PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

AURILUCI DE CARVALHO FIGUEIREDO

SABERES E CONCEPÇÕES DE EDUCAÇÃO ALGÉBRICA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2007

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

AURILUCI DE CARVALHO FIGUEIREDO

SABERES E CONCEPÇÕES DE EDUCAÇÃO ALGÉBRICA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.

SÃO PAULO
2007

BANCA EXAMINADORA

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ______________________________________ **Local e data**: __________________________

AGRADECIMENTOS

Quero aqui expressar a minha gratidão a todos os que, de alguma forma, me auxiliaram na realização deste trabalho.

À minha orientadora, Profa. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão, pela confiança depositada, pelo respeito às minhas convicções e pela liberdade de ação.

Aos Professores Doutores Dario Fiorentini, Maria Tereza Carneiro Soares, Célia Maria Carolino Pires e Benedito Antonio da Silva, participantes da Banca de Qualificação, cujas críticas, sugestões e recomendações foram muito apreciadas.

Aos integrantes do curso de Licenciatura em Matemática investigado, pelo carinho com que me acolheram e pela disponibilidade e interesse que demonstraram em participar da pesquisa, na esperança não somente de vislumbrar melhorias para sua própria atuação como alunos e docentes, mas também para o campo da Educação Matemática.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo (CEFET-SP), por colaborar com a bolsa parcial que financiou parte deste Doutorado.

Ao Nicco, meu amor e companheiro de vida, pela paciência e por me dar “colo” nos momentos em que mais precisei.

À minha Tia Lucilha, por compartilhar os momentos difíceis nessa caminhada de vida, para que eu pudesse realizar este trabalho.

Às amigas Adélia, Gilda, Fernanda, Onice e Teca, que sempre me encorajaram quando mostrei desânimo.

Às pessoas que se tornaram amigas durante este percurso: Adriana Camejo e Gerson Ferracini, que por algum tempo estiveram a meu lado incentivando, mostrando caminhos e sugerindo alternativas nessa busca de aperfeiçoamento.

Aos meus pais, por minha existência, e ao meu filho, por existir.

RESUMO

Pesquisas indicam que as dificuldades que estudantes vivenciam com tópicos de Álgebra, nos diversos segmentos de ensino, podem advir de determinadas concepções de Educação Algébrica, tanto próprias quanto de seus professores. Essas concepções são subjacentes a saberes de atores de cursos de Licenciatura em Matemática. Pela relevância de tal entrecruzamento, este estudo teve como objetivo detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por atores de um curso de Licenciatura em Matemática. Para tanto realizamos um estudo de caso de natureza etnográfica em uma universidade localizada no estado de São Paulo. Para identificar as concepções dos atores desse curso, tomamos como principais referenciais teóricos as categorizações elaboradas por Lee e por Fiorentini *et al.* Os saberes docentes foram analisados a partir de dois enfoques: sob a ótica de Tardif, segundo a qual a noção de saber tem um sentido amplo que engloba, entre outros aspectos, as atitudes dos profissionais, e sob a ótica de Shulman, que permite identificar um repertório de conhecimento do professor ligado ao conteúdo matemático, no qual destacamos os tópicos algébricos elementares. As informações necessárias à investigação foram obtidas da análise de documentos selecionados e entrevistando-se três alunos de 1.º ano, cinco de 2.º e quatro professores, um dos quais era também o coordenador do curso. As concepções predominantes entre os professores entrevistados foram a Fundamentalista-estrutural (de Fiorentini *et al.*) e a de Álgebra como Linguagem (de Lee). Entre os alunos, predominaram as concepções Lingüístico-pragmática (de Fiorentini *et al.*) e de Aritmética Generalizada (de Lee). Esta investigação permitiu-nos vislumbrar a possibilidade de ampliação de saberes relativos ao ensino de tópicos algébricos elementares, que se vinculam a concepções de Educação Algébrica. Por sequer possuírem saberes relacionados aos conhecimentos pedagógicos, curriculares e de conteúdo (de Shulman) necessários à docência de tópicos elementares nos diversos segmentos de ensino, os atores do curso investigado geram algumas das dificuldades experimentadas. Para que esses atores ultrapassem essa condição, precisam, no mínimo, ampliar o repertório de seus saberes, ao mesmo tempo em que examinam concepções de Álgebra e de Educação Algébrica — as da literatura e as próprias. Cremos que estudos envolvendo a comunidade escolar desenvolvidos pelo impulso de um projeto institucional possam concretizar tal proposta de investigação futura. Nesse sentido, o presente estudo pode oferecer sua contribuição.

Palavras-chave: Educação Algébrica; Tópicos Elementares de Álgebra; Licenciatura em Matemática; Concepções; Saberes.

ABSTRACT

Investigations have shown that difficulties experienced by students when dealing with topics of Algebra, across a range of schooling levels, may be rooted in certain conceptions of Algebra Education, either their own or those held by their teachers. These conceptions provide the basis for “knowings” held by teachers and students in Teaching Degree programs in Mathematics. Given the relevance of this link, the purpose of the present study was to identify knowings and conceptions related to Algebra Education deployed by teachers and students in a Teaching Degree program in Mathematics. To this end, a case study was conducted employing an ethnographic approach at a university located in the state of São Paulo, Brazil. The categorizations developed by Lee and Fiorentini *et al.* were the primary theoretical framework adopted to identify conceptions held by students and teachers in the program. The teaching-related knowings were analyzed based on two approaches: according to Tardif’s perspective, in which the notion of knowing has a wider scope that encompasses, among other aspects, attitudes of professionals; and according to Shulman’s perspective, which allows for identification of a repertoire of knowledge held by teachers related to mathematical contents, of which the elementary Algebra topics were our focus of interest. Data were collected from selected documents and by interviewing three 1st-year and five 2nd-year students along with four teachers, one of whom also acted as program coordinator. The Structural-fundamentalist conception (defined by Fiorentini *et al.*) proved predominant among the teachers, as did Algebra as Language (defined by Lee). Among students, the Linguistic-pragmatic conception (by Fiorentini *et al.*) and that of Generalized Arithmetic (by Lee) predominated. The investigation enabled identification of a potential for broadening knowings related to the teaching of elementary Algebra topics and linked to Algebra Education. Given that teachers and students lack knowings related to pedagogical, curricular, or content knowledge (defined by Shulman) needed for teaching elementary Algebra topics, across various schooling levels, the participants investigated generate some of the very difficulties they face. If the teachers and students interviewed are to overcome their current situation, they will need at least to enlarge their repertoire of knowings and concurrently examine a range of conceptions of Algebra and Algebra Education—not only those available in the literature, but also those held by them. It is the author’s belief that further studies involving the school community and carried out under the auspices of an institutional project represent a direction for future investigation. To this end, the present study provides a valuable contribution to the area.

Keywords: Algebra Education; Elementary Algebra Topics; Teaching Degree in Mathematics; Conceptions; Knowings.

RÉSUMÉ

Les recherches indiquent que les difficultés que les étudiants éprouvent envers les topiques d'Algèbre, dans les divers segments de l'enseignement, peuvent provenir de certaines conceptions de l'Éducation Algébrique, aussi bien les leurs que celles de leurs professeurs. Ces conceptions sont sous-jacentes aux connaissances d'acteurs de cours de Licence en Mathématiques (option Enseignement). Dû à l'importance de cet entrecroisement, cette étude a eu pour but de détecter quelles connaissances et quelles conceptions d'Éducation Algébrique sont-elles mobilisées par des acteurs d'un cours de Licence en Mathématiques. Pour cela nous avons réalisé une étude de cas de nature ethnographique dans une université localisée dans l'État de São Paulo, au Brésil. Pour identifier les conceptions des acteurs de ce cours nous avons pris comme principales références théoriques les catégorisations élaborées par Lee et par Fiorentini *et al.* Les connaissances professorales ont été analysées à partir de deux aspects : sous le point de vue de Tardif, suivant lequel la notion de connaissance a un sens ample qui englobe, parmi d'autres aspects, les attitudes des professionnels, et sous le point de vue de Shulman, qui permet d'identifier un répertoire de savoir du professeur lié au contenu mathématique, dans lequel nous soulignons les topiques algébriques élémentaires. Les informations nécessaires à l'investigation ont été obtenues par l'analyse des documents sélectionnés et par les interviews avec trois élèves de 1^{e} année, cinq de 2^{e}, et quatre professeurs, un desquels était aussi le coordinateur du cours. Les conceptions prédominantes parmi les professeurs interviewés ont été : la Fondamentaliste-structurelle (de Fiorentini *et al.*) et celle de l'Algèbre comme Langage (de Lee) ; parmi les élèves, les conceptions Linguistique-pragmatique (de Fiorentini *et al.*) et d'Arithmétique Généralisée (de Lee). Cette investigation nous a permis d'entrevoir la possibilité d'élargissement des connaissances relatives de topiques algébriques élémentaires, qui se lient à des conceptions d'Éducation Algébrique. N'ayant pas les connaissances pédagogiques, de cursus et de contenu (de Shulman) nécessaires à l'enseignement de topiques élémentaires dans tous les segments de l'enseignement, les acteurs du cours investigué créent quelques-unes des difficultés expérimentées. Pour que ces acteurs dépassent cette condition, ils doivent au moins élargir le répertoire de leurs connaissances, en même temps qu'ils examinent les conceptions d'Algèbre et d'Éducation Algébrique – celles de la littérature et les leurs. Nous sommes convaincus que des études qui impliquent la communauté scolaire développées par l'impulsion d'un projet institutionnel peuvent concrétiser cette proposition d'investigation future. C'est dans ce sens que cette étude peut offrir sa contribution.

Mots-clé : Éducation Algébrique ; Topiques Élémentaires d'Algèbre ; Licence en Mathématiques ; Conceptions ; Connaissances.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ANEXOS E APÊNDICE

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

DA PROBLEMÁTICA À METODOLOGIA DA PESQUISA

1.1. TRAJETÓRIA RUMO À PESQUISA

Em nossa trajetória profissional, ensinamos Matemática em três segmentos de ensino — Fundamental, Médio e Superior —, trabalhando no último segmento com disciplinas como ‘Matemática para Administradores’, ‘Cálculo I e II’, ‘Matemática Financeira’ e ‘Estatística’ há mais de 15 anos. Nos últimos dois anos atuamos em programas de formação continuada de professores que ensinam Matemática.

Ao longo desse exercício docente, deparamo-nos com muitos problemas relacionados ao ensino–aprendizagem de Matemática, destacando-se em particular as dificuldades que os alunos apresentam ao lidarem com tópicos pertinentes à Álgebra elementar, como equações, sistemas de equações, inequações e simplificação de expressões algébricas, entre outros, tanto no Ensino Fundamental e Médio quanto no Superior.

Além dessas dificuldades, observamos que chega a ocorrer uma aversão por parte dos alunos aos próprios nomes das disciplinas de alguns cursos, quando tais denominações sugerem, mesmo de longe, a palavra *Matemática*. É o que ocorre, por exemplo, no curso de Marketing em uma das universidades em que atuamos. Nessa instituição, uma enquete denominada *Perfil do aluno de Marketing*, elaborada pela própria instituição em 2001, revelou haver alunos que, ao fazerem matrícula, observavam se no rol das disciplinas disponíveis constava o termo *Matemática* ou outro que o evocasse. Tal fato levou a coordenadora do curso de Marketing a alterar o nome da disciplina ‘Matemática Financeira’ para ‘Administração Financeira’, abolindo de vez a palavra *Matemática* da grade curricular.

Sabemos, porém, que a mera eliminação do termo constitui procedimento paliativo, uma vez que conteúdos relacionados a esse campo de conhecimento continuarão a estar presentes nas disciplinas ‘Administração Financeira’, 'Estatística', 'Pesquisa de Mercado' e outras que integram o curso, nas quais conhecimentos de Álgebra elementar se fazem necessários.

Em nossos contatos com professores que lecionam Matemática em cursos de formação continuada, estes nos revelaram que seus alunos mostravam aversão à Matemática. Esses professores apontaram também vivenciar dificuldades ao trabalhar com tópicos algébricos elementares em sala de aula, não se sentindo capazes de vencer tais barreiras e chegando a questionar suas próprias formações quanto aos conteúdos desenvolvidos na Licenciatura em Matemática que se relacionavam com a Educação Básica.

Ao ingressarmos no doutorado, entramos em contato com o Grupo de Pesquisa "Educação Algébrica", da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), o qual tem por objetivo investigar: "*Qual a Álgebra a ser ensinada na formação de professores?*". Apresenta questões que constituem ramos desse projeto maior, as quais são: "O que se entende por Álgebra?" e "Como se configuram as 'lacunas' entre os diversos segmentos de ensino e, em particular, entre o Ensino Básico e o Ensino Superior?". Tais questões vieram ao encontro de nossos interesses, pois focalizam a Álgebra e correspondem a certas indagações suscitadas por situações como as descritas.

Ao tomarmos contato com a literatura sobre o tema, deparamo-nos com pesquisas que apontam que as dificuldades vivenciadas por estudantes em tópicos de Álgebra podem ter tido origem em determinadas concepções de Álgebra elementar.

Inicialmente pensávamos em criar situações que facilitassem aos alunos minimizar as dificuldades envolvidas nos tópicos algébricos elementares, para aplicação em cursos superiores em que conhecimentos sobre tais tópicos se fazem necessários. De fato, já se dispunha de investigações, como as de Modanez (2003), Nakamura (2003), Thomaz Neto e Medeiros (2003) e Traldi Junior (2003), em que não somente tais dificuldades haviam sido detectadas, mas em que também se propunham situações que favorecessem o ensino–aprendizagem desses tópicos, visando minimizar os entraves nesse processo.

Tais pesquisas nos impeliram a tentar compreender o contexto em que esses tópicos algébricos elementares são apresentados na Licenciatura em Matemática, e o contato com os professores que ensinam Matemática nos fez refletir sobre como tais conteúdos são tratados nesses cursos. Nosso interesse de pesquisa passou a ser detectar **que saberes e que concepções de Educação Algébrica estariam sendo mobilizados por atores de um curso de Licenciatura em Matemática**.

Em atendimento a nossas inquietações e a nosso interesse de pesquisa, procedemos a uma revisão bibliográfica com o intuito de conhecer o que outros pesquisadores já haviam investigado sobre o tema. Chamaram-nos a atenção, particularmente, pesquisas e trabalhos como os de Kieran (1992), Bell *et al.*[1] (1987 *apud* KIERAN, 1992), Carry *et al.*[2] (1980 *apud* KIERAN, 1992), Booth (1995) e Dall'Anese (2000). Esses autores nos mostram que não estamos sozinhos ao constatar entraves enfrentados por alunos, mas que esse fenômeno também se manifesta em outras partes do mundo. Tais estudos também revelam a existência, em diversos níveis de escolaridade — tanto no Ensino Fundamental e Médio como em diversos cursos superiores —, de dificuldades vivenciadas por estudantes em situações em que tenham de mobilizar conhecimentos de tópicos de Álgebra.

1.2. PESQUISAS QUE APONTAM DIFICULDADES EM TRATAR COM EDUCAÇÃO ALGÉBRICA E QUE IDENTIFICAM ALGUNS DE SEUS PRINCIPAIS FATORES

A leitura de artigos e pesquisas sobre o tema nos informou sobre algumas dificuldades que os alunos apresentam em mobilizar conhecimentos elementares de Álgebra, nos diversos níveis de escolaridade. Destacaremos a seguir alguns aspectos dessas pesquisas.

[1] BELL, A.; MALONE, J.A.; TAYLOR, P.C. *Algebra*: an exploratory teaching experiment. Nottingham, England: Shell Centre for Mathematical Education, 1987.

[2] CARRY, L.R.; LEWIS, C.; BERNARD, J. *Psychology of equation solving*: an information processing study (Final technical report). Austin: University of Texas at Austin, Department of Curriculum and Instruction, 1980.

Kieran (1992) procedeu a uma revisão de literatura coletando publicações existentes sobre a aprendizagem e o ensino da Álgebra escolar, para o que contou com colaboradores de diferentes países. A autora relata o trabalho de vários pesquisadores, ressaltando as contribuições de cada um e indicando campos de pesquisa a que os estudiosos dessa área podem se dedicar.

Dentre esses pesquisadores, Carry *et al.*[3], citados por Kieran (1992), realizaram um estudo sobre processos de resolução de equações usados por estudantes universitários. Nele, os autores mostraram que um dos erros em que os alunos mais freqüentemente incidiam era o de conceber, por exemplo, 39x – 4 como sendo 35x. Os autores concluíram que esse procedimento, a que denominam "erro de cancelamento", foi o mais comum na simplificação de expressões durante a resolução de equações.

Booth (1995) em pesquisa que buscou identificar alguns tipos de erros que alunos de 13 a 16 anos comumente cometiam em Álgebra e investigar as razões desses erros, destacou os trabalhos de Behr *et al.*[4] e de Ginsburg[5], os quais apontam que em Aritmética o símbolo "=" é geralmente interpretado em termos de ação a ser efetuada, ou seja, há alunos que o interpretam como significando "escrever a resposta". Quando ao símbolo "+", é visto como significando efetivamente "realizar a operação". Assim, o erro dos alunos descrito por Carry *et al.*[3], apontado no parágrafo anterior, pode ser interpretado como falha na atribuição de significado à expressão algébrica ou então como necessidade percebida pelo aluno de expressar, logo após o símbolo de igualdade, o resultado de uma operação (como se faz freqüentemente na Aritmética), ou ainda como ambas, entre outras possibilidades.

Bell *et al.*[6], citados por Kieran (1992), mostram uma abordagem aplicada a estudantes de 14 anos para a resolução de equações. Partindo de problemas enunciados em língua natural, os autores tentaram conduzir os estudantes a

---

[3] Estudo referido na nota de rodapé 2.
[4] BEHR, M.; ERLWANGER, S.; NICHOLS, E. How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, n. 92, p. 13-15, 1980.
[5] GINSBURG, H. *Children's arithmetic*: the learning process. New York: Van Nostrand, 1977.85
[6] BELL, A.; MALONE, J.A.; TAYLOR, P.C. *Algebra*: an exploratory teaching experiment. Nottingham (England): Shell Centre for Mathematical Education, 1987.

construir a escrita de equações algébricas correspondentes a esses enunciados. Destacamos, dentre as observações desses pesquisadores, que os alunos apresentavam dificuldade em “expressar frases de problemas verbais” que possibilitassem uma resolução correta do problema proposto, isto é, em construir algumas expressões algébricas oriundas de frases apresentadas em língua natural.

Brown *et al.*[7], citados por Kieran (1992), concluíram, após observar os resultados da Quarta Avaliação Matemática de Estudantes Americanos de escolas Secundárias, realizada pela National Assessment of Educational Progress (NAEP), que:

> Os estudantes de escolas secundárias geralmente parecem ter conhecimento de conceitos e habilidades algébricos e geométricos básicos. Todavia, os resultados dessa avaliação indicam, como também os resultados de avaliações passadas, que os estudantes freqüentemente não são capazes de aplicar esse conhecimento em situações de resolução de problemas, nem parecem entender muitas das estruturas subjacentes a esses conceitos [...]. (BROWN *et al.*, 1988 *apud* KIERAN, 1992, p. 390)[8]

Segundo esses pesquisadores, os estudantes recorrem à memorização de regras e procedimentos, acabando por acreditar que essa atividade constitui a essência da Álgebra.

Tais situações nos levam a refletir sobre as falhas que temos detectado no conhecimento dos alunos do Ensino Superior sobre tópicos elementares de Álgebra com os quais entram em contato desde o Ensino Fundamental. Estamos nos referindo a tópicos como somar termos semelhantes em expressões algébricas ou utilizar o princípio (aditivo ou multiplicativo) da igualdade em equações algébricas. De fato, as pesquisas mencionadas mostram-nos que as dificuldades nesses tópicos perduram até o Ensino Médio e o Superior, o que nos leva a pensar se isso se deve a certas concepções de Álgebra que permeiam o ensino.

Encontramos algumas respostas a nossas indagações na dissertação de Dall’Anese (2000), que teve por objetivo introduzir o conceito de derivada através de

---

[7] BROWN, C.A.; CARPENTER, T.P.; KOUBA, V.L.; LINDQUIST, M.M.; SILVER, E.A.; SWAFFORD, J.O. Secondary school results for the fourth NAEP mathematics assessment: algebra, geometry, mathematical methods, and attitudes. *Mathematics Teacher*, v. 81, p. 337-347, 1988.

[8] Todas as traduções de Kieran apresentadas neste trabalho são nossas.

uma seqüência didática aplicada em cursos em que se ministrava a disciplina 'Cálculo Diferencial e Integral' e elaborada levando em consideração algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos ao terem contato com tal disciplina. Dentre as conclusões a que chegou o autor, mencionaremos as que estão mais diretamente relacionadas com nosso objetivo de investigar as concepções de Educação Algébrica de professores e alunos de um curso de Licenciatura em Matemática:

— Dificuldades em se expressar por escrito utilizando uma linguagem simbólica adequada, na resolução de problemas.
— Dificuldades em manipular símbolos algébricos, principalmente os envolvidos em problemas que mobilizam fatoração e simplificação de expressões algébricas.
— Dificuldades em interpretar questões das atividades propostas quando essas questões requerem que sejam feitas conjecturas para obter mais de uma possível resposta correta. (Nesse tipo de atividade, em geral, somente um número foi apresentado como resposta em sua pesquisa.)

Observamos que as dificuldades dos alunos pesquisados por Dall'Anese (2000) são as mesmas detectadas por outros estudiosos e que, embora o autor não tenha tido como objetivo a introdução de conhecimentos algébricos elementares, estes se mostraram como um dos entraves no desenvolvimento da seqüência didática que procurou aplicar.

Essa investigação, além de indicar as dificuldades dos alunos em lidar com tópicos algébricos elementares em um curso superior, fez-nos refletir sobre a prática pedagógica do professor-pesquisador, pois no estudo houve preocupação de desenvolver situações didáticas para que os alunos atribuíssem significado ao conceito de derivada, permitindo-se que discutissem e socializassem informações com o objetivo de trabalhar tal conceito, o qual os alunos pareceram articular satisfatoriamente durante as atividades propostas. Por outro lado, como a pesquisa focalizou o conceito de derivada e não as dificuldades algébricas detectadas e, talvez também por limitações de tempo, as dificuldades sobre tópicos elementares de Álgebra foram simplesmente relatadas, sem receberem a mesma atenção que o conceito de derivada.

Também procuramos pesquisas que indicassem as dificuldades que futuros professores de Matemática — alunos de Licenciatura — enfrentariam ao lidar com conceitos da Álgebra elementar.

Melo (2003) relata em sua tese, em que descreve sua própria formação, ocorrida no período de 1983 a 1988, que havia duas disciplinas em seu curso de Licenciatura em Matemática que propunham uma revisão dos conteúdos estudados no Ensino Fundamental, dentre eles os algébricos. Nessa revisão, o autor relata que, embora seus colegas de graduação tivessem certa facilidade em manejar técnicas para a resolução de sistemas de equações algébricas e operações com polinômios, dentre outros procedimentos elementares de Álgebra, não sabiam com um mínimo de profundidade atribuir significado a expressões dos tipos: $2x + 5$; $\frac{y}{2} + 7 = 2y$; $y^2 + 4y + 4 = 0$; $2mn + 3xm$; $x^2 - a^2$.

Além disso, o autor acredita que os estudantes eram apresentados a situações que os induziam a conceber a Educação Algébrica pelo exercício exclusivo da “linguagem formal algébrica”, de cálculos algébricos e da solução de certos tipos de problemas, sempre tratados de forma mecânica e limitada a uma seqüência lógica e ordenada de procedimentos.

Melo (2003), ao se referir à revisão dos conteúdos de seu curso de Licenciatura, destaca que os alunos eram levados a resolver exercícios que os conduziam a uma visão de Álgebra que, a seu ver, era equivocada. Ao mencionar esses exercícios, destaca as seguintes atividades que haviam sido propostas a alunos:

> 1) Traduzir da linguagem usual para a linguagem matemática:
> a) Um número mais o seu quíntuplo é igual a trinta e seis.
> b) A metade de um número menos a sua terça parte é igual ao seu dobro.
>
> 2) Resolver as equações, sendo $U = \mathbb{R}$:
>
> a) $8x - 3 = 5x$
> b) $x^2 - 3x - 5 = 0$
>
> (MELO, 2003, p. 5)

Supomos que ao se referir a esses exercícios o autor entenda que o uso freqüente e exclusivo destes faz com que a Álgebra seja vista somente como uma “linguagem formal” e como um instrumento que possibilita a resolução de ”problemas de certo tipo”. Parece acreditar, portanto, que essa seja uma maneira equivocada de concebê-la.

Esses achados reforçaram nossas indagações quanto a concepções que professores têm de Educação Algébrica e quanto a saberes que mobilizam quando trabalham com ela.

Há ainda, no entanto, uma carência de estudos tanto sobre a formação inicial como sobre a do formador de professores que ensinarão Matemática, o que impede que se possam perceber os saberes, habilidades e competências que estes mobilizam ao lidarem com conhecimentos de sua área específica, a Educação Matemática. No presente estudo enfocaremos alunos, professores e coordenador de um curso de Licenciatura em Matemática. Mais particularmente, destacaremos quais são as concepções que esses atores mobilizam ao lidarem com tópicos algébricos elementares, bem como os saberes que tornam possível detectar essas concepções.

Segundo Cunha (2000), algumas das concepções dos professores sobre o ensino e aprendizagem da Matemática decorrem da visão que partilham acerca da Matemática, e estas parecem ter influência no modo como os professores ensinam. Concordando com essa afirmação, e particularizando-a, a estendemos também às concepções de Educação Algébrica que acreditamos ser possível detectar: no papel que estas desempenham ao intervirem no processo de ensino–aprendizagem, nas estratégias que os professores aplicam, nos procedimentos matemáticos a que recorrem para ensinar, nos objetivos que consideram necessário ver alcançados por seus alunos, no papel que consideram caber aos alunos no processo e no aprendizado do aluno. São esses alguns dos componentes que julgamos oportuno enfocar para podermos analisar as concepções de Educação Algébrica.

Para essa análise, buscaremos responder às seguintes questões:

- Que saberes e concepções de educação algébrica se desvelam entre os professores de um curso de Licenciatura em Matemática ?
- Que concepções de Educação Algébrica se revelam entre os alunos desse curso?

Procedemos, assim, a um levantamento de alguns estudos sobre concepções e saberes de professores, que destacaremos em outra seção.

Além disso, como nossa intenção é pesquisar concepções e saberes de atores de um curso de Licenciatura em Matemática, levantamos alguns dados que consideramos serem pertinentes para dispormos de uma adequada compreensão sobre esse curso.

1.3. A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Já há alguns anos o tema formação de professores passou a receber destaque tanto em encontros e congressos educacionais quanto em publicações internacionais, e novos caminhos têm sido propostos para a formação desses profissionais no século XXI.

Além disso, alguns dos estudos têm gerado classificações ou tipologias sobre o conhecimento do professor e sobre aspectos teórico-metodológicos do ensino de Matemática, enquanto outros mostram a relevância e importância do conhecimento do professor. Destacamos entre esses estudos de autores estrangeiros os de Nóvoa (1992, 1995), Schön (1983, 1992), Ponte (1994, 1998, 2000), Perrenoud (2000, 2002), Tardif (2002) e Shulman (1986).

Como expõe Nóvoa (1992, p. 27), tais investigações apontam ser “preciso investir positivamente os saberes de que o professor é portador, trabalhando-os de um ponto de vista teórico e conceitual”.

Schön (1983, 1992) defende a existência, nas ações dos profissionais competentes, de um saber que sirva de referência para o ensino e recomenda que seja incluído na formação de professores.

Ponte (1992, 1998) considera que, apesar da importância do professor, este é ainda muito pouco conhecido como ator educativo, principalmente no que se refere à área de Matemática. O autor aponta que o papel desse profissional como criador e gestor de situações de aprendizagem, como intérprete do currículo e como profissional autônomo responsável por sua prática tem sido ainda insuficientemente investigado.

Perrenoud (2002) considera que a formação dos professores "conjuga" várias modalidades, dentre as quais destacamos a "transmissão de saberes e sua apropriação".

Tardif (2002) aponta haver uma relação problemática dos professores com seus saberes. Considera que "um professor é, antes de tudo, alguém que sabe alguma coisa e cuja função consiste em transmitir esse saber a outros" (p. 31), e diante dessa afirmação procura identificar os diferentes saberes que estão presentes na prática docente, criando uma taxonomia para tal, além de identificar relações entre os professores e seus saberes.

Shulman (1986, p. 6) denuncia que, até a época em que empreendeu seu estudo, muitas pesquisas nessa área, talvez na tentativa de simplificar as complexidades em sala de aula, acabaram não investigando "como o conteúdo específico de uma área de conhecimento era transformado a partir do conhecimento que o professor tinha em conhecimento de ensino" e que "tampouco perguntaram como formulações particulares do conteúdo se relacionavam com o que os estudantes passaram a conhecer ou a aprender de forma equivocada"[9].

Fiorentini *et al.* (2003), ao fazer uma síntese de 112 estudos realizados no Brasil nos 25 anos anteriores sobre a formação e o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, detecta ter sido pouco investigado o modo

---

[9] Todas as traduções de Shulman apresentadas neste trabalho são nossas.

como ocorre, no país, a passagem de aluno a professor de Matemática. Acredita que este é um campo ainda aberto para estudos e que aquele ligado à formação continuada do professor a partir da prática profissional, o qual envolve saberes habilidades, competências, pensamento e práticas, configura um terreno ainda quase inexplorado.

Também Manrique e André (2006, p. 133) apontam que, no Brasil, “são raros os trabalhos que focalizam mudanças associadas aos processos de formação e mais raros ainda os que estudam as relações com os conhecimentos de sua área específica”.

Levando em consideração a existência de legislação voltada aos cursos de Licenciatura e tendo em conta que esta deve levar a determinações institucionais, procuramos ter acesso a documentos que orientam tais cursos.

1.4. ALGUMAS LEIS QUE REGEM A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA NO BRASIL

As diretrizes gerais para a formação de professores no Brasil estão incluídas na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9 394, de 1996, que estabelece que os docentes que atuam na Educação Básica deverão ser formados em nível superior, em curso de Licenciatura de graduação plena. O Conselho Nacional de Educação, em 2001, apresentou diretrizes gerais com o objetivo de nortear transformações não só na formação do licenciado em Matemática, mas também na do bacharel.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura (BRASIL, 2001) fazem referência a características desejáveis quanto ao “perfil dos formandos” e a “competências e habilidades” que os currículos dos cursos devem contemplar de modo a desenvolvê-las nos futuros professores, além de aspectos relevantes a serem considerados na “estrutura do curso”, “conteúdos curriculares” que devem ser comuns a todas as licenciaturas e estágio e atividades complementares. Quanto às competências e habilidades consideradas próprias do educador matemático, o licenciado em Matemática deve dispor das seguintes capacidades:

> a) elaborar propostas de ensino–aprendizagem de Matemática para a educação básica;
> b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
> c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica;
> d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
> e) perceber a prática docente como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente.
> f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica.
>
> (BRASIL, 2001, p. 4)

Destacamos que características como as de levar em conta a *prática docente* como sendo um *processo dinâmico*, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e *reflexão*, em que novos *conhecimentos* são gerados e modificados continuamente, são apontadas também por pesquisadores como Tardif (2002), que acredita que as competências profissionais do professor estão ligadas a sua capacidade de racionalizar sua própria prática, de criticá-la, revisá-la, objetivá-la e, a partir disso, buscar fundamentá-la em razões de agir. Assim, consideramos caber ao professor, nesse processo dinâmico que é sua prática, procurar aperfeiçoá-la, o que requer a mobilização de saberes que podem ser construídos ao longo de sua carreira.

Em relação à estrutura do curso, as diretrizes referidas apontam para a necessidade de reconhecer que o aluno já passou por um processo de aprendizagem escolar durante o Ensino Básico e que já construiu uma imagem dos conceitos matemáticos — e incluímos nestes também os algébricos —, sendo necessário que tais conhecimentos sejam não só considerados como os referenciam essas diretrizes curriculares, mas que sejam também evocados, aproveitados, revitalizados e postos em prática, de maneira a tornarem-se parte do processo de formação dos professores.

As diretrizes também destacam os conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura (como 'Cálculo Diferencial e Integral', 'Álgebra Linear', 'Fundamentos de Álgebra', 'Fundamentos de Geometria', 'Geometria Analítica') e especificam que devem aí estar incluídos conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise.

Pesquisas recentes, como a de Santos (2005), revelam que em alguns cursos de Licenciatura as disciplinas que envolvem tais conteúdos são tratadas como revisões, não oferecendo subsídios que permitam ao futuro professor articulá-los em sua prática docente, tanto em temos dos conhecimentos didáticos e pedagógicos quanto dos curriculares[10].

Destacamos que entre os conteúdos presentes nos currículos de Educação Básica figuram tópicos relacionados à Álgebra elementar, que, além de fazerem parte desse segmento de ensino, permeiam também as disciplinas em que se inserem os conteúdos comuns nas licenciaturas em Matemática.

Ao perseguir nosso objetivo de pesquisa, procuramos estudos que categorizassem concepções de Educação Algébrica, que apresentaremos a seguir.

1.5. CONCEPÇÕES DE EDUCAÇÃO ALGÉBRICA

Para Ponte (1992), o núcleo do conhecimento profissional do professor referente a sua prática letiva se estrutura em termos das concepções que este possua. Salienta também que as práticas de ensino são muitas vezes importantes reveladoras dessas concepções.

Dentre os trabalhos que enfocam o desenvolvimento profissional de professores e que interessam a nossa pesquisa, destacamos os de Fiorentini *et al.*

[10] Santos (2005) utiliza as categorias do conhecimento do professor de Shulman (1986), que considera que os conhecimentos curriculares constituem um dos domínios dos saberes docentes que englobam a compreensão do programa, o conhecimento de materiais que o professor disponibiliza para ensinar a disciplina, a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado e o conhecimento da história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado.

(1993, 2005), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997) e Lee (2001), que identificam categorias de concepções de Álgebra e/ou de Educação Algébrica. Ressaltamos, com base em Fiorentini *et al*. (1993), que o modo de conceber a Educação Algébrica está relacionado com o modo de conceber a Álgebra.

Lee (2001) fornece um modelo que abrange as seguintes *visões de Álgebra*[11]: como Linguagem, como Caminho de Pensamento, como Atividade, como Ferramenta e como Aritmética Generalizada — todas elas interdependentes e por isso, se isoladas umas das outras, insuficientes para um trabalho profícuo em classe. Acrescenta também mais uma visão, que é a de Álgebra como Cultura.

Lins e Gimenez (1997) descrevem as seguintes concepções sobre a atividade algébrica: Letrista, Letrista Facilitadora e de Modelagem Matemática. Apontam seus elementos caracterizadores e discutem a implicação da escolha de cada uma delas por professores e pesquisadores. Defendem uma abordagem de ensino da Álgebra elementar aliando esta à Teoria dos Campos Semânticos, o que é apresentado na tese de doutorado de um dos autores.

Com o objetivo de repensar a Educação Algébrica elementar, Fiorentini *et al.*, em estudo de 1993, empreendem uma análise comparativa entre concepções de Educação Algébrica que se manifestam ao longo da história do ensino da Matemática e as concepções de Álgebra subjacentes “às leituras mais freqüentes do desenvolvimento histórico desse campo do conhecimento matemático” (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 78). Por sua vez, em estudo de 2005, Fiorentini *et al.* explicitam uma concepção adicional de Educação Algébrica, defendendo-a para a introdução da Álgebra escolar (como será exposto no Capítulo II deste estudo).

Usiskin (1995) aponta categorias de concepções ligadas à Educação Algébrica na escola média nos Estados Unidos (Ensino Médio no Brasil), defendendo o uso concomitante dessas várias concepções no desenvolvimento da Álgebra nesse nível de ensino.

---

[11] A nosso ver, a designação *visões de Álgebra* pode ser considerada sinônima de *concepções de Educação Algébrica*.

No Capítulo II retomaremos essas concepções, destacando pontos em que se assemelham e em que se distanciam e ressaltando aqueles que optaremos por utilizar em nossas análises.

1.6. A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ponte (1992), destacando que os professores de Matemática são responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem dos alunos, estando portanto em posição-chave para influenciar as concepções destes, considera que:

> Por um lado, não há prática que não tenha por detrás concepções, explícitas ou implícitas. Assim podemos afirmar que, no dia-a-dia, as práticas são determinadas pelas concepções. Mas, por outro lado, as concepções têm de vir de algum lado, e é natural supor que se constituam a partir da experiência, do contexto físico, e sobretudo do contexto institucional e cultural em que atores se movem. (PONTE, 1992, p. 25)

As concepções de Educação Algébrica, segundo o autor, interferem na prática docente e, conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos.

No caso de nossa investigação, adotamos Fiorentini *et al.* (1993, 2005) e Lee (2001) como fundamentação teórica principal para as questões de pesquisa relacionadas às concepções de Educação Algébrica.

Os saberes docentes foram analisados a partir de dois enfoques. Por um lado, com a ótica de Tardif (2002), que afirma vivenciarmos um momento em que as profissões e a formação profissional atravessam uma crise profunda, argumentando que tal momento nos leva a refletir sobre os fundamentos epistemológicos do ofício de professor. Esse autor investiga a epistemologia da prática profissional considerando-a como “o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas” (TARDIF, 2002, p. 255). Nessa definição, a noção de “saber” tem um sentido amplo que engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes, isto é, aquilo que muitas vezes foi chamado de saber, saber-fazer e saber-ser. Tardif admite que:

> A finalidade de uma epistemologia da prática profissional é revelar esses saberes, compreender como são integrados concretamente nas tarefas dos profissionais e como os incorporam, produzem, utilizam, aplicam e transformam em função dos limites e dos recursos inerentes às suas atividades de trabalho. (TARDIF, 2002, p. 256)

Por outro lado, como estamos investigando um conteúdo específico da Matemática, que são os tópicos algébricos elementares, sentimos falta de um referencial teórico que nos permitisse identificar um repertório de conhecimento de ensino ligado ao conteúdo matemático. Para isso optamos por Shulman (1986), que se posiciona favoravelmente frente a pesquisas que se propõem a investigar o conhecimento do professor tendo em vista a disciplina que ele ensina.

Trata-se de um modelo em que Shulman (1986) considera essa base de conhecimento para o ensino como elemento importante para o desenvolvimento profissional do professor e identifica três categorias no conhecimento desse profissional quanto à disciplina a ser ensinada: o *conhecimento do conteúdo* da disciplina, o *conhecimento didático* da disciplina e o *conhecimento do currículo*. Embora em outras publicações o autor aponte ainda outras categorias do conhecimento do professor, em nosso trabalho nos ateremos a estas.

No desenvolvimento do trabalho, resultados de pesquisas e teorias formuladas por outros autores foram também levados em consideração. A seguir mostraremos os caminhos percorridos na construção de nossa pesquisa, fundamentando algumas de nossas escolhas.

1.7. METODOLOGIA DA PESQUISA

Nossa pesquisa bibliográfica teve início no segundo semestre de 2003. A princípio, ao levantar referências de trabalhos que indicassem propostas de melhoria no processo ensino–aprendizagem dos tópicos algébricos elementares, constatamos serem muitos os que proporcionavam essa perspectiva, além de outros que descreviam dificuldades que os alunos apresentam ao lidarem com esses tópicos nos diversos segmentos de ensino.

Após esse levantamento e alguma reflexão sobre as pesquisas que sugeriam melhorias, percebemos que por trás destas havia sempre a defesa de alguma concepção de Álgebra, e por conseqüência de Educação Algébrica, o que nos levou a empreender outro levantamento de trabalhos que categorizavam tais concepções. Percebemos por meio deles que a defesa de uma determinada concepção em detrimento de outras, na prática do professor, poderia trazer conseqüências para o processo de ensino–aprendizagem.

Diante dessa suposição, buscamos dar atenção a trabalhos que identificavam concepções de Álgebra na prática do professor nos três segmentos de ensino, e alguns desses estudos sugeriam que fossem feitas mais pesquisas sobre as concepções de alunos de Licenciatura, pois estes se encontram em processo de formação profissional e seus professores podem, como já exposto, exercer grande influência no desenvolvimento e estabelecimento de concepções que, mais tarde, terão reflexos no trabalho desses licenciandos com seus futuros alunos.

Compreendemos que as concepções na maior parte das vezes não são simplesmente explicitadas, mas sim desveladas nas escolhas que os professores fazem ao exercer sua prática e seus saberes. Isso nos levou a ampliar nossa procura visando a identificação dessas concepções e também a observar quais os saberes que esses professores mobilizam em sua prática.

Com o objetivo de detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por alunos e professores de um curso de Licenciatura em Matemática, realizamos um estudo de caso de natureza etnográfica em uma universidade localizada em uma cidade do estado de São Paulo. Essa metodologia de pesquisa, segundo André (1995, p. 41), “se caracteriza fundamentalmente por um contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência diária”.

Com esse tipo de pesquisa, tivemos a intenção de nos aproximar consideravelmente da instituição escolhida, especificamente dos alunos e professores do curso de Licenciatura em Matemática, para tentar entender como operam na rotina diária com seus saberes matemáticos e perceber quais são as forças que os impulsionam ou os retêm, identificando também as influências que incidem sobre suas ações e os modos de organização do trabalho escolar, visando compreender o papel e a atuação de cada sujeito, a maneira como ocorrem nesse contexto as ações e relações, e como os tópicos de Álgebra são utilizados, construídos, reconstruídos e modificados.

Realizamos parte de nossa pesquisa de campo no segundo semestre de 2004. Escolhemos uma universidade na qual não havíamos trabalhado em atividade docente, considerando que, uma vez que esse tipo de pesquisa visa a descoberta de conceitos, relações e formas de entendimento da realidade, seria preferível, para bom andamento do trabalho, a ausência de conhecimento prévio do ambiente pesquisado, de modo a evitar pré-julgamentos.

O primeiro contato com essa universidade foi estabelecido com o coordenador do curso de Licenciatura em Matemática, que se mostrou propenso a nos ajudar no que fosse necessário. Pensamos que a facilidade com que esse coordenador nos acolheu tenha talvez decorrido da experiência comum de havermos trabalhado no Centro Federal Tecnológico de Ensino de São Paulo (CEFET-SP), embora em épocas diferentes, portanto sem havermos ali mantido contato. Acreditamos que sua aceitação de nosso pedido se deva à boa reputação dessa instituição comum e também dos professores que nela trabalham.

Optamos por investigar, logo de início:

- parte do projeto pedagógico institucional relativo ao curso de Licenciatura em Matemática;
- os planos de curso de algumas disciplinas de nosso interesse constantes no projeto pedagógico institucional.

Não tivemos, porém, acesso ao projeto pedagógico institucional completo e nem a outros planos de ensino de disciplinas.

Nos elementos do projeto pedagógico aos quais tivemos acesso, observamos aspectos que nos auxiliaram a compreender a estrutura do curso, não só quanto a suas disciplinas, mas também quanto à distribuição destas ao longo dos quatro anos. Também demos atenção a informações que nos indicassem objetivos, orientações e normas institucionais.

A partir desse exame, elegemos as disciplinas ‘Fundamentos da Matemática’ e ‘Matemática Elementar’, por apresentarem em seus conteúdos programáticos tópicos de Matemática da Educação Básica, e ‘Introdução ao Cálculo’, ‘Álgebra I’ e ‘Álgebra II’, por nelas vislumbrarmos a possibilidade de encontrar indícios que auxiliassem a responder a nossas questões de pesquisa. No decorrer das investigações na universidade, também tivemos contato com referências sobre outras disciplinas que também nos foram importantes para uma melhor compreensão do contexto pesquisado.

Depois dessa seleção das disciplinas, empreendemos o exame dos planos de curso das disciplinas eleitas. A partir desses planos, procuramos confirmar se eram os próprios professores que os redigiam. Na verdade, constatamos que esses planos são redigidos pelo coordenador, e portanto as escolhas não são feitas pelos professores, embora ali constem os conteúdos das disciplinas e as bibliografias correspondentes.

No projeto pedagógico, destacamos os critérios de avaliação e outros aspectos que julgamos necessários para uma melhor compreensão de como a instituição ali descreve as disciplinas.

Ao tomarmos esses documentos como dados para nossa pesquisa, adotamos as indicações de André (1995, p. 28) de que “os documentos são usados no sentido de contextualizar o fenômeno, explicitar suas vinculações mais profundas e completar as informações coletadas através de outras fontes”. Também em concordância com essa autora, utilizamos outras técnicas que tradicionalmente são associadas à etnografia: a observação participante, a entrevista e a análise de documentos.

Essa parte da pesquisa foi empreendida paralelamente aos contatos com professores e coordenadores. Começamos então a coletar informações advindas de:

– conversas ou entrevistas com professores, alunos e coordenador do curso;
– atividades e avaliações propostas pelos professores;
– cadernos de alunos.

Nas provas e outras atividades que tivessem cunho de avaliação, buscamos identificar preferências dos professores as quais auxiliassem nossas análises, cruzando informações sobre o que os professores incluem em suas avaliações com o que eles próprios dizem a respeito destas.

A princípio, havíamos previsto assistir a algumas das aulas dos professores responsáveis pelas disciplinas eleitas, mas logo suspeitamos que isso não seria bem aceito por eles nem pela universidade, dado o grande receio dos docentes em fornecer informações relacionadas a alunos, as quais pudessem comprometer aos primeiros perante a instituição. Optamos então por não correr o risco de assistir às aulas, pois isso poderia eliminar a possibilidade de empreendermos a pesquisa.

Em cadernos de alunos observamos as atividades que foram desenvolvidas e ali anotadas no decorrer das aulas das disciplinas escolhidas. Algumas dessas anotações auxiliaram nossas análises para responder às questões de pesquisa. A escolha desses cadernos dependeu também da disponibilidade dos alunos para participar da pesquisa, não apenas por questão de ética, mas também porque essa via nos conduziu a fazer entrevistas com alguns deles para a obtenção de esclarecimentos sobre suas formas de estudo, as atividades que são feitas e anotadas, as que não são feitas ou não são anotadas, como são feitas e os respectivos porquês. Essas fontes serviram para confrontação com o que os professores declararam em suas entrevistas.

Para realizar as entrevistas com os atores selecionados, permanecemos na universidade, durante todo o segundo semestre de 2004, três vezes por semana por uma hora antes do início das aulas e, em alguns dias, durante todo o período de aula. Nossa pesquisa contou também com observações realizadas durante essa permanência — o que André (1995) denomina como observação participante, uma vez que o pesquisador sempre tem algum grau de interação com a situação que está a estudar.

Dentre as observações assim colhidas, destacam-se o diálogo entre alunos do curso e a quantidade de alunos que procuravam o coordenador em busca de solução para algum problema, além de outras que se tornaram possíveis durante a permanência nesse ambiente universitário e que apresentaremos no decorrer deste trabalho. Tais observações orientaram algumas de nossas escolhas nas entrevistas, norteando os questionamentos que poderíamos fazer aos entrevistados para melhor compreender o universo da pesquisa.

Das conversas anotadas, algumas ocorreram informalmente enquanto permanecemos na instituição e constituíram não apenas uma fonte de informações reveladoras como também um fator de aproximação entre a pesquisadora e seus futuros entrevistados, criando oportunidade de uma maior integração com estes. Como expõem Laville e Dionne (1999, p. 182), “o pesquisador pode dar-se tempo para se integrar mais no grupo ou dotar-se pouco a pouco de uma estrutura de observação mais elaborada, ou ainda combinar as duas”.

As observações e as conversas não foram anotadas nos recintos da universidade, mas logo após a saída desse ambiente, havendo-se registrado o dia e horário dos acontecimentos. Julgamos melhor adotar esse procedimento para não constranger os participantes.

Após esses primeiros contatos, agendamos entrevistas com professores das disciplinas eleitas, com o coordenador do curso e com alunos do 1.º e 2.º anos, pois estes estavam, na época das entrevistas, cursando as disciplinas referidas. As entrevistas foram gravadas e tiveram lugar na própria universidade: as de alunos, na própria sala de aula, antes da chegada dos outros alunos da sala; as demais, em lugares favoráveis aos entrevistados.

As entrevistas foram não-estruturadas. Segundo Laville e Dionne (1999), esse tipo de entrevista busca uma flexibilidade que possibilite um contato mais íntimo entre entrevistador e entrevistado, favorecendo assim a exploração em profundidade dos saberes deste último, bem como de suas representações, crenças e valores. Os autores assim a definem:

> Entrevista não estruturada – Entrevista na qual o entrevistador apóia-se em um ou vários temas e talvez em algumas perguntas iniciais, previstas antecipadamente, para improvisar em seguida suas outras perguntas em função de suas intenções e das respostas obtidas de seu interlocutor. (LAVILLE: DIONNE, 1999, p. 190)

Essas primeiras entrevistas foram realizadas com alunos do 2.º ano, pois estes se colocaram a nossa disposição mais do que os do 1.º ano. Tais entrevistas ocorreram em dias diferentes e, embora não tivéssemos um questionário preparado, começamos por pedir-lhes que falassem sobre idade, local e ano em que haviam concluído o Ensino Médio, que cursos haviam feito antes de entrar nessa universidade, se trabalhavam e que ramo de atividade exerciam. Depois disso perguntávamos: "*O que você pensa a respeito do que vem a ser Álgebra?*". Dependendo da resposta, escolhíamos um caminho para seguir na entrevista, mas sempre procurando colocar questões focadas nas características das concepções de Educação Algébrica categorizadas por Lee (2001) e por Fiorentini *et al.* (1993).

Concluídas as entrevistas de alunos do 2.º ano, começamos a agendar as dos alunos do 1.º, as quais tivemos maior dificuldade em realizar, já que em alguns dos agendamentos os alunos não compareceram, obrigando-nos a remarcações, até conseguirmos realizar três entrevistas. Passamos a agendar as entrevistas dos professores depois de havermos permanecido na instituição de setembro a novembro e realizado as de alunos.

Essas duas técnicas de análise (entrevista e permanência) nos revelaram algumas características tanto do ambiente em que ocorre o aprendizado como da visão do aluno em relação a esse ambiente, favorecendo a interação que manteríamos em seguida com os professores que seriam entrevistados.

