento da instituição, projeto pedagógico do curso, planos de ensino e currículo dos professores) que, segundo Alves-Mazzotti (1998), são os registros por escrito que podem ser considerados como fonte de informação.

Dessa forma estruturamos a coleta de dados do estudo realizado que configurou-se pela triangulação, que, de acordo com André (1995), significa combinar diferentes fontes de dados, métodos de coleta e perspectivas de investigação; e é percebida como uma estratégia para enriquecer a validade da pesquisa, proporcionar ao pesquisador a possibilidade de construir explicações dos fenômenos sociais a partir dos quais as evidências emergem.

3.2.2 Definições para a análise de dados

Iniciar a análise de dados é começar o processo de busca e organização sistemática dos dados coletados por meio das entrevistas semi-estruturadas, observações e análise de documentos (Bogdan e Biklen, 1994). O objetivo desta etapa da pesquisa é compreender o material que temos coletado, frente ao quadro teórico para melhor compreensão do problema de pesquisa e responder as questões de investigação.

Essa análise pode acontecer em diferentes momentos do estudo, isto é, concomitantemente com a coleta de dados, ou após a mesma (Bogdan e Biklen, 1994). No estudo que realizamos, os dados foram na sua maioria coletados antes da análise.

Partindo do objetivo de estudo e do quadro teórico de referência, iniciamos a análise dos dados, em abril de 2004, e completamo-la após a coleta dos dados, em agosto de 2006. Elegemos como unidade de análise o grupo de trabalho; e os campos de análise foram emergindo inicialmente, a partir do quadro teórico e se delineando após a coleta dos dados. Os campos de análise, assim como as categorias que definimos foram:

- Natureza dos Assuntos: neste campo de análise foram observados os assuntos a que o grupo se dedicou em cada encontro com maior interesse de debate. O critério de escolha foi o do assunto discutido por mais tempo e que gerou mais envolvimento dos participantes. Para análise desse campo foram definidas as seguintes categorias:
    - Conhecimento Matemático (CM): quando os assuntos abordados pelo grupo são conceitos, propriedades ou procedimentos matemáticos focando a aprendizagem do grupo, isto é, a autoformação dos docentes.
    - Conhecimento do Ensino (CE): esta categoria engloba os dois domínios do conhecimento profissional proposto por Ponte (1998), o conhecimento dos conteúdos no ensino e o conhecimento do currículo.
    - Conhecimento do Aluno (CA): os processos de aprendizagem dos alunos, seus interesses, necessidades e dificuldades. (Ponte, 1998).

- Estratégias: nesse campo de análise foram observadas as escolhas metodológicas do grupo para discutirem ou estudarem sobre os assuntos abordados. Para analisar esse campo foram definidas as seguintes categorias:
    - Leitura Compartilhada (LC): momentos em que o grupo fez leitura em conjunto sobre um determinado assunto.
    - Debate entre os Participantes (DP): momentos em que o grupo discutiu sobre determinados assuntos, sendo que cada integrante manifestava seu ponto de vista, apoiado em seus conhecimentos pessoais.
    - Apresentação Preparada (AP): quando um integrante do grupo se preparou e apresentou de forma organizada um determinado assunto.

- Relação: nesse campo de análise observamos a relação pessoal entre os integrantes do grupo. As seguintes categorias foram definidas:

    - Competição: o integrante do grupo questiona o conhecimento do outro formador, mostrando que é mais bem qualificado num determinado assunto.
    - Negociação: pontos de vistas diferentes, que geraram trocas de experiências.
    - Confiança: o participante assume sua dúvida e solicita ao grupo alguma sugestão.

- Índice de Participação: esse campo está relacionado à quantidade de vezes em que o participante interveio no debate.
    - Presença Participativa (PP): índice individual igual ou superior à média grupal de participação no debate.
    - Presença Neutra (PN): índice individual inferior à média do grupo.

- Resolução de Problemas: esse campo de análise está relacionado aos problemas enfrentados pelo grupo, no sentido de falta de conhecimento sobre um determinado assunto de cunho matemático do ensino, ou sobre o aluno, e a atitude em conjunto que o grupo tomou. Neste campo de análise definimos como categorias:
    - Discordância sem Consenso (DC): quando os integrantes do grupo manifestaram posicionamentos diferentes referentes a um problema, e não conseguiram chegar a uma mesma conclusão.
    - Ajuda Externa (AE): quando o grupo manteve uma dúvida e considerou a possibilidade de solicitar ajuda de outra pessoa que não fazia parte do grupo.
    - Cooperação Mútua (CM): quando, apesar do problema não estar resolvido por completo, o avanço conseguido foi considerado satisfatório pelo grupo.

- Liderança: Esse campo de análise está relacionado com a forma de como o grupo conduziu suas tarefas. Definimos as seguintes categorias:

- o Compartilhada: quando uma determinada idéia, inicialmente proposta por um dos integrantes, foi completada com propostas dos outros integrantes até chegar a um encaminhamento final.
- o Individual: aquele que o grupo considera, num determinado momento, o que tem um conjunto de conhecimentos maior, que lhe possibilita resolver o problema.

A seguir, apresentamos um quadro-síntese dos campos conceituais e suas respectivas categorias:

Unidade de Análise: Grupo de trabalho

Campos de Análise	**Categorias de Análise**
Natureza dos Assuntos	• Conhecimento Matemático (CM) • Conhecimento do Ensino (CE) • Conhecimento do Aluno (CA)
Estratégias	• Leitura Compartilhada (LC) • Debates Participantes (DP) • Apresentação Preparada (AP)
Relação	• Competição (CP) • Negociação (N) • Confiança (CO)
Índice de Participação	• Presença Participativa (PP) • Presença Neutra (PN)
Resolução de Problemas	• Discordância sem Consenso (DC) • Ajuda Externa (AE) • Cooperação Mútua (CM)
Liderança	• Compartilhada (C) • Individual (I)

Em todas as épocas ou culturas, o *leitmotiv* da educação foi à busca da dupla construção e de uma simbiose, de uma articulação e fecundação entre os projetos individuais e coletivos. Um grupo humano é composto de subjetividades que, por sua vez, se constituíram a partir da cultura de outros grupos (Vygotsky, 1979). Assim, quando um grupo se estrutura, e cada participante mostra sua individualidade, está também mostrando o conjunto de vivências e significados que adquiriu ao longo do processo de formação de seu “eu” (subjetividade), ou seja, deixa entrever suas concepções de mundo.

Sendo assim, é de extrema relevância para este trabalho que apresentemos uma análise das concepções individuais dos formadores de professores de Matemática que fizeram parte do grupo.

Para entendermos quais são suas trajetórias profissional e acadêmica, assim como suas concepções, propusemos as seguintes questões auxiliares de pesquisa:

(1) Quem são os formadores de professores que fizeram parte desse grupo, em relação as suas formações acadêmicas e experiência profissional?

(2) Quais são as concepções destes professores em relação a área de conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática, focando os aspectos curriculares e pedagógicos?

Apresentamos as respostas para essas questões no capítulo IV.

3.3 PRIMEIROS MOVIMENTOS DA PESQUISA DE CAMPO

Com o objetivo de compreendermos a trajetória de um grupo, partindo do pressuposto de que a estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento enraizado na indissociabilidade da história individual e social (Vygotsky, 1979), consideramos relevante detalhar a instituição em que o estudo foi realizado, assim como apresentar os professores que fizeram parte do grupo, alguns de seus saberes docentes e concepções sobre o processo de ensino-aprendizagem.

3.3.1 Cenário da pesquisa

- **A INSTITUIÇÃO**

O estudo que realizamos foi efetivado em uma instituição particular de Ensino Superior, do Estado de São Paulo do tipo “Faculdades Isoladas” (LDB/96). Esta instituição oferece nove cursos de graduação, sendo que cinco, exclusivamente na área de licenciatura, inclusive o de Licenciatura em Matemática. Oferece também, em nível de pós-graduação, especialização em Educação Matemática, desde 2004.

No início do trabalho, acontecido no primeiro semestre do ano de dois mil e quatro, fizemos um levantamento no Instituto Nacional de Estatística e Pesquisa[4] (INEP) e verificamos que o Estado de São Paulo tinha, na época, cento e oitenta e um cursos de licenciatura em Matemática, e desses, cento e sessenta eram oferecidos por instituições particulares, sendo que cento e vinte e oito por Faculdades Isoladas. Sendo assim, não corremos riscos em afirmar que a maioria dos professores da educação básica de Matemática é formada pelas Faculdades Isoladas.

A Instituição em que o estudo foi realizado oferece serviços educacionais há mais de trinta anos e o curso de Licenciatura em Matemática foi autorizado e reconhecido no ano de 1970. Desde então, forma em média cem professores de Matemática para a educação básica por ano; apesar de tratar-se de um curso semestral o ingresso dos alunos acontece somente no início do ano letivo.

É relevante entendermos a *cultura escolar* da instituição, tanto no aspecto informal e efêmero, como o visível e oficial, pois conhecer a natureza da comunidade profissional que lá existe, torna-se o fator mais crítico para entender o caráter do processo ensino-aprendizagem para os professores e alunos (McLaughlin, 1993).

Conforme previsto no regimento da instituição, cada curso tem o seu colegiado, formado pelo coordenador do curso e parte dos docentes desse. Entre as atividades previstas para esse colegiado está a elaboração do Projeto Político

[4] A consulta foi feita por Internet, na página www.inep.gov.br em março/2004.

Pedagógico (PPP) do curso. Porém, na prática, os docentes são contratados por hora-aula e a responsabilidade da elaboração do projeto pedagógico é do coordenador. Nas reuniões, do início e final de semestre, o projeto pedagógico é discutido em linhas gerais e depois, particularmente, com cada docente no aspecto dos conteúdos a serem cumpridos por este.

Essas reuniões coletivas, que ocorrem duas vezes por semestre, por aproximadamente duas horas, têm como pauta as questões burocráticas e discussões mais amplas sobre o curso, dificilmente é discutida a prática letiva do professor, só acontecendo quando algum docente ilustra um caso que ocorreu em determinada aula.

Podemos afirmar que, apesar da falta do trabalho coletivo entre os docentes do curso, há uma sintonia curricular no que se refere aos conteúdos a serem abordados em cada semestre e possibilidades metodológicas para abordá-los, viabilizada pela coordenação e sugestões dos docentes em conversas informais no decorrer do semestre.

Podemos caracterizar a *cultura escolar* predominante na instituição, em relação ao desenvolvimento profissional do professor de *cultura da separação – individualismo* e, em algumas situações a *cultura de conexão* com a *colegialidade artificial* (Hargreaves, 1992).

- **O CURSO**

O curso de Licenciatura em Matemática teve sua autorização publicada em 1971 e é autorizado a oferecer cem vagas no período noturno anualmente. Sua finalidade é formar professores de Matemática da educação básica e sua estrutura curricular foi modificada de acordo com as recomendações das Diretrizes para Formação de Professores da Educação Básica, em Cursos de Graduação (2001). A duração total do curso é de três anos, sendo divido em seis semestres. A carga horária total do curso é de três mil horas[5], dividas, ao longo dos semestres, da seguinte forma: quatrocentas horas de estágio (IV, V e VI semestres), quatrocentas horas de prática (I ao VI semestre), desenvolvidas e

[5] Ver Anexo I – Matriz Curricular do Curso

articuladas às disciplinas que compõem a matriz curricular do curso e em espaço reservado da matriz curricular, duzentas horas de atividades acadêmico-científico-culturais e duas mil horas de conteúdo específico (Matemática, Didática, Física).

As disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral[6] (I, II, III e IV) são distribuídas ao longo dos quatro primeiros semestres, com a carga horária de oitenta horas em cada semestre, totalizando trezentas e vinte horas. Nos dois últimos semestres, é oferecida a disciplina de Fundamentos da Análise (I e II) com mais oitenta horas para cada. Portanto, os cursos de Cálculo Diferencial e Integral e Análise Real compõem aproximadamente vinte e cinco por cento (25%) da parte específica do curso e dezesseis por cento (16%) do curso total. Os tópicos gerais dos conteúdos a serem trabalhados em Cálculo Diferencial e Integral estão prescritos no projeto pedagógico.

A indicação é que a abordagem seja feita por meio de situação problema, considerando os aspectos didáticos relacionados à área de conhecimento. Indica-se que seja feita a articulação com os fatos históricos e problemas que propiciaram o desenvolvimento dos conceitos a serem trabalhados, e que a avaliação seja contínua, porém o regimento prevê a aplicação de duas avaliações por semestre, individuais e por escrito.

Vale ressaltar que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, e Análise Real, na instituição, são as que apresentam a maior taxa de reprovação, em média no Cálculo Diferencial Integral I (30%), Cálculo Diferencial Integral II (20%), Cálculo Diferencial e Integral III e IV e Fundamentos da Análise I e II (10%). Mesmo assim, segundo depoimentos dos docentes, em média 30% dos alunos são aprovados sem terem atingido uma aprendizagem considerada aceitável.

- **CORPO DISCENTE**

Os alunos deste curso são selecionados por meio de vestibular, porém quase que sua totalidade é aprovada. A média de ingressantes no primeiro semestre é de cento e sessenta alunos, no segundo semestre em média diminui para cento e vinte alunos e, durante os semestres seguintes, mantém-se a média

[6] Ver Anexo II – Plano de Ensino – Cálculo Diferencial Integral I, II, III e IV (proposto antes dos encontros).

de cem alunos. No início do ano de 2005, foi feito um relatório para traçar o perfil desses alunos, ao todo considerados 365, matriculados no I, III e V períodos. Constatou-se que 85% dos discentes cursaram a educação básica em escolas públicas da região e desses, 90% fizeram o curso noturno e 40% fizeram suplência ou no ensino fundamental ou médio, ou ambos.

Outro dado relevante é que 65% dos alunos concluíram o ensino médio há mais de três anos e, somente agora, estão retornando aos estudos. A faixa etária dos alunos está dividida da seguinte forma: 25% entre 17 e 20 anos; 40% entre 20 anos e 30 anos; 35% entre 30 e 40 anos e 10% acima de 50 anos. Também foi apresentado neste relatório que 85% dos alunos trabalham em regime de período integral e que 12% deles estavam desempregados, mas procurando emprego, e 3% não trabalha formalmente.

- **OS DOCENTES DO CURSO**

Em 2004, no início de nossa pesquisa, o curso era composto por quinze docentes, sendo que, em relação ao tempo de trabalho no curso dois dos docentes já estava há mais de vinte anos lecionando neste curso, um trabalhava há doze anos, cinco trabalhavam há mais de cinco anos e menos de dez anos, e os outros há menos de cinco anos. Considerando a titulação, o curso tinha dois doutores, três doutorandos, seis mestres e quatro especialistas. Todos os docentes estavam contratados como horistas.

Destacamos que, no final de 2004, foi feito um levantamento sobre a participação dos docentes em eventos acadêmicos e seis dos docentes tinham participado de um ou mais eventos. No ano de 2005, apenas três participaram de algum evento, sendo eles os mesmos três que haviam participado no ano anterior.

Ao analisarmos as publicações desses docentes, cinco deles tinham publicações nos últimos três anos na área da educação e os outros dez docentes não publicavam há mais de cinco anos ou não haviam ainda publicado nenhum trabalho.

Em relação a cursos, três estavam fazendo o doutorado, três tinham terminado o mestrado no ano anterior, um tinha feito um curso de preparação para o mestrado no ano anterior e os outros oito já não estudavam há mais de cinco anos.

Capítulo 4

TRAJETÓRIA DO GRUPO DE TRABALHO

Quando todos pensam o mesmo, ninguém está pensando.
Walter Lippmann

Neste capítulo descreveremos como foi constituído o grupo de trabalho, quem são os formadores que fazem parte deste grupo, suas concepções e conhecimentos sobre a área de Cálculo Diferencial e Integral relacionados com o curso de Licenciatura em Matemática, considerando duas das vertentes propostas por Shulman (1986), a do conhecimento curricular e a pedagógica.

CONSTITUINDO O GRUPO

Ao organizarmos um grupo de professores de Cálculo Diferencial e Integral, partimos da hipótese da potencialidade do funcionamento desse grupo como alternativa para o desenvolvimento profissional dos docentes. Mas, ao mesmo tempo, tínhamos o propósito de coletar dados para nossa investigação, com elementos que identificassem a possibilidade de constituir um grupo colaborativo e suas contribuições para o desenvolvimento profissional dos seus integrantes, além de desejarmos encontrar "lições" nessa experiência para a formação de formadores, em particular daqueles que ensinam Cálculo Diferencial e Integral em Cursos de Licenciatura em Matemática.

O grupo analisado nesta pesquisa foi constituído a partir do convite feito pelo investigador, que também é coordenador e docente do curso de Licenciatura em Matemática da instituição descrita anteriormente. O convite foi feito no primeiro semestre de 2004 aos professores que ministravam aulas junto à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na instituição, ou em disciplinas diretamente relacionadas, como Análise Real e Fundamentos da Matemática.

Ao todo, foram convidados sete professores dos quinze que lecionavam no curso e, para nossa grata surpresa, todos aceitaram o convite. Percebemos que todos os professores, de certa forma, almejavam esses momentos de discussão sobre problemas de ensino-aprendizagem. Destacamos que, por motivos profissionais, o P7 só participou dos encontros no primeiro semestre de 2004.

Na proposta feita aos professores, foi especificado que o objetivo dos encontros era discutir sobre a área de conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática da instituição, considerando seus aspectos de conhecimentos específicos e didáticos, para conseguirmos subsídios para a reformulação do projeto pedagógico, além de coletarmos dados para a pesquisa de doutorado deste investigador.

Como já anunciamos, o grupo foi composto pelos sete formadores, mais o investigador e os encontros aconteceram, em média, uma vez por mês aos sábados, no período de agosto de 2004 a junho de 2005. Destacamos que, apesar de observarmos os momentos de encontro do grupo, foram vários os momentos em que os elementos do grupo continuavam discutindo os assuntos quando se encontravam na sala dos professores e nos intervalos das aulas.

É interessante assinalar, desde já, que a nossa expectativa era de iniciar o trabalho coletivo com esse grupo para compreender a sua trajetória em sentido a um grupo colaborativo, que, segundo Boavida e Ponte (2002), o termo *colaboração* pode ser usado nos casos:

> *Em que os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e atingirem objetivos que a todos beneficiem. Deste modo, embora na colaboração os papéis dos parceiros possam ser diferenciados e possam existir, à partida, diferenças de estatuto, num grupo fortemente*

> *hierarquizado, em que de um lado temos o chefe que dá ordens e do outro os subordinados que as executam, configura-se uma situação de atividade conjunta de natureza não colaborativa* (p. 3, 2002).

Logo na primeira reunião, em 28/08/04, esclareceremos que nossa função entre eles seria de mais um colega de trabalho preocupado com os problemas do ensino-aprendizagem de Cálculo, tendo o grupo autonomia para encaminhar as discussões.

A seguir, iremos apresentar os integrantes do grupo. Já anunciamos, no capítulo anterior, a importância de conhecer o individual para compreender o coletivo. A trajetória de um grupo é o resultado da negociação das diferentes trajetórias dos indivíduos que constituem esse grupo (Souza, Jr., 2000).

O INVESTIGADOR

Como já foi explicitado anteriormente, o grupo pesquisado foi formado por docentes da instituição onde o investigador é coordenador do curso de Licenciatura em Matemática. Todos os docentes do grupo pesquisado já se conheciam há mais de um semestre. A relação entre coordenador e docentes no grupo é caracterizada como de colegas de trabalho, não tendo momentos de comando e sim, de negociações.

A função do coordenador no grupo passou a ser de docente e, ao mesmo tempo, observador participante (Ludke e André, 1986), interagindo com os docentes no grupo quando necessário.

Nossa relação com as questões que envolvem a formação de professores tem se consolidado em nossa trajetória profissional, especialmente a partir do ingresso no mestrado no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, em que tivemos a oportunidade de discutir diferentes textos, participar de encontros científicos e assistir à apresentações de diferentes trabalhos de pesquisa, abordando o tema formação de professores, desenvolvidos no programa.

Paralelamente, nesse período, tivemos a oportunidade de participar, como docente e também como coordenador, de projetos de formação inicial e continuada de professores. Esses estudos e experiências preliminares nos estimularam a escolher a formação de professores como campo de investigação de nossa tese de doutoramento.

Após concluir a educação básica, em 1985, optamos por cursar Engenharia Civil, embora sem certeza de que essa era nossa vocação profissional. Iniciamos o curso em 1986 e, no segundo ano de Engenharia Civil, começamos a ministrar aulas de Matemática na educação básica, em uma escola particular da periferia de São Paulo. O que nos possibilitou ter a autorização para ministrar aulas de Matemática, na educação básica, foi o fato de termos cursado, 160 horas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, no curso de engenharia. Nessa experiência, encontramos nossa verdadeira vocação profissional, o magistério, que foi percebida pelo prazer com o qual atuávamos em sala de aula.

Solicitamos a transferência para o curso de Licenciatura em Matemática e, apesar de termos o direito da dispensa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral por já ter sido cursada na engenharia, o coordenador do curso nos recomendou que refizéssemos a disciplina, visto que a abordagem e objetivos seriam outros, pois os cursos têm diferentes concepções.

Apesar de sentirmos algumas diferenças ao cursar essa disciplina na licenciatura, pudemos perceber, a partir de nossa experiência como discente, que a principal delas estava no fato de, por já termos estudado a maioria dos conceitos, então era possível aprofundar alguns estudos, mas pouca diferença houve no conteúdo e a abordagem pouco diferenciou do que já tínhamos tido.

Em 1998, buscando resolver algumas inquietações sobre o processo ensino-aprendizagem e aprofundar os conhecimentos na área em que atuávamos, fizemos o curso de especialização em Matemática que foi, mais uma vez, um curso que abordava um conjunto de conhecimento que julgávamos relevantes, porém não era a principal necessidade que nos tinha conduzido ao curso.

Em 2000, ingressamos no mestrado do Programa de Estudos de Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP buscando ampliar a nossa formação profissional e a inserção no campo da pesquisa.

Durante o mestrado, de 2000 a 2002, continuamos atuando na educação básica e desenvolvemos uma pesquisa sobre o tema relacionado à nossa experiência profissional no ensino médio e algumas das reflexões sobre diferentes teorias discutidas nas disciplinas ministradas no mestrado.

Ainda durante o mestrado, começamos a ministrar aulas de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Licenciatura em Matemática. Nesse período, percebemos que a maioria das discussões que tínhamos desenvolvido no mestrado ou que havíamos lido nas pesquisas e congressos não era colocada em prática, pois, apesar de ter a concepção de que a finalidade do ensino deveria ser a aprendizagem do aluno, que os conceitos abordados deveriam ter significado para eles e que deveríamos evitar a mera transmissão de conhecimento, entre outros, acabávamos por ficar presos ao “cumprimento da programação” e ao uso de um esquema tradicional, isto é: apresentar a definição, dar alguns exemplos e oferecer listas de exercícios para que os alunos resolvessem. Em resumo, repetíamos as aulas que tivemos na graduação, tanto no curso de Engenharia como no de Licenciatura em Matemática.

Uma hipótese que tínhamos para esse nosso comportamento era o fato de não ter, na prática, a oportunidade de discutir com outros colegas docentes sobre o processo ensino-aprendizagem. Quando participávamos de reuniões, tanto na educação básica que já contávamos com quinze anos de experiência e a passagem por diferentes escolas públicas e particulares, como no ensino superior, em três instituições diferentes, sendo uma delas pública, as pautas das reuniões sempre eram fechadas em assuntos burocráticos.

Nesse mesmo período, atuando como formador em projetos de formação de professores de Matemática da educação básica – Construindo Sempre Matemática 2001, Teia do Saber 2003, 2004 e 2005 – percebíamos que os professores da educação básica que já haviam estudado a disciplina de Cálculo

Diferencial e Integral continuavam apresentando dificuldades na definição de função ou mesmo na construção de gráficos das funções elementares.

Nossas percepções coadunam-se, hoje, ao que Ribeiro (2005) afirma a partir da investigação realizada com professores de Matemática de um curso de especialização em Educação Matemática. O autor destacou as dificuldades dos professores em definir o conceito de função, observando que a maioria dos sujeitos de sua pesquisa apresentava a definição como se repetisse parte do que haviam lido em livros didáticos, mas quando questionados sobre o conceito mostravam que tinham pouca clareza sobre sua compreensão. Também verificou que a maioria deles apresentava as definições da função afim e linear, por exemplo, mas não sabiam as diferenças e semelhanças entre elas.

Outro fato que consideramos relevante é o discurso da maioria dos professores nos cursos que ministramos na formação continuada de professores da educação básica. A maioria desses docentes argumenta que perdeu muito tempo estudando Cálculo Diferencial e Integral, na graduação, e que de pouco serviu esse estudo para sua atuação como professor da educação básica. Reclamam que nem se recordam mais do que é limite, derivada ou integral.

Esses fatos fizeram com que, ao atuarmos como docente em um curso de Licenciatura em Matemática ministrando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, tivéssemos uma postura mais crítica nas nossas escolhas e em alguns questionamentos como: Qual o conteúdo deve ser abordado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para os futuros professores de Matemática da educação básica?; Como esse conteúdo deve ser abordado para que possa contribuir com a formação do professor da educação básica?

Concordamos com Alarcão (2001), que afirma que “todo professor verdadeiramente merecedor deste nome é, no seu fundo, um investigador e a sua investigação tem íntima relação com a sua função de professor” (p. 24). Sendo assim, declaramos que apesar de nosso objetivo como investigador no grupo ser o de encontrar respostas para a pesquisa, também, assumimos que nos consideramos elemento integrante do grupo pela nossa trajetória acadêmica e profissional e por nossas inquietações.

CONHECENDO OS PROFESSORES DO GRUPO

No mês de abril do ano de 2004, iniciamos a coleta de dados do estudo com os professores que constituíam o grupo. O primeiro procedimento foi a entrevista semi-estruturada que foi feita individualmente. A conversa foi gravada para que, depois, fizemos sua transcrição[7]. Organizamos, no texto a seguir, os dados em forma de questionário, porém, na prática, as entrevistas não seguiram essa ordem. Fizemos um roteiro com as questões, mas elas foram mudando de ordem de acordo com as respostas dos professores.

- **Formação Acadêmica e Experiência Profissional[8]**

O professor P1 cursou licenciatura em Matemática em uma universidade particular. Concluiu o mestrado em Educação Matemática no ano de 2001 pesquisando na área de didática da álgebra. Iniciou o doutoramento em Educação Matemática, no ano de 2004. Lecionou na educação básica durante oito anos e começou a lecionar no ensino superior no ano de 2001.

O professor P2 cursou bacharelado em Matemática em uma universidade federal. Concluiu o mestrado em Matemática Aplicada e está cursando o doutorado desde 2004 em uma universidade estadual, na área de Matemática. Em relação à sua experiência profissional, lecionou durante três anos na educação básica e começou a ministrar aulas no ensino superior em 2000.

O professor P3 fez licenciatura em Matemática em uma universidade particular. Concluiu o mestrado em 2003 na área da Educação Matemática. Lecionou durante um ano na educação básica e começou a ministrar aulas no ensino superior no ano de 2000.

O professor P4 é bacharel e licenciado em Matemática por uma universidade pública. Fez o mestrado em Ensino da Matemática. Lecionou durante quinze anos na educação básica e há vinte anos leciona no ensino superior.

---

[7] Ver Anexo III – Entrevista semi-estruturada com os formadores de professores de Matemática. p. 140-154
[8] Ver Anexo IV – Quadro (1) – Resumo dos Formadores – Formação Acadêmica e Experiência Profissional. p. 155

O professor P5 é bacharel e licenciado em Matemática por uma instituição particular. Concluiu o mestrado em 2005 e começou a lecionar no ano de 2000, na educação básica e em 2004, no ensino superior.

O professor P6 cursou bacharelado em Física em uma universidade pública. O seu mestrado e doutorado também foram na área da Física, na mesma instituição. Lecionou na educação básica durante dezessete anos e, atualmente, leciona somente no ensino superior, há dezoito anos.

O professor P7 cursou licenciatura e bacharelado em uma instituição pública do estado de São Paulo. Iniciou o mestrado em 1991, cursou todas as disciplinas, mas não concluiu. Trabalhou durante um ano na educação básica, no início da carreira e, desde 1988, ministra aulas no ensino superior.

A partir da apresentação individual dos professores, podemos caracterizar o grupo. É formado por duas professoras e cinco professores, sendo que dois desses professores fizeram licenciatura em Matemática, um fez bacharelado em Matemática, três fizeram licenciatura e bacharelado em Matemática, um fez bacharelado em Física.

Três professores fizeram mestrado em Educação Matemática, um em Matemática Aplicada, um em Ensino da Matemática e um em Física. Apenas um dos professores do grupo não concluiu o mestrado. Um professor do grupo está cursando o doutoramento em Educação Matemática, um outro em Matemática e apenas um já é doutor em Física.

A experiência profissional dos professores é diferenciada em relação ao tempo de docência, quatro deles atuam ou atuaram de um a três anos na educação básica, um atuou oito anos e dois atuam há mais de dez anos. No ensino superior três atuam há mais de dez anos, dois, de três a cinco anos e um atua há menos de três anos.

- **Concepções sobre o Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática[9].**

Ao elaborarmos o roteiro da entrevista que fizemos com os docentes do curso organizamos as questões apoiados nas vertentes do conhecimento referenciadas por Shulman (1986). A seguir, apresentaremos nossa análise.

1- Conhecimento Pedagógico

1.1 - História da Matemática como Possibilidade Metodológica

A História da Matemática aparece como um elemento que pode subsidiar a compreensão de certos tópicos matemáticos por parte dos estudantes. Neste sentido, Zúñiga (1987) enfatiza que a História da Matemática tem um papel importante como possibilidade de esclarecimento do sentido das teorias e dos conceitos matemáticos que deverão ser estudados. Para esse autor, para atender tal objetivo não seria suficiente apenas apresentar breves informações introdutórias dos conceitos, mas efetivamente utilizar a ordem histórica da construção matemática devidamente adaptada ao estado atual do conhecimento.

Como os sujeitos de nossa investigação abordam a História da Matemática em suas aulas?

A partir da resposta de P1 podemos dizer que, apesar de abordar o fato histórico, não o faz como metodologia de ensino e, sim, apenas para situar o conceito cronologicamente.

> Em relação a fatos históricos geralmente solicito que os alunos façam uma pesquisa sobre o tema, por exemplo, sobre Leibniz e Newton ao estudar as derivadas, mas por falta de tempo nem sempre discuto em sala de aula (P1- Entrevista: abril/2004).

A resposta de P2 nos mostra também não há a abordagem do conteúdo por meio de problemas relacionados à História da Matemática.

---

[9] Ver Anexo V e VI – Quadro (2) – Resumo dos Formadores- p. 156 – Escolhas Metodológicas e Quadro (3) – Resumo dos Formadores – Concepções em relação ao currículo – p. 157.

> Em relação a fatos históricos, geralmente conto algumas historinhas, por exemplo, como Newton e Leibniz desenvolveram as Derivadas (P2 – Entrevista: maio/2004).

A resposta de P6 mostra a História da Matemática é usada na perspectiva que Zúñiga (1987) afirma não ser suficiente para atingir os objetivos a apresentação de breves informações introdutórias dos conceitos.

Os professores P3, P4, P5 e P7 afirmaram que não abordam fatos históricos por falta de tempo para cumprir o conteúdo, ou falta de conhecimento sobre o assunto.

Podemos afirmar que nenhum dos professores analisados aborda a História da Matemática como metodologia de ensino, isto é, utilizando efetivamente a ordem histórica da construção matemática devidamente adaptada ao estado atual do conhecimento.

1.2 - Abordagem de conceitos matemáticos por meio de situações-problema

Em nossa dissertação de mestrado fizemos uma discussão sobre as diferentes possibilidades de propor problemas em sala de aula, apoiados em Boavida (1992), que mostrou diferentes momentos de propor um problema: como justificação – os problemas são incluídos no currículo para justificar o ensino da matemática; como motivação – o objetivo é interessar os alunos pelo ensino de determinados conteúdos matemáticos; como recreação – procura-se, antes de qualquer coisa, que os alunos se divirtam com a matemática que já aprenderam; como veículo – os problemas constituem um veículo por meio do qual pode ser apreendido um novo conceito ou competência; como prática – fundamentalmente os problemas constituem a prática necessária para reforçar conceitos e competências ensinadas diretamente.

O estudo por diletantismo é um atrativo para algumas pessoas, mas não para todas. De fato, a maioria das pessoas sente-se mais motivada ao estudo, quando é capaz de perceber que o conhecimento adquirido será útil para sua vida. Portanto, acreditamos que partir de um problema para chegar a um conceito matemático seja muito mais significativo para o aluno.

Como os professores analisados utilizam os problemas no processo ensino-aprendizagem?

Os professores P1, P2, P3, P4, P5, P7 afirmaram que apresentam problemas para os seus alunos, mas quando solicitamos que descrevessem em qual momento da aula e quais os tipos de problemas, percebemos que todos apresentavam o que Boavida (1992) classifica como "prática", isto é, para os alunos aplicarem os conhecimentos já estudados.

O professor P6 afirmou utilizar a metodologia de resolução de problemas na maioria de suas aulas, quando solicitamos que o mesmo descrevesse uma dessas aulas, percebemos que P6 utiliza a idéia de motivação e não de veículo, isto é, no início da aula apresenta um problema relacionado ao tema que será abordado, mas em seguida, define o objeto matemático, propõe exemplos e exercícios.

1.3 - Utilização de Tecnologia nas Aulas (computador e/ou calculadora)

O professor P1 afirmou utilizar o laboratório de informática em aproximadamente 30% de suas aulas. Questionamos para que ele o utilizava, e o professor respondeu que era para o aluno perceber as diferentes conversões entre os registros de representação de funções. Para isso, utiliza o "software winplot". Também afirmou que é uma ferramenta útil e contribui para a aprendizagem do aluno.

P6 afirmou usar o laboratório em 10% de suas aulas. Quando questionamos com qual objetivo, o professor respondeu para que o aluno conheça o "software winplot", porém ele mesmo afirma que a grande maioria dos alunos acaba usando-o apenas nas duas ou três aulas acompanhadas por ele e, depois, não usa mais.

O Professor P2 afirmou "é muita burocracia imposta pela instituição que desanima, então não preparo aula para o laboratório. Apesar de achar importante." P2 foi o único dos professores do grupo que comentou não incentivar o uso da calculadora, "mas deixo os alunos usarem em sala de aula, pois geralmente o aluno da licenciatura tem calculadora simples que não dá dicas de como construir gráficos".

Podemos perceber que apesar das pesquisas de Dall'Anese (2000), Melo (2002), Souza Jr. (2000) considerarem a grande contribuição que a tecnologia traz para o processo ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, com exceção dos professores P1 e P6, os demais não usam a informática e P2 tem restrições em relação ao uso de calculadora.

Destacamos que o laboratório de informática é usado sistematicamente pelo curso de Licenciatura em Matemática, em todos semestres, pela disciplina de Geometria.

2 - Conhecimento Curricular

2.1 - Contribuições mais Relevantes da Disciplina para o Curso

Segundo Azcárate e outros (1996), os conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral podem contribuir para que o aluno tenha ferramentas para resolver problemas de diferentes áreas de conhecimento, inclusive da área de Física. Ao mesmo tempo, as Diretrizes Nacionais para Formação de Professores recomendam que os formadores dos professores preparem os futuros docentes da educação básica para mostrarem as aplicações da Matemática em diferentes áreas de conhecimento.

Consideramos o Cálculo a área de conhecimento que tem conceitos que podem ser usados como ferramenta para resolver problemas internos da Matemática, como por exemplo, encontrar a equação da reta tangente a uma curva num dado ponto. Também resolver problemas de outras áreas de conhecimento como na Física, por exemplo, em se tratando de questões que envolvam o cálculo de velocidade média e instantânea; na Pesquisa Operacional, problemas de otimização.

Ao analisarmos as respostas dos professores em relação aos objetivos de ensinar Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática, percebemos em seus discursos que os professores P2, P3, P6 e P7 não têm como objetivo ensinar os conceitos do Cálculo, mas o de ensinar as ferramentas matemáticas que os alunos utilizam e que depois serão seus objetos de ensino. Podemos ter como hipótese que por esse motivo o curso de Cálculo Diferencial e Integral recebe críticas de alunos recém-licenciados, que não percebem a aplicação dessa disciplina.

> Possibilita ao aluno usar ferramentas que depois irá ensinar (P2 - Entrevista: maio 2004).
>
> Desenvolver a base que será necessária para entender o Cálculo, e depois ele irá usar essa base (P3 – Entrevista: maio 2004).
>
> O Cálculo tem ferramentas para que os futuros professores possam saber tudo sobre funções, além de ampliar o raciocínio, ganhar mais confiança para trabalhar com os alunos e prever situações (P6 - Entrevista: maio 2004).
>
> Para resolver os problemas de Cálculo os alunos precisam de ferramentas que usarão como professores (P7- Entrevista: maio/2004).

2.2 - Seqüência de conteúdos

Há uma discussão bastante ampla na forma de como são organizados, pela comunidade científica, os conteúdos de Matemática para a educação básica. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997) trazem em um de seus capítulos que os professores, ao organizarem seus currículos, devem analisar alguns pontos, dentre os quais destacamos:

> *As possibilidades de seqüênciar os conteúdos são múltiplas e decorrem mais de conexões que se estabelecem e dos conhecimentos já construídos pelos alunos do que da idéia de pré-requisito ou de uma sucessão de tópicos estabelecida a priori* (1997, p. 53).

Pires (2000) também faz uma discussão sobre esse tema e afirma:

> *Embora admitindo-se que existam etapas necessárias a serem cumpridas antes de se iniciar outras e que há que se escolher, enfim, um certo percurso, não se justifica o condicionamento tão forte que em geral é observado nos programas* (2000, p. 67).

A autora, também ressalta que na prática podem ser observadas duas características marcantes no plano de ensino: a exigência de definir uma progressão no tempo, considerando o curso, série e bimestre, para o desenvolvimento dos conteúdos que devem ser ensinados e a necessidade de verificar se os conhecimentos adquiridos pelo aluno lhe dão condições de prosseguir, ou seja, se ele tem “pré-requisitos necessários”.

Em relação à seqüência de conteúdos todos os professores afirmaram seguir a proposta nos livros didáticos, isto é, limite, derivada, aplicação das derivadas, integral e aplicações das integrais. Porém destacaram que alguns teoremas ou definições, quando acreditam ser muito complicadas para o aluno entender, eles “pulam”. Destacamos uma das respostas:

> Nunca pensei em outra seqüência para ensinar os conteúdos [referindo a seqüência limite, derivada, aplicação das derivadas, integral e aplicações das integrais] (P1 – Entrevista: abril/2004).

- **Objetivo de participar do grupo**

Pudemos perceber, conforme relatado por eles, que todos tinham em comum o interesse em discutir o processo ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, visto que ministravam essa disciplina em cursos de licenciatura em Matemática e estavam preocupados com os resultados que seus alunos estavam obtendo.

Segundo Boavida e Ponte (2002) uma pessoa pode decidir envolver-se num projeto colaborativo por diferentes razões. Podemos ver, descrito a seguir, que todos os participantes tinham seus motivos pessoais, mas, ao mesmo tempo, tinham em comum a vontade de discutir processos de ensino-aprendizagem de Cálculo, pois estavam envolvidos profissionalmente com a disciplina.

A esse respeito, destacamos algumas respostas dos Professores:

> Gosto de discutir sobre o ensino-aprendizagem, em especial da Álgebra, porém estou lecionando Cálculo. Acho que vou poder contribuir com o grupo, principalmente discutindo algumas das teorias que estudei no mestrado em educação matemática, aprender algumas coisas e, quem sabe, propor um curso com mais significado para os futuros professores (P1).
>
> Na realidade, gostaria de entender melhor o que se discute em educação matemática. Tenho muito pouco conhecimento dessa área, acho importante que um professor que atua na licenciatura faça esse tipo de discussão. Em relação à disciplina de Cálculo, não vejo muitas alternativas de fazer algo diferente do tradicional, se eu vir algo nesse sentido, vou sair lucrando (P2).
>
> Gosto da disciplina de Cálculo. Fiz meu mestrado nessa área e quero continuar a discutir o assunto. Os alunos apresentam muitas dificuldades, então acho que devemos mudar algo, mas não sei ao certo o quê. Quem sabe descubra (P3).
>
> Estou interessada em fazer o meu doutorado na área da educação, vejo que poderei discutir algumas coisas a respeito disso no grupo. Também quero ver diferentes possibilidades de trabalhar com a disciplina de Cálculo no curso de licenciatura (P4).
>
> Acho que temos que renovar o curso de Cálculo para a formação de professores. O curso que tive contribuiu muito pouco para minha atuação na educação básica, gostaria de propor algo diferente para os nossos alunos (P5).
>
> Apesar de ser formado em Física, gosto muito de trabalhar com Cálculo. Já faz muitos anos que leciono essa disciplina e, acho que será importante discutir sobre diferentes possibilidades de abordar o conteúdo em sala de aula, na licenciatura (P6).
>
> Estou com algumas dificuldades de relacionamento com os alunos. Eles reclamam que o curso que dou é muito difícil e se eu fosse aprovar apenas os que têm condições, não aprovaria quase nenhum aluno. Espero encontrar, no grupo, alternativas para lidar com essa situação (P7).

Outra característica relevante indicada por Boavida e Ponte (2002) é que toda colaboração é um processo que nasce da necessidade de mudança.

> *É fundamental que os participantes manifestem abertura no modo como se relacionam uns com os outros, dispondo-se a um contínuo dar e receber, assumindo uma responsabilização conjunta pela orientação do trabalho e sendo capazes de construir soluções para os problemas no respeito pelas diferenças e particularidades individuais* (2001, p. 5).

Síntese do Capítulo

Iniciamos esse capítulo destacando como foi feita a constituição do grupo, por consideramos relevante essa informação para podermos caracterizar o tipo de cultura profissional observada. A participação espontânea de todos os formadores que fizeram parte do estudo é um dado relevante para essa análise.

Em seguida, apresentamos a trajetória profissional e acadêmica do investigador, visto que por mais que o pesquisador tente se afastar do seu posicionamento pessoal há sempre a interpretação deste na análise.

A partir do que afirmamos no capítulo anterior sobre a importância de considerarmos o individual, mesmo que tenhamos como foco de análise o grupo, buscamos apresentar respostas às questões auxiliares deste estudo.

Essas questões auxiliares foram propostas com o objetivo de melhor compreendermos a trajetória do grupo.

A seguir, apresentamos as questões e as respostas que foram elaboradas ao longo deste capítulo.

(1) Quem são os formadores de professores que fizeram parte desse grupo, em relação as suas formações acadêmicas e experiência profissional?

Conforme entrevista com os formadores, podemos afirmar que é um grupo que tem em comum a área de conhecimento da Matemática, porém em abordagens diferentes. Enquanto P1, P3, P4 e P5 estão mais envolvidos com os estudos com os aspectos do ensino-aprendizagem da Matemática. P2 tem experiência acadêmica mais ligada ao desenvolvimento de pesquisa na área de Matemática. Já P6 estudou a Matemática como uma ferramenta de aplicação em outra área de conhecimento, a Física. P7 iniciou os seus estudos pós-graduados sobre o ensino da Matemática, mas não concluiu.

A experiência profissional do grupo é bastante heterogênea, visto que temos formadores em início de carreira, P5 (primeiro ano lecionando no ensino superior), e outros com mais de dez anos P4, P6 e P7. Apesar, de todos já terem lecionado na educação básica, a diferença de tempo é significativa.

(2) Quais são as concepções destes professores em relação a área de conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral nos curso de Licenciatura em Matemática, focando os aspectos curriculares e pedagógicos?

A partir do que descrevemos acima, podemos afirmar que há alguns posicionamentos comuns aos formadores em relação aos aspectos curriculares e pedagógicos.

Nenhum dos formadores utiliza a História da Matemática como possibilidade de abordagem dos conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral. O principal motivo que nos parece justificar o fato é a falta de conhecimentos suficientes sobre a História da Matemática, visto que, em entrevista, todos afirmaram que não estudaram ou, mesmo quando estudaram, foi de forma insignificante. A utilização de situação-problema também não é uma prática nas aulas desses formadores, conforme percebemos ao longo do capítulo.

Outro aspecto que consideramos relevante e comum ao grupo é a utilização da informática, pois, com exceção dos professores P1 e P6 que afirmaram levar seus alunos ao laboratório de informática, os outros formadores não utilizam esse recurso em suas aulas.

Em relação à discussão curricular, nos chamou a atenção que todos os professores apresentaram como justificativa para ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Licenciatura em Matemática a possibilidade de usar os conceitos da educação básica como ferramenta e não pela própria importância e diferentes possibilidades dos conceitos que essa área de conhecimento possa trazer.

Ainda em relação ao currículo, podemos afirmar que todos os formadores pautaram-se pela seqüência do livro-texto, isto é, limite, derivada, aplicação das derivadas, integral e assim por diante, sem ao menos considerarem a possibilidade de abordagem dos conceitos em forma de rede de conhecimento (Pires, 2000), por exemplo. Não corremos risco em afirmar que o objetivo, segundo eles, é o de cumprir o programa, isto é o foco está no ensino e não na aprendizagem.

Considerando os objetivos que motivaram os formadores a participar do grupo, ressaltamos que todos demonstraram bastante pré-disposição em aprender mais e a desenvolverem-se profissionalmente. Também esteve bem presente em seus discursos a preocupação em oferecer um curso de melhor qualidade aos alunos.

Sabemos que esta primeira parte do estudo que realizamos somente nos ajudou a encontrar algumas respostas, ainda que parcialmente, às questões que irão nos ajudar a compreender a trajetória do grupo.

Temos como pressuposto que a concepção é parte integrante do conhecimento profissional, mas nem sempre há coerência entre a concepção e a prática. Ao ampliarmos o foco para o saber docente, é necessário compreendermos o que é esse saber docente, como é constituído e como pode ser percebido na ação (Ponte e outros, 1998). No entanto, também concordamos com Thompson (1992) que mostra que as concepções dos professores transformam-se continuamente e influenciam, de modo significativo, sua prática em sala de aula.

Uma outra questão é o fato de que, ao oferecermos destaque para as discussões no grupo sobre uma determinada área de conhecimento, Cálculo Diferencial e Integral, não estamos deixando de considerar as conseqüências de uma cultura *balcanizada*. Temos claro que o grupo de trabalho não pode ser fechado em si mesmo, porém para atender a necessidade da implementação curricular no curso de Licenciatura em Matemática elegemos essa área como ponto de partida.

Capítulo 5

ENCONTROS DO GRUPO DE TRABALHO

Finalmente, julgo eu, seria capaz de olhar para o sol e de o contemplar, não já a sua imagem na água ou em qualquer sítio, mas a ele mesmo, no seu lugar.

Platão

Neste capítulo apresentamos a análise dos encontros do grupo de formadores de professores de Matemática, que aconteceram aos sábados, das 13h30min às 16h, no período de 28/08/04 até 06/06/05.

Ao todo foram realizados nove encontros, sendo que as datas destes foram negociadas pelos integrantes do grupo e, apesar de ter sido proposto um calendário inicial, devido a compromissos acadêmicos e profissionais, foi alterado em comum acordo entre os integrantes. A análise que fizemos teve como base as transcrições desses encontros, assim como as notas das observações feitas pelo pesquisador.

CAMPOS DE ANÁLISE

Em cada encontro foram abordados diferentes assuntos e, desta forma, pudemos iniciar a organização dos dados a partir de uma tabela[10] (1) que apresenta a data do encontro e os assuntos discutidos pelos formadores. Foram listados, ao todo, vinte e nove diferentes assuntos.

[10] Anexo VII - Tabela (1) – Relação dos assuntos abordados nos encontros.

1- Natureza do Conhecimento

Durante os encontros, abordamos conhecimentos de diferentes naturezas, independentemente dos assuntos discutidos: conhecimento do ensino (CE), conhecimento matemático (CM), conhecimento do aluno (CA). Organizamos a tabela (2) destacando os assuntos principais em cada encontro, elegemos como assunto principal aquele em que os formadores ficaram mais tempo discutindo e mostraram um maior interesse na discussão durante o encontro.

Tabela (2) - Assunto Principal

Data	Assunto Principal
28/08/04	Concepções dos formadores sobre a disciplina de CDI* no curso de LM **
11/09/04	Comportamento do aluno na disciplina de CDI
02/10/04	Conteúdos de CDI na LM
30/10/04	Metodologias de ensino de CDI
20/11/04	O ensino de limite no curso de LM
04/12/04	Pesquisa em Educação Matemática – O estudo das derivadas
19/03/05	Infinito e Infinitésimo
07/05/05	Função Continua
06/06/05	Limite – Descrição de aulas

*****CDI – Cálculo Diferencial e Integral
**LM – Licenciatura em Matemática

Para contribuirmos com a análise dos dados, também organizamos as tabelas 3, 4 e 5, por data do encontro e os assuntos abordados, separando-os por natureza do conhecimento.

1.1 Conhecimento do Ensino (CE)

A partir das discussões realizadas pelo grupo sobre o assunto principal, pudemos constatar a ocorrência de temas relacionados ao conhecimento de ensino que o grupo abordou, e que enunciamos na tabela (3).

Tabela (3) – Conhecimento do Ensino

Data	Assuntos abordados	NC
28/08/04	Finalidade do ensino de CDI no curso de LM	CE
	Seqüências dos conteúdos de CDI	CE
	Formalismo dos conteúdos	CE
11/09/04	Livros-texto de CDI	CE
	O rigor da linguagem Matemática no curso de CDI	CE
	Descrição da aula de CDI	CE
	Formação do professor de CDI	CE
02/10/04	Objetivo do ensino de limite no curso de LM	CE
	Descrição da Prática: aula de limite no laboratório de informática	CE
30/10/04	Diferentes metodologias de abordagem dos conteúdos de CDI: aspectos históricos, situação-problema e modelagem.	CE
	Termos usados em Educação Matemática: obstáculos didático e epistemológico, engenharia didática, registro de representação e contrato didático.	CE
	Diferentes metodologias de pesquisas	CE
20/11/04	Abordagem do conceito de limite: intuitivo ou formal	CE
	Análise de livros-texto de CDI sobre a apresentação de limite	CE
04/12/04	Apresentação da pesquisa de mestrado do P3 – Derivadas	CE
06/06/05	Análise de atividades sobre limite – Descrição de aulas	CE

Os assuntos abordados foram propostos pelo grupo, com exceção do primeiro encontro em que o investigador fez a proposta de retomar os assuntos discutidos na entrevista individual para que cada integrante do grupo conhecesse as concepções do colega.

Neste primeiro encontro, todos os comentários dos formadores foram semelhantes aos feitos anteriormente na entrevista individual que havia acontecido aproximadamente dois meses antes, com exceção da resposta de P4, na qual afirmou que a disciplina não era muito importante para a formação do professor durante a entrevista, e, já no grupo, concluiu que a disciplina de Cálculo possibilitava a abordagem de diferentes conceitos da educação básica que serão ensinados pelos alunos, futuros professores.

Destacamos que o grupo manteve um padrão semelhante de respostas em relação à importância do ensino de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática. Tendo assinalado, também, como sendo uma área relevante por estar relacionada a conhecimentos que utilizam como ferramenta diferentes conceitos que serão objetos de ensino dos professores da educação básica, além de possibilitar um aprofundamento no estudo de função.

Outro tema discutido nesses encontros, a respeito do conhecimento do ensino, foi referente à possibilidade de articular o conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral com outras áreas de conhecimento, e problematizar os seus conceitos a partir do contexto histórico.

A seguir, apresentamos um recorte do encontro realizado em 30/10/2004, em que o grupo discute sobre esse tema:

> **[Trecho 1]**[11]
>
> **P5**: Não é o professor que define o que vai ser ensinado, e sim a instituição pelo programa de ensino.
>
> **Investigador**: Será que é possível ao invés de se levar um recorte da ciência para sala de aula levar os alunos para dentro da ciência?
>
> **P2**: É difícil!
>
> **P7**: Como fazer isso?
>
> **P2**: Ninguém sabe como fazer! Só se sabe falar que deve ser feito, mas não dá um exemplo.
>
> **P1:** Os conteúdos do Cálculo podem ser temas transversais a outras ciências, como por exemplo, a Física. Além da importância de abordar os aspectos históricos do desenvolvimento do Cálculo.
>
> **P2**: Eu acho isso uma utopia! Não vejo ser possível ensinar ao aluno da forma como se desenvolveu o Cálculo, que vem sendo sistematizado a mais ou menos 300 ou 400 anos. Por exemplo, proponho a seguinte situação: tendo-se essa estrutura, calcule o quanto de peso ela suporta. Isso foi um processo evolutivo a duras penas, testando, fazendo uma forma de adequar essa situação a equações, depois tratá-la matematicamente. Essa história de primeiro colocar o aluno na ciência para depois ele desenvolver, isso não é hábil para qualquer curso de graduação.
>
> **P3**: Depende do que você pretende ensinar! Você quer ensinar o conteúdo, ou que ele consiga relacionar o conceito com a ciência e aplicá-lo.

[11] Trecho – Chamamos de trecho os recortes dos encontros que estamos apresentando para ilustrar a análise. No anexo VIII tem o complemento das discussões mais longas.

P2: Mas eu acho muito mais interessante você falar que já tem séculos e séculos isso daqui, e se usa assim. Agora se você quer fazer algo novo, parte para isso. Você perder tempo querendo que o aluno descubra o que já foi desenvolvido. É lamentável!

P3: Ele não quer que o aluno demore trezentos anos para desenvolver e, sim, que o aluno dentro da ciência perceba como foi desenvolvido determinado conceito.

P2: Tenho um exemplo prático, desenhe um triângulo retângulo e peça para que um dos nossos alunos demonstre o Teorema de Pitágoras. Foi à primeira prova dos Pitagóricos! Mesmo hoje, dois mil ou três mil anos depois disso, se você pedir para o aluno provar, ele não sabe provar, e há diversas estratégias diferentes de prova. Se você entregar esse problema para o mais eficiente dos nossos alunos, ele vai demorar no mínimo dois dias para prová-lo. Imagine se forem os problemas do Cálculo para o aluno deduzir, é perda de tempo.

P1: Você tentar reproduzir na sala de aula o ambiente em que os conceitos matemáticos foram desenvolvidos, não é necessariamente fazer com que ele chegue à conclusões e, sim, você discutir com os aluno o problema que foi gerador e que levou a construção daquele conhecimento.

P5: Eu entendo que a proposta é você pegar um recorte que tenha motivado o desenvolvimento do determinado conhecimento.

P2: Mas nem todo mundo tem esse “insight”. Eu não concordo com essa abordagem.

[Encontro do dia 30/10/04. No anexo VIII-A tem a continuação deste debate.]

O recorte que apresentamos retrata como foi a maioria dos encontros que abordou o tema metodologias do ensino. Os formadores discutiam o tema, apoiados em impressões pessoais, e não havia uma posição unânime. A possibilidade de problematizar alguns conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, relacionados ao seu desenvolvimento histórico, sempre gerou uma forte resistência dos professores P2 e P7. Apesar de os formadores P1, P3 e P5 se mostrarem favoráveis à situação, não apresentaram, em nenhum momento, um exemplo prático que pudesse ser objeto de estudo em sala de aula, ou seja, não transitavam com segurança sobre os conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral articulado com a história de seu desenvolvimento. Pudemos julgar que isso se deu ao fato de os docentes não terem tido uma formação sólida em História da Matemática em suas graduações, confirmando o que eles responderam na entrevista individual.

Considerando todos os assuntos que foram abordados nos encontros[12], pudemos constatar que os relacionados ao conhecimento do ensino[13] representaram (50%) dos assuntos abordados. Também percebemos que os assuntos se repetiram em diferentes encontros.

1.2 Conhecimento Matemático (CM)

Dos nove encontros realizados, em dois deles (22%), prevaleceram as discussões acerca do conhecimento específico da Matemática. Vale ressaltar que, nos outros encontros, mesmo sem que ele fosse o tema principal o grupo debatia sobre o conhecimento matemático. Organizamos na tabela (4) abaixo os conhecimentos matemáticos abordados nos encontros.

Tabela (4) – Conhecimento Matemático

Data	Assuntos abordados	NC
02/10/04	Dúvida do formador sobre limite: limite número e limite igual ao infinito.	CM
	Aspectos históricos sobre o conceito de limite	CM
	Discussão sobre divisibilidade	CM
20/11/04	Paradoxo de Zenão	CM
04/12/04	Infinito e Infinitésimo	CM
19/03/05	Infinito e Infinitésimo	CM
07/05/05	Função Contínua	CM
06/06/05	Função Continua	CM

A partir da tabela (1), notamos que, ao todo, foram oito a quantidade de assuntos abordados relacionados ao conhecimento matemático (28%), mas foi apenas no encontro do dia 02/10/04, terceiro encontro, que pela primeira vez, prevaleceram as discussões sobre o conhecimento matemático de Cálculo Diferencial e Integral, quando um dos integrantes manifestou uma dúvida a respeito da definição de limite. A seguir, destacamos a discussão:

[12] Ver Tabela (1) – Anexo VII
[13] Ver Tabela (3)

[Trecho 2]

P1: Eu gostaria de esclarecer melhor uma situação que acontece, comigo, em sala de aula, sobre a qual tenho algumas dúvidas. Quando definimos o limite, dizemos que é um número real, mas, em seguida, temos situações que o resultado é igual a mais ou menos infinito. Como lidar com essa situação?

P6: Não faz sentido você dizer que o limite é igual ao infinito!

Investigador: Mas você representa desta forma!

P6: Sim, represento, mas conceitualmente não existe limite igual a mais ou menos infinito.