Realizamos no final desse semestre as entrevistas com as professoras de 'Fundamentos da Matemática' e 'Introdução ao Cálculo'. Depois de lhes relatarmos sobre nosso trabalho e sobre o que já havíamos feito até então naquela universidade, pedimos inicialmente que nos falassem de sua formação e experiência profissional e de suas impressões sobre os alunos e o curso de Licenciatura. Como essas professoras já sabiam, por menção do coordenador em algumas reuniões, que pesquisávamos algo referente ao ensino–aprendizagem da Álgebra, mostraram-se dispostas a conversar sobre o assunto e, sem mesmo lhes fazermos qualquer pergunta sobre o tema, começaram a falar, por vezes como num desabafo, colocando muitas de suas angústias sobre as dificuldades que sentem ao trabalhar com os alunos certos tópicos da Álgebra elementar, que serão comentados no Capítulo V.

Somente no primeiro semestre de 2005 foi que realizamos as entrevistas com o coordenador do curso e com o professor de Álgebra, as quais apresentaram as mesmas características das que havíamos realizado com as duas professoras, tanto em termos de técnica como de tipo de conteúdo.

Após a transcrição das entrevistas gravadas, valemo-nos em determinados momentos dos depoimentos dos entrevistados para fundamentar nossas análises.

Para a elaboração do relatório de pesquisa sobre cada um de nossos entrevistados, usamos, em parte, técnicas da história oral, que, segundo Garnica (2004), constitui procedimento de produção e tratamento de depoimentos gravados com o intuito de se elaborarem textualizações, e que em:

> [...] uma primeira textualização consiste em livrar a transcrição daqueles elementos próprios à fala, evitando as repetições desnecessárias – mas comuns aos discursos falados – e os vícios de linguagem. (GARNICA, 2004, p. 93)

Borba (2004), ao citar a mesma passagem de Garnica (2004), acrescenta que nessa textualização buscam-se preservar as características dos depoimentos do autor, que em nosso caso são professores e alunos. Utilizamos essa técnica na descrição dos entrevistados. Garnica (2004) admite também que, nesse proceder, as perguntas sejam fundidas às respostas de modo a resultar um relato mais homogêneo, de leitura mais fluente, e acrescenta:

> É também possível, nessa primeira sistematização, que o pesquisador altere a seqüência do texto, optando por uma linha de pesquisa específica, seja ela cronológica ou temática. Os momentos da entrevista são, assim, “limpos”, agrupados e recolocados no texto escrito. (GARNICA, 2004, p. 94)

Simultaneamente, efetuamos recortes nesses conteúdos de modo a discernir elementos que pudéssemos logo em seguida ordenar dentro de categorias. Segundo Laville e Dionne (1999):

> Os elementos assim recortados vão constituir as unidades de análise, ditas também unidades de classificação ou de registro. A palavra aqui importante é unidade, para significar que cada um desses fragmentos de conteúdo deve ser completo em si mesmo no plano do sentido. (LAVILLE; DIONNE, 1999, p. 216)

Embora afirmando que nenhuma regra obriga a proceder, em primeiro lugar, ao recorte, podendo-se inicialmente fixar as categorias, para em seguida recortar conteúdos, esses autores informam que as duas operações de escolha são conduzidas de maneira paralela e se enriquecem mutuamente.

Conscientes das dificuldades de desenvolver essa forma de relato de pesquisa, que demanda extenso tempo, tanto em campo como na interpretação dos dados, acreditamos que ela nos possibilite descobrir novas significações, estabelecer novas relações, o que é uma vantagem. Segundo André:

> Os estudos de caso também são valorizados pela sua capacidade heurística, isto é, por oferecer *insights* e conhecimentos que clarifiquem ao leitor os vários sentidos do fenômeno estudado, levando-os a descobrir novas significações, a estabelecer novas relações, ampliando suas experiências. (ANDRÉ, 1995, p. 53)

André (1995) também considera que esses *insights* em um estudo de caso se tornam um campo fértil para indicar novas pesquisas. Outra vantagem que a autora aponta no estudo de caso é que não precisamos partir de um esquema teórico fechado que limite nossas interpretações e impeça-nos de descobrir novas relações. Essa característica nos permitiu ampliar os referenciais teóricos durante a investigação. A apresentação de alguns desses referenciais faz parte do desenvolvimento dos próximos capítulos.

CAPÍTULO II

REFERENCIAIS TEÓRICOS SOBRE CONCEPÇÕES E SABERES DE PROFESSORES

2.1. O ESTUDO DAS CONCEPÇÕES

O interesse pelas concepções dos professores de Matemática a respeito dessa disciplina escolar e pela influência que tais concepções têm sobre suas práticas parece ter se originado no início do século XX, segundo Cury (1994). Para essa autora, o termo *concepção* "engloba toda a filosofia particular de um professor, quando concebe idéias e interpreta o mundo a partir dessas idéias" (p. 37).

Segundo Thompson (1997, p. 12), as concepções dos professores incluem suas crenças, visões e preferências sobre o conteúdo e seu ensino, que "desempenham papel importante no que se refere à sua eficiência como mediadores primários entre o conteúdo e os alunos".

Ponte (1992), admitindo existirem diferenças entre crenças e concepções, considera que concepções são marcos organizadores implícitos de conceitos, com natureza essencialmente cognitiva e que condicionam a forma como enfrentamos as tarefas. Para ele, as crenças não têm suporte empírico que as valide; são criações da imaginação humana (individual ou coletiva) e constituem uma forma primitiva do saber.

Cury (1994), ao fazer um estudo sobre o termo *concepção* também se deparou com as diferentes maneiras de defini-lo ou talvez compô-lo, pois se vários são os autores que consideram as concepções como integrando crenças, visões, opiniões e outros elementos, também há os que os contrapõem.

Thompson (1997) admite que os professores possuam concepções sobre o ensino, que são gerais e não específicas do ensino de Matemática, assim como concepções sobre seus estudantes e sobre a constituição social e emocional de sua classe. Acredita que essas concepções parecem desempenhar um papel significativo sobre as decisões e comportamentos docentes. Essa autora defende ainda que:

> Quanto mais é aprendido sobre as concepções da matemática e do ensino da matemática do professor, mais se torna importante entender como estas concepções são formadas e modificadas. Somente então, as descobertas estarão disponíveis para aqueles envolvidos na preparação profissional de professores, tentando melhorar a qualidade da educação matemática em sala de aula. (THOMPSON, 1997, p. 42-43)

Concordamos com Cury (1999, p. 40) quando afirma que os professores de Matemática formam idéias sobre a natureza desse campo, isto é, concebem a Matemática a partir “das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim das influências sócio-culturais que sofreram durante suas vidas”. A autora acrescenta que se somam a essas idéias as opiniões, nem sempre bem justificadas, que os professores formam sobre a Matemática escolar, o ensino desse campo, seu papel como professores, a aprendizagem dessa disciplina e o aluno como aprendiz. Nesse aspecto, também concordamos com essa pesquisadora.

Ao desenvolvermos o presente trabalho fomos levados a considerar que as observações de Thompson (1997) e de Cury (1999) se aplicam à formação de concepções de Álgebra e de Educação Algébrica. Além disso, observamos que a concepção de pesquisadores sobre Álgebra e seu ensino é gerada, em especial, de estudos sobre esses domínios.

Sobre o termo *concepção*, encontramos autores que o consideram como integrando diversos dos elementos mencionados nos parágrafos anteriores, empregando-o sob variadas denominações, tais como *concepções*, *visões*, *interpretações* e *dimensões*.

2.2. CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E DE EDUCAÇÃO ALGÉBRICA

Destacaremos neste capítulo algumas investigações teóricas em Educação Matemática que estabelecem categorias de concepções de Álgebra e de Educação Algébrica. Também estabeleceremos comparações entre elas, com o intuito de situar critérios que nos permitam proceder a análises no decorrer de nossa pesquisa.

A seguir apresentaremos estudos que utilizam as categorias indicadas por alguns dos pesquisadores já citados e destacaremos algumas conclusões desses estudos e as influências que tiveram sobre nossa pesquisa.

2.2.1. Categorias de concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Fiorentini *et al.* (1993, 2005)

Com o objetivo de repensar a Educação Algébrica elementar, Fiorentini *et al.* (1993) apresentam alguns elementos a partir de uma análise comparativa entre concepções de Educação Algébrica que se manifestam ao longo da história do ensino da Matemática e concepções de Álgebra subjacentes a alguns fatos referentes a seu desenvolvimento histórico. Os autores descrevem algumas concepções de Álgebra e assim as nomeiam:

1) **Processológica**: Concepção que tem por característica enfatizar a Álgebra como um conjunto de procedimentos ou técnicas específicos para abordar certos tipos de problemas ligados a técnicas algorítmicas.

Nessa concepção, a Álgebra serve para resolver problemas através de uma seqüência padronizada de passos, reduzindo tanto o pensamento algébrico como a expressão em uma linguagem a uma memorização de procedimentos lógicos. Segundo essa concepção, o pensamento algébrico não se atém a uma forma específica de linguagem para ser expresso, e portanto não é uma concepção somente lingüística.

2) **Lingüístico-estilística**: Concepção que apresenta a Álgebra como uma linguagem específica, artificialmente criada com o propósito de expressar concisamente procedimentos definidos, e que enfatiza a forma de expressão do pensamento algébrico em detrimento da forma como esse pensamento se manifesta.

Há aqui maior rigor que na concepção processológica, embora não se considere com isso que a concepção Lingüístico-estilística seja mais correta ou mais adequada. Nela, admite-se que, para que a Álgebra constitua um campo autônomo do conhecimento matemático, não é suficiente a existência do pensamento algébrico, havendo necessidade de uma linguagem adequada a essa forma específica de pensamento. Segundo os autores:

> [...] é necessário também que esse pensamento adquira consciência de que, para poder avançar, é preciso, de algum modo, estabelecer uma ruptura com aquilo que se revelou um obstáculo a esse desenvolvimento. Identifica, então, o obstáculo com a linguagem natural e a condição de ruptura com a possibilidade de criação de uma "nova linguagem", isto é, de uma linguagem adequada àquela forma específica de pensamento. (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 82).

3) **Lingüístico-sintático-semântica**: Também concebe a Álgebra como uma linguagem específica e concisa, mas cujo poder criativo instrumental reside não propriamente em seu domínio estilístico, e sim em sua dimensão sintático-semântica.

Segundo Fiorentini *et al.* (1993), é nessa concepção que se estabelece em nível semântico uma sutil e fundamental distinção:

> [...] entre o uso da letra para representar genericamente quantidades discretas e contínuas, determinadas e particulares, e o uso de letras para representar genericamente quantidades genéricas, que essa linguagem revela sua dimensão operatória ou sintática, isto é, sua capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas estritamente simbólicas. (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 83)

Essa concepção, além de admitir a necessidade de uma linguagem adequada à forma específica do pensamento algébrico, como na concepção Lingüístico-estilística, também identifica a necessidade de uma linguagem mais específica, para que o poder transformacional e instrumental da Álgebra atinja o *status* e o estágio mais elevado de uma linguagem verdadeiramente simbólica.

4) **Língüístico-postulacional**: Atribui um grau de abstração e generalidade a símbolos lingüísticos (linguagem algébrica) e estende o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática.

Para os autores, essa concepção amplia a linguagem algébrica em relação ao caráter simbólico considerado na concepção anterior, pois fornece aos símbolos lingüísticos um grau de abstração e generalidade sem precedentes, passando a representar objetos matemáticos não-sujeitos ao tratamento quantitativo, tais como estruturas topológicas, estruturas de ordem e estruturas de espaço vetorial.

Fiorentini *et al.* (1993) indicam também três concepções de Educação Algébrica:

1) **Lingüístico-pragmática**: Relaciona a Álgebra com atividades pedagógicas que visam a resolução de problemas, prevalecendo a aquisição mecânica das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico, sendo esta a ênfase na Educação Algébrica.

Nessas concepções, segundo os autores, o papel do ensino da Álgebra é fornecer um instrumento técnico superior ao da Aritmética para resolver equações ou problemas equacionáveis. Para isso, o aluno deveria primeiro dominar, ainda que de forma mecânica, as técnicas requeridas pelo transformismo algébrico. Aqui, portanto, as atividades algébricas visam desenvolver a capacidade dos alunos no manejo dessas expressões algébricas, sendo os problemas-tipo de aplicação algébrica introduzidos mais tarde.

Os autores constatam que essa concepção de Educação Algébrica predominou ao longo de todo o século XIX e primeira metade do século XX e vinculam-na à concepção Lingüístico-semântico-sintática dessa disciplina.

2) **Fundamentalista-estrutural**: Baseia-se na concepção lingüístico-postulacional da Álgebra. Nessa concepção de Educação Algébrica prevalece nos conteúdos

ditos algébricos a crença de que a introdução de propriedades estruturais das operações justifica logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico, capacitando o estudante a identificar e a aplicar essas estruturas nos diferentes contextos subjacentes. Tal concepção traz como conseqüência, segundo os autores, a seguinte reorganização de conteúdos:

a) tópicos como conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo dos quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto-universo e conjunto-verdade, equações e inequações do 1.º grau — seguidos de:
b) expressões algébricas, valores numéricos, operações e fatoração — seguidos, por sua vez, de:
c) funções, funções de 1.º e 2.º graus etc.

No âmbito da concepção Fundamentalista-estrutural, introduziam-se no ensino a Teoria dos Conjuntos, as estruturas algébricas e as propriedades de operações como fechamento, elemento neutro e outras, enfatizando as estruturas algébricas e o emprego das propriedades das operações em cada conjunto, para justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico.

3) **Fundamentalista-analógica**: Nessa concepção, considera-se o papel pedagógico da Álgebra como instrumento para resolver problemas. Faz-se uma síntese das concepções anteriores, tentando-se também manter o caráter fundamentalista.

Essa concepção — que propõe uma “Álgebra geométrica”, ao considerar uma certa identidade entre Álgebra e Geometria — seria didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico-simbólica. Valoriza-se o uso de blocos de madeira, de figuras geométricas ou mesmo de modelos físicos, como balanças, que permitam visualizar ou justificar as passagens do transformismo algébrico.

Ao relacionarem as concepções de Álgebra obtidas a partir das leituras históricas do desenvolvimento desse campo com as concepções de Educação Algébrica dominantes ao longo da história do ensino da Matemática, Fiorentini *et al.*

(1993) concluem que as primeiras tenderam a priorizar a linguagem em detrimento do pensamento, e que as últimas acabaram enfatizando o ensino da linguagem algébrica já constituída, em detrimento da construção do pensamento algébrico e de sua linguagem. Afirmam:

> Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-los, a colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado de algébrico. (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 85)

Ao apresentarem sete situações-problema evolvendo o pensamento algébrico, esses autores indicam elementos que seriam caracterizadores desse pensamento, tais como percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e presença do processo de generalização.

Concluem também que não existe uma forma única de expressar o pensamento algébrico, e consideram:

> Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 88)

Os autores concluem que com essas concepções existe uma redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica, pois, ao se tomar como ponto de partida a existência de uma Álgebra simbólica já constituída, reduz-se o ensino–aprendizagem da Álgebra ao transformismo algébrico. Tal análise os leva a repensar o ensino da Álgebra e a trazer como foco de reflexão a relação entre pensamento e linguagem, pois para eles a linguagem algébrica é também resultado de uma forma especial de pensamento. Tomando as idéias de Vygotsky[12], consideram que no processo ensino aprendizagem, "a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico" (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 4-5). A

[12] VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

iniciação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, portanto, pode ocorrer já desde os primeiros anos de escolarização.

Com o objetivo de desenvolver a interdependência da linguagem e do pensamento algébrico, Fiorentini *et al*. (2005) propõem explicitamente uma quarta concepção de Educação Algébrica, na qual o ensino da Álgebra tem início com exploração de situações-problema relativamente abertas ou tarefas exploratórias investigativas.

Os autores indicam três etapas importantes a serem consideradas no desenvolvimento dessas tarefas, que necessariamente podem não acontecer nesta ordem:

a) Problematizar fatos tidos como aritméticos ou geométricos que demandem a construção de generalizações, a representação de número generalizado ou de grandezas incógnitas e variáveis.
b) Fazer o percurso inverso: partindo de uma expressão algébrica, o aluno tentaria atribuir múltiplos sentidos e significações a ela.
c) Destacar o modo como as expressões algébricas podem ser transformadas em outras equivalentes e procedimentos que validam tais transformações. Somente nessa etapa é que o transformismo algébrico seria o foco da prática pedagógica.

Assim, Fiorentini *et al*. (2005), além de descreverem concepções de Educação Algébrica observadas ao longo da história de seu ensino, propõem uma nova concepção, destacando o que consideram relevante para o início do ensino da Álgebra. Juntamente com essa quarta concepção de Educação Algébrica, e ampliando o que um dos co-autores já havia escrito em publicações anteriores, apresentam alguns elementos caracterizadores do pensamento algébrico, como:

– Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos.
– Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema.
– Produzir vários significados para uma mesma expressão numérica.

- Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas.
- Desenvolver algum tipo de processo de generalização.
- Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias
- Desenvolver ou criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Acreditam que a partir das tarefas exploratórias investigativas cuidadosamente planejadas pelo professor é possível fazer com que os alunos mobilizem e desenvolvam tais características do pensamento algébrico. Para identificar a evolução do pensamento algébrico em termos dessas características, analisam as produções de alunos de 7.ª série, identificando três fases:

- Na **fase pré-algébrica**, o aluno utiliza algum elemento considerado algébrico — letra, por exemplo — mas não consegue ainda concebê-lo como número generalizado qualquer ou como variável.
- Na **fase de transição** do aritmético para o algébrico, o aluno aceita e concebe a existência de um número qualquer e estabelece alguns processos e generalização, podendo ou não utilizar linguagem simbólica.
- No **pensamento algébrico mais desenvolvido**, o aluno evidencia capacidade de pensar e expressar-se genericamente, sobretudo quando aceita e concebe a existência de grandezas numéricas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz não só de expressá-las por escrito, mas também de operar com elas.

Os autores afirmam ser possível atingir a terceira fase do pensamento algébrico sem necessariamente fazer uso de uma linguagem estritamente algébrico-simbólica. Reconhecem, porém, que o pensamento algébrico se potencializa à medida que, gradativamente, o estudante desenvolva uma linguagem mais apropriada para expressá-lo.

As concepções de Educação Algébrica descritas por autores estão sumarizadas no Quadro 2.1.

Quadro 2.1. Concepções de Educação Algébrica, segundo Fiorentini *et al.*

Obras e universos de estudo	**Concepções de Educação Algébrica**	**Predominâncias no ensino**	**Ênfases quanto à relação entre linguagem e pensamento algébricos**
Fiorentini *et al.* (1993): documentos, pesquisas e obras sobre o desenvolvimento histórico da Álgebra e de seu ensino no Brasil.	1. Lingüístico-pragmática	Estudo das expressões algébricas, seguido do uso de equações para resolução de problemas, com aquisição mecânica desses procedimentos pelos alunos. Predomínio do transformismo algébrico nas tarefas para alunos.	Na linguagem, em detrimento do pensamento algébrico.
	2. Fundamentalista-estrutural	Estudo de tópicos "fundamentadores"* precedendo o estudo de expressões algébricas, valores numéricos, fatoração e outros, seguidos do estudo de novos conteúdos algébricos (como funções do 1.º e 2.º graus etc.). Predomínio das propriedades estruturais como justificativa para o transformismo algébrico nas tarefas para alunos.	
	3. Fundamentalista-analógica	Síntese das anteriores, utilizando recursos visuais (materiais concretos) por se acreditar que certas identidades algébricas seriam didaticamente superiores a qualquer forma de abordagem lógico-simbólica. Predomínio de tarefas que utilizam recursos analógicos geométricos e materiais concretos, como balanças e gangorras, para justificar o transformismo algébrico.	
Fiorentini *et al.* (2005): pesquisas próprias sobre o ensino da Álgebra	4. [Sem designação pelos autores]	Atividades abertas com tarefas exploratórias investigativas. Tarefas investigativas que permitam desenvolver o pensamento algébrico.	Na dialética entre linguagem e pensamento algébricos.

* São entendidos pelos autores como fundamentadores: conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo de quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto-universo, conjunto-verdade, equações e inequações de 1.º grau.

Os autores defendem a quarta concepção de Educação Algébrica para a introdução da Álgebra na Educação Básica.

2.2.2. Categorias de concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Lins e Gimenez (1997)

Entre os pesquisadores que descrevem categorias para classificar concepções de Álgebra figuram Lins e Gimenez (1997), que discutem em uma de suas obras algumas características do processo de produção de significados para a Álgebra e para a Aritmética.

Em sua discussão, apresentam uma forma de identificar como estas se relacionam, e afirmam abordá-las de forma diferente das leituras tradicionais que concebem a Álgebra como “Aritmética generalizada” ou como “estrutura da Aritmética”. Sugerem que “é preciso começar mais cedo o trabalho com Álgebra, e de modo que esta e a Aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 10).

No que diz respeito à Álgebra, informam não haver consenso a respeito do que seja pensar algebricamente, mas consideram existir certo consenso sobre quais são as “coisas” da Álgebra: equações, cálculo literal, funções e outros. Frisam, porém, não haver consenso quanto a outros tópicos fazerem ou não parte da Álgebra, e como exemplo disso destacam os gráficos.

Analisam algumas das concepções de atividade algébrica e afirmam que essa atividade é descrita por alguns como “fazer ou usar Álgebra”, e que uma versão mais banal desse enfoque é a que descreve a atividade algébrica como “calcular com letras”. Identificam dois aspectos:

– atividade algébrica caracterizada pelo uso de notações;
– atividade algébrica caracterizada por conteúdos.

Concluem que “caracterizações por conteúdo ou por notação deixam de fora coisas que gostaríamos de caracterizar como atividade algébrica“ (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 99).

Indicam algumas concepções da Educação Algébrica e consideram que as diferenças encontradas entre elas têm raízes em diferentes conceitualizações da atividade:

1) **Concepção Letrista**: Resume a cálculo com letras as atividades ditas algébricas.

Os autores consideram ser essa a visão que ocorre na maioria dos livros didáticos disponíveis no mercado brasileiro, o que julgam uma situação bastante ruim, pois existem estudos e projetos, tanto no Brasil como em outros países, que mostram ser ineficaz e mesmo perniciosa a aprendizagem de Álgebra baseada em tal concepção.

Acreditam que a grande aceitação dessa prática não reside apenas na resignação dos professores, muitos dos quais, por não estarem "preparados" (termo dos autores), seguem o que os livros oferecem, mas que também pode corresponder a uma certa visão da atividade algébrica de que eles já dispõem, uma vez que, na ausência de tal visão, tal prática não sobreviveria.

2) **Concepção Letrista Facilitadora**: Considera que a capacidade de lidar com as expressões literais é alcançada por "abstração", por meio de trabalho com situações concretas, isto é, uma certa estrutura que é posta em jogo na manipulação do "concreto" e que depois, por um processo de abstração, é transformada em formal.

Os autores entendem que essa abordagem é insuficiente, pois pesquisas indicam que os estudantes, embora por vezes considerando que o material concreto era útil, não estabeleciam relação entre o que haviam desenvolvido no concreto com o que transpunham para o formal.

Dentre os exemplos que apresentam como caracterizadores dessa concepção de atividade algébrica, destacam aquele que faz uso de balanças de dois pratos para "ensinar" resolução de equações. Para tal afirmação, tomam como base um estudo feito por pesquisadores que apontam o insucesso de tal prática.

Lins e Gimenez (1997) acreditam que a utilização de situações concretas pode muitas vezes levar a um distanciamento que gera dificuldades na passagem de atividades concretas para outras formais relativas ao mesmo conteúdo, no caso da resolução de equações.

3) **Concepção de Modelagem Matemática**: Esta concepção, segundo os autores, também apresenta como ponto de partida uma situação “concreta”, porém com sentido diferente da concepção Letrista Facilitadora, pois o concreto é visto como real e as atividades propostas são de investigação de situações reais.

Para os autores, nessa perspectiva “a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta e não como objeto primário do estudo” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 109).

Apontam também que entre os objetivos, não só da Educação Algébrica como da Educação Aritmética, estão os de promover habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar situações que possibilitem o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado, por meio de atividades de inserção e tematização, para que também ocorra aprimoramento das habilidades técnicas e da capacidade de usar com maior facilidade as ferramentas assim desenvolvidas.

Lins e Gimenez (1997) e Fiorentini *et al*. (2005) descrevem concepções para a introdução do ensino da Álgebra elementar. Lins e Gimenez (1997) desenvolvem e explicitam um projeto de programa para a Educação Algébrica, o qual, por sua extensão e devido ao escopo do presente trabalho, não relataremos aqui. Tal projeto se baseia na Teoria dos Campos Semânticos, de um dos autores.

O Quadro 2.2 sumariza as concepções de Educação Algébrica descritas por Lins e Gimenez.

Quadro 2.2. Concepções de Educação Algébrica, segundo Lins e Gimenez.

Obra e universo de estudo	Concepções de Educação Algébrica	Predominâncias no ensino	Ênfases quanto à relação entre linguagem e pensamento algébricos
Lins e Gimenez (1997): documentos, pesquisas e obras sobre o desenvolvimento da Álgebra e da atividade algébrica, na história, nas pesquisas e no ensino.	1. Letrista	Atividades baseadas em cálculo com letras, admitindo a seqüência técnica–prática (algoritmo–exercícios).	Na linguagem, em detrimento do pensamento algébrico.
	2. Letrista Facilitadora	1. Uso de áreas para ensinar produtos notáveis 2. Uso de balança de dois pratos para ensinar resolução de equações (A abstração ocorre por adivinhação e não é passagem natural.)	Na relação entre linguagem e pensamento algébricos.
	3. Modelagem Matemática	A atividade para a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo. Exemplo: Em um estacionamento há carros e caminhões, num total de 13 veículos. Os carros são cinco. Quantos são os caminhões? (Necessidade de mediação do professor para introdução de uma linguagem.)	Na relação entre linguagem e pensamento algébricos.

Lins e Gimenez (1997) defendem para a introdução da Educação Algébrica a concepção de Modelagem Matemática aliando a ela a Teoria dos Campos Semânticos.

2.2.3. Categorias de concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Usiskin (1995)

Ao investigar as concepções de Álgebra presentes na escola média americana, Usiskin (1995) admite não ser fácil determinar qual a Álgebra que deve ser ensinada nesse segmento de ensino. Considera, porém, que ela tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de Matemática. Destaca que a Álgebra da escola média tem a ver com a compreensão do significado das “letras” e das operações com elas e entende que os alunos estão estudando Álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez. Sua tese é que:

> [...] as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que tenhamos dessa matéria e a utilização de variáveis estão intrinsecamente relacionadas. As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis. (USISKIN, 1995, p. 13)

O autor afirma que as concepções de variável mudaram com o tempo. Apresenta algumas delas e admite que as variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Considera que tentar enquadrar a idéia de variável em uma única concepção implicaria simplificar e distorcer os objetivos da Álgebra.

Usiskin (1995) descreve quatro concepções de Álgebra:

1) **Álgebra como Aritmética generalizada**: Nessa concepção, as variáveis servem como generalizadoras de modelos.

Segundo os exemplos apresentados pelo autor, generalizar seria representar por sentenças os padrões numéricos observados, sendo que tais sentenças serviriam como modelos que utilizam variáveis (as quais podem ser representadas por letras).

O autor afirma que é impossível estudar Aritmética adequadamente sem lidar de certa forma com variáveis. Faz comparações entre a linguagem algébrica e a língua natural para descrever as relações numéricas e enfatiza a praticidade da linguagem algébrica em comparação com a língua natural, tanto em termos da economia de escrita quanto da aproximação que ela tem com a escrita aritmética.

2) **Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas**: Nessa concepção, a Álgebra serve para simplificar e resolver, e as variáveis são incógnitas ou constantes.

O autor apresenta, para melhor elucidar tal concepção, um problema em língua natural. A seguir, mostra uma equação que corresponde a uma representação desse problema em uma linguagem algébrica. Obtida essa equação, indica que nesse ponto tem início a concepção de Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas. Nessa concepção, ocorre manipulação do simbolismo algébrico para simplificar expressões de modo a resolver a equação. Alerta que para resolver equações nesse tipo de problema deve-se raciocinar exatamente ao contrário do que fazemos para armar a equação, e que esse fato faz com que "muitos alunos tenham dificuldade na passagem da aritmética para a álgebra" (USISKIN, 1995, p. 15).

Para melhor elucidar esse alerta, destacamos o seguinte enunciado: "Adicionando-se 3 ao quíntuplo de um certo número, a soma é quarenta. Achar o número" (USISKIN, 1995, p. 14). Ao utilizar linguagem algébrica, o autor representa: $5x + 3 = 40$. Portanto multiplica por 5 a variável e soma 3 a esse produto, embora na resolução da equação tivesse de subtrair 3 e dividir por 5 (multiplicar pelo inverso de 5), ou seja, considerar as operações inversas da Aritmética.

3) **Álgebra como estudo de relações entre grandezas**: Essa concepção de Álgebra distingue-se das anteriores pelo fato de as variáveis não serem nem incógnitas nem letras utilizadas para generalizar modelos numéricos, mesmo porque nem sempre a busca de uma generalização é um modelo que se pareça com a Aritmética, como podemos observar com a questão seguinte, mas sim um modelo fundamentalmente algébrico.

A questão considerada é: "O que ocorre com o valor de 1/x quando *x* se torna cada vez maior?" (USISKIN, 1995, p. 15). O autor não empreende somente a busca de uma fórmula que generalize uma relação entre números, mas também a análise da variação de 1/x em função de *x*, tentando estabelecer relações de comportamento entre os números, ou melhor, variáveis.

Outra forma, apresentada pelo autor, de observar características dessa concepção é o recurso a fórmulas utilizadas na Geometria e na Física.

Nessa concepção, uma variável pode ser tanto um argumento que representa os valores do domínio de uma função quanto um parâmetro que pode representar um número do qual outros números dependem.

4) **Álgebra como estudo das estruturas**: Nessa concepção a variável torna-se um objeto arbitrário de um estrutura estabelecida por certas propriedades.

As atividades que os alunos desenvolvem no âmbito dessa concepção tendem a tratar as variáveis sem atribuição de um significado numérico, mas com o intuito de manipular e justificar recorrendo somente às propriedades. Essa característica distancia essa concepção das anteriores.

O autor compara o estudo de Álgebra nos cursos superiores, que envolve estruturas como grupos, anéis e outras, com a Álgebra da escola média. Nessa comparação, considera que embora essas estruturas não estejam explícitas nos conteúdos da escola média, são importantes para que se possa explicar aos alunos por que certas equações podem ou não ser resolvidas. Afirma que, pelo fato de que os alunos desse segmento de ensino não trabalham com essas propriedades explicitamente e nem com a estrutura que está por trás delas, tendem a tratar as variáveis como sinais no papel, sem atribuir-lhes significado.

O Quadro 2.3 sumariza as concepções de Educação Algébrica descritas por Usiskin.

Quadro 2.3. Concepções de Educação Algébrica, segundo Usiskin.

Obra e universo de estudo	**Concepções de Educação Algébrica**	**Predominâncias no ensino**	**Ênfases quanto à relação entre linguagem e pensamento algébricos**
Usiskin (1995): pesquisas e obras sobre idéias de Álgebra relacionadas ao uso de variáveis*, sobre sua história e sobre seu ensino, focalizando a Escola Média Norte-Americana	1. Como Aritmética generalizada	Atividades de generalização de propriedades de operação. Generaliza-se, por exemplo, $3 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot 7 + 3$ como $a + b = b + a$, para todo número real. Leitura de propriedades tais como $1 = n \cdot (1/n)$, sendo *n* um número real não-nulo.	Na relação entre linguagem e pensamento algébricos.
	2. Como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas	Atividades que envolvam incógnitas, com o objetivo de simplificar e resolver. Leitura e resolução de certos tipos de equações, como: $40 = 50 \cdot x$ Equações que foram geradas por um problema do tipo: “Adicionando-se 3 ao quíntuplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número”. (Ênfase na resolução.)	Na linguagem, em detrimento do pensamento algébrico.
	3. Como estudo de relações entre grandezas	Atividades que envolvem variáveis, como argumentos e parâmetros. Leitura de fórmulas, como: $A = b \cdot h$ (relações entre medidas de comprimento e de área em retângulos). Identidades como: $\operatorname{sen} x = \cos x \cdot \operatorname{tg} x$ (*x* é argumento de uma função). Questão: “Ache a equação da reta que passa pelo ponto (6; 2) com inclinação 11”. (Pontos de uma reta estão relacionados a um tipo de equação: $y = mx + b$)	Na relação entre linguagem e pensamento algébricos.
	4. Como estudo das estruturas	Atividades que priorizam manipular e justificar. Exemplos: Fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$ Deduzir a identidade: $2\operatorname{sen}^2 x - 1 = \operatorname{sen}^4 x - \cos^4 x$	Na linguagem, em detrimento do pensamento algébrico.

* Segundo Usiskin (1995), as variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Tentar enquadrar a idéia de variável numa única concepção implica uma supersimplificação que, por sua vez, distorce os objetivos da Álgebra.

Ao fazer uma análise das quatro concepções, o autor ressalta a importância de cada uma delas, destacando:

> Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo de resolução de problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. (USISKIN, 1995, p. 21)

Ao classificar as concepções de Álgebra, relaciona-as com exemplos de atividades, porém não explicita o "pensamento algébrico" que subjaz a essas atividades. Nisso, difere de Fiorentini *et al.* (1993, 2005) e de Lins e Gimenez (1997), que defendem e explicitam tal pensamento na introdução da Educação Algébrica. Usiskin (1995) nos leva a refletir sobre os enfoques que cabe levar em consideração na escola média e mostra pontos relevantes para a continuidade desse processo, levantando as possibilidades de representação com uso de letras e considerando que os alunos desse segmento de ensino já haviam sido introduzidos à Educação Algébrica e por isso já aceitam a presença destas.

Todos os autores que apontamos até o momento se dedicaram a desenvolver categorizações sobre a Educação Algébrica e destacam de alguma maneira a preocupação de introduzir as variáveis e de procurar atribuir significados para seu uso.

Encontramos outro estudo sobre concepções de Álgebra em Lee (2001). Com base em estudo histórico internacional de quatro anos sobre a Álgebra na escola elementar, essa autora contribui para fornecer um modelo sobre visões desse campo, destacando a Álgebra como Linguagem, como Caminho de Pensamento, como Atividade, como Ferramenta, como Generalização da Aritmética e como Cultura. Examina algumas dessas "visões de Álgebra" (tal como as denomina) apontadas por vários pesquisadores internacionais, mostrando grande preocupação sobre que tipo de Álgebra deve ser ensinado e sobre quando e como introduzi-lo no ambiente escolar. Mostraremos a seguir essas visões da Álgebra, analisando a conveniência ou não de cada uma.

2.2.4. Categorias de concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Lee (2001)

1) **Álgebra como Linguagem**

Lee (2001) admite que todos reconhecem haver um lado escrito da Álgebra que envolve símbolos e regras sobre eles. Relata que, mesmo nas escolas secundárias, a introdução da Álgebra como linguagem não tem tido muito êxito, e que, sem dúvida, algumas crianças podem aprender expressões simbólicas e o jogo de sua manipulação no Ensino Fundamental, mas questiona o propósito dessa abordagem. Argumenta que a linguagem algébrica é diferente de qualquer outra linguagem que seja familiar às crianças e que nessa visão a Álgebra é desenvolvida mais em seu aspecto sintático do que semântico. Não concorda com a introdução da Álgebra como linguagem em qualquer nível, mas afirma que a maioria a usa particularmente na escola elementar, quando as crianças têm ainda pouca consciência dos pensamentos algébricos.

Tais considerações levam a autora a examinar a Álgebra sob duas outras visões — como um caminho de pensamento e como uma atividade — e também sua pertinência para o ensino elementar.

2) **Álgebra como Caminho de Pensamento**

Lee destaca algumas pesquisas que apresentam e questionam o pensamento algébrico. Dentre elas, destaca a de Kieran[13], de 1989, que constatou que havia pouca pesquisa sobre o assunto e que não existia um consenso real sobre o significado de "pensamento algébrico".

Reunindo algumas características comuns do pensamento algébrico, Lee (2001, p. 396) identifica a existência de um tipo de pensamento acerca dos símbolos algébricos que tem sido largamente descrito como: "abstrato, analítico, gestáltico ou padronizado, mecânico, pensamento envolvendo operações, ou ações, ou

---

[13] KIERAN, C. The early learning of algebra: a structural perspective. In: WAGNER, S.; KIERAN, C. (Eds.). *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Reston, VA (USA): The National Council of Teachers of Mathematics and Laurence Erlbaum Associates, 1989. p. 33-56.

transformações, pensamento sobre relações"[14]. Por esse pensamento envolver símbolos algébricos, considera que talvez não seja particularmente apropriado para a introdução da Álgebra na escola elementar, pelas mesmas razões dadas para a visão de Álgebra como Linguagem. Entretanto, identifica também um tipo externo de pensamento algébrico, que se manifesta quando alguém se engaja em pensamentos sobre algum sistema (matemático ou do mundo real).

Sobre esse segundo tipo de pensamento algébrico, a autora esclarece:

> Este é o tipo de pensamento envolvido na detecção de padrões e mais tarde, na enunciação ou escrita do padrão, por exemplo. Tem-se mostrado que pensar sobre um sistema matemático, mais particularmente sistemas aritméticos ou sistemas de mundo simples em que o padrão possa ser detectado...
>
> [...] pensamento algébrico que tem sido caracterizado como generalização, ou pensamento em termos do geral, tem sido introduzido também com grande sucesso na escola elementar. Perguntas como: Isto é sempre verdadeiro? às vezes verdadeiro? nunca verdadeiro? Há outra resposta correta? Importa em qual ordem fiz as operações? etc. podem ser trabalhadas em qualquer série escolar. (LEE, 2001, p. 394)

Essa autora acredita que os alunos podem detectar padrões e, mais tarde, enunciar oralmente ou escrever os padrões que foram observados. Afirma haver evidência de que tal tipo de trabalho, para esse tipo de pensamento, é apropriado tanto para estudantes muito novos como para os mais velhos, constituindo-se em excelente abordagem para desenvolvimento do pensamento algébrico.

A autora mostra uma visão de pensamento algébrico encontrada na literatura e identifica elementos que poderiam ser apropriados para a introdução da Álgebra e outros que não o seriam, como relatamos a seguir.

- *Alguns itens que seriam considerados apropriados para a introdução da Álgebra:*

– Raciocinar sobre padrões (nos gráficos, padrões numéricos, formas etc.), acentuando e ignorando, detectando uniformidades e diferenças, repetição e ordem.

– Generalizar ou pensar em termos do geral, vendo o geral no particular.

[14] Todas as traduções de Lee apresentadas neste trabalho são nossas.

- Controlar mentalmente o ainda desconhecido; inverter e tornar a inverter operações.
- Pensar sobre conexões na Matemática em vez de objetos matemáticos.

- *Alguns itens que seriam considerados menos apropriados para a introdução da Álgebra:*

- Pensamento de notação transformativo, manipulativo, que eventualmente envolva restrições para a resolução.
- Pensamento formal.
- Pensamento com símbolos, mecânico.
- Pensamento tomando como referência os artifícios da Álgebra.

Portanto, ao fazer um paralelo entre esses itens e os tipos de pensamento algébrico, Lee julga que os itens mais apropriados para a introdução da Álgebra na escola elementar recaem sobre o segundo tipo de pensamento, e isso a leva a refletir sobre quais assuntos poderiam requerer tais tipos de pensamento e como os requereriam, uma vez que considera que os pensamentos não acontecem no vácuo.

Decorre daí que Lee acredita que as crianças necessitam ser envolvidas em atividades em que essas espécies de pensamento possam ser desenvolvidas. Isso vale para qualquer nível de escolaridade, e esse fato a levou a analisar a visão da Álgebra como uma atividade, o que comentamos a seguir.

3) **Álgebra como Atividade**

Lee (2001) aponta existir uma variedade excepcional de atividades envolvendo Álgebra em diversas áreas, em comparação com outros campos da Matemática. Reconhece que o dinamismo da Álgebra é associado primeiramente com aspectos de manipulação dos símbolos, seja simplificando expressões, resolvendo equações ou em outros procedimentos e, em segundo lugar, com a construção de atividades de modelagem. A resolução de problemas é vista como voltada a coordenar os aspectos de modelagem e de manipulação da atividade algébrica.

A autora afirma que é chegado o momento de lidar diretamente com o problema da manipulação algébrica e considera ser comum subestimar sua importância e complexidade, sendo que muitos vêem essa manipulação como "obscura", "decorada", "insensata" e "só técnicas". Concorda que estudantes do nível elementar não devam ser envolvidos em atividades que privilegiem fatoração e resolução de equações somente com papel e lápis, ponderando que a resolução de problemas algébricos é impossível sem algumas representações simbólicas e suas manipulações.

Considera haver muitos problemas envolvendo Álgebra que podem ser resolvidos por estudantes da escola elementar valendo-se da multiplicidade de procedimentos disponíveis, como desenhos, materiais manipulativos, alguns programas de computador e gráficos simples ou tabelas.

Outra sugestão dada por Lee (2001) para a construção de atividades algébricas é a modelagem matemática. Afirma que muitos educadores matemáticos apontam dificuldades de estudantes de Ensino Médio nessa atividade, mas há algumas pesquisas que enfatizam que jovens, mesmo antes de receberem uma instrução formal de Aritmética, têm sucesso em modelar. Para a autora, muitos problemas que envolvem a Álgebra podem começar a ser resolvidos por estudantes da escola elementar usando uma multiplicidade de estratégias, como desenhos e tabelas, entre outros. Destaca uma atividade que envolve Álgebra que considera relevante para que crianças desenvolvam habilidades referentes a ela, que apresentamos a seguir:

> Mélanie trouxe pedaços de chocolate à festa da escola, suficientes para que cada uma das 29 pessoas de sua classe pudesse ganhar um pedaço. Ela trouxe os pedaços em três caixas pequenas com dois que sobraram fora das caixas embrulhados individualmente. Quantos pedaços de chocolate havia em cada caixa? (LEE, 2001, p. 395)

Embora não nos mostre soluções apresentadas por crianças da escola básica, a autora sugere possíveis estratégias que de certa forma desenvolveriam alguns aspectos do pensamento algébrico, como as que destacamos anteriormente.

Lee aponta conclusões de outros pesquisadores:

> [...] se estudantes mais velhos pudessem simplesmente utilizar algumas de suas habilidades intuitivas e analíticas, como as exibidas por crianças jovens, na análise e resolução de problemas, poderiam evitar alguns dos erros mais comuns que exibem na resolução de problemas. (CARPENTER; LEVI[15], *apud* LEE, 2001, p. 395)

Segundo Lee (2001), pesquisadores como Carpenter *et al.*[15] e Kaput[16] admitem que a introdução da Álgebra elementar para crianças deve incluir problemas que promovam a utilização de habilidades intuitivas e analíticas. No entanto, se atividades algébricas com esse intuito não continuarem sendo propostas durante toda a escolaridade elementar, os estudantes, quando na escola secundária, podem perder tais habilidades. A autora considera que os estudantes da escola secundária se apegam a procedimentos mecânicos, abandonando a forma intuitiva de resolução de problemas que os pesquisadores afirmam existir entre alunos mais jovens.

Afirma, ainda, que no ensino da Álgebra deve-se privilegiar um envolvimento constante dos alunos em atividades que exigem modelagem, evitando, no decorrer de sua escolaridade, um provável corte na evolução de seus conhecimentos e habilidades em Álgebra. Por fim, pondera que a linguagem deva servir de auxílio para o pensamento algébrico, que já teria começado a se desenvolver por meio de atividades algébricas, sem rupturas nesse processo.

4) **Álgebra como Ferramenta**

Pelo exposto nas visões anteriores, Lee (2001) considera que se a Álgebra é uma atividade de resolução de problemas, então é uma atividade que usa ferramentas semióticas da Álgebra. De outro lado, há os que a vêm apenas como ferramenta, mas uma ferramenta para tornar o pensamento mais eficiente, uma ferramenta que permite resolver problemas que seriam impossíveis de resolver sem ela, uma ferramenta para emitir e transformar mensagens, uma ferramenta que é usada para resolver problemas não somente na Matemática, mas nas ciências e no mundo real.

---

[15] CARPENTER, T.P.; LEVI, L. Developing conceptions of algebraic reasoning in teachers and students. In: KAPUT, J. *et al.* (Eds.). *Employing children's natural powers to build algebraic reasoning in the context of elementary mathematics*. (No prelo).

[16] KAPUT, J. *et al.* (Eds.). *Employing children's natural powers to build algebraic reasoning in the context of elementary mathemati*cs. (No prelo.)

A autora ressalta, entretanto, que se desde o início da escolaridade o ensino se restringir ao trato com símbolos, considerando-o como trabalho com ferramentas algébricas[17], então esse ensino não poderá ser promissor, como já discutido.

Lee (2001), ao se referir a ferramenta-objeto — termo utilizado por Douady (1986), que contempla elementos práticos e teóricos da didática da Matemática —, a classifica dentro da visão de Ferramenta. Diz reconhecer que para Douady (1986) existe um objeto social que deve ser institucionalizado, mas não oferece explicações sobre essa afirmação. Acreditamos que Lee (2001) tenha optado por não se ater a tais explicações, pois fazê-lo dentro desse estudo demandaria grandes aprofundamentos na Teoria de Douady (1986), que fugiriam do foco de seu trabalho. Seguem, por isso, alguns esclarecimentos nossos.

Para Douady (1993), o conceito de ferramenta não se limita necessariamente ao de ferramenta algébrica. Tampouco sua teoria considera a Álgebra como ferramenta. Acreditamos, portanto que o entendimento de Lee (2001) sobre tal teoria seja reducionista. A nosso ver, a Álgebra (e a Matemática) é considerada por Douady em seu duplo estatuto de ferramenta e objeto, pois afirma:

> Saber matemática reveste um duplo aspecto. De uma parte é ter disponibilidade funcional de certas noções e teoremas matemáticos para resolver problemas, interpretar novas questões [...]. Num tal funcionamento científico, as noções e teoremas matemáticos têm um status de ferramenta. [...]. Saber matemática é também identificar as noções e teoremas como elementos de um corpo científica e socialmente reconhecido. É também formular definições, enunciar teoremas desse corpo e demonstrá-los. Dizemos então que esses saberes têm estatuto de objeto. (DOUADY, 1993, p. 4)

Ressaltamos que nessa teoria o trabalho matemático em sala de aula deve simular o de uma comunidade de pesquisadores matemáticos, que criam, comunicam e validam nessa comunidade suas produções.

[17] Que envolvem conceitos e propriedades algébricas.

5) **Álgebra como Aritmética Generalizada**

Lee (2001) afirma que essa visão é muito criticada por vários pesquisadores, ponderando, no entanto, que esse ainda é o modelo implícito dominante na pesquisa da Álgebra elementar, nos livros-texto e em sala de aula.

Ao fazer um exame da literatura relativa à visão de Álgebra como Aritmética Generalizada a autora nos revela muitas percepções e significados diferentes, tais como Álgebra das generalizações de padrões numéricos, estudo da estrutura da Aritmética e, eventualmente, o estudo de expressões simbólicas (com letras) — desconsiderando o significado dos símbolos. Considera essas visões, excetuando-se a última, como excelentes candidatas para a introdução da Álgebra.

Explanando sobre considerações acerca de prováveis descontinuidades entre a Aritmética e a Álgebra, a autora cita pesquisadores que afirmam que uma separação curricular entre a Aritmética e a Álgebra priva os estudantes de poderosos esquemas de pensamento sobre Matemática na escola elementar, dificultando-lhes a aprendizagem de Álgebra nos anos posteriores. Acerca desse problema, Lee afirma que não se pode assumir que, numa dada época, as crianças já tenham entendido números; ao contrário, afirma que a compreensão dos números é um projeto que leva uma vida inteira. Além disso, considera não existir um momento em que se possa dizer que o trabalho com números termina e um em que a Álgebra tem início, argumentando que o trabalho com números é crucial no processo de introdução da Álgebra.

6) **Álgebra como Cultura**

Nessa visão, mais antropológica, a Álgebra é enfocada como uma comunidade e uma cultura. Para Lee (2001), essa cultura engloba valores, crenças, práticas, tradições, história e processos de transmissão.

Tal concepção, segundo a autora, permite reunir as anteriores e tecê-las numa rica teia do que a Álgebra elementar seria. Nela, atividades algébricas requerem o uso de ferramentas algébricas, fomentando o pensamento algébrico e a linguagem de comunicação algébrica. Não está isolada do resto da cultura elementar em Matemática, mas entremeia-se no currículo com Aritmética e Geometria, como tem ocorrido historicamente.

Em conclusão, para Lee (2001) a Álgebra tem o potencial de tornar-se o tema unificador para a Matemática elementar: Aritmética como Álgebra dos números, Geometria como Álgebra das formas e Estatística como Álgebra das medidas. A sugestão da autora é que a Matemática elementar envolva uma imersão na cultura algébrica.

Diante dessa conclusão de Lee (2001) apontamos que já existiu no Brasil uma tentativa de unificação dos três campos da Matemática — Geometria, Aritmética e Álgebra —, que ocorreu com o Movimento da Matemática Moderna na década de 1960. Isso se deu pela introdução, em seu ensino, da Teoria dos Conjuntos, das estruturas algébricas e das relações, que se acreditava que constituiriam a base para a construção lógica do novo edifício matemático. O Movimento da Matemática Moderna não conseguiu, porém, tirar da crise o ensino da Matemática e esta acabou perdendo seu caráter informativo e pragmático, sem que a prática pedagógica modernista conseguisse dotar o aluno da capacidade, então pretendida, de aplicar as formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da Matemática.

Embora Lee (2001) não dê o mesmo enfoque ao ensino da Álgebra escolar que o do Movimento da Matemática Moderna, consideramos oportuno apontar aqui essa tentativa fracassada de unificação.

Quanto à Estatística como Álgebra das medidas, Lee (2001) não nos esclarece sobre as medidas a que se refere: se as estruturas algébricas, isto é, o aporte teórico que está por trás da Estatística ou se que medidas que essa ciência se propõe a analisar.