P2: A Matemática tem símbolos e definições. Você definiu que o limite da função f(x) é igual a mais ou menos infinito, porque quando está se aproximando do valor x o valor da função está indo para o infinito.

P5: É complicado! Primeiro você diz que o limite é mais infinito, e em seguida, diz que não existe o limite quando for infinito! [continua a discussão]

[Encontro do dia 02/10/04. No anexo VIII-B tem a continuação do debate].

Neste mesmo encontro surgiu uma outra discussão sobre o conhecimento matemático que foi bastante debatida e que foi iniciada por P2:

[Trecho 3]

P2: Perguntei para os alunos: entre os números 4, 5 e 6 quais são divisíveis por 2. Todos os alunos respondem 4 e 6. Na realidade os três são divisíveis por 2, mas eles só consideram os que dão resultados inteiros.

P7: Mas para ser divisível o resultado tem que ser inteiro e resto zero.

P2: Em que conjunto?

P7: É que eles aprendem divisibilidade com os naturais e esse é o conceito que fica.

P2: Pode fazer isso com qualquer um de vocês, todos vão responder isso, que só os números 4 e 6.

P1: Mas você usa o termo divisível quando está querendo procurar um número inteiro c, que multiplicado por b dá o a, não é?

P7: Não necessariamente precisa ser um número inteiro!

P2: É essa questão que propus para ser discutida!
[Encontro de 02/10/04. No anexo VIII-C tem a continuação deste debate].

No encontro do dia 04/12/04, retomou-se sobre o assunto limite ser igual a um número ou infinito, discussão iniciada em 02/10/04. Desta vez, os participantes acrescentaram outros termos e isso fez com que se iniciasse um debate, em que os formadores apresentaram dúvidas matemáticas em relação aos termos infinitésimo, infinito, infinito potencial e atual. Algumas dessas dúvidas foram superadas internamente nas discussões do grupo, outras permaneceram. A seguir ilustramos com trechos do encontro:

[Trecho: 4]

P3: Será que o fato do limite ser igual ao infinito não está associado à discussão de infinito e infinitésimo?

Investigador: Alguém sabe qual a diferença entre esses termos?

P4: Eu não sei!

P7: Eu também não!

P2: Também, não sei!

P3: Tenho uma noção!

P1: Qual?

P3: O infinito pega mais o potencial e o atual, por exemplo, x tendendo ao infinito, é potencial, é um número muito alto. O infinitésimo é um número mais próximo de um. Qual é o real mais próximo de um? O infinitésimo.

P6: Eu ia falar isso, mas em tom de brincadeira. Pensando melhor, acho que tem sentido. O infinitésimo é o inverso do infinito. O infinitésimo é uma coisa muito pequena.

P3: Um número muito próximo é o infinitésimo!

Investigador: Acho que isso está meio confuso!

P3: Poderia estar até limitado, o infinitésimo é aquele número mais próximo de um.

P6: Eu estou entendo que o infinitésimo é algo muito pequeno que tende a zero, é isso?

P4: Precisaríamos ler a definição!

P2: Muita gente não abandona a idéia do infinitésimo, por considerar mais próxima do intuitivo. Por exemplo, o físico gosta de ver a derivada como quociente de dy e dx, como incremento. Você está dividindo como se fossem dois números, na divisão desses dois números você vai ter uma nova função. No meu ponto de vista, isso aqui é o acréscimo, quando você olha o limite, o que importa não são as divisões e sim aonde você quer chegar com essas divisões.

P6: Eu não estou entendendo nada!

P5: Eu li um artigo[14] que discute sobre infinito e infinitésimo. Poderíamos ler, que tal?

P1: O artigo traz que o Cálculo Infinitesimal pressupõe como estrutura básica os números hiper-reais. Tem que saber o que são os números hiper-reais! Assim, como o Cálculo Diferencial e Integral pressupõe os números reais.

P4: O que é isso?

[14] O artigo a que P5 fez referência foi: BALDINO, R. Cálculo infinitesimal: Passado ou Futuro? *Tema e Debates*, n.6, 1995, p. 3-15.

P2: Também não sei, é a primeira vez que escuto falar nisso!

P1: Você sabe P5?

P5: Ouvi falar, mas não tenho clareza. Podemos ler melhor em casa e no próximo encontro discutir.

P2: Acho melhor.
[Encontro do dia 04/12/04]

Em relação à função contínua o grupo já havia discutido sobre o conhecimento do ensino e do aluno em outros encontros, porém no dia 07/05/05 a discussão encaminhou-se mais para o campo matemático. Não houve consenso em relação à classificação da função f (x) = $\frac{1}{x^2}$ ser ou não uma função contínua.

A discussão continuou no encontro do dia 06/06/05 e, por diversas vezes, observamos que os formadores discutiam nos intervalos entre as aulas na sala dos professores, a respeito do assunto. A seguir, iremos apresentar um recorte da discussão que aconteceu:

[Trecho: 5]

P6: A função é continua quando ela é continua em todos os pontos de seu domínio. Quando temos f(x) = 1/x ela é contínua em todos os pontos de seu domínio, então ela é uma função contínua.

P4: Então não existe função descontínua?

P6: Existe, você pega uma função e usa uma lei de formação em duas partes, onde ela é definida em todos os pontos.

P1: A própria f(x) = 1/x, você põe que para x = 0 $\Rightarrow$ y = 1.

P6: A função é definida em todo o conjunto dos reais e, tem um ponto de descontinuidade, x =0.

P3: Tem alguma função com uma única lei que é descontínua?

P5: Seria interessante para nós estudarmos num livro de Análise e, verificarmos em outros livros de Cálculo, para ver como eles definem.
[Encontro do dia 07/05/05. No anexo VIII-D tem a continuação do debate].

Em relação ao conhecimento matemático em uma leitura transversal dos assuntos abordados, percebemos que esses apareceram a partir do terceiro encontro (02/10/04), destacando-se no sétimo e oitavo encontros (19/03 e 07/05 de 2005). Os assuntos discutidos foram os conceitos de infinito, infinitésimo e função continua. Pela primeira vez, no terceiro encontro, um formador (P1) explicitou uma dúvida sobre um conteúdo específico de Cálculo Diferencial e Integral. Consideramos esse fato relevante, pois explicita um aspecto da relação grupal, visto que, ao apresentar uma dúvida sobre um assunto que faz parte da sua atividade profissional, o participante demonstra certo nível de confiança no grupo.

Apesar da dedicação do grupo na busca do entendimento sobre a diferença entre infinito e infinitésimo, percebemos que o assunto não foi resolvido por completo e muitas dúvidas permaneceram. Em relação à função contínua, os formadores estavam mais bem preparados para discutir o assunto e avançaram nas discussões, porém apresentaram pela primeira vez a necessidade de ajuda externa para esclarecer algumas dúvidas do grupo.

1.3 Conhecimento do Aluno (CA)

O conhecimento do aluno, dentre os assuntos principais (tabela-2), foi aquele que apareceu com menor freqüência, apenas em um encontro (11%) do total de nove.

Quando analisamos a abordagem dos assuntos internamente em cada encontro (tabela-1), percebemos que o conhecimento do aluno também foi o aspecto menos discutido pelo grupo (17%). A seguir, apresentamos a tabela-5 com esses momentos:

Tabela (5) – Conhecimento do Aluno

Data	Assuntos abordados	NC
28/08/04	Sistema de avaliação dos alunos	CA
11/09/04	Participação dos alunos nas aulas de CDI	CA
	Tempo de estudo dos alunos em CDI	CA
	Dificuldades dos alunos em CDI	CA
02/10/04	Descrição da prática: concepção dos alunos em relação à taxa de variação da função afim	CA
	Descrição da prática: uso de tabela na construção de gráficos –alunos e professores da educação básica	CA

Todas as discussões apontaram para os aspectos negativos do processo ensino-aprendizagem dos alunos: dificuldade de aprendizagem, falta de dedicação aos estudos, falta de interesse dos alunos.

Nas observações dos encontros, percebemos que todos os formadores conheciam as características particulares dos alunos da instituição, traçadas em pesquisa realizada pelo curso em fevereiro/2005: os alunos apresentam muitas lacunas em relação ao conhecimento da educação básica, trabalham em média oito horas por dia, têm pouco tempo para dedicar-se aos estudos, apostam no curso de licenciatura em Matemática como uma possibilidade de ascensão social.

Destacamos um trecho dos encontros:

> **[Trecho: 6]**
>
> **P3**: São muitos os alunos que não conseguem bons resultados em Cálculo, a maioria deles, por não ter tido uma boa formação na educação básica. Quando P2 se coloca como exemplo, ele está saindo da discussão, porque ele não foi um fracasso. Você lembra até hoje de suas aulas, porque provavelmente você tenha se identificado com a disciplina, com o professor, mas a grande maioria dos alunos não tem sucesso.
>
> **P6**: Mas, a maioria dos alunos é um fracasso em todas as disciplinas, em Álgebra Linear, Geometria. Principalmente, num país como o nosso, onde não é dada a devida atenção à educação. Se fossemos reprovar todos os alunos que não conseguissem um conhecimento razoável para continuar os seus estudos, teríamos turmas a partir do segundo semestre com meia dúzia de alunos.
>
> **P2**: O Cálculo é um problema em vários paises. Na Argentina o crivo é o primeiro ano de Cálculo, na França a mesma coisa. O Cálculo é uma disciplina que serve como seleção. Acho coerente isso, pois se você se sai bem em Cálculo é possível trabalhar com qualquer área da Matemática. Quando eu entrei na graduação eu não sabia quase nada de função, trigonometria era um bicho de sete cabeças.
>
> **P4**: Como você fez?
>
> **P2**: Sentei na biblioteca e fui estudar, muitas vezes com dois ou três livros. Na minha primeira prova de Cálculo eu tirei três e depois só dez, mas porque eu corri atrás.
>
> **P3**: Quantos dos nossos alunos correm atrás?
>
> **P7**: Por isso que eles fracassam!
> [Encontro do dia 11/09/04]

2- Estratégia de Estudo

Identificamos três estratégias de estudo utilizadas pelo grupo: a leitura (L), o debate entre os participantes (DP) e a apresentação (A). Essas estratégias aconteceram isoladas ou concomitantemente em um mesmo encontro.

A seguir apresentamos uma tabela (6) relacionando o assunto principal com a principal estratégia utilizada, visto que, num mesmo encontro, foram usadas várias estratégias.

Tabela (6) – Estratégia de Estudo

Data	Assunto Principal	E
28/08/04	Concepções dos formadores sobre a disciplina de CDI no curso de LM	DP
11/09/04	Comportamento do aluno na disciplina de CDI	A
02/10/04	Conteúdos de CDI na LM	DP
30/10/04	Metodologias de ensino de CDI	DP
20/11/04	O ensino de limite no curso de LM	DP
04/12/04	Pesquisa em Educação Matemática – O estudo das derivadas	A
19/03/05	Infinito e Infinitésimo	L
07/05/05	Função Continua	DP
06/06/05	Limite – Descrição de aulas	DP

2.1 Debate entre os Participantes

A partir da tabela acima pudemos verificar que a estratégia mais utilizada foi o debate entre os participantes (67%). Para analisar a participação de cada professor no debate, contamos a partir do documento obtido com a transcrição, a quantidade de intervenções de cada formador. Os dados serão apresentados na tabela (7) abaixo. Gostaríamos de ressaltar que foi considerada como participação efetiva, o momento em que o professor pronunciava uma frase posicionando-se, mesmo que fosse apenas dizendo “Eu concordo!”. Ao todo ocorreram ao longo dos encontros três mil seiscentos e oitenta intervenções.

Tabela (7) – Intervenção dos Formadores

Professor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Número de intervenções	762	723	624	287	529	483	272
%	21	20	17	8	14	13	7

O professor P1 foi o que mais participou das discussões, porém vale ressaltar que P2 faltou em um dos encontros (06/06/05) e se manifestou apenas uma vez durante a apresentação de P3, como veremos na seqüência. P7 só participou dos encontros no segundo semestre de 2004, e o P4 foi o professor que menos participou.

2.2 Leitura

Essa estratégia foi utilizada em um dos encontros, quando o formador P5 trouxe um artigo para leitura conjunta, para que fossem discutidos os principais pontos abordados.

O objetivo da leitura foi entender a diferença entre infinito e infinitésimo, porém outros termos e conceitos apareceram, e que propiciaram mais debates entre os participantes, como por exemplo:

> **[Trecho: 7]**
>
> **P1**: O artigo traz que o Cálculo infinitesimal pressupõe como estrutura básica os números hiper-reais, tem que saber o que são os números hiper-reais. Assim, como o Cálculo Diferencial e Integral pressupõe os números reais.
>
> **P4**: O que é isso?
>
> **P2**: Também não sei, é a primeira vez que escuto falar nisso.
>
> **P1**: Você sabe P5?
>
> **P5**: Ouvi falar, mas não tenho clareza.
>
> **P1**: [Continua a ler o artigo] Pode se pensar nos hiper-reais como os constituídos pelos reais acrescidos dos infinitésimos que são os epsílons pertencentes a esse hiper-real, cujo módulo é menor todos os reais positivos, e mais os mônadas.
>
> **P5**: Quando você fala em mônadas, não é sobre o infinitesimal que você está falando?

P2: Nunca ouvi falar.
[Encontro do dia 19/03/05. No anexo VIII-E tem a continuação deste debate].

O grupo manifestou bastante interesse na leitura do artigo e, durante o encontro, os integrantes participaram ativamente das discussões.

2.3 Apresentação

A estratégia *apresentação* aconteceu em apenas dois encontros (20%). No segundo encontro, o investigador propôs apresentar o artigo “Subsídios para explicar o fracasso dos alunos em Cálculo” (Lachini, 2001). Foi uma dinâmica bastante interessante, visto que possibilitou diversas discussões sobre os aspectos do ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Outra aconteceu no encontro do dia 04/12/04, julgamos que foi um encontro que contribuiu muito para o debate entre os professores.

A seguir, apresentaremos a transcrição desse momento do encontro:

[Trecho: 8]

P3: Esses slides são os mesmos que utilizei na apresentação da dissertação para a banca. Como sabia que sempre vão pessoas que não conhecem o trabalho, preparei uma introdução para dar uma idéia da investigação. Vou fazer da mesma forma para vocês. Iniciei com o panorama da pesquisa que fiz, iniciando com a justificativa, que são os motivos que me levaram a fazer essa pesquisa, depois o referencial teórico, o estudo sobre derivada, análise de um livro didático e algumas conclusões a partir dessa análise. Por que fui fazer essa pesquisa? Primeiro devido a minha prática docente em Cálculo que me mostrou que muitos alunos têm dificuldades na noção de derivadas. Porém, só isso não é suficiente para justificar, fui buscar algumas pesquisas, uma delas é Tufle (1988 que fala que o sucesso das aplicações de técnicas está entre 73% e 98%, já o sucesso da aplicação dos conceitos caem para 7% a 22 %). Então já dá para perceber que os alunos conseguem aplicar melhor a técnica do que os conceitos.

P1: As questões serão no final ou durante a apresentação?

P3: Prefiro durante.

P1: O que você quer dizer com aplicação de conceitos?

P3: São questões que envolvem algum conceito. Por exemplo, derive tal função é uma aplicação de técnica. Se você propuser ao aluno que escreva a função que tem como derivada uma determinada função, para responder ele terá que entender o conceito, e não apenas reproduzir procedimentos.

P1: Mas aplicação do conceito? Esse é o termo que ele usa?

P3: Sim, porque tem atividades mais procedimentais e outras mais conceituais.
[Encontro do dia:04/12/04. No anexo VIII-F tem a continuação deste debate].

Observando a estratégia de *apresentação,* podemos, agora, destacar alguns fatos que consideramos relevantes: o pouco acesso dos formadores de professores às pesquisas em educação matemática; a concepção de alguns integrantes do grupo sobre a necessidade da pesquisa em educação matemática está diretamente aplicada à sala de aula.

3- Relação

Para compreendermos a relação entre os integrantes do grupo, descreveremos aspectos desta relação antes e depois da constituição deste. Antes da constituição do grupo, os professores já se conheciam, pois trabalham na mesma instituição. Além do contato na instituição, alguns tinham relacionamento fora dela. O investigador e os formadores P1, P3, P4 e P5 já tinham contato antes de trabalharem na instituição. O investigador, P1 e P3 fizeram o mestrado no mesmo programa e período. Com P4, o investigador já havia trabalhado em uma outra instituição, P5 e o investigador já se conheciam de eventos acadêmicos. Os professores P2, P6 e P7 trabalhavam na instituição juntos desde 2000, o investigador e os formadores P1, P3 e P5 começaram a trabalhar em 2002. P2 e P6, também trabalhavam juntos em outra instituição.

A análise dos encontros nos possibilitou definir três diferentes categorias de relação: competição, negociação e confiança, que, a seguir, discutiremos. Vale ressaltar que, por diversas vezes, em um mesmo encontro, apesar de já estabelecida a relação de cooperação há momentos de negociação e até mesmo de competição.

3.1 Competição

A relação entre os integrantes antes da constituição do grupo era bastante amistosa, apesar de posicionamentos diferentes em relação a algumas questões educacionais. Depois da constituição do grupo, durante os encontros, observamos diferentes momentos. Nas duas primeiras reuniões, aparentemente dois subgrupos se formaram, pudemos observar isso até na escolha dos lugares ao redor da mesa: de um lado, sentaram-se P1, P3 e P5, do outro lado P2, P4, P6 e P7 e o investigador na ponta. Foram abordados muitos assuntos relacionados ao conhecimento do ensino ou conhecimento do aluno, porém os formadores não expressaram, em nenhum momento, qualquer tipo de dúvida em relação aos próprios conhecimentos. Entre eles, em tom de brincadeira, comentavam que, de um lado, estavam os matemáticos e, do outro, os educadores matemáticos. Porém, na realidade, P6 tem sua formação na área de Física, P4 em Ensino da Matemática e P7 não concluiu o mestrado iniciado em ensino da Matemática.

Caracterizamos, portanto, esse primeiro momento (1º e 2º encontros) do grupo como de competição.

Um dos episódios que demonstrou uma competição interna do grupo aconteceu no segundo encontro.

A seguir apresentamos um trecho que ilustra essa situação:

> **[Trecho: 9]**
>
> **P2**: Então vamos lá. Acho o seguinte, uma das questões colocadas aqui foi de como fazer com que o aluno aprenda o Cálculo de forma que ele utilize e, que de certa forma não seja tão jogado, mas seja uma coisa mais construtiva que atraia a atenção desse aluno. Acho que esse problema é muito mais remoto, veja que na educação básica, o aluno tem professores que escrevem a matéria e "tátatatatata..." e ele anota, quando chega aqui e o professor tenta fazer uma abordagem mais filosófica, mais discursiva, sai do padrão do qual ele está habituado há dez ou doze anos. Então, ele tem a impressão que é "balela". Acho que essa falta de atenção tem origem lá atrás, desde o momento em que o professor pegou na sua mão para fazer os primeiros números.
>
> **P7**: Só um parêntese, o professor que não está acostumado a fazer assim, quando faz, também acha que está "matando" aula. Portanto, não faço porque posso ser julgado pelos alunos como estou "matando aula".
>
> **P2**: Concordo! Isso está agregado dentro de nós. Outra coisa é sobre a discussão de bacharelado e licenciatura, acho que não é certo o aluno fazer as disciplinas de matemática na licenciatura junto com os bacharéis,

e depois ir fazer um ano de matérias da pedagogia na educação. Aqui no nosso curso, como o corpo docente tem professores da educação matemática, o curso acaba tendo mais a cara de licenciatura. Eu confesso que não sei propor um curso de Cálculo diferente baseado em teorias construtivistas. Também, quero completar dizendo que há uma crença geral que fazer o mestrado em educação matemática vai ser mais fácil do que você fazer em matemática.

P3: Em relação a sua dificuldade em abordar o curso de uma forma construtivista, acho que não é só sua e, sim, de diversos matemáticos. Por isso, que muitos não fazem mestrado em Educação Matemática, apesar de só atuarem na educação e não no desenvolvimento e pesquisa em Matemática. Então, será que é mais fácil fazer um mestrado em Educação Matemática? Além de você ter de saber Matemática tem de saber escrever e usar essas teorias.

P2: Então, tem as dificuldades e limitações do professor que devemos levar em conta não só no ensino do Cálculo, mas em tudo.

P7: Você está se contradizendo, você diz que é uma dificuldade sua, mas ao mesmo tempo você diz que é mais fácil um mestrado em educação matemática do que em matemática.

P2: Não, eu falei que culturalmente é considerado, não é a minha opinião!

P7: Mas, isso vai de cada um. Eu por exemplo, não conseguiria fazer um mestrado em Educação!

P2: Eu também não!

P3: Realmente, para fazer um mestrado em Educação Matemática, tem que saber muita Matemática, mas só isso não é necessário, tem que saber ler e escrever. [risos].

P7: Então, não é que seja mais fácil ou difícil, mas depende das dificuldades de cada um.

P2: É isso!

P3: Eu acho que essa discussão é meio vaga, visto que parece que as opiniões sobre o mestrado em Educação Matemática estão vindo de pessoas que não fizeram, e parecem nem saber o que se discute e se faz nesse mestrado. Eu, por exemplo, julgo que tem as mesmas dificuldades que um mestrado em qualquer outra área, naturalmente se você sabe Matemática, mas não sabe escrever e nem gosta de ler sobre teorias da educação eu não recomendaria. Porém se você sabe Matemática e ao mesmo tempo sente-se atraído pelas discussões em educação e gosta de escrever e pesquisar sobre o assunto, você irá ter as mesmas dificuldades que tem ao fazer um mestrado em qualquer outra área.

P1: Por isso, que a opinião da P7 é perigosa, falar que quem fez mestrado em Educação Matemática vai ensinar aquilo que não sabe. [Essa fala foi em um momento antes do apresentado neste trecho].

P7: Não falei isso!

P1: Você falou! Quem vem da Educação Matemática vai ensinar aquilo que ele não sabe.

P7: Não!

P1: Você falou! Quem faz Educação Matemática ou licenciatura e tem uma ótima formação didática, como vai ensinar aquilo que não sabe. Concordo, mas quem disse que ele não sabe? Também, não adianta saber tudo da Matemática ou pior, achar que sabe e não sabe como ensinar, como não adianta só saber pedagogia e não saber matemática.

P7: Eu não fiz somente a minha graduação nesse sanduíche entre bacharelado e licenciatura, mas o meu mestrado também foi assim, porque eu peguei a fase transitória em que a instituição estava passando de mestrado em matemática para mestrado em educação matemática. [P7 não concluiu o mestrado].

Investigador: Eu acho que essa discussão nesse momento não leva a nada!

P1: Eu acho, que o que poderíamos deixar fechado é o seguinte, que não é a titulação que vai fazer com que a pessoa esteja apta ou não para trabalhar num curso de licenciatura em Matemática, e sim o comprometimento que ela tem. Se ela tem o perfil para trabalhar e conhecimento suficiente, ela tem mais é que trabalhar.

P7: Eu não coloquei como critério de escolha de profissional para atuar em licenciatura. A minha fala não foi para dizer o que é melhor ou pior, e sim para mostrar a minha dificuldade, por não ter feito educação matemática para dar uma aula mais "light".

P3: Agora entendo o porquê você não conseguiu concluir o seu mestrado em educação matemática. Quem faz mestrado em educação matemática não é para dar aulas mais "light".

Investigador: Gostaria de deixar agora essa discussão para outro momento.
[Encontro: 11/09/04]

Notamos que houve um clima de competição nesse encontro. Todo final do semestre, os alunos fazem uma avaliação dos docentes e essa avaliação é um dos critérios de atribuição de aulas. P7, nas duas últimas avaliações gerais foi mal avaliado pelos alunos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e, com isso, passou a ministrar aula de outra disciplina; quem assumiu as aulas foi P1 que foi bem avaliado. Julgamos assim que essa discussão é de caráter pessoal por defesa de espaço profissional.

3.2 Negociação

A partir do terceiro encontro, percebemos que o grupo começa a ter muitos momentos de concordância geral e a trocar experiências, não mais evidenciando dois subgrupos e, sim, formadores com suas concepções individuais justificando seus pontos de vista em um grupo de trabalho coletivo. O recorte da transcrição abaixo ilustra esse momento:

> **[Trecho:10]**
>
> **P3**: Então, quando eu vou explicar as derivadas, não é que eu vou pelas regrinhas, eu vou pela noção da reta secante, aproximando o ponto e intuitivamente, mostro que quando se aproxima muito chamamos de reta tangente. Não apresento, simplesmente, que a derivada de f(x) = x^2, é igual a f(x) = 2x. Eu primeiro proponho uma série de situações e por fim mostro que existem algumas regras práticas para calcular.
>
> **P2**: Só que pra mim é totalmente não intuitivo. Isso é possível com funções polinomiais! E para mostrar que o coeficiente angular da reta tangente do seno é o cosseno? Qual a relação da inclinação da reta tangente do seno com o cosseno?
>
> **P3**: Eu faço isso com os alunos!
>
> **P2**: Não tem haver!
>
> **P3**: É lógico que tem!
>
> **P2**: Como?
>
> **P3**: Você traça o gráfico do seno e vai mostrando as retas tangentes, usando o computador, quando o coeficiente angular daquela reta é zero, o x do seno é $\frac{\pi}{2}$, naquele instante a inclinação da reta tangente é zero.
>
> Então a derivada de sen ($\frac{\pi}{2}$) é igual é zero. A partir do gráfico do seno e visualizando as retas tangentes, você consegue construir o gráfico da derivada da função f(x) = sen (x).
>
> **P2**: Concordo que tem pontos que são muito intuitivos, mas no geral não são.
>
> **P3**: É uma escolha de abordagem.
>
> **P2**: Lógico, é interessante! Você leva a turma ao laboratório?
> **P3**: Às vezes, mas, na maioria delas, mostro com multimídia em sala. Vou traçando as retas e ele já vai mostrando os valores da inclinação, então a partir daqueles valores você consegue uma outra função. É possível só observando as retas tangentes e os valores, construir os outros gráficos. Então, você consegue visualizar o porquê a derivada do seno é cosseno. Porém, sei que há uma dificuldade nessa abordagem, eu não consigo trabalhar com as funções não bem comportadas. Usando esse tipo de abordagem fica mais fácil de explicar os problemas que aparecem nas não comportadas.
>
> **P2**: Isso é verdade!
> [Encontro do dia 02/10/04]

Outro momento que caracteriza um clima favorável entre os integrantes, apesar de pontos de vistas diferentes:

[Trecho: 11]

P2: Ótimo, que bom que você tocou nesse assunto. Será que esses professores não estão sendo corrompidos a usarem tabelinhas pelos livros didáticos do ensino médio, que apresentam diversas vezes esse tipo de estratégia?

P6: Tabelinha?

P2: Sim, todos os exemplos com tabelinha do lado. O professor vai dar uma aula em cima de um livro didático e não tem escolhas, todos são tabelinhas. Eu acho que é uma coisa a ser pensada. Uma outra coisa que eu gostaria de falar é sobre a inversão de funções. Inversão de funções é uma coisa que vejo que o aluno tem muitas dificuldades, mas faço a seguinte técnica que acho que dá certo. Primeiro eu representa o plano cartesiano mostrando o positivo e negativo dos eixos x e y, numa folha. Em seguida, peço para os alunos virarem a folha de uma tal forma que o lado positivo de x esteja no lado positivo do y e o lado positivo do y esteja no lado positivo de x. Espero até que todos percebam que essa ação de virar a página com a representação gráfica da função exponencial é possível encontrar a inversa que é a função logarítmica.

P6: Faz na transparência!

P2: É uma coisa simples, você pode fazer com outras, por exemplo, da tangente.

P6: P1 está pensando: como pode um professor que joga a matéria ter ao mesmo tempo esse procedimento? (risos)

P1: Sorte que eu sou transparente, quando eu estou gostando dá para perceber.

P6: Achei que nunca iria aprender nada com o P2. (risos)

P1: Não esperava isso de você P2!

P2: Nas aulas eu tento ser o mais prático possível.

P1: Depois, eu gostaria que você assistisse à fita do primeiro encontro e a de hoje. A de hoje você falou que não tem que ficar jogando os conteúdos e logo no primeiro você falou que tinha que jogar.

P2: Eu falo jogando no sentido de não explicar de onde vêm as coisas.
P1: Não, você falou do termo jogar.

P2: Mas, enfim, isso aqui é porque a P7 falou de inversa, e acho muito difícil trabalhar a inversa de uma função. Mas, assim acho muito simples. Geralmente brinco com eles, solicito que eles olhem o gráfico da função desenhado no quadro e que virem a cabeça, aí olhem por traz do quadro [risos], que é justamente essa virada da folha.

P3: Por isso é função inversa, então? [risos].
[Encontro do dia 30/10/04]

O clima de descontração entre os integrantes do grupo foi aumentando e o ambiente ficou mais agradável. P7 mantinha certa resistência, mas os outros formadores foram participando de acordo com suas concepções e conhecimentos, e não deliberadamente para apoiar outro elemento do “subgrupo” criado internamente.

3.3 Confiança

Podemos evidenciar um ambiente de confiança entre os formadores, a partir do momento que os mesmos começaram a expor suas dúvidas sobre Cálculo Diferencial e Integral. Abaixo apresentamos um trecho ilustrativo:

> **[Trecho: 12]**
>
> **P1**: O que eu disse é que o aluno tem dúvida sobre em qual momento que ele pode substituir o valor que x está tendendo para encontrar o limite da função. Nem sempre podemos substituir o zero e sim algo muito próximo e por isso o resultado vai ficando cada vez maior. É uma situação diferente de quando o número pertence ao domínio da função. Aproveitando eu gostaria de esclarecer melhor sobre uma situação que aparece em sala de aula, nós definimos o limite como sendo um número real e de repente apresentamos algumas situações em que o resultado do limite é igual a infinito. Como vocês lidam com essa situação?
>
> **P6**: Não faz sentido você dizer limite igual ao infinito.
>
> **Investigador**: Mas, você escreve?
>
> **P6**: Sim represento, mas conceitualmente não faz sentido em falar limite igual ao infinito.
>
> **P2**: A Matemática é formada por símbolos e definições. Você define que o limite da função de f(x) é igual o mais infinito, porque quando você está se aproximando de x o valor da sua função está indo para o infinito.
>
> **P5**: Você diz que o limite é mais infinito, e em seguida, diz que não existe o limite quando for infinito?
>
> **P6**: Fiquei em dúvida, por que quando estamos falando em derivada, se você precisa dizer que o limite existe e é finito é porque existe aquele que não é finito.
>
> **P1**: Eu concordo, é lógico, se isso está errado, sempre ensinei errado. Inclusive baseado em livros, porque eu sempre digo que o limite ou é um número real ou é infinito.
>
> **P6**: Acho que isso é baseado em definições.
>
> **P5**: A definição de limite é que o resultado é igual a um número real, porém podemos estudar o comportamento da função e encontrarmos resultados do limite como sendo mais ou menos infinito.
>
> **Investigador**: Quanto vale o $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$?
>
> **P2**: Não existe.
>
> **P1**: Mais Infinito. Se existe uma definição para limite finito e outro para infinito eu tenho que usá-la para responder.

P2: Usando a definição de limite finito?

P1: Não usando a de limite infinito, nesse caso.

P2: No senso comum usa o limite como sendo um número real.

P1: Eu finalizo o assunto dizendo que o limite pode ser um número real ou pode ser mais ou menos infinito. Se não eu desmonto o aluno. E você P4, o que acha?

P4: Para mim, não existe.

P1: Não existe o limite da função $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$?

P4: Não.

P1: Faça essa representação graficamente, a função está indo para o infinito.

P4: Os livros de administração trazem essa idéia.

P1: É que a administração não usa o limite no infinito, pra eles só interessa no finito.

P3: Depende da definição que você usa!

P1: Eu tenho duas definições, uma pra usar no finito e outra no infinito.

P2: A definição é clara que só existe quando L é um número real.

P5: Se cair em uma prova a questão: Qual o limite de $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$, qual seria a sua resposta?

P2: Não existe.

P3: Até uma parte do livro não existe e depois passa a existir.

P2: Não existe, gente.

P4: Você está estudando comportamento da função.

P2: Não vejo a necessidade de entrar com essas questões para alunos do primeiro ano.

P5: Acho que faz parte do estudo deles, eles têm tanto o estudo sendo finito como o estudo do limite no infinito.
P1: Vejo que a partir do momento que o aluno tem as duas definições a resposta é mais infinito.

P5: Se cair no provão essa questão, e tiver nas alternativas os termos "mais infinito" e "não existe", qual a resposta certa?

P2: A questão deveria ser cancelada.

P1: (Assustou-me?) Me assustou um pouco saber que posso estar falando errado, pois tudo que é livro que eu pego fala em limite igual a infinito.

P3: É importante decidirmos como abordar isso na sala, quando pode tender um número ou ao infinito.
[Encontro do dia: 02/10/04]

4- Índice de Participação

No estudo realizado, definimos duas categorias para que pudéssemos analisar a participação do formador nos encontros. Antes de abordarmos essas categorias, vale retomarmos, aqui, que a participação dos integrantes foi espontânea e que o nível de presença dos participantes foi satisfatório, visto que apenas um dos participantes faltou em um dos encontros, (P2 em 06/06/05) por problemas pessoais.

A seguir, apresentamos a tabela (8) com o assunto abordado e o número de participações dos formadores.

Tabela (8) – Intervenção do Formador por Encontro

Assunto Principal	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Total
Concepções dos formadores sobre a disciplina de CD no curso de LM	**62**	**51**	28	11	18	**36**	**42**	248
Comportamento do aluno em CDI	**47**	**43**	**35**	08	12	28	**57**	230
Conteúdos de CDI na LM	**144**	**98**	42	18	32	33	52	419
Metodologias de ensino de CDI	**106**	**63**	35	12	**59**	**58**	**68**	401
O ensino de limite no curso de LM	**123**	**147**	**128**	35	76	62	53	624
Pesquisa em E.M. – Derivadas.	**67**	28	**104**	23	**85**	**52**	F	359
Infinito e Infinitésimo	**98**	**158**	**93**	58	**92**	**106**	F	605
Função Continua	75	**135**	73	**92**	**87**	**82**	F	544
Limite – Descrição de aulas	40	F	**86**	30	**68**	26	F	250

Observação: destacamos em negrito a presença participativa

4.1 Presença Participativa (PP)

Consideramos relevante analisarmos a participação individual de cada elemento no grupo. O critério que adotamos para definir a presença participativa foi a quantidade de intervenções que o formador fez durante o encontro. Julgamos presença participativa quando esse número foi igual ou superior a 14,3%[15] do total de participações no encontro.

[15] Cálculo: $\frac{1}{7} \times 100$

Os encontros que tiveram como tema o conhecimento matemático apresentam uma distribuição mais uniforme em relação à presença participativa dos formadores.

4.2 Presença Neutra (PN)

Em relação à presença neutra, nos chamou a atenção a participação de P2 no encontro que discutiu a pesquisa na área de Educação Matemática, pois sua presença, somente neste encontro, foi neutra, e com um número muito baixo de intervenções. Também pudemos observar que o seu comportamento durante o encontro deixava transparecer algum desinteresse pelo tema, que pode ter sido motivado por seu desconhecimento.

P5, por ser o formador mais recentemente contratado pela instituição, foi aumentando suas intervenções no grupo à medida que adquiria mais tempo junto aos integrantes do grupo.

5- Liderança

Definimos dois diferentes tipos de liderança: a compartilhada e a individual.

5.1 Compartilhada

A liderança compartilhada é aquela que, apesar da idéia ter partido de um dos integrantes, os outros foram aperfeiçoando a idéia até que esta se transformasse na proposta do grupo. As decisões relacionadas à organização dos encontros, horário, dia, local, tema, foram todas tomadas coletivamente. Observamos que durante os encontros prevaleceram as decisões compartilhadas, construídas a partir de uma idéia inicial de um dos participantes, como ilustramos com o recorte a seguir:

[Trecho: 13]

Investigador: Poderíamos escolher algum livro de História da Matemática e cada um de nós estudarmos diferentes momentos do desenvolvimento do Cálculo e fazer uma apresentação para o grupo. **P1**: Acho interessante, mas é um único procedimento metodológico que estaríamos estudando, pois você vai usar a história como recurso. Enquanto você falava, eu pensei que nós poderíamos fazer essa discussão em um encontro, num outro encontro utilizar um problema de modelagem envolvendo Cálculo para discutir outra possibilidade de abordagem. Com isso teríamos a possibilidade de discutir diferentes abordagens. No livro do Thomas[16], ele traz no final de cada capítulo alguns projetos que estão ligados à modelagem. Nós poderíamos tentar resolver alguns dos problemas que ele propõe, que também é uma maneira de discutir o conteúdo e, ao mesmo tempo, uma outra maneira de abordar os conceitos.

P4: Eu gosto da idéia do P1, ver várias possibilidades de abordar os conceitos do Cálculo. A história da matemática é meio antiga.

P3: Eu também acho que é melhor estudarmos as diferentes metodologias.

P2: Poderíamos elaborar algumas seqüências de ensino.

Investigador: Pode ser!

P3: Eu achei interessante a idéia de diferentes metodologias.

P6: Podemos pegar um tópico histórico, mas depois diversificar.

P5: Acho importante ver um pouco da história.

P1: Mas há uma discussão sobre isso, da mesma forma que você não vai só contar uma historinha para o aluno. É utopia pensar que você pode dar uma aula usando a história e esperar que o aluno desenvolva todo o contexto.

Investigador: A minha idéia em relação à história é mais no sentido de termos conhecimento para podermos problematizar as situações em sala de aula, mais ou menos como foram abordadas na época em que o conhecimento foi desenvolvido. Eu lembro de uma aula que um professor, no mestrado, discutiu sobre o infinito que inicialmente era tratado como um segmento de reta e, de repente passou a ser abordado como número. Então ele discutiu quais foram os entraves para essa mudança, discutindo o contexto da época. A aula ficou agradável e bastante significativa. Mas, acho que para o professor fazer isso, ele tem que conhecer a história do desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral.
[Encontro do dia: 02/10/04]

5.2 Individual

No primeiro e segundo encontros não foi possível perceber uma liderança individual, visto que as discussões ficaram mais centralizadas no conhecimento do aluno e no conhecimento do ensino. Nos encontros em que se discutiram

[16] Livro: Thomas, G. B. Cálculo. Editora: Addison Wesley, 2003.

sobre os conhecimentos matemáticos, houve uma tendência do grupo, inicialmente, de solicitar mais vezes a opinião de P2, tanto com olhares quanto no debate. Creditamos essa situação ao fato de P2 ser o único dos formadores que está fazendo doutorado em Matemática. Porém, percebemos que logo essa situação foi minimizada e nos últimos encontros não havia liderança pessoal.

> **[Trecho: 14]**
>
> **P6:** Eu estou entendo que o infinitésimo é algo muito pequeno que tende a zero, é isso P2?
>
> **P4**: Precisaria pegar a definição.
>
> **P2**: Muita gente não abandona a idéia do infinitésimo, por considerar mais próxima do intuitivo. Por exemplo, o físico gosta de ver a derivada como quociente de dy e dx, como incremento. Você está dividindo como se fossem dois números, a divisão desses dois números você vai ter uma nova função. No meu ponto de vista, isso aqui é o acréscimo, quando você olha o limite, o que importa não são as divisões e sim aonde você quer chegar com essas divisões.
> [Encontro do dia 07/05/05]

Outro momento:

> **[Trecho: 15]**
>
> **P1**: Mas, você não pode trabalhar com a integral definida para associar o significado de integral como sendo o somatório dessas áreas, e depois algebricamente passar para o cálculo da integral usando a antiderivada? [Pergunta direcionada a P2]
>
> **P2**: Pode, mas só que quando você coloca o símbolo: $\int_a^b f(x)dx$ o resultado é um número. Já vi em alguns livros, eles tentam fazer isso, da seguinte forma; começam com essas operações e chegam num número, por exemplo, iniciam com 2x e integram e mostra que pega x^2 é a primitiva. Deixa-me reformular. Você quer integra, achar a área de 2x de 0 a 1, você vai aproximando por retângulos e chega numa expressão. Tem alguns livros que faz isso, aproxima a área, e depois pega a função $f(x) = x^2$ e calcula num ponto, que dá o mesmo valor. Assim, vai introduzindo como se fosse uma fórmula mágica, uma coincidência que se eu calcular assim dá o mesmo resultado e se eu mudar o ponto, continua dando o mesmo número, mas para mim fica essa lacuna. Por que coincide?
>
> **P1**: Mas, você não poderia usar a antiderivada. Por que eu escolhi essa função em especial? Porque é a antiderivada dessa.
>
> **P2**: Pode é claro, mas continua algo mágico. Como eu estava mexendo com área e de repente veio a antiderivação? Para mim, esse é o ponto que eu não entendo até hoje conceitualmente, isso, o que você está falando com o aluno é que você está fazendo o cálculo de área por aproximação de retângulo. No final diz, veja que interessante coincidiu com essa função, e essa função é a antiderivada. Você estava propondo, vamos dizer que o aluno não faça isso, mas eu faço, puxa o professor

falou de derivada, taxa de variação, de repente deu a integração, não consigo associar essas coisas.
[Encontro do dia 02/10/04]

6 – Resolução de Problemas

Foram diferentes problemas discutidos pelo grupo ao longo dos nove encontros.Tivemos os relacionados ao conhecimento do ensino, ao conhecimento do aluno e ao conhecimento matemático. Nesta categoria de análise focamos os problemas matemáticos que um dos integrantes propôs e o grupo teve dificuldades em resolver. A partir daí, relacionamos as categorias definidas a partir do encaminhamento feito pelo grupo: discordância sem consenso, ajuda externa e cooperação mútua.

6.1 Discordância sem Consenso (DC)

Durante os encontros, aconteceram momentos em que um dos formadores propôs uma discussão e, mesmo após o debate entre os formadores, não se chegou a um consenso.

A seguir, apresentamos um recorte de um dos encontros que ilustra essa situação:

[Trecho: 16]

P2: Aconteceu algo em uma das aulas que evidencia isso. Perguntei quais números, entre 4, 5 e 6, eram divisíveis por 2. Todos os alunos responderam 4 e 6. Na realidade, os três são divisíveis por 2, mas eles só consideraram os que dão resultados inteiros.
P7: Mas para ser divisível tem o resultado tem que ser inteiro e resto zero.

P2: Em que conjunto?

P7: É que eles aprendem divisibilidade com os naturais e esse é o conceito que fica.

P2: Pode fazer isso com qualquer um de vocês. Todos vão responder isso!

P1: Mas você usa o termo divisível quando está querendo procurar um número inteiro c que multiplicado por b dá o a, não é?

P7: Não necessariamente precisa ser um número inteiro!

P2: É essa questão que propus para ser trabalhada.

P1: Se você pegar a definição de ser divisível, é quando os números são inteiros.

P2: Mas isso no conjunto dos naturais.

P1: Dos inteiros!

P2: Bom, dos inteiros também.

P1: No conjunto dos números reais não existe problema de divisibilidade.

P2: Então, é isso que eu quero falar!

P1: O termo divisível, então não significa está dentro do conjunto dos inteiros? Vou precisar rever meus conceitos. É possível dividir os números 4, 5 e 6 por 2? Sim, é lógico! Mas quais deles são divisíveis por 2, só o 4 e o 6. Essa é a definição que conheço, se existe outra, eu desconheço!

P6: Precisa ver qual a definição que está escrita sobre divisível.

[Encontro do dia 02/10/04. No anexo VIII-C tem a continuação deste debate].

6.2 Ajuda Externa

Foi somente em relação ao tema "conhecimento matemático" que o grupo não chegou a uma posição coletiva, e sugeriu-se a busca de ajuda externa.

[Trecho: 17]

P5: Temos de olhar em mais livros de Cálculo.

Investigador: O que faremos no próximo encontro?

P6: Eu prefiro discutir mais sobre a função contínua.

P1: Acho que isso vai mais das nossas escolhas didáticas de abordagem.

P6: Mas, temos de ver se não estamos cometendo nenhum erro.

P1: Nessa semana, conversei com um colega que está fazendo doutoramento em Matemática, e ele falou que, num primeiro momento, essa discussão é irrelevante, porque o que chama a atenção intuitivamente é o fato dela ser descontinua. Num outro momento, talvez num curso de análise, deveríamos nos aprofundar um pouco mais e fazermos essa discussão.

P6: Concordo com ele, o aluno poderia cometer o erro por exagero, mas ele não classificaria uma função contínua em descontínua. O maior erro que ele poderá cometer é dizer que a $f(x) = 1/x$ não é continua.

Investigador: Justificando o quê?

P6: Como assim?

Investigador: Se você pedisse para ele justificar porque não é continua, provavelmente ele falaria porque a função não está definida para $x = 0$.

P6: Provavelmente ele diria isso, a função não é definida no ponto.

Investigador: E se você abordasse falando que você só vai analisar os pontos que pertencem ao domínio da função.

P6: Acho que no tratamento não formal podemos ficar no intuitivo, sem nos preocuparmos com o domínio. Discutirmos a idéia de desenhar o gráfico sem tirar o lápis do papel, se for possível é continua, caso contrário descontínua.

P1: Você não pode contradizer a definição.

P6: Nós precisamos ser coerentes com os alunos que temos.

P1: Nesse caso, acho que não vai trazer nenhum obstáculo para o aluno falar que a função do tipo f(x) = 1/x é descontínua. Mesmo se justificar porque não está definida no ponto, e depois, num outro momento quando ele estiver mais maduro, aí pode-se discutir. É diferente de falar que a raiz de –9 não existe para alunos do ensino fundamental e depois passar a existir no médio, quando é estudado o conjunto dos números complexos. Em relação à continuidade, é uma abordagem diferente, podemos, num primeiro momento, omitir alguns detalhes e, depois, quando o aluno estiver mais maduro, falarmos que não cabe discutir o ponto onde não está definida.

P5: Quando falamos que a raiz do –9 não existe, é porque não existe no conjunto dos reais, depois estendemos o conhecimento para o conjunto dos complexos. Na continuidade não seria isso. Continuaríamos com a mesma definição, mas passaríamos a tratar de uma forma diferente a função. Então ela seria contínua, porque não se consideram os pontos que não fazem parte do domínio. Não há, portanto, um conhecimento novo e sim a falta de um pouco de coerência.

P6: Nós temos de conseguir manter a informalidade sem cometermos atropelos.

P3: Acho que seria mais fácil já abordar, no início, essa situação em particular, e mostrar que quando há uma descontinuidade no domínio, nós não vamos considerar a função contínua. Porque senão uma função, até um certo momento, é contínua e depois descontínua.

P2: Isso vai complicar, é antiintuitivo.

P4: Mesmo que você diga ou não, o aluno vai achar que é descontínua porque ele já traz isso.

P6: Podemos então chamar a atenção disso na aula, ou podemos evitar esse tipo de função num primeiro momento.

P3: Acho que não. Devemos abordar e mostrar para o aluno a discussão sobre a continuidade.
P6: Mas o aluno vai ver a função e falar que é descontínua, porque o x não pode ser zero.

P3: Você aproveita e comenta, dizendo que esse valor não faz parte do domínio, e como analisaremos apenas os valores do domínio, esse não será considerado.

P6: Acho difícil o aluno entender.

P3: Quebra a regrinha do lápis e do papel.

P6: Não só por isso.

P3: Bom, teremos que verificar isso na prática. Podemos preparar duas seqüências diferentes de ensino e ver o resultado no próximo semestre.

P5: Boa idéia, cada um aborda de uma maneira.

P6: Já está na hora de encerrarmos. A minha sugestão é de convidar alguém com mais experiência em Análise para falar sobre o infinitésimo e função contínua.

P3: Tem essa possibilidade?

Investigador: Não sei, podemos decidir.

P5: Eu acharia bom.

P4: Eu acho que se for possível seria interessante.
[Encontro do dia 06/06/05]

6.3 Cooperação Mútua

O estudo em conjunto foi a alternativa mais usada pelo grupo na expectativa de resolver os problemas levantados nos encontros.

A seguir, apresentamos um trecho ilustrativo:

[Trecho: 18]

P4: Os hiper-reais são uma extensão?

P2: Vale para os hiper-reais. Ele estende para uma classe maior de conjuntos, você pode começar fazer derivada, integral não só com números, mas com pacotes de outras coisas. É o que eu entendo de filtro, tentar estender o conceito de limite para conjuntos maiores e transcende o conceito de função, porque pode ser pontos, mas também pode ser outros conjuntos. Ele trabalha com a extensão do conjunto de funções.

P4: Interessante isso!

P2: Eu estou estudando isso no doutoramento, em uma disciplina. Tem um aluno que fez um seminário e o outro vai falar de ultrafiltro. O cara fez o seminário, foi bom, mas não lembro mais nada.

P3: Até agora não acrescentou nada.

P5: Por exemplo, os hiper-reais.
P3: Eu nunca tinha ouvido falar sobre isso, agora já tenho uma idéia, consigo entender melhor essas contas.

P2: Ele começa o artigo questionando o Cálculo e Análise e, em minha opinião, ele não está questionando Cálculo e Análise.

P5: Ele tentou mostrar que em algumas situações você está se referindo ao infinito e em outras ao infinitésimo, que são conceitos diferentes e muitas vezes são abusivamente usados como a mesma coisa, e isso pode ser um problema para o entendimento do aluno, na passagem de estudo do Cálculo para a Análise.

P2: Está bem, em que ponto ele enfatizou o limite?

P5: Na página 9, antes de começar falar da pesquisa do IREM, “O limite gera problemas epistemológicos que traduzem dificuldades para os alunos”.

P3: Acho que entendi o que ele quer dizer aqui. Quando você estuda o limite, você diz que o coeficiente é a tangente, e essa por sua vez é o cateto oposto sobre o adjacente. No limite você está fazendo essa aproximação e chega uma hora que esse triângulo desaparece, dentro dos reais. No limite, isso fica complicado, já que você está trabalhando com os números reais, já no infinitésimo. Isso fica mais claro, porque eu consigo ter um espaço que não é um número real e sim o infinitésimo. Com esse infinitésimo consigo construir o triângulo retângulo. Acho que por isso que ele fala que usa a idéia do limite, em outro ambiente, que é o infinitésimo.

P2: Mas, como você pode pegar a idéia do infinitésimo e fazer isso, sendo que ele é menor que qualquer número real? Isso é completamente antiintuitivo.

P3: Não, eu não vejo que a proposta é discutir sobre antiintuitivo, estou dizendo que você usa o limite, mas na realidade você está usando a idéia do infinitésimo, portanto há uma discordância.

P2: Mas se há discordância do limite, há aqui também na representação gráfica, seria um triângulo com limite?

P3: Dentro dos reais sim, mas no Cálculo Infinitesimal não, porque existe um espaço menor do que um número real é bastante abstrato, porque o conjunto dos números reais já é infinito. Como você vai encontrar algo menor ainda?

P2: Ele quer remediar o limite por um conjunto dos hiper-reais, que é maior ainda e muito mais difícil de entender para justificar o infinitésimo.
[Encontro do dia 19/03/05]

Considerações Finais

Nestas considerações finais, inicialmente apresentaremos uma síntese dos principais aspectos considerados neste estudo, em seguida, reflexões sobre a investigação realizada, buscando respostas à questão central de pesquisa e às demais questões decorrentes e, finalmente, considerações sobre as implicações deste estudo na formação do formador de professores de Matemática e seu desenvolvimento profissional. Encerraremos com algumas recomendações, tanto no que se refere à necessidade de novas investigações sobre as possibilidades de formação do formador de professores de Matemática, que ministra a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, como no que concerne ao desenvolvimento profissional destes formadores.

1. SÍNTESE DO ESTUDO REALIZADO

O objetivo de nosso estudo foi o de compreender as possibilidades e limitações de constituir um grupo de trabalho do tipo *colaborativo*, a partir de um grupo de trabalho coletivo, constituído por formadores de professores que ministram aulas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, numa instituição que tem como cultura escolar o *individualismo*.

A investigação realizada foi centrada no grupo, mas, também, considerando a importância do indivíduo na constituição deste e das possibilidades de seu desenvolvimento profissional.

Para situarmos nosso problema de pesquisa, buscamos, na literatura, referenciais teóricos com a finalidade de compreendermos o desenvolvimento profissional do professor e as culturas escolares.

Em relação ao desenvolvimento profissional, foram esclarecedoras e instigantes as formulações propostas por Day (2001) no sentido de que o desenvolvimento profissional do professor engloba todas as suas experiências de aprendizagem (naturais, planejadas e conscientes) que lhe trazem benefícios diretos ou indiretos e contribuem para o processo ensino-aprendizagem, que corresponde a um processo que envolve o desenvolvimento das competências da prática letiva do docente, propiciando a esse autocontrole de suas atividades como educador. Essa visão é complementada pela concepção apresentada por Ponte (1998), ao destacar que o desenvolvimento profissional do professor está relacionado aos aspectos ligados à didática, à ação educativa mais geral, às relações e interações com outros professores e com a comunidade extra-escolar. Essas idéias foram importantes para nossas primeiras conjecturas relativas ao sentido do que poderia ser o desenvolvimento profissional de um professor da educação superior, que ensina Cálculo Diferencial e Integral, tradicionalmente visto como um profissional “pronto”, que atua de forma isolada e cuja atividade docente é pouco questionada.

Nessa linha de raciocínio, foi importante a contribuição dos estudos desenvolvidos por Hargreaves (1994) sobre as diferentes formas da cultura escolar e suas implicações no desenvolvimento profissional dos professores destas instituições. Dentre elas identificamos o “individualismo” como a cultura escolar dominante em nossa instituição, permeada por alguns momentos da cultura escolar denominada “colegialidade artificial”. Ao mesmo tempo, Hargreaves propõe como alternativa a cultura escolar definida como “colaborativa”, essencial para o desenvolvimento profissional dos professores. Configurou-se como muito relevante para nossa trajetória de pesquisa o que esse autor propõe como um dos paradigmas mais prometedores surgidos na pós-modernidade que é o da *colaboração*, como princípio articulador e integrador da ação, do planejamento, da cultura, do desenvolvimento, da organização e da investigação.

Apoiados nessa referência, fomos em busca de trabalhos que tematizam a colaboração, e nos debruçamos nos trabalhos de Little (1993), Souza Júnior (2000), Santos (2000) e Lopes (2003). Com base nesses trabalhos identificamos o *grupo colaborativo*, como uma alternativa que poderia ser promissora para o desenvolvimento profissional de professores da educação superior, uma vez que, pelas características desse grupo, a relação entre pares pode se dar sem que haja uma hierarquização em relação ao domínio de conteúdos específicos, o que geralmente é fonte de grandes dificuldades.

Essa percepção nos deu maior segurança no sentido de que o projeto de pesquisa elaborado tinha, de fato, relevância, uma vez que faltam estudos que se dediquem a investigar o desenvolvimento profissional de formadores de professores num grupo *colaborativo*, particularmente no caso de formadores de instituição particular que tem como *cultura escolar* o trabalho *individual*. Além disso, essas instituições, como esta por nós pesquisada, são atualmente responsáveis pela formação da maioria dos professores da educação básica em nosso país.

A opção por um grupo de professores de Cálculo Diferencial e Integral, que já era nossa idéia inicial, ganhou respaldo nas leituras de Azcárate (1998) que afirma que o conhecimento didático de um dado conteúdo tem um caráter epistemológico fundamentado na prática que se diferencia tanto na estrutura como na construção de um conhecimento formal, no caso um conhecimento matemático específico, e também em Little (1993), que considera que os grupos disciplinares representam um campo natural para a integração entre os professores.

Feita a opção pelo grupo de professores de Cálculo Diferencial e Integral, passamos à realização de uma revisão de algumas pesquisas que tratavam dos aspectos didáticos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral e constatamos que o recurso à tecnologia era o foco de investigação da maioria deles, considerado como um instrumento importante a ser inserido no processo ensino-aprendizagem para melhor compreensão dos conceitos trabalhados nessa disciplina. Encontramos, também, diferentes estudos que focalizam os livros-texto de Cálculo, partindo da premissa de que eles influenciam a condução das aulas pelos professores e alguns trabalhos que investigam a História da Matemática como fonte enriquecedora para as discussões e apresentação dos conceitos dessa disciplina.

Destacamos ainda como leituras muito significativas as dos trabalhos de Elbaz (1983) que evidenciam o fato de que todas as espécies de conhecimento do professor estão integradas e filtradas pelos valores e crenças pessoais, constituindo, assim, um saber que orienta a sua prática profissional e que é de natureza essencialmente prática, sendo, na sua maioria, mais implícito que explícito. De Tardif (2002) nos apropriamos da idéia do professor ter um papel decisivo na construção do seu próprio conhecimento, que é construído ao longo de sua trajetória acadêmica e profissional, e com Connelly e Clandinin (1999) compreendemos que o conhecimento profissional do professor reflete uma história individual e social apoiada nos contextos nos quais os professores estão inseridos.

Essas idéias nos revelavam que havia um mundo bastante desconhecido a ser explorado, pois os trabalhos sobre crenças e concepções geralmente se referem a professores da educação básica, em especial, a de professores das séries iniciais.

Para mantermos coerência com as referências teóricas construídas, optamos por uma abordagem de investigação qualitativa, um estudo de caso, no qual acompanhamos a trajetória de um grupo de trabalho coletivo.

2. OS RESULTADOS OBTIDOS

2.1 O processo de constituição do grupo de trabalho coletivo.

O processo de constituição do grupo teve como principal vetor o interesse, várias vezes explicitado, de criação de um espaço próprio para discutição do ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, num curso de Licenciatura em Matemática. A existência de um objetivo comum foi, sem dúvida, um fator positivo para a constituição do grupo. No entanto, a expectativa dos integrantes era a de que lhes seria apresentada uma “pauta” fechada de tópicos a serem debatidos e que isso seria tarefa de um coordenador. Essa expectativa foi logo desfeita no primeiro encontro pelo investigador, provocando certa instabilidade no grupo.