Após analisar as visões de Álgebra escolar, Lee (2001) identifica alguns temas que podem ser adequados para a Educação Básica:

A) Deve-se ter um *comprometimento* com *atividades algébricas*, e nestas devem-se ressaltar, por exemplo, os seguintes procedimentos:

1. Fazer demonstrações aritméticas sobre o comportamento dos números com respeito às operações sobre eles, como por exemplo trabalhar com números pares e ímpares, áreas e outros.
2. Fazer demonstrações geométricas gerais sobre formas, transformações de formas e padrões geométricos.
3. Fazer demonstrações gerais sobre medidas e freqüências de medidas em contextos estatísticos ou em outros contextos. A autora sugere como exemplo analisar o crescimento de uma planta.
4. Trabalhar com uma variedade de materiais e representações algébricas.
5. Sistematizar e resolver problemas utilizando uma diversidade de ferramentas algébricas.

B) Deve-se ressaltar a *promoção e disciplina do pensamento algébrico*. A autora considera disciplina com o sentido de educar o pensamento algébrico, o que envolve levantar questões do tipo “E se?” e “É sempre assim?”, pensando-se sobre padrões, semelhanças e diferenças, desfazendo-se e revertendo-se operações. Para Lee (2001), as crianças devem, durante as atividades algébricas, ser encorajadas a pensar em objetos matemáticos (números, formas, medidas e outros) e na relação entre esses objetos, dando-lhes assim oportunidade de operar mentalmente e pensar sobre números que ainda não conhecem (valores desconhecidos) ou sobre as propriedades de certos números sob certas operações.

C) Desenvolver a *comunicação em uma linguagem algébrica*, que deve ser inicialmente uma linguagem natural, uma linguagem referencial de manipulação ou uma linguagem localmente construída na sala de aula. Lee (2001) sugere que precisa haver espaço para a evolução da linguagem da Álgebra elementar, em vez de se forçar o uso de representações simbólicas.

O Quadro 2.4 sumariza as concepções de Educação Algébrica apontadas por Lee (2001) e aponta aspectos das concepções que a autora defende para a introdução da Álgebra elementar.

Quadro 2.4. Concepções de Educação Algébrica, segundo Lee.

Obra e universo de estudo	**Concepções de Educação Algébrica**	**Predominâncias no ensino**	**Ênfases quanto à relação entre linguagem e pensamento algébricos**
Lee (2001): Síntese de estudo histórico internacional de pesquisas que enfatizam algumas das seis concepções citadas	1. Como Linguagem	Desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica. Exercícios que permitam a evolução da linguagem da Álgebra elementar.	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.
	2. Como Caminhos de Pensamento	Pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos Exercícios que envolvem questões de raciocínio sobre padrões e controlar mentalmente o desconhecido, invertendo e desfazendo novamente as operações.	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.
	3. Como Atividade	Modelo de construção da atividade. Exercícios que envolvem modelagem matemática e pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos.	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.
	4. Como Ferramenta	Resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações, ou a serviço da própria Matemática.	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.
	5. Como Aritmética Generalizada	Variedade de visões: - Álgebra das generalizações dos números; - Álgebra como estudo das estruturas da Aritmética; - Álgebra como estudo de expressões simbólicas com letras, sem atentar para o significado desses símbolos.	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.
	6. Como Cultura (envolve valores, crenças, práticas, tradições históricas e processo para sua transmissão)	As atividades requerem as ferramentas e o pensamento algébrico é criado. A linguagem de comunicação é a algébrica. Entrelaça o currículo da Álgebra com o da Geometria (visão histórica).	Na relação entre a linguagem e pensamento Algébricos.

Observamos no modelo de Lee (2001) algumas semelhanças e diferenças em relação ao que é exposto por Fiorentini *et al*. (1993, 2005).

Fiorentini *et al*. (2005), ao colocarem o que designam como a quarta concepção de Educação Algébrica, a qual defendem, incluem as tarefas investigativas, enquanto Lee (2001) ressalta que se deve ter um comprometimento com as atividades algébricas. Entendemos que existem pontos comuns entre as tarefas investigativas de Fiorentini *et al*. (2005) e as atividades algébricas de Lee (2001), dentre os quais destacamos os de organizar dados, fazer conjecturas e sistematizá-las e buscar generalizações de padrões.

Esses pesquisadores defendem que atividade algébrica deve proporcionar a construção da linguagem algébrica pelos estudantes, o que a princípio pode ser considerado como qualquer linguagem que se preste a expressar o pensamento algébrico. Embora entendamos que as sugestões desses pesquisadores para a introdução da Álgebra Elementar tenham pontos comuns, a tarefa investigativa indicada por Fiorentini *et al*. (2005) toma de Ponte *et al*. (2003), como fundamentação, o conceito de investigação como atividade de ensino–aprendizagem, como uma perspectiva de trabalho pedagógico de que o professor pode lançar mão não somente no ensino da Álgebra elementar, mas de toda a Matemática.

Para Ponte *et al.* (2003) esse tipo de tarefa requer a participação do aluno na formulação de questões para as quais não tem respostas prontas. Na procura por essas respostas, de modo quanto possível fundamentando-as, a atividade tende a envolver o aluno na aprendizagem, pois este aprende quando mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos com vistas a atingir um objetivo. Esse autor considera que o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem.

A atividade de investigação, segundo Ponte *et al.* (2003), desenvolve-se em três fases: *introdução da tarefa*, em que o professor faz a proposta à classe, oralmente ou por escrito; *realização da investigação*, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma; *discussão dos resultados*, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Lee (2001), embora relate sobre o tipo de pensamento que deve estar por trás das atividades (pensamento algébrico), não aponta explicitamente uma perspectiva pedagógica para o trabalho do professor, pois parece não ser esse o objetivo principal de seu estudo.

Apresentaremos a seguir algumas pesquisas que classificam concepções de Álgebra e/ou de Educação Algébrica tomando como categorias de análise as apresentadas por Fiorentini *et al*. (1993), Lins e Gimenez (1997), Usiskin (1995) e Lee (2001). Apontaremos suas conclusões e as influências que algumas delas tiveram em nossa pesquisa.

2.3. PESQUISAS QUE IDENTIFICAM CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E EDUCAÇÃO ALGÉBRICA

Destacamos a seguir alguns estudos que categorizam as concepções de Educação Algébrica, tanto em currículos e exames vestibulares quanto de alunos de Licenciatura em Matemática e de professores que atuam na Educação Básica. Tais estudos são os de Jamal (2004), Cury *et al*. (2002) e Pinto (1999).

Jamal (2004), em sua dissertação, pesquisou currículos, exames vestibulares (Vunesp, Unicamp e Fuvest) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2001 a 2003 com o objetivo de estudar os diferentes sinais existentes no sistema educacional no Brasil quanto ao ensino e à aprendizagem da Álgebra. Utilizando a categorização de Usiskin (1995) sobre concepções de Álgebra, verificou nos exames pesquisados que em 55% das questões que considerou envolverem Álgebra esta era enfocada como meio de resolver certos problemas; em 38%, como estudo das relações; em 5%, como concepção de estrutura; e em 1% como Aritmética Generalizada.

Outra das conclusões desse pesquisador é que nos vestibulares analisados e avaliações do ENEM daquele período o número de questões de Álgebra sofreu aumento, mais acentuadamente no caso do ENEM, pois, conforme interpreta, muitas das questões desse exame usam ferramentas algébricas e envolvem também conhecimentos sobre medidas e Geometria. Ressalta a necessidade de ampliar pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra, principalmente sobre concepções, crenças e atitudes dos professores frente a seu ensino, e recomenda que essas pesquisas possibilitem inovações curriculares que favoreçam um ensino de Álgebra mais adequado às novas demandas sociais. Para isso, destaca a necessidade de investir na formação inicial e continuada de professores.

Utilizando a classificação de Fiorentini *et al.* (1993), o trabalho de Cury *et al.* (2002) expõe abordagens de Álgebra e Educação Algébrica, apresentando sobre elas considerações desencadeadas por respostas de alunos de cursos de Licenciatura de Matemática a alguns questionamentos sobre o tema. O fato gerador das investigações foi uma mensagem de um aluno, enviada por correio eletrônico, que trazia questionamentos sobre a possibilidade de ensinar Matemática considerando as dificuldades que os estudantes enfrentavam ao tentarem provar por indução uma determinada proposição.

> Considerando que na Matemática há uma parte "ensinável" e outra não, o aluno desafiava os participantes da lista, questionando a insistência dos professores em ensinarem o que "não é ensinável". (CURY *et al.*, 2002, p. 9)

Diante desse questionamento, dois dos autores desse artigo, professores da disciplina 'Álgebra' em cursos de Licenciatura, investigaram as concepções de seus alunos sobre Álgebra. Para isso propuseram a eles duas questões, as quais deveriam ser respondidas por escrito:

> a) Como você relaciona a Álgebra do curso Superior com a do ensino Fundamenta e Médio?
>
> b) O que deve ser feito para que o Aprendizado se torne mais fácil?
>
> (CURY *et al.*, 2002, p. 9)

Segundo esses autores, ao responderem tais questões os alunos emitiram opiniões sobre o que é Álgebra e sobre as diferentes visões dessa disciplina em termos do Ensino Fundamental, Médio e Superior. Mostraremos a seguir algumas frases dos alunos entrevistados e a análise dos autores[18]:

> [ALUNO:] "A Álgebra no ensino fundamental e médio é uma aplicação de certas regras como de sinais, propriedades da adição, multiplicação e tantas outras." (CURY *et al.*, 2002, p. 10)
>
> [ALUNO:] "A Álgebra no ensino fundamental e médio é dada de uma forma 'pronta', pré-estabelecida, como por exemplo de 2 + 2 ser igual a 4. No ensino superior nos é dado o porquê de 2 + 2 ser igual a 4, com criação de conjuntos e definição de operações." (CURY *et al.*, 2002, p. 11)

Os autores relatam que essas frases de alunos parecem ter características da concepção Processológica da Álgebra, pois revelam preocupação com a seqüência de passos, com as demonstrações de propriedade dos conjuntos numéricos, com o processo de empreender um transformismo algébrico.

> [ALUNO:] "A Álgebra é a parte da matemática que utiliza símbolos (geralmente letras) para expressar valores. Trata-se, portanto, de algo bastante abstrato, apesar de ter fácil aplicação na vida real." (CURY *et al.*, 2002, p. 11)

Nessa frase de um aluno, os autores estabelecem relação com a concepção Lingüístico-sintático-semântica, pois esta enfatiza a linguagem simbólica.

> [ALUNO:] "Esta Álgebra do ensino superior nos dá os instrumentos necessários para realmente provar (através de demonstrações) as teorias que nos eram dadas e aceitas como verdadeiras nos ensinos fundamental e médio." (CURY *et al.*, 2002, p. 11)

Nessa frase de aluno, os autores identificam a presença da concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-estrutural, e acreditam que esse licenciando mostra preocupação com a fundamentação nos conteúdos que irá ensinar.

> [ALUNO:] "O professor deve mostrar a forma correta de pensar em relação a problemas onde o nível de abstração é elevado." (CURY *et al.*, 2002, p. 12)
>
> [ALUNO:] "Se obtivermos o domínio de conceitos algébricos teremos maior oportunidade de conseguir sucesso na busca da eficiência do processo ensino–aprendizagem." (CURY *et al.*, 2002, p. 11)

---

[18] Participaram dessa pesquisa 18 alunos de Licenciatura em Matemática, sendo nove da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) e nove do Centro Universitário de Belo Horizonte (UNIBH). As perguntas foram feitas durante as aulas da disciplina 'Álgebra'.

Os autores constatam, nessas frases, que os alunos evidenciam uma concepção de ensino segundo a qual o professor é responsável pelo “saber pensar”, e que palavras como “eficiência do processo ensino–aprendizagem” os remetem a chavões característicos da tendência tecnicista.

> [ALUNO:] “Não gostaria de forma alguma de exemplos e exercícios que se tornem tolos e infantis, mas muitas vezes, eles exigem um conhecimento prévio que nem eu nem muitos alunos possuímos. Este fato me deixa sem motivação para fazer as listas de exercícios, pois, muitas vezes, mesmo me dedicando não consigo sair do lugar. Os professores de álgebra são muito diferentes.” (CURY *et al.*, 2002, p. 12)

Ao analisarem essa frase de um aluno, os pesquisadores apontam que, ao encontrar exercícios desafiadores, este procura a segurança representada pelos “modelos”, o que pode ter ocorrido em sua experiência com outras disciplinas, a ponto de considerar os professores de Álgebra como diferentes.

Destacamos algumas conclusões dos autores:

> Por mais que os projetos pedagógicos tentem esclarecer como será a formação do Licenciado, na prática há mais barreiras, pessoais e políticas, a romper com certos conceitos e o choque entre o conteúdo e conhecimento acaba, na maioria das vezes, privilegiando o primeiro em detrimento do segundo.
>
> Assim, conhecer as concepções de Álgebra e de Educação Algébrica dos estudantes é importante para as novas reformulações curriculares, pois permite discussões sobre as finalidades do estudo dessa disciplina e sobre as inter-relações existentes entre os conteúdos estudados no curso superior e aqueles apresentados nos níveis fundamental e médio. (CURY *et al.*, 2002, p.14)

Cury *et al.* (2002) não deixam evidente nesse trabalho se há predominância de algumas das concepções entre os participantes da pesquisa, nem especificam o ano escolar que cada participante freqüentava.

As observações desses autores nos incentivaram a pesquisar as concepções de Educação Algébrica de alunos de um curso de Licenciatura de Matemática, focalizando um contexto específico. Assim como esses pesquisadores, também acreditamos ser importante conhecer tais concepções, e não somente as de estudantes, mas também as de professores do curso, pois, como indica Ponte (2003, p. 2), “Os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem dos alunos. Estão, pois, num lugar chave para influenciar as suas concepções".

Sabemos que as análises feitas pelos autores cobriram apenas as declarações de alunos do curso de Licenciatura de Matemática coletadas durante as aulas da disciplina 'Álgebra'. Questionamo-nos se poderiam os respondentes estar influenciados por concepções de Álgebra anteriores a seu ingresso no curso e se os professores da Licenciatura, com suas próprias concepções, poderiam tê-los influenciado na ratificação ou não daquelas. Por isso resolvemos ampliar nosso elenco de indivíduos pesquisados, incluindo também professores do curso e alunos que ainda não tivessem cursado a disciplina 'Álgebra'.

Pinto (1999), em sua dissertação, teve por objetivo analisar as concepções de Álgebra e Educação Algébrica manifestadas por professores de Matemática de 5.ª a 8.ª séries do Ensino Fundamental. Para isso, aplicou um questionário a 30 professores que lecionavam a disciplina 'Matemática' em escolas públicas e particulares da cidade de Vitória e entrevistou sete deles. Para analisar as concepções dos participantes, o autor tomou como eixos de análise as concepções de Álgebra apresentadas por Usiskin (1995) — Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, Álgebra como estudo de relações entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas — e as concepções de Educação Algébrica de Lins e Gimenez (1997) — concepção Letrista, Letrista Facilitadora e de Modelagem Matemática.

Analisando as entrevistas desses professores no que diz respeito às concepções de Educação Algébrica, Pinto (1999) interpreta que os sete professores tiveram uma formação letrista e mostraram haver avançado em sua prática em relação às concepções presentes em sua formação, passando a conceber sua prática docente como de concepção Letrista Facilitadora. O autor interpreta a categorização de Lins e Gimenez (1997) em níveis.

Os sete professores entrevistados concebiam a Álgebra como meio de resolver problemas matemáticos de certo tipo; dois desses sete, como estudo de relações entre grandezas, estudo das estruturas matemáticas e Aritmética generalizada; um a concebia como Aritmética generalizada.

O autor afirma existir uma estreita relação entre as concepções de Álgebra e de Educação Algébrica dos professores investigados. Dentre suas conclusões, destacamos:

– A maioria dos professores entrevistados possui uma visão limitada da Álgebra, praticando um ensino baseado em atividades letristas ou letristas facilitadoras.
– A ausência quase que completa da modelagem matemática na prática dos professores investigados decorre, segundo o autor, de sua ausência também no processo formativo desses professores, todos eles graduados pela mesma instituição.

Nessa pesquisa, somente dois professores concebiam a Álgebra segundo as quatro categorias descritas por Usiskin (1995). Pode-se supor, frente a essa constatação, que alguns pontos importantes do ensino de Álgebra não estejam sendo trabalhados pelos demais professores com seus alunos, seja por desconhecimento das diversas dimensões da Álgebra ou por suas próprias concepções, mecanismo que talvez explique parte das dificuldades apresentadas pelos alunos nos diversos níveis de escolaridade em relação à Álgebra.

O autor também levanta a hipótese de que os professores entrevistados, por serem graduados na mesma instituição, sofreram algum tipo de influência de seus próprios professores de Licenciatura, aspecto concordante com Ponte (1992), que afirma a possibilidade de que professores de Licenciatura influenciem seus alunos com suas próprias concepções, embora Pinto (1999) reconheça nos entrevistados um avanço em relação à concepção de Educação Algébrica vigente entre seus professores.

Para tentar esclarecer tais suposições, seria necessário entrevistar não só professores que atuam no Ensino Fundamental, mas também, seus professores de Licenciatura.

Essas suposições nos levaram a refletir sobre nossa própria pesquisa e apontaram-nos caminhos para a escolha de nossos sujeitos de pesquisa: professores do Curso de Licenciatura e seus respectivos alunos que já atuassem na Educação Básica.

Descreveremos a seguir algumas propostas para o ensino da Álgebra que também apresentam categorizações.

2.4. ALGUMAS CONCEPÇÕES QUE ORIENTAM PROPOSTAS DE ENSINO DA ÁLGEBRA ELEMENTAR

Além das concepções de Álgebra e Educação Algébrica já apresentadas neste capítulo, traremos a seguir outros estudos que consideramos relevantes e que apontam interpretações, concepções e dimensões para a introdução da Álgebra elementar na Educação Básica, como o de Socas Robayna *et al*. (1996) e a proposta apresentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1996).

Socas Robayna *et al*. (1996) relatam existir na Espanha certa unanimidade quanto às competências da Álgebra na escola elementar, envolvendo o estudo das variáveis (representadas por letras) e as propriedades das operações. Ressaltam haver diferentes interpretações de variável e, com isso, diferentes maneiras de reconhecer a Álgebra, tendo-se como conseqüência distintos currículos e diferentes concepções para seu ensino–aprendizagem.

Apresentaremos a seguir as diferentes interpretações do currículo em Álgebra de acordo com Socas Robayna *et al*. (1996), muito similares às concepções indicadas por Usiskin (1995), embora este último as aponte como concepções de Álgebra para o Ensino Médio e os primeiros se refiram à introdução da Álgebra escolar. Ambos, porém, levam em consideração as diferentes interpretações de variável.

Socas Robayna *et al*. (1996) ora se referem a “interpretações de Álgebra”, ora a “concepções de Álgebra”. Optamos pela designação *interpretações*, por ser o termo mais utilizado por esses autores.

1) **Interpretação da Álgebra como Aritmética generalizada**: Nessa interpretação, as letras tomam parte em modelos que permitem generalizar propriedades.

Os autores citam este exemplo para trabalhar com generalização:

$$3(5 + 2) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2$$

apontando que tal utilização da propriedade distributiva do produto em relação à soma poderia levar o aluno a generalizar e escrever:

$$a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Nesse contexto, 3 é um dos valores da variável *a*.

2) **Interpretação da Álgebra como estudo dos métodos para resolver certos problemas concretos**: No caso das equações, as letras funcionam como “incógnitas específicas” a determinar.

Dão como exemplo uma solução a este problema:

“Encontre um número que multiplicado por 5 me dá 20.”

Para esses autores, não se trata somente de escrever a expressão algébrica $5x = 20$, pois nesse contexto a variável *x* tem de ser calculada, ou seja, atua como incógnita ou constante, conforme o caso.

3) **Interpretação da Álgebra como estudo das relações entre quantidades**: Neste caso, considera-se a variável “em seu sentido mais completo de variabilidade”, segundo os autores.

Citam como exemplo a fórmula do perímetro de qualquer retângulo, pois existe uma relação de variação deste em relação às variáveis comprimento e largura.

4) **Interpretação estrutural**: Neste caso, as variáveis constituem "entes pertencentes às estruturas algébricas".

Citam como exemplo característico dessa interpretação o trabalho com simplificação de polinômios, utilizando fatoração nos casos mais simples, como os de fator comum, porém sem fazer uso das justificativas pertencentes às estruturas algébricas.

Os autores consideram que essas quatro interpretações devem ser utilizadas para a elaboração de um currículo de Álgebra, na Educação Básica, e que não cabe ater-se em nenhum momento a um único desses contextos, pois acreditam ser necessário combiná-los, sem limitar-se ao uso exclusivo de um deles. No entanto, defendem, a princípio, que o tratamento como Aritmética generalizada favorece o desenvolvimento dos demais aspectos.

Informam também que os currículos de Álgebra em seu país, a Espanha, foram elaborados em diferentes épocas, sempre com maior ênfase em uma única direção, em detrimento de outras, o que acreditam haver provocado descontinuidades no processo de ensino–aprendizagem.

No Brasil há estudos que mostram que algo similar ocorreu em relação aos currículos de Álgebra da escola elementar. Miguel *et al*. (1992) apontam a existência de uma atitude oscilatória e maniqueísta em relação ao ensino de dois campos fundamentais da Matemática elementar — Álgebra e Geometria — e buscaram identificar as raízes dessa dicotomia e as razões do estado letárgico em que se encontrava mergulhado o ensino de Álgebra, tendo como pano de fundo os momentos significativos da história da Educação Matemática brasileira. Tomam como marco para analisar o ensino de Álgebra no Brasil o Movimento da Matemática Moderna (MMM), ocorrido na década de 1960. Relatam que a preocupação legal de introduzir a Álgebra no ensino brasileiro tem início na Carta Régia de 1799, antes do período imperial, organizando-se o Ensino Secundário de forma que o estudo da Álgebra sucedesse o estudo completo da Aritmética, embora ambos fossem quase sempre conduzidos de modo mecanizado.

Apontam que o ensino da Álgebra enfatizava regras e fórmulas, geralmente aceitas sem justificativas, com a finalidade de resolver problemas que em sua maior parte eram artificiais, e que esse tratamento foi dado à Álgebra desde sua introdução nos currículos até antes da chegada do MMM. Para Miorim *et al.* (1993), prevalece aí a concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática.

Com o MMM, o ensino de Álgebra passa a ter destaque, segundo Miguel *et al.* (1992), não apenas em sua "concepção tradicional", mas sobretudo em sua concepção moderna, tornando-se mais rigoroso, preciso e abstrato, perdendo, porém, inicialmente, seu caráter pragmático e passando a marcar-se por uma acentuada preocupação com os aspectos lógicos estruturais do conteúdo. Miorim *et al.* (1993) consideram que no MMM ocorreu uma contraposição à concepção Lingüístico-pragmática da Educação Algébrica, embora prevalecendo outra concepção, também que cunho lingüístico, a que denominam Fundamentalista-estrutural.

Uma vez que, mesmo com o MMM, perdurava a crise do ensino de Matemática, começaram a surgir a partir da década de 1970 outras propostas para o ensino da Álgebra. Miguel *et al.* (1992) apontam algumas que levam em consideração o uso da Geometria para auxiliar na construção de conceitos e na visualização de propriedades aritméticas e algébricas. Nessas propostas, pode-se observar a presença da concepção Fundamentalista-analógica.

O movimento oscilatório que, segundo Miguel *et al.* (1992), enfatiza alternadamente determinadas concepções de Educação Algébrica sugere que estas coexistam no ensino da Álgebra na Educação Básica brasileira. Socas Robayna *et al.* (1996, p. 96)[19], por sua vez, admitem que os currículos de Álgebra da Educação Algébrica, na Espanha, que foram elaborados em diferentes épocas, são marcados por "ênfase em uma única direção, o que provoca diferentes descontinuidades no

[19] Todas as traduções de Socas Robayna *et al.* apresentadas neste trabalho são nossas.

processo de ensino–aprendizagem da álgebra", privilegiando uma determinada concepção em detrimento de outras.

Ao investigarmos as concepções de Educação Algébrica encontradas em pesquisas sobre Educação Matemática, pudemos notar que estas surgem a partir da década de 1990, possivelmente em resposta a reflexões sobre concepções que acompanharam o próprio amadurecimento da Educação Matemática.

A proposta de Socas Robayna *et al*. (1996) sobre a introdução da Álgebra na escola básica também tem grande similaridade com a proposta encontrada no Brasil nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998 para o 3.º e 4.º ciclos do Ensino Fundamental, em cujas Orientações Didáticas comparece "Álgebra" como subitem de "Números e operações":

> O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p. 115)

Embora a importância do estudo da Álgebra seja reconhecida, a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante que os alunos consigam atingir os objetivos acima citados, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm sido feitas em muitas escolas. Os PCN de 1998 mostram que o resultado do desempenho dos alunos em avaliações, como o SAEB em itens referentes à Álgebra raramente atinge 40% de acerto em muitas regiões.

Ribeiro (2001), ao estudar o desempenho de alunos de 8.ª série em São Paulo, faz um levantamento dos procedimentos e estratégias que estes utilizam para resolver questões de Álgebra elementar, como as do Saresp de 1997, e faz uma crítica a esse tipo de avaliação, que contém questões fechadas, com alternativas, pois considera que aquilo que se obtém com tal recurso é uma visão global do desempenho dos alunos e, não uma análise fina dos erros cometidos e dos procedimentos por eles utilizados.

Ribeiro (2001) parece querer dizer que tal avaliação mostra que os índices de acerto são insatisfatórios e que os alunos não conseguem resolver questões que requeiram a mobilização de tópicos da Álgebra elementar, porém não fornece subsídios sobre como os professores devem tratar essa carência. Sua pesquisa aponta com mais detalhes os tipos de erros que os alunos cometem, que coincidem com os que já descrevemos, e propõe sugestões para tentar minimizar tal situação.

Tanto a identificação dos erros que os alunos cometem quanto sugestões de melhoria no tratamento dos tópicos da Álgebra elementar já estão disponíveis em pesquisas em Educação Matemática desde há alguns anos, porém Ribeiro (2001) aponta, entre as pesquisas sobre ensino–aprendizagem, uma escassez daquelas voltadas à maneira como os professores de Matemática trabalham, interpretam e ensinam Álgebra.

Embora nas orientações didáticas contidas nos PCN (BRASIL, 1998) conste a expressão *concepções de Álgebra*, no Quadro 2.5, cujo conteúdo foi deles extraído, figura o termo *dimensões*. O quadro sintetiza as diferentes dimensões da Álgebra escolar e os variados usos de letras.

Quadro 2.5. Álgebra no Ensino Fundamental, segundo Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998.

Dimensões da Álgebra	Aritmética generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações; generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico; obtenção de expressões equivalentes

Fonte: Brasil (1998, p. 116)

Silva (2006), com o objetivo de investigar as visões sobre Álgebra nos conteúdos referentes a números e operações presentes nos PCN de Matemática do Ensino Fundamental, adota como referencial teórico os estudos de Lins e Gimenez (1997) e de Lee (2001) sobre visões de Álgebra, e conclui que os PCN trazem em suas orientações visões de Álgebra como Aritmética Generalizada, como Ferramenta e como Atividade, todas elas com a finalidade de produzir a linguagem simbólica das letras, mas aponta que embora o documento indique o estudo associado de Álgebra e Aritmética, não contempla no conjunto de suas orientações situações que possam concretizar essa indicação.

Tal afirmação de Silva (2006) nos leva a refletir que talvez os PCN deveriam conter mais subsídios para que os professores estabelecessem, junto a seus alunos, relações entre Aritmética e Álgebra, de tal modo que uma auxiliasse o aprendizado da outra. Lee (2001), ao fazer um exame da literatura relativa à visão de Álgebra como Aritmética Generalizada, aponta a presença de “muitas percepções” e “significados diferentes”. Consideramos que os professores deveriam estar cientes dessas percepções e significados, para que melhor articulassem essa concepção tão privilegiada internacionalmente no ensino da Álgebra elementar.

Outra concepção de Álgebra presente nos PCN e apontada por Silva (2006) é a de linha Letrista, segundo Lins e Gimenez (1997), pois todas as abordagens à Álgebra que tal documento apresenta se centram nos significados de letras.

As três propostas para o ensino da Álgebra — de Usiskin (1995) para a escola média nos EUA, de Socas Robayna *et al*. (1996) para a escola básica na Espanha e dos PCN (BRASIL, 1998) para o 3.º e 4.º ciclos do Ensino Fundamental no Brasil — são muito similares, como revela o Quadro 2.6.

Quadro 2.6. Três propostas do ensino de Álgebra na Educação Básica.

<table>
<tr><th>Enfoque</th><th>Usiskin (1995): concepções</th><th>Socas Robayna et al. (1996): interações</th><th>Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998): dimensões</th></tr>
<tr><td>Aritmética generalizada</td><td>Generalizadoras de modelos.
Traduzir; generalizar.</td><td>Letras como generalizadoras de modelo aritmético.</td><td>Letras como generalizações de modelo aritmético.
Conteúdo: propriedades das operações.</td></tr>
<tr><td>Meio de resolver certos problemas</td><td rowspan="3">Incógnitas e constantes.
Resolver; simplificar.</td><td rowspan="3">Letras como incógnitas específicas.</td><td rowspan="3">Letras como incógnitas.
Conteúdo: resolução de equações.</td></tr>
<tr><td>Resolução de equações</td></tr>
<tr><td>Equações</td></tr>
<tr><td>Estudo de relações (Usiskin, Socas Robayna et al.)</td><td rowspan="2">Argumentos e parâmetros.
Relacionar; gráficos.</td><td rowspan="2">Letras como argumentos de funções.</td><td rowspan="2">Letras como variáveis para expressar relações e funções.
Conteúdo: variação de grandezas.</td></tr>
<tr><td>Funcional (PCN)</td></tr>
<tr><td>Estrutura (Usiskin)</td><td rowspan="2">Sinais arbitrários no papel.
Manipular; justificar.</td><td rowspan="2">Letras como símbolos abstratos.</td><td rowspan="2">Letras como símbolos abstratos.
Conteúdo: Cálculo algébrico e obtenção de expressões equivalentes.</td></tr>
<tr><td>Estrutural (Socas Robayna et al., PCN)</td></tr>
</table>

As três propostas enfatizam a representação que utiliza letras. Em busca de atribuir mais significados para sua utilização, Socas Robayna *et al*. (1996, p. 28) oferecem exemplos dentro de contextos que criaram e afirmam que "parte das dificuldades que os alunos apresentam no trato com a Álgebra se devem ao fato de não se haver desenvolvido suficientemente o sentido de variabilidade ligado às letras". Para elucidar tal pensamento, apresentam diferentes contextos com problemas cuja resolução envolve o uso de letras na representação, tomando como base as seis categorias utilizadas por Küchemann[20]:

> a) letras estimadas (avaliadas);
> b) letras ignoradas;
> c) letras como objeto;
> d) letras como incógnitas específicas;
> e) letras generalizadoras de números;
> f) letras como variáveis.
>
> (SOCAS ROBAYNA *et al*., 1996, p. 28)

Apresentamos essas classificações seguidas dos contextos indicados por Socas Robayna *et al*. (1996) e alguns de seus comentários sobre as possíveis interpretações dadas pelos alunos e sobre a importância de cada uma delas.

a) **Letras estimadas**: O valor estimado de uma letra é facilmente encontrado dentro de uma expressão, e por isso os alunos não sentem necessidade de operar com ela. Os autores citam dois contextos em que isso pode ocorrer:

CONTEXTO 1: □ + 5 = 8, em que □ indica um número desconhecido que é facilmente identificável e que poderá ser substituído ou indicado por qualquer letra do alfabeto.

CONTEXTO 2: Qual é o valor de $5 \cdot a + 3$, quando $a = 1$, $a = 2$ e $a = 3$?

Em ambos os contextos, os autores afirmam que o cálculo numérico predomina e que seu desenvolvimento é aritmético.

[20] KÜCHEMANN, D.E. Álgebra. In: HART, K. (Ed.). *Children's understanding of mathematics*. London: John Murray, 1981. p. 11-16.

b) **Letras ignoradas**: Aqui, os alunos reconhecem a existência das letras, mas não lhes atribuem nenhum significado.

CONTEXTO 3: Se a + b = 43, a + b + 2 = ...

Os autores sugerem questões análogas, que consideram ser de maior grau de dificuldade:

Se n – 245 = 752, n – 246 = ...

Se e + f = 8, e + f + g = ...

c) **Letras como objeto**: São vistas pelos alunos como entidades concretas, como por exemplo frutas ou lados de um polígono. Desse modo, o aspecto abstrato das letras desaparece.

CONTEXTO 4: Sugerem chamar as letras de “lápis”, “borracha”, “caneta” e depois associam quantidades a esses objetos, como em:

$$2 \cdot x + 3 \cdot y + 4 \cdot x - y$$

caso este em que as letras não são conjuntos numéricos, mas sim variáveis de um conjunto formado por objetos de alguma classe.

CONTEXTO 5: Calcular o perímetro do retângulo de lados *m* e *n*.

Os autores reconhecem que isso reduz o significado abstrato das letras a objetos e consideram que a ocorrência freqüente desse tipo de pensamento não é adequada, pois em determinados problemas que envolvem objetos é necessário perceber a distinção entre eles, e não apenas a de suas quantidades.

Para melhor elucidar nossa interpretação do que os autores relatam sobre os cuidados a ter ao se utilizar esse tipo de abordagem, tomamos outra pesquisa — a de Yamada (1997) —, que descreve um exemplo de erro freqüentemente apresentado pelos alunos de 7.ª e 8.ª séries investigados, aqui acompanhado da justificativa do aluno para a adoção de tal procedimento:

2a + 5b = 7ab

> [ALUNO:] "Se *a* representa abacaxi e *b* representa banana, então 2 abacaxis mais 5 bananas são 7 frutas (abacaxis e bananas)". (YAMADA, 1997, p. 38)

d) **Letras como incógnitas específicas**: Neste caso, os alunos consideram as letras como números desconhecidos, ainda que específicos, e não podem operar sobre eles diretamente.

CONTEXTO 6: Qual é o resultado de somar 4 a 3n?

Os autores esperam que neste caso os alunos respondam 3n + 4, mas reconhecem que estes muitas vezes interpretam a resposta como sendo 7n, ignorando a letra e somando os números, ou ainda procuram respostas para *n*, por encarar a letra como sendo uma incógnita cujo valor precisa ser encontrado.

CONTEXTO 7: Os lápis azuis custam 10 pesetas cada um e os lápis vermelhos 12 pesetas cada um. Compro alguns lápis azuis e vermelhos. No total paguei 180 pesetas. Se *b* é o número de lápis azuis e *r* o de lápis vermelhos comprados, o que podemos escrever acerca de *b* e *r*?

Para os autores, a abordagem correta requer o uso de letras como "incógnitas genuínas".

e) **Letras generalizando números**: Os alunos devem ser capazes de deduzir os vários valores numéricos, em vez de somente um.

CONTEXTO 8: Para que valores de *x* do conjunto {0, 1, 2, ..., 9} se verifica $3x + 1 < 19$?

Para os autores, os alunos serão induzidos a validar 3x + 1 para x = 0, 1, ..., 9 e comparar as respostas com 19.

Citam outros exemplos nesse contexto:

a) Que valores pode assumir *c* se c + d = 10 e *c* é inferior a *d*?

b) L + M + N = L + P + M se verifica sempre, nunca ou algumas vezes?

f) **Letras como variáveis**: Envolvem o conhecimento da incógnita e de seus possíveis valores. Os autores consideram que essa abordagem está muito além da compreensão das letras como incógnitas específicas e como generalização de números e, em concordância com Küchemann[21], julgam difícil encontrar valores com exatidão, já que a maioria dos itens podem dar a idéia de variável. Dentro de um mesmo problema, o aluno pode acabar mudando de interpretação, o que gera grande dificuldade tanto para o aluno quanto para quem o observa.

Mostram que no exemplo dos lápis vermelhos e azuis do contexto 7, em que 10b + 12r = 180, as letras podem ser tanto encaradas como incógnitas específicas quanto como generalizações de números, mas os autores acreditam que nenhuma dessas duas interpretações induz a estabelecer a relação de variáveis que existe entre *b* e *r*. O que os autores apontam é que embora essa expressão seja verdadeira para um certo conjunto de números, portanto com incógnitas específicas, pode também ser observada como generalização de números, pois existe um conjunto finito de pares que a satisfaz, que são (6;10), (12;5), (0;15), (18;0), porém para se obter a verdadeira relação de variáveis que possa existir entre *r* e *b*, torna-se necessário, segundo esses autores, estabelecer uma comparação entre eles:

[21] Estudo referido na nota de rodapé 20, neste capítulo.

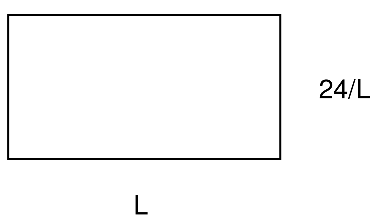
***b* crescente**		***r* decrescente**
0		15
↓	→	↓
6		10
↓	→	↓
12		5
↓	→	↓
16		0

Ainda mostram ser possível ir mais longe na descrição do grau em que *b* e *r* mudam, estabelecendo relações entre eles, que podem ser expressas de formas diferentes, como por exemplo, “se o crescimento de *b* é 6, o decrescimento de *r* é 5” (SOCAS ROBAYNA *et al.*, 1996, p. 32).

Concluímos que esses autores reconhecem a necessidade de utilização de símbolos, que podem ser representados por letras, no trabalho com Álgebra elementar, ao apontar seus contextos dentro das categorizações de Küchemann[22]. Chamam atenção também para os cuidados a ter ao se privilegiar algum desses contextos, de modo a não reduzir o verdadeiro avanço que essa forma de representar pode proporcionar aos estudantes. Indicam ainda outros contextos que reforçam tal representação:

CONTEXTO 9: Quem é maior: 2n ou 2 + n? Justifique.

CONTEXTO 10: Um retângulo tem área de 24 cm^2. Determinar uma expressão para o perímetro do retângulo em termos da largura do lado deste retângulo:



[22] Estudo referido na nota de rodapé 20, neste capítulo.

CONTEXTO 11: Como se simboliza o *n*-ésimo número ímpar?

Esses autores, além de mostrarem os contextos que julgam requerer o uso de uma representação que utiliza as letras, sugerem que se procurem tais contextos em materiais utilizados em Matemática escolar nos níveis em que os alunos deveriam ter de 12 a 14 anos. No Brasil, tal faixa etária corresponde ao período da 6.ª à 8ª série — ou seja, tal atividade deve ser voltada a professores de Ensino Fundamental. Acreditarmos, porém, que também os professores formadores desses professores, isto é, os da Licenciatura, devessem tomar ciência tanto de tais contextos como nas implicações de tais escolhas.

Embora considerando todos esses contextos como relevantes para formar o repertório de conhecimento dos professores, Socas Robayna *et al*. (1996) não tecem sugestões de como devam ser trabalhados em sala de aula. Em nenhum momento, porém, propõem negociar o significado das letras, como sugerem Lins e Gimenez (1997) ou usá-las em atividade de investigação, conforme Ponte (2003), em que o professor faz a proposta à classe, oralmente ou por escrito, e a *realização da investigação* é feita pelos alunos individualmente ou em pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e tampouco uma d*iscussão dos resultados*, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado, como defendem Fiorentini *et al*. (2005) para a introdução da Álgebra escolar.

2.5. SABERES DOCENTES

Nossa investigação não pôde se ater somente a classificar as concepções de Educação Algébrica que professores e alunos viessem a desvelar, mas foi preciso observar outros saberes que os professores colocam em prática quando trabalham com ela. Com esse intuito, procuramos identificar, além das concepções, saberes que pudessem nos auxiliar a interpretá-las.

Vários são os autores, como Brito e Alves (2006), Manrique e André (2006), Cunha (2000), Fiorentini *et al*. (1998, 2003), Raboni (2004) e Haruna (2004), que apontam a importância de pesquisas que revelem os saberes docentes, como estes se produzem e se organizam e como são mobilizados nas práticas dos professores. Esses autores relatam que suas pesquisas surgiram não só da necessidade de promover a profissionalização do ensino, mas também como tentativa de definir a natureza dos conhecimentos profissionais que servem de base ao magistério.

As pesquisas nas áreas de formação de professores e de Educação Matemática em relação aos saberes docentes revelam, segundo Jiménez Espinosa *et al*. (2005), uma preocupação que vai além de investigar os saberes que são mobilizados e produzidos na prática profissional: a de que se alcance maior divulgação dos achados e reflexões, de modo que estes sejam incorporados à literatura relativa à formação de professores. Pensamos que tais saberes devam ser partilhados com outros professores e/ou pesquisadores, de modo que a promover reflexões que permitam ampliar ou criticar os saberes que são colocados em prática.

Charlot (2000) considera que não há saber não inscrito em relações de saber, pois toda relação com o saber é também relação consigo mesmo, com o outro e também com o mundo, de um sujeito confrontado com a necessidade de aprender:

> Adquirir saber permite assegurar-se um certo domínio do mundo no qual se vive, comunicar-se com outros seres e partilhar o mundo com eles, viver certas experiências e, assim, tornar-se maior, mais seguro de si, mais independente. (CHARLOT, 2000, p. 60)

Segundo esse autor, a prática é também uma forma de saber. Além disso, afirma que "um saber só continua válido enquanto a comunidade científica o reconhecer como tal, enquanto uma sociedade continuar considerando que se trata de um saber que tem valor e merece ser transmitido" (CHARLOT, 2000, p. 63). Os professores, em sua prática, mobilizam saberes que os colocam em processo de movimento em relação a si mesmos e aos outros que dela participam. Tais saberes necessitam ser reconhecidos e divulgados.

Tardif (2002, p. 196) considera que entre as dimensões do saber existe uma dimensão social fundamental, na medida em que o saber é "justamente uma construção coletiva, de natureza lingüística, oriunda de discussões, de trocas discursivas entre seres sociais".

Dentre as pesquisas que classificam os saberes docentes, destacamos a de Ponte (1992), que, de um ponto de vista “macro” (termo do autor), distingue diferentes tipos de saberes: o científico, o profissional e o comum. O saber científico se caracteriza pelo esforço de racionalização, pela argumentação lógica e pelo confronto com a realidade empírica. O saber profissional é produto de uma acumulação de experiência prática num dado domínio, sendo tanto mais eficaz quanto mais se puder referir a conhecimentos de ordem científica. O saber comum, por sua vez, é de todos o menos exigente, desempenhando porém papel decisivo no processo de socialização, por articular-se com a interpretação das experiências de natureza mais imediata.

Ponte (1992) admite não ser fácil delimitar o componente individual e o coletivo no processo de construção do conhecimento, e considera que nas práticas educativas o segundo componente é decisivo no que se refere aos saberes que podem intervir de forma significativa nas práticas sociais. Para esse autor, as concepções e os saberes têm importante caráter coletivo, “geram-se nas interações interindividuais e a sua evolução é muito marcada pelas dinâmicas coletivas” (p. 10). Admite que no processo de construção do saber existe uma relação interativa entre concepções e práticas, com as primeiras influenciando estas últimas.

Nóvoa (1992) estabelece comparação entre as práticas de formação de professores tomando como referência dimensões individuais e coletivas. Considera que as primeiras podem ser úteis para a aquisição de conhecimento e técnicas, colocando os professores como transmissores de um saber produzido fora da profissão, enquanto as dimensões coletivas contribuem para a “emancipação profissional e para a consolidação de uma profissão que é autônoma na produção dos seus saberes e dos seus valores” (p. 27)

Autores como Nóvoa (1992), Ponte (1992), Perrenoud (2002) e Tardif (2002), entre outros, indicam categorias para análise da prática docente, dentre as quais destacamos as de Tardif (2002), autor que nos leva a refletir sobre os fundamentos epistemológicos do ofício do professor. Em sua obra *Saberes docentes e formação profissional*, esse autor afirma que:

> [...] o saber docente se compõe, na verdade, de vários saberes provenientes de diferentes fontes. Esses saberes são saberes disciplinares, curriculares, profissionais (incluindo os das ciências da educação e da pedagogia) e experienciais. (TARDIF, 2002, p. 33)

Define como saber docente um saber plural, formado pelo amálgama mais ou menos coerente dos saberes oriundos dessas diferentes fontes. Ressalta que existem poucos estudos ou obras consagrados aos saberes profissionais e indica perspectivas para pesquisas sobre o corpo docente quanto a seus saberes. Dentre tais perspectivas, está a de identificar os diferentes saberes que os professores colocam em prática.

A classificação de Tardif (2002) leva em consideração que os professores estabelecem diferentes relações com seus saberes: saberes profissionais, oriundos das ciências da educação e da ideologia pedagógica, transmitidos pelas instituições de formação de professores; saberes disciplinares, correspondentes aos diversos campos do conhecimento que, sob a forma de disciplinas, são transmitidos nos cursos e departamentos universitários, tanto nas faculdades de educação quanto nos cursos de formação de professores; saberes curriculares, que correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita; e saberes experienciais, também chamados de práticos, que são aqueles que emergem da experiência e são por ela validados, incorporando-se à experiência individual e coletiva sob a forma de hábitos e habilidades de saber-fazer e saber-ser.

Para Tardif (2002), o professor ideal é aquele que conhece sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos.

Fiorentini *et al.* (1998) admitem que os textos em educação valem-se comumente dos termos *conhecimento* e *saber* sem distinção de significado, e reconhecem que nem mesmo os filósofos dispõem de um critério claro que os diferencie.

> [O] “conhecimento” aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia; o “saber”, por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de saber e fazer relativos à prática, não possuindo normas rígidas formais de validação. (FIORENTINI *et al.*, 1998, p. 312)

Embora Tardif (2002) não se proponha a fazer tal distinção, observamos que existem algumas diferenças entre suas proposições a esse respeito e as de Fiorentini *et al*. (1998). Tardif (2002), ao usar o termo *conhecimentos*, esclarece que podem ser oriundos das disciplinas da ciência da educação, sugerindo talvez um elo com a produção científica, assemelhando-se nesse ponto ao que Fiorentini *et al*. (1998) identificam como conhecimento. No entanto, quando se refere aos saberes dos professores inclui neles os conhecimentos. Para Tardif (2002), portanto, “conhecimento” é um tipo de “saber”, e ambos estabelecem um saber mobilizado na prática.

Fiorentini *et al*. (1999), em concordância com essa visão de saber da prática pedagógica, conceituam saber docente como :

> [...] saber reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formado por uma teia mais ou menos coerente e imbricada de saberes científicos – oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos – e dos saberes da experiência e da tradição pedagógica. (FIORENTINI *et al.*, 1999, p. 25)

Um dos autores que Fiorentini *et al*. (1998) citam ao referir-se ao saber docente é Shulman (1986)[23], reconhecido internacionalmente por pesquisadores dessa área e que aponta a carência de trabalhos que respondam a questões como: “De onde vêm as explicações dos professores?”, “Como os professores decidem sobre o que ensinar, como representá-lo, como questionar os estudantes a respeito disso e como lidar com problemas de mau entendimento?” — em suma, questões sobre como o conteúdo é ensinado, que perguntas são feitas e que explicações são oferecidas.

Para abordar as complexidades do entendimento e transmissão do conhecimento do conteúdo pelo professor, Shulman busca classificar esse

[23] Todas as traduções de Shulman apresentadas neste trabalho são nossas.

conhecimento, distinguindo, em seu texto *Those who understand: the knowledge growth in teaching*, de 1986, três categorias: conhecimento do conteúdo do assunto a ser ensinado (*subject knowledge matter*), conhecimento do conteúdo pedagógico (*pedagogical knowledge matter*) e conhecimento curricular (*curricular knowledge*). Embora em outros trabalhos o autor proponha outras categorizações, ampliando-as ou reformulando-as, utilizaremos a acima descrita, por ser bastante adotada em pesquisas e por permitir estabelecer um referencial para associar o conteúdo do assunto a ser ensinado nas disciplinas do curso de Licenciatura com os saberes que possam emergir referentes ao conteúdo pedagógico na prática dos professores.

Segundo Shulman (1986), base de conhecimento (*knowledge base*), em ensino, é o corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições de que um professor necessita para atuar efetivamente numa dada situação de ensino. Quanto ao conhecimento do conteúdo do assunto a ser ensinado, que em nosso trabalho são os tópicos algébricos elementares, considera que o professor tem de conhecer a matéria que ensina, para saber o que e como ensinar, além de compreender os processos de sua produção, representação e validação. Nas palavras do autor:

> Os professores devem ser capazes de não somente definir para os estudantes as verdades aceitáveis em um domínio. Eles devem ser capazes de explicar por que uma proposição específica é considerada como verdadeira, por que é importante conhecê-la e como ela se relaciona a outras proposições, tanto dentro da mesma disciplina como fora dela, tanto na teoria como na prática. (SHULMAN, 1986, p. 6)

O autor reconhece que o conhecimento do assunto a ser ensinado não garante, por si só, que este seja ensinado e aprendido com sucesso, sendo necessário que os professores encontrem formas de ensinar.

Acreditamos ser importante que o professor de Licenciatura e o aluno, futuro professor do Ensino Básico, identifiquem os conhecimentos necessários para desenvolverem a Educação Algébrica junto a seus alunos, de modo a saberem o que e como ensinar quanto aos tópicos da Álgebra elementar.

O conhecimento do conteúdo pedagógico não deixa de ser um tipo de conhecimento do conteúdo. No âmbito da Educação e da Educação Matemática, inclui um entendimento sobre como tornar mais compreensíveis aos alunos determinados tópicos, incluindo portanto compreender as idéias errôneas que os alunos possam trazer consigo, frente às quais os professores precisam conhecer estratégias que possam facilitar aos estudantes a reorganização dessas idéias.

Para Shulman (1986), a pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem dos estudantes é um componente importante do entendimento pedagógico do assunto a ser ensinado e deve ser incluída no cerne da definição do conhecimento pedagógico necessário. Destaca que:

> O estudo da compreensão dos erros apresentados pelos estudantes e sua influência no aprendizado está entre os tópicos mais férteis para a pesquisa cognitiva. Estamos reunindo um campo crescente de conhecimento sobre a compreensão dos erros e sobre as condições necessárias em termos de instruções para superar e transformar essas concepções iniciais. (SHULMAN, 1986, p. 8)

Shulman (1986) acredita que os programas de educação para o ensino negligenciam tanto o ensino do conhecimento pedagógico quanto o conhecimento curricular aos estudantes. O conhecimento curricular engloba a compreensão do currículo, que é representado pela ampla variação dos programas elaborados para o ensino e pela variedade de materiais instrutivos disponíveis relacionados a esses programas. Ressalta também que o professor deve conhecer outros aspectos do currículo, como o de relacionar o conhecimento de determinados conteúdos que são mobilizados pelos estudantes nos diversos anos de escolaridade. Destaca esse tipo de conhecimento curricular como particularmente importante para o trabalho de professores do Ensino Médio e Fundamental.