A dificuldade para deliberar sobre uma pauta comum revelou-se um grande desafio para o grupo, acostumado aos rituais das reuniões que ocorrem em geral nas instituições, na perspectiva da *colegialidade artificial*.

Outro problema a ser superado referiu-se a compatibilidade das disponibilidades dos professores para organizar uma agenda de reuniões, tendo em vista que as condições de trabalho de professores do ensino superior, que atuam em instituições que adotam o regime de contrato por hora-aula, são bastante desfavoráveis. O problema foi contornado com a disposição dos professores em abdicar de seu descanso em alguns sábados, para participarem do grupo.

Buscando estabelecer relações entre as proposições de Hargreaves a respeito dos pressupostos de *cultura colaborativa* e a constituição do grupo pesquisado, podemos afirmar que a participação foi espontânea, voluntária e facultativa, partindo de um convite do investigador.

Além disso, a participação caracterizou-se como partilhada e orientada para o desenvolvimento profissional, uma vez que os integrantes tinham como objetivo encontrar alternativas, para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que fossem mais eficazes para a formação de futuros professores de Matemática. Outro item contemplado foi o da duração prolongada, uma vez que o trabalho coletivo aconteceu durante dois semestres consecutivos. Tínhamos, assim, as condições necessárias para a constituição de um grupo colaborativo.

2.2 O compartilhamento das motivações por seus integrantes.

Se, de um lado, a grande motivação para constituição do grupo já existia, por outro lado essa motivação se revelava de formas diferentes. De modo geral, a motivação maior era a necessidade de rever o papel da disciplina num curso de formação inicial de professores de Matemática, uma vez que havia uma avaliação das dificuldades dos alunos nessa disciplina que sugeria falta de vinculação entre o que aprendiam e o que futuramente deveriam ensinar a seus alunos, por exemplo, o objeto funções. Mas havia também uma outra motivação que era a de buscar diferentes estratégias para enfrentar problemas referentes ao processo de aprendizagem dos alunos, e também compartilhar experiências realizadas em sala de aula pelos diferentes integrantes do grupo.

Essas motivações foram debatidas logo no primeiro encontro. No entanto, ao longo da trajetória do grupo, um sentimento de frustração foi se instalando, porque as “soluções mágicas” não estavam aparecendo. Ao mesmo tempo, o grupo se dava conta de que a tarefa era bastante complexa e envolvia algumas variáveis talvez não consideradas, a princípio, como o conhecimento do próprio conteúdo específico.

A motivação que, inicialmente era predominantemente de natureza didática, foi se transformando em motivação para aprofundar conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral e suas aplicações. Essa mudança chegou a ser discutida formalmente no grupo, mas houve apenas uma concordância tácita.

Tais percepções a respeito da mudança de motivação e ação grupais coadunam-se ao que diz Ponte (1998), no sentido de que enquanto a formação é um movimento essencialmente de fora para dentro, cabendo ao professor assimilar os conhecimentos e a informação que lhe são transmitidos, o desenvolvimento profissional é de dentro para fora, sendo mais amplo e considerando, inclusive, os aspectos cognitivos, afetivos e relacionais do conhecimento do professor.

2.3 Estratégias utilizadas pelo grupo para atingir os seus objetivos.

As estratégias para o funcionamento do grupo não chegaram a ser debatidas por eles. Observamos que pareceu bastante natural ao grupo, o emprego de procedimentos que são bastante freqüentes nos cursos de formação em que a leitura de textos feita coletivamente ou as apresentações feitas por algum integrante do grupo (com uso de slides), seguidas de debates, são as estratégias mais adequadas.

A tematização da própria prática e o relato de experiências em sala da aula foram estratégias pouco utilizadas pelo grupo, sendo, inclusive, criticadas por alguns dos integrantes. Da mesma forma, o grupo não se mobilizou para buscar conhecer investigações existentes sobre o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, a não ser no momento em que um dos integrantes apresentou os resultados de sua dissertação de mestrado, analisando atividades propostas em livros-texto sobre derivadas.

Outras estratégias possíveis como a análise de aulas de Cálculo Diferencial e Integral desenvolvidas na instituição, por meio da filmagem em vídeo, ou mesmo a análise de tarefas apresentadas aos alunos e a discussão de como os alunos as enfrentam, também não foram cogitadas. Uma possível razão para isso pode estar ligada ao fato de que os professores, no início do grupo, evitaram a exposição de suas dificuldades práticas frente aos colegas; no entanto, Carr e Kemmis (1986, p. 41) defendem a idéia de que a construção da autonomia e responsabilidade profissionais dos professores "requer que [...] construam por eles mesmos uma teoria educacional por meio de reflexão crítica sobre seu próprio conhecimento prático".

Com relação aos debates, um aspecto interessante de ser analisado foi o da insatisfação manifestada em várias oportunidades, quanto à falta de conclusão das discussões. Além disso, uma visão bastante linear se revelou no grupo com afirmações tais como "nem terminamos a discussão de limite e já vamos iniciar a discussão de derivadas", o que denota a presença de um modo linear de pensar o conhecimento matemático: "há também nas idéias sobre conhecimento, a representação de uma cadeia em que os elos vão sendo encadeados uns após os outros, de forma hierarquizada, isto é, cada um deles constitui um pré-requisito para o seu sucessor" (Pires, 2000, p. 71).

2.4 As relações interpessoais e profissionais entre os integrantes do grupo e a interferência dessas relações na sua participação individual

No que se refere às relações interpessoais e profissionais entre os integrantes do grupo avaliamos que a competição foi dominante nos dois primeiros encontros e a negociação e cooperação caracterizaram os encontros seguintes. Mesmo assim, é importante ressaltar que num mesmo encontro os três tipos de relação – competição, negociação e cooperação – aconteceram simultaneamente com intensidades diferentes. A competição revelou-se, principalmente, em relação à titulação dos integrantes do grupo, em termos de uma formação em “Matemática” ou em “Educação Matemática”. Em diferentes situações, o formador que estava cursando o Doutorado em Matemática, tomava para si a responsabilidade de dar a última palavra nas discussões que envolviam conceitos matemáticos, postura essa que era referendada pelo grupo. Podemos relacionar essa situação ao que diz Santos (2000) em relação às dinâmicas de poder dentro dos grupos, no nosso caso o fato de o grupo referendar a autoridade do formador que estava cursando doutorado em Matemática, tratava-se de atribuição de poder ao “perito”, que é aquele que domina um conjunto de conhecimentos e competências que permite resolver problemas que outros não são capazes. Da mesma forma, alguns formadores que tinham concluído o Mestrado em Educação Matemática colocavam-se como referência nas discussões que envolviam questões didático-metodológicas. Parte do grupo procurava manter uma posição de neutralidade.

Ressaltamos que essa dinâmica esteve mais presente nos primeiros encontros, dando lugar a um reconhecimento mútuo de capacidades didáticas e de conhecimentos específicos da Matemática, nos encontros seguintes. A primeira manifestação de confiança surgiu no terceiro encontro, quando um dos integrantes explicitou uma dúvida referente ao conceito de limite, sem mostrar desconforto ou insegurança em expô-la perante o grupo. Essa atitude “desarmou” o restante dos formadores, permitindo que outras dúvidas fossem apresentadas e também estimulou a cooperação, no sentido de que todos se preocuparam em compreender e esclarecer a dúvida e também se mobilizaram no sentido de pesquisar em livros, em consultas a professores de Cálculo Diferencial e Integral de outras instituições, por exemplo.

Com o decorrer do tempo, as divergências foram sendo resolvidas por meio de negociações, em que de um lado havia uma disposição de argumentar e fundamentar pontos de vista e de outro, a disposição de compreender o ponto de vista do outro. Isso ocorreu com muita freqüência, quando no decorrer dos encontros, aconteceram alguns debates sobre práticas realizadas pelos participantes em suas aulas. Esse processo de negociação contribuiu para os avanços do grupo, principalmente no que tange à relação entre os seus integrantes, pois sentimos que as diferenças individuais foram superadas ou respeitadas, encontrando-se uma forma de trabalhar coletivamente. Ou seja, de uma forma geral, podemos caracterizar que a relação do grupo foi amistosa e entre os integrantes prevaleceu o respeito profissional, porém houve momentos de atrito em relação à concepções de ensino-aprendizagem, assim como em relação a conceitos matemáticos.

Todos os participantes mostraram-se bastante envolvidos nas discussões, com poucas exceções de neutralidade.

No que diz respeito à liderança, consideramos que foi compartilhada e a maioria das decisões coube ao grupo. Um aspecto que acabou favorecendo o funcionamento do grupo foi o fato do mesmo ser heterogêneo tanto em termos do tempo de experiência profissional (de 1 a 20 anos de experiência profissional), como em relação à formação na graduação (Licenciatura em Matemática, Bacharelado em Matemática e Bacharelado em Física) e na Pós-Graduação (Matemática, Educação Matemática e Física).

2.5 Condução e fluxo das discussões.

Analisando a condução e o fluxo das discussões, identificamos um primeiro momento marcado por atitudes mais reservadas, menor exposição por parte dos envolvidos e discussão de assuntos mais gerais ligados a problemas enfrentados no curso, evidenciando as dificuldades iniciais esperadas de funcionamento do grupo colaborativo para a formação de formadores. Também percebemos que nesse primeiro momento, houve certa disputa para ganhar a liderança, provocando atitudes competitivas.

Já num segundo momento, as discussões evoluíram e os integrantes foram se dando conta da necessidade de construir coletivamente conhecimentos que lhes faltavam para sua atuação como professores de Cálculo Diferencial e

Integral, tanto em conhecimentos matemáticos como em conhecimentos do ensino e sobre o aluno. Essa tomada de consciência imprimiu maior qualidade aos trabalhos do grupo.

Finalmente, identificamos um terceiro momento, marcado por certo esvaziamento das discussões; os participantes do grupo sentiram a necessidade de elementos externos que pudessem esclarecer determinados assuntos, principalmente em relação ao conhecimento matemático. De modo geral, os integrantes do grupo não explicitaram a necessidade de buscar ajuda para o enfrentamento de problemas de natureza do ensino e sobre o aluno, assinalando uma contradição com as motivações declaradas pelo grupo no início do processo. Boavida e Ponte (2002) declaram que o plano de trabalho de um grupo colaborativo pode sofrer alterações no decorrer do trabalho, sendo que o que o orienta são os objetivos a serem alcançados, tendo em vista os contextos em que o trabalho é desenvolvido.

2.6 Crenças e concepções dos professores reveladas no grupo

Antes de iniciarmos os encontros, realizamos com cada professor, individualmente, uma entrevista na expectativa de levantar suas concepções e crenças em relação ao processo ensino-aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática. Em relação aos aspectos curriculares, os formadores que participaram do grupo, em sua totalidade, planejam suas aulas de maneira a apresentar os conteúdos de uma forma linear, seguindo as propostas dos livros-texto, limite, derivada, aplicações das derivadas, integral e aplicações das integrais.

Durante os encontros esse fato ficou evidente em diferentes momentos, tais como na forma de conduzirem as discussões, optando por iniciar por limite; em um dos encontros discutiu-se sobre essa seqüência e os formadores manifestaram não considerar relevante discutir uma proposta diferente da tradicional. Um dos formadores chegou a questionar e criticar a possibilidade de ensinar derivada antes de limite: “como ensinar derivada sem que o aluno saiba limite?”.

Aparentemente, as visões desses formadores estão respaldadas nas situações e experiências educativas que cada um pessoalmente tenha vivido em sua trajetória acadêmica (Tardif, 2002) e na citada “linearidade curricular” (Pires, 2000).

No que se refere ao aspecto de metodologia de ensino, os formadores afirmaram não considerarem os aspectos históricos do desenvolvimento dos conceitos matemáticos, por não terem tido oportunidade, na graduação ou na pós-graduação, de estudar História da Matemática de forma que se sentissem preparados para utilizarem desses conhecimentos em suas aulas. Os discursos destes professores em torno dessas questões foram, de alguma forma, superficiais, sem qualquer referência aos papéis culturais, sociais e científicos da Matemática, assim como sobre a relevância da História e da Filosofia no desenvolvimento do conhecimento matemático. Outro fato que destacamos é que apenas dois dos formadores afirmaram usar a informática como recurso didático em algumas de suas aulas. Nesse sentido, os formadores em questão parecem andar na contramão do que apontam as pesquisas em Educação Matemática (Dall’Anese, 2000; Melo, 2002; Silva, 2004) em relação ao beneficio metodológico da abordagem do conteúdo matemático relacionado ao seu desenvolvimento histórico devidamente contextualizado e ao uso das tecnologias em sala de aula.

Dessa forma, é possível concluir que os formadores de professores de matemática em questão não têm o hábito de lerem pesquisas na área de Educação Matemática e este “novo” hábito precisa ser criado.

É digna de nota a concepção que apareceu tanto nas entrevistas individuais quanto nas discussões grupais sobre o “conhecimento do aluno”. Tal concepção parece afirmar que a discussão da aprendizagem do aluno é relevante apenas nos momentos que ela apresenta distúrbios, sem considerar o papel decisivo de novas tentativas metodológicas por parte do professor, como se “aprender” e “não aprender” fossem processos que ocorrem somente no aluno, e quando não é possível negar o papel do professor afirmam que a “culpa” é da educação básica. No entanto, sabemos que a participação do professor nesses processos é vital como afirma Brousseau (1996, p. 49) “o trabalho do professor consiste [...] em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifiquem como resposta as exigências do meio".

2.7 Saberes sobre Cálculo Diferencial e Integral priorizados no grupo.

Para analisarmos os saberes priorizados no grupo, dividimo-los em três diferentes categorias quanto à sua natureza: conhecimento do ensino, conhecimento matemático e conhecimento do aluno.

Os saberes mais discutidos, considerando o total dos encontros, foram os relacionados ao conhecimento do ensino, destacando-se as discussões acerca da forma de apresentação do conceito de limite: se este deveria ser abordado a partir de sua definição e propriedades ou de maneira intuitiva; e em que momentos do curso o conceito deveria ser tratado formalmente. Percebemos que a maioria dos formadores não tinha clareza do que vinha a ser a maneira "intuitiva" de apresentar o conteúdo, tratando-a como uma forma de simplificá-lo, com exercícios "mais fáceis", sem atingir o conceito de limite; tal percepção confirma o que dizem Cornu (1991) e Sierpinska (1985).

Discutiram, também, sobre a importância e a qualidade dos livros-texto, referendando sua forma de apresentação dos conteúdos, assim como o rigor matemático necessário e os exercícios propostos.

Os saberes relacionados ao conhecimento matemático, apesar de terem aparecido em todos os encontros, foram priorizados a partir do terceiro encontro, quando o grupo decidiu estudar em conjunto sobre a diferença entre infinito e infinitésimo; a possibilidade do limite de uma determinada função ser igual a mais ou menos infinito, e a classificação da função em contínua ou não-contínua. Percebemos, neste sentido, que os formadores apresentaram deficiências em relação ao conhecimento matemático, não conseguindo diferenciar epistemologicamente os conceitos de infinito e infinitésimo; sendo assim, também não conseguiram discutir com profundidade a abordagem destes conceitos no processo ensino-aprendizagem (Cornu, 1991).

Por fim, o conhecimento do aluno foi o tema menos priorizado pelo grupo. Quando abordavam temas relacionados a esse conhecimento, na maioria das vezes, consideravam os aspectos negativos da aprendizagem, como já mencionamos em item anterior. Parece-nos que tal fato atuou como entrave na discussão de conhecimentos fundamentais que viabilizariam o processo ensino-aprendizagem específico da área de Cálculo Diferencial e Integral, conhecimentos estes que, segundo Cornu (1991), Sierpinska (1985), Tall (1991), Azcárate e outros (1996) e Vinner (1991), são determinantes para dar significado à área de Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que esta área, conforme já abordado por nós, é rica em noções, ora em conformidade, ora em contradição com as idéias intuitivas dos alunos; apresenta uma diversidade de registros de representações em que seus conceitos são apresentados; aborda noções que são estudadas na educação básica, tais como número real, infinito, continuidade, limite, função; e tem aplicações em outras áreas do conhecimento.

Essa perspectiva deveria estar presente nas discussões do grupo, para que os professores formadores passassem a questionar quais as potencialidades do Cálculo Diferencial e Integral para a formação de professores de Matemática da educação básica.

3. REFLEXÃO FINAL

Gostaríamos de tecer algumas considerações sobre as aprendizagens e inquietações que se manifestaram ao longo desta investigação. Consideramos que o desenvolvimento profissional do formador de professores é contínuo, e que são urgentes os investimentos para que ele se processe; tanto governamentais quanto institucionais e pessoais de cada formador.

Analisando os resultados obtidos, podemos afirmar com Hargreaves (1994) que a *colaboração* é um dos paradigmas mais promissores para o desenvolvimento profissional do formador de professores, pois possibilita que ele explicite dúvidas relacionadas à sua prática letiva, discuta conceitos que não teve a oportunidade de discutir durante sua formação formal e reelabore suas concepções de ensino-aprendizagem.

Pretendemos inicialmente, com o presente estudo, colaborar para compreensão de novas formas de promoção de desenvolvimento profissional do formador de professores de Matemática. Chegando ao fim deste trabalho, pudemos entender que a investigação não termina aqui. Deve seguir adiante, promovendo novos questionamentos, tais como: de que forma o grupo colaborativo pode influenciar a cultura escolar do curso de Licenciatura em Matemática, no sentido de sua transformação? Quais os efeitos do grupo colaborativo sobre a prática letiva dos formadores de professores? De que forma as reflexões sobre a prática letiva emergem em nível individual e grupal?

A investigação deve, sobretudo, seguir em direção a tornar-se instrumento de desenvolvimento profissional do formador de professores, deve ser por ele “construída” e “consumida” com tanta voracidade como o são, hoje em dia, os livros-texto. É o que desejamos, sinceramente.

Bibliografia

ALARCÃO, I. *Escola reflexiva e nova racionalidade*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

ALVEZ-MAZZOTI, A. J e GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 1998.

AMADEI, F. L. *O infinito um obstáculo no estudo da matemática*. São Paulo, 2005. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia na prática escolar*. Campinas: Papirus, 1995.

______. A pesquisa sobre a formação de professores no Brasil – 1990-1998. In: CANDAU, V. M. (org). *Ensinar e aprender: sujeitos, saberes e pesquisas*. Rio de Janeiro: DP&A, pp. 83-99, 2000.

AZCÁRATE, C.; CASADEVALL , E. C.; BOSCH, D. *Cálculo diferencial e integral*. Madri: Síntesis, 1996.

AZCÁRATE, P. Sobre el conocimiento didáctico del contenido - dilemas y alternativas. In: RICO, L.; SIERRA, M. (eds.). *Primer Simpósio de la Sociedad Espanola de Investigación em Educación Matemática*. Granada: SEIEM, 1998, p. 27-36.

BALL, D. L. Research on teaching Mathematics: making subject matter part of the equation. In: J. BROPHY (ed.). *Advances in research on teaching*. Greenwich: JAI Press, 1991.

BARUFI, M. C. B. *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de cálculo diferencial e integral*. São Paulo, 1999. Tese de doutorado – Universidade de São Paulo.

BENEDITO, A.; V. FERRER; V.; FERRERES, V. *La formación universitaria a debater*. Barcelona: universitat de Barcelona, 1995.

BIREAUD, A. *Os métodos pedagógicos do Ensino Superior*. Trad. Irene Lima Mendes. Porto: Editora Porto, 1995.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. *Investigação colaborativa: potencialidades e problemas - refletir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002.

BOAVIDA, A. M. Resolução de problemas: que rumos para a educação matemática? In: PONTE, J. P. (org.). *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 115-122.

BOGDAN, R.; e BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Trad. Maria J. Álvares, Sara B. dos Santos e Telmo M. Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. *Lei n^o 9394, de 1996*. Estabelece as Diretrizes da Educação Nacional. Brasília: Ministério da Educação, 1996.

_______. *Lei nº 5.540, de 1968*. Estabelece as Diretrizes da Educação Nacional. Brasília: Ministério da Educação, 1968.

_______. *Diretrizes curriculares nacionais para formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.* Brasília: Ministério da Educação, 2001.

_______. *Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura*. Brasília: Ministério da Educação, 2001.

_______. Ministério da Educação - Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didática da Matemática - reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BRZEZINSKI, I. org. *LDB Interpretada: diversos olhares se entrecruzam*. 6.ed. São Paulo: Cortez, 2001.

CARR W. e KEMMIS, S. *Becoming critical: education, knowledge and action research*. London: Falmer Press, 1986.

CARVALHO, D. L. Análise das concepções de matemática de professores de 1ª a 4ª séries e desenvolvimento de uma proposta de ensino baseada em uma concepção crítico-social da Matemática. Dissertação de Mestrado. Unicamp: 1989.

CHAVES, S. N. *A construção coletiva de uma prática de formação de professores de ciências: tensões entre o pensar e o agir*. Campinas, 2000. Tese de doutorado - Unicamp.

CLEMENT, J. Analysis of clinical interviews: foundations and model viability. In: KELLY, A. E.; LESH, R. (eds.) *Handbook of research data design in mathematics and science education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2000, p. 547-589.

CONNELLY, F. M. e CLANDININ, D. J. Stories of experience and narrative inquiry. *Education Researcher*, 19, 5, 1995, p. 2-14.

CONNELLY, F. M. e CLANDININ, D. J. *Teachers as curriculum planners: narratives of experience*. New York: Teachers College Press, 1988.

CORNU, B. Limits. In: TALL, D. (ed). *Advanced mathematical thinking*. Boston/Londres: Kluwer Academic, 1991, p. 153-166.

CRESCE, L. L. P, de. “*Na universidade cada um acaba sendo seu principal mestre...” – dificuldades de ensino e aprendizagem da Matemática no terceiro grau.* São Carlos, 1991. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia - UFSCar.

CURY, H. N. org. *Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

DAY, C. *Desenvolvimento Profissional de Professores: Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto: Porto Editora, 2001.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

DALL'ANESE, C. *Conceito de derivada: uma proposta para seu ensino e aprendizagem*. São Paulo, 2000. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

D'AVOGLIO, A. R. *Derivada de função num ponto. Uma forma significativa de introduzir o conceito*. São Paulo, 2002. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

DEMO, P. *Educar pela pesquisa.* São Paulo: Autores Associados, 1996.

DENCKER, A. F. M; VIÁ, S. C. *Pesquisa empírica em Ciências Humanas*. São Paulo: Futura, 2001.

ELBAZ, F. *Teacher thinking - a study of pratical knowledge*. London: Croom Helm, 1983.

ELLIOTT, J. *Action research for professional development and improvement of schooling.* Cambridge: Carn, 1984.

ESCUDERO, J. M. L. *Los desafios da las reformas escolares*. Sevilha: Arquétipo, 1992.

FENSTERMACHER , G. D. The Knower and the known - the nature of knowledge in research on teaching. In: DARLING-HAMMOND, L (org). *Review of Research on Education,* vol. 20. Washington: American Educational Research Association, 1994, p. 1-54.

______________________. Some moral considerations on teaching as a profession. In: GOODLAD, J., SODER, R., SIROTNIK, K. (eds). *The moral dimensions of teaching*. San Francisco: Jossey-Bass, 1990, p. 130-151.

FENSTERMACHER, G. D. e RICHARDSON, V. The elicitation and reconstruction of practical arguments in teaching. *Journal of Curriculum Studies*, Vol. 25, 2, p. 101-14, 1993.

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de Matemática. In: *Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares*. (org.) FIORENTINI, D. Campinas: Mercado de Letras, 2003, p. 19-50.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. S.; FREITAS, M. T. M; MISKULIN, R. G. S. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. In: *Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática*. Belo Horizonte, UFMG, n. 36, 2002, p. 137-160.

FIORENTINI, D. O estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação de professores que ensinam matemática. In: *Seminário Nacional sobre os Cursos de Licenciatura em Matemática*. Salvador: s.e., 2003.

GARCIA, C. M. *Formação de Professores: para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora, 1999.

GODOY, L. F. S. *Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem*. São Paulo, 2004. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

HARGREAVES, A. *Changing teachers, changing times: Teachers' work and culture in Postmodern Age*. New York: Teachers College Press, 1994.

________. Cultures of teaching: a focus for change. In: Hargreaves, A. Fullan, M. G. (eds). *Understanding teachers' development*, 1992.

HOPKINS, D. Towards a theory of school improvement. In: GRAY, J., REYNOLDS, D., FITZ-GIBBON, C. (eds.), *Merging traditions: the future of research on school effectiveness and school improvement*. London: Cassel, 1996.

HUNT, E. Problem solving. In: STERNBERG, R. J. (ed.), *Thinking and problem solving*. London: Academic Press, 1988.

LANCHINI, J. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em cálculo. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. *A prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo*. Belo Horizonte: FMARC, 2001, p. 144-190.

LIEBERMAN, A. *School/University collaboration: a view from the inside*. Phi Delta Kappan, 74, 2, 1992, p. 147-156.

LITTLE, J. W. Professional community in comprehensive high schools: the two worlds of academic and vocation teachers. In: Judith Warren LITTLE, J. W.; W. MACLAUGLIN, M. W. (eds). *Teachers' work: individual, colleagues and contexts*. New York: Teachers College Press, 1993.

LOPES, C. A. E. Conhecimento Profissional e grupo colaborativo: uma pesquisa com educadoras matemáticas na infância. *II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: SBEM, 2003.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MARCELO, C. Como conocem los profesores la matéria que enseñan - algunas contribuciones de la investigacion sobre conocimiento didactico del contenido. In: MESA, L.; JEREMIAS, L. (eds.), *Las didácticas específicas en la formacion del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo, 1993.

MCLAUGHLIN, M. W. What matters most in teachers' workplace context? In: LITTLE, J. W., MCLAUGHLIN, M. W. (eds). *Teachers' work: individuals, colleagues and contexts*. New York: Teachers College Press, 1993, p. 73-103.

MELO, J. M. R. *Conceito de integral: uma proposta computacional para o seu ensino e aprendizagem*. São Paulo, 2002. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MEYER, C. *Derivada/reta tangente: imagem conceitual e definição conceitual*. São Paulo, 2003. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na educação matemática: propostas e desafios.* Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MORTIMORE, P; SAMMONS, P.; STOLL, L.; LEWIS, D.; ECOB, R. Key factors for effective junior schooling. In: POLLARD, A., BOURNE, J. (eds.), *Teaching and learning in the primary school*. London: Routledge, 1994.

MOURA, O. M. *Produção, aplicação e avaliação conjunta de uma experiência metodológica em matemática para 5ª série*. Campinas, 1984. Dissertação de Mestrado - UNICAMP.

NACARATO, A. M. *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria*. Campinas, 2000. Tese de doutorado – UNICAMP.

OLIVEIRA, H. M.; PONTE, J. P. Investigações sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: *VII Seminário de Investigação em Educação Matemática. Actas ProfMat96*, Lisboa: APM, 1996.

OLIVEIRA, A. H. *A noção de integral no contexto das concepções operacional e estrutural.* São Paulo, 2004. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PAQUAY, L. et al. *Formando professores profissionais: quais estratégias? Quais competências?* Trad. Fátima Murad e Eunice Gruman. 2. ed. rev. Porto Alegre: Artmed, 2001.

PATTON, M. Q. *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park: Sage, 1987.

PIRES, C. M. C. O que o exame nacional de cursos de matemática está avaliando? Analisando alguns aspectos das cinco primeiras edições do “provão”. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo: SBEM, v. 14, p. 11-18, agosto, 2003.

_______. Reflexões sobre os cursos de Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, SBEM, v. 11A, p. 44-56, abril, 2002.

_______. *Currículos de matemática: da organização linear à idéia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.

PONTE, J. P. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, SBEM, v. 11A, p. 3-8, abril, 2002.

_______. *Por uma formação inicial de professores de qualidade*. Documento de trabalho da Comissão *ad hoc* do CRUP para formação de professores. Lisboa: s.e., 2000.

_______. Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: TAVARES, J.; PEREIRA, A; PEDRO, A. P.; SÁ, H. A. (eds), *Investigar e formar em educação*. *Actas do IV Congresso da SPCE*. Porto: SPCE, p. 59-72, 1998.

__________. Knowledge, beliefs, and conceptions in mathematics teaching and learning. In: BAZZINI, L. (org.). *Theory and practice in mathematics education*. Proceedings of the V Conference for the systematic cooperation between the in practice in Mathematics. Pavia, Italy: ISDAF, 1994, p. 169-177.

__________. Professores de Matemática: das concepções aos saberes profissionais. In: *Actas do IV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM, 1993, p. 59-80.

__________. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J. F.; e PONTE, J. P. (eds). *Educação Matemática: temas de investigação*. Lisboa: IIE e SPCE, p., 1992, p. 185-239.

PONTE, J. P.; SANTOS, L. *Práticas lectivas num contexto de reforma curricular*. Quadrante, 7(1), 1998, p. 3-33.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H; CUNHA, H.; SEGURADO, I. *Histórias de Investigações matemáticas*. Lisboa: IIE, 1998.

REIS, F. da S. *A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. São Paulo, 2001. Tese de doutorado – UNICAMP.

RIBEIRO, F. D. *A Formação do professor-educador matemático em cursos de licenciatura em Matemática*. Paraná, 1999. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

RIBEIRO, R. M. O *Papel da Reflexão sobre a Prática no Contexto da Formação Continuada de Professores de Matemática*. São Paulo, 2005. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ROSCHELLE, J. Choosing using video equipament for data collection, In: LESH, R. (ed). *Handbook of research data design in mathematics and science education*. Mahwah: Lawrence Erblaum, pp. 709-731, 2000.

ROSENHOLTZ, S. *Synthesis of research on the effects of class size*, Education Leadership, Abril, 1989, p. 80-90.

SANT'ANNA, F. e MENEGOLLA, M. *Didática: aprender a ensinar- técnicas e reflexões pedagógicas para a formação de formadores*. São Paulo: Loyola, 2002.

SANTOS, L. *A Prática lectiva como actividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário*. Lisboa, 2000. Tese de doutorado - Universidade de Lisboa.

SBEM. *Documento síntese do I Fórum Nacional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática sobre cursos de licenciatura em matemática*. Salvador: s.e., 2004.

SCHAWARTZMAN, S. A diferenciação do ensino superior no Brasil. *Segunda Reunião do Projeto Regional de Estudos sobre políticas de Educação Superior*, Buenos Aires, 1990.

_______. Os desafios da Educação no Brasil. In: BROCK, C.; SCHWARTZMAN S. (ed). *Os desafios da Educação no Brasil*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005, p. 9-52.

SCHÖN, D. *The reflective practitioner*. São Francisco: Jossey-Bass, 1987.

_______. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e apredizagem*. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SHULMAN, L. S. *Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching*. Santiago de Compostela: Tórculo, 1992.

________. knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Education Review, vol. 57, 1, 1987, p. 1-22.

_______. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 1986, p. 4-14.

SIERPINSKA, A. Obstacles epistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches em Didactique dês Mathématiques*, V. 6, num.1, 1985, p. 5-67.

SILVA, C. A. *A noção de integral em livros didáticos e os registros de representação semiótica.* São Paulo, 2004. Dissertação de mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SILVA, J. G. A. *Levantamento das concepções de educação matemática de professores de 1º e 2º graus, por meio de uma análise sistemática do seu discurso.* Rio Claro, 1987. Dissertação de Mestrado – Unesp de Rio Claro,

SOUZA JR., A. J. de. *Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral*. Campinas, 2000. Tese de doutorado - UNICAMP.

STAKE, R. Case Studies. In: Norman Dezin e Yvonna Lincoln (EDT), Handbook of qualitative research. London: Sage Publications. 1994.

SZTAJN, P. O que precisa saber um professor de Matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, SBEM, v. 11A, p. 17-28, abril, 2002.

TALL, D. *Advanced mathematical thinking*. Boston/Londres: Kluwer Academic, 1991.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.

THOMPSON, A. G. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*, New York, Macmillan, 1992, p. 127-146.

VYGOTSKY, L. S. *El desarollo de los processos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica, 1979.

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In: TALL, D. ed. *Advanced mathematical thinking*. Boston/Londres: Kluwer Academic, 1991, p. 65-81.

ZABALZA, M. A. *Diários de aula – contributo para o estudo dos dilemas práticos dos professores.* Porto: Porto Editora, 1991.

ZEICHNER, K. M. A pesquisa-ação e a formação docente voltada para a justiça social: um estudo de caso dos Estados Unidos. In: PEREIRA, J. E. D.; ZEICHNER, K. M. (org). *A pesquisa na formação e no trabalho docente*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p. 67-94.

ZUÑIGA, A. R. Algunas implicaciones de la filosofía y la historia de las matemáticas en su enseñanza. *Revista Educación*, Costa Rica, s.e., 11 (1), 1987, p. 7-19.

YIN, R. *Case study research - design and methods*. London: Sage, 1989.

Anexo I – Matriz Curricular

Matriz Curricular – Disciplinas	CH
I – Período	
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I	80
FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA ELEMENTAR I	80
GEOMETRIA I	80
GEOMETRIA ANALÍTICA I	80
PRÁTICA PEDAGÓGICA I	80
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÊFICO CULTURAIS I	40
	440
II – Período	
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II	80
FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA ELEMENTAR II	80
GEOMETRIA II	80
GEOMETRIA ANALÍTICA II	80
PRÁTICA PEDAGÓGICA II	80
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÍFICO CULTURAIS II	40
	440
III – Período	
CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL III	80
ÁLGEBRA LINEAR	80
GEOMETRIA III	80
METODOLOGIA CIENTÍFICA	40
PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO I	40
DIDÁTICA I	40
PRÁTICA PEDAGÓGICA III	80
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÍFICO CULTURAIS III	20
	460
IV – Período	
CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL IV	80
TEORIA DOS NÚMEROS	80
GEOMETRIA IV	80
MATEMÁTICA FINANCEIRA	40
PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO II	40
DIDÁTICA II	40
PRÁTICA PEDAGÓGICA IV	80
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÍFICO CULTURAIS IV	20
ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO	100
	560
V – Período	
FUNDAMENTOS DA ANÁLISE I	80
ÁLGEBRA I	40
FÍSICA GERAL I	80
POLÍTICAS EDUCACIONAIS, ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO ENSINO I	40
MATEMÁTICA DISCRETA	80
PRÁTICA PEDAGÓGICA V	40
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÍFICO CULTURAIS V	40
ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO I	150
	550
VI – Período	
FUNDAMENTOS DA ANÁLISE II	80
ÁLGEBRA II	40
FÍSICA GERAL II	80
POLÍTICAS EDUCACIONAIS, ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO ENSINO II	40
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	80
PRÁTICA PEDAGÓGICA VI	40
ATIVIDADES ACADÊMICO CIENTÍFICO CULTURAIS VI	40
ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO II	150
	550
	3000

Anexo II – Plano de Ensino das Disciplinas Cálculo Diferencial e Integral I, II, III e IV.

<table>
<tr><th>CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL I
80 HORAS</th></tr>
<tr><td>
Ementa
Número Real. Intervalo. Módulo. Inequações. Limite de seqüências.
Objetivo
A disciplina Cálculo Diferencial e Integral I tem como objetivos retomar alguns conceitos da educação básica que serão utilizados para o desenvolvimento do conhecimento de Cálculo e iniciar o estudo de limite apresentando a idéia intuitiva.
Conteúdo Programático
1 – Os números racionais e irracionais.
2- Módulo de um número real
3- Equação e Inequação modular.
4- Limite de seqüência.
Metodologia
As noções propostas serão desenvolvidas através de situações-problema, sempre que possível referenciada na história do desenvolvimento dos conceitos e, que envolverão:
- aulas expositivas;
- análises de situações propícias a cada um dos itens estudados,
- leitura e discussão de trabalhos que aplicam essas noções,
- aulas utilizando "softwares" propícios para a construção de gráficos.
Bibliografia Básica
GUIDORIZZI, H. L. Um Curso de Cálculo. Vol. 1 , 2a. ed. – LTC, 1997.
SWOKOWSKI, E. W. – Cálculo com Geometria Analítica. Vol. I, 2a. ed. – McGraw-Hill, 1995
Complementar
BOULOS, P. Cálculo Diferencial e Integral. Vol. 1 – Makron Books, 1999.
FLEMMING, D. & GONÇALVES M. Cálculo A: Funções Limite Derivação e integração. 5ª ed.,São Paulo: Makron, 1992.
EVES, H. Introdução à História da Matemática. 3ª ed. Campinas, Editora Unicamp, 2002.
</td></tr>
</table>

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
80 HORAS

Ementa
Limite. Continuidade. Limite no Infinito. Conceito de Derivada. Aplicações das derivadas. Análise do Comportamento das Funções: Máximo e Mínimos A integral indefinida, técnicas de integração, equações diferenciais de primeira ordem e aplicações da integral definida.
Funções Crescentes e Decrescentes, Concavidade, Pontos de inflexão, Assíntotas, Esboços de Gráficos e Problemas de Otimização.

Objetivos
A disciplina Cálculo Diferencial e Integral II tem como objetivo estudar as aplicações das derivadas e limite na análise do comportamento das funções e para a resolução de problemas de otimização. Sendo assim, esperamos desenvolver no futuro professor habilidades para análise e interpretação de funções e de resolução de problemas.

Conteúdo Programático
1 - Aplicações das derivadas; Velocidade e Aceleração; Taxa de Variação; Análise do Comportamento das Funções.
2 - Esboço de Gráficos e Problemas de Otimização.

Metodologia
As noções propostas serão desenvolvidas através de situações-problema, sempre que possível referenciada na história do desenvolvimento dos conceitos e, que envolverão:
- aulas expositivas;
- análises de situações propícias a cada um dos itens estudados,
- leitura e discussão de trabalhos que aplicam essas noções,
- aulas utilizando "softwares" propícios para a construção de gráficos.

Bibliografia Básica
GUIDORIZZi, H. L. Um Curso de Cálculo. Vol. 1 , 2a. São Paulo: LTC, 1997
SWOKOWSKI, E. W. – Cálculo com Geometria Analítica. Vol. I, 2a. ed. – McGraw-Hill, 1995

Complementar
BOULOS, P. Cálculo Diferencial e Integral. Vol. 1. São Paulo: Makron Books, 1999.
FLEMMING, D. & GONÇALVES M. Cálculo A: Funções Limite Derivação e integração. 5ª ed.,São Paulo: Makron, 1992.
EVES, H. Introdução à História da Matemática. 3ª ed. Campinas, Editora Unicamp, 2002.

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III
80 HORAS

Ementa
Aplicações das derivadas. Análise do Comportamento das Funções: Máximo e Mínimos, Teorema sobre Derivadas, teorema de Rolle, Teorema do Valor Médio, Funções Crescentes e Decrescentes, Concavidade, Pontos de inflexão, Assíntotas, Esboços de Gráficos e Problemas de Otimização.

Objetivos
A disciplina Cálculo Diferencial e Integral II tem como objetivo estudar as aplicações das derivadas e limite na análise do comportamento das funções e para a resolução de problemas de otimização. Sendo assim, esperamos desenvolver no futuro professor habilidades para análise e interpretação de funções e de resolução de problemas.

Conteúdo Programático
1 - Aplicações das derivadas; Velocidade e Aceleração; Taxa de Variação; Análise do Comportamento das Funções.
2 - Esboço de Gráficos e Problemas de Otimização.

Metodologia
As noções propostas serão desenvolvidas através de situações-problema, sempre que possível referenciada na história do desenvolvimento dos conceitos e, que envolverão:
- aulas expositivas;
- análises de situações propícias a cada um dos itens estudados,
- leitura e discussão de trabalhos que aplicam essas noções,
- aulas utilizando "softwares" propícios para a construção de gráficos.

Bibliografia Básica
GUIDORIZZi, H. L. Um Curso de Cálculo. Vol. 1 , 2a. São Paulo: LTC, 1997
SWOKOWSKI, E. W. – Cálculo com Geometria Analítica. Vol. I, 2a. ed. – McGraw-Hill, 1995

Complementar
BOULOS, P. Cálculo Diferencial e Integral. Vol. 1. São Paulo: Makron Books, 1999.
FLEMMING, D. & GONÇALVES M. Cálculo A: Funções Limite Derivação e integração. 5ª ed.,São Paulo: Makron, 1992.
EVES, H. Introdução à História da Matemática. 3ª ed. Campinas, Editora Unicamp, 2002.

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV
80 HORAS

Ementa

A integral indefinida, técnicas de integração, equações diferenciais de primeira ordem e aplicações da integral definida. Integrais impróprias, polinômio de Taylor de ordem n, funções reais de várias variáveis. Problemas de máximo e mínimo e integrais múltiplas.

Objetivo

Desenvolver no aluno a habilidade de aplicar os conceitos do cálculo diferencial e integral em situações envolvendo funções de várias variáveis. Discutir as possíveis aplicações das funções de várias variáveis, ampliando os seus conhecimentos sobre funções de uma variável que será seu objeto de trabalho atuando como professor da educação básica.

Conteúdo Programático

1- Integrais impróprias e aplicações: Aproximação local de uma função: Polinômio de Taylor de ordem n; Funções de 2 ou mais variáveis; Domínio, imagem e curva de nível; Representação gráfica; Noções de limite e continuidade para funções de 2 variáveis.
2. Derivadas Parciais: Diferencial e gradiente; Plano tangente e reta normal; Derivada direcional; Regra da cadeia; Problemas de máximos e mínimos; Noções de integrais múltiplas

Metodologia

Aulas expositivas com exercícios e aulas no laboratório de informática.

Bibliografia Básica

GUIDORIZZi, Hamilton Luiz, Um curso de cálculo vol. 2 , 5ª ed.- Rio de Janeiro, Editora LTC, 2001.
SWOKOWSKI, Earl, Cálculo com Geometria Analítica, vol. 1, 2ª ed., Makron Books, São Paulo, 1994

Complementar

AIRES JR., Frank, Cálculo Diferencial e Integral, 3ª ed., Makron Books, São Paulo, 1994.
SIMMONS, George F. Cálculo Diferencial e Integral, Makron Books do Brasil, São Paulo, 1987.
AVILA, Geraldo, Cálculo I, 5ª Ed. Makron Books, São Paulo 1994.

Anexo III – Entrevistas semi-estruturada com os formadores de professores de Matemática

PROFESSOR P1

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz Licenciatura em Matemática e Mestrado em Educação Matemática. Iniciei em 2004 o doutorado em Educação Matemática. Lecionei na Educação Básica durante oito anos e, desde 2000, só leciono no ensino superior.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

Preparo minha aula consultando alguns livros didáticos no intuito de encontrar atividades mais adequadas. Faço uma seleção dessas atividades e preparo uma lista para os alunos. Procuro iniciar com atividades que eles desenvolvam com o conhecimento que já têm do assunto. Por exemplo, ao iniciar o estudo de limite, preparo atividades para que eles façam algumas tabelas, gráficos e analisem o comportamento dos dados. Durante a aula fico tirando algumas dúvidas nos grupos que estão resolvendo as atividades e, só depois, vou à lousa discutir algumas das atividades e buscar definir alguns conceitos. Porém, na maioria de minhas aulas, não é possível desenvolver a estratégia de deixar os alunos trabalhando de forma independente, por não haver atividades para isso, então acaba sendo do tipo expositiva com exemplos e depois peço para que eles façam alguns exercícios. Procuro, nessas aulas, utilizar exemplos e fazer algumas discussões que serão úteis para que eles possam exercer a função de professores da Educação Básica.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não sei eleger uma atividade em especial, pois acredito que o conjunto de atividades que proponho contribui para o conhecimento deles. Dedico 30% do curso para aulas no laboratório, exploro bastante a construção e interpretação de gráficos, usando o *software winplot*. Em relação a fatos históricos, geralmente solicito que eles façam uma pesquisa sobre o tema, como, por exemplo, sobre Leibeniz e Newton ao estudar as derivadas, mas, por falta de tempo, nem sempre discuto em sala de aula.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

Considerando um primeiro curso de Cálculo, posso apontar para a possibilidade de analisar uma função com uma maior profundidade e a capacidade de construir gráficos de funções mais complexas, até mesmo discutir alguns conceitos geométricos e de outras ciências como a Física.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

Não parei para pensar na seqüência, acho que não teria uma sugestão melhor do que é a proposta nos livros didáticos. Em relação ao formalismo, não abordo a definição formal do limite, pois acho que os alunos não estão preparados para entender no primeiro curso de Cálculo, isso deveria ser abordado em Análise. Quanto aos teoremas, busco discutir os que considero mais relevantes, tanto os seus resultados para aplicação como a sua lógica.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Conheço, mas ainda não fiz uma leitura critica. Vejo que num curso de Cálculo é possível articular a teoria com a prática, principalmente nas idéias relacionadas com função. Após o curso de Cálculo os alunos passam a ter uma outra visão das funções e suas representações, principalmente da diferença entre elas.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Faço uma prova individual, que é a regimental e também proponho atividades, pesquisas individuais ou em grupo.

PROFESSOR P2

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz bacharelado em Matemática e mestrado em Matemática Aplicada. Atualmente faço doutorado em Matemática. Lecionei durante três anos na educação básica e leciono a cinco anos no ensino superior.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

Nas aulas de graduação, uso o livro texto, porém somente como apoio, pois tenho o hábito de escrever os conteúdos no quadro e elaborar listas de exercícios para os alunos. Tenho para mim que o principal papel do professor de Cálculo é de fazer a implementação do que é proposto no livro texto, selecionando o que é relevante para o aluno. Atualmente indico para os alunos estudarem pelo livro de Leithod, pois traz um "reforço" sobre as necessidades do aluno em Cálculo, por exemplo, equação de reta, geometria analítica e trigonometria; e o formalismo do livro é bem exigente, tem muitos exemplos feitos, ou seja, faz com que o aluno acompanhe os exemplos para depois fazer os exercícios, começa com exercícios simples e vai avançando aos poucos.
Tenho o hábito de preparar as minhas aulas antes, pois posso direcionar iniciando com um pouco de teoria mais formal e, em seguida, fazendo exemplos que podem ser aproveitados em outros exemplos para avançar o conhecimento e o

grau de dificuldade. Por exemplo, se já resolvi uma integral em um determinado exemplo, posso usá-la em outro exemplo sem precisar resolvê-la para discutir um outro ponto.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não me lembro de nenhuma em especial, procuro seguir o que é exposto no livro texto propondo sempre exercícios para a turma e tirando dúvidas quando necessário. Tenho o hábito de questionar os alunos na aula seguinte sobre as dúvidas, caso eles não falem, sigo em frente. Apesar de considerar importante levar os alunos ao laboratório de informática, a instituição tem uma burocracia para reservá-lo que desanima e, então, acabo não preparando aulas para este fim. Também não incentivo o uso de calculadora, mas deixo os alunos utilizarem, mesmo nas provas, pois as calculadoras dos alunos de licenciatura são aquelas simples que não dão 'dicas' de como se constrói um gráfico. Mas se fosse num curso de engenharia, eu não deixaria, pois as calculadoras desses alunos oferecem mais recursos. Não tenho o hábito de incrementar o curso com textos extras. Em relação aos fatos históricos, geralmente conto algumas historinhas, como, por exemplo, o desenvolvimento das Derivadas por Newton e Leibniz".

4- Em sua opinião quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

São muitas, pois os alunos da quinta série ao terceiro ano do ensino médio, estudam conjunto, números inteiros, fatoração, funções, geometria analítica, que são as ferramentas usadas no Cálculo. Então é um curso que possibilita ao professor usar as ferramentas que depois irá ensinar.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

Considero que a seqüência apresentada na maioria dos livros-texto é o ideal, porém é importante sempre iniciar com uma revisão da função modular, retas, um pouco de lógica e depois, a idéia de limite, funções trigonométricas e exponenciais. Em seguida, tratar os limites, continuidade, derivadas, aplicações das derivadas, integral e aplicação das integrais. Gosto de trabalhar com todos os conteúdos do Cálculo e considero as técnicas de integração como sendo as mais complicadas de se ensinar aos alunos. Em relação ao formalismo, acredito que deve ficar mais enfatizado no curso de Análise. O conceito de limite pode ser desenvolvido intuitivamente no início e depois na disciplina de Análise formalizá-lo.

Não sei responder se o programa proposto é o ideal, pois geralmente o programa já vem elaborado e eu apenas executo, acho que são bons. Se tem alguma coisa para mudar eu não sei o quê. Eu tento, como professor, não eliminar e nem colocar coisas.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Sei que existe, mas não li. Eu não saberia apontar as mudanças necessárias em um curso de cálculo para articular com a prática do futuro professor, porém não gosto de nada estático, pois a própria história mostra a necessidade de melhorar. O Cálculo precisa ter uma forma mais contextualizada. Um curso de licenciatura não deve ser somente voltado ao ensino médio. A evolução diz que temos que dar prioridade aos assuntos do ensino médio, mas com algo a mais. Se focarmos só os assuntos do ensino médio, o aluno irá sair com o mesmo nível que entrou, ou sabendo só sobre esse nível de ensino. Os alunos, às vezes, questionam porque estão aprendendo determinado assunto, se não vão dar aula daquilo ou querem aplicações. Eu costumo dizer que eles estão fazendo um curso de Matemática e se quiserem aplicações deverão fazer Matemática Aplicada, Física, Engenharia. É lógico que podemos ter algumas aplicações, mas a prioridade tem que ser os conceitos. Nem sempre é bom o modelo matemático, porque muitas vezes trazem dificuldades, mas não para um matemático. É claro que estão relacionadas, mas para se aplicar alguma coisa, primeiro tem que se saber os conceitos. Por isso, temos que priorizar o Cálculo, você está aprendendo Cálculo porque esta fazendo Matemática e a história já mostrou isso. Se você quer fazer prática é necessário fazer outro curso.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Aplico duas avaliações individuais e faço a média, porém já sei, de antemão, o resultado da maioria, só pelas questões que fazem em sala. As lacunas que a maioria dos alunos tem ao ingressar na Faculdade já mostram que o resultado será negativo.

PROFESSOR P3

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz Licenciatura em Matemática e mestrado em Educação Matemática. Lecionei apenas um ano na educação básica, enquanto era estudante da graduação. Há cinco anos comecei a lecionar no ensino superior.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

Não tenho um modelo de aula, depende muito da turma. Geralmente, preparo-me fazendo alguns exercícios e lendo a teoria. Dependendo do conteúdo, inicio com exemplos, outras vezes, com a definição. Não adoto livro didático, mas indico para os alunos estudarem os livros do Leithold ou Swokowski, que são os mesmos que uso para preparar as aulas e as listas de exercícios.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não tenho atividades diferentes, sigo o livro texto e os exercícios. Até gostaria de ter atividades diferentes, mas acho que a dificuldade dos alunos em conhecimentos da educação básica, por exemplo, função exponencial, não possibilita ter tempo para propor coisas diferentes. O que faço de diferente é usar as idéias da dissertação da Margareth para verificar quais foram as principais idéias que os alunos construíram sobre derivada no final do curso, por exemplo.
Em relação ao laboratório de informática, infelizmente a instituição não disponibiliza. Caso o fizesse, até gostaria de levar os alunos para conhecer alguns *softwares* de construção de gráficos.
A parte histórica, não abordo por falta de tempo.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

Para o aluno ter um razoável conhecimento de Cálculo tem que ter uma boa base de Matemática. Para um futuro professor, que terá que ter uma boa base de Matemática, o Cálculo está mais voltado para desenvolver essa base que ele necessita do que entender e os conceitos do Cálculo. O conteúdo propriamente dito não o ajuda muito, mas a base que ele precisa para entender o Cálculo é essencial.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

Não pensei em nada que fizesse grandes mudanças. O que faço é quando estou trabalhando com as derivadas, exploro bastante as idéias intuitivas de limite para não ficar desconectado no curso. Também discuto a idéia de derivada com a noção de limite. Aproveito para resgatar alguns conteúdos da educação básica como funções polinomiais, equação da reta, reta tangente. No estudo de integral, articulo bastante com a idéia do cálculo de área.
Em relação ao formalismo, sigo o que um excelente matemático me disse, que os autores que escrevem os livros de cálculo, têm uma obrigação de formalização. Para ser um bom livro, tem que ter o rigor da matemática, e eles fazem o livro para a comunidade e não para os alunos.
Eu sou contra muito formalismo, pois os alunos têm muitas dificuldades para entender, e para a formação de professores não é necessário. Deixaria o formalismo mais para os cursos de bacharelado, na licenciatura foco mais nas aplicações.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Não conheço as diretrizes, mas acho que a prática pode estar presente em todo o curso de Cálculo, principalmente porque os alunos utilizam ferramentas que depois irão trabalhar na educação básica, e o professor pode aproveitar para ensiná-los. Por exemplo, tenho alunos que ao estudarem limite não sabem fatoração, aproveito para ensiná-los, pois é um assunto que ele deverá saber para a educação básica.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Os alunos chegam com muitas dificuldades e falta de base, portanto procuro ver o que eles desenvolveram durante o curso. Geralmente aplico uma prova individual e um trabalho que pode ser realizado em duplas.
Na prova evito questões de interpretação de textos, pois é a maior dificuldade deles e como sei que, em um semestre não é possível fazer com que aprendam, evito esse tipo de questão. Fico mais nos exercícios práticos.

PROFESSOR P4

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Graduei-me em Licenciatura em Matemática e fiz mestrado em Ensino da Matemática. Lecionei durante quinze anos na educação básica e já faz vinte anos que leciono no ensino superior.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

A preparação já está meio que no automático, uma vez que já dou aula de Cálculo há muito tempo. A aula vai mudando de acordo com a cara dos alunos, conforme vão fazendo caras de dúvida, eu vou colocando exemplos mais simples. Em relação à seqüência da aula, não tenho uma única, vejo quais são os objetivos e alguns exercícios. Geralmente inicio por um exercício que ficou pendurado da aula anterior, que serve para retomar a aula. Em seguida, inicio o assunto e, dependendo do conteúdo, faço alguns exercícios para exemplificar alguns detalhes e depois passo uma série de exercícios.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

O que faço de diferente em minhas aulas, que acredito que traz um bom resultado, é deixar “pendurados” alguns exercícios ao final da aula para que os alunos façam, ou em grupo ou individualmente, valendo nota ou não. Os alunos gostam e considero importante, pois eles se empenham bastante. Não vou ao laboratório de informática por não achar que contribuiria no conhecimento deles. E em relação aos aspectos históricos, às vezes, cito alguns fatos antes de iniciar o tópico.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

Eu não vejo a articulação e nem contribuições entre o Cálculo e o ensino básico. A álgebra dá mais subsídio, o Cálculo ficaria no segundo plano.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

A seqüência apresentada me parece adequada. Na verdade eu nunca mudei muito essa ordem. Por exemplo, dar primeiro derivada e depois limite é possível, mas não sei se mudaria alguma coisa na aprendizagem. Em relação ao formalismo, acho que atrapalha, principalmente pelas lacunas dos alunos. É possível fazer um curso com pouco formalismo, trabalhando mais as idéias. Também acho que alguns conteúdos são desnecessários em um curso de licenciatura, por exemplo, técnicas de integração, integração por parte, derivadas com funções implícitas.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Não conheço as diretrizes. Em relação à articulação entre a teoria e prática, acho que não deve ser feita na disciplina de cálculo, e sim, diminuir a quantidade de aulas de cálculo e colocarmos mais disciplinas da educação básica. Os alunos aprendem muitas coisas que não irão usar, como, por exemplo, derivada, integral e outros. Eu acho que o curso de licenciatura deveria enfatizar mais as principais idéias do cálculo e explorar mais álgebra e geometria.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Faço algumas atividades no final de algumas aulas e anoto a participação dos alunos, no final do bimestre dou uma avaliação e faço alguns arredondamentos na nota mediante a participação dos alunos. Os exercícios que proponho nas provas são semelhantes aos que trabalhei em sala, mas modifico as funções e os números.

PROFESSOR P5

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz bacharelado em Matemática e mestrado em Educação Matemática. Comecei a lecionar na educação básica e no ensino superior no ano passado, portanto, tenho apenas um ano de experiência nos dois níveis de ensino.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

Busco preparar minhas aulas antecipadamente, principalmente para poder apresentar o conteúdo para o aluno de forma que ele compreenda e discuta durante a aula, evitando que a aula fique exclusivamente expositiva. Listo o que considero mais importante para que ele entenda e, a partir dessa lista, proponho os exemplos e exercícios. Também me preocupo em considerar os pré-requisitos necessários. Por exemplo, ao propor alguns exercícios de limite, antes comento sobre a divisão de polinômios ou fatoração no canto da lousa. Inicio as discussões, levanto as concepções dos alunos sobre o assunto e a partir delas vou desenvolvendo junto com eles, construindo o conceito.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não proponho nenhuma atividade diferente, sigo mais ou menos como foi em minha graduação, isto é, o método tradicional. Acho importante pensar um pouco mais e pretendo começar a desenvolver algumas atividades que os alunos possam usar o computador ou relacionar com fatos históricos, mas ainda não faço. Também não proponho nenhum texto de apoio.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

Pelas aplicações no cotidiano, para o professor são os conceitos envolvidos. Funções, limites... servem para apoio de conteúdos da educação básica

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

Acho que a seqüência proposta é boa, porém alguns assuntos poderiam ser mais aprofundados no curso de análise. Iniciaria com a introdução dos números reais, funções, limites, derivadas, integrais, e principalmente as aplicações, funções de várias variáveis, integrais duplas. Para a licenciatura, eu não sei se várias variáveis seriam necessárias, não parei para pensar sobre isso.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Não conheço as diretrizes, mas concordo que tem que ter uma relação maior entre o que se aprende em cálculo e o que o aluno irá ensinar quando for professor. É possível fazer isso explorando mais as construções e interpretações de gráficos, principalmente usando alguns softwares. Eu acho que é possível mudar muita coisa, pois é uma disciplina que reprova muitos alunos, como apontam as pesquisas, e pouco contribui para a formação do professor. A maioria dos alunos egressos sai do curso fala que não usa nada que viu em Cálculo em sua aula.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Proponho durante o semestre prova e trabalhos, mas tenho consciência que nem sempre o aluno que vai bem significa que aprendeu. Eu tento perceber isso, mais no dia-dia. Às vezes, o aluno só sabe resolver um exercício igual ao exemplo.