Tanto Tardif (2002) como Shulman (1986) dedicam-se a estudar os saberes docentes que são produzidos e mobilizados nas práticas de professores.

Tardif (2002) destaca a pluralidade e a heterogeneidade dos saberes profissionais que provêm de diversas fontes, saberes esses que parecem ter uma relação de exterioridade com o corpo docente, pois as universidades assumem as tarefas de produção e de legitimação dos saberes científicos e pedagógicos. Das tentativas do professor de transformar suas relações de exterioridade com os saberes em relações de interioridade com sua prática, surgem os saberes experienciais:

> Os saberes experienciais não são saberes como os demais; são, ao contrário, formados de todos os demais, mas retraduzidos, "polidos" e submetidos às certezas construídas na prática e na experiência. (TARDIF, 2002, p. 54)

Shulman (1986) mostra interesse em investigações sobre a compreensão cognitiva dos conteúdos das matérias ensinadas e das relações entre os conteúdos e o ensino que os docentes proporcionam a seus alunos.

2.5.1. Algumas pesquisas sobre saberes de professores

Santos (2005) investiga como está sendo trabalhado o conteúdo matemático da Educação Básica e o modo como coordenadores de cursos compreendem as articulações entre os conteúdos matemáticos ensinados na Licenciatura e aqueles que serão futuramente ensinados pelos licenciados. Também investiga como os alunos de Licenciatura se posicionam frente a sua própria formação para ensinar Matemática. O pesquisador detecta existir uma grande dificuldade em discutir a abordagem desses conteúdos sem atrelá-la à idéia de revisar conteúdos.

Ao considerar as categorizações de Shulman (1986), Santos (2005) aponta que em relação ao *conhecimento didático do conteúdo* não há uma abordagem adequada, e supõe que isso se deva ou ao excesso de teoria e exigüidade de prática ou à separação entre Matemática e didática, ou seja, a abordagem depende da competência do docente que trabalha com tal conhecimento. Quanto ao *conhecimento curricular* da disciplina, foram poucos os comentários obtidos dos alunos de Licenciatura pesquisados, o que o autor atribui possivelmente à falta de clareza destes a respeito de currículos. Em relação ao conteúdo da disciplina, os alunos mostraram insegurança diante dos tópicos elementares do Ensino Básico.

Nos depoimentos dos coordenadores entrevistados sobre o *conhecimento do conteúdo*, o autor identifica que estes consideraram que o futuro professor deve compreender a disciplina que ensinará, embora não tenham deixado claro se tais conteúdos devam ser compreendidos a partir de diferentes perspectivas, com estabelecimento de relações entre os vários tópicos do conteúdo disciplinar e entre a disciplina ministrada e outras áreas de conhecimento. Em relação ao conhecimento do currículo, os coordenadores apontaram somente as ementas da disciplina 'Prática de Ensino de Matemática II', em que identificaram alguns tópicos desse tipo de conhecimento, e mesmo assim somente quanto ao currículo de Educação Matemática. Quanto ao conhecimento didático do conteúdo da disciplina, os coordenadores fizeram comentários em que demonstraram desenvolver aspectos de racionalidade técnica. Discorreremos a seguir sobre isso, recorrendo a outros autores.

Tais aspectos de racionalidade técnica são também apontados nos cursos de Licenciatura investigados por Gonçalves e Gonçalves (1998):

> Os cursos de licenciatura, como os demais cursos das universidades brasileiras, seguem, de modo geral, o modelo da "racionalidade técnica" [...], pelo qual as disciplinas de conteúdos específicos são ministradas antes daquelas de cunho pedagógico, em momentos distintos do curso e, via de regra, ficando a parte prática ao final dele, quando a maioria dos conteúdos teóricos já foi estudada. (GONÇALVES; GONÇALVES, 1998, p. 114)

Haruna (2004), ao pesquisar de que modo os formadores de professores de Matemática entendem a construção dos saberes docentes, constatou que os 12 professores de Licenciatura que entrevistou não se preocupavam, em sua maioria, com a criação de disciplinas que integrassem as matérias de conteúdo específico com as de conteúdo pedagógico e consideravam que a responsabilidade por essa transposição estaria sob a responsabilidade dos professores da área pedagógica.

Tanto Gonçalves e Gonçalves (1998) quanto Haruna (2004) indicam que os professores de Licenciatura pesquisados que trabalham com o conhecimento específico do conteúdo não se sentem responsáveis pelo desenvolvimento do conhecimento pedagógico do futuro professor de Matemática. Fiorentini (2004), porém, afirma que:

> A maioria dos professores de Cálculo, de Álgebra, de Análise, de Topologia etc. acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos. Eles, geralmente, não percebem ou não têm consciência que ensinam também

> um jeito de ser professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação com a matemática e de ensiná-la, aprendê-la e avaliar sua aprendizagem. (FIORENTINI, 2004, p. 5)

Constata-se, assim, que muitos dos professores da Licenciatura não percebem que por trás de sua ação pedagógica ensinam muito mais do que pensam ensinar. Segundo Fiorentini (2004), o futuro professor não só aprende Matemática com os formadores de professores, mas internaliza também um modo de concebê-la e de tratá-la, além de crenças e valores.

Brito e Alves (2006), com o intuito de analisar a reformulação dos saberes da tradição pedagógica, dos saberes disciplinares e dos saberes curriculares de licenciandos em Matemática, investigaram por meio de questionário quais seriam as concepções destes acerca da Matemática e de seu ensino e, a partir das respostas, organizaram o desenvolvimento da disciplina 'Didática da Matemática', oferecida no 5.º semestre do curso pesquisado. Tinham como objetivo maior levar os alunos a refletir a respeito de suas concepções relativas à Matemática, ao ensino e à aprendizagem, pois acreditavam que estes poderiam alterar suas concepções de modo a construir saberes docentes necessários a sua futura prática docente.

Para desenvolverem seu trabalho, propuseram aos alunos situações didáticas tais como escrita de texto sobre suas concepções, pesquisa sobre o conhecimento matemático utilizado em situações extra-escolares, elaboração de planos de aula, leitura e discussões, análise de livros didáticos.

Dentre as conclusões parciais essas autoras, destacamos alguns pontos de nosso interesse:

– Os licenciandos passam de uma concepção de aprendizagem como resultado de realizar exercícios para outra que coloca a importância de os alunos formularem eles mesmos os conceitos.
– Os licenciandos refletem sobre a importância da interação entre professor e aluno no processo educativo e sobre o papel ativo do aluno em sua aprendizagem.

– Em relação aos saberes curriculares, os alunos revelaram dúvidas acerca dos conteúdos que são trabalhados na 7.ª série do Ensino Fundamental.

As autoras concluem que as situações que criaram durante a disciplina colaboraram para a reelaboração dos saberes docentes pelos futuros professores, porém fazem uma ressalva em relação aos saberes curriculares, pois para a reelaboração destes acreditam que seria necessária a vivência em situações de sala de aula e algum tempo de docência. Consideram portanto, que houve mudança nas concepções que compõem tanto os saberes disciplinares quanto os da tradição pedagógica, embora essa reelaboração não tenha sido igual para todos os alunos do grupo. Atribuem isso ao fato de que cada um dos alunos possuía conhecimentos anteriores diferenciados e construía diferentemente seus novos conhecimentos.

Trabalhos como de Brito e Alves (2006) nos levam a vislumbrar a possibilidade tanto de mudanças de concepções dos licenciandos como de incorporação de novos saberes em relação à prática docente. Tal processo passa pela fase de identificar quais são as concepções dos estudantes e criar atividades para que tais concepções sejam discutidas com os licenciandos de modo que estes as identifiquem e socializem, manifestando-se assim a necessidade de um trabalho coletivo que possa gerar novos saberes.

Entretanto, essas pesquisadoras identificam existir saberes que deverão ser incorporados com a vivência dos licenciandos em sala de aula, o que nos leva a concluir que para a formação dos saberes dos professores devem ser também levados em conta os experienciais, confirmando a necessidade de se estudar não só a formação inicial, mas também a continuada, de modo que se desenvolvam trabalhos não somente junto a licenciandos, como o de Brito e Alves (2006), mas também entre professores da Educação Básica, assim como professores dos cursos de Licenciatura.

Não iremos aqui esgotar um levantamento das pesquisas sobre saberes de professores, pois são muitas. Elas oferecem sugestões de trabalhos com professores nos diversos segmentos de ensino e identificam saberes que tais docentes colocam em prática, porém não identificamos entre elas as que relacionassem os saberes de professores de Licenciatura em Matemática, a partir de seus discursos, com suas práticas referentes a tópicos algébricos elementares.

Apontaremos, porém, algumas outras pesquisas no decorrer de nossas análises, com o intuito de comparar nossos achados com outros disponíveis na literatura.

CAPÍTULO III

OS CENÁRIOS E OS ATORES DA PESQUISA

Neste capítulo descreveremos onde foi realizado o estudo de caso e como foram feitas nossas escolhas diante do cenário que encontramos. Em seguida, mostraremos características dos atores eleitos para as entrevistas e também de alguns outros alunos e professores com quem tivemos contato durante o tempo em que permanecemos na universidade escolhida.

3.1. NOSSO CONTEXTO DE PESQUISA

Fizemos as seguintes escolhas: da universidade, das disciplinas, dos sujeitos, dos cadernos e das avaliações dos alunos. Para isso estabelecemos alguns critérios que julgamos ser de grande importância para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Nessas escolhas nem sempre pudemos seguir o que previamente havíamos planejado, pois existiram mais dificuldades do que havíamos previsto, como, por exemplo, escolher alunos voluntários que tivessem atuando no magistério e com tempo disponível para serem entrevistados. Em sua maior parte, os alunos trabalhavam em período integral; à noite freqüentavam o curso na universidade; não tinham tempo extra disponível.

Nos parágrafos a seguir descreveremos as razões de nossas escolhas e exporemos as categorias de escolha que criamos para alcançar os objetivos da pesquisa.

O estudo de caso foi realizado em uma universidade com a qual não temos vínculos, localizada em uma cidade do estado de São Paulo. Nessa instituição o curso de Licenciatura em Matemática é oferecido somente no período noturno e tem duração de quatro anos (oito semestres). O curso de Licenciatura em Matemática é ministrado desde 1993.

A cidade congrega quatro universidades que oferecem cursos de Licenciatura em Matemática, todos noturnos. Nelas existe certo movimento em Educação Matemática, sendo promovidas algumas ações de ensino e pesquisa nesse campo. Tais instituições mantêm em seus quadros pesquisadores em Educação Matemática que ministram aulas em cursos de Licenciatura.

Dos quatro cursos de Licenciatura em Matemática de que a cidade dispõe, há dois em que a pesquisadora mantém contato com professores que atuam em outras universidades ou com alunos de pós-graduação da PUC-SP; o terceiro curso teve início somente em 2003 e portanto seu corpo docente ainda está sendo formado, o que limitaria nossa compreensão dele como um todo. Optamos, então, pelo único curso com cujos profissionais a pesquisadora não havia ainda tido contato, como demanda a metodologia de estudo de caso.

Quando nos apresentamos ao coordenador desse curso, este se dispôs a oferecer-nos condições para o desenvolvimento da pesquisa na instituição, mostrando interesse em participar e expressando que a investigação poderia contribuir para reflexões tanto dele próprio quanto dos quadros docente e discente, na busca de qualidade de ensino na instituição.

3.2. OS ATORES DA PESQUISA

Ao longo das próximas seções, usaremos nomes fictícios para designar os alunos, professores e coordenador, a fim de preservar sua privacidade. Todos os dados apresentados (idade, ano freqüentado, disciplinas ministradas) referem-se à época de realização das entrevistas.

Nosso primeiro contato com a instituição foi o que estabelecemos com o coordenador Carlos, que também é professor do curso de Licenciatura em Matemática. Para tanto, foi agendado um encontro em que lhe expusemos nosso interesse em fazer uma pesquisa no curso. Como resultado desse encontro, ele expressou sua concordância com a investigação e solicitou que o mantivéssemos a par do que ocorresse durante o processo de pesquisa.

Nossa decisão de incluir o coordenador do curso entre os sujeitos da pesquisa adveio das entrevistas com alunos e professores, pois as professoras Aline e Beatriz, desse curso, referiram-se diversas vezes, ao serem entrevistadas, às sugestões e ponderações do coordenador diante das escolhas que faziam em suas práticas e atividades docentes. Os alunos, por sua vez, o procuravam com freqüência para conversar sobre o próprio aprendizado e sobre o relacionamento professor–aluno. Portanto, consideramos que entrevistá-lo seria fundamental para compreendermos as relações explícitas e implícitas que se estabelecem entre os indivíduos eleitos para esta pesquisa e também para apreendermos a influência do coordenador nas escolhas que os professores fazem, assim como para entendermos como se processam as relações pessoais entre professores, alunos e instituição e as dificuldades que nelas se manifestam.

3.2.1. O coordenador do curso de Licenciatura em Matemática

Carlos – Professor da disciplina ‘Física’ no curso de Licenciatura em Matemática desde 1993, quando ministrou a aula inaugural do curso, fato que relata com muito orgulho. Assumiu a coordenação em 2000. Desde o ano de sua entrada no curso, lecionou ‘Mecânica’ e ‘Eletricidade’ em Física; ‘Funções de Variáveis Complexas’, que continua ministrando até hoje; e ‘Métodos de Matemática Aplicada’ (Cálculo aplicado). Em outros cursos que não o de Licenciatura, lecionou em Engenharia ‘Cálculo’ e ‘Estatística’; em Administração, ‘Matemática para Administradores’; no curso de Telecomunicações, ‘Matemática’. Formado em Física desde 1983, já lecionava nesse ano. No Ensino Médio e no Fundamental teve experiência de lecionar Física e Matemática em várias escolas públicas e privadas do Rio de Janeiro desde 1974. Depois, até 2000, lecionou no Ensino Médio no Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo (CEFET-SP). Fez cursos de especialização em Engenharia de Telecomunicações. Concluiu Mestrado em Física no Instituto

Tecnológico de Aeronáutica (ITA) em 1989. Atualmente é professor de 'Geometria Analítica' no 4.º semestre (2.º ano) do curso, de 'Funções de Variáveis Complexas' no 3.º e 4.º anos e de 'Métodos de Matemática Aplicada' no 4.º ano.

O coordenador Carlos mostra ter um carinho muito grande pelo curso de Licenciatura e afirma:

> Eu gosto de dar aula no curso de Licenciatura, eu acho que vivo muito a questão da aula, está na minha cabeça o tempo todo, às vezes estou em casa e estou pensando no que vou fazer, no que vou escrever. Fisicamente só estou aqui à noite, mas no fundo estou o dia inteiro vendo onde está acontecendo alguma coisa, onde vai acontecer, se tem alguma notícia; sempre estou procurando estar envolvido com o que acontece, para procurar estar levando notícia para o aluno, motivar. Diz que ninguém motiva ninguém, mas dá um empurrãozinho. (Coordenador Carlos)

Esse coordenador procura trazer para seus professores as provas de ENEM, SARESP e SAEB, bem como outras informações, obtidas na Internet, que julga serem úteis para o desenvolvimento profissional tanto deles quanto dos alunos do curso. Encaderna esses materiais e os faz circular entre os professores, de modo que estes aponham um visto de ciência de seu conteúdo, e pede que comentem sobre eles em sala de aula.

Embora o coordenador Carlos selecione documentos relevantes para a formação de professores, afirma que tem lido trabalhos citados pelo Ministério da Educação e do Desporto (MEC) que apontam a má qualidade atual do ensino e a necessidade de melhorias, mas diz que não teve acesso a nenhuma pesquisa sobre Educação Matemática, nem a dissertações ou teses nessa área, o que nos faz concluir que, mesmo preocupando-se em trazer aos professores algo que os auxilie e os informe, desconhece quais os benefícios que as pesquisas na área de Educação Matemática podem proporcionar para o curso de Licenciatura em Matemática.

3.2.2. Aline, professora do 1.º ano do curso

De início, selecionamos para entrevista os quatro professores do 1.º semestre do curso cujas disciplinas apresentavam conteúdos ligados aos do Ensino Básico.

A primeira professora contatada, Aline, pareceu-nos dispor de extenso conhecimento dos alunos do curso de Licenciatura, pois não só comentava sobre as características de cada classe, como também identificava seus integrantes pelo nome. A professora colocou-se à disposição para qualquer ajuda de que precisássemos.

Aline – Professora do 1.º ano de Licenciatura nas disciplinas 'Fundamentos da Matemática', 'Matemática Elementar' e 'Estágio Supervisionado' e responsável pela organização dos trabalhos de conclusão de curso (TCCs). Formada em Matemática por uma universidade particular em 1977, logo em seguida fez cursos de especialização em Álgebra na USP, que ela considera os mais importantes, e um em Geometria na mesma instituição, pois sua intenção era fazer Mestrado em Álgebra. No entanto, como relata, aconteceram muitos fatos em sua vida pessoal que a afastaram desse objetivo. Passou a trabalhar, desde então, como professora na rede estadual e conseguiu sua aposentadoria em 2004. Trabalha também como professora concursada na rede municipal de ensino. Durante esse tempo concluiu uma especialização em Metodologia do Ensino Superior em uma das universidades da região em que reside e um curso de Pedagogia com ênfase em Administração Escolar, seguido de Supervisão Escolar. Essa professora relata que sempre gostou muito de estudar, mas teve poucas oportunidades, pois reside a grande distância de qualquer universidade. Antes de lecionar para o 1.º ano da Licenciatura em Matemática, ministrava aulas da disciplina 'Álgebra' ao 2.º ano do mesmo curso. Segundo ela, foi deslocada para o 1.º ano para as disciplinas acima referidas pois nessas havia alto índice de reprovação de alunos e a universidade julgava que, por trabalhar paralelamente com o Ensino Médio em escolas públicas, ela compreenderia melhor o perfil dos alunos ingressantes e conseguiria lidar com as dificuldades por eles vivenciadas e amenizá-las. Aline trabalha com Licenciatura em Matemática desde 1995 e nunca lecionou em outros cursos superiores, mas é professora atuante no Ensino Médio e Fundamental desde 1977 e relata o fato com muito orgulho.

Ela nos salientou que os alunos do 1.º ano têm dificuldades para expressar-se e que talvez fosse mais prático colher pareceres de alunos do 2.º ano que dispunham de bom conhecimento sobre os do 1.º. Sugeriu para isso três nomes: os dos alunos Gilberto, Hugo e Ígor. Considerou que seria melhor começar com esses três e explicou-nos que, ademais, o diálogo com eles seria mais fácil, por terem bom poder de comunicação. A princípio acatamos a sugestão dessa professora, para depois também fazermos outras escolhas.

3.2.3. Gilberto, Hugo, Ígor, Luís e João, alunos do 2.º ano do curso

Gilberto e Ígor ofereciam atendimento no Plantão de Dúvidas aos alunos do 1.º ano e Hugo sempre era muito requisitado pelos colegas para sanar dúvidas, tanto nos corredores quanto durante as aulas.

Gilberto – Tem 49 anos e concluiu o Ensino Médio em 1974. Cursou Licenciatura em Ciências, concluída na década de 1980, e Engenharia Elétrica durante quatro anos (curso não concluído). É professor atuante em escolas particulares de 5.ª a 8.ª séries há 24 anos. Sua intenção ao cursar Licenciatura em Matemática foi a de ter mais opções de trabalho em escolas, tanto da rede pública como da privada.

Outro aluno com que tivemos contato foi Ígor, que além da entrevista proporcionada, sempre vinha a nosso encontro e se mostrava disposto a conversar quando estávamos na instituição. Nesses encontros foi possível coletar muitas informações importantes para nossa pesquisa.

Ígor – Tem 45 anos de idade e concluiu o Ensino Médio em escola pública em 1978. Logo em seguida cursou dois anos de Bacharelado em Matemática, mas não o terminou. Depois dedicou-se profissionalmente a outras atividades e em 2003 resolveu retornar à universidade como aluno do curso de Licenciatura em Matemática, pois estava atuando como professor em escolas preparatórias (cursinhos) para as Forças Armadas havia um ano e identificou-se profissionalmente como professor de Matemática. Ao ingressar na Licenciatura, pediu dispensa de algumas disciplinas, por já as haver cursado no Bacharelado, mas não conseguiu a dispensa de disciplinas básicas como ‘Fundamentos da Matemática’, ‘Geometria Plana’, ‘Matemática Elementar’, ‘Probabilidade’ e ‘Geometria Espacial’, que não constavam no currículo do Bacharelado em Matemática que cursara.

Ocorreu um episódio muito interessante com esse aluno depois da entrevista. Como no decorrer dela tínhamos em mente um referencial teórico que procurava caracterizar concepções de Álgebra e esse aluno não compreendia muitas das expressões que utilizávamos — como Aritmética Generalizada, Álgebra e Pensamento Algébrico —, mostrou-se muito incomodado com isso no término da entrevista. No dia seguinte, ligou para nos dizer que por fim entendia do que falávamos e começou, ao telefone, a relatar sobre vários temas que havíamos abordado, para os quais até então não havia atribuído nenhum significado, o que o levou a pesquisar sobre o assunto em livros e na Internet. Tais relatos são apresentados no Capítulo IV.

Hugo – Tem 20 anos de idade e concluiu o Ensino Médio (Magistério) em 1999, em escola pública. Embora não lecione em uma instituição, é professor particular de Matemática desde que ingressou no curso de Licenciatura em Magistério (Ensino Médio), há seis anos. Tem muitos alunos particulares, atividade de que tira sua renda para pagar a faculdade. Agendar uma entrevista com esse aluno foi trabalhoso, pois tinha todo o seu dia ocupado por aulas particulares ministradas a alunos de 1.ª a 8.ª séries e em preparatórios para concursos. Seus horários nas semanas da pesquisa estavam tomados das 8 h até as 17 h 30 min, a ponto de chegar à faculdade todos os dias com alguns minutos de atraso. Para que a entrevista se realizasse, desmarcou uma de suas aulas. É considerado um excelente aluno, tanto pelos colegas como pelos professores, e por isso os colegas de sala o apelidaram de “Geninho”.

Na entrevista com esse aluno percebemos que conseguir fazer boa apresentação de suas idéias. Valia-se de poucas palavras, mas usava-as de forma bem compreensível, sendo portanto sucinto e claro.

Os alunos do 2.º ano comentaram em suas entrevistas que o aluno Hugo tem um caderno bem organizado, em que anota todas as observações feitas pelos professores. Assim, elegemos o caderno desse aluno para analisarmos as atividades desenvolvidas em sala de aula, pois seria uma maneira de podermos confrontar o que professores e alunos relatam em suas entrevistas. Ele nos forneceu seu caderno de 1.º ano das disciplinas que havíamos selecionado, no qual constam também as atividades propostas pelos professores no ano letivo de 2003.

Os outros dois alunos do 2.º ano entrevistados, João e Luís, foram indicações dos outros três colegas de sala. Ambos eram professores e se colocaram a nossa disposição.

João, ao ouvir os colegas conversarem sobre o trabalho que desenvolvíamos, sentiu-se motivado a participar da pesquisa e concordou em nos oferecer seu depoimento. Como João era voluntário e professor atuante na rede pública de ensino, julgamos que seria uma boa escolha para compor o rol de entrevistados do 2.º ano de Licenciatura.

João – Concluiu o Ensino Médio em 1997 em escola pública, tem 25 anos de idade e atua há um ano como professor substituto na rede estadual no Ensino Fundamental e Médio. É considerado pelos três primeiros entrevistados como bom aluno, por estar cursando o 4.º semestre desse curso e não haver ficado em dependência[24] em nenhuma disciplina até então. Pareceu ser bem descontraído em sua maneira de se expressar, sempre alegre, expondo não só pontos que julgava positivos em si como professor ou aluno, mas também negativos, fornecendo-nos assim um bom material para análise.

O último aluno do 2.º ano a ser entrevistado foi Luís, que é reconhecido por dispor de poder de comunicação muito bom, por ser entusiasmado com o curso e com a profissão de professor e por ser um aluno que, desde seu ingresso na Licenciatura, mostrou aos colegas e professores um grande crescimento em seus

[24] Designa-se por dependência a situação em que o aluno, não tendo alcançado nota mínima em uma disciplina, pode tornar a cursá-la em semestre subseqüente. Em algumas instituições, as exigências para freqüência e aprovação em disciplinas de dependência diferem das de disciplinas ministradas como parte da grade normal.

conhecimentos matemáticos, evidenciado tanto em suas notas como em seus posicionamentos em diversos momentos durante as aulas.

Luís – Tem 42 anos, retomou os estudos em 2000, depois de muito tempo afastado das escolas, e terminou o Ensino Médio (supletivo) em 2001. Leciona há um ano na 8.ª série do Ensino Fundamental em escola pública. Ingressou na Licenciatura em 2002, teve muitas dificuldades ao trabalhar com conceitos algébricos elementares. — o que já nos havia sido mencionado pelos alunos Gilberto e Ígor, entrevistados anteriormente —, mas parece conseguir superá-las no decorrer do 1.º ano. Reconhecido por Gilberto e Ígor como sendo pessoa de um carisma muito grande, Luís expressa-se com muita clareza, e mostrou tal habilidade quando a sala foi convidada pela universidade para um encontro de final de ano no qual foi representante da sala em uma gincana. A reitora da universidade impressionou-se com sua forma de colocar as idéias e procurou saber quem era o aluno. Tal episódio teve como conseqüência o oferecimento de uma bolsa de estudos proveniente de parceria entre o governo estadual e a universidade. Trabalha nos finais de semana em uma escola do estado e consegue, com isso, a bolsa de estudos para o curso de Licenciatura em Matemática.

3.2.4. Mariana, Nadir e Odete, alunas do 1.º ano do curso

As entrevistas realizadas com os primeiros três alunos do 2.º ano nos permitiram escolher a primeira entrevistada do 1.º ano desse curso. Indicaram-nos a aluna Mariana, por ser a representante da turma, ter boa comunicação com os alunos da sala e estar sempre presente nos Plantões de Dúvidas, tanto trazendo perguntas quanto ajudando a esclarecer as dos colegas.

Mariana – Cursou o Científico, atual Ensino Médio, em escola particular em 1957. Tem 62 anos de idade. Nos anos 1970, cursou um semestre de Licenciatura em Ciências. Antes de iniciar a atual Licenciatura em Matemática, não voltara a estudar, mas sempre ministrou aulas particulares a alunos do Ensino Fundamental. É representante, eleita pelos colegas de classe, do 1.º ano do curso de Licenciatura.

Essa aluna, do 1.º ano de 2004, ofereceu o caderno das disciplinas referentes ao primeiro semestre do 1.º ano do curso, que julgamos ser importante para detectar mudanças de atividades ou confirmar preferências do professor apresentadas aos alunos, o que seria possível ao compararmos esse caderno com o do ano anterior, do aluno Hugo.

Mariana, por sua vez, indicou alguns de seus colegas. A princípio gostaríamos que estes já atuassem como docentes, mas sendo necessário que também fossem voluntários a participar da pesquisa, tivemos dificuldade de escolha, dentre os poucos da sala que atendiam aos dois quesitos. Portanto, nossas escolhas de participantes do 1.º ano basearam-se em outros critérios, que descreveremos a seguir. Optamos por entrevistar a própria aluna Mariana, por ela conhecer bem sua turma, por ser participante voluntária e por ser professora particular.

Já vínhamos percorrendo os corredores e algumas salas dessa instituição durante dois meses e conversando informalmente com vários alunos, quando percebemos que a professora Aline tinha razão em suas observações: era mais fácil conversar com os alunos do 2.º ano do que com os do 1.º, pois estes sempre mostravam certo receio de se expor; tinham dificuldade em se expressar; suas frases pareciam sempre truncadas. A princípio acreditamos que fossem tímidos, mas com o passar do tempo atribuímos essa característica a uma grande dificuldade de expressar em palavras o próprio pensamento. Também eram muitas as reclamações que faziam sobre os professores, suas avaliações e suas notas, dando-nos a impressão de que estavam sendo ameaçados por uma avalanche de cobranças com que não estavam acostumados. Tais reclamações, porém, eram as únicas frases que a maioria deles conseguia expressar com clareza.

Outra entrevistada foi Nadir, por ser uma aluna que, segundo Mariana, tinha muitas dificuldades no aprendizado, estando sempre presente nos Plantões de Dúvidas e formulando muitas questões aos professores durante as aulas, mas que mesmo assim não conseguia melhorar seu rendimento escolar, pois continuava a obter notas baixas nas provas.

Nadir – Tem 29 anos de idade e concluiu Ensino Médio em forma de Supletivo em escola particular em 2002. O Ensino Fundamental também havia sido concluído em Supletivo. Tem como sonho ser professora de Matemática. Está em dependência em quatro disciplinas do 1.º semestre: 'Fundamentos da Matemática', 'Geometria Plana', 'Probabilidade' e 'Introdução ao Cálculo'.

Na entrevista com Nadir foi difícil tentar manter em mente nossas questões de pesquisa. Embora essa aluna falasse bastante, era-lhe difícil formular frases completas, com sentido suficiente para podermos compreendê-la. Em determinados momentos da entrevista, deixamos que ela conduzisse a conversa, enquanto questionávamos o que falava, sem procurar desviá-la de sua escolha de palavras. Em outro capítulo discutiremos trechos de sua fala para melhor elucidar essa observação.

Destacamos que, nessa universidade, em média 10% dos alunos que ingressaram na Licenciatura em Matemática nos últimos cinco anos são oriundos de cursos supletivos, como é o caso de Nadir. Essa aluna comenta que alguns dos colegas de sala expressam as mesmas dúvidas e informa que muitos deles estão cumprindo três ou quatro dependências do 1.º semestre. Levantamos aqui um fato que ocorre com muita freqüência no 2.º semestre desse curso de Licenciatura: há um grande número de alunos em dependência de disciplinas do 1.º semestre. Essa universidade oferece a dependência no período que antecede o início das aulas diárias do curso, isto é, das 18 h às 19 h. Para que alunos cursem as dependências, formam-se classes especiais.

Os professores com que conversamos têm conhecimento do perfil dos alunos que ingressam no curso de Licenciatura e afirmam que muitos parecem ter as mesmas características apresentadas por Nadir e observadas por nós. A posição de cada um sobre esse fato será comentada ao analisarmos suas entrevistas.

Percebemos que alguns dos alunos do curso vivenciam poucas dificuldades. Em outros, porém, a dificuldade é extrema, como ocorre com Nadir. Acreditamos que alunos como ela sejam um grande desafio para a instituição e para os professores, cuja missão é torná-los professores de Matemática.

Odete foi outra indicação de Mariana, que incluímos nas entrevistas por ter notas altas e por haver terminado o Ensino Médio e logo ingressado na faculdade, aspecto este que contrasta com o das outras duas entrevistadas. Consideramos também que ao entrevistar uma aluna considerada mais fraca e outra que não mostrasse dificuldades estaríamos coletando uma melhor amostra dos alunos da sala, do que se nos ativéssemos a apenas com uma delas.

Odete – Tem 19 anos, sempre estudou em escolas públicas e concluiu o Ensino Médio em 2002. Não está lecionando, mas pretende no ano seguinte ingressar como professora substituta em escolas públicas estaduais. Afirma isso com muita certeza, tomando como base seus colegas de curso no 2.º ano, pois todos os alunos que procuraram dar aulas em escolas públicas, segundo ela, foram absorvidos pela rede ensino. Odete é considerada boa aluna tanto pelos professores como por colegas de sala, não tem nenhuma dependência do 1.º semestre, não trabalha e tem tempo para se dedicar aos estudos.

Tentamos contato com outros alunos do 1.º ano, que porém faltaram às diversas entrevistas que foram agendadas. O maior número de faltas aconteceu durante o mês de novembro. Muitos justificavam a ausência por estarem estudando para as avaliações que ocorreriam em grande parte desse mês.

3.2.5. Beatriz, professora do 1.º ano do curso

A professora Beatriz foi entrevistada por ministrar quatro disciplinas do curso, fato este que a mantém em contato com uma mesma turma durante dois anos. Acreditamos que, com isso, ela tenha oportunidade de conhecer mais profundamente seus alunos. Além disso, todas as disciplinas que ministra têm estreita relação com os conhecimentos algébricos elementares. A professora concordou em participar da entrevista.

Beatriz – É professora das disciplinas ‘Introdução ao Cálculo’, ‘Cálculo Diferencial’ e ‘Calculo Numérico’ no 1.º semestre e ‘Programação Linear’ no 2.º semestre. De nacionalidade portuguesa, concluiu o curso de Engenharia Civil em 1977 em Lisboa, onde recebeu também toda sua formação de Ensino Básico. Ao chegar ao Brasil em 1979, dedicou-se a outras atividades que não o magistério. Na década de 1980 cursou Licenciatura em Matemática e também concluiu o Mestrado em Educação na própria universidade em que realizamos nossa pesquisa, Mestrado esse que aguarda o reconhecimento pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Leciona no curso de Licenciatura em Matemática há dez anos, embora tenha já ministrado outras disciplinas, além das mencionadas. A maior parte de sua carreira docente foi desenvolvida em cursos superiores fora da Licenciatura em Matemática, com as mesmas disciplinas. Nunca trabalhou com alunos do Ensino Médio e sua experiência com o Ensino Fundamental foi breve, de somente um semestre com a 5.ª série, logo depois de formada. Não gostou de trabalhar com a Educação Básica e afirma que não tem perfil para esse desafio. Mostra interesse em ministrar aulas da disciplina 'Geometria Analítica' e lamenta que no curso de Licenciatura ainda não tenha tido essa oportunidade.

3.2.6. Pedro, professor de Álgebra do curso

Pedro foi o último professor a ser entrevistado. Sua entrevista, que foi de difícil agendamento, ocorreu fora da instituição, em outra universidade em que também trabalha.

Pedro – Professor de Álgebra do curso. Formado em Engenharia Elétrica em 1978, atuou nessa área até 1982, dedicando-se em seguida à informática, até 1994. Em 1991 começou a dar aulas de informática, mas seu desejo era passar para "as matemáticas" (palavras enfatizadas por ele). Atua como professor do curso de Licenciatura em Matemática desde 1996, ministrando ao 4.º ano a disciplina 'Aplicações de Informática no Ensino da Matemática'. Em 1999 ministrou ao 1.º ano do mesmo curso a disciplina 'Fundamentos da Matemática Elementar', trocando-a em 2003 por 'Álgebra', troca essa efetuada com a professora Aline. Para ele, a substituição foi possível devido à experiência de trabalho da professora Aline com o Ensino Fundamental e Médio, que possibilitou a ela dispor de um perfil mais adequado ao trabalho com os alunos do 1.º ano, enquanto ele, em sua experiência como professor, se limitara basicamente ao Ensino Superior. No 2.º semestre de 2004, o rol das disciplinas ministradas no curso de Licenciatura em Matemática aumentou, levando-o a assumir também a disciplina 'Álgebra Linear', do 3.º ano. Como ele mesmo diz, para completar "a salada de frutas", ministrou 'Desenho Geométrico' a partir do 1.º semestre de 2005. É mestre em Educação Matemática, título esse obtido em 1999, pela PUC-SP. Antes havia cursado uma pós-graduação *lato sensu* em Matemática educacional na Universidade São Judas, em São Paulo, em 1995. Hoje é aluno de Doutorado na USP, na área de Engenharia.

3.2.7. Outros atores do curso

Tivemos contato com outros dois professores, sem porém entrevistá-los. Um deles foi a professora Elisabete, que já não pertencia ao quadro de professores da instituição quando tentamos marcar uma entrevista. Tivemos, porém, a oportunidade de colher informações valiosas sobre sua prática educativa, as quais relataremos em outro capítulo. Outro foi o professor Francisco, que não tinha horários disponíveis para entrevista, mas com o qual pudemos manter algumas conversas rápidas durante os intervalos de aula. Os diálogos que tivemos com ele nos foram úteis para colhermos algumas informações pertinentes a nosso objeto de pesquisa.

Elisabete – Professora do 1.º ano do curso, em que ministra as disciplinas 'Geometria Plana' no 1.º semestre e 'Geometria Espacial' no segundo. No 2.º ano, ministra 'Desenho geométrico' no 3.º semestre e 'Geometria descritiva' no 4.º semestre.

Francisco – Professor do 1.º ano do curso, ministrando as disciplinas 'Probabilidade' no 1.º semestre e 'Estatística' no segundo.

3.2.8. Algumas avaliações em disciplinas do curso

Algumas das avaliações que haviam sido aplicadas a alunos nos foram apresentadas pelos próprios professores das disciplinas ‘Fundamentos da Matemática’, ‘Matemática Elementar’, ‘Introdução ao Cálculo’, ‘Funções de Variáveis Complexas’ ‘Álgebra I’ e ‘Álgebra II’. Tivemos acesso às demais entrando em contato com dois alunos do 2.º ano que não quiseram participar das entrevistas, mas que nos trouxeram suas avaliações referentes ao 1.º ano do curso. Comentaremos algumas delas no decorrer deste estudo e também transcreveremos algumas na íntegra nos Anexos A, B e C.

3.2.9. Algumas observações sobre nosso contexto de pesquisa

Em todas as entrevistas os alunos de Licenciatura foram unânimes em referir-se a Aline e Beatriz como excelentes professoras. Também expuseram reclamações sobre alguns professores, que não identificaremos aqui, mas em nossas análises faremos uso de alguns desses relatos de alunos por permitirem esclarecer sobre saberes que estes parecem haver incorporado por influência do comportamento didático-pedagógico desses professores.

Nossa seqüência de contatos foi:

- **Coordenador** Carlos (também professor de ‘Funções de Variáveis Complexas’ e ‘Física’);
- **Professora** Aline (‘Fundamentos da Matemática’, ‘Matemática Elementar’ e ‘Prática de Ensino’);
- **Alunos do 2.º ano** Gilberto, Hugo e Ígor;
- **Professor** Francisco (‘Probabilidade’ e ‘Estatística’)
- **Alunas do 1.º ano** Mariana, Nadir e Odete;
- **Professora** Elisabete (‘Geometria Plana e Espacial’, ‘Desenho Geométrico’ e ‘Geometria Descritiva’);
- **Alunos do 2.º ano** João e Luís;

– **Professora** Beatriz (‘Introdução ao Cálculo’ e ‘Cálculo’).

– **Professor** Pedro (‘Álgebra I’ e ‘Álgebra II’)

3.3. PERFIL DOS ALUNOS DO 1.º ANO DO CURSO

Essa universidade nos ofereceu o perfil dos alunos que ingressaram no 1.º ano do curso de Licenciatura nos anos de 2003 e 2004. Para obter esses dados a instituição aplicou um questionário na primeira semana de aula do ano de ingresso de cada turma. Diante desses dados, que já estavam tabulados, selecionamos alguns para obter o perfil dos alunos (Quadros 3.1 e 3.2).

Quadro 3.1. Perfil dos alunos ingressantes no 1.º semestre de 2003.

Sexo		**Estado civil**	
masculino	51%	casado	27%
feminino	49%	solteiro	68%
		outros	5%
Faixa etária		**Formação anterior**	
20 anos ou menos	27%	Ensino Médio	75%
21 a 30	38%	Magistério	16%
31 a 40	22%	Supletivo	5%
40 ou mais	13%	Técnico	22%
		Superior incompleto	10%
		Superior completo	8%
Atividade profissional		**Tempo disponível para dedicar-se aos estudos (fora da sala de aula) por semana**	
magistério	18%	menos de 5 horas	36%
comércio	22%	entre 5 e 10 horas	41%
indústria	16%	entre 10 e 15 horas	10%
militar	5%	entre 15 e 20 horas	5%
outras	27%	mais de 20 horas	8%
não trabalha	13%		

Fonte: Instituição pesquisada.

Podemos também acrescentar ao perfil desses alunos as seguintes informações colhidas, em 11/2/2003, de 37 dos 52 alunos matriculados:

– 75% escolheram o curso de Matemática por vocação para o magistério ou pelo gosto pela área de Matemática;
– 54% possuem computador em sua residência;
– 35% dos alunos operam o computador satisfatoriamente e 23% não dominam seu uso.

Quadro 3.2. Perfil dos alunos ingressantes no 1.º semestre de 2004

Sexo		**Estado civil**	
masculino	46%	casado	23%
feminino	54%	solteiro	60%
		outros	17%
Faixa etária		**Formação anterior**	
20 anos ou menos	17%	Ensino Médio	63%
21 a 30	40%	Magistério	6%
31 a 40	20%	Supletivo	13%
40 ou mais	23%	Técnico	26%
		Superior incompleto	13%
		Superior completo	20%
Atividade profissional		**Tempo disponível para dedicar-se aos estudos (fora da sala de aula) por semana**	
magistério	13%	menos de 5 horas	26%
comércio	40%	entre 5 e 10 horas	50%
indústria	3%	entre 10 e 15 horas	10%
militar		entre 15 e 20 horas	7%
outras	24%	mais de 20 horas	7%
não trabalha	20%		

Fonte: Instituição pesquisada.

Além desses dados, podemos também acrescentar ao perfil desses alunos as seguintes informações colhidas, em 10/2/2004, de 30 dos 37 alunos matriculados:

– 70% escolheram o curso de Matemática por vocação para o magistério ou por gosto pela área de Matemática;
– 54% possuem computador em sua residência;
– 30% operam satisfatoriamente o computador.

3.3.1. Alguns destaques sobre os perfis dos alunos ingressantes dos últimos cinco anos

Com o perfil de alunos ingressantes nos últimos cinco anos oferecido pela universidade, pudemos constatar que em média ingressam 40 alunos por ano, 10% dos quais eram oriundos de cursos supletivos e 25% de cursos de Magistério. Portanto, como 35% dos alunos de Licenciatura de Matemática dessa universidade são oriundos de cursos que talvez não privilegiem muitos dos tópicos da Matemática, se os compararmos com os demais alunos que cursaram o Ensino Médio, poderão apresentar uma grande defasagem em relação aos conceitos matemáticos abordados nesses segmentos de ensino.

Outra característica a ressaltar é que 72% dos alunos que ingressaram na Licenciatura em Matemática nesses últimos cinco anos dizem haver optado por esse curso por vocação para o Magistério e/ou por gosto pela área de Matemática. No decorrer desse período também aumentou o percentual de alunos que acreditam que o mercado de trabalho é promissor para o professor de Matemática. Consideramos que isso se deva ao fato de os alunos, ao terminarem o curso, serem absorvidos para trabalho em escolas de Ensino Médio e Fundamental da rede pública e privada da região, fato este que consta no projeto pedagógico do curso, que afirma: “O recém-formado encontra *emprego fácil* e muitos, ainda estudantes, conseguem colocações nas escolas da região”[25].

Supomos que esses alunos sejam absorvidos pelas escolas de Educação Básica na região devido ao aumento do número dessas escolas — portanto devido ao maior número de vagas para professores — ou talvez pela pouca demanda das universidades por professores de Matemática.

Para talvez justificar esta segunda suposição, observamos que em um dos documentos fornecidos pela universidade consta o número de alunos ingressantes e o dos que terminam o curso em cada ano (Quadro 3.3).

[25] Projeto pedagógico da instituição pesquisada, p. 15.

Quadro 3.3. Número de alunos formandos e matriculados no 1.º ano do curso de Licenciatura em Matemática.

Ano	Alunos formandos	Alunos matriculados no 1.º ano
1998	8	50
1999	10	57
2000	12	52
2001	31	56
2002	13	42
2003	17	52

Fonte: Instituição pesquisada.

Como se pode observar, em todos os anos o número de formandos foi bem menor que o de matriculados. Em alguns dos anos mencionados, não chegaram a 25% os alunos que conseguiram terminar o curso. Se tomarmos como referência os 57 alunos que ingressaram em janeiro de 1999 e que deveriam concluir o curso ao final de quatro anos (em dezembro de 2002), observamos que somente 13 o fizeram. Supondo-se que todos esses concluintes eram ingressantes em 1999 (embora sabendo que nem sempre isso ocorre, já que alunos que cumprem dependências completam o curso em mais de quatro anos), cerca de 23% desses ingressantes concluíram a Licenciatura.

CAPÍTULO IV

DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES PRESENTES NO PROJETO PEDAGÓGICO E EM ALUNOS DO CURSO

4.1. UM SOBREVÔO SOBRE O PROJETO PEDAGÓGICO DO CURSO

Nesta seção apresentaremos informações sobre parte do projeto pedagógico do curso pesquisado, destacando a grade curricular, a ementa das disciplinas eleitas e alguns comentários que consideramos relevantes para a compreensão do contexto do curso.

Em relação ao objetivo do curso, o projeto pedagógico indica:

> O Curso de Licenciatura em Matemática tem como objetivo principal a formação de professores para o ensino fundamental e médio, com sólidos conhecimentos da matemática, seus métodos investigativos e de realização, ou seja: desenvolver um processo efetivo de formação profissional. [...]
>
> O curso pretende preparar os futuros professores para enfrentar os desafios do mercado de trabalho, as rápidas transformações da sociedade e do mundo atual; bem como contribuir para o aprimoramento do sistema educacional, através da integração das diversas atividades acadêmicas. (Projeto pedagógico da instituição pesquisada, p. 1)

Para fins de comparação, temos a seguinte descrição do perfil dos formandos segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática de Bacharelado e Licenciatura, de acordo com o Parecer CNE/CES 1 302/2001:

> Nesse contexto um Curso de Bacharelado deve garantir que seus egressos tenham:
>
> – uma sólida formação de conteúdos de Matemática
>
> – uma formação que lhes prepare para enfrentar os desafios das rápidas transformações da sociedade, do mercado de trabalho e das condições de exercício profissional.
>
> Por outro lado, desejam-se as seguintes características para o Licenciado em Matemática:
>
> – visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos

> – visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania
> – visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina. (BRASIL, 2001)

Note-se que enquanto esse documento afirma que “uma sólida formação de conteúdos de Matemática” é requerida dos alunos de Bacharelado, o projeto pedagógico da instituição pesquisada aponta o mesmo requisito para seus alunos de Licenciatura. Tendo isso em vista, é oportuno verificarmos a grade curricular desse curso de Licenciatura (Quadro 4.1).

No 1.º ano desse curso, as disciplinas que envolvem mais diretamente o ensino de Matemática na Educação Básica perfazem 40% da carga horária, sendo que 50% dessa parcela são destinados a tópicos de Geometria. Tal distribuição corresponde à observada por Santos (2005), que considera que isso se deva ao fato de que os ingressantes não dominam tais conteúdos e que as universidades parecem ter chegado a um consenso sobre a falta de conhecimento geométrico de seus alunos de Licenciatura em Matemática.

Outro fato que observamos nessa grade curricular é que, embora se trate de um curso de Licenciatura em Matemática, a carga horária dedicada a disciplinas que envolvem Física é considerável — e não só as que parecem enfatizar o conhecimento do conteúdo, como nos três primeiros anos do curso —, pois há também uma disciplina no 8.º semestre (‘Instrumento para o Ensino da Física’) que perfaz 28% da carga do semestre.

Quadro 4.1. Grade curricular do curso de Licenciatura pesquisado.

1.º Ciclo	h-a	2.º Ciclo	h-a
1-A: Física Óptica	36	2-A: Cálculo Diferencial	72
1-B: Fundamentos da Matemática	72	2-B: Estatística	36
1-C: Geometria Plana	72	2-C: Física Térmica	36
1-D: Introdução ao Cálculo	72	2-D: Geometria Espacial	72
1-E: Língua Portuguesa	36	2-E: Leitura e Produção de Textos	36
1-F: Metodologia Científica	36	2-F: Matemática Elementar	36
1-G: Probabilidade	36	3-G: Sociologia	36
3.º Ciclo	**h-a**	**4.º Ciclo**	**h-a**
3-A: Álgebra I	72	4-A: Álgebra II	72
3-B: Cálculo Integral	72	4-B: Cálculo Aplicado	72
3-C: Cálculo Numérico	36	4-C: Geometria Descritiva	72
3-D: Cálculo Vetorial	36	4-D: Geometria Analítica	72
3-E: Desenho Geométrico	72	4-E: Mecânica II	36
3-F: Mecânica I	36	4-F: Programação Linear	36
5.º Ciclo	**h-a**	**6.º Ciclo**	**h-a**
5-A: Álgebra Linear I	36	6-A: Didática e Socialização	32
5-B: Cálculo no $\mathbb{R}^n$	72	6-B: Álgebra Linear II	72
5-C: Eletrostática	36	6-C: Eletrodinâmica	36
5-D: Estágio Supervisionado I	36	6-D: Equações Diferenciais Ordinárias	72
5-E: Funções de Variável Complexa	72	6-E: Estágio Supervisionado II	36
5-F: Introdução à Didática	36	6-F: Estrutura e Funcionamento do Ensino	72
5-G: Psicologia da Educação I	36	6-G: Psicologia da Educação II	36
7.º Ciclo	**h-a**	**8.º Ciclo**	**h-a**
7-A: Aplicação da Informática ao Ensino Médio	72	8-A: Didática Aplicada à Matemática	36
7-B: Didática Geral	72	8-B: Estágio Supervisionado IV	36
7-C: Estágio Supervisionado III	36	8-C: História da Ciência	36
7-D: História da Matemática	36	8-D: Instrumento para o Ensino da Física	72
7-E: Instrumento para o Ensino da Ciência	36	8-E: Métodos de Matemática Aplicada	36
7-F: Metodologia do Ensino da Matemática	72	8-F: Tecnologia Educacional	36

h-a: horas-aula.