PROFESSOR P6

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz bacharelado, mestrado e doutorado em Física. Lecionei na educação básica durante dezessete anos e atualmente leciono somente no ensino superior, há dezoito anos.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

A partir do conceito que vou trabalhar em sala de aula fico pensando em uma maneira de justificar a importância para os alunos entenderem aquele determinado conceito. Busco fazer essa justificação junto com os alunos para que eles percebam a importância do conceito e incluam no contexto mais amplo da Matemática. Geralmente, encontro essas justificativas em minha experiência como físico e não nos livros didáticos. Sendo assim, inicio minha aula propondo uma motivação para estudar o assunto, depois, tento trabalhar de uma maneira informal com o assunto, para depois formalizar um pouco mais. Se o aluno se interessa por aquilo que você discute com ele, reflete sobre o assunto, e faz os exercícios, acredito que entenda o conceito. Acho importante que os alunos façam muitos exercícios sobre o conteúdo. Geralmente recomendo uma lista ampla e deixo um tempo para que eles façam em sala de aula e corrijo a maioria deles, pois em casa sei que a maioria não faz por falta de tempo, por trabalharem de dia e estudarem à noite. Para selecionar os exercícios, uso diversos livros, mas indico principalmente o do Guidorizzi.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não. Sigo geralmente as atividades propostas nos livros didáticos, salvo aquelas que servem para introduzir o assunto. Vou ao laboratório de informática com os alunos durante duas semanas do curso, pois, num curso de quinze semanas, sobra pouco tempo para atividades diferentes. A quantidade de aulas é pequena para desenvolver todo o conteúdo e as dificuldades dos alunos aumentam, pois além das dificuldades com o conteúdo, passam a ter as dificuldades do *software*. Em relação à história, cito alguns fatos no decorrer das aulas.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

O Cálculo tem ferramentas para que eles possam saber tudo sobre funções, além de possibilitar a ampliação do raciocínio, ganhar mais confiança ao trabalhar com alunos e prever situações.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

A seqüência pode ser a que os livros trazem, porém não precisa ir além do Cálculo com uma variável, pois se o aluno assimila bem essa parte, ele está pronto para estudar, quando necessário, às funções de qualquer variável. Acho mais importante o estudo das equações diferenciais do que de funções de várias variáveis. Você tem uma série de aplicações para as equações diferenciais em diferentes áreas, como física, biologia, engenharia. O aluno consegue relacionar rapidamente, mesmo que sejam somente as de primeira ordem, pois a maior parte dos fenômenos pode ser estudada com as de equações de primeira ordem.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Conheço as diretrizes e acho que o conteúdo de Cálculo deve ser mantido, porém deve-se mudar a maneira de ser desenvolvido, pensando na simetria invertida. Cobrando do aluno mais participação e responsabilidade nas aulas, pois ele só irá aprender o conteúdo se expondo, falando de suas dúvidas.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Esse é um assunto complicado. Na maioria das vezes, a prova só serve para constatar aquilo que já percebi durante as aulas, aplico somente para cumprir a parte burocrática. Só em analisar as questões que o aluno faz em aula, você já sabe se ele terá um bom ou mau desempenho na prova. Por exemplo, você pede na prova que ele derive a função $f(x)= x^{1/2}$, ele sabe que tem que tirar um do expoente, mas não sabe como fica o resultado nessa situação. Ele sabe a regra, mas não sabe fazer a operação ½ -1. Essas lacunas impedem o curso de avançar.

Geralmente, componho a média do aluno com as notas que ele tirou nas duas provas, mais a freqüência, participação, mas essa parte interfere no máximo em um ponto.

PROFESSOR P7

1- Qual a sua formação acadêmica (graduação e pós-graduação) e sua experiência profissional no magistério (educação básica e ensino superior)?

Fiz bacharelado e licenciatura em Matemática, em 1983. Iniciei o mestrado em 1991, na área de Educação Matemática, porém não conclui. Trabalhei um ano na educação básica e desde 1988, trabalho no ensino superior com a disciplina de Cálculo Diferencial e integral.

2- Considerando suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de licenciatura, comente como são suas aulas, desde a preparação até a efetivação em sala de aula.

Tenho tudo já preparado em um caderno. De tempos em tempo acrescento algum exercício. Um pouco antes da aula sempre dou uma geral nas atividades que vou propor e nas definições, mas, a maioria delas, já sei sem precisar consultar.

3- Você tem alguma atividade que considere diferente ou interessante para a aprendizagem de seus alunos? Costuma propô-la em suas aulas? Comente se você utiliza o laboratório de informática, fatos históricos, textos de apoio em suas aulas.

Não, a única coisa que valorizo bastante é a lista de exercícios para que os alunos pratiquem e adquiram habilidades nas técnicas operacionais. Em relação ao laboratório de informática falta disponibilidade, caso tivesse usaria para a construção de gráficos.

4- Em sua opinião, quais são as contribuições mais relevantes que um curso de Cálculo traz para a formação de um professor da educação básica?

O Cálculo aborda conceitos com os quais os futuros professores irão trabalhar, como fatoração, divisão de polinômios e função.

5- Em relação aos conteúdos que são estudados em Cálculo no curso de Licenciatura você tem alguma sugestão diferente na seqüência em que são apresentados? E em relação à necessidade do formalismo matemático?

A seqüência proposta nos livros didáticos. Limite, derivada, Aplicação das derivadas e integrais. Acho o formalismo necessário, é inerente à Matemática. Não há como saber Matemática sem o rigor o formalismo.

6- No ano de 2002, foram propostas as Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica que trazem diversas mudanças na concepção dos cursos de licenciatura. Entre elas, a necessidade da articulação entre a teoria e prática. Você conhece esse documento? Você considera que seja possível desenvolver um curso de cálculo com a característica de articular a teoria com a prática do futuro professor da educação básica?

Não conheço o documento. Acho que todos os conteúdos que o Cálculo aborda trazem discussões da prática do futuro professor de Matemática. Por exemplo, ao ensinar limite você aborda divisão de polinômios, fatoração que são conceitos que os alunos irão trabalhar.

7- Como você avalia os seus alunos em Cálculo?

Infelizmente a maioria dos alunos tem muitas dificuldades e não consegue acompanhar o curso. No final acabam sendo aprovados, mas se o rigor fosse usado poucos seriam os aprovados.

Anexo IV - Quadro Resumo dos Formadores – Formação Acadêmica e Experiência Profissional

Professor	Formação (área/ano/tipo)			Experiência Profissional		
	Graduação	**Mestrado**	**Doutorado**	**Educação Básica**	**Ensino Superior**	**Disciplina de CDI**
P1	Licenciatura em Matemática 1998 Privada	Educação Matemática 2001 Privada	Educação Matemática Iniciado em 2004	8 anos	2001	2001
P2	Bacharelado em Matemática 1998 Pública	Matemática Aplicada 2001 Pública	Matemática Iniciado em 2004 Pública	3 anos	2000	2000
P3	Licenciatura em Matemática 2000 Privada	Educação Matemática 2003 Privada		1 ano	2000	2000
P4	Bacharelado e Licenciatura em Matemática	Ensino da Matemática 1993 Privada		15 anos	1984	1984
P5	Bacharelado e Licenciatura em Matemática 2002 Privada	Educação Matemática Iniciado em 2005 Privada		3 anos	2004	2004
P6	Bacharelado em Física 1990 Pública	Ciências Física 1993 Pública	Ciências Física 1999	17 anos	1988	1988
P7	Bacharelado e Licenciatura em Matemática 1983	Iniciou Matemática 1991 Privada		1 ano	1988	1988

Anexo V - Quadro Resumo dos Formadores – Escolha Metodológica

Professor	Livro Didático		Textos de Apoio	Laboratório de Informática	Aspectos Históricos
	Adota	**Apoio**			
P1	Não	Thomas Diva	Sim – Artigos	30% do curso; "Winplot"	Solicita que os alunos façam pesquisas sobre determinados conteúdos, porém nem sempre discute
P2	Não	Leithod	Não	Não – muita burocracia	"Eu geralmente conto algumas historinhas, por exemplo, como Newton e Leibniz desenvolveram as Derivadas."
P3	Não	Leithod Swokowski	Não	Não – Difícil estar disponível	"Não, pois são muitos os conteúdos e os alunos têm muitas dificuldades."
P4	Não	Swokowski	Raramente	Não	Muito pouco. No inicio de algum tópico.
P5	Não	Guidorizzi	Não	Não	Comento, mas muito superficialmente. "Não conheço muito."
P6	Não	Guidorizzi	Não	10% das aulas. "Winplot"	"Alguns aspectos, interessantes, por exemplo, o desenvolvimento do cálculo de área, por Arquimedes, Fermat e Riman."
P7	Não	Guidorizzi	Não	"Falta disponibilidade, caso tivesse usaria para construção de gráficos".	Raramente.

Anexo VI - Quadro Resumo dos Formadores – Concepções em relação ao currículo

Professor	**Contribuições para a formação de professores.**	**Seqüência de estudo dos conteúdos**	**Conteúdos mais relevantes**	**Conteúdos menos relevantes**
P1	Possibilita aprofundar o estudo sobre funções	Nunca pensou em outra seqüência.	Todos são importantes, porém com menos formalismo	
P2	A maioria dos conteúdos básicos usados pelo Cálculo é objeto de estudo na educação básica.	A proposta nos livros didáticos, porém é importante retomar o estudo das funções e iniciar o estudo de lógica.	Todos são relevantes.	
P3	O Cálculo ajuda a desenvolver os conteúdos básicos da matemática, pois usa estes como ferramenta.	A quem vem proposta nos livros didáticos.	Todos, porém com menos formalismo.	Alguns teoremas, por exemplo, o de Rolle.
P4	Acho que o Cálculo contribui mais na formação de um engenheiro do que de um professor. A Álgebra contribui muito mais.	“Me parece (Parece-me?) que a dos livros didáticos é a mais adequada”.		Técnicas de integração, Integração por partes e derivadas com funções implícitas.
P5	As aplicações no cotidiano, para o professor são os conceitos envolvidos, funções, limites... Servem para apoio de conteúdos da educação básica.	“Acho que a seqüência proposta é boa, porém alguns assuntos poderiam ser mais aprofundados no curso de Análise”.		Eu não sei se para um curso de licenciatura seria necessário abordar as funções de várias variáveis.”“.
P6	O Cálculo tem ferramentas para que os possam saber tudo sobre funções, além de possibilitar a ampliar o raciocínio.	A seqüência pode ser a tradicional apresentadas nos livros		Não precisa ir além do Cálculo com uma variável.
P7	O Cálculo aborda conceitos que os futuros professores vão trabalhar, como fatoração, divisão de polinômios, função.	A seqüência proposta nos livros didáticos. Limite, derivada, Aplicação das Derivadas e Integrais.	Considero todos relevantes.	

ANEXO VII – Relação dos Assuntos Abordados nos Encontros

Data	Assuntos abordados	NC
28/08/04	Finalidade do ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) no curso de Licenciatura em Matemática (LM)	CE
	Seqüência dos conteúdos de CDI	CE
	Formalismo dos conteúdos	CE
	Sistema de avaliação dos alunos	CA
11/09/04	Livro texto de CDI	CE
	O rigor da linguagem matemática no curso de CDI	CE
	Descrição da aula de CDI	CE
	Participação dos alunos nas aulas de CDI	CA
	Tempo de estudo dos alunos em CDI	CA
	Dificuldades dos alunos em CDI	CA
	Formação do professor de CDI	CE
02/10/04	Objetivo do ensino de limite no curso de LM	CE
	Dúvida do formador sobre limite: limite número e limite igual ao infinito.	CM
	Aspectos históricos sobre o conceito de limite	CM
	Descrição da Prática: aula de limite no laboratório de informática	CE
	Descrição da prática: concepção dos alunos em relação à taxa de variação da função afim	CA
	Descrição da prática: uso de tabela na construção de gráficos –alunos e professores da educação básica	CA
	Discussão sobre divisibilidade	CM
30/10/04	Diferentes metodologias de abordagem dos conteúdos de CDI: aspectos históricos, situação-problema e modelagem.	CE
	Termos usados em Educação Matemática: obstáculos didático e epistemológico, engenharia didática, registro de representação e contrato didático.	CE

20/11/04	Abordagem do conceito de limite: intuitivo ou formal	CE
	Análise de livros textos de CDI sobre a apresentação de limite	CE
	Paradoxo de Zenão	CM
19/03/05	Apresentação pesquisa de mestrado P3 – Atividades sobre Derivadas	CE
02/04/05	Infinito e Infinitésimo	CM
07/05/05	Infinito e Infinitésimo	CM
	Função Contínua	CM
06/06/05	Função Continua	CM
	Análise de atividades sobre limite – Descrição de aulas	CE

ANEXO VIII – Complemento dos Trechos Apresentados no Corpo do Trabalho

Anexo VIII-A - Continuação do trecho 1

P3: Você concorda com a maneira que está sendo ensinado?

P2: Não, mas se o aluno está na graduação, você pega o conceito e joga para ele.

P1: Joga? No verdadeiro sentido da palavra?

P2: Sim, pode ser duro, mas é essa forma.

P1: E é justamente essa forma que está trazendo os resultados desastrosos que temos. Porque se joga um monte de coisa e o aluno não aprende nada.

P2: Ah, aí que está, vai de interesse por interesse. E também do professor despertar o interesse.

P1: Como? Jogando.

P2: De certa forma. Jogando pode ser uma palavra muito forte, mas quando eu digo jogando é, por exemplo, quando tenho de dar integrais impróprias, "tasca" logo integrais impróprias. Faz a integral daqui até aqui e depois passa para limite, ou você quer que o aluno deduza que para fazer uma integral imprópria ele terá que fazer uma integral, dividir por triângulos, por retângulos e depois o cálculo de limite. Isso ele não vai fazer nunca.

P1: Você já tentou? Você não pode afirmar se você não fez uma pesquisa.

P2: Isso é uma utopia!

P1: Pode ser utopia para os matemáticos. Eu vou trazer alguns exemplos de seqüências didáticas que podem levar ao aluno a construir o conceito de integrais.

P2: Mas levando o ano inteiro ensinado só isso.

P5: Eu concordo com os dois lados. Primeiro não está se falando para trabalhar com os conceitos de Cálculo somente em cima de situações problema, e sim que, para começar a trabalhar com um novo assunto pode-se começar com alguns problemas que irão levar duas ou três aulas.

P2: Isso é contar uma historinha no início do conteúdo. Igual a equação da onda, que o "cara" trabalhava no porto e fica observando que a onda ia e vinha, depois de dois ou três anos percebeu que a equação da onda se modelava de tal forma.

P5: Você já contou a história?

P2: Mas, desse jeito não está ajudando nada. Eu sei que é importante que cada aluno construa o seu próprio conhecimento, mas num curso de graduação isso é impossível.

P3: Quando você vai abordar um determinado conteúdo contextualizando na história de seu desenvolvimento, não significa que devamos fazer com que o aluno fique produzindo novos conhecimentos matemáticos. Concordo com o você [dirigindo-se a P2], se você propuser o problema e ficar esperando que o aluno desenvolva a Matemática necessária para resolver o problema, não avançaríamos. Mas, quando se fala em abordar o conteúdo por meio da história, entendo a proposta de forma diferente. Você pode propor o problema que motivou aquele conhecimento e discutir as principais idéias que impulsionaram os matemáticos a buscarem desenvolver determinados conceitos. Isto é problematizar a situação, mesmo que seja somente no contexto matemático. O professor irá mediar a situação, você propõe um problema que até um determinado momento ele consegue resolver, depois precisa de um conhecimento novo, você interfere, e assim vai avançando. Também, acho importante, o momento da institucionalização, porém não vejo como única possibilidade iniciar pela definição.

Anexo VIII-B - Continuação do trecho 2

P6: Fiquei em dúvida, por que quando estamos falando em derivada, se você precisa dizer que o limite existe e é finito é porque existe aquele que não é finito.
P1: Eu concordo, é lógico, se isso está errado, sempre ensinei errado. Inclusive baseado em livros, porque eu sempre digo que o limite ou é um número real ou é infinito.
P6: Acho que isso é baseado em definições.
P5: A definição de limite é que o resultado é igual a um número real, porém podemos estudar o comportamento da função e encontrarmos resultados do limite como sendo mais ou menos infinito.
Investigador: Quanto vale o $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$?
P2: Não existe.
P1: Mais Infinito. Se existe uma definição para limite finito e outro para infinito eu tenho que usá-la para responder.
P2: Usando a de limite finito?
P1: Não. Usando a de limite infinito, nesse caso.
P2: No senso comum, usa-se o limite como sendo um número real.
P1: Eu finalizo o assunto dizendo que o limite pode ser um número real ou pode ser mais ou menos infinito. Se não eu desmonto o aluno. E você P4, o que acha?
P4: Para mim não existe.
P1: Não existe o limite da função $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$?
P4: Não.
P1: Faça essa representação graficamente, a função está indo para o infinito.
P4: Os livros de administração trazem essa idéia.
P1: É que pra administração não usa o limite no infinito, pra eles só interessa no finito.
P3: Depende da definição que você usa.
P1: Eu tenho duas definições, uma pra usar no finito e outra no infinito.
P2: A definição é clara que só existe quando L é um número real.
P5: Se caísse em uma prova a questão: Qual o limite de $\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|}$, qual seria a sua resposta?
P2: Não existe.
P3: Até uma parte do livro não existe e depois passa a existir.
P2: Não existe gente.
P4: Você está estudando comportamento da função.
P2: Não vejo a necessidade de entrar com essas questões para alunos do primeiro ano.
P5: Acho que faz parte do estudo deles, eles têm tanto o estudo sendo finito como o estudo do limite no infinito.
P1: Vejo que a partir do momento que o aluno tem as duas definições a resposta é mais infinito.
P5: Se essa questão caísse no provão, e houvesse nas alternativas o mais infinito e não existe, qual a resposta certa?
P2: A questão deveria ser cancelada.

P1: Assustou-me um pouco saber que posso estar falando errado, pois tudo que é livro que eu pego fala em limite igual a infinito.
P3: É importante decidirmos como abordar isso na sala, quando pode tender um número ou ao infinito.
P1: Por isso acho interessante você trabalhar inicialmente com aquelas tabelinhas numéricas, não seqüências numéricas, ir discutindo quando x se aproxima de um número e o y também se aproxima de um número, outra situação é quando o x se aproxima de um número e a função vai crescendo e indo para o infinito, quando o x cresce para o infinito e a função se aproxima de um número ou do infinito. Essa atividade traz todas as idéias, depois você observa no gráfico e algebricamente essas mesmas situações. Por fim, formaliza, não com "epsílons" e "delta", a idéia de limite. Definir o que é limite finito e no infinito é importante para ter uma idéia numérica, geométrica e algébrica.
P1: Por que você coloca uma setinha quando você escreve pra onde o x está tendendo e no valor do limite o sinal de igual?
P1: Eu defino o limite como sendo um número ou mais ou menos infinito. Tanto é que os alunos questionam o porquê de eu pôr que 1,999 e é igual a 2. Por que a definição diz que a medida que x se aproxima de um número, o limite é um número ou no infinito é mais ou menos infinito.
P6: Achei algo aqui nesse livro sobre a notação que é interessante, "tal como nos casos das funções quando temos uma seqüência que o limite é igual a mais infinito, não quer dizer que o limite exista e sim que cresce indefinidamente". Então na verdade o limite não existe.
P1: Baseado nesse livro, isso não é uma verdade absoluta. Temos muitos livros que dizem que existe.
P6: Essa representação tem um significado, o que significa? Quando essa situação ocorrer, você não tem limite, mas você sabe o comportamento da função.
P1: Isso que eu ia dizer, mas o comportamento da função está crescendo indefinidamente. Quando você coloca que o limite de f(x) é igual a mais infinito, aquilo representa um comportamento da função e não que a função tenha limite. É só um símbolo.
P6: Significa mais que isso, que a função não tem limite, vai aumentando indefinidamente.
P4: Toda aula de limite eu começo com algumas situações assim, para chamar a atenção, que é o estudo do comportamento.
P1: Se o aluno responde para você que o cálculo do limite: $\lim_{x\to 0}\frac{1}{|x|}$ é igual a infinito você considera errado?
P6: Não, a resposta está certa, porém o que ela significa? Significa que o limite não existe, pois ele cresce indefinidamente.
P4: Eu ponho que não existe.
P6: Acho que podemos colocar essa representação, pois é uma classe de função que apesar de você não poder definir o limite da função, você consegue verificar o comportamento. Se você tiver uma função na qual não é possível verificar seu comportamento, aí você põe o não existe.
P2: Você põe o não existe porque não tem um padrão definido, agora quando vai para mais infinito você põe esse símbolo, por ter um padrão definido.
P4: Mas quando pede para calcular o limite e aparece essa resposta?

P1: Acho muito complicado, eu acho que você pode dizer que não existe um limite finito, agora dizer que não existe e colocar que é igual a mais infinito, é bastante complicado pra se entender.
P5: P4 disse que quando aparece a situação de calcule o limite e a resposta é mais infinito, ela põe que não existe. Ela só usa essa notação quando está fazendo o estudo de comportamento de função. P6 e P2 usam normalmente essa notação. Vocês nunca foram questionados pelos alunos, que foram de P4 ou de outro professor que considera essa notação, sobre esses diferentes procedimentos. Esse comportamento pode gerar mais dúvidas nos alunos. Será que não temos que ter um único procedimento no curso?
P6: Acho que podemos usar, mas chamar a atenção.
P5: Mas, isso não é porque quando você está estudando os limites laterais, por exemplo, do $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$, pela direita vai para mais infinito e pela esquerda para menos infinito. Quando você escreve o limite de 1/x não existe, não é isso?
P1: Quando estou iniciando o curso de Cálculo e o resultado de um limite é infinito, falo que não existe, porém usamos essa representação. Eu não faço isso, sempre considerei as duas definições. Eu nunca olhei como um número estático ou comportamento.
P3: Mas será que não há algum livro que traz as duas definições em uma?
P1: Eu ficava incomodado em aula, por que primeiro definia para os alunos o limite como sendo um número real, depois, quando estudávamos o limite no infinito, o resultado era em algumas situações infinito. Não chamava a atenção do aluno para o fato e, ainda bem, que eles não questionaram. Agora, tenho um argumento, apesar do limite não existir, como estou estudando o comportamento da função, posso escrever que o limite é igual ao infinito.
P3: Tem uma definição formal para a situação do limite quando é mais ou menos infinito?
P2: Tem, é lógico, uma para quando é no finito que é um número real e outra para quando é infinito.
P3: Até agora você estava dizendo que o limite no infinito não existe.
P2: Você coloca o igual ao infinito simbolicamente.
P3: E quando é igual a um número você não escreve simbolicamente?
P2: Não, nesta situação é igual realmente.
P3: P2 diz que igual ao infinito é uma coisa e igual a um número é outra. Não entendo isso! O sinal de igual de diferença?
P6: Você só está destacando o igual. Não é assim, você tem que ver tudo, a Matemática é formada por definições e isso é um símbolo que representa uma situação.
P1: Uma definição de limite finito para quando x se aproxima de um número a função se aproxima de um número e a definição de limite como sendo o comportamento da função pode ir para mais ou menos infinito.
P3: Quando o x tende ao infinito.
P1: É outra coisa, por exemplo, o limite de uma função f(x) com x tendendo a mais infinito que é igual a mais infinito, isso existe.
P4: Não.
P1: Existe, se definir o limite no infinito. Então só é limite quando for número.
P6: A nomenclatura que é problemática.
P2: A nomenclatura que se utiliza para limite gera essa confusão.

P3: A idéia é a mesma, o limite da função quando x se aproxima de um número é um número ou infinito.
P2: Por isso, que é importante deixar claro que o que está sendo estudando é o comportamento da função. O limite ser igual a um número ou infinito é o comportamento da função. Agora não confunda o comportamento da função com existir limite. É uma questão de aproveitar a escrita e, muitas vezes, está errado por aproveitarmos a mesma nomenclatura.
P1: Para que eu estudo o limite?
P2: Para estudar o comportamento de uma função.
P1: Então, não teria como propor o estudo de limite sem deixar claro que é para estudar o comportamento da função, isso é, quando x se aproxima de alguma coisa, que não precisa ser de um ponto, o que acontece com a minha função.
P2: Essa é a principal idéia.
P1: Eu posso repartir essa principal idéia em galhos: primeiro quando o x se aproxima de um número finito e o resultado é um número; depois quando x se aproxima de um número e o resultado é mais ou menos infinito. O comportamento da função é crescente ou decrescente, e, por fim, se aproxima de mais infinito ou menos infinito e o resultado é um numero ou mais ou menos infinito.
P2: Então você pegou todos os casos em que pela definição, existem. Pega o limite da f(x) = sen (1/x) quando x tende para zero. Fica oscilando entre –1 e 1. Você diz o que?
P3: Você diz que ela tende ao infinito, mas não se aproxima de nenhum número. Aí dá problema!
P1: O $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$ não existe?
P2: E a função sen (x) quando x vai para mais infinito, o que você escreveria?
P6: Fica oscilando entre –1 e 1, não existe.
P2: Então, agora veja sen (1/x) quando x vai para zero, é o mesmo comportamento.
P3: O que você está querendo mostrar com essa analogia?
P2: Coloca sen (x) quando x vai para mais infinito, isso não existe, porque fica oscilando. Chama x de 1/y, quando x vai para mais infinito, o y está indo para zero, então tem a mesma oscilação do infinito quando vem para a origem. Todo o infinito fica se “achatando” na origem, não existe. Não é possível descrever o comportamento. Então só assim não teria limite?
P1: Usando as definições que eu falei, esse caso não se encaixaria em nenhuma delas, portanto não existe o limite. Usei a definição do que é limite finito, limite infinito e limite no infinito, naquilo que não se encaixa nenhuma delas, não existe o limite. É o mesmo caso de f(x) = 1/x quando x tende a zero, não existe.
P6: Acho que isso gera um pouco de confusão por causa da notação, mesmo que a definição seja bem clara. A notação leva a crer que o limite igual ao infinito existe.
P2: Concordo! Não tem nenhum livro de Análise aqui?
P1: Tem uma definição, então como eu falo que não existe. Falo que aquilo é mais ou menos infinito e depois falo que aquilo não existe? Para mim, não existe no limite finito.
P2: Vamos ser mais rigorosos. Existe limite? Limite infinito existe? Então limite existe quando é um número. Limite infinito existe quando for mais ou menos infinito.

P1: Você não estava diferenciando desde o inicio, isto é, colocou todos com o rótulo de limite.
P6: Chama a atenção para o comportamento da função quando se trata do limite infinito.
P1: Ainda acho que é possível você tratar tudo como limite, desde que você deixe claro que uma coisa é o limite finito e a outra é o limite infinito. Pode-se até dizer que é uma simbologia, porque a função nunca vai chegar ao infinito. Tenho aquele símbolo porque ela cresce ou decresce indefinidamente, mas sem chegar num valor. O que é limite? Sem usar o rigor, é estudar o comportamento da função, ou quando ela se aproxima de um número ou quando ela vai para os infinitos. Então é possível propor assim, mas é importante frisar mais essa diferença. Calcular o limite é você achar um número, porque quando eu estou me referindo a calcular é encontrar um valor real para aquela situação. Agora, encontrar o limite ou usar outro termo é para se referir ao comportamento da função. Mas está tudo dentro da idéia de limite. Qual é a idéia de limite? Estudar o comportamento da função.
P2: Concordo.
P1: É o que eu falei pra vocês, incomodava-me quando eu comecei a dar aula. Primeiro eu definia o que era limite, que era um número real. De repente vinha o infinito que não era um número real. Então eu ficava em dúvida, colocava calcule o limite, mas o resultado era mais ou menos infinito e não um número.
P6: Mas, no geral, quando dá mais ou menos infinito você não fala que é igual e sim que a função tende.
P1: A função tende, mas o limite é igual.
P6: Você fala que a função é igual ao infinito?
P5: Não, fala que o limite daquela função quando x tende ao infinito é igual ao infinito, por exemplo, quando analisa $f(x) = x^2$.
P1: Eu também falo, é lógico que chamo a atenção que é o comportamento.
P2: Quando você colocava o sinal de igual, já assumia que ele existia?
P1: Essa foi uma discussão importante, precisamos discutir mais sobre isso. Quando calculo $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$, está errado?
P6: Sim, porque não é igual.
P5: Mas o limite mesmo quando é igual a um número, o que está sendo estudado é o comportamento da função.
P3; Sim, mas P2 falou que quando o resultado do limite é um número finito é diferente de quando é infinito, o uso do sinal de igual, não foi isso que você disse?
P2: Sim, um é o sinal de igual mesmo e o outro é simbólico.
P5: Eu não faço diferença, os dois são o mesmo sinal. O limite é igual aquilo.
P2: Quando você coloca que o limite é igual a infinito você está querendo dizer que o comportamento da função é aquele, que a função está indo para mais infinito.
P5: E quando você coloca igual a três, você está querendo dizer a mesma coisa.
P2: Mas está indo para uma coisa definida, o infinito não é nem número. Como você pode falar que é igual a mais infinito, se mais infinito não é nem número.
P1: Para mim o curso de Cálculo é de hiper-reais, o infinito não é um número. [risos]
P6: Lembra quando eu falei que uma das disciplinas mais complicadas era o Cálculo e um dos assuntos mais complexos é o limite.