Fonte: Instituição pesquisada

Destacamos um trecho do projeto pedagógico em que há indícios do que leva essa instituição a dar tanta importância à Física:

> O formado do nosso curso poderá lecionar, além de Matemática também Física, pois a estrutura curricular contempla satisfatoriamente esta disciplina e há falta deste profissional (professor de Física) em nossa região [...]. (Projeto pedagógico da instituição pesquisada, p. 15)

Portanto, detectamos que essa instituição deseja também ampliar a possibilidade de atuação do futuro professor de Matemática, embora o título que este receba ao se graduar seja o de Licenciado em Matemática, e não em Física. Supomos que essa importância dada à Física se deva também ao fato de que o coordenador do curso é professor dessa ciência e considera que as disciplinas dessa área prestem-se à aplicação de conceitos matemáticos. Outra razão é que, possivelmente, os professores de Matemática que conheçam tais aplicações consigam justificar mais facilmente a seus alunos os porquês do ensino da Matemática. Segundo o coordenador:

> Comecei a prestar atenção: o professor formado em Matemática, quando ele vai dar aula de Cálculo, ele fica perdido, porque quando existe uma aplicação desta, ele não viveu na prática, o professor de Matemática [...]. Então tive vivência na Astronomia e na Física, e passei a olhar a Matemática de outra forma, e quando possível trago isso para a sala de aula de modo que a integre, ao trazer uma certa contextualização mais próximo do real, e também mencionar a utilidade e a importância daquilo que você quer trabalhar na Matemática. Sei que isso é muito difícil para quem é formado na Matemática ou na Licenciatura em Matemática. (Coordenador do curso)

O coordenador é crítico quanto ao professor formado em Matemática, acreditando que a formação em outras áreas prepara melhor para a criação do que ele chama de “contextualização”, ou seja, uma maior diversidade de aplicações dos conceitos com que se trabalha em sala de aula. (Não nos dedicaremos a discutir tal visão do coordenador, o que fugiria ao objetivo de nosso trabalho, mas apontamos aqui um ponto de vista que julgamos ser merecedor de futuras pesquisas.) Quando o coordenador comenta sobre tentar justificar ou talvez aplicar os conceitos matemáticos à vida real, destaca que, entre eles, estão os algébricos. Em outra parte deste estudo analisaremos que concepções poderão estar por trás de tal testemunho.

Apresentamos no Quadro 4.2 as ementas das disciplinas que contemplam os conteúdos matemáticos da Educação Básica e também das que de alguma forma têm relação com os tópicos algébricos elementares. Referenciamos as disciplinas que poderiam também possibilitar o desenvolvimento, no futuro professor, do conhecimento pedagógico do conteúdo matemático, considerando a categorização de Shulman (1986).

Quadro 4.2. Ementas de disciplinas selecionadas do curso de Licenciatura pesquisado.

Disciplinas relacionadas com o conteúdo matemático	Semestre	Ementas
Fundamentos da Matemática	1.º	Seqüências; Progressões aritméticas e geométricas; Função exponencial: definição, propriedades, gráficos, equações e inequações; Função logarítmica: definição, propriedades, gráficos, equações e inequações.
Geometria Plana	1.º	Axiomas da Geometria euclidiana; Geometria de posição; Ângulos e retas; Triângulos; Polígonos; Quadriláteros; Círculo e circunferência; Áreas de figuras planas.
Probabilidade	1.º	Princípio fundamental da contagem e resolução de problemas; Análise combinatória simples: arranjo, combinação, permutação; Binômio de Newton; Probabilidade.
Matemática Elementar	2.º	Introdução à Trigonometria; Trigonometria da primeira volta; Funções trigonométricas; Transformações; Equações trigonométricas.
Geometria Espacial	2.º	Introdução à Geometria; Paralelismo e perpendicularismo; Diedros e triedros; Prisma e pirâmide; Cilindro, cone e esfera. Sólidos semelhantes; Troncos.
Álgebra I	3.º	Teoria dos números; Lógica matemática; Relações; Aplicações.
Desenho Geométrico	3.º	Construções fundamentais do desenho geométrico; Lugares geométricos; Homotetia; Equivalência plana; Circunferência; Arcos; Cônicas.
Álgebra II	4.º	Teoria dos conjuntos; Relações e aplicações; Teoria dos grupos; Anéis e corpos; Anéis de polinômios; Construções com régua e compasso.
Geometria Descritiva	4.º	Introdução à Geometria descritiva; Estudo do ponto, reta e plano na representação espacial e na representação em épura.
Disciplinas relacionadas também com o conhecimento pedagógico do conteúdo	**Semestre**	**Ementas**
Estágio Supervisionado I	5.º	Educação matemática: da teoria à prática. Análise dos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental; Planejamento de ensino; Regência na faculdade; Estágio de observação; Participação e regência no Ensino Fundamental.
Estágio Supervisionado II	6.º	Planejamento do ensino de materiais concretos para o ensino de Matemática; Estágio de regência na faculdade; Estágio de participação em estabelecimento de Ensino Fundamental; Estágio de Regência em estabelecimento de Ensino Fundamental.
Metodologia do Ensino da Matemática	7.º	Metodologias do ensino da Matemática; Fundamentação histórica da Matemática; Livros paradidáticos de Matemática; Material concreto.
Didática aplicada à Matemática	8.º	O professor e o ensino no contexto da globalização; Avaliação e aprendizagem; Novas diretrizes para a educação brasileira; Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (séries finais). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

Fonte: Instituição pesquisada.

Observamos que na grade curricular os nomes das disciplinas que sugerem um trabalho com os conteúdos do Ensino Básico, e que a nosso ver estabelecem relação direta com esse nível de ensino, além de envolverem tópicos da Álgebra elementar, são: 'Fundamentos da Matemática', 'Geometria Plana', 'Probabilidade', 'Geometria Espacial' e 'Matemática Elementar', presentes no 1.º ano.

As ementas de outras disciplinas sugerem que estas poderiam estar também relacionadas com o ensino–aprendizagem de Matemática, as quais figuram no 5.º, 6.º, 7.º e 8.º semestres como 'Estágio Supervisionado I e II', 'Metodologia do Ensino da Matemática' e 'Didática Aplicada à Matemática'. Esse fato confirma uma dissociação entre teoria e prática nos conteúdos trabalhados na Educação Básica e no conhecimento pedagógico que daria suporte para que o professor desenvolvesse seu ofício.

Pires (2002, p. 56), ao fazer reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica, sugere que "nos cursos de Licenciatura, os conteúdos a serem ensinados na escolaridade básica devem ser tratados de modo articulado com suas didáticas específicas".

Detectamos, portanto, ao analisar a grade curricular, que nesse curso de Licenciatura parece não ser reconhecida a necessidade de que os professores em formação conheçam os conteúdos pelos quais serão responsáveis, as didáticas próprias de cada conteúdo e as pesquisas que as embasam, de forma articulada, como defende Pires (2002).

Quanto aos conteúdos de Ensino Básico presentes nos cursos de Licenciatura, figuram também em disciplinas que não relacionamos acima. Por exemplo:

– tanto a disciplina 'Cálculo Numérico' quanto 'Álgebra Linear I' contemplam o estudo de matrizes e determinantes;

- ‘Introdução ao Cálculo’ contempla, entre outros conteúdos matemáticos, os estudos de:
  - números reais: intervalos, equações e inequações;
  - funções: definição, classificação, tipos de funções e operações com funções (funções do 1.º e 2.º graus, exponencial e logarítmica).

Para identificar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por alunos e professores desse curso de Licenciatura em Matemática, elegemos as disciplinas ‘Fundamentos da Matemática’, ‘Matemática Elementar’ e ‘Introdução ao Cálculo’, pois suas ementas sugerem conteúdos relacionados à Álgebra elementar, embora saibamos que existem outras disciplinas em que tais tópicos são também abordados.

Pela quantidade de tópicos abordados nessas disciplinas, supomos que a carga horária alocada para enfocá-los impeça os professores de desenvolver um trabalho que articule teoria e prática, como sugere Pires (2002). Para verificar o que tal grade nos permite conjecturar, analisaremos os discursos dos alunos e professores, assim como alguns dos materiais que nos permitam entender esse cenário.

Observamos que no projeto pedagógico da instituição não constam os objetivos das disciplinas, mas somente o do curso. Não nos foi por isso possível analisar por que e como trabalham com os conteúdos referentes à Educação Básica. Outro fato que nos chama atenção é que no primeiro dia de aula todos os professores entregam a seus alunos uma folha (cópia xerográfica do projeto pedagógico) em que constam a ementa, carga horária e bibliografia da disciplina, mas os próprios alunos tampouco são informados dos objetivos das disciplinas. Não nos propomos a analisar o projeto pedagógico nem o currículo desse curso, mas sim a situar, dentro de um contexto maior a que se refere tal documento, as disciplinas que elegemos.

Uma vez que em nossos contatos com os alunos, professores e coordenador sempre detectamos um desconforto quando falavam sobre as avaliações, e constatando o que ocorria no cenário estudado antes, durante e depois das avaliações, percebemos que estas são um ponto sensível nas relações entre os atores desse processo. De alguma forma, tal fato influiu em nossas descobertas, como relataremos em outra parte deste trabalho.

Em relação à avaliação, o projeto pedagógico indica:

> **Formas de avaliação:** As avaliações também guardam características gerais e específicas, dependendo da disciplina:
> – testes e provas objetivas;
> – provas discursivas e dissertativas e/ou provas combinando estas duas modalidades;
> – redação, resenhas, elaboração de fluxogramas, gráficos, tabelas;
> – questionários, relatórios, seminários e exposições;
> – trabalhos individuais, trabalhos em grupo;
> – análise de miniprojetos, gráficos e tabelas, fluxogramas, mapas, plantas;
> – fichas de avaliação e registros de dados/informações;
> – provas escritas e provas práticas (laboratórios).
>
> (Projeto pedagógico da instituição pesquisada, p. 15)

Em relação ao momento em que as avaliações devem ocorrer e o modo como as notas devem ser atribuídas, o projeto informa:

> **As avaliações** acontecem ao longo de cada semestre letivo, sendo uma parte atribuída pelo professor "P1" (somatório das avaliações propostas) e uma *avaliação oficial* "P2" constante do calendário escolar. A composição da nota semestral se dá pela média aritmética simples das duas notas P1 e P2. Uma tabela exemplificando e mostrando os critérios de aprovação do aluno consta do **Guia de Informações** distribuído aos alunos no início de cada semestre. (Projeto pedagógico da instituição pesquisada, p. 15)

Há aprovação quando o aluno atinge média igual ou superior a 6. Caso a nota final do semestre seja inferior a 6 e igual ou superior a 2 e a freqüência mínima seja de 75%, o aluno deverá fazer exame final, e para nele ser aprovado deverá alcançar a nota mínima 6, resultante da média aritmética entre a nota final do semestre e a do exame final.

Ressaltamos que somente nas primeiras provas (P_1) o professor pode lançar mão das formas diversas de avaliação sugeridas, pois as segundas provas (P_2), consideradas oficiais e marcadas pela universidade, são escritas e individuais, assim como os exames finais.

Do projeto pedagógico dessa instituição destacamos o objetivo do curso, a grade curricular, as ementas de disciplinas e alguns critérios de avaliação que a universidade elege para credenciar seus alunos[26]. Destacamos algumas conclusões:

– No objetivo do curso está explícito que este deve garantir aos formandos em Licenciatura uma sólida formação de conteúdos matemáticos, assim como preconizam as Diretrizes Curriculares Nacionais em relação aos alunos de Bacharelado.
– O projeto pedagógico privilegia grande parte da carga horária das disciplinas relacionadas com a Educação Básica em Geometria.
– Há grande destaque ao ensino da Física, tanto pela carga horária que lhe é atribuída quanto à preocupação de integrar também a disciplina 'Instrumento para o Ensino da Física', destaque esse que supomos se dever ao fato de que o coordenador do curso é professor dessa disciplina.
– As disciplinas relacionadas com a Educação Básica estão distanciadas daquelas de cunho pedagógico, sugerindo dicotomia entre teoria e prática.
– Na maneira de ver do coordenador do curso quanto à formação dos alunos no curso de Licenciatura em Matemática, os professores que são engenheiros ou licenciados em Física provavelmente conseguem justificar para alunos dos diversos níveis de ensino aplicações de conceitos matemáticos com maior facilidade que os professores que têm como formação a Licenciatura em Matemática.
– Há falta de enunciação de objetivo explícito nos documentos que nos foram oferecidos, tanto os referentes às disciplinas ligadas à Educação Básica quanto às demais disciplinas que compõem esse curso.

[26] Estamos cientes de que outros pontos também se prestariam à observação e, potencialmente, mereceriam destaque com a ampliação desta pesquisa. Escolhas moldadas por limitações de tempo e espaço, porém, nos obrigaram a deixar em segundo plano outros possíveis aspectos.

4.2. Concepções de Educação Algébrica dos alunos do curso

Apresentaremos a seguir algumas análises sobre concepções e saberes passíveis de serem desvendados em alunos do 2.º ano desse curso de Licenciatura que já atuam como professores no Ensino Básico. Serão apresentadas análises individuais dos cinco alunos de 2.º ano entrevistados (João, Hugo, Luís, Igor e Gilberto), destacando-se, em seguida, pontos comuns. No caso das alunas do 1.º ano, apresentaremos alguns pontos comuns e em seguida análises individuais de cada uma das entrevistadas.

4.2.1. Análise sobre as concepções e saberes do aluno Gilberto, do 2.º ano

De todos os entrevistados, Gilberto, é o aluno de Licenciatura que tem maior experiência como professor, e sempre estabelece analogias entre seus colegas do curso de Licenciatura e seus alunos do Ensino Fundamental. Aponta algumas das dificuldades que observa nos alunos da Licenciatura ao ingressarem nesse curso:

> A maior dificuldade que eu percebo nos alunos no Ensino Fundamental é não saber diferenciar as variáveis, as possibilidades de operações entre elas, e esta mesma dificuldade eu observo aqui no Ensino Superior. A dificuldade que os alunos têm é de não saber terminar, ou seja, ele vai pegar 2x + 3y e isso vai dar 5xy. Eles não sabem diferenciar um coeficiente de uma variável e de um expoente; eles confundem cada um desses termos. Não sei se eles não sabem ou se já esqueceram. Esse fato, de não saber diferenciar os termos semelhantes, faz com que os meus colegas errem bastante.
>
> No Ensino Fundamental, como sou muito detalhista, procuro detalhar cada espaço, cada termo algébrico individualmente, o que é que cada termo algébrico representa dentro da minha equação, para que eu possa chegar numa solução. (Gilberto, aluno do 2.º ano)

O aluno Gilberto, além de mostrar algum conhecimento didático do conteúdo, nos aponta não somente a dificuldade dos colegas em tratar termos semelhantes em expressões algébricas, mas também a de não distinguirem por nomes um coeficiente de um expoente e de uma variável em uma expressão, fato esse que nos leva a refletir que, se esses alunos de Licenciatura não compreendem o vocabulário específico para essas expressões, terão dificuldade não só em acompanhar o que os professores lhes falam sobre o tema, mas até mesmo em formular perguntas para buscar esclarecimento de suas dúvidas.

Esse aluno nos apresenta seu ponto de vista sobre tal cenário, ao relatar:

> Às vezes penso que talvez eles sejam assim por terem vindo de determinadas escolas, pois sabemos que alguns vieram de escolas públicas, outros privada, de supletivos, existindo uma diversificação de formações anteriores à entrada na faculdade.
>
> O que me assusta é que no Ensino Superior não se faça nada para sanar isso. O professor coloca sua matéria; se souberem, ótimo; se não souberem, diz “Sinto muito, se virem”, e nada, nada se faz para sanar essas dificuldades básicas.
>
> Então é preferível, de repente, que o aluno, em não saber, entre em desespero, se transfira ou abandone o curso, porque na realidade parece que o aluno é trabalhoso, pois não se vê no Ensino Superior uma aula que se pare cinco minutos para detalhar algumas coisas. Os erros continuam existindo, continuam..., sempre os mesmos erros e eu não vejo breques, “Vamos voltar”. (Gilberto, aluno do 2.º ano)

Diante das inquietações de Gilberto no cenário que nos descreve, levantamos alguns pontos que parecem prestar-se a discussão. Se as disciplinas que trabalham com os conteúdos da Educação Básica são, na maioria das universidades, conduzidas como revisões, como nos indicam as pesquisas na área, e este aluno informa que não se dedicam “cinco minutos para detalhar algumas coisas”, supomos que alguns dos detalhes a que se refere pertençam justamente à parte da Álgebra com que se trabalha no Ensino Básico, e não no Médio, pois as disciplinas de Licenciatura que consideramos abranger prioritariamente conteúdos referentes à Educação Básica estão relacionados com conteúdos do Ensino Médio, como percebemos tanto nos programas de ‘Fundamentos da Matemática’ como de ‘Introdução ao Cálculo’. As ementas de tais disciplinas não mencionam diretamente estudos de monômios, polinômios, produtos notáveis, fatoração, equações do 1.º grau e outros tópicos.

Supomos que pelo fato de o aluno Gilberto atuar há muito tempo como professor no Ensino Fundamental, perceba que esses alunos de Licenciatura precisem passar por algum tipo de experiência no ensino de Álgebra elementar, de modo a lidarem com aspectos que não tenham sido trabalhados na escolaridade anterior. Talvez o ponto que deva marcar o início de uma revisão se situe muito anteriormente ao que os professores se dispõem a adotar. Assim, não questionamos somente a forma de apresentarem os conteúdos da Educação Básica, mas também quais os conteúdos que devem receber relevância, tendo-se em mente os alunos do curso, futuros professores do Ensino Fundamental.

O aluno Gilberto nos dá pistas de que nossas suposições podem estar corretas ao perceber que “Há uma lacuna, a do Ensino Médio, ou um buraco”, como ele mesmo diz.

Ele identifica as mesmas dificuldades de seus alunos nos colegas da Licenciatura, como se no Ensino Médio nada tivesse sido feito para resolver os problemas, com conseqüente repetição destes no curso superior.

Deixaremos para outras seções deste trabalho comentar aspectos do que nos relatou esse aluno e do que foi possível desvendar sobre algumas de suas concepções. Isso será feito neste mesmo capítulo, na análise conjunta dos alunos do 2.º ano, e também no Capítulo V, na seção que intitulamos “O episódio da progressão aritmética”.

4.2.2. Análise sobre as concepções e saberes do aluno Hugo, do 2.º ano

O aluno Hugo pouco falou sobre suas dificuldades em tópicos algébricos elementares, mas apontou relações entre alguns tópicos da Educação Básica e as dificuldades que enfrenta como aluno da Licenciatura e como professor particular de alunos do Ensino Básico, assim como algumas das dificuldades que seus colegas têm ao lidar com tais tópicos:

> Embora os professores apresentem algumas situações com contextos, como problemas relacionados ao tempo e às funções exponenciais e logarítmicas, alguns alunos compreendem que esses problemas estão associados a tais funções, porém as maiores dificuldades aparecem com as resoluções destes, sejam elas com propriedades de potências ou com resoluções de simples equações.
>
> Quando lidamos com as equações logarítmicas, para mim foi difícil, pois não tinha visto tal conteúdo no Ensino Médio, mas resolver as equações que estas recaem, sejam elas do 1.º ou 2.º graus, pela minha prática em ensinar meus alunos, me ficou fácil, mas o mesmo não acontecia com alguns dos meus colegas.

> E o que me parece também é que tudo que se aprende no Ensino Médio não tem continuidade. São coisas que param e não se associam, e só consigo associar agora, aliando a minha prática docente com o curso de Licenciatura de Matemática. Somente agora consigo estabelecer algumas conexões. (Hugo, aluno do 2.º ano)

Esse aluno atribui sua atuação no curso de Licenciatura, a qual é melhor do que a dos colegas de sala, à oportunidade de trabalhar com tópicos da Educação Básica com seus alunos do Ensino Fundamental. Admite, porém, ter enfrentado na Licenciatura dificuldades com tópicos com que não havia tido contato no Ensino Médio.

Ao falar sobre os tópicos algébricos elementares em relação à Educação Básica, enfatiza a resolução de equações, seja referindo-se a situações-problema que recaem em equações ou a sua prática de trabalhar tal tópico com seus alunos. Isso aponta para uma concepção de Educação Algébrica como resolução de equações, preconizada pelos PCN (BRASIL, 1998) e por Socas Robayna *et al.* (1996). Também podemos associar tal ênfase dada pelo aluno à resolução de problemas através de equações com a concepção de Álgebra como Ferramenta, segundo Lee (2001).

No intuito de procurar desvendar outras concepções, perguntamos ao aluno Hugo como percebe a Educação Algébrica ou os tópicos algébricos elementares no curso superior. Ele nos fez alguns relatos:

> Álgebra é tudo aquilo que envolve o abstrato da Matemática. Abstrato que o aluno pode levar ao seu mundo real e concreto. Na Álgebra trabalhamos as bases para o entendimento de muitas regras da Matemática.
>
> A Álgebra no Ensino Fundamental é voltada para o trabalho com incógnitas ou variáveis e com figuras geométricas. No Ensino Superior, utilizamos tudo que aprendemos durante as várias fases do Ensino Fundamental na Álgebra, utilizando as tais incógnitas e variáveis.
>
> No Superior, nós aprendemos as propriedades associativa, elemento neutro, fechamento… (Hugo, aluno do 2.º ano)

Para entender o que ele considera como regras, destacamos algumas das comparações que apresentou, referindo-se a sua atuação docente:

> Dou aula particular o dia todo e observo que os meus alunos de 6.ª e 7.ª séries não conseguem levar a Matemática que eles aprendem na escola para o concreto, ou para o dia-a-dia. Alguns professores, na qual observo

> através dos cadernos dos meus alunos, que estão mais preocupados em ensinar as regras de polinômios e de fatoração algébrica. (Hugo, aluno do 2.º ano)

Interpretamos que as regras a que se refere tenham a ver com as manipulações do transformismo algébrico, que ele diz serem feitas de forma mecânica por seus alunos do Ensino Fundamental, que não as associam com aspectos concretos.

Talvez o aluno Hugo considere que a Educação Algébrica deva ter algo de pragmático nesse segmento de ensino, o que aponta para uma concepção Lingüístico-pragmática dessa educação, já que ele revela ser contrário à utilização de regras desvinculadas de algum tipo de aplicação de problemas, embora não se refira à necessidade de compreender de onde tais regras provêm. Sobre esse assunto ainda comenta:

> A Álgebra no Superior tem muitas regras, e se por acaso não as seguimos está errado. No começo do curso de Álgebra, muitas das coisas que o professor falou, somente depois de algum tempo de várias associações feitas por mim eu compreendi.
>
> Eu não posso por exemplo colocar números para mostrar a situação, porque já estou fugindo da regra geral da Álgebra. E no Ensino Fundamental, posso colocar os números para mostrar uma situação, apenas com eles. Parece que no Superior tem que seguir regras fixas, tudo é sempre com regras.
>
> Muitas regras que se fala na Álgebra os alunos não conseguem enxergar. Eu mesmo custei para compreender. Por exemplo, no caso dos números pares e ímpares: dizer que um número par pode ser escrito como 2k, com k $\in \mathbb{N}$, e os números ímpares como 2k + 1. Muita gente não entende isso até hoje na sala. Eles não conseguem entender o porquê do *k*, não conseguem conceber o *k* como um número qualquer. (Hugo, aluno do 2.º ano)

Entendemos que ele queira dizer que no Ensino Fundamental os professores apresentam a seus alunos os números pares e ímpares sem a preocupação de representá-los de maneira generalizada, diferentemente do que ocorre no Ensino Superior, o que traz dificuldades para os licenciandos.

Esse aluno parece associar ensino da Álgebra no Ensino Superior à disciplina 'Álgebra' de seu curso de Licenciatura, vendo-a segundo a concepção Fundamentalista-estrutural, de acordo com categorização de Fiorentini *et al.* (1993). Supomos que isso se deva ao fato de a entrevista haver ocorrido no mesmo semestre em que Hugo cursava essa disciplina. Além disso, ainda que esse aluno perceba o caráter generalizador da Álgebra, sua exemplificação desse caráter na representação de números pares e ímpares também nos aponta uma possível concepção de Educação Algébrica como Aritmética Generalizada.

Hugo nos relata outro exemplo sobre o modo distinto como um tópico é tratado no Ensino Fundamental e no Superior, na disciplina 'Álgebra':

> Outra coisa foi estudar a divisibilidade, usando a fórmula da divisão apresentada na Álgebra, dizendo que o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente mais o resto. A gente consegue associar isso àquelas divisões que fazíamos na 2.ª e 3.ª séries do Ensino Fundamental. Só que lá fazíamos somente o cálculo. (Hugo, aluno do 2.º ano)

Ele parece conceber o algoritmo da divisão (algoritmo de Euclides) somente para calcular uma divisão entre dois números, e foi na disciplina Álgebra que teve oportunidade de observar outra maneira de representá-lo. Parece-nos que para ele isso adquiriu o caráter de uma fórmula da divisão que foi apresentada na Álgebra, por ter sido nessa disciplina que pôde estabelecer certas relações.

Groenwald *et al.* (2005) apontam a importância do algoritmo de Euclides nos diferentes segmentos de ensino. Para essas autoras, tal algoritmo leva ao estudo da Congruência com Números Inteiros, que consideram uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas relacionados à divisão, em qualquer nível. No Ensino Superior relacionam o algoritmo da divisão com a definição[27] de congruência módulo *m*, e no Ensino Básico apresentam um problema que deve ser trabalhado com estudantes desse nível de ensino:

> Podemos apresentar como exemplo de atividade para alunos de 11 anos o seguinte problema: "Uma camponesa levava uma cesta de ovos. Ao perguntar-lhe quantos ovos levava, respondeu: 'São menos de 100. Se os divido de 2 em 2, sobra 1; se os divido de 3 em 3 me sobram 2; dividindo de 4 em 4 me sobram 3; de 5 em 5 sobram 4.' Quantos ovos ela levava?"

---

[27] Definição apresentada pelos próprios autores para a congruência módulo *m*: "dados *a* e *b*, números inteiros, e *m*, número inteiro positivo fixo, dizemos que *a* é congruente a *b* módulo *m* se e somente se *m* divide a diferença *a* – *b*, ou seja, se *a* – *b* é múltiplo de *m*. Notação genérica: $a \equiv b \pmod{m} \leftrightarrow a - b = km$, para algum $k \in \mathbb{Z}$. Exemplo: $24 \equiv 3 \pmod 7 \leftrightarrow 24 - 3 = 3 \cdot 7$" (GROENWALD *et al.*, 2005, p. 54).

> A solução teórica do problema pode ser realizada pela análise das congruências. Porém, como se trata de alunos de 11 anos, a solução deve ser realizada com o enfoque da divisibilidade dos números inteiros.
>
> Organizando uma tabela de números de 1 a 100, podemos eliminar os números que não satisfazem as condições.
>
> Primeiro, o número não é divisível por 2, logo, podemos eliminar todos os números pares.
>
> Segundo, o número desejado não é divisível por 3, logo, eliminamos os múltiplos de 3.
>
> Terceiro, o número procurado não é múltiplo de 5, logo, eliminamos os múltiplos de 5.
>
> Os números restantes são os que ao serem divididos por 5 deixam resto 1, 2, 3 e 4. Então, eliminamos todos os números que não deixam resto 4 ao serem divididos por 5.
>
> Logo nos sobram os números: 19, 29, 49, 59, 79, 89.
>
> Analisando as condições, eliminamos os números 19 e 79 porque ao serem divididos por 3 não deixam resto 2, após eliminamos os números 29, 49 e 89 porque ao serem divididos por 4 não deixam resto 3. Logo, o número restante é o 59 e este é o número procurado.
>
> Esse tipo de raciocínio possibilita ao estudante aprimorar sua compreensão sobre divisibilidade, o que nos leva a recomendar a utilização desse tipo de problemas no Ensino Fundamental. A solução teórica do problema pode ser realizada pela análise das congruências. (GROENWALD *et al.*, 2005, p. 53)

Acreditamos que situações como a proposta por Groenwald *et al.* (2005) poderiam ser propostas a alunos da Licenciatura não só com o propósito de estabelecer relações entre os dois segmentos de ensino (Fundamental e Superior), mas também para fomentar entre os licenciandos uma discussão a respeito da divisibilidade de números inteiros e outros tópicos que possam ter relação com esse estudo, promovendo uma aula investigativa, tal como Ponte *et al.* (2003) a concebe.

Embora percebamos que o aluno Hugo tenha ainda algumas dificuldades para estabelecer relações entre alguns dos tópicos da Educação Básica com as do Superior, ele é um dos alunos mais procurados por seus colegas para esclarecer dúvidas sobre conteúdos das diversas disciplinas:

> Os alunos têm muita dificuldade: parece que não estudaram alguns tópicos nas suas escolaridades anteriores. Eu mesmo só sou considerado um bom aluno, acredito eu, porque tive experiência de observar nos meus alunos de aula particular suas dúvidas, e parece que quando percebo-as consigo resolver muitas das minhas, e acabam me ajudando a aprender muito. Talvez por isso meus colegas de faculdade me perguntam muitas coisas, pois consigo compreender quais são as suas dificuldades. (Hugo, aluno do 2.º ano)

Ele reconhece que o contato com os erros cometidos por alunos do Ensino Fundamental o auxiliam a compreender suas próprias dificuldades em lidar com tópicos da Matemática básica e consegue ajudar os colegas graças ao saber que adquire no contato com as dificuldades vivenciadas por seus próprios alunos. Reconhecemos nesse estudante de Licenciatura um saber que pode ser categorizado como conhecimento pedagógico do conteúdo, segundo Shulman (1986), saber este adquirido em sua prática como professor de aulas particulares e reconhecido por ele como importante na interação com os colegas de Licenciatura.

4.2.3. Análise sobre as concepções e saberes do aluno Ígor, do 2.º ano

Ígor foi o único dos alunos entrevistados que não relatou dúvidas, nem suas nem de seus colegas de sala, sobre tópicos algébricos elementares. Ao começamos a falar sobre o ensino de Álgebra, ele abordou a disciplina e não os tópicos algébricos elementares:

> Se for mesmo essa Álgebra que estuda conjunto, estruturas, ela é muito chata. A parte da Álgebra penso que, por se tratar de estruturas, são pensamentos muito profundos e chatos.
>
> Não sei se eu fui bem claro. Eu acho que a metodologia de ensino da Álgebra é que é muito maçante. Eu não assisti as aulas de Álgebra I e II, mas os meus colegas todos detestaram. Se você for entrevistar a minha classe, ninguém vai falar "Que legal!". Aliás, eu dei graças a Deus de ter sido dispensado.
>
> Penso que quando quero aprender algo, pego o livro e vou ler o assunto. Mas sei que vim de uma educação diferente da maioria dos meus colegas de classe, e compreendo o que leio, o que realmente tenho que pensar e como vou explicar para o pessoal hoje o determinado assunto. (Ígor, aluno do 2.º ano)

O aluno Ígor associa o ensino da Álgebra, tanto no Ensino Superior como na Educação Básica, com o estudo de estruturas, e nos relata:

> Tem uns problemas que podemos ensinar na 8.ª série, que utiliza algumas dessas estruturas, mas eu acredito que o grande problema seja o método que estudamos a Álgebra. Aí deve ter alguma coisa errada, acaba se tornando chata e sem compreensão. Penso que o aluno deveria criar uma linha de raciocínio, multiplicando e dividindo expressões. E acabamos obrigando o aluno a usar apenas uma fórmula para resolver exercícios. E o aluno se condiciona a manipular aquela fórmula.

> Acredito que alunos na 8.ª série não compreendem as estruturas que estão por trás de muitas expressões algébricas, e eles deveriam ser acostumados a pensar por si mesmo. (Ígor, aluno do 2.º ano)

Ígor reconhece a concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-estrutural e parece-nos que considera importante que os alunos do Ensino Fundamental compreendam o que está por trás das estruturas, compreensão que não se alcançaria trabalhando com estas de forma mecânica, mas sim levando-os a interpretar o que elas significam, não em seu aspecto sintático e sim semântico. Ao mencionar a multiplicação e divisão de expressões, acreditamos que se refira às algébricas e que considere que por meio dessa atividade os alunos de Licenciatura podem compreender aspectos que julga importantes. Isso nos leva a interpretar que o aluno Ígor também concebe a Educação Algébrica como Atividade, na categorização de visões de Álgebra proposta por Lee (2001).

Quando lhe perguntamos se em seu curso de Licenciatura os professores mostravam essa perspectiva que ele relata sobre as estruturas, ofereceu-nos sua visão:

> Penso que seja em relação às dificuldades apresentadas pelos alunos. Aqui na faculdade eles até exploram a Álgebra, mas o problema não está aí. Você pega uma classe como a minha quando ingressou na Licenciatura, com 50 alunos: hoje, no 2.º ano, somos em 20 alunos; desses 20, acredito que somente cinco devem chegar até a formatura.
>
> Os professores dessa universidade são bons. Dos que eu tive aula até agora, me relaciono bem com todos eles, e os acho muito competentes. Percebo que eles gostariam de ir adiante e se aprofundar e explorar mais os conteúdos.
>
> Acredito que isso não seja possível por dois motivos:
>
> Primeiro: a carga horária, como por exemplo de Trigonometria, ficou restrita a duas aulas por semana no 2.º semestre do 1.º ano. Duas aulas de Trigonometria para fazer com que a compreendam é muito pouco. Para mim não foi problema, pois tenho uma boa base.
>
> Segundo: a Matemática agora, no Ensino Superior, aparece em módulos. Aqui, por exemplo, Cálculo I, Cálculo II, Cálculo Numérico, tudo aparece separado. Mas se a gente juntar tudo isto, é Matemática. (Ígor, aluno do 2.º ano)

O aluno Ígor atribui a insuficiente carga horária do curso ao fato de as disciplinas serem apresentadas de maneira compartimentada. Ele parece considerar que não existe relação entre as disciplinas do curso, diferentemente do que talvez tenha ocorrido entre os conteúdos matemáticos em sua escolaridade anterior à

Licenciatura. Não pudemos constatar se isso ocorreu em sua formação na Educação Básica ou nos dois anos de Bacharelado em Matemática que cursou.

Ao considerar importante a relação entre as disciplinas da Licenciatura, ele mostra atribuir certa relevância ao conhecimento curricular do conteúdo (SHULMAN, 1986, embora não atribua tal falta de relação entre disciplinas aos professores do curso. Shulman (1986) considera que, além do conhecimento do assunto ou de determinado conteúdo, o professor deve dispor de um conhecimento paralelo do currículo, e entendemos com isso que os professores deveriam identificar quais dos tópicos das disciplinas que ministram poderiam ter alguma intersecção com as demais disciplinas do currículo de Licenciatura.

Esse aluno aponta a importância de que um tópico trabalhado em ‘Cálculo I’ possa ser observado e analisado em relação ao trabalho feito com esse mesmo tópico em outra disciplina. Consideramos que, nessa visão, os tópicos algébricos elementares não precisariam ser tomados simplesmente como objeto de revisão, pois, estando presentes em outras disciplinas do curso, permitiriam a cada professor levar os alunos, de algum modo, a refletir sobre as várias concepções disponíveis na literatura sobre tais conteúdos, o que não só ampliaria o conhecimento curricular, mas também ajudaria a subsidiar os conhecimentos pedagógicos de tais conteúdos.

Cabe considerar que as disciplinas matemáticas do curso de Licenciatura também formam pedagogicamente os futuros professores, segundo Fiorentini (2004), e que, segundo Santos (2005), por serem formadores, os professores da Licenciatura podem possibilitar oportunidades de aproximar teoria e prática, rompendo com o isolamento e distanciamento entre as disciplinas de conteúdos específicos e disciplinas pedagógicas.

Embora o aluno Ígor tenha falado longamente durante sua entrevista, não discorreu sobre alguns dos pontos que considerávamos relevantes para responder a nossas questões de pesquisa. No dia seguinte ao da entrevista, porém, ele nos telefonou para conversar sobre alguns pontos que, depois da conversa anterior e da pesquisa que fizera em livros didáticos e Internet, haviam lhe parecido mais claros.

Com base no que havíamos abordado na entrevista, Ígor passou a relatar sobre a concepção de Álgebra como Aritmética Generalizada, dando exemplos de tópicos algébricos elementares em que se faz uso da Aritmética, sobre os quais falávamos. Relatou também que a Álgebra se presta a ser a linguagem da Matemática e de outras ciências e que as estruturas faziam parte disso tudo. Comentou que não poderia ter pensado em todos esses aspectos sem nossa conversa, e pareceu bastante perplexo diante do que chamou de sua “falta de conhecimento”, pois é um aluno com notas exemplares, que atua como monitor de duas disciplinas no 1.º ano do curso.

Quisemos marcar outra entrevista com esse aluno, mas dificuldades de agendamento a impediram, pois as provas já começavam e ele ora se ocupava em estudar para suas próprias avaliações, ora estava em aulas como monitor. No entanto, sua iniciativa em entrar em contato conosco para conversar sobre o ensino da Álgebra elementar nos fez refletir sobre o poder que uma simples conversa integrada a uma pesquisa possui para despertar em um entrevistado o empenho de investigar e tentar relacionar o que observava nos livros didáticos a certos aspectos abordados durante a entrevista, mobilizando-o a articular idéias que começavam, ali, a fazer novo sentido para ele como professor.

Das questões que nos colocou nessa conversa por telefone, destacamos:

> Porque os nossos professores não conversam sobre isso?

e também:

> Será que nós alunos ou os professores vão ter que fazer um doutorado, como você faz, para saber disso? (Ígor, aluno do 2.º ano)

São questões que não podíamos responder naquele momento, mas admitimos — e isso se aplica tanto ao aluno Ígor como a nós mesmos, que lecionamos já há 25 anos, com experiência nos três segmentos de ensino — que somente depois de nos dedicarmos ao tema, entre leituras e reflexões, é que nossas concepções de Educação Algébrica podem ser confirmadas, valorizadas e reconhecidas como um saber relevante para nossa atuação como docentes.

4.2.4. Análise sobre as concepções e saberes do aluno João, do 2.º ano

O aluno João, que também é professor de Ensino Fundamental na rede pública, relata-nos sobre as expectativas que tinha ao ingressar no curso de Licenciatura e também sobre algumas das observações que fez logo que teve contato com seus colegas de curso e professores:

> Quando estava na escola achei que quando entrasse na faculdade iria tirar só 10, porque achava que conhecia equação do 2.º grau como ninguém. Pensei que na Matemática tudo quase se resolvia utilizando uma resolução da equação do 2.º grau. Quando cheguei aqui, descobri que não era assim.
>
> A classe toda tem muita dificuldade, principalmente com esses conteúdos de Ensino Médio, na disciplina 'Fundamentos da Matemática'. Foi logo quando apareceram as dificuldades.
>
> Geometria eu nunca tinha estudado. Não sabia o que era um ângulo quando cheguei aqui, nem seno e cosseno. Isso era muito difícil para mim, principalmente quando começamos a estudar trigonometria. Ainda pego hoje e não consigo entender muita coisa.
>
> Se hoje tiver questões que tenha que provar ou demonstrar, a maioria da sala não consegue. Eu mesmo não consigo. Mas sei resolver bastante exercícios. (João, aluno do 2.º ano)

João cursava o final do 4.º módulo do curso quando o entrevistamos e, embora relate sobre suas dificuldades, foi aprovado em todas as disciplinas e continua tendo notas suficientes para ser aprovado. Quando lhe perguntamos que tipo de exercício resolvia com desenvoltura, informou:

> São aqueles que pedem para resolver, calcular, efetuar, ou coisa assim. Se bem que não lembro no Ensino Médio ter tido outro tipo de exercícios em Matemática. Vi em Física, mas não gostava muito. (João, aluno do 2.º ano)

Quando lhe pedimos para estabelecer alguma relação entre a Álgebra da Educação Básica e a do Ensino Superior, expôs:

> No Ensino Fundamental e Ensino Médio é colocado a equação para achar o *x*, e pronto. Aqui eles explicam na Álgebra todos os porquês. Achei muito complicado.
>
> A Álgebra consegue provar que 1 + 1 = 2, e tive medo disso, pois a Álgebra para mim levava a cálculos de polinômios, equações, equações do 2.º grau… (João, aluno do 2.º ano)

Parece-nos que o aluno João, embora ache complicada a maneira como equações e outros tópicos da Educação Básica são tratados na Licenciatura em

Matemática, percebe a diferença entre o que concebia anteriormente sobre a Álgebra e o que está sendo proposto na atual disciplina 'Álgebra'. Informa que tais diferenças chegam a atemorizá-lo, por trazerem um novo enfoque.

Esse aluno nos leva a concluir que antes de ingressar no curso de Licenciatura tinha da Educação Algébrica uma concepção Lingüístico-pragmática, segundo a categorização de Fiorentini *et al.* (1993), em que prevaleciam para ele aspectos como a resolução de equações, com aquisição mecânica das técnicas. Supomos que, ao ingressar na Licenciatura, tenha começado a prestar atenção em demonstrações, descobrindo algo além do que conhecia, e parece-nos que essa descoberta o tenha conduzido à concepção Fundamentalista-estrutural.

Acreditamos que o aluno João esteja passando por um processo de ampliar suas concepções, embora as novas informações e visões não estejam ainda assimiladas. É o que constatamos no seguinte diálogo:

> A pesquisadora mostra ao aluno João uma equação do 1.º grau: $2x + 4 = 7$. Imediatamente o aluno diz:
>
> ALUNO JOÃO: $2x = 7 – 4$; $2x = 3$; $x = 3/2$.
>
> PESQUISADORA: Você sabe responder por que colocou $–4$ ou este $3/2$ nesta resolução?
>
> ALUNO JOÃO: Não sei responder o porquê.
>
> PESQUISADORA: Mas você conhece as propriedades da adição e da multiplicação — associativa, comutativa, existência do elemento neutro do inverso, do oposto — e também as relações destas com o sinal da igualdade?
>
> ALUNO JOÃO: Ah, é! Nunca havia pensado nisso, nessas relações das propriedades com a resolução de equações. Será que se eu perguntar para o professor de Álgebra ele vai saber?

Talvez esse aluno esteja vivenciando muitas situações que promovem mudanças e precise de tempo e de atividades que levem a reflexões sobre questões importantes para sua atuação como docente, como esta que colocamos. O que nos deixou intrigados foi o fato de, logo após dar-se conta da possível relação entre as propriedades da adição e as equações do 1.º grau, ocorrer-lhe a dúvida sobre a capacidade do professor de Álgebra em saber-lhe explicar tais relações e que elas de fato existem. A grande importância que essa relação parece haver adquirido nesse momento talvez o tenha levado a cogitar que, se não foi exposta nas aulas de

Álgebra, o professor possivelmente não a conhecia ou não reconhecia a importância de explicitá-la aos alunos.

Embora o aluno João, em nossas conversas, não tenha refletido sobre sua prática de ensino, consideramos que as articulações que faz sobre suas antigas concepções e as que começam a despontar sugerem que ele esteja percorrendo um caminho que lhe abre a possibilidade de se tornar um professor reflexivo sobre sua prática. Isso pôde ser percebido nas diversas vezes em que, ao responder a nossas questões, sempre estabeleceu correspondência entre o que pensava como aluno da Educação Básica, as mudanças que observa em si mesmo como aluno da Licenciatura e a fala de alguns de seus professores. Isso tem correspondência com a idéia de refletir de Saviani[28] (1980 *apud* FIORENTINI; CASTRO, 2003, p. 127): "Refletir é o ato de retomar, reconsiderar os dados disponíveis, revisar, vasculhar, numa busca constante de significados".

Quando perguntamos ao aluno João sobre o que considera uma boa aula, respondeu:

> É o professor interagir com o aluno na sala de aula. Tem professores que viram para a lousa e passam a matéria… e matéria… até o final da aula, até o final mesmo, todas as vezes. Tem professor que interage com os alunos, faz perguntas, obriga a gente a responder. Aí a gente responde, e ele faz outra pergunta, e assim tem diálogo. Eu acho legal. (João, aluno do 2.º ano)

4.2.5. Análise sobre as concepções e saberes do aluno Luís, do 2.º ano

Assim como outros alunos da Licenciatura, Luís nos falou sobre suas dificuldades em lidar com alguns tópicos da Álgebra elementar:

> Equações do 2.º grau, inequações, não lembrava mais... As operações simples com polinômios... Fiz o segundo grau em supletivo, e nele se assimila muito pouco. No meu primeiro ano de faculdade tive que procurar muita coisa fora, ler muito; foi terrível. Como muita coisa eu havia esquecido, tive que buscar muito livro de Ensino Fundamental, para ler, quando tinha tempo. (Luís, aluno do 2.º ano)

[28] SAVIANI, D. *Educação*: do senso comum à consciência filosófica. São Paulo: Cortez e Autores Associados, 1980.

Embora relate as mesmas dificuldades dos demais alunos entrevistados, Luís foi o único a revelar que resolve suas dúvidas consultando livros do Ensino Fundamental. Admite que esse recurso lhe é de grande ajuda.

Ao começarmos a conversar sobre a Álgebra da Educação Básica, o aluno Luís utiliza frases que são reveladoras de concepções:

> Como um caminho a mais na área de Exatas, porque a Álgebra às vezes você não usa números, nem... nem... São relações matemáticas, mas vão abrir o teu raciocínio.
>
> De repente você tem dúvida em um campo, você recorre à Álgebra, e você, entendendo aquela parte da Álgebra, você consegue relacionar com aquilo que você está fazendo. Você acha o caminho pela Álgebra. É duro de expressar como eu gostaria quando se fala disso. (Luís, aluno do 2.º ano)

Supomos que o aluno Luís interprete a Álgebra como Caminho de Pensamento, segundo a categorização de Lee (2001, p. 394), autora que destaca como elemento que considera apropriado para a Álgebra elementar, e presente nessa concepção, os "pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos"[29].

O aluno nos relata também:

> Tem problemas que nós temos que ter um raciocínio lógico, e se você assimilar bem o que oferece a Álgebra, eu acho que os caminhos ficam mais fáceis para resolver situações-problema. (Luís, aluno do 2.º ano)

Interpretamos que ele esteja se referindo à utilização da Álgebra como Ferramenta, na designação de Lee (2001), para resolver problemas. A importância atribuída por esse aluno ao estudo de Álgebra para a resolução de problemas nos levou a princípio a cogitar na concepção Lingüístico-pragmática de Educação Algébrica (Fiorentini *et al.*, 1993), porém acreditamos que ele não conceba o uso desse recurso apenas em termos das técnicas requeridas para o transformismo algébrico. Ele nos parece ir além, pois dá indícios de considerar que o pensamento sobre relações matemáticas antecede qualquer ação que possa ser característica de outras concepções de Educação Algébrica.

---

[29] Todas as traduções de Lee apresentadas neste trabalho são nossas.

De outras de suas falas também emergem concepções:

> Na Álgebra você também trabalha conjuntos, trabalha relações, e também toda a linguagem sistemática da Matemática.
>
> A Álgebra está também na Aritmética. Como eu aprendi, era possível associar a Aritmética à Álgebra. (Luís, aluno do 2.º ano)

O aluno Luís, ao considerar a Álgebra como a linguagem da Matemática, nos remete à categorização de Lee (2001) de Álgebra como Linguagem. Ao mesmo tempo, quando a descreve como "sistemática" e aponta que "trabalha com conjuntos e com relações", nos leva à concepção Lingüístico-estrutural, na categorização de Fiorentini *et al.* (1993).

Embora o aluno não tenha relatado quais são as relações que estabelece entre Álgebra e Aritmética, afirma existir associação entre elas, o que também nos leva à concepção de Álgebra como Aritmética generalizada. Quanto a esta, faz comentários sobre o tempo em que era aluno da Educação Básica:

> No primeiro grau a gente falava "Aritmética", e era muito usado esse termo. Eu ainda sou desse tempo, pois até o final da década de 70 ele era usado. Depois, entrou no esquecimento; começam os termos "Álgebra", "Matemática pura". (Luís, aluno do 2.º ano)

O que esse aluno parece ter percebido foram alguns dos desdobramentos da chegada ao Brasil do Movimento da Matemática Moderna, período em que, segundo Miorim *et al.* (1993, p. 21), "a álgebra passa a ocupar um lugar de destaque, sobretudo em sua concepção modernista, tornando-se o elemento unificador e construtor do novo edifício matemático".

O aluno Luís também estabelece relações entre as dificuldades que vivencia como aluno de Licenciatura e sua atuação como professor eventual em escolas públicas de Educação Básica:

> Uma coisa que vejo enquanto dou aula é que às vezes uma dúvida que tenho, ensinando estou aprendendo, e essa é a melhor parte. (Luís, aluno do 2.º ano)

Luís nos pareceu ser um aluno que está sempre disposto a aprender. Entre os assuntos evocados na entrevista, figurou a resolução de uma equação de 1.º grau (2x + 4 = 7):

> ALUNO LUÍS: Para resolvê-la, como tem uma incógnita aqui [aponta para o *x*], você tem que achar o valor dessa incógnita. Então você tem uma incógnita e uma constante. Tem que isolar a incógnita; então ela passaria com o sinal invertido; então colocaríamos aqui [apontando para depois do sinal de igual] o "menos 4" [pede para escrever]: 2x = 7 – 4. Só que você continua sem saber qual é a incógnita. A intenção ainda é isolar a incógnita [e instrui a escrever]: 2x = 3. Como 2 multiplica a incógnita, ela passa dividindo o 3 [e pede para escrever]: x = 3/2, e achamos o valor da incógnita.
>
> PESQUISADORA: Você sabe por que escrever o "menos 4" no segundo membro desta igualdade?
>
> ALUNO LUÍS: Não... É um negócio que a gente aprende desde o Fundamental. A gente aprende que é assim, mas os professores não se preocupam em passar o porquê. E a gente não pensa. A gente aprende dessa forma e não pensa em perguntar o porquê. E realmente é alguma coisa que eu nunca perguntei. Simplesmente resolvia e até hoje continuo resolvendo.

Segundo Cury e Konzen (2006, p. 3), os alunos de curso superior "já introjetaram esquemas ou macetes que lhes impedem de pensar sobre o que estão fazendo", e o relato do aluno Luís corrobora tal afirmação. Ele aponta que nossa conversa o fez refletir sobre sua postura de professor, e assim nos descreve suas aulas:

> A gente conversa muito, mas essa pergunta que você acabou de fazer eles nunca me fizeram. Mas essa conversa que estou tendo com você está me indicando que tenho que procurar saber mais coisas. Mas se eu nunca havia pensado nisso, como iria saber?
>
> Você só vai procurar a hora que aparece a dúvida ou a questão. Se nunca pensou naquilo, como pode ter dúvida? Ou alguém ter te perguntado aquilo. E, com certeza, de repente um aluno também pode me perguntar sobre isso. Aí eu olho para a cara dele e nada. Já pensou? (Luís, aluno do 2.º ano)

Tardif (2002) considera que os saberes profissionais são temporais e que os primeiros anos da prática profissional são decisivos para a aquisição do sentimento de competência. Luís iniciou sua carreira docente há um ano e parece acreditar que se os alunos lhe fizerem perguntas que não saiba responder, sua competência como professor possa estar em jogo. Talvez coloque tal competência em julgamento devido a sua experiência como professor eventual e aluno de curso superior, como expressa no seguinte relato:

> ALUNO LUÍS: Trabalhamos com exercícios mais somente matemáticos. Veja bem: como eventual, não pode mexer na matéria do professor. A gente observa que existem situações que os professores pegam o que está no livro e resolvem no quadro. A gente observa que cada professor tem uma linha, poucos são maleáveis, poucos se colocam até como um passador de informações da área de Exatas. A maioria são egocêntricos, principalmente os de Matemática. Egocêntrico é o que me refiro ali na sala de aula: eles são o máximo, autoridade máxima, o que eles falam é lei. Eu acho que da mesma forma que eles passaram por uma faculdade, eles tiveram dúvida, os alunos vão ter. Ele tem que colocar na cabeça que ele não é obrigado a saber tudo.
>
> Vai acontecer o que eu acho que acontece na vida do professor: o aluno vai buscar alguma coisa que não está ali naquele momento. O aluno fala: “Mas professor, então eu posso isso?”. Responde o professor: “Você não pode nada. Faz isso aqui e acabou”. Eu acho que o professor não precisa ser assim. Penso que não tem problema nenhum pegar e baixar a bola. E dizer: “Eu não tenho certeza e não vou te passar a informação agora; vou dar uma olhadinha e depois eu te informo”.
>
> PESQUISADORA: E aqui na faculdade, como você vê o comportamento do professor? Diferente ou igual?
>
> ALUNO LUÍS: Tem professores muito bons, mas tem professor egocêntrico. Tem professor que não domina a matéria, tem professor que sinceramente é um exemplo a não ser seguido. Eu coloco isso, eu sei que ele sabe. Eu estou falando “ele” porque você já deve saber de quem eu falo: é sistemático, não é maleável, é ditador e eu acho que, apesar de a gente estar no Ensino Superior, ele não entende isso.

Acreditamos que o aluno Luís se refira a certa arrogância que percebe tanto em professores de Matemática das escolas em que atua como profissional eventual como em professores da própria Licenciatura. Se Luís estiver correto em suas observações sobre o comportamento destes últimos, cabe conjeturar que talvez reajam assim em uma tentativa de não exporem suas próprias dificuldades e lidarem com suas próprias limitações ou por não saberem tratar com as dificuldades que seus alunos vivenciam.

Se supusermos que esses professores dominam algo que os alunos não dominam, esbarramos no que Tardif (2002) aponta sobre a importância da dimensão ética que se manifesta no componente simbólico do ensino. Para o autor, essa diferença de domínios não constitui problema somente técnico ou cognitivo:

> Trata-se de um problema ético, pois, para resolvê-lo, o professor deve entrar num processo de interação e de abertura com o outro — com um outro coletivo — de modo a dar-lhe acesso ao seu próprio domínio. Estamos diante de um aspecto bastante mal conhecido, que é o das atitudes éticas dos professores em relação aos alunos, aos saberes e à aprendizagem. Entretanto, não se pode negar que tais atitudes, baseadas em representações, desempenham um papel fundamental na aprendizagem. Certos professores falam excluindo os alunos de seu discurso, ao passo

> que outros abrem seu discurso, dando pontos de apoio aos alunos para que eles possam progredir. (TARDIF, 2002, p. 146-147)

Ao relatar sobre sua prática docente, Luís parece julgar que seus alunos não gostam dos professores de Matemática, e esta é uma das barreiras que tenta transpor quando prepara uma aula:

> Já aconteceu comigo de eu preparar a aula, chegar a uma sala de aula e falar de Estatística, e os alunos falam: “Mas estatística, professor?”. Eu falo, por exemplo, Estatística no esporte, que é muito importante. Aí pedi que cada grupo de alunos acompanhasse no final de semana um esporte que gostasse, ou um jogo no final de semana, futebol, voleibol, ou qualquer outro.
>
> Eles foram descobrir que nada mais é de uma seqüência que pode ser computada e analisada no final. Ligamos também as médias, de tempo por exemplo. São situações que dão para serem colocadas para o aluno, que vai prender a atenção deles, pois envolve alguma coisa que eles gostam, que é o esporte e ao mesmo tempo se associa à Matemática. (Luís, aluno do 2.º ano)

O aluno Luís acredita ser necessário seduzir os alunos de modo que alterem suas concepções, e um recurso para isso é recorrer a algo de que gostem, como o esporte, para criar situações em que a Matemática esteja envolvida. Acredita haver tópicos da Matemática elementar com que é possível trabalhar recorrendo a associações pragmáticas (como relatado no Apêndice A).

Nesse tipo de situação que nos relata, detectamos que o aluno Luís aponta características de aulas investigativas, que admite ser uma boa metodologia de ensino. Relata-nos fases de uma atividade de investigação que corresponde ao que Ponte *et al.* (2003) descreve: introdução da tarefa à turma, realização da investigação em pequenos grupos e discussão dos resultados.

Esse aluno enfatiza tópicos da Geometria nessa atividade, ao mesmo tempo em que considera haver outros tópicos da Matemática que não se prestam a esse trabalho. Sobre estes opina:

> [...] acho que a gente tem que conquistar o direito de enfiar a goela abaixo, senão não vai dar. (Luís, aluno do 2.º ano)

Talvez falte ao aluno Luís o conhecimento de atividades que possa desenvolver junto a seus alunos de maneira a conseguir articular as aulas investigativas com outros tópicos da Matemática elementar.

A seguir destacaremos algumas concepções e saberes comuns aos alunos que já atuam como professores do 2.º ano do Curso de Licenciatura.

4.2.6. Análise sobre as concepções e saberes dos alunos que já atuam como professores na Educação Básica

Ao nos falarem de Aritmética e de Álgebra, alguns dos alunos relacionaram suas vivências universitárias com as que têm quando atuam como professores. Outros compararam suas vivências na universidade com as do tempo em que eram alunos da Educação Básica. Ao estabelecerem essas relações, nos revelaram indícios de terem da Educação Algébrica uma concepção Fundamentalista-estrutural, como podemos observar nos seguintes relatos, bastante representativos de outros que coletamos:

> A Aritmética pode dar condições de desenvolver raciocínios. Trabalhando com eles penso que é possível estabelecer pontos comuns que podem ajudar a trabalhar a Álgebra. Não consigo lembrar de nenhuma relação que tenha sido apresentada pelos professores aqui na universidade. (Gilberto, aluno do 2.º ano)
>
> As fórmulas e as regras chegam prontas para os alunos do Ensino Fundamental e eles não gravam. Penso que temos muitos problemas na aprendizagem da Álgebra por causa disso. Meus alunos do Ensino Fundamental não compreendem as estruturas que estão por trás de muitas expressões algébricas e isso dificulta muito. Tem uns problemas que podemos ensinar na 8ª série que utilizam algumas dessas estruturas. (Ígor, aluno do 2.º ano)
>
> Quando comecei a aprender Matemática, há muitos anos atrás, era possível associar a Aritmética à Álgebra. Hoje eu não vejo isso. (Luís, aluno do 2.º ano)
>
> Não consigo pensar no que seja Aritmética, nem em generalização da Aritmética; não sei estabelecer relações entre as propriedades da adição e da multiplicação com resoluções de equações do 1º grau. (João, aluno do 2.º ano)

Essa concepção, descrita em Fiorentini *et al.* (1993), tem relação com as hipóteses e o trabalho sobre a Álgebra propugnado e desenvolvido nos cursos de

Licenciatura à época do Movimento da Matemática Moderna, que vem sendo bastante investigado, recebendo diversas críticas pertinentes.

Gilberto é um dos alunos que nos explicita uma relação entre a Aritmética e a Álgebra, que entende que deva ser empregada na Educação Algébrica. Podemos interpretar que os conceitos e as propriedades das operações utilizadas implicitamente por alunos nos “raciocínios aritméticos”, a que Gilberto se refere, sejam os “pontos comuns que podem ajudar a trabalhar a Álgebra”.

No entanto, acreditamos que se tivéssemos tido a oportunidade de pedir-lhe que exemplificasse formas de estabelecimento desses “pontos comuns”, possivelmente poderíamos compreender melhor se esse aluno dispõe ou não de uma visão integrada e orgânica do trabalho com a Aritmética e a Álgebra. Ele reclama que os professores no curso de Licenciatura não destacam essa relação, Quanto a isso, não ficou claro para nós em que sentido se refere a esse destaque: se considera que o professor deva promover atividades que levem os alunos a estabelecer essas relações ou se deve explicitar essas relações para os alunos (fazer pelos alunos do curso de Licenciatura, em vez de desafiá-los a fazer).

O aluno Ígor parece considerar que ao compreenderem as “estruturas que estão por trás de muitas expressões algébricas” seus alunos teriam mais facilidade no trato com elas. Salienta também a importância do ensino das propriedades estruturais em relação ao das expressões.

O aluno Luís, por sua vez, indica que quando freqüentava o Ensino Fundamental conseguiu estabelecer algumas relações entre Álgebra e Aritmética, Interpretamos que, ao afirmar que não vê hoje essa possibilidade, se refira a suas vivências como aluno da Licenciatura.

O aluno João relata não conseguir estabelecer relação entre a Aritmética e a Álgebra e também informa que não consegue fazê-lo entre as propriedades de operações e a resolução de equações. Isso nos leva a questionarmos-nos quanto às relações entre Aritmética e Álgebra que esse curso estaria propiciando aos alunos.

Ampliando a observação em torno de outras disciplinas do curso, a partir de menções dos entrevistados à expressão “resolução de problemas”, nos defrontamos principalmente com a dificuldade dos alunos que atuam como professores em trabalharem com tais resoluções, além de detectarmos, no âmbito dessa dificuldade, a concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática. Isso é sugerido nos seguintes depoimentos dos alunos, aqui listados separadamente conforme se refiram à formação no curso ou à prática docente:

— Referentes a sua formação na Licenciatura:

> No curso de Licenciatura a maioria dos problemas não tem outro tipo de contexto, a não ser extremamente matemático. (Gilberto, aluno do 2.º ano)
>
> Trabalhamos com exercícios mais matemáticos, aqui no curso de Licenciatura, sem contexto, e não podemos mexer na matéria do professor. (Luís, aluno do 2.º ano)
>
> Resolvo bem alguns tipos de exercícios, aqueles que pedem para resolver, calcular, efetuar. No Ensino Médio só lembro ter visto exercícios desse tipo. Tenho muita dificuldade na interpretação dos enunciados do problema. Hoje acredito que estou melhor. Na Geometria sempre aparecem situações que falam: aresta é 2/3 de algo. Para mim isso é difícil. (João, aluno do 2.º ano)

— Referentes a sua prática docente:

> Observo através dos cadernos dos meus alunos particulares que os professores deles estão mais preocupados em ensinar as regras de polinômios e de fatoração algébrica de que explorar tais assuntos em alguma situação-problema. (Hugo, aluno do 2.º ano)
>
> Meus alunos também têm muita dificuldade em resolver situações-problema. Eles vêm com muita dúvida para mim. Como tudo que é dado para esses alunos está no livro, sigo o livro. Para propor exercícios diferentes desses que sei resolver, só correndo atrás. (João, aluno do 2.º ano)
>
> Aplico para os meus alunos situações-problema, pois assim acredito que associamos algo prático que fica mais interessante, com aulas mais dialogadas. (Luís, aluno do 2.º ano)

Como esses depoimentos são representativos e corroboram os exames documentais e as observações que fizemos, podemos considerar que, no curso de Licenciatura em Matemática investigado, em geral são enfatizadas situações apresentadas na forma “resolver e calcular”, em detrimento de situações-problema que levem os alunos a ler e interpretar enunciados, como apontam as declarações de Gilberto e de Luís. Interessa aqui ressaltar que os depoimentos de João, que admite que tanto ele como seus alunos têm dificuldade de interpretar e resolver situações-problema, são compartilhados por vários de seus colegas, tanto do 1.º como do 2.º ano.

A nosso ver, embora na prática docente Luís e Hugo ainda privilegiem problemas contextualizados, esses estudantes que também são professores parecem admitir os problemas como instrumentos apropriados para os conteúdos a ensinar (vestindo os conteúdos de problemas que os envolvam). Luís fala da associação dos tópicos algébricos com "algo prático" e Hugo fala de explorar assuntos algébricos em alguma situação-problema.

Com relação a esse cenário, Figueiredo e Maranhão (2006a) apontam sugestões sobre como desenvolver discussões e leituras entre os atores de um curso de Licenciatura em Matemática, envolvendo uma abordagem investigativa de situações-problema de naturezas variadas e analisando sua pertinência tanto nos cursos superiores quanto no Ensino Básico, na perspectiva discutida a seguir. Considerando o perfil dos estudantes do curso pesquisado no presente estudo, que freqüentam aulas à noite por trabalharem durante o dia, essas discussões devem ser propostas primeiramente aos gestores e professores da instituição, de modo que possam avaliar as condições necessárias para reverter a situação ora encontrada.

4.3. ANÁLISES DE EDUCAÇÃO ALGÉBRICA DOS ALUNOS DO 1.º ANO DO CURSO DE LICENCIATURA

Nas conversas com três alunas do 1.º ano procuramos conseguir que nos falassem sobre o que pensam ser Álgebra. Dessa indagação surgiram falas que nos forneceram indícios de categorias que podemos associar às concepções de Educação Algébrica:

> Não sei bem o que é Álgebra, mas se tem letra é Álgebra. (Nadir, aluna do 1.º ano)
>
> Física, por exemplo: sem Álgebra você não faz nada. Matemática elementar, na disciplina Cálculo, o que a professora está dando é derivada. Isso é Álgebra. Sem Álgebra, como ela faria? É letrinha em cima de letrinha. Geometria espacial também é: aquele negócio de *a* mais *b* elevado ao

> quadrado [...], e de repente não entra quase números, só letras mesmo. (Mariana, aluna do 1.º ano)
>
> Eu acho que sim. É, não sei... não sei se é: aquela parte que usa letras, essas coisas assim... (Odete, aluna do 1.º ano)

Diante dessas respostas, encaminhamos as entrevistas de formas diferentes, e por isso faremos uma breve análise dessas falas, comentando-as separadamente.

Essas alunas parecem reconhecer como próprias da Álgebra as notações que fazem uso de letras, uso esse em que parecem ver a construção de uma Linguagem — o que, na classificação de Lee (2001), corresponde à visão de Álgebra como Linguagem. Lee reconhece que este é um aspecto importante da Álgebra, que envolve certos símbolos, a justaposição deles e regras para sua manipulação. No entanto, não podemos deixar de considerar também que a associação sistemática de Álgebra com letras aponta para uma concepção Letrista, à qual Lins e Gimenez (1997) se referem como predominante no sistema educacional atual.

Parece-nos que essas três alunas concebem a Educação Algébrica como baseada no uso de letras, fato este que a vincula a uma concepção de cunho lingüístico: considerando-se as classificações de Fiorentini *et al.* (1993), acreditamos haver indícios da concepção Lingüístico-pragmática, pois os depoimentos das alunas Nadir e Odete nos levam a interpretar somente a presença do aspecto sintático da Álgebra, uma vez que não fazem referência ao significado das letras, mas somente a sua presença. A aluna Mariana relaciona as letras a certos contextos — o do Cálculo e o da Geometria —, mas também parece associá-las à dimensão semântica, pois tenta atribuir-lhes algum significado, talvez no sentido de serem ferramentas.

O que também nos chama atenção nesses três depoimentos em que se associa a Álgebra à presença de letras é que essas alunas poderiam conhecer que no desenvolvimento da Álgebra, como apontam Fiorentini *et al.* (1993), houve fases evolutivas da linguagem algébrica: a retórica[30], a sincopada[31] e a simbólica, sendo somente nesta última que as idéias algébricas passaram a ser expressas apenas por símbolos. As alunas entrevistadas parecem não ter clareza, tampouco, de que a Educação Algébrica deveria conciliar a expressão do pensamento algébrico e as formas de sua representação.

Em uma investigação sobre alunos de 1.º ano de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de detectar concepções de Educação Algébrica, Figueiredo e Maranhão (2006b) verificaram também indícios que remetem à concepção de Modelagem Matemática, segundo a categorização de Lins e Gimenez (1997).

Apresentaremos a seguir algumas análises sobre cada uma das três alunas do 1.º ano entrevistadas.

4.3.1. Análise sobre as concepções de Mariana, aluna do 1.º ano

Essa aluna, ao expressar preocupação com o Ensino Básico, revela-nos determinadas concepções:

> O aluno, no curso superior, parece não ter passado pela fase de ter que atribuir às letras algum significado, durante o Ensino Fundamental, assim como os meus alunos particulares, pois acredito que primeiro o aluno deva estabelecer relação do *x* e *y*, para depois poder entrar em cálculos mais abstratos. (Mariana, aluna do 1.º ano)

Essa fala nos leva a pensar que Mariana acredita que os alunos no Ensino Fundamental devam se engajar em atividades que imprimam sentido ao emprego de letras e, também, que esses alunos estabeleçam relações entre variáveis antes de conseguirem trabalhar com o aspecto da Álgebra que envolve manipulação de

---

[30] A fase retórica, ou verbal, seria aquela em que não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento algébrico. As equações, por exemplo, seriam descritas em "linguagem corrente", isto é, em língua natural. Tal representação teria sido usada pelos egípcios, babilônios e gregos pré-diofantinos.

[31] Na fase sincopada começa-se a utilizar símbolos para incógnitas e a expressão do pensamento algébrico começa a ser expressa de forma mais abreviada e concisa do que na fase retórica, embora ainda longe de utilizar a linguagem simbólica de que fazemos uso atualmente.

símbolos, consideração que talvez aponte para uma concepção de Álgebra como Atividade, já que, segundo Lee (2001), existem outros caminhos para representar o que se desconhece, no trabalho com variáveis, caminhos esses diferentes do habitual recurso às letras *x* e *y*. Acreditamos que essa fala não deixa de conter traços também de uma concepção Letrista, embora nos traga indícios de que a aluna tenta estabelecer uma relação com as letras de modo a lidar não só com seu aspecto sintático, mas também semântico.

Chama-nos atenção nesse relato da aluna Mariana o fato de, por um lado, apontar que seus colegas de curso não atribuem significado às letras — observação que talvez indique haver alunos de 1.º ano dessa Licenciatura que enxergam nas letras somente a possibilidade de transformismo algébrico, em seu sentido sintático — e, de outro, considerar que seus alunos particulares mostram em seus cadernos escolares que chegam a atribuir algum significado às letras antes de serem introduzidos a esse transformismo.

Supomos também que a aluna Mariana, ao mencionar que o aluno deva primeiramente estabelecer relação entre "o *x* e o *y*", esteja se referindo a atividades envolvendo construção de gráficos ou a problemas envolvendo relações entre variáveis. Embora ela não dê exemplos de atividades ou problemas, é possível que não disponha de referências sobre atividades ou problemas voltados ao Ensino Básico que sejam eficazes para o aprendizado nos aspectos que mencionamos.

Para a produção de significados, Lee (2001) considera existirem muitos problemas que envolvem Álgebra que podem ser resolvidos por estudantes da escola elementar usando estratégias como desenhos, gráficos e tabelas. Essa possibilidade, aliada ao comentário da aluna Mariana sobre a formação de seus colegas em relação à Álgebra elementar e ao fato de não terem tido oportunidade de trabalhar com a atribuição de qualquer significado para os tópicos elementares de Álgebra, levou-nos a buscar no curso pesquisado algo que tratasse desse aspecto, tendo em mente que ela e seus colegas serão futuros professores.

Na disciplina 'Prática de Ensino', ministrada no 3.º ano do curso pela professora Aline, encontramos atividades como as sugeridas por Lee, embora distanciadas do momento de estudo das disciplinas que tratam de tópicos do Ensino Básico e que os relacionam com os do Superior. Escolhemos uma dessas atividades para análise, que será apresentada em outra parte deste trabalho.

Outra fala dessa aluna atesta sua preocupação com a articulação de Aritmética e Álgebra no Ensino Básico:

> Na Aritmética a gente sabe que 2 + 2 são 4. Na Álgebra, se tiver mais alguma coisa, a gente pode colocar um *x* e passa a não ser a mesma situação anterior: aí forma uma expressão e nós temos alguma coisa a mais. [...] Sem Aritmética não dá para fazer Álgebra. [...] Eu sinto que no nosso país ninguém deu muita bola para o Ensino Fundamental, para a base, e essa ligação que deveria ter que aparecer com a Álgebra como poderia acontecer se eles nem sabem Aritmética? Penso que antes, nessa base, deveria estudar bem Aritmética. (Mariana, aluna do 1.º ano)

Parece-nos que essa aluna vê a Aritmética como fundamental para uma melhor compreensão da Álgebra, porém nos dá a impressão de considerar necessária uma passagem seqüencial de uma à outra, primeiramente com o ensino da Aritmética e em seguida o da Álgebra. Lee (2001) comenta que existe uma visão da Álgebra como Aritmética Generalizada, mas que faltam argumentos que melhor a consolidem. O que nos chama a atenção sobre isso é a desconsideração do processo dialético na interação da Aritmética e da Álgebra apontada por Miorim *et al.* (1993), evidenciada na fala desta aluna e comentada também por Lee (2001).

Cogitamos que Mariana não tenha clareza da relação entre a Aritmética e a Álgebra, e que talvez por isso considere que deva existir uma preocupação maior em deixar esclarecido aos estudantes, futuros professores, qual é a natureza dessa relação. Contudo, reconhece que sem entender Aritmética adequadamente não é possível compreender Álgebra. Parece-nos que Mariana, mesmo com uma visão limitada, tenta identificar o que na Aritmética seria fundamental para uma melhor compreensão da Álgebra.

O conjunto de estudos que Lee categorizou na visão de Álgebra como Aritmética Generalizada nos revela muitas diferentes percepções e significados, tais como letras na Aritmética, Álgebra das regras das generalização de números, estudo das estruturas da Aritmética ou estudo de expressões simbólicas com letras sem considerar o significado dos símbolos. Dentre essas diferentes percepções apontadas, a autora destaca que vários pesquisadores criticam esta última maneira de ver a Álgebra como Aritmética Generalizada.

Reconhece que essa concepção de Educação Algébrica como Aritmética Generalizada é o modelo implícito da escola elementar que predomina na pesquisa em Educação Matemática, nos livros-texto e nas salas de aula. Indica também que outros pesquisadores tentam alinhavar o estudo da Aritmética com o da Álgebra não com as características mencionadas acima, mas criando situações em que ambas se desenvolvam juntas. É o que fazem também Fiorentini *et al*. (1993) e Lins e Gimenez (1997).

Ao tentar associar com a fala da aluna Mariana as concepções de Educação Algébrica categorizadas por Fiorentini *et al*. (1993), observamos que ela não comenta sobre propriedades da Aritmética, como os alunos do 2.º ano o fazem, afastando portanto as concepções lingüísticas Fundamentalista-estrutural e Fundamentalista-analógica. Ao comentar sobre cálculos abstratos, não dá exemplos nem faz associações com a resolução de problemas, não considerando, portanto, o caráter da Álgebra aplicada presente na concepção Lingüístico-pragmática. Entendemos, porém, que, além de revelar que reconhece a Álgebra como Ferramenta ou como Atividade, essa aluna a concebe também como Linguagem.

A aluna Mariana tece alguns comentários, como:

> Sou muito contra esse ensino que começou depois de 1967 ou 68, que foi lançada essa escola moderna com conjuntos. Bagunçou a vida de todo mundo. (Mariana, aluna do 1.º ano)

Com tal declaração, mostra que estabelece alguma relação entre o ensino da Matemática antes e depois do Movimento da Matemática Moderna. Segundo Fiorentini (1995), as primeiras propostas concretas para implantação da Matemática Moderna no Brasil surgiram no início da década de 1960. Uma das ações desse movimento foi unificar os três campos fundamentais da Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria.

Vamos aqui salientar que Mariana foi a única aluna entrevistada que não hesitou em falar sobre diferenças entre Aritmética e Álgebra, concebendo ambas como campos autônomos pertencentes à Matemática, como ocorria antes do Movimento da Matemática Moderna. (No período anterior a esse movimento, a Álgebra fazia oficialmente parte do currículo da Escola Secundária.) Essa aluna cursou o Ensino Básico durante a vigência do currículo que incluiu a Matemática Moderna, e portanto podemos justificar a razão de sua maior facilidade em falar sobre Álgebra do que seus colegas. A formação dos demais alunos entrevistados ocorreu após a unificação dos três campos da Matemática. Em nenhum momento da entrevista, porém, a aluna Mariana estabeleceu associações com situações-problema.

4.3.2. Análise sobre as concepções da aluna Nadir, do 1.º ano

A aluna Nadir mostra dificuldade em lidar tanto com os conhecimentos algébricos elementares como com os aritméticos e geométricos, e tampouco consegue expressar suas dúvidas ou dificuldades de forma clara, deixando seu interlocutor muitas vezes sem saber o que responder. Pudemos observar o fato em alguns de seus depoimentos, como quando lhe perguntamos sobre as dificuldades que encontra ao cursar Licenciatura em Matemática:

> Quando entrei aqui, não sabia regra-de-três. Nessa tive dificuldades, tive dificuldades... Como é que fala?... Assim, saber dividir, onde é que posso dividir, onde eu posso multiplicar — essas coisas que tive dificuldade.
>
> Ah, também Geometria espacial, estou boiando. Esse negócio de arestas, tem que imaginar aquilo, mas depois de imaginar eu até consigo fazer, mas tem que imaginar...
>
> Eu não sabia tirar o MMC quando a equação tinha frações.
>
> [...] na última prova uma amiga foi em casa e me explicou. Então eu consegui compreender melhor. Ela me explicou aonde eu tinha que multiplicar e dividir. (Nadir, aluna do 1.º ano)

Parece que as dificuldades da aluna Nadir são muitas, e algumas relacionadas com Aritmética e Geometria, e não só com Álgebra. Quando indagamos sobre o que quis dizer com “onde multiplicar e dividir”, teve muita dificuldade em se expressar, e disse:

> Assim, como exemplo... Às vezes tem uma conta que ora você tem que multiplicar, ora você tem que dividir, não tem? (Nadir, aluna do 1.º ano)

Como não respondemos a essa questão, a aluna pediu para pegar o caderno e tentar nos explicar o que estava dizendo. Ao abrir o caderno, utilizou, para efetuar suas explicações, um exercício de Trigonometria em que se buscava encontrar o comprimento de um arco L de uma circunferência, recaindo-se numa equação, que anotou para começar sua explicação:

> $2L = 5(L + 3)$. Aqui vou ter que primeiro aplicar a propriedade distributiva. Eu não conhecia essa propriedade, e a professora não explica esses detalhes; ela vai resolvendo e a gente vai acompanhando, e quando chego em casa eu refaço o exercício e vou vendo aonde fazem as coisas. (Nadir, aluna do 1.º ano)

Quando tenta explicar o que são “as coisas” que têm de ser “feitas”, continua a falar sobre a resolução da equação, que após a aplicação da propriedade distributiva toma a forma $2L = 5L + 15$. Em seguida ocorre-lhe a dúvida: “somar ou subtrair os 5L no segundo membro da equação?” — ou seja, a aluna revela não saber se opta por $2L – 5L = 15$ ou por $2L + 5L = 15$.

A aluna não dispõe de uma explicação que a convença e que dirima esse dilema, acabando por recair na igualdade $3L = 15$, que por sua vez lhe traz outro dilema: “Multiplicar ou dividir por 3?”. Informa:

> [...] eu sei que tem que dividir, mas de repente a soma e a multiplicação são todas juntas. O que a professora explica eu até entendo; quando chega para eu fazer, eu não entendo. Aí chego em casa e refaço os exercícios duas ou três vezes para poder entender. (Nadir, aluna do 1.º ano)

Pensamos que a aluna Nadir gostaria de ser convencida do porquê de ter de multiplicar ou dividir, somar ou subtrair. O fato de aceitar como justificativa a aplicação da propriedade distributiva nos leva a cogitar que se outras propriedades fossem também trabalhadas por meio de explorações feitas pela própria aluna, esta poderia vir a dar-se conta das regularidades numéricas generalizáveis que permitem perceber as propriedades aplicáveis à igualdade. Com isso, pensamos, ela ganharia alguma autonomia na superação de seus dilemas.

Parece-nos que as dificuldades relatadas por essa aluna não a ajudam a desenvolver uma relação entre o pensamento algébrico e a linguagem. Nem mesmo tentando estabelecer algo procedimental para a resolução de equação do 1.º grau consegue resolvê-la, tanto que apresenta um erro de sinal ao tentar calcular 2L – 5L, cometendo-o mesmo depois de haver refeito o exercício diversas vezes.

Sabemos que existem outras formas de abordar o tema de suas dúvidas, incentivando-se o estudo pelos alunos de modo a promover sua autonomia, diferentemente do modo como os professores parecem aqui proceder, segundo o relato da aluna Nadir. Isso a leva a depender de explicações de outras pessoas, e parece não recorrer aos livros didáticos do Ensino Básico, que poderia utilizar para sanar algumas de suas dúvidas.

Um fato, porém, nos deixou um tanto intrigados: ela em nenhum momento utilizou chavões como "muda de lado, muda o sinal", que foram tão mencionados por outros alunos entrevistados. Ela parece tentar entender, mas não consegue encontrar fundamentação para suas escolhas.

Segundo Cury e Cassol (2004), no Ensino Superior encontram-se alunos que:

> [...] já formaram concepções sobre a Álgebra, já introjetaram esquemas ou "macetes" que lhes impedem de pensar sobre o que estão fazendo; uma das "regras" mais recitadas diz que "ao trocar de lado, muda-se o sinal". Ora, sem entender o porquê da regra, o aluno, muitas vezes, não sabe a que se refere o "mudar de sinal", cometendo erros que nos parecem absurdos e que comprometem todo o aprendizado de conteúdos de Cálculo, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, etc. (CURY; CASSOL, 2004, p. 4)

Como Nadir não falou em "muda de lado, muda o sinal", pensamos que talvez tenha cursado o Ensino Básico na suplência, não havendo disposto de tempo para absorver tal vocabulário. Tal situação não é incomum no curso pesquisado, no qual há ingresso constante de alunos com esse perfil de escolaridade.

4.3.3. Análise sobre as concepções da aluna Odete, do 1.º ano

Diante da pergunta "O que é Álgebra para você?", a aluna Odete respondeu prontamente, quase sem respirar: "Eu não sei responder". Insistimos, tentando fazer com que estabelecesse alguma relação entre a Álgebra e a disciplina 'Fundamentos da Matemática', e lhe perguntamos sobre algo que reconhecesse, que pudesse levá-la a pensar em Álgebra nessa disciplina. Diante dessa questão, fez algumas afirmações, todas elas bastante truncadas. Eis alguns trechos desse diálogo:

> PESQUISADORA: Nos conceitos trabalhados na disciplina 'Fundamentos da Matemática', com a professora Aline, você reconhece algo que poderia pensar em Álgebra?
>
> ALUNA ODETE: No 1.º semestre, eu acho que sim. É... não sei se é, aquela parte que usa letras, essas coisas assim...
>
> PESQUISADORA: Então você pensa que Álgebra é alguma coisa que usa letras?
>
> ALUNA ODETE: Sim, não sei, acho que penso isso.

A aluna estava muito nervosa, mas com o tempo passou a falar com mais tranqüilidade sobre suas concepções, afirmando que não tem dificuldade de lidar com letras, embora perceba que alguns de seus colegas, ao deparar-se com "a^2, b, a^3", "não sabem justificar quando letras como estas podem, ou não, ser somadas". Ela parece ter preocupação com procedimentos que devam ser adotados, embora não os relacione com possíveis justificativas.

A aluna mostra uma concepção Letrista da Álgebra, tomando-se a designação de Lins e Gimenez (1997) sobre concepções da Educação Algébrica, quando, além de relacioná-la ao uso de letras, considera também as operações entre estas, isto é, o "cálculo com letras", aspecto que também nos leva a interpretar uma concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática, segundo a categorização de Fiorentini *et al.* (1993).

Lins e Gimenez (1997, p. 105) colocam a seguinte questão: "Alguém que acredite que a atividade algébrica se resume a um 'cálculo com letras' pode propor o que para a sala de aula?". Supõem que quem opta por tal concepção talvez adote algumas "péssimas idéias" encontradas em propostas para a educação aritmética, como a prática de utilizar a “seqüência” constituída por técnica (algoritmo) e prática (exercícios) — propostas essas que estudos e projetos realizados em todo o mundo já mostraram serem ineficazes para a aprendizagem.

A aluna Odete mostra ter algumas opiniões além da visão de que a Álgebra estaria associada com letras, e faz comparações com seu aprendizado nas escolas do Ensino Básico e com alguns ensinamentos que teve oportunidade de vivenciar no Ensino Superior. Também comenta sua experiência em relação a enunciados de exercícios ou atividades que se atenham a instruções tais como “resolva” ou “calcule”, bem como em relação a “situações-problema”. Esses aspectos podem ser observados nesta fala:

> Gosto mais de situações-problema, porque quando a gente vem da escola a gente aprende muito são os exercícios do outro tipo, resolve aquele pedacinho e acabou, e quando cheguei aqui foi diferente. Eu, por exemplo, que estudei em escola pública, nunca aprendi alguma utilidade daquilo. Quando resolvia uma equação, era só ela, sem saber para que servia. Tenho uma amiga que está no 2.º ano, que dá aulas particulares de Matemática, e ela comenta que os alunos de escolas particulares chegam com outros tipos de exercícios sem ser aqueles com quadradinhos que eu tinha na escola; muitos dos exercícios deles são situações-problema. E a gente aqui também tem dificuldade de passar a situação-problema para a Álgebra, para... para... (Odete, aluna do 1.º ano)

Percebemos nos relatos dessa aluna uma crítica em relação à visão de Álgebra sob a qual vivenciara seu aprendizado de Matemática antes de entrar no curso superior, concepção essa vigente na escola pública em que estudou e que identificamos por “Álgebra como Linguagem”, na categorização de Lee (2001). No entanto, na visão de Fiorentini *et al.* (1993), a entrevistada estaria dando indícios de uma concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática, pois, para ela, enfatizava-se Álgebra como sendo um conjunto de procedimentos ou técnicas para abordar certos tipos de problemas ligados a técnicas algorítmicas. A aluna hoje pensa que a Álgebra seja mais do que isso: percebe que é também uma “ferramenta” que serve para resolver problemas.

A aluna Odete reconhece que tem “dificuldade de passar a situação-problema para a Álgebra”. Com base em Duval[32] (2003), acreditamos que essa passagem não seja fácil, e talvez nesse ponto residam as grandes dificuldades dos alunos. Para esse autor, a conversão[33] de um problema apresentado na língua natural para um sistema de escritas algébricas não é simples.

Em síntese, a aluna Odete acreditava, antes do ingresso no curso superior, que Álgebra fosse mera manipulação simbólica de letras, ou seja, reconhecia o aspecto sintático da Álgebra, mas nenhum aspecto semântico, e acreditava ser essa concepção de Álgebra a única. Ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, passou a incluir em suas concepções de Álgebra aspectos que julga serem muito importantes para seu aprendizado: a resolução de problemas.

Ressaltamos uma certa concordância entre o que fala essa aluna e as colocações de Lee (2001) sobre quais atividades algébricas devem ser apresentadas ao aluno: não aquelas que enfatizam simplesmente a manipulação das letras, embora haja um lado escrito da Álgebra, que envolve símbolos. A autora levanta a questão sobre qual seria a Álgebra que queremos que seja introduzida para as crianças, já que somente como Linguagem ela não tem tido muito êxito, mesmo em cursos superiores:

> Se a Álgebra é uma linguagem, então existem meios de expressar pensamentos algébricos e registrar ações algébricas. As crianças necessitariam antes ser engajadas em atividades algébricas e pensamentos algébricos e induzidas a expressar estes pensamentos e a registrar suas atividades. (LEE, 2001, p. 393)

[32] Para Duval (2003), não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por um aluno sem que este utilize uma representação. O autor introduz a noção de registro para analisar a aquisição dos conhecimentos matemáticos, quanto aos sistemas produtores de representação e não quanto aos objetos. Ressalta a variedade de representações semióticas utilizadas na Matemática: além dos sistemas de numeração, têm-se as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural. Frisa que a compreensão em Matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica.

[33] Existem dois tipos de transformações de representações semióticas, os quais são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, como por exemplo resolver uma equação utilizando somente um sistema de escrita. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados, como por exemplo passar da escrita algébrica de uma equação para sua representação gráfica.

No depoimento da aluna Odete, o que também acreditamos ser revelador é referir-se ao fato de haver aprendido com uma colega do 2.º ano que situações-problema poderiam ser trabalhadas desde o Ensino Básico, e não apenas no curso superior.

A aluna Odete reconhece a importância da Álgebra elementar como uma ferramenta para resolver problemas e não concorda com atividades que coloquem em jogo somente o aparato simbólico, pois para ela faltará a essa manipulação com os símbolos uma aplicação. Lee (2001), porém, nos alerta que aos estudantes devem antes ser apresentados “pensamentos e atividades algébricas”, para que surja a necessidade de expressá-los. Fiorentini *et al*. (1993, 2005) defendem a interdependência da linguagem e do pensamento algébricos, que poderão desenvolver-se juntos na exploração de situações-problema relativamente abertas ou de tarefas exploratórias investigativas.

Embora tanto Lee (2001) quanto Fiorentini *et al*. (1993, 2005), assim como a aluna Odete, apontem a importância das atividades que envolvem a Álgebra elementar, esses pesquisadores explicitam quais são as que deveriam ser relevantes para sua introdução, enquanto Odete ressalta as atividades como aplicação de conhecimentos prévios das manipulações algébricas, o que nos leva a interpretar que essa aluna conceba a Educação Algébrica com um enfoque Lingüístico-pragmático.

Há estudiosos que defendem que idéias e métodos matemáticos devam ser abordados por meio da exploração de problemas. Segundo Pires (2000):

> A resolução de problemas engloba processos como exploração do contexto da situação, a elaboração de novos algoritmos, a criação de modelos, a formulação e a própria criação de algoritmos ou métodos conhecidos. (PIRES, 2000, p. 165)

Afirma também que uma situação-problema com valor educativo supõe que a atividade do aluno não se limite a encontrar sua solução, mas que o aluno seja levado a se colocar questões como: “Será que essa é a única estratégia e a melhor?”, “Trata-se de um problema isolado ou a estratégia pode aplicar-se a outros problemas?”.

O relato da aluna Odete nos leva a supor que sua concepção de resolução de problemas se restrinja somente a aplicações dos conceitos algébricos elementares, procurando-se com isso encontrar a solução dos problemas, o que nos leva a refletir sobre os tipos de atividade com que essa aluna do 1.º ano de Licenciatura teve oportunidade de se deparar.

Podemos perceber em sua fala que ela acredita que escolas particulares trabalham com atividades mais interessantes para os alunos do que algumas escolas públicas, tendo eles, portanto, mais oportunidades para aprender do que alunos da rede pública. Embora não tenhamos a pretensão de verificar esse aspecto neste estudo, queremos simplesmente deixar aqui registrada uma percepção de uma futura professora de Matemática.

Outras frases da aluna Odete nos forneceram outras possibilidades de categorização, ampliando a possibilidade de emergirem mais concepções, como a que colocamos a seguir:

> Acredito que a Álgebra vem para facilitar, inclusive para diminuírem tamanhos, para não ficar muito grande a expressão. (Odete, aluna do 1.º ano)

Poderíamos com esta fala estabelecer relação entre o depoimento dessa aluna e a concepção de Álgebra como Ferramenta (Lee, 2001, p. 4): “uma ferramenta para fazer você pensar mais efetivamente. Ela é uma ferramenta para carregar e transformar mensagens”. Tal visão compactuaria com algumas das perspectivas apontadas por Fiorentini *et al.* (1993), ao levar em conta aspectos do trabalho pedagógico relacionados com a linguagem simbólico-formal, defendendo esse autores que, a partir de um certo momento, tal linguagem cumpre um papel fundamental, pois é um instrumento facilitador na simplificação de cálculos, devido à capacidade transformacional das expressões simbólicas. Acreditamos, porém, que essa aluna não tenha ainda um entendimento tão amplo, mas sim uma visão mais simplista de Álgebra, qual seja, a de simplificadora de expressões.

No entanto, ao analisarmos tal fala, após a entrevista, não ficou claro se essa aluna, ao conceber somente a dimensão transformacional, contou em sua vida escolar pregressa com momentos que favorecessem a construção de tal linguagem em sala de aula, ausência essa apontada por Fiorentini *et al.* (1993, 2005) e Lee (2001). Pode ser que a aluna até tenha tido tal oportunidade, mas sem haver-lhe atribuído, até esse momento, a mesma importância que tais autores dão a ela.

Resolvemos fazer-lhe uma pergunta relacionada a equações do 1.º grau, com o objetivo de identificar se conseguiria justificar como as resolveria. Tentamos com esse recurso criar alguns pontos que permitissem diferenciar alguns dos saberes das alunas de 1.º ano entrevistadas. Apresentamos-lhe a equação $2x + 7 = 4$ e lhe perguntamos se poderia nos explicar como a resolveria. Sua resposta:

> Eu não sei, não sei como isso entrou dentro de mim, mas acho que é assim: divide em dois membros; quando um número de um membro passa para o outro membro, ele passa com o sinal trocado. (Odete, aluna do 1.º ano)

A aluna justificou sua ação de colocar o número 7 no segundo membro da igualdade de forma procedimental e mecânica. Em seguida pediu que se escrevesse $2x = 4 - 7$ e $2x = -3$ e, a seguir, $x = -3/2$, e quando perguntamos por alguma justificativa para suas escolhas, disse:

> Está multiplicando, passa dividindo. É assim que as pessoas passam para a gente. [...]
>
> E é por isso que eu tenho medo de dar aulas. Eu gostaria de no ano que vem dar, assim como os alunos do 2.º ano dão. Quero dar aulas no estado, mas eu tenho medo. É que nem algumas vezes acontece aqui: a gente pergunta para o professor por que a gente faz tudo isso; aí, tipo, enrola, enrola... Eu tenho medo de fazer isso. [...]
>
> Que nem aqui: eu estou aprendendo, e sei que estou aprendendo mais e mais, mas essa coisa de dar aulas, de ensinar, eu sei que faz assim, mas eu não sei por quê. Não vou chegar na sala de aula, dar exercícios e dizer "este faz assim". Eu vou ter que explicar a matéria, o conteúdo; eu não sei, eu não tenho base; só sei fazer. (Odete, aluna do 1.º ano)

A aluna Odete parece não dispor de alguma explicação que lhe justifique o procedimento que utiliza para resolver equações do 1.º grau. "Só sei fazer", informa, mostrando dispor de um saber mecânico para essa resolução. "Não sei por quê", ou seja, faltam-lhe saberes teóricos e conceituais, e considera que esse conhecimento lhe é negado no curso. Gostaria de poder dar outras respostas, julga que saber mais porquês será importante quando estiver dando aulas, mas, embora esteja aprendendo muito no 1.º ano de Licenciatura, sente que lhe falta conhecimento para encarar o ofício de professor.

A aluna diz que os professores “enrolam” ao tentarem responder suas indagações, e quanto a isso se podem levantar diferentes hipóteses. Entre elas nos ocorre que talvez essa aluna não consiga entender o que seus professores falam, ou que eles omitam algumas explicações por acreditarem que os alunos já as conheçam, ou que esses professores não conheçam formas de ensino diferentes das que empregam, apesar de tais formas serem apontadas por pesquisas que enfatizam a produção de significados e a reflexão por parte de alunos e professores sobre os porquês de suas escolhas. Outra hipótese é que simplesmente não acreditem que o esclarecimento seja relevante para essa aluna em particular, uma vez que ela sabe resolver. De fato, seu questionamento não é a respeito *do que* ela deve fazer e sim do *por que* fazer, diferentemente da aluna Nadir, cujos maiores questionamentos versam sobre como identificar o que deve ser feito.

Ao apresentarmos as análises das entrevistas dos professores, cremos poder melhor descrever o contexto em que estes interpretam as diferentes perguntas elaboradas pelos alunos e as maneiras com que tentam respondê-las.

CAPÍTULO V

DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES E SABERES DOS PROFESSORES DO CURSO

Neste capítulo apresentaremos nossas análises dos depoimentos dos professores Aline, Beatriz e Pedro, confrontando-os, quando possível, com depoimentos de seus alunos, com algumas das atividades eleitas por esses professores e ainda com outras fontes que figuram no decorrer do texto, com o intuito de identificar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estão sendo mobilizados por professores desse curso de Licenciatura em Matemática.

5.1. DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES E SABERES DA PROFESSORA ALINE

A professora Aline informou que os alunos que em 2004 cursavam o 1.º ano tinham, em sua maioria, grande dificuldade de expressar-se oralmente, característica que, segundo ela, não se observava com tanta freqüência entre os alunos que ingressaram no ano anterior. Após contatos com alguns deles, consideramos essas afirmativas como saberes experienciais da professora, pois, segundo Tardif (2002):

> A aquisição da sensibilidade relativa às diferenças entre alunos constitui uma das principais características do trabalho docente. Essa sensibilidade exige do professor um investimento contínuo e em longuíssimo prazo, assim como a disposição de estar constantemente revisando o repertório de saberes adquiridos por meio da experiência. (TARDIF, 2002, p. 267)

A professora comenta que nos últimos anos alguns alunos ingressantes no 1.º ano da Licenciatura em Matemática vêm apresentando as mesmas características e muitas dificuldades. Dentre elas, aponta-nos algumas referentes a tópicos algébricos elementares:

> [...] resolvem uma equação e não sabem identificar muitas vezes se é do 1.º ou do 2.º grau. A parte algébrica, além de não saberem para que serve, não sabem como tratá-la.
>
> A interpretação dos enunciados de questões que envolvem um certo contexto, eles não conseguem interpretar. (Professora Aline)

Interpretando esse relato, consideramos que Aline nos aponta um saber do conhecimento pedagógico do conteúdo, pois, segundo Shulman (1986), nele também devem estar incluídas as concepções e pré-concepções que os estudantes trazem para as situações de aprendizagem. Se estas concepções e pré-concepções contiverem conceitos errados quanto ao estudo da Álgebra, fato este que ocorre com esses alunos de 1.º ano, reconhecê-los é um primeiro passo, pois serão um indicativo de que os professores precisam criar estratégias para reorganizar o entendimento dos estudantes frente a esses tópicos da Educação Algébrica.

A professora Aline propõe questões cujo enunciado é expresso na língua natural, como se constata observando os cadernos dos alunos. Comenta sobre alunos que não conseguem interpretar facilmente os enunciados que tenham contexto, e supomos que tais estudantes tenham dificuldades, ao lerem o enunciado, de conseguir estabelecer uma representação matemática que dê conta de resolvê-lo.

A professora comenta sobre alunas como Nadir, que vivencia muita dificuldade para resolver equações, mesmo que sejam de 1.º grau, e informa:

> Mesmo eu falando todas as vezes — e olha que repito e falo: "Nós estamos resolvendo uma equação do 1.º grau" —, eu nunca coloco uma resposta direto. "Procurar escrever e justificar todas as passagens; se está de um lado e vai para o outro lado da igualdade, muda a operação; não muda o sinal e sim a operação".

E, logo a seguir, completa:

> Eles realmente não compreendem o que estamos falando. Mesmo tentando explicar algo mais perto da linguagem deles, que é o que acabamos fazendo, a maioria mesmo assim não compreende. (Professora Aline)

Observamos na fala da professora Aline que, embora reconheça as dificuldades dos alunos e tente criar um procedimento para que estes resolvam as equações, acaba por enfatizar o aspecto sintático da resolução, e não o semântico. Pinto (1997), em trabalho que teve por objetivo investigar e analisar o modo como os professores tratam em aula as situações de erro ou dificuldade, suas e dos alunos, que surgem no processo de ensino–aprendizagem da Álgebra elementar, observa que muitos dos erros que os alunos cometem em atividades algébricas, sobretudo quando ocorre transformismo algébrico, são tratados num contexto de justificação através de regras operatórias. Ainda que tais erros sejam interpretados por professores como sintáticos, podem indicar uma dificuldade de ordem semântica — no caso da resolução de equações do 1.º grau, uma dificuldade em compreender o significado de "mudar a operação".

Para Pinto (1997), os processos sintáticos e semânticos possuem uma relação intrínseca e/ou dialética quando observados na prática:

> [...] os entes algébricos (proposições e expressões algébricas) possuem uma dimensão sintática relativa às estruturas e às regras operatórias, que expressam uma certa lógica de composição destes entes; e de outro, há uma dimensão semântica, relativa aos significados e às idéias que estes entes representam.
>
> Assim, quando o aluno produz significado para uma expressão algébrica, está se habilitando a entender melhor a sintaxe dessa expressão. Por outro lado, o entendimento da sintaxe de uma expressão pode ajudá-lo a compreender melhor o próprio significado da expressão. O problema didático surge quando o professor passa a enfatizar uma delas em detrimento da outra. (PINTO, 1997, p. 96)

Como a professora Aline enfatiza o aspecto sintático em suas explicações sobre a resolução de equações do 1.º grau, parece desconhecer o fato apontado na citação acima. Talvez por não reconhecer a dialética entre o aspecto sintático e o semântico na resolução dessas equações não consegue estabelecer pontes entre eles, as quais possivelmente permitiriam que os alunos alcançassem melhor compreensão.

A nosso ver, para o ensino de tópicos algébricos seria relevante considerar como conhecimento pedagógico do conteúdo a compreensão, pelo professor, dessa relação dialética do processo sintático-semântico, compreensão que lhe daria elementos para explorá-lo didaticamente.

Consideramos que a professora Aline, ao incluir em sua fala as palavras “explicar algo mais perto da linguagem deles”, esteja tentando justificar a razão de usar as palavras “se está de um lado e vai para o outro”. Trata-se de uma forma muito comum de os alunos se expressarem, e talvez a professora julgue importante utilizar essa mesma forma de expressão para que os alunos possam dispor de algum critério para selecionar a operação a ser utilizada: se estiverem somando em um dos membros, terão então de adicionar o oposto, se estiverem multiplicando, terão de multiplicar pelo inverso multiplicativo. Essa seria apenas uma dentre outras formas possíveis de abordar o assunto.