P1: Mas ainda acho que se definirmos o limite como sendo mais ou menos infinito a força do igual é a mesma.
P2: Claro, eu concordo com você. Só que você tem que se preocupar se sua definição é de acordo com os livros textos que seus alunos irá estudar. Eu posso definir qualquer coisa na minha aula, mas é uma coisa standard para todo mundo? Eu tenho de ter o cuidado de definir de forma que todo mundo use.
P1: A maioria dos livros que li, define limite infinito como sendo mais ou menos infinito.

Anexo VIII-C - Continuação do trecho 3 e 16

P1: Se você pegar a definição de ser divisível, é quando os números são inteiros.
P2: Mas isso no conjunto dos naturais.
P1: Dos inteiros!
P2: Bom, dos inteiros também.
P1: No conjunto dos números reais não existe problema de divisibilidade.
P2: Então, é isso que eu quero falar!
P1: O termo divisível, então não significa está dentro do conjunto dos inteiros? Vou precisar rever meus conceitos. É possível dividir os números 4, 5 e 6 por 2? Sim é lógico! Mas quais deles são divisíveis por 2, só o 4 e o 6. Essa é a definição que conheço, se existe outra eu desconheço!
P6: Precisa ver qual a definição que está escrita sobre divisível.
P1: Essa é a definição que está aqui! [Mostrando o livro: Teoria dos Números – Milies e Coelho]
P5: Ao usar o termo divisível, já estamos considerando o resultado como sendo um inteiro e o resto zero, portanto só o 4 e o 6 são divisíveis por 2.
P2: Não, não!
P1: Ainda o autor afirma que essa definição é unânime entre os matemáticos.
P2: Eu concordo plenamente que isso é fechado.
P1: Eu fiz essa pergunta para os alunos e eles responderam que tem que ser inteiro e dá resto zero. Então falei pra eles que a definição de divisível já presume que o resultado é inteiro e o resto zero. Vou ler a definição que o livro traz: “Sejam a, b inteiros. Diz-se que b divide a (ou que b é um divisor de a ou, ainda, que a é um múltiplo de b) se existe um número inteiro c tal que bc = a”. Essa é a definição de divisibilidade.
P6: Tem que dar um inteiro?
P1: a e b inteiros.
P2: Então...
P1: 4, 5 e 6 são inteiros.
P2: E a definição de divisibilidade em reais?
P1: Dentro dos reais não existe problema de divisibilidade!
P2: Mas divide-se, não divide?
P1: Qual é a definição de divisibilidade nos reais?
P5: Então a questão deveria ser entre 4, 5 e 6 quais que podem ser divididos por 2? Quando você fala a palavra divisível modifica.
P1: Eu acho interessante porque existem alguns termos que são unânimes na matemática. E eu achei engraçada essa sua colocação, porque você pegou um termo que é considerado unânime. Por exemplo, se o zero é par ou não, nesse caso há discussões. Depende, como você define o conjunto dos pares, mas o termo divisível é aceito pela comunidade matemática.
P7: Mas é claro que se ele falar que a e b são inteiros?
P5: Isso já está implícito com o termo divisível.
P7: Mas e se ele falar em divisíveis com a e b pertencendo ao conjunto dos reais?
P5: Nesse caso não se usa a palavra divisível, porque o enunciado de divisibilidade já está dizendo que é para a e b inteiros.
P7: Para definir divisível, ele já diz sejam a e b inteiros?
P1: Justamente, porque não faz sentido você falar em divisibilidade no conjunto dos reais.
P7: Então não precisava falar que a e b são inteiros?

P1: É lógico que precisa, ele quer deixar claro o que está sendo dito e para qual conjunto é válido.
P7: Então ele podia ter definido sejam a e b reais?
P3: Ele usaria outra palavra, como já foi dito pelo P1, o termo divisível é unânime entre os matemáticos.
P5: Isso está claro, ele definiu a divisibilidade para o conjunto dos inteiros, se o número for real e não inteiro, então não é divisível.
P6: O que é mais forte aqui, na verdade não é o fato de a e b serem inteiros...
P7: Isso que foi o motivo da polêmica.
P6: É, existe um número inteiro c.
P1: Justamente!
P7: a é divisível por b se existir um número inteiro c...
P6: Quando o P2 disse os números, quais são os números?
P1: 4, 5 e 6. O 5 não é divisível por 2, porque não existe um inteiro c, tal que 2 vezes c seja igual a 5.
P2: Você tem 2 π dividido por π, e o resultado é um número inteiro.
Investigador: Você não atendeu a hipótese, sendo a e b pertencentes ao conjunto dos inteiros.
P6: Mas isso não é importante!
P1: É lógico que é importante!
P6: Não quis dizer que não é importante.
P7: Isso: 2 π / π vai dar um inteiro.
P6: Pela nossa discussão aqui, o que é era mais importante era o c, porque todos eles já eram inteiros.
P7: Precisaria ver isso melhor, acho que é válido para os reais.
P1: O termo divisibilidade não faz sentido dentro dos reais, porque dois números reais sendo divido entre eles, o resultado vai ser sempre um real. O que levantei ocorre, porque esse autor chama a atenção dizendo que esse termo não gera polêmica na comunidade.
P7: A gente pode falar divisível se os dois números não são inteiros? Eu posso usar esse termo?
P6: Como fica naquele exemplo que o P2 deu 2 π é divisível por π?
P5: Não são divisíveis, porque só consideram-se divisíveis quando a e b são inteiros e, nesse caso, não são!
P6: Então eu não posso dividir?
P5: Sim, você pode dividir, só não pode falar que são divisíveis. Você pode dividir quaisquer dois números, porém para serem divisíveis tem de partir do principio que são inteiros e...
P7: Espera aí, 2 π / π eu não posso falar que é divisível?
P5: Não, você não pode falar que é divisível, pois para falar que é divisível a e b têm de pertencer ao conjunto dos inteiros.
P7: Então é o que 2 π / π que dá dois?
P5: É na operação de divisão que o resultado é dois.
P1: Não é divisível! A palavra, o termo divisível.
P3: O termo que não usa! Dá pra dividir 2 π por π, que dá dois, mas a palavra divisível não é aceita na comunidade.
P7: Não posso usar o termo divisível?
P5: Para ser divisível tem que ter a e b inteiros e 2 π e π não são inteiros.
P3: Não pode ser usado como exemplo.

P6: No caso de 2 π por π, por exemplo, já que não posso dizer que eles são divisíveis, posso pensar em simplificar essa fração e representar da forma simplificada? Posso dizer que isso é uma fração?
P5: Sim, só não é um número racional.
P7: É que isso não é racional, apesar de ser, pois isso dá dois e dois é racional.
P1: Não do jeito que está escrito, não podemos ter essa representação nos racionais, porque a e b não são inteiros!
P5: Todo número racional pode ser escrito na forma de fração (a/b), em que a e b são inteiros, com b diferente de zero. Mas nem toda fração representa um número racional, por exemplo, podemos ter uma fração entre dois polinômios.
P7: Não, a fração é utilizada para definir os racionais.
P1: Para definir não, e sim para representar a fração é uma das representações dos racionais.
P6: A definição e a representação não são a mesma coisa?
P3: Não, a definição é quando você descreve o objeto matemático explicando o seu significado. A representação é a forma de você mostrar o objeto. Por exemplo, você define função como sendo uma relação entre dois conjuntos, tal que, enquanto você pode representá-la na forma algébrica f(x)= ax + b, na forma de gráfico ou tabela.
P7: Qual é a definição dos números racionais?
P1: O número racional é aquele que pode ser escrito na forma de uma razão a sobre b, com a e b inteiros e b diferente de zero.
P4: Também poderia definir usando as classes de equivalência!
P5: Ou por cortes ou por essa outra definição que a maioria chama de representação.
P3: Todos têm claro que 2 π sobre π não é o representante de um número racional. É possível fazer a divisão entre eles, e encontrar um número racional, mas isso é uma operação e nem o representante de um número racional. Em relação à fração 3/5, por exemplo, isso não é um número racional e sim a representação de um número racional, e podemos completar dizendo na forma fracionária. Portanto, definição e representação são diferentes.

Anexo VIII-D - Continuação do trecho 5

P6: Aumentando o grau de dificuldade das discussões.
P5: No Guidorizzi, quando ele fala em salto, só fala em salto...
P6: Quando ele fala em salto, na verdade, ele só está pensando na descontinuidade vertical, ele não está pensando em descontinuidade na horizontal, por isso que ele só discute a continuidade.
P1: O que seria uma descontinuidade na horizontal?
P6: Por exemplo, na função $f(x) = 1/x$, você tem uma descontinuidade no domínio.
P1: Mas ter uma descontinuidade no domínio não é não ter descontinuidade?
P6: Sim, mas quando você tem uma descontinuidade vertical, a descontinuidade é na imagem. Quando você fala de descontinuidade da função você tem que olhar na vertical.
P5: O "buraco" não é um salto. [desenhou a função com um buraco]
P6: Não.
P4: O buraco tem limite!
P5: O que leva à palavra salto, então?
P6: Então para você ver, não tem salto, então não faz sentido estudar a descontinuidade nesse ponto.
P5: O que quer dizer a palavra salto?
P3: Um degrau. Ponha um ponto onde está o buraco no seu gráfico.
P5: [colocou o ponto no gráfico desenhado] Ah, isso é o salto.
P3: Sim.
P5: Esse tipo seria uma descontinuidade removível?
P4: Sim, uma descontinuidade removível.
P1: De acordo com P6, que usa o Guidorizzi, não existe descontinuidade removível!
P6: Essas dúvidas eu também tenho, até discutir com P2 e, ele não concordou. Quando você fala em continuidade de uma função, tem que observar se há uma descontinuidade nos valores que a função assume, nesse intervalo, por isso que a função tem de estar definida em todos os pontos do intervalo. Se ocorrer uma variação brusca no valor que a função assume ao longo do intervalo, é o ponto de descontinuidade da função. Essa outra situação que estamos discutindo agora, $f(x) = 1/x$, não estamos falando da descontinuidade do valor da função e, sim a descontinuidade no domínio da função, tem um buraco no domínio da função, ela é definida a esquerda e a direita do buraco, mas no buraco ela não é definida. A princípio não estamos vendo o valor da função, mas dizendo que ela tem uma descontinuidade naquele ponto.
P4: O domínio da função $f(x) = 1/x$ é um intervalo aberto de menos infinito a zero união com zero a mais infinito, tem uma descontinuidade nesse intervalo aberto?
P6: Sim, no domínio da função. Veja como o Guidorizzi [mostrando o livro do autor, pg 54]. "Intuitivamente, uma função contínua em um ponto p de seu domínio é uma função cujo gráfico não apresenta" salto "em p". Ele deixa claro que é num ponto p pertencente ao seu domínio. Como o zero não pertence ao domínio da função $f(x) = 1/x$, então para mim é uma função contínua.
P5: Mas como podemos ter uma função contínua e descontínua?
P6: Depende do tratamento, se for com mais rigor ou menos rigor matemático. Nós precisaríamos de um doutor em Matemática para nos falar sobre isso!
P3: Nós temos P2 é mestre e está concluindo o doutoramento.

P6: Não vamos comparar um cara que está fazendo doutoramento com um que já tem uma experiência de vários anos e escreve artigos sobre o tema. Nós temos patinado muito nesse assunto, estamos num impasse, esse autor faz uma definição e depois lá pra frente fala que a rigor não é bem isso.
P3: Qual autor?
P6: Swokowski. Você sabe que ele tem esse livro para engenharia, portanto ele tem muito pouco rigor, para ele é mais prático falar que a função é descontínua.
P5: Mas o rigor da matemática não permite ambigüidade.
P6: Justamente essa é a questão, não pode ter ambigüidade. Nós que estamos entendo como ambigüidade.
P5: Formalmente ou apelando para a intuição não pode ter ambigüidade.
P6: Nós entramos em um nível de discussão que nem a nossa linguagem é adequada.
P1: Você pode num primeiro momento discutir com menos rigor e depois com mais rigor. Se o Swokowski fez essa opção por estar se dirigindo a engenheiros, nós também podemos fazer, porque não iremos formar matemáticos. Qual é o rigor que queremos?
P6: Pode ser.
P1: Então até que ponto esse rigor é necessário.
P6: Pensando no ganho ou perda que o futuro professor vai ter entrando nessa discussão e eu não saberia responde se vale ou não a pena chamar a atenção para isso.
Investigador: Eu não considero que seja um problema de rigor ou não. A definição de função contínua é considerar o ponto que pertence ao domínio, portanto se o ponto não pertence ao domínio não deve ser analisado. O nosso aluno merece ter clara essa discussão. Nas leituras que fiz, os autores sempre consideraram essa definição, o ponto pertencente ao domínio, porém se tiver outro que diga que não é necessário o ponto pertencer ao domínio, irá mudar a classificação de algumas funções. Nós precisamos escolher um caminho e seguir com coerência ou, até mesmo, mostrar que pode ter os dois caminhos, mas que nós iremos escolher um. Acho que vale a pena discutir com nossos alunos até para mostrar que mesmo na educação básica eles terão que fazer escolhas, e o importante é que não sejam incoerentes. Você já havia se preocupado com esse assunto de função contínua antes? [Pergunta para o P6]
P6: Na verdade não, eu sempre ensinei e nunca nenhum aluno questionou. Então eu sempre mostrei como função continua a função f(x) 1/x, usando a definição do Guidorizzi.
P1: Isso realmente vai de autor, e você deu sorte, porque intuitivamente essa função é descontinua no ponto 0.
Investigador: Você já viu alguma definição para descontinuidade? Porque nós definimos se uma função é ou não continua?
P6: Eu sei sobre o que você está falando, você quer dizer que se a função não é contínua, ela pode ser descontínua ou outra coisa. Temos que estudar mais sobre esse tema.
P5: Temos que olhar em mais livros de Cálculo.

Anexo VIII-E – Continuação do trecho 7

P4: Mas no infinitésimo você some também com o triângulo de uma forma mágica.
P3: Ele despreza o dx.
P2: Ele não despreza...
P3: Ele pegou o dx e passou dividindo.
P2 Ele está pegando o número real e dx não é o real.
P3: Ele trabalha no infinitésimo e para enxergar o real ele despreza o infinitésimo, não achei tanta mágica.
P4: Ele tem uma proposta alternativa para não usar o limite. Ele começa o artigo dizendo que assinalará o infinitésimo como uma possibilidade de abordagem didática para o curso de Cálculo. Eu entendi como uma proposta de retomada dos infinitésimos.
P2: Justamente, ele fala que muitos professores acham bom introduzir “epsílons” e “deltas” no Cálculo para que quando os alunos forem cursar a disciplina de Análise já estarem familiarizados e, aqui ele tem a proposta de cortar isso.
P1: Ele propõe o curso de Cálculo só como um equacionamento e resolução de problemas utilizando as derivadas e integrais, mas sem entrar na teoria dos limites e infinitesimais.
P4: Deixando a teoria dos limites para o curso de infinitesimal.
P2: Para mim, isso é complicado. Pode até ser que eu esteja corrompido por estar a anos estudando e ensinando limite.
P5: Vale lembrar que esse artigo é válido para suscitar discussões das vantagens e desvantagens do ensino de limite, mas vale lembrar que essa sugestão dele não é para Licenciatura em Matemática.
P1: Ele fala que o objetivo de qualquer curso de Cálculo não é ensinar nem a teoria do limite e nem do infinitésimo. O Cálculo poderá ter como objetivo aplicar e investir em situações didáticas. Ensinar Análise Real ou não Standard é objetivo de disciplinas posteriores, por exemplo, Análise Matemática. No Cálculo o aluno tem de aprender processos básicos de equacionar e resolver problemas com os conceitos de derivada e integral. A justificativa matemática cientifica e os limites dos modelos usados devem ser objeto da análise matemática.
P2: Então vai lá e lê o que P4 leu no começo.
P1: Sugestão didática da seqüência de disciplina Matemática para você passar do Cálculo para Análise. Não está dizendo para você abordar infinitésimo no curso de Cálculo. É pra você começar no Cálculo fazendo um estudo de derivada e integral, até usando limite, mas sem discutir a teoria de limite.
P2: Mas, isso é o que nós fazemos aqui. Não discutimos “epsílons” e “deltas” no curso de Cálculo.
Investigador: Essa nossa escolha é devido ao nosso projeto pedagógico. Porém, vale ressaltar que a maioria das instituições pode estar seguindo o que está proposto no livro didático.
P4: E entrar com esse negócio aqui [apontando para os cálculos de infinitésimo].
P1: Não é substituir e sim usar a idéia de limite e infinitésimo, mas sem entrar nas definições. Depois, quando você for fazer a passagem do Cálculo para Análise, é o momento de discutir essas definições.
P4: Então o Curso de Cálculo Diferencial trata o quê?
P1: Derivadas e suas aplicações.
P4: De que forma?

P1: Como é feito hoje, você dá derivada sem trabalhar com “epsílons” e “deltas”, usando somente as idéias de limite e processos operatórios. A proposta dos livros didáticos não é de fazer a definição de limite com todo o formalismo? Ele está propondo é que não se faça isso.
P4: É o que nós fazemos na prática, pulamos isso.
P5: O que eu vejo é que esse artigo não acrescenta muito pelo fato de já ser a nossa prática, então ele não está propondo nada de novo...
P3: O novo está na passagem do Cálculo para Análise. Não considero resolvido isso nos cursos de licenciatura. P2, você que está ministrando Análise, acha que essa passagem é feita e é natural?
P2: Essa proposta de fazer essa relação entre Cálculo e Análise, usando o infinitésimo, eu abomino. Quem já ministrou o curso de Análise sabe que o aluno chega sem saber o que é a definição de um número racional. O professor tem que definir os hiper-reais. Como fazer isso? Discutir os infinitésimos que já difícil para nós entendermos.
P3: Eu não acho que foi tão complicado, depois que se tem uma idéia não fica tão complexo.
Investigador: Quando estamos fazendo a passagem do Cálculo para Análise nós estamos conseguindo fazer com que o curso tenha significado para o aluno? Que o aluno entenda a definição de limite com os “epsílons” e “deltas”? Caso a resposta seja afirmativa, então não tem o porquê de discutir sobre essa abordagem. Agora se a resposta for negativa, então temos que nos questionar, se é importante para os nossos alunos que eles saibam o limite de uma forma mais rigorosa? Se usarmos essa proposta de infinitésimo, será que não seria um caminho viável?
P3: Uma dúvida que eu trato, considerando $y = x^2$, quando eu derivo essa função eu escrevo $dy/dx = 2x$, falo que dy/dx é uma simbologia dada à derivada da função y, depois eu posso passar essa simbologia multiplicando. Nas integrais eu trato como coisas separadas. Sei que estou sendo incoerente, mas como explicar na derivada o dy/dx usando o limite?
P2: Essa notação foi de Newton e Leibniz. Quando você está usando isso é o infinitésimo.
P3: É o infinitésimo?
P5: Essa notação é do Leibniz, a do Newton é o pontinho.
P3: Então na verdade isso é o infinitésimo.
P5: Apesar de não ter deixado claro, Leibniz trabalhava com a idéia do infinitésimo.
P2: Só que a gente não usa isso como o infinitésimo, pois essas contas estariam erradas. Mesmo essa notação estaria errada.
P5: No último encontro nós falamos quais são as hipóteses dos alunos a respeito da existência ou não do limite. Esse artigo traz esse questionamento. Ele fez uma pesquisa com centenas de alunos de um curso de licenciatura em Portugal. Explique o que você entende por limite. As respostas: ”pra mim, a expressão referida diz-me que o número para o qual o número se dirige tende, sem atingir, fiquei meio confuso se atinge ou não atinge”. Outra resposta “Nunca ninguém me perguntou isso e nunca tinha me apercebido das dúvidas sobre o limite, quando o limite dá mais ou menos infinito, existe ou não o limite?” , isso são as respostas dos alunos: “O limite tem que ser um valor. Os epsílons e deltas são difíceis. O limite é o valor dá função na vizinhança desse ponto.” Ele coloca que tem muitas respostas desse tipo. “O limite de uma função é o ponto extremo do seu

contradomínio quando o ponto tende para o extremo do domínio. O limite é um número máximo que uma função pode ter quando uma função tende a p. O limite é o número de y mais baixo ou alto quando a função tende a p. Quando uma determinada função tende para um determinado domínio. Uma função tem um limite L quando o limite é o valor de uma função que não pode ultrapassar".Essas são algumas respostas, ele diz que a sugestão é a de fazer essas perguntas em sala e mostrar alguns contra-exemplos.
P4: Principalmente os de funções mais complexas.
P2: Não sei, mas eu acho que nós não devemos transferir toda a carga para o aluno o limite fundamental do cálculo.
Investigador: O limite fundamental trigonométrico?
P2: Sim.
Investigador: Quem deu aula de limite para eles foi P6. Você abordou isso no curso?
P6: Sim.
Investigador: Vejo que muitas coisas que nós dizemos que o nosso aluno não sabe, nem sempre é porque ele não estudou aquilo em um determinado momento do curso e, sim, pelo fato de se ter passado para o aluno como mais um procedimento necessário para fazer a prova naquele momento. O próprio tipo de avaliação que nós fazemos acaba favorecendo essa situação.
P6: Quando você pega o bom aluno, aquele que se interessa, ele te responde.
Investigador: Vamos investigar isso.
P6: Pode ser que eles não dêem a resposta correta, formal, mas uma boa noção eles têm.
P2: Eu não quero julgar o professor ou o que já passou.

Anexo VIII-F Continuação do trecho 8

P5: Você falou que se baseou em algumas pesquisas que falam sobre o sucesso da aplicação das técnicas. Particularmente considero alto esse resultado, o que você acha disso?
P3: Eu só peguei os resultados dessa pesquisa, porque eu queria mostrar que existe o problema, então eu não analisei as pesquisas.
P1: O interessante é que a pesquisa mostra que quando é proposta para o aluno uma atividade procedimental de técnicas de derivação, o índice de sucesso é bem maior do que quando é uma atividade de aplicação de conceito.
P3: Esse foi o ponto inicial da nossa problemática.
P6: Mas isso não é válido só para o Cálculo, e sim para qualquer disciplina.
P3: A pesquisa que fiz foi na expectativa de investigar o porquê que isso acontece.
P4: Essa seqüência que você fala, o que é?
P3: Isso está no quadro teórico.
P4: Mas esse sucesso das técnicas não está relacionado com isso?
P3: Vou discutir isso daqui a pouco. Vinner (1990) afirma que muitos alunos que estudam Cálculo possuem um conhecimento superficial dessa disciplina. Mostra causas psicológicas educacionais, sociais e até políticas para esse fenômeno. Uma das palavras que me incomodou foi política. O que a política tem haver com a aplicação de técnicas? Um professor me justificou usando o exemplo do filme do Chaplin, da industrialização, que as pessoas tinham de saber as aplicações e estavam mais preocupados em fazer, do que saber o porquê estavam fazendo. Eram mais executores do que pensadores. O quadro teórico que me fundamentei foi o de Anna Sfard (1991) que tem como título “A dupla natureza das concepções matemáticas. Reflexões sobre processos e objetos como diferentes lados de uma mesma moeda”. Só o título desse artigo já diz muita coisa, que uma moeda é constituída de dois lados, e os dois são diferentes, mas para que essa moeda exista, há a necessidade dos dois lados. Na noção matemática existem dois lados que estão intrínsecos, isto é, não podem ser desligados um do outro. Então o que ela diz que qualquer noção matemática pode ser concebida de duas maneiras conceitualmente diferentes, uma operacionalmente como processo, e a outra estruturalmente como objeto.
P7: Como objeto é a conceitual, que tem apenas 22% de sucesso?
P3: Isso, operacionalmente, seriam as técnicas e os processos de execução. O estruturalmente como objeto está mais ligado ao conceito, que é a parte conceitual da noção. Mas, o conceito não é só feito nem pelo conceitual, nem pelo processual, é justamente esses dois lados que compõe o conceito. Para passar do processual para o estrutural, segundo ela, é necessário passar por três fases, que é a interiorização, a condensação e a retificação. Ela fala que para a maioria das pessoas quando se apresenta uma noção matemática, ela começa a enxergar aquela noção operacionalmente e por mais que você apresente da forma estrutural, a pessoa irá tentar operacionalizar a noção. Isto é, no primeiro contato, a pessoa irá tentar resolver alguma coisa e não conceber a idéia geral da noção.
P4: Uma preocupação mais com as passagens!
P7: Quer fazer a conta!
P3: Isso! Então, não adianta já introduzir a parte estrutural da noção, devemos começar pela parte processual da noção. A passagem do processual para o

estrutural não é uma coisa que acontece sem grandes esforços, precisa sempre de um longo tempo e muito esforço do aluno. Agora vou falar sobre esses três estágios, interiorização, a condensação e a retificação.
P4: Então o esforço é do aluno e não do professor?
P3: Sim, do aluno. O estágio de interiorização é quando "O estudante adquire familiaridade com os processos da noção a ser estudada". A primeira parte, de acordo com esse quadro teórico, é o contato do estudante não com o objeto e sim com os processos, os quais estão sendo estudados. "O desenvolvimento dos processos decore da ação de esforços cognitivos sobre a utilização das manipulações de objetos matemáticos familiares". Então, por exemplo, "Determinar a derivada da função $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$". Num primeiro momento, o aluno vai usar um processo para derivar, não importa se é por regrinhas ou usando o limite, mas ele estará atento ao processo.
P7: Para ele, não interessa o que é a derivada e sim encontrá-la?
P3: Isso, por enquanto.
P1: Segundo esse quadro teórico!
P3: Sim, o desenvolvimento da noção passa por esses estágios, e mesmo que você tenha falado pra ele sobre isso ou aquilo, ele vai tentar processar, querer saber, por enquanto, como resolve isso, encontrar a derivada. Depois vem a etapa da condensação, que é o momento de transformar as seqüências extensas de operações em unidades mais compactas. Exemplo: estudar o crescimento e o decrescimento de determinada função.
P1: Aplicação de procedimentos.
P3: E, por fim, a retificação que é a fase que podemos perceber a mudança ontológica na habilidade do estudante em ver alguma coisa familiar (processo) como algo totalmente novo (objeto). Nesse estágio ocorre a unificação semântica dos objetos. Tudo bem?
P6: Essa é a primeira vez que leio uma pesquisa na sua área com esse detalhamento. Acho bastante complicado você, como professor, considerar tudo isso em sua aula!
P7: Faz muito tempo que eu li uma dissertação da área de educação matemática, mas também acho que é de pouca aplicabilidade em sala de aula.
P3: Eu fiz isso como pesquisador. É diferente. O nosso objetivo foi analisar a noção de derivada num livro de Cálculo à luz dos estágios de interiorização, condensação e retificação, com a finalidade de buscar causas de dificuldades da compreensão conceitual dessa noção.
P6: Você lê outras pesquisas?
P3: Sim, eu fiz a revisão bibliográfica para a dissertação.
P6: Além do período do mestrado, você lê?
P3: Gostaria, mas não deu tempo, ainda!
P1: É difícil! Lemos mais artigos que trazem os resultados. Quais livros você analisou?[Dirigindo ao P3]
P3: "O Cálculo" do Stewart e o "O Cálculo um Novo Horizonte". Observamos que ambos os livros priorizam a representação simbólica. É um fator que consideramos gerador de dificuldade para a compreensão conceitual da derivada, pois essa fase, segundo Sfard, que a fase da retificação, é a mais difícil, pelo próprio desenvolvimento do pensamento científico que envolve a noção de derivada. Consideramos que há uma tendência encontrada nos livros didáticos em desenvolver os aspectos operacionais das noções do Cálculo. Essa ênfase pode dificultar ao estudante atingir o estágio de retificação.

P5: Quais são as atividades desse estágio?
P3: Questões do tipo: o que é reta tangente? O que é derivada?
P1: Mas o livro do Stewart, mesmo que de uma forma modesta, coloca esse tipo de questão.
P3: Sim, mas em comparação com as dos outros estágios passa a ser insignificante.
P2: Como você acha que essa pesquisa pode ajudar na sala de aula?
P3: A partir do momento que você sabe quais são os tipos de atividades importantes para que o aluno tenha a noção de derivadas, você, como professor, poderá propor atividades que envolvam as três fases.
P6: É interessante, mas eu precisaria ler mais sobre isso para usar em sala de aula.