Interpretamos que por trás dessa maneira de tentar amenizar as dificuldades dos alunos essa professora nos revela uma concepção Fundamentalista-estrutural, utilizando a categorização de Fiorentini *et al.* (1993), ainda que não de forma evidente, pois a professora não se refere diretamente às propriedades da Aritmética, mas utiliza seus fundamentos por intermédio de jargões, acreditando que através destes os alunos conseguirão resolver equações. Como pudemos observar em relatos anteriores, isso realmente acontece com a aluna Odete, do 1.º ano, que resolve as equações justificando com jargões o procedimento, sem saber explicar os porquês. Já a aluna Nadir, embora sem recorrer a nenhum tipo de jargão, não consegue resolver essas equações. Nenhuma das duas, porém, consegue estabelecer qualquer relação entre as equações e suas propriedades.

Nas anotações nos cadernos de alunos referentes às disciplinas ‘Fundamentos de Matemática’ e ‘Matemática Elementar’, ministradas pela professora Aline, observamos que muitos dos exercícios são problemas apresentados em língua natural, ou seja, são exercícios que envolvem um contexto não somente matemático. Quando perguntamos a ela de onde retirava tantos problemas, informou: “Faço uma coletânea tirada de vários livros de Ensino Médio e coloco a respectiva bibliografia”. Verificamos nos cadernos que a professora realmente adota essa prática.

Sabemos que existem muitas definições para “situação-problema” e que os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam a importância de seu uso em sala de aula para ensinar os conteúdos de Matemática, considerando que desse modo se ultrapasse a mera reprodução de procedimentos e o acúmulo de informações, dando significado à aprendizagem. Tais PCN consideram que:

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. (BRASIL, 1998, p. 41)

Tal abordagem, segundo essa fonte, deve servir como organizadora do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, sendo a situação-problema o ponto de partida da atividade matemática.

Existem situações-problema cujas soluções são de antemão conhecidas pelos professores, fazendo com que a resposta do aluno passe pelo crivo de estar certa ou não. É o que se observa nos cadernos dos alunos e nas propostas de problemas que a professora Aline inclui em suas apostilas, o que difere da atividade matemática baseada no conceito de aula investigativa, que, segundo Ponte *et al*. (2003), trata de situações abertas: a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental nessa definição. Cabe ter em mente, porém, que atividades investigativas não precisam ser apresentadas em contexto somente por meio da língua natural, podendo-se também fazê-lo por meio de gráficos, tabelas e desenhos. Parece-nos que os PCN (BRASIL, 1998, p. 75) contemplam as aulas investigativas quando admitem ser desejável que o aluno desenvolva a “capacidade de investigação e da perseverança”.

Observamos que os problemas que a professora Aline propõe são sempre apresentados após a exposição da matéria. Inicialmente, a professora explica o conteúdo no quadro; enquanto os alunos acompanham, ela traz uma série de exemplos, todos os quais, a princípio, prestam-se a resolver e calcular, como observamos nos cadernos dos alunos. Quando começam a resolver tais problemas, os alunos apresentam uma série de dificuldades. Por fim, é-lhes dada uma lista de exercícios para que trabalhem juntos.

Percebemos que Aline adota em sala de aula um modelo em que teoria e prática estão separadas: primeiramente uma preleção, seguida de utilização de técnicas de problemas, culminando na aplicação do conteúdo já exposto. A nosso ver, o aluno, ao ler o problema, já sabe que o conceito matemático a ser usado para a resolução foi aquele que a professora acabou de expor. Tanto esse tipo de aula como os problemas parecem-nos distantes daqueles preconizados para uma aula investigativa.

Em relação aos problemas que propõe, a professora Aline nos fala de algumas das dificuldades de seus alunos:

> A interpretação, você vê que eu coloco muitos problemas contextualizados e aplicáveis no dia-a-dia, portanto problemas que a gente pode observar no cotidiano, para eles se sentirem no contexto, para eles tentarem compreender. Quando você coloca um problema sem contextualizar, que seja muito abstrato, fora da compreensão, aí que eles não entendem mesmo. Então o que eu faço: coloco as situações em que eles compreendam do que está sendo falado, tentando estabelecer relações. Mas mesmo assim é complicado. (Professora Aline)

Sabemos que o aluno, para resolver um problema, precisa compreendê-lo a partir de sua leitura, que pode estar expressa em língua natural. Pesquisas como as de Damm (2003) e Almouloud (2003) apontam que as dificuldades que os alunos apresentam devem-se muitas vezes à falta de compreensão do enunciado, o que, segundo Brito (2006), constitui um aspecto importante, já que tal dificuldade pode levar o aluno a desistir de resolver o problema. Esse autor acredita que uma grande preocupação no ensino de Matemática é a pouca atenção dada pelos professores à linguagem no contexto dos problemas.

A professora Aline nos dá seu parecer sobre o fato de seus alunos apresentarem dificuldades diante de situações-problema:

> Sabe qual penso ser o problema maior? Penso que está no ensino, até chegar aqui, no Ensino Fundamental e Ensino Médio, pois se trabalha muito lá a resolução de problemas que “siga o exemplo”: professor faz um e depois dá dez iguais, e chamam isso de aplicação. (Professora Aline)

Quando lhe perguntamos se acha que seus alunos querem o mesmo, respondeu:

> Eles querem!!! Eles querem!!! [Fala com pesar e lentamente.] Depois de você ler e dar a entonação, você sabe, você interpreta para eles, eles digerem aquilo, aí você coloca algo semelhante — pronto! Eles fazem, eles

> não pensam, pois sabem que é parecido com aqueles que foram feitos antes. (Professora Aline)

Parece-nos que esses alunos são guiados pela leitura da professora e por sua entonação, talvez por terem sido acostumados a escutar seus professores, criando algum tipo de dependência dessa enunciação e exposição. Perguntamos à professora:

> PESQUISADORA: Você tenta quebrar esse paradigma deles?
>
> PROFESSORA ALINE: Tento a todo momento. Eu não gosto disso, eu detesto isso [fala veementemente esta frase], eu acho que você tem que pensar, raciocinar sobre, e digo: "Saia desses quadradinhos", "A vida não é só assim", "Não é porque eu dei um exemplo desse tipo que eu vou continuar sempre dando os mesmos problemas do mesmo tipo". "Vocês têm que compilar isso aí; são situações diferenciadas" e falo: "Quando você trabalhar em uma nova situação, é claro que terá que lembrar do que foi trabalhado antes para poder associar a Matemática nas novas situações, fazendo um verdadeiro esquema para a resolução de problemas".

A professora reconhece a importância das situações-problema e relata que fala aos alunos sobre isso, mas como não presenciamos suas aulas não pudemos constatar de que modo isso ocorre. Ela diz que utiliza a seguinte metodologia em suas aulas:

> As minhas aulas são assim: como tem muito conteúdo e poucas horas de aula, eu tenho que estar trabalhando sempre direto. Não dá, gostaria de ter mais horas de aulas, porque assim eu deixaria eles resolverem. Dou uma série de exercícios de aplicação para eles, mas acabo não tendo tempo durante as aulas. Às vezes dá tempo de terminar o assunto e falo: "Agora tem a lista", e eles começam a resolver em duplas, em grupo, como eles quiserem, e qualquer dúvida é para me perguntar, mas dar tempo para esse tipo de situação é muito raro. Tenho muito pouco tempo e muita matéria. Se eu deixar, vou atrasar mais ainda o conteúdo. (Professora Aline)

Quando a professora Aline fala que está sempre trabalhando, refere-se a estar no quadro explicando, com os alunos ouvindo. As conversas e entrevistas com os alunos revelaram que essa é uma prática bem aceita por eles. A professora parece estar sempre muito preocupada com o conteúdo a ser ministrado, e por isso reparte a carga horária que lhe é atribuída para desenvolver a disciplina, dividindo os conteúdos. Alega o fator tempo para justificar por que não muda sua prática pedagógica para essas duas disciplinas, embora informe que em 'Prática de Ensino' adote outra metodologia para trabalhar alguns desses conteúdos.

Nossa análise sobre a situação é que essa professora tem conhecimento de que determinados tópicos que desenvolve nessas disciplinas são muito importantes para a compreensão de outras, como ‘Cálculo I’, ‘Cálculo II’, ‘Geometria’ e ‘Física’, e mostra certo receio de que os alunos venham a cursá-las sem nenhum conhecimento sobre tais conceitos, que considera básicos.

Portanto sua maior preocupação diz respeito ao conteúdo a ser trabalhado como pré-requisito de outras disciplinas do curso, e não com a formação dos futuros professores, em termos do conteúdo que deverão desenvolver com seus alunos. Reconhece que grande parte de seus alunos nunca teve contato com tais tópicos na escola básica, mas julga que mais tarde, em ‘Prática de Ensino’, no 3.º ano do curso, lhes será mais fácil trabalhar de outra forma.

Supomos que sua preocupação com as disciplinas que utilizarão os tópicos que desenvolve com seus alunos advenha do fato de que tais conteúdos serão cobrados dos alunos ainda dentro dessa universidade por seus próprios colegas professores. Como responsável por ministrar esses tópicos, poderá vir a ser cobrada e talvez até julgada.

Em relação aos tópicos algébricos elementares, ela nos diz:

> A meu ver, a parte algébrica é trabalhada muito cedo no Ensino Fundamental. Eles não têm maturidade para entender isso. Então ali já se cria um problema: eles têm dificuldades naquele momento, e daí para a frente eles vão levando, levando, levando essas dificuldades, e penso que o trabalho da parte algébrica tenha que ser feito no Ensino Fundamental, mas parece que esse trabalho não é feito. Começam a trabalhar na 6.ª série com sistemas de equações — veja: sistema de equações na 6.ª série! Eles são muito pequeninos, eles não têm ainda..., não têm... conhecimento básico suficiente para desenvolver esse tipo de conceito. Depois eles começam na 7.ª série já com toda a parte de polinômios, da parte algébrica mesmo, dessa linguagem literal. Isso não é explorado junto com a parte da Aritmética, como raciocínio aritmético. Eles deixam todo o raciocínio aritmético de fora; aí eles não têm lógica, eles não raciocinam, eles não desenvolvem o dedutivo, porque a Aritmética é colocada de lado. (Professora Aline)

Embora a professora Aline considere que o estudo da Álgebra seja feito demasiadamente cedo, existem várias pesquisas que apresentam resultados satisfatórios sobre o estudo da Álgebra elementar desde séries anteriores àquelas a que a professora se refere — por exemplo, Thompson (1995), Lins e Gimenez

(1997), Passoni (2002) e Maranhão e Mercadante (2006). Podemos porém interpretar que ao se referir à "parte algébrica" ela esteja considerando que o ensino com foco no trabalho com letras tenha distanciado os alunos do aspecto semântico. Ao dizer que na 7.ª série trabalha-se com polinômios, mesmo com uma linguagem que considera literal, ela confirma nossa suposição de que concebe que esse tipo de atividade é realizado com presença de letras.

Sabemos que o ensino da Álgebra compreende também a manipulação desses símbolos, mas não somente eles. Tomando os referencias de Lee (2001) e Fiorentini *et al*. (1993, 2005), acreditamos que exista muito mais a enfatizar nesses níveis de ensino do que aquilo a que a professora Aline esteja se referindo. Ela admite, no entanto, que o ensino da Aritmética auxiliaria na compreensão da Educação Algébrica, e supomos que esteja se referindo aos professores que deixam de lado esse tipo de relação.

Mulligan (1995), em seu artigo *Uso de polinômios para surpreender*, apresenta vários exemplos de atividades que considera relevantes para o ensino–aprendizagem da Álgebra escolar, nas quais diz fazer uso da Aritmética. Chama essa atividade de "Aritmética dos polinômios", pois a partir de algumas seqüências numéricas mostra ser possível estabelecer relações em que se torna necessário, ou conveniente, que seus elementos sejam representados na forma de monômios ou polinômios. Destaca que a seqüência de Fibonacci é bem representada por meio de polinômios e é rica em modelos que os alunos podem descobrir e demonstrar. Embora nesse artigo o autor não apresente na íntegra a condução de tal atividade, levanta considerações sobre ela, e observamos que nela faz uso da Aritmética (pois trabalha com seqüências numéricas), de modo que o aluno possa atribuir algum significado à introdução das letras — o que, como já apontamos, é de grande dificuldade para parte dos alunos que iniciam a Educação Algébrica.

Interpretamos que ao relacionar a Aritmética à Álgebra a professora Aline tenha também uma visão desta última como sendo Aritmética Generalizada. Muitos pesquisadores defendem essa concepção, como já mencionamos, mas é preciso também ressaltar que se discute que ela também pode ser fonte de muitas das dificuldades que os alunos possam herdar do trabalho com a Aritmética. Ponte (2005) apresenta algumas dessas dificuldades:

> – Dar sentido a uma expressão algébrica.
> – Não ver a letra como representação de um número.
> – Atribuir significado concreto às letras.
> – Pensar uma variável com o significado de um número qualquer.
> – Passar informação da linguagem natural para a algébrica.
> – Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =.
> – Não distinguir adição aritmética (3 + 5) da adição algébrica (x + 3). (PONTE, 2005, p. 10)

Socas Robayna *et al.* (1996) aponta que possíveis dificuldades que os alunos apresentam ao trabalhar com tópicos da Álgebra elementar se originem das dificuldades também vivenciadas com a Aritmética. Consideram que as dificuldades deveriam ser corrigidas em um contexto aritmético. Dos exemplos de dificuldades que citam, escolhemos dois para melhor ilustrar o que expõem esses autores:

– Alunos que não dominam as operações com frações e apresentam resultados como $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$, cometendo o mesmo erro ao somar frações algébricas, como em $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$. Isso pode também aparecer na resolução de equações cuja variável esteja no denominador. Por exemplo, em $\frac{1}{3}=\frac{1}{x}+\frac{1}{7}$ os estudantes deduzem que 3 = x + 7.

– Os alunos cometem erros quando calculam o menor denominador comum para obterem frações equivalentes, como em $\frac{3}{28}+\frac{8}{35}=\frac{3+8}{4\cdot 7\cdot 5}$ ou em $\frac{3}{28}+\frac{8}{35}=\frac{5+4}{4\cdot 7\cdot 5}$. Em ambos os casos, encontram o denominador comum, mas não tornam as frações equivalentes. Conseqüentemente, na resolução de equações como $\frac{x}{3}+7x=3+\frac{x}{9}$ podem fazer a representação $\frac{x}{3}+63x=27+\frac{x}{9}$.

– Erros que cometem com o uso da propriedade distributiva em relação à soma. Por exemplo, 3(x + 2) = 7x resulta em 3x + 2 = 7x.

– Simplificações incorretas. Em $\frac{x+2}{2}=5$, deduzem que x = 5, por usarem o cancelamento da parcela 2 do numerador com o denominador.

Erros dessa natureza, segundo Socas Robayna *et al*. (1996), se originam na transição conceitual da Aritmética para a Álgebra e permitem ver como os alunos se apropriam erradamente de conceitos aplicáveis à Aritmética e os transferem à Álgebra.

A professora Aline acredita que o estudo da Aritmética não está sendo devidamente valorizado, mas em seus relatos ela não explicita o que, em seu ponto de vista, seria importante ressaltar nessa relação, e nem mesmo se saberia identificar quais os cuidados a observar quando se utiliza tal abordagem. Supomos que ela talvez conheça algumas das indicações feitas pelos autores citados, embora não nos tenha sido possível obter evidência dessa concepção.

O episódio que relataremos a seguir nos dá indícios de como essa professora valoriza a concepção da Álgebra como Aritmética Generalizada nesse curso de Licenciatura.

5.1.1. O episódio da progressão aritmética

A professora Aline enfatiza em sala de aula o uso da generalização da Aritmética para a dedução de algumas fórmulas utilizadas no estudo das progressões, como a fórmula para encontrar o *n*-ésimo termo de uma progressão aritmética partindo do conceito de que essa seqüência é formada ao se somar a razão a seu primeiro elemento e assim sucessivamente, utilizando-se representações simbólicas de tal modo que a fórmula recaia em uma linguagem algébrica. Isso pôde ser constatado tanto nos cadernos dos alunos quanto nas falas da professora durante a entrevista.

Reportando-nos à visão de Lee (2001), identificamos nessa atitude da professora Aline não só a concepção de Álgebra como Linguagem, mas também como Caminho de Pensamento, ao estabelecer, a partir do conceito de progressões aritméticas, que o segundo termo é o primeiro mais a razão, o terceiro é o segundo mais a razão e conseqüentemente o primeiro mais duas vezes a razão, e assim por diante. Procura ela desse modo estabelecer raciocínios sobre padrões, criando a necessidade de introduzir a linguagem algébrica, que nesse caso culmina na fórmula do termo geral da progressão aritmética.

Em certa avaliação, a professora apresentou a seus alunos uma questão envolvendo progressões aritméticas na qual eram indicados do primeiro ao quarto termos, pedindo-se o décimo. O aluno Gilberto apresentou a seqüência como resposta, isto é indicou os termos desde o primeiro até o décimo. A professora, não havendo concordado com essa resposta, comentou na entrevista:

> [...] gostaria que ele me explicasse como chegou nesta seqüência [...], mas teria que justificar por escrito como pensou para resolver a questão [...], se ele tivesse aplicado a fórmula já serviria como explicação.
>
> Tanto que vários alunos fizeram um monte de cálculos para resolverem o problema. É lógico que nesse caso ficaria mais fácil aplicar a fórmula, mas [...] chegou a uma resposta certa e justificou o porquê, está bom. (Professora Aline)

Na prova de uma das alunas do 1.º ano pudemos localizar essa questão. Ela tem o seguinte enunciado:

> A medida do lado de cada um dos polígonos regulares abaixo é 2 cm.

> a) Encontre o perímetro de cada figura. Os números encontrados formam uma seqüência de que tipo?
> b) Quantos lados terão o 10.º polígono da seqüência?
> c) O perímetro de um polígono regular de 15 lados representaria que termo da seqüência?
> d) Qual é a expressão geradora da seqüência de perímetros?
>
> (Questão da prova de ‘Fundamentos de Matemática’ do curso pesquisado, de 26 mar. 2003)

A professora Aline refere-se ao item *b*. Entendemos que o aluno apresentou como resposta a seqüência "3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12", não estabelecendo relação com o perímetro das figuras, e sim com a seqüência referente aos números de lados dos polígonos apresentados.

Ela diz admitir que seus alunos respondam ao problema de várias formas e aceitar que utilizem outros métodos de resolução, mas, como nos relata, considera que faltou uma explicação nessa resposta do aluno Gilberto. Parece-nos questionável a importância em relação à flexibilidade que a professora Aline diz atribuir à forma de responder. Ao dizer que privilegia o uso da fórmula porque esta simplifica em muito o trabalho em situações que envolvem progressões aritméticas, possivelmente supõe que os alunos, ao conhecerem tal fórmula, também dariam a isso a mesma importância, embora admita que:

> [...] a fórmula em muitas vezes não significa nada [...], mas temos que salientar que a fórmula faz com que a gente perca menos tempo, [...] e mostrar essas diferenças às vezes é difícil. (Professora Aline)

Nossa interpretação é que essa professora aceitaria também como resposta uma explicação na linguagem usual, sem necessidade de fórmulas em linguagem algébrica, embora considere que o aluno tem de reconhecer a praticidade do uso de fórmulas, pois em seu entender estas surgiram na Matemática para facilitar resoluções que, de outro modo, exigiriam muito mais tempo.

Parece-nos que a professora Aline, ao reconhecer que as fórmulas fazem com que se "perca menos tempo", esteja nos dando indícios de uma concepção de Álgebra também como Ferramenta, de acordo com a categorização de Lee (2001).

Interpretamos que estão implícitas na fala dessa professora algumas características do que Booth (1995) nos aponta sobre alunos que, diante da resolução de algumas atividades, devem aprender os procedimentos mais formais, mas primeiro devem perceber a necessidade destes, para o que se requerem condições que considera importantes:

> a) que o professor reconheça que os alunos podem dispor de um método informal para um dado tipo de problema;

> b) que o valor desse método informal para a resolução de problemas simples seja reconhecido e discutido;
> c) que as possíveis limitações do método sejam consideradas, simplesmente tentando usá-la em problemas de mesma espécie, porém mais difíceis.
>
> (BOOTH, 1995, p. 35)

O que supomos, pelo fato de que a professora Aline não declara objetivamente essas condições, é que fique difícil para os alunos compreenderem seus objetivos. Para melhor entendimento da situação, mostraremos a seguir a interpretação do aluno Gilberto nesse episódio.

5.1.2. A visão do aluno Gilberto sobre a questão da progressão aritmética

Gilberto, aluno de Licenciatura e também professor de Ensino Fundamental, refere-se à professora Aline de maneira bastante apreciativa:

> Eu a tenho como uma excelente professora, e me orgulho disso. Já falei isso para ela, depois de muitos anos ter uma professora como ela. (Aluno Gilberto, do 2.º ano)

Tal admiração se torna um componente facilitador para a interação da professora com seus alunos. Segundo Tardif (2002):

> O professor que é capaz de se impor a partir daquilo que é como pessoa que os alunos respeitam, e até apreciam ou amam, já venceu a mais temível e dolorosa experiência de seu ofício, pois é aceito pelos alunos e pode, a partir de então, avançar com a colaboração deles. (TARDIF, 2002, p. 140)

Parece que assim ela o faz. Quanto à questão da progressão aritmética, o aluno Gilberto nos diz haver justificado sua resposta da seguinte maneira:

> [...] penso eu: se tenho a razão e o primeiro termo, fui somando ao primeiro termo a razão e encontrei o décimo termo. Quando conversei com a professora questionei o motivo pelo qual ela preferia uma a outra solução, pois para mim Matemática é uma coisa só. (Aluno Gilberto, do 2.º ano)

Quando conversaram sobre a questão, Gilberto não aceitou prontamente a exigência feita pela professora, mas depois de alguma reflexão acabou concordando, pois percebeu que o importante não era a resposta certa. E concluiu:

> [...] penso que ela exigiu uma linguagem que tivesse mais símbolos e eu usei uma linguagem mais aritmética. Porque no Ensino Fundamental posso percorrer vários caminhos para chegar a uma resposta correta, e acredito que um dos objetivos do Ensino Fundamental seja exatamente abrir os universos referentes à Matemática [...]. (Aluno Gilberto, do 2.º ano)

Mesmo havendo concordado com a professora Aline, talvez não houvesse ficado claro para esse aluno, anteriormente, que a resposta até poderia ser oferecida na forma como o fez, desde que acompanhada da devida explicação de como e por que procedera de determinada maneira. Gilberto, comparando sua atuação como aluno e como professor, percebeu o que a professora quis lhe comunicar sobre o conhecimento das progressões aritméticas: que respostas como a dele podem até ser admitidas em alunos do Ensino Fundamental, mas hoje, como futuro professor ou professor atuante que é, exige-se uma evolução em sua compreensão sobre o assunto, de modo que tenha condições de analisar, discernir e pôr em uso essa compreensão do que é Matemática ao lidar com o conceito de progressões.

> Como já leciono Matemática há muitos anos, embora não concordasse com o critério estabelecido por ela, tal atitude, de não considerar a questão da minha prova totalmente correta, me fez refletir sobre os vários caminhos que posso fazer para chegar a um resultado, e procurar na minha prática como professor mostrar aos meus alunos mais detalhes, ou reconhecer a possibilidade de levar ao conhecimento do meu aluno essas possibilidades para ele também fazer tal reflexão. (Aluno Gilberto, do 2.º ano)

Nesse episódio, a professora Aline levou esse aluno a refletir sobre sua própria prática pedagógica. Segundo Fiorentini e Castro (2003), o conceito de saber docente pressupõe a existência de algumas mediações, umas das quais é a reflexão. Para os autores, “sem reflexão, o professor mecaniza sua prática, cai na rotina; passando a trabalhar de forma repetitiva, reproduzindo o que está pronto e o que é mais acessível, fácil ou simples” (FIORENTINI; CASTRO, 2003, p. 127).

Supomos que a professora Aline talvez não conheça a teoria que está por trás de seus próprios saberes, mas parece estar consciente de que tem futuros professores como alunos, e tenta levá-los, nesse processo de formação, durante o curso de Licenciatura, a incorporar alguns dos saberes de que ela dispõe, fazendo-os refletir. Parece reconhecer que a reflexão “aparece como parte desse processo de formação profissional, no qual os saberes docentes são mobilizados, problematizados e ressignificados pelos futuros professores” (FIORENTINI; CASTRO, 2003, p. 127).

O que nos chama atenção é ter sido necessário que o aluno passasse por uma avaliação para que pudesse refletir sobre as formas de resolução e sobre a necessidade de explicitação de suas justificativas. Supomos que talvez as concepções e exigências dessa professora quanto a esse procedimento não tenham sido claramente explicitadas durante suas aulas.

Outro ponto que acreditamos ser relevante é que esse aluno, sendo professor do Ensino Básico, incorporou em sua reflexão esse aspecto, estabelecendo relação com o que a professora lhe dissera e passando a questionar sua atuação como professor.

5.1.3. Conclusões sobre o episódio da progressão aritmética

Podemos considerar que a professora Aline, ao valorizar a generalização, põe em prática o que Lee (2001) chama de pensamento algébrico, apontado por essa autora como apropriado à introdução da Álgebra elementar:

> Uma visão mais ampla de pensamento algébrico como retratado na literatura [...] pode ser caracterizado por elementos que poderiam ser apropriados para a “álgebra elementar” e outros que poderiam definitivamente também não o ser. Entre os candidatos para a “álgebra elementar” que temos ou que poderíamos considerar estão:
>
> – raciocínio sobre padrões (nos gráficos, regras de números, formas etc.), acentuando e detectando uniformidades e diferenças, repetição e ordem.
>
> (LEE, 2001, p. 3)[34]

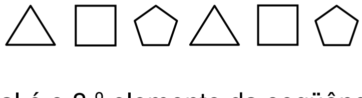
[34] Todas as traduções de Lee apresentadas neste trabalho são nossas.

A professora Aline reconhece que uma fórmula é uma expressão generalizadora de um modelo Aritmético, o que se enquadra na concepção de educação algébrica como Aritmética Generalizada, além de revelar também uma concepção de Álgebra como Linguagem, emergindo da necessidade de expressão.

A professora nos aponta, dentre outros, um saber que podemos classificar como conhecimento didático do conteúdo, ao procurar que seus alunos, futuros professores, reconheçam também a importância de representar em linguagem algébrica as respostas que dão às questões apresentadas.

Acreditamos que para que a atuação da professora Aline não leve, por falta de clareza de seus objetivos, a conflitos com seus alunos, como ocorreu no episódio da progressão aritmética, ela poderia propor atividades que não somente permitissem aos alunos utilizar uma linguagem algébrica baseada em fórmulas que conhecessem previamente, como é o caso das referentes a progressões aritméticas, mas que também os habituassem a justificar suas diferentes formas de resolução acompanhando-as de justificativas.

Apresentaremos a seguir uma atividade parecida com a que ela propôs em sua avaliação. Essa atividade é apresentada por Raboni (2004) em pesquisa que teve por objetivo refletir sobre os saberes profissionais do professor de Matemática do Ensino Básico a partir de sua prática pedagógica no ensino da Álgebra. Após a descrição da atividade, serão expostas algumas colocações de alunos de 7.ª série e de uma das professoras que acompanharam sua aplicação.

> 2.ª Atividade:
>
> a) Escreva a regra da seqüência abaixo.
>
> 
>
> b) Qual é o 8.º elemento da seqüência?
>
> c) Qual é o 14.º elemento da seqüência?
>
> d) Sem desenhar, descubra qual seria o elemento a ocupar a 20.ª posição.
>
> Logo de início uma aluna observou que a regra da seqüência eram figuras de 3, 4 e 5 lados.

> Para encontrar as respostas dos itens *b*, *c* e *d*, não tiveram dúvidas. E a professora perguntou:
>
> E se fosse a 75.ª posição?
>
> Alguns alunos se manifestaram:
>
> Como são 3 figuras, multiplicando por 10 dá 30 e será o pentágono e 2 vezes 30 é igual a 60, que também é o pentágono mais 15 elementos. Contei no dedo e deu o pentágono.
>
> Uma aluna disse:
>
> Esse número é pequeno. E se fosse um número mais alto ainda?
>
> (RABONI, 2004, p. 93)

Raboni (2004, p. 94) constatou com essa atividade que a professora, ao dar palavra a seus alunos, permitiu-lhes participar “tanto da elaboração de caminhos próprios para a resolução das atividades quanto da correção, podendo colocar-se, refletir junto com o grupo e até aceitar novas formas de resolução, percebendo assim que os caminhos podem ser vários para um mesmo exercício”. Supomos que essa forma de proceder talvez possa facilitar para os alunos desse curso de Licenciatura a compreensão de quais são os saberes da professora Aline que ela espera que seus alunos incorporem.

Reconhecemos que a professora Aline mostra um saber que é relevante quanto às possíveis maneiras de responder às questões, mas nos parece que ela tenha alguma dificuldade em implementar e explicitar esse saber durante suas aulas, impedindo que o aluno consiga compreender a importância que ela dá a esse tipo de prática, compreensão essa que, no entanto, é cobrada nas avaliações. Acreditamos que se essa professora, como propõe Raboni (2004), implementasse aulas investigativas em sua prática, poderia levar os alunos a desenvolver não somente um conhecimento do conteúdo, mas também um conhecimento didático desse conteúdo, considerando a categorização de Shulman (1986).

Quanto à situação acima citada por Raboni (2004), apontamos o questionamento feito pela aluna de 7.ª série sobre elementos que, na seqüência proposta, estivessem em posição bem mais alta que as abordadas até então. Supomos que a professora Aline poderia também adotar tal procedimento ao pedir que os alunos calculassem outras posições. Como aponta Raboni (2004), nesse episódio de sua pesquisa a professora proporcionou aos alunos, por meio de debates, a oportunidade de cogitarem em situações mais complexas, que lhes despertaram a necessidade de utilizar procedimentos mais formais, já que os procedimentos que haviam utilizado até então se mostrariam pouco práticos para que chegassem à resolução.

5.1.4. Outros saberes da professora Aline

Além desses saberes, supomos que a professora Aline tente mostrar aos alunos que as respostas por eles articuladas podem revelar o grau de conhecimento de que dispõem sobre o assunto. Isso se evidencia não somente ao corrigir as avaliações, mas também em suas escolhas de exercícios para a sala de aula. Destacamos aqui uma questão retirada do Exame Nacional de Cursos de 2002 (o "Provão", do Sistema de Avaliação da Educação Superior), cuja resposta consta no caderno de um dos alunos do 2.º ano a que tivemos acesso. Apresentaremos inicialmente a questão completa:

> Um número racional é um número real que pode ser representado como quociente de dois inteiros a/b sendo b ≠ 0. Esse assunto, em geral, é transmitido aos alunos sem qualquer justificativa. A fim de desenvolver espírito crítico, você pretende mostrar aos seus alunos que qualquer número racional tem uma representação decimal que é finita ou é uma dízima periódica, como por exemplo: $\frac{124}{11} = 11{,}272727...$
>
> $$\begin{array}{l|l} 1\ 2\ 4 & \underline{11\qquad} \\ \ \ \ 1\ 4 & 11{,}27 \\ \ \ \ \ \ \ 3\ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 8\ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 3 & \end{array}$$
>
> Além disso você quer mostrar também que um número com uma dessas representações decimais é racional. Com esse objetivo:
>
> a) demonstre que a representação decimal de um número racional ou é finita ou é uma dízima periódica.
>
> b) descreva um processo que possa ser representado a um aluno da 7.ª série, que não seja a aplicação imediata de uma fórmula que permite obter número inteiros *a* e *b*, b ≠ 0, tais que a/b = 17,6424242...
>
> c) indique uma alternativa ao processo anterior que utilize tópico do programa do ensino Médio.
>
> (BRASIL, 2002)

No caderno, porém, constavam somente as respostas, com uma alteração no item *c*, que foi substituído por "Demonstre como no Ensino Médio". Quando questionamos esse aluno sobre o fato, ele disse não se lembrar da razão dessa escolha da professora, mas afirmou que sempre copiava tudo que os professores colocavam no quadro.

Não pudemos constatar por que a professora Aline alterou o enunciado do item *c* nem por que considerou essa mudança importante. Tampouco pudemos saber o que ela pensa sobre o que vêm a ser demonstrações.

Pietropaolo (2005), pesquisando sobre as compreensões a respeito da necessidade e acessibilidade da implementação de provas e demonstrações nos currículos de Matemática da Educação Básica, nos aponta diferentes concepções do que venham a ser demonstrações e provas, sob vários pontos de vista: na história, nos currículos da Educação Básica e também o que pensam sobre isso professores e pesquisadores, entre outras fontes. Destacamos entre algumas das conclusões apontadas por esse pesquisador em sua pesquisa:

> [...] a prova deve fazer parte da formação dos alunos da Educação Básica, desde que o significado a ela atribuído seja ampliado e que se caracterize por um processo de busca, de questionamento, de conjecturas, de contra-exemplos, de refutação, de aplicação e de comunicação e não no sentido formalista que a caracterizou nos currículos praticados em outros períodos. No entanto, essa concepção não significa que não se possa discutir com os alunos algumas demonstrações rigorosas. Pelo contrário, essa discussão é desejável. (PIETROPAOLO, 2005, p. 212)

Supomos que a professora Aline, ao substituir o enunciado do item *c*, talvez tenha pretendido discutir com seus alunos que conteúdos seria possível articular para responder a questão de uma maneira acessível aos alunos do Ensino Médio, e também tentar levar seus alunos da Licenciatura a um processo de questionamento, como advoga Pietropaolo (2005). Possivelmente essa professora reconhece que os futuros professores de Matemática deverão trabalhar provas e demonstrações com seus alunos.

Supomos que a professora queira também enfatizar as diferenças entre o conhecimento matemático de um aluno da 7.ª série e aquele de um aluno do Ensino Médio, ou seja, que embora ambos resolvam a mesma questão, podem utilizar conceitos matemáticos diferentes. O que acreditamos ser mais relevante é que a professora almeja que seus alunos também reconheçam isso e, ao que supomos, que utilizem esse conhecimento ao serem avaliados. O que observamos na resolução encontrada no caderno do aluno se assemelha em parte ao padrão de resposta esperado[35] pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep) para a avaliação de alunos de cursos de Licenciatura em Matemática.

O que nos chama atenção nesse modo de resolução é que no caderno do aluno não constam palavras que esclareçam as escolhas feitas pela professora, o que nos impede de constatar se ela chegou a fazer tal justificativa oralmente. Nem mesmo as anotações do caderno nos dão indícios sobre o tópico do Ensino Médio que está sendo mobilizado na questão *c*. Acreditamos que no caderno consultado esteja evidenciada somente a resolução algébrica, desprovida de explicações que pudessem mostrar aos alunos outra forma de justificar as escolhas que fazem para responder às questões. Portanto supomos que a professora Aline reconheça a importância de que alunos de diferentes segmentos de ensino possam apresentar respostas diferentes a uma determinada questão, e que acredite ser importante que os futuros professores saibam disso, ainda que não explicite esse aspecto aos alunos, acabando possivelmente por reforçar a resolução de questões matemáticas através de procedimentos algébricos, sem dar exemplos ao aluno de como expressar-se também na língua natural, recurso que ela mesma sugere ao falar sobre sua aceitação de respostas que mobilizem tal registro.

[35] Segundo o Inep, o padrão de resposta para o item *b* é: "Um aluno da 7.ª série já sabe resolver equações a uma incógnita, pode então acompanhar o seguinte artifício algébrico:

$x = 17,\overline{642}$; $10x = 176,\overline{42}$; e $1000x = 17642,\overline{42}$. Portanto, $1000x - 10x = 17642 - 176$. Daí, $x =$
$= \dfrac{17642 - 176}{990} = \dfrac{17466}{990} = \dfrac{2911}{165}$

c) Para os alunos do curso médio, o mesmo resultado pode ser explicado como uma aplicação de cálculo da soma dos termos de uma progressão geométrica infinita:

$$x = 17,\overline{642} = \frac{176}{10} + \frac{42}{10^3} + \frac{42}{10^5} + \ldots = \frac{176}{10} + \frac{\frac{42}{10^3}}{1 - \frac{1}{10^2}} = \frac{176}{10} + \frac{42}{990} = \frac{17466}{990} = \frac{2911}{165}\text{"}$$

No caderno do aluno não consta "b) Um aluno da 7ª série já sabe resolver equações a uma incógnita, pode então acompanhar o seguinte artifício algébrico" e nem "c) Para os alunos do curso médio, o mesmo resultado pode ser explicado como uma aplicação de cálculo da soma dos termos de uma progressão geométrica infinita", embora todos os cálculos e artifícios algébricos estejam presentes na resolução.

Ao almejar que seus alunos estabeleçam essas relações, a professora Aline possivelmente mostra um saber que julgamos ser tanto de conhecimento pedagógico como de conhecimento curricular, pois, em nossa visão, ela tenta enfatizar para os futuros professores a importância dessa intersecção de três conhecimentos: do conteúdo, do pedagógico e do curricular, tomando como base a taxonomia de Shulman (1986).

Acreditamos que a professora Aline não tenha conhecimento de tal classificação, mas observamos que ela tenta articular esses conhecimentos em outros momentos, pois no caderno de aluno que consultamos há várias anotações que mostram essa preocupação.

Em relação às demonstrações, Pietropaolo (2005) nos sinaliza que:

> Uma simples leitura dos licenciandos em Matemática no Exame Nacional de Cursos em itens que envolvem demonstrações basta para constatar que, embora ainda predomine a concepção formalista em diversas licenciaturas, os egressos têm grandes dificuldades nesse tema. (PIETROPAOLO, 2005, p. 129)

Supomos que a professora Aline conheça essa realidade e que, ao evocar o tema demonstração em uma das questões, o tenha feito com o intuito de levantar sua importância para seus alunos. Não foi possível, porém, constatar mais sobre o assunto. Acreditamos, no entanto, que questões dessa natureza seriam oportunas para que a professora sugerisse a seus alunos que, como tarefa, entrevistassem alunos do Ensino Fundamental e Médio para saber que respostas estes dariam a essa questão e trouxessem tais respostas à sala de aula do curso de Licenciatura, pois serviriam para promover debates. Acreditamos que isso não só daria a esses futuros professores a oportunidade de conhecer diferentes formas de resolver uma questão, mas também lhes propiciaria o desenvolvimento de outros saberes importantes para a prática docente.

5.1.5. Alguns destaques da professora Aline sobre a disciplina 'Prática de Ensino'

Essa disciplina é oferecida a alunos do 3.º e 4.º anos do curso de Licenciatura, constando na grade a que nos referimos no Capítulo IV como 'Estágio Supervisionado'. Parte da carga horária corresponde a aulas ministradas na própria instituição; outra parte é dedicada a estágios que os alunos deverão fazer em instituições de Ensino Fundamental e Médio. A professora Aline é responsável por gerenciar ambas as atividades.

No que se refere ao estudo em sala de aula, a professora diz criar um ambiente em que os alunos possam conversar, mais do que em suas disciplinas anteriores, sobre conteúdos matemáticos referentes à Educação Básica. Supomos que ela adote essa postura de promover mais conversas do que em outras disciplinas por julgar que esse momento se preste melhor ao trabalho com a prática do ensino, e não com o conhecimento do conteúdo.

Nas avaliações da disciplina, cobra que os alunos criem situações de ensino que possam desenvolver com seus futuros alunos levando em consideração as sugestões dos PCN. Ela nos aponta algumas das dificuldades que tanto ela quanto os alunos vivenciam quanto lidam com esse documento:

> Eu percebo muito a dificuldade que os grupos têm em ler os PCN, e percebo muito isso quando esses grupos vão pesquisar seus temas. Coloco que eles façam as situações-problema contextualizadas também, como preconizam os PCN. Quase não aparecem, e se aparecem é muito pouco, porque eles não acham e nem sabem criar. (Professora Aline)

Ela informa que, mesmo propondo a seus alunos que procurem informações na bibliografia sugerida por ela, composta de livros didáticos da Educação Básica, onde poderão encontrar problemas contextualizados, eles não conseguem mostrá-los em seus trabalhos. Afirma que por vezes isso ocorre por não entenderem os próprios contextos desses problemas, que estão longe da realidade que vivenciam; outras vezes, são tão fáceis que não caberia chamá-los de contextualizados. Os alunos tampouco conseguem criar situações que sejam relevantes para auxiliar no processo de ensino–aprendizagem dos temas escolhidos.

A professora Aline deveria ter conhecimento de outras fontes bibliográficas, além dos livros didáticos, que fossem viáveis para seus alunos, como artigos de Educação Matemática publicados em periódicos, em anais de congressos e mesmo na própria Internet, além de monografias, incluindo as de mestrado e de doutorado, que talvez ela mesma não tenha ainda tido oportunidade de conhecer.

Ela nos diz que cria situações-problema para seus alunos de Ensino Fundamental e relata:

> Neste ano fiz uma oficina “Integrando Número, Medida e Geometria na resolução de problemas”. Trabalhei com polinômios, não aqui na faculdade, no colégio da prefeitura, que trabalho com a suplência, pois lá as dificuldades são muitas. Montei a oficina integrando esses três itens — Número, Medida e Geometria, interligadas pela Álgebra. Desenvolvi todos os conceitos que envolvem monômios e polinômios em cima da Geometria. Eles montaram jogos com figuras planas, montamos jogos com várias cores — azul, amarelo, vermelho, verde — para trabalhar vários conceitos. (Professora Aline)

Quando perguntamos a ela sobre trazer tais atividades a seus alunos de Licenciatura, respondeu que o faz, mas espera que eles primeiramente escolham seus temas e sintam dificuldades em abordá-los. Só depois faz sugestões que possam permitir, segundo ela, melhoria em seus trabalhos. E nos relata:

> E nessa fase do curso deixo eles trabalharem, criarem suas indagações, para depois discutirmos sobre o assunto, embora eu sugira alguns materiais que facilitem suas pesquisas. (Professora Aline)

Percebemos com isso que ela rompe com a maneira de se colocar como professora que anteriormente havíamos detectado: a de ministradora de aulas predominantemente expositivas, em que cabe ao aluno o papel de ouvir passivamente. Agora, diferentemente, revela-se uma metodologia em que os alunos devem procurar temas e situações-problema que se relacionem com estes. Frente às dúvidas, cabe aos alunos procurar a professora para discutirem os questionamentos.

Parece-nos que a professora Aline mobiliza tal procedimento com alunos do Ensino Fundamental ao aplicar atividades, e afirma que com estas os alunos montam jogos para trabalharem vários conceitos matemáticos. Diz que cria algumas dessas atividades e seleciona algumas delas para apresentá-las aos alunos de Licenciatura como sugestões de aula para aplicarem aos alunos do Ensino Fundamental. Ela faz com que seus alunos de Licenciatura vivenciem a experiência grupalmente em sala de aula, para depois debaterem sobre os tópicos de Matemática envolvidos.

Relata-nos também que nesses debates os alunos levantam questões sobre a maneira de apresentar tais tópicos. Reconhece que as discussões facilitam o aprendizado. Isso, segundo a professora, leva os alunos de Licenciatura a refletir sobre a prática de sala de aula, com discussões sobre temas referentes à Matemática desenvolvidas entre eles e com o professor, o que se distancia da concepção que eles mesmos têm de aula expositiva.

A professora Aline nos revela que os alunos, ao fazerem os estágios nas escolas, passam a utilizar como vertente de análise das aulas que assistem como estagiários a utilização, pelos professores responsáveis por essas aulas, de alguma prática que gere discussões entre os alunos. Embora ela reconheça que seus alunos lhe apresentam essas observações, considera que nem sempre agregam tal conhecimento a sua prática como professores:

> PESQUISADORA: Você acredita que a disciplina 'Prática de Ensino' faz uma ligação com as disciplinas básicas que os alunos tiveram no 1.º ano da Licenciatura com a que eles vão trabalhar com os alunos nas salas de aula?
>
> PROFESSORA ALINE: Eu penso que na 'Prática de Ensino' eles visualizam melhor isso. Embora eles sejam muito comodistas, eles chegam nas escolas, eles vêem o que os outros fazem de forma diferente dessa que estou falando e acabam entrando no esquema da escola. Então... é... é... O que quer fazer diferente da maioria, faz.

A professora oferece a oportunidade para que os alunos reflitam sobre outras metodologias para uso nas aulas de Matemática, e nos informa que os alunos o fazem, embora não tenhamos conseguido constatar como ela deduz que eles não as incorporam em sua prática e acabam "entrando no esquema da escola". Supomos que ela busque subsídios para essas afirmações em sua experiência em escolas de Educação Básica. Considera, porém, que é possível romper tal esquema, pois afirma que se algum de seus alunos, na posição de professor, quiser "fazer diferente da maioria, faz".

Apresentaremos a seguir uma das atividades que a professora Aline informa haver criado e que aplica aos alunos de Licenciatura. A atividade está relacionada a nosso objeto de estudo: tópicos algébricos elementares:

3. Resolvendo uma equação do 2º grau através da geometria

3.1. Resolução da equação $ax^2 + bx + c = 0$

* Estabelecendo as equivalências.

Material necessário:

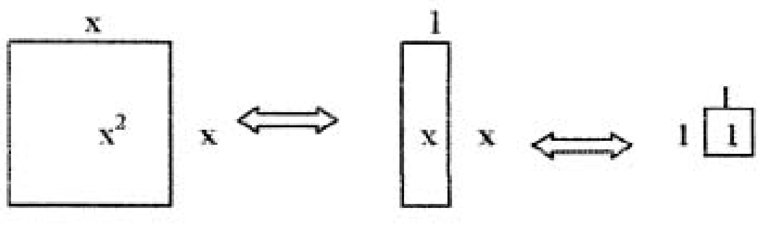
Fichas de papel cartão do jogo confeccionado e/ou Material Dourado

A professora Aline parece considerar a importância do valor didático da possível relação entre Álgebra e Geometria, valor esse que também é reconhecido por Socas Robayna *et al*. (1996), os quais utilizam a história da Matemática como referência para aprendizado de alguns tópicos da Álgebra elementar e citam o livro de Euclides (300 a.C.), que contém proposições que permitiam resolver problemas algébricos com o auxílio de figuras geométricas. Os autores também apontam possibilidades de resolução de equações quadráticas por meio de procedimentos de aplicação de áreas.

A professora mostra também utilizar tais relações entre áreas de figuras geométricas e uma possível linguagem algébrica para resolver equações. Abordaremos alguns pontos que consideramos relevantes, logo após a apresentação de parte do enunciado da atividade:

Desenvolvimento:

Estabelecer as equivalências:



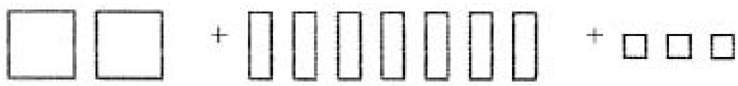
A princípio não entendemos que relação de equivalência a professora queira que os alunos estabelecessem ao ver esse esquema, pois na primeira figura observamos um quadrado de lado *x*, cabendo-nos presumir que x^2, escrito em seu interior, seja a representação algébrica de sua área. Pede-se determinar se existe relação de equivalência entre esse quadrado de lado *x* e um retângulo de lados *x* e 1 e também entre ambos e um quadrado de lado 1. Procuramos então consultar o exemplo de resolução de equação que ela mesma oferece:

3. 2. RESOLUÇÃO GEOMÉTRICA DA EQUAÇÃO $ax^2 + bx + c = 0$

Exemplo resolvido

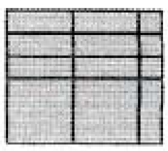
Dada a equação $2x^2 + 7x + 3 = 0$, siga as instruções:

a) Represente-a geometricamente;



b) Monte um retângulo e/ou quadrado qualquer e indique a sua área

(x + 3)



(2x+1)

$A = (x + 3) . (2x + 1)$

c) Calcule o valor de x que anula esta área (resolução na forma fatorada):

$A = (x+3).(2x+1) \Longrightarrow 0 = (x+3).(2x+1) \Longleftrightarrow (x+3) = 0 \Longrightarrow x = -3$

$(2x+1) = 0 \Longrightarrow x = -1$

Portanto, o conjunto solução da equação $2x^2 + 7x + 3 = 0$ é $S = \{-3,-1\}$

Atividade ➔Resolva geometricamente as equações:

a) $2x^2+3x = 0$ c) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $3x^2 + 5x + 2 = 0$ d) $2x^2 -7x +3=0$

Observamos que a professora Aline almeja que seus alunos enxerguem a relação entre a figura que representa a área do quadrado e a representação algébrica x^2 de maneira análoga à relação entre a área do retângulo de lados 1 e *x* com a representação *x* e à relação entre a área do quadrado de lado 1 com a representação 1. Interpretamos a equivalência, nesse caso, no sentido de representação das figuras com suas respectivas áreas, pois é claro que não se trataria da relação de equivalência entre figuras. Quanto ao símbolo utilizado entre as figuras (⇔), seu uso não é explicado, como tampouco o é o dos sinais "+" entre as figuras, na resolução.

Acreditamos que nos enunciados dessas questões a professora deveria estar atenta para não levar a interpretações errôneas, como a que potencialmente decorre do uso que fez do termo *equivalência*.

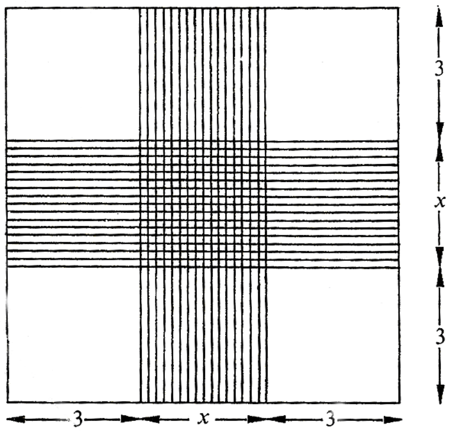
Observamos também que as questões que vêm a seguir são exercícios que reproduzem o mesmo procedimento. Talvez a professora Aline devesse lançar questões tais como: "Só existe um quadrado ou um retângulo que represente a equação?", "É sempre possível completar quadrado ou retângulo?". Em nenhuma das atividades que envolviam áreas foi possível observar questões que não se ativessem em seus enunciados a frases que determinem diretamente o que o aluno deve fazer como "Calcule...", "Determine...", "Monte...".

Há pesquisadores, como Socas Robayna *et al.* (1996), que também apresentam sugestões para resolver equações do 2.º grau recorrendo ao método geométrico, sugerindo que antes da resolução se construam as entidades geométricas, como quadrados e retângulos, necessárias para resolver o problema.

Com o objetivo de propor atividades para alunos do Ensino Básico, Socas Robayna *et al.* (1996) utilizam como um dos recursos didáticos apresentar diferentes métodos para encontrar soluções de certas equações. Dentre eles destacamos o método geométrico para equações de 2.º grau, que os autores dizem ter sido utilizado por Al-Khwarizmi, matemático árabe do século IX, em um problema de medida de áreas. Apresentam o seguinte exemplo:

> Para encontrar uma solução da equação $x^2 + 12x = 64$, procede-se da seguinte maneira:

- Ao redor de um quadrado de lado *x* (cujo valor é desconhecido) constroem-se quatro retângulos de lados *x* e 3. (Observe que 3 é a quarta parte de 12, coeficiente de *x*.)
- Cada retângulo pintado na figura tem área $3 \cdot x$.
- A área do quadrado pequeno que está no centro é igual a x^2.
- A área total da região pintada vale $x^2 + 12x$.
- *x* é a solução da equação se, e somente se, essa área for igual a 64. Por sua vez, para obter a área do quadrado grande tem-se de acrescentar as zonas pintadas, $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ (os quatros quadrados de canto de lado 3).



- A área total do quadrado grande será: 64 + 36 = 100, e portanto seu lado será 10.

Com ajuda de *x* também podemos expressar o lado do quadrado grande como 6 + x, e assim a solução da equação dada será 4.

(SOCAS ROBAYNA *et al.*, 1996, p. 68-69)[36]

Nesse método, portanto, constroem-se as figuras geométricas de modo que elas próprias sirvam como ferramentas para que se compreenda a resolução da equação do 2.º grau por meio das possíveis visualizações esboçadas que representam as figuras geométricas. Socas Robayna *et al.* (1996) associam o método que apresentam com a história da Matemática. A professora Aline, por sua vez, não chegou a fornecer a fonte de seu procedimento.

O que julgamos também importante ressaltar é que essa professora procura trazer para seus alunos atividades que se parecem, em parte, com o que pesquisadores como Charbonneau (1996) e Socas Robayna *et al.* (1996) apontam para a resolução de equações do 2.º grau utilizando áreas de figuras geométricas. Podemos considerar esse fato como saber dessa professora com o qual ela nos revela uma concepção de educação algébrica Fundamentalista-analógica.

[36] Todas as traduções de Socas Robayna *et al.* apresentadas neste trabalho são nossas.

Acreditamos que ela devesse articular tal concepção também com os tópicos referentes às disciplinas ‘Fundamentos da Matemática’ e ‘Matemática Elementar’, para que seus alunos tivessem oportunidade de reunir teoria e prática em tópicos referentes à Álgebra elementar desde o primeiro ano do curso de Licenciatura.

Lins e Gimenez (1997) informam predominar entre os professores do Ensino Básico aqueles que privilegiam a resolução de equações baseada apenas em algoritmos. A professora Aline, ao reconhecer que existe outra maneira de resolver equações, que não a baseada em algoritmos, não se enquadra portanto nessa maioria.

Essa professora nos mostrou dispor de saberes que, em sua maioria, supomos haver sido adquiridos em sua prática docente e em leituras, como aquelas que por vezes nos relatou fazer quando procura atividades para propor aos alunos. Ela informa que gostaria de ter feito cursos que a tivessem auxiliado em sua profissão, referindo-se a essa lacuna com certo pesar:

> Agora eu não sei se vou ter pique para voltar e fazer outra coisa. Trabalhei muito no estado, município e aqui, direto. (Professora Aline)

5.1.6. Algumas conclusões sobre as concepções e saberes da professora Aline

A professora Aline nos leva a concluir que dispõe de várias das concepções de Educação Algébrica, como a Fundamentalista-estrutural e a Fundamentalista-analógica, segundo a categorização de Fiorentini *et al*. (1993), e as de Aritmética Generalizada, Linguagem, Caminho de Pensamento e Ferramenta, de acordo com Lee (2001). A professora parece não dar ênfase a nenhuma dessas concepções.

Percebemos em sua prática que ela procura levar aos alunos atividades de vários tipos, tanto nas disciplinas referentes à Educação Básica como nas ligadas à prática de ensino e estágio supervisionado, embora na maioria das vezes distancie teoria e prática.

Em relação ao conhecimento didático do conteúdo, podemos apontar os seguintes aspectos:

– A professora Aline identifica algumas dificuldades dos alunos do curso de Licenciatura em resolver equações, tais como diferenciar as de 1.º das de 2.º grau, e dificuldades em interpretar questões expressas em língua natural.
– Mostra a seus alunos que as equações podem ser resolvidas por outros processos que não o algébrico, como os que utilizam a Geometria.

Quanto ao conhecimento pedagógico e curricular do conteúdo:

– Reconhece que alunos de diferentes anos de escolaridade podem mobilizar diferentes conhecimentos matemáticos para responder uma mesma questão.

Alguns outros saberes que pudemos perceber poderiam também ser classificados utilizando-se outras taxonomias, mas preferimos considerá-los como saberes experienciais, segundo Tardif (2002), uma vez que a professora Aline parece havê-los incorporado em sua prática:

– Valoriza respostas de questões expressas também em língua natural.
– Cria situações que levam seus alunos que já atuam como professores da Educação Básica a refletir sobre a própria prática.
– Julga ser importante que durante as aulas o professor reconheça e utilize uma linguagem próxima da do aluno, pois acredita que isso cria uma aproximação entre aluno e professor.
– Identifica alunos da Licenciatura que têm dificuldade de se expressar oralmente.
– Considera que os alunos interpretam melhor um enunciado quando os professores o lêem.

Além dessas concepções e saberes, a professora Aline mostra dispor da concepção de que no Ensino Fundamental e Médio os alunos estão acostumados com situações-problema em que seguem modelos, prática com a qual ela não compactua.

Ao tentar fazer uma síntese do que consideramos como saberes da professora Aline que poderiam nos dar indícios de suas concepções de Educação Algébrica, percebemos existirem práticas em tópicos de Álgebra que correspondem a seus saberes.

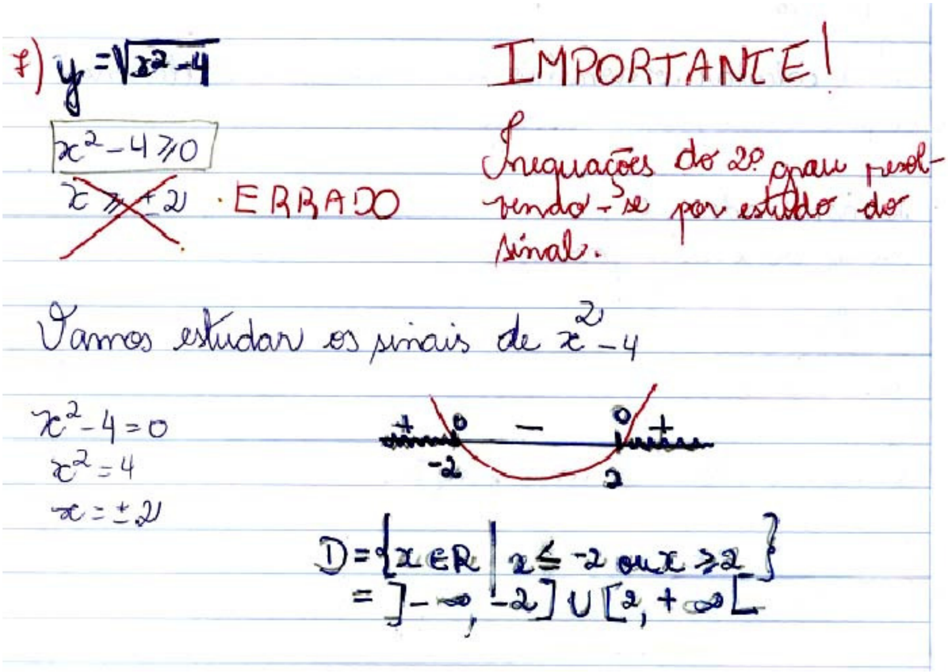
5.2. DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES E SABERES DA PROFESSORA BEATRIZ

Assim como a professora Aline, Beatriz faz vários comentários sobre as dificuldades que os alunos apresentam ao lidarem com vários tópicos da Matemática do Ensino Básico, entre eles alguns relacionados aos algébricos, ao ingressarem no curso de Licenciatura em Matemática. A seguir, destacaremos alguns dos relatos dessa professora:

> Nós aqui nesta universidade estamos já há alguns anos partindo do princípio que não podemos exigir nada dos alunos. Por exemplo: se eu preciso que o aluno tenha conhecimento de inequação, já nem pergunto quem lembra. Dou uma revisão para poder utilizar, pois já sei que uma grande parte da sala não lembra e tem mania de isolar o x^2 e tirar a raiz, e tudo fica por isso mesmo. Por exemplo: $x^2 > 9$; $x > \pm\sqrt{9}$; $x > \pm 3$. Resolvem a inequação como se fosse equação. Estou me referindo aos alunos do 1.º ano, e quase que na sua totalidade.
>
> Agora, quando pergunto sobre fatorar, alguns têm uma leve idéia sobre “diferença de quadrados” e colocar “um fator em evidência”, e fica por aí. Se forem outros tipos mais elaborados, utilizando propriedade associativa, colocar em evidência, aí já fica complicado.
>
> A regra de Briot-Ruffini, eu ensino e parece que eles vêm pela primeira vez, com exceção de um ou outro aluno. Na maioria dos casos temos alunos que vieram de escolas noturnas, muitos de supletivo. Inclusive nosso coordenador nos mostra todos os anos um perfil dos nossos alunos no tocante a estes quesitos. (Professora Beatriz)

Essa professora, ao comentar sobre as dificuldades dos alunos ao ingressarem no curso de Licenciatura, confirma o cenário apresentado por outros professores e também por alguns de seus alunos sobre os ingressantes nesse curso. Elegemos um relato em que ela se refere a uma técnica que utiliza, segundo descreve, para tentar minimizar as dificuldades que alguns alunos enfrentam no trabalho com inequações. O uso desse procedimento também foi observado em cadernos de alunos.

No caderno de um aluno da disciplina ‘Introdução ao Cálculo’, chamou-nos atenção o fato de que todas as resoluções de uma inequação do 2.º grau eram acompanhadas de uma anotação em vermelho: “Tem que fazer o estudo do sinal da função para resolver uma inequação do 2.º grau”. Ao conversarmos com a professora Beatriz, esclareceu-nos que a anotação servia para lembrarem e evitarem cometer erros como o que descreve no relato acima. Um exemplo é aqui reproduzido:



As anotações do aluno revelam que a professora escreveu no quadro a maneira incorreta de resolver a inequação do 2.º grau — pois trata-se de um exemplo, e não de um exercício proposto —, sobrepondo um grande X a esse procedimento errôneo, de modo a enfatizar o que o aluno não deve fazer. Pareceu-nos que tal procedimento não é muito usual no curso, pois não constatamos sua utilização em nenhuma outra disciplina.

A professora reconhece que muitos alunos do curso de Licenciatura cometem esse tipo de erro, tal como apontam também pesquisas como a de Tsamir e Bazzini (2001), que analisando os procedimentos de resolução de inequações e as dificuldades de alunos da escola secundária constataram, entre outras observações, que a maior fonte de dificuldade foi o uso de processos de resolução válidos para equações como se fossem válidos para inequações.

Foltalva (2006), em seu estudo que teve como objetivos investigar quais são os recursos que estudantes brasileiros do 3.º ano do Ensino Médio utilizam para resolver inequações e quais são os erros mais freqüentes, aponta que os alunos atribuem o mesmo significado aos símbolos "≥" e "=". O autor considera que isso provavelmente está ligado ao processo de ensino–aprendizagem centrado em técnicas e não em conceitos e propriedades matemáticas. As justificativas que os alunos pesquisados apresentaram para sua resolução de inequações fizeram referência, em sua maioria, à técnica algébrica, mesmo nos casos em que o uso dessa técnica era inviável.

Considerando a Teoria de Registros de Representação Semiótica, de Duval (1999), interpretamos que a professora Beatriz, além de reconhecer a dificuldade de seus alunos e alertá-los, recorre ao procedimento de mudar do registro na escrita algébrica para o registro gráfico para fazer o estudo dos sinais: apresenta a reta numérica com os zeros da função e um esboço da parábola, embora não represente o plano cartesiano, pois não chega a traçar o eixo das coordenadas. Interpretamos que com essa mudança de registro ela busque superar o que a pesquisa de Foltalva (2006) aponta sobre alunos que recaem em erros por usarem somente técnicas algébricas para resolver inequações.

A professora Beatriz não chegou a nos informar de onde proveio tal saber, mas pelas conversas que mantivemos durante a pesquisa de campo observamos que este é um saber que ela incorporou no decorrer de sua prática ao lidar com os alunos, tratando-se portanto de um saber experiencial, embora enxerguemos por trás dele um aporte teórico que o fundamenta. Isso nos faz pensar que os professores do curso de Licenciatura, seja qual for a disciplina que ministrem, deveriam dispor de conhecimentos sobre teorias de aprendizagem que os auxiliassem e que pudessem dar suporte aos conteúdos abrangidos na Licenciatura. Além disso, os professores poderiam também trazer o conhecimento dessas teorias aos alunos durante o aprendizado.

Nossa sugestão se baseia no que Fiorentini (2004) admite em relação à possível influência da prática pedagógica do professor formador na Licenciatura de Matemática nas disciplinas matemáticas:

> A maioria dos professores de Cálculo, de Álgebra, de Análise, de Topologia etc. acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos. Eles geralmente não percebem ou não têm consciência de que ensinam também um jeito de ser professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação com a matemática e de ensiná-la, aprendê-la e avaliar sua aprendizagem. (FIORENTINI, 2004, p. 5)

Além de inequações, outro tópico de Álgebra elementar a que a professora Beatriz alude é a fatoração de expressões algébricas. Ela reconhece que os alunos conseguem conceber a fatoração por fator comum em expressões algébricas e também a diferença de quadrados, mas aponta que desconhecem outros aspectos que ela parece reconhecer como importantes para o desenvolvimento de sua disciplina, e por isso ela, em suas próprias palavras, propõe-se a "ensiná-los".

Também Cury e Konzen (2006), em sua investigação de calouros de cursos superiores, incluindo os de Licenciatura em Matemática, que cursavam a disciplina 'Cálculo Diferencial', descreve dificuldades decorrentes de problemas com conteúdos da Educação Básica, especialmente com os tópicos algébricos elementares, dentre os quais destaca a fatoração. A autora aponta pesquisas que detectaram que um dos erros cometidos por alunos dessa disciplina foi o não-reconhecimento de padrões em uma expressão algébrica, de forma que fosse possível fatorá-la. Essa dificuldade impedia que o aluno resolvesse a seguinte expressão:

> $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+2x}{x^2-5x+6}$, [na qual] espera-se que os alunos fatorem as expressões do numerador, para encontrar o fator comum (x – 2). No entanto, muitos estudantes não "vêem" o padrão subjacente na expressão do numerador, ou seja, não reconhecem um polinômio de terceiro grau e nem tentam encontrar suas raízes. (CURY; KONZEN, 2006, p. 2)

Assim, para conseguirem fatorar essa expressão, os alunos teriam não só de colocar em evidência o fator comum *x* do numerador, mas também de representar o polinômio do 2.º grau de forma fatorada. Segundo a professora Beatriz, qualquer fatoração que requeira mais que identificar o fator comum e a diferença de quadrados está além da capacidade de resolução da maioria dos alunos ingressantes.

Segundo os cadernos dos alunos, essa professora lhes apresenta o tópico fatoração com enfoque de revisão, mas, como não acompanhamos suas aulas, não pudemos constatar se ela se atém à representação exclusivamente algébrica, que consta nos cadernos. O fato é que nesses cadernos há muitos exercícios de cálculo de limites cuja resolução envolve fatorações apresentadas em forma algébrica.

Assim como Dall'Anese (2000), que constatou, também em disciplina relacionada ao Cálculo, dificuldades de alunos em relação a atividades que mobilizam fatoração, a professora Beatriz aponta as mesmas dificuldades em seus alunos, sem porém discorrer sobre uma possível maneira de solucioná-las.

Dentre as pesquisas com que tivemos contato e que mostram propostas de ensino–aprendizagem de fatoração, destacamos a de Socas Robayna *et al.* (1996), que apresentam sugestões de atividades que envolvem fatoração utilizando figuras geométricas para constatar as igualdades das expressões como:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Esses autores defendem que por trás de tais representações existe a linguagem visual das figuras, que é utilizada como recurso didático de apoio, tanto para a linguagem aritmética como para a linguagem algébrica. O que não conseguimos saber é se a professora Beatriz desconhece outro procedimento de ensino ou se alega falta de tempo para poder trabalhar com a fatoração de forma que o aluno seja levado a uma melhor compreensão desse tópico da Educação Básica.

Quanto a determinar as raízes de um polinômio, a professora Beatriz enuncia um teorema e justifica sua aplicabilidade da seguinte forma, como consta em um caderno de aluno:

> Teorema: Se α é raiz do polinômio P(x), ou seja, $P(\alpha) = 0$, então P(x) é divisível por $(x - \alpha)$.
>
> $P(x) = x^2 - 4x + 3$
>
> $P(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3$
>
> $P(1) = 1 - 4 + 3$
>
> $P(1) = 0$, então P(x) é divisível por $(x - 1)$

Nos cadernos observados, não só esse teorema, mas todos os demais, são tratados da mesma forma — qual seja, são justificados por meio de exemplos numéricos, o que deixa de lado a fundamentação matemática que garante a veracidade dessas afirmações.

Quanto à demonstração do teorema, a pesquisa de Pietropaolo (2005), que teve por objetivo identificar compreensões sobre a necessidade e a acessibilidade da implementação de provas e demonstrações nos currículos de Matemática na Educação Básica e investigar as implicações que essa inovação traz aos currículos de formação inicial de professores, apresenta diretrizes para uma (res)significação das provas tanto nos currículos de Educação Básica como nos de formação de professores. Aponta com esse enfoque que em cursos de formação de professores as demonstrações não devem ser utilizadas apenas para se aprender mais Matemática ou apenas com o objetivo de desenvolver o raciocínio matemático, "mas também em sua perspectiva didática, curricular e histórica. Uma das possibilidades seria, por exemplo, refletir sobre a evolução do pensamento matemático, no qual se inclui a demonstração, indispensável à Matemática" (PIETROPAOLO, 2005, p. 222).

Esse pesquisador vale-se das categorias de Shulman (1986) referentes ao conhecimento do professor e expõe que as demonstrações envolvem tanto o conhecimento pedagógico do professor — pois considera que ao trabalhar com provas na educação básica é necessário que este disponha de conhecimento suficiente para poder oferecer exemplos e contra-exemplos e fazer analogias e representações, aplicações do teorema e escolhas de situações-problema que necessitem de validação — quanto o conhecimento do currículo — pois os professores devem desenvolver a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado e estudar a história da evolução curricular desse conteúdo.

A professora Beatriz parece não reconhecer a importância de tal enfoque. Cabe aqui considerar que, segundo a categorização de Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo no ensino não é suficiente para os formadores de professores, e de fato constatamos que, nesse curso, alunos de séries subseqüentes às dessa disciplina não se dão conta de que a substituição da variável de um polinômio pela raiz deste o anula. Isso foi apontado na entrevista do coordenador.

Ao analisarmos do ponto de vista do conhecimento matemático o teorema enunciado pela professora Beatriz, o qual consta no caderno de um aluno, vemos que se trata de uma afirmação verdadeira que, porém, talvez não tenha obedecido a uma seqüência de enunciados que o fariam realmente merecer a designação de teorema[37].

Portanto, embora a professora julgue serem importantes as proposições como teoremas e corolários, percebemos que ela os apresenta de acordo com alguma síntese que talvez ela mesma tenha elaborado, embora isso pareça ainda distar de uma seqüência coerente em termos do conhecimento do conteúdo matemático necessário para a compreensão dessas proposições.

Ao relacionarmos as afirmações da professora Beatriz com as da professora Aline sobre sentimentos que se manifestam nos docentes do curso de Licenciatura ao perceberem as dificuldades que os alunos apresentam diante da Matemática do Ensino Básico, perguntarmos à primeira como consegue lidar com as dificuldades dos alunos sem vivenciar ansiedade. Ela nos respondeu:

> Pego a meninada muito no começo; ainda sou mãezona; tento correr atrás. Por mais que seja muito boba a pergunta deles, eu nunca falo: "Nossa! Você não sabe isto!". Eu sempre respondo com a mesma seriedade de uma pergunta difícil, ainda que ache que ele tenha obrigação de saber aquilo. Pois o aluno que estou recebendo, ele é produto de um sistema. Se chega

[37] O próprio livro de Álgebra adotado nessa universidade a partir do 2.º ano apresenta a seguinte seqüência: primeiramente se vale da definição de raiz de uma equação; a seguir intitula o Teorema do Resto (que apresentaremos em linguagem mais próxima daquela da Educação Básica, diferentemente do livro, que recorre para tanto à Teoria de Anéis); conclui que o resto da divisão de um polinômio P(x) por $x - a$ é igual a P(a), ou seja, r = p(a); demonstra a seguir tal afirmação, seguida de exemplos numéricos; com isso enuncia um corolário que afirma que um polinômio P(x) é divisível por $x - a$ se e somente se a é raiz desse polinômio, isto é, P(a) = 0; e a seguir o demonstra.

> aqui e apresenta deficiência, a culpa não é dele; é de um sistema que o vem promovendo. E qual é a nossa função? Penso que seja tentar melhorá-lo.
>
> Dependendo do aluno, logo que entra no 1.º ano não consegue formular questões sobre suas próprias dificuldades, mas com o passar do ano percebo que o crescimento deles é grande e que no fim do ano eles conseguem formular melhor suas questões. A gente nota um progresso muito grande, e eles, por sua vez, nos parecem interessados, mas penso que eles antes não foram muito cobrados e foram passando sem precisar estudarem. (Professora Beatriz)

Essa professora considera que as dificuldades dos alunos advêm de não haverem sido muito cobrados na escolaridade anterior. Não atribui culpa a eles, mas sim ao sistema que vem promovendo tal situação. Tampouco parece culpar os professores de escolaridades anteriores, mas sim, talvez, a ideologia política educacional que supõe estar por trás das escolas que esses alunos freqüentaram.

Lembramos que essa professora também foi bastante elogiada pelos alunos com que conversamos. Supomos que isso também se deva a suas características como pessoa e a sua capacidade de persuadir os alunos. Tardif (2002) considera que os recursos de ensino que os professores podem utilizar para atingir seus objetivos com os alunos, recursos esses a que chama de tecnologias da interação, são três: a coerção, a autoridade e a persuasão. O autor ressalta haver pesquisas que indicam que, no tipo de atividade em que ele inclui a de professor:

> […] sua personalidade, suas emoções, sua afetividade fazem parte integrante do processo de trabalho: a própria pessoa, com suas qualidades, seus defeitos, sua sensibilidade, em suma, com tudo o que ela é, torna-se de uma certa maneira um instrumento do trabalho. (TARDIF, 2002, p. 142)

Pensamos que tanto Beatriz quanto Aline compreendem que seu trabalho carrega as marcas de seres humanos, e ambas parecem conseguir a aprovação da maioria dos alunos justamente por isso.

Quando conversamos sobre sua metodologia de aula, percebemos que a professora Beatriz utiliza aula expositiva na maior parte do tempo disponível, embora relate:

> Utilizo na minha aula não apenas um lugar para eles me ouvirem. Divido a aula em duas partes: uma parte onde nós damos toda a teoria que é necessária, e depois nós fazemos um treinamento com exercícios, e depois

> utilizamos o tempo como um espaço de estudos. Não exijo trabalhos domiciliares, porque sei que uns dois ou três irão fazer e os demais copiar. Por experiência sei que a maioria dos trabalhos feitos em casa são copiados; portanto prefiro que eles façam trabalhos em classe. Peço menos, mas eles fazem realmente na sala e em duplas. (Professora Beatriz)

Quando fala em “não apenas um lugar para eles me ouvirem”, interpretamos — também levando em conta as conversas com alunos — que em determinado momento das aulas essa professora expõe o que chama de teoria. Observamos nos cadernos, no tratamento com funções, por exemplo, que ela oferece uma definição, seguida de propriedades e teoremas, para só então apresentar alguns exemplos e resolver alguns exercícios sobre equações e construção de gráficos, sendo que quase a totalidade dos exercícios que propõe é do tipo “calcule e resolva”. Durante esse período os alunos sentem-se à vontade para fazer perguntas, mas parece-nos que ela responde a todas de maneira a mostrar uma técnica de resolução, chegando a distanciar-se das propriedades que enfatizara no início de sua preleção — ou seja, aplica procedimentos que lhes permitam chegar à resolução, em vez de promover alguma reflexão relacionada com as propriedades apresentadas.

Como expõe Tardif (2002), os professores por vezes parecem agir de forma contraditória, pelo fato de que seus saberes profissionais são variados e heterogêneos:

> [...] porque não formam um repertório de conhecimentos unificado, por exemplo, em torno de uma disciplina, de uma tecnologia ou de uma concepção do ensino, eles são antes ecléticos e sincréticos. Um professor raramente tem uma teoria ou uma concepção; utiliza muitas teorias, concepções e técnicas, conforme a necessidade […].
>
> Sua relação com os saberes não é de busca de coerência, mas de utilização integrada no trabalho, em função de vários objetivos que procuram atingir simultaneamente. (TARDIF, 2002, p. 263)

Caso a professora Beatriz, no estudo de funções, apresentasse as propriedades para que pudessem ser utilizadas na resolução de exercícios, poderíamos classificar sua concepção de Educação Algébrica como Fundamentalista-estrutural, mas como ela justifica as resoluções de maneira mecânica, aplicando técnicas de transformismo algébrico, pensamos que se valha de uma concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática. Supomos que acabe privilegiando a maneira mecânica por pensar que com isso consiga envolver a maior parte dos alunos da sala. De fato, a maioria dos alunos entrevistados sabia resolver problemas, mas não justificar as resoluções.

Barufi (2002), ao levantar discussões sobre o ensino de Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática, relata que:

> [...] o precário equilíbrio entre o desenvolvimento dos conceitos e a aprendizagem das técnicas está fortemente pendente para um único lado. Diante das dificuldades dos alunos, muitas vezes os professores, limitando-se ao adestramento dos estudantes, pensam que a memorização de técnicas será suficiente e que, no futuro, eles descobrirão sozinhos o significado dos conceitos utilizados dessas técnicas, ao enfrentar problemas cuja resolução os exige. (BARUFI, 2002, p. 70)

Acreditamos que Beatriz pense o mesmo que Barufi nos relata: que seus alunos de Licenciatura irão compreender mais tarde alguns porquês que hoje não conseguem entender. Isso pode ser constatado no seguinte relato:

> Eu acredito que estes alunos vão aprender mesmo na hora em que eles forem estudar para dar aula, porque aí — ele só com ele mesmo, não tem prova com consulta, não pode colar do colega, nem tem trabalho em dupla, não tem nada —, aí ele aprende. (Professora Beatriz)

Parece-nos estranho, porém, que a professora, mesmo tendo conhecimento de tal cenário, deixa de nele interferir. Ao observarmos as listas de exercícios por ela propostos, perguntamos-lhe porque privilegiava os do tipo "resolva e calcule", e assim se justificou:

> [...] embora também o nosso coordenador sempre nos chame a atenção para a gente evitar o "determine, calcule, ache" e que os exercícios devem levar o aluno a raciocinar, penso que quando faço uma pergunta tão direta tenho retorno tão baixo; se começar a colocar questões elaboradas, acho que vai pesar. (Professora Beatriz)

Assim como os demais professores, Beatriz, frente a tais considerações do coordenador, sente-se incapaz de encontrar uma saída, pois tem dificuldade em relacionar sua prática de ensino e as teorias de Educação com que teve contato:

> Embora todos os cursos que nós passamos digam que o aluno tem que ser construtor do seu conhecimento, e que tudo tem que ser baseado em pesquisa — acho ótimo tal teoria, fiz trabalhos sobre isto, li muito sobre o assunto, pois fiz Mestrado em Educação —, então aquele profissional reflexivo…, sobre aquelas características maravilhosas que a gente acha...,

> na prática, na nossa realidade..., não é o que o aluno quer. O aluno quer aprender a fazer, mas como ele tem pouco tempo, ele quer que você dê tudo mastigado para ele. (Professora Beatriz)

Acreditamos que a teoria a que a professora Beatriz se refere quando menciona que o aluno deve construir o conhecimento seja a Teoria Construtivista, que segundo Fiorentini (1995) é uma tendência pedagógica que influenciou o ensino da Matemática trazendo-lhe inovações. Nessa teoria, o importante não é aprender isto ou aquilo, mas sim aprender a aprender. Essa professora supõe então que seus alunos, ao conceberem o ensino como "aprender a fazer", se privam de vivências que considera serem preconizadas por pesquisas na área de Educação.

Embora se refira com certa reticência à viabilidade da atuação do "profissional reflexivo" no contexto de ensino por ela vivenciado, cabe lembrar que diversos pesquisadores defendem esse perfil para a atuação do professor, como Schön (1992), Zeichner (1992), Oliveira e Serrazina (2002) e Fiorentini e Castro (2003), que acreditam que a reflexão fornece oportunidade para rever acontecimentos e práticas.

Oliveira e Serrazina (2002, p. 40) admitem que para alguns professores "a reflexão na prática é muito ameaçadora ou difícil de levar a cabo, enquanto outros pensam que reflexão é qualquer coisa que estamos sempre a fazer". Supomos que a professora Beatriz se enquadre na primeira situação. Ela considera que as teorias ligadas à Educação não dão conta de ajudá-la, embora acreditemos que tal saber não seja específico do conteúdo, mas sim parte do conhecimento pedagógico, e que ela não consiga encontrar uma maneira de articulá-los.

No entanto, parece-nos que essa professora considera que a teoria que fala sobre o professor reflexivo e sobre a construção de conhecimento se refira aos saberes da formação profissional das ciências da Educação e da ideologia pedagógica, a que se refere Tardif (2002). O fato de ser pós-graduada, com título de Mestre em Educação, nos leva a considerar que nem mesmo esse curso tenha sido eficiente para implementar mudanças em suas concepções, não a auxiliando, portanto, a superar diversos problemas que encontra no exercício de sua profissão.

O que nos chama atenção é que ela atribui o motivo de não conseguir articular esses tipos de saberes ao fato de os alunos desejarem algo mais imediato. Cogitamos que possa haver falta de reflexão por parte dessa professora sobre sua prática. Segundo Fiorentini *et al.* (2003, p. 127), "Sem reflexão, o professor mecaniza sua prática, cai na rotina, passando a trabalhar de forma repetitiva, reproduzindo o que está pronto e o que é mais acessível, fácil ou simples".

Em relação aos tópicos algébricos elementares, além de nos relatar algumas das dificuldades que identifica nos alunos ao trabalhar com eles, nos revela também a seguinte concepção:

> Eu vejo a Álgebra elementar como uma ferramenta, pois ela entra em todos os campos: estes conceitos são utilizados na Geometria, na Trigonometria, no Cálculo, enfim, toda a Matemática utiliza os conceitos da Álgebra elementar. (Professora Beatriz)

A professora Beatriz nos mostra que a Álgebra elementar funciona em seu curso como Ferramenta — segundo a classificação de Lee (2001) — e que é necessária não só para o desenvolvimento do Cálculo como para toda a Matemática, embora pareça desconhecer que seus alunos, antes de tê-la como ferramenta, teriam de perceber a necessidade de trabalhar com uma linguagem que servisse de auxílio ao pensamento algébrico, à medida que se envolvessem com atividades algébricas, num processo sem rupturas, que permitisse fazer uso dos conhecimentos algébricos elementares.

Em relação à disciplina 'Introdução ao Cálculo', a professora a considera importante por ser pré-requisito para outras disciplinas:

> Os alunos sabem que não podem ficar de dependência, pois serve como base para o Cálculo Diferencial, Equações Diferenciais, Cálculo no $\mathbb{R}_n$. Embora no final do 1.º ciclo exista muita desistência por parte dos alunos, os que permanecem sabem que realmente têm que correr muito atrás para poder ficar num nível aceitável, e a gente não está nivelando por cima; a gente nivela de acordo com as possibilidades deles, e o nosso trabalho de 1.º ano temos que desenvolver muitos exercícios, e eles reclamam da minha matéria pois gastam muito caderno e alegam que nesta disciplina é a que eles mais gastam caderno. (Professora Beatriz)

Embora essa professora considere a importância dessa disciplina como a de ser pré-requisito para outras disciplinas do curso, em nenhum momento da entrevista estabeleceu relações com a futura profissão de seus alunos: a de professores do Ensino Fundamental e Médio. Como não tivemos a oportunidade de esclarecer melhor esse aspecto, não pudemos concluir se ela não dispõe de conhecimento do currículo da Educação Básica ou se não julga sua disciplina realmente importante para a atividade profissional dos futuros professores. Supomos, porém, que Beatriz, por nunca haver lecionado na Educação Básica, não chegue a estabelecer tal relação, talvez porque não acredite que isso seja necessário. Cabe destacar, porém, que Beatriz é a única dentre os professores entrevistados que consegue cumprir o conteúdo de suas disciplinas.

No final da entrevista, a professora apresentou suposições sobre a situação do aluno ingressante na Licenciatura, as expectativas que ela tem em relação ao que eles chamam de aprender e as expectativas da universidade, e julga que não é fácil intermediar essas três situações. O fato de as universidades particulares visarem lucro e os alunos, como pagantes, exercerem certa influência sobre elas lhe traz desconforto, pois tem de contentar a todos e manter o maior número possível de alunos matriculados. Não parece estar relatando algo que não seja de conhecimento corrente entre professores e levanta a hipótese de que nas escolas públicas isso não aconteça. Embora afirme que a instituição não cobra dos professores, de forma explícita, que aprovem os alunos, sente que essa expectativa paira no ar, tanto ali quanto em outras instituições em que trabalha. Acredita que os professores de universidades públicas não tenham esse problema.

5.2.1. Algumas conclusões sobre as concepções e saberes da professora Beatriz

As constatações que emergem das entrevistas e de algumas das práticas da professora Beatriz evidenciam que suas concepções de Educação Algébrica são essencialmente a de Ferramenta, segundo Lee (2001), e a Lingüístico-pragmática, segundo Fiorentini *et al*. (1993), embora em alguns momentos se evidencie também em seu discurso a concepção Fundamentalista-estrutural, ainda que de forma menos recorrente.

Ela mostra grande preocupação com os tópicos algébricos elementares por serem pré-requisitos para outras disciplinas do curso, mas não os relaciona com a prática dos futuros professores que são seus alunos, acreditando que eles só irão de fato aprender os tópicos necessários quando precisarem atuar como professores da Educação Básica.

Quanto às dificuldades que os alunos apresentam com atividades em suas disciplinas, aponta as mais recorrentes:

– Ao resolverem inequações do 2.º grau, tratam-nas como se fossem do 1.º grau.
– Não reconhecem e não aplicam propriedades das operações.
– Não reconhecem as possibilidades de fatoração de expressões algébricas.

Tais dificuldades se apresentam nas categorias do conhecimento do professor, segundo a taxonomia de Shulman (1986), como sendo de conhecimento didático do conteúdo, embora haja outros saberes que podemos também encaixar nessa categoria:

– No processo de ensino–aprendizagem de inequações, a professora tenta levar o aluno a articular outro registros de representação que não seja somente o algébrico.
– Procura mostrar a seus alunos os erros comuns no trabalho com inequações.

Quanto ao saber que consideramos experiencial, utilizando a taxonomia de Tardif (2002), o que mais se evidencia nessa professora é a relação que estabelece com seus alunos, que é de cordialidade, respeito, consideração e valorização. Com isso, parece conseguir deles uma grande aceitação de sua atuação como professora nesse curso. Talvez essa maneira de se relacionar também seja favorável para que esses alunos tenham durante suas aulas a oportunidade de mudar suas próprias concepções, já que, segundo a professora Beatriz, eles querem aprender a fazer para aprender a aprender, e modificam a maneira de expressar suas dúvidas e questionamentos ao longo do 1.º ano do curso.

5.3. DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES E SABERES DO PROFESSOR PEDRO

O professor Pedro, que ministra a disciplina 'Álgebra', reconhece que a maioria de seus alunos tem muita dificuldade com tópicos que requerem conhecimentos matemáticos da Educação Básica, dentre eles os relacionados com a Álgebra elementar. Ele explica:

> Os alunos já ouviram falar em racionais, mas parece que a gente vai começar a ver, pois percebemos que eles não sabem tratar com os racionais, e vamos portanto começar isso.
>
> Infelizmente não sabem tratar uma fração, um número racional e não compreendem a definição.
>
> Muitas são as dificuldades em termos dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Às vezes quero fazer uma simplificação algébrica que envolve fatoração e produtos notáveis, e fatalmente vão me perguntar como foram feitas as passagens.
>
> Faz parte do meu curso, no começo de Teoria dos Números, o cálculo do MDC. Muitos não conhecem o algoritmo de Euclides, com aquela chave, a própria fatoração, o que tem a ver com o MDC. (Professor Pedro)

Note-se que nesse relato o professor menciona a Teoria dos Números como fazendo parte do programa da disciplina 'Álgebra', tal como apontado por Resende (2006), que verificou que algumas universidades que oferecem cursos de Licenciatura em Matemática também o fazem. Resende considera que a Teoria dos Números:

> [...] é um campo propício para a investigação matemática, porque permite a exploração de padrões e relações numéricas, o uso de recursão e da indução matemática, oportunizando o desenvolvimento de habilidades de conjecturar, generalizar, testar e validar conjecturas (RESENDE, 2006, p. 7-8)

Percebemos que o professor Pedro dedica grande parte das aulas da disciplina 'Álgebra' a tópicos referentes a essa teoria. Não procuramos identificar o que o leva a ter tal preferência, mas Resende (2006) ressalta que:

> [...] tópicos de Teoria dos Números estão presentes na educação básica, sendo que os números naturais e os inteiros ocupam grande parte dos currículos de matemática nesse nível e o seu ensino tem questões próprias que não podem ser desconsideradas em formação do professor. (RESENDE, 2006, p. 7)

Além de tópicos referentes à Teoria dos Números, o professor Pedro privilegia o estudo das equações, com predomínio das polinomiais, como se pode observar nas avaliações finais das disciplinas 'Álgebra I' (Anexo A) e 'Álgebra II' (Anexo B).

Nessas avaliações, somente em uma das questões de 'Álgebra I' esse professor privilegia prova e em outra enfatiza propriedades. Nas demais questões de ambas as avaliações predominam nos enunciados os imperativos "resolva" e "calcule". A seguir apresentamos a questão que envolve prova:

> 2. (2,0) Prove, usando indução finita, que $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{n+1}$

Tem-se aí uma questão que envolve o princípio de indução finita. Segundo Cury *et al.* (2002):

> A indução finita, abordada em disciplina de Álgebra de cursos de Licenciatura, é uma das primeiras oportunidades oferecidas aos futuros professores para justificar a validade de algumas fórmulas com as quais vão trabalhar no ensino fundamental e médio. (CURY *et al.*, 2002, p. 9)

O professor Pedro, ao incluir uma questão de indução finita em uma avaliação final da disciplina 'Álgebra I', nos leva a pensar que dê importância a esse conhecimento, mas apenas o exame de uma questão proposta não evidencia o que Cury *et al.* (2002) defendem quanto ao trabalho, na Licenciatura, com fórmulas que serão utilizadas na Educação Básica. Não tivemos oportunidade de discutir com esse professor sua abordagem no ensino desse tópico.

Procuramos no livro[38] adotado por esse professor alguma evidência de que ele reconhecesse na indução finita essa associação com fórmulas com as quais os estudantes da Licenciatura poderão lidar na Educação Básica, já que sempre extrai

[38] DOMINGUES, Hygino H.; IEZZI, Gelson. *Álgebra moderna*. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

questões dessa fonte. Verificamos que embora o livro estabeleça certas relações entre a Álgebra do Ensino Básico e a do Superior, estas não são enfatizadas em seus exercícios. Tal exame nos faz supor que o professor Pedro utilize a indução somente como uma maneira de provar algo, levando-nos a concluir que no trabalho com provas a concepção de Educação Algébrica que prevalece é a Fundamentalista-estrutural.

Cogitamos que esse professor poderia utilizar questões que evolvessem as fórmulas de soma das progressões aritméticas e geométricas; na Geometria, fórmulas como a da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, soma de arcos de Trigonometria; e outras que os alunos pudessem acompanhar, envolvendo generalizações numéricas.

Para melhor compreendermos como esse professor desenvolve algumas de suas idéias sobre o currículo da Licenciatura, apresentaremos a seguir outros pontos que consideramos relevantes.

O professor Pedro, ao se referir às disciplinas que ministra no curso de Licenciatura em Matemática, nos conduz a levantar vários questionamentos a respeito de sua identificação com esse curso. Ele nos relata:

> Já trabalhava na Universidade, só que em 1996 a 1998 ministrava disciplinas ligadas à Informática. Só em 1999 que comecei a trabalhar na Licenciatura com a disciplina ‘Fundamentos da Matemática’ no 1.º ano do curso, que fiquei até 2002. Em 2003 troquei com a professora Aline e passei a trabalhar com a disciplina ‘Álgebra’. Penso que o perfil dela seja mais voltado para o 1.º ano, pois ela já trabalhou com o Ensino Médio. A minha experiência profissional é basicamente no superior, e no ano seguinte, em 2003, continuei também com ‘Álgebra Linear’, e para completar a salada de frutas estou também em 2005 com ‘Desenho Geométrico’. (Professor Pedro)

A princípio, parece que esse professor dispõe de um conhecimento amplo da Matemática dentro desse curso, dada sua experiência docente. Parece-nos também que ao usar as palavras “salada de frutas”, revela uma concepção compartimentada de Matemática, em que as disciplinas não se conectam umas com as outras. Parece admitir um currículo estruturado de maneira linear, que se baseia na concepção de conhecimento como acúmulo.

Essa idéia de currículo se contrapõe à de um desenho curricular composto de uma pluralidade de pontos interligados, formando um conceito de rede, que Pires (2000, p. 144) defende ao destacar que, em termos de Ensino Fundamental e Médio, “o significado curricular de cada disciplina resulta do modo como ela se articula com as demais”, rompendo dessa forma com os currículos linearmente estruturados.

Estendendo a idéia de Pires (2000) para o Ensino Superior, e particularmente para a Licenciatura em Matemática, acreditamos que entre as disciplinas desse curso deveria haver alguma articulação, de modo que o estudante, futuro professor da escola básica, começasse também a compreender a importância dessa maneira de ver o currículo.

O professor Pedro relata-nos que a professora Aline o substituiu no trabalho com os alunos do 1.º ano na disciplina ‘Fundamentos da Matemática’ e acredita que ela tenha melhor perfil para essa função, por já ter sido professora do Ensino Médio, ao contrário dele. Isso nos leva a supor que esse professor não se sentiria à vontade nesse segmento de ensino, por lhe faltar experiência.

Frente a essas suas considerações, concluímos que o professor Pedro não consegue articular suas disciplinas com tópicos que estão ligados à Educação Básica, dentre eles os tópicos algébricos elementares.

A pesquisa de Cury *et al*. (2002), que enfocou as concepções de alunos de Licenciatura em Matemática quanto à disciplina ‘Álgebra’, questionando alunos sobre alguns tópicos dessa disciplina e sobre possíveis relações entre a Álgebra da Educação Básica com a estudada em cursos superiores, revelou que eles não conseguiam estabelecer relações entre a Álgebra nesses dois segmentos de ensino. Em nossa pesquisa, constatamos que o mesmo ocorre com o professor Pedro. Esses pesquisadores fazem várias reflexões sobre a razão de os alunos não estabelecerem tais relações, embora não apontem justificativas para esse fato.

Supomos que existam mais professores que, como Pedro, ministrem a disciplina ‘Álgebra’ e não estabeleçam tal relação, ou seja, professores que não articulam o conhecimento do currículo da Matemática desde o Ensino Fundamental com o conhecimento do conteúdo proposto no curso de Licenciatura nessa disciplina. É possível que este seja um dos motivos de os alunos também não fazerem essa articulação.

Procuramos analisar outras falas desse professor que nos mostrassem se ele proporciona, em suas aulas, a possibilidade de articular disciplinas com tópicos da Educação Básica. No trecho a seguir, ele nos dá indícios que nos permitiram vislumbrar concepções:

> Costumo ser polido. No começo tinha menos paciência, tinha aquela idéia que o aluno de faculdade deveria saber isso, principalmente o aluno da Licenciatura em Matemática. Agora não penso assim. Já sei que os alunos ingressam na faculdade sem saber muita coisa, e aí eu explico dando a entender que aquilo deveria ser aprendido anteriormente. Não recuso a explicação; explico. Mas para quem não viu o assunto, terá que por conta própria ir atrás, pois a explicação não é suficiente, e eles vão ter que correr atrás disso.
>
> Não teria como parar o que estou fazendo para explicar para quase metade da sala o que vem a ser realmente aquilo. Então fico procurando equilíbrio, trazer aqueles que têm mais dificuldade para um nível que eles possam entender, e conduzir. (Professor Pedro)

Esse professor identifica algumas das dificuldades dos alunos em relação aos tópicos da Álgebra elementar e revela que, frente a elas, costuma “ser polido”, mostrando com isso não uma maneira de lidar com os tópicos algébricos elementares, mas sim de lidar com os alunos — e até consigo mesmo, pois parece-nos que tais indagações lhe causam incômodo, a ponto de também nos revelar que “no começo tinha menos paciência”. Relata que não admitia que seus alunos não dominassem tais tópicos, mas admite essa realidade agora, embora dê a entender aos alunos que já deveriam dispor desse conhecimento, reconhecendo que sua explicação pode não lhes ser suficiente, daí caber-lhes “correr atrás disso”. Foram muitas as dificuldades que alguns de seus alunos, com quem tivemos contato, apontaram no trato com esse professor, embora reconheçam que ele mostra ter bastante conhecimento sobre os conteúdos com que trabalha em sala de aula.

Esse aspecto, porém, não é exclusivo do professor Pedro. Acreditamos que todos os professores, em qualquer nível de ensino, gostariam que seus alunos dominassem conteúdos que julgam necessários para o desenvolvimento de suas disciplinas, mas estamos cientes, tanto com base em nossa experiência quanto pelas pesquisas em Educação Matemática aqui referidas, que essa expectativa não é atendida, sendo comum nos dias de hoje, pelo menos no âmbito da Álgebra, que os alunos apresentam lacunas em sua formação. Talvez os professores devessem considerar a relação professor–aluno–saber de maneira tal que, como expõe Tardif (2002), não buscassem apenas alcançar objetivos em relação a suas próprias disciplinas, mas sim considerando que o objeto do trabalho docente são seres humanos individualizados e socializados. Tardif (2002) considera que a primeira característica do objeto do trabalho docente é a de tratar com indivíduos e que, embora se ensine a grupos, não se pode deixar de levar em conta as diferenças individuais, pois são os indivíduos que aprendem, e não os grupos. Esse autor considera também que:

> Enquanto o objeto material é, por definição, passivo, os alunos são ativos e capazes de oferecer resistência às iniciativas do professor. Eis por que uma das atividades dos professores, talvez a principal, consiste em fazer com que as ações dos alunos se harmonizem com as suas, ao invés de se oporem a elas. (TARDIF, 2002, p. 130)

Talvez seja por não conceber que seus alunos não disponham dos conhecimentos que julga necessários que o professor Pedro não consegue harmonizar-se com esses alunos.

Retomamos o contato com o professor para tentar saber como ele trata as dificuldades sobre os tópicos algébricos elementares. Ao discorrer sobre como trata das dificuldades que considera básicas, afirmou:

> Na Álgebra é possível justificar as técnicas que eles aprenderam. Eu aproveito para justificá-las, para mostrar de onde vieram, porque fazemos desse jeito. (Professor Pedro)

O professor admite que os alunos concebem o trabalho com tópicos algébricos elementares como um conjunto de técnicas, e que sua disciplina 'Álgebra' proporciona uma oportunidade de justificá-las, mas também informa que estabelece outras relações:

> [...] a gente tem que fazer relação, e no 1.º semestre trabalho com o conjunto dos números inteiros, trabalho em paralelo o conjunto dos números

> inteiros com a parte da estrutura que está por detrás, às vezes de forma disfarçada, tentando mostrar que é fechado para determinadas operações. O interessante é que é forte a progressão do conhecimento dos alunos: o fato de partir dos inteiros, aí você sabe fazer certas operações que precisa ficar fechado, e a divisão, que não é fechado. Então conversamos como é que vamos fazer esta divisão; então aparecem os racionais... (Professor Pedro)

Chama-nos atenção na fala desse professor que é ele próprio quem estabelece as relações, e não o aluno, pois refere-se a si mesmo ao dizer “[eu] trabalho”, “tentando mostrar”, sem incluir em sua fala a participação do aluno.

Aponta um trabalho “paralelo” no qual, a partir de propriedades do conjunto dos inteiros, aborda certos elementos estruturais, como propriedades das operações nesse conjunto, visando também a ampliação de tal conjunto, de maneira a fazer o mesmo tipo de trabalho com o dos números racionais. Supomos que ao relacionar o conjunto dos números inteiros com a estrutura que lhes é subjacente e fazê-lo “às vezes de forma disfarçada”, ele se limite a abordar certas características e propriedades de operações nesse conjunto sem necessariamente alcançar as estruturas algébricas ou provas ou demonstrações relativas a elas, o que implicaria o ensino de seu significado e de suas funções, além da utilização de uma linguagem adequada.

Também nos chama a atenção nesse professor o tipo de contrato didático[39] que percebemos estabelecer com seus alunos. Segundo Silva (1999):

> Grande parte das dificuldades dos alunos é causada pelos efeitos do contrato didático mal-colocado ou mal-entendido. Este traz no seu bojo a marca da expectativa do professor em relação à classe ou mesmo a um aluno em particular. Este fato pode estabelecer um acordo tácito entre o aluno: o professor limita sua exigência à imagem que faz da capacidade do aluno e este, por sua vez, limita seu trabalho à imagem de si próprio que o professor lhe refletiu. (SILVA, 1999, p. 54-55)

Parece-nos que o professor Pedro, ao subestimar a capacidade de seus alunos, pode trazer-lhes certas dificuldades tanto no aprendizado nos conteúdos que

---

[39] Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor... Esse contrato é o conjunto das regras que determinam explicitamente em uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo de que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro” (BROUSSEAU, 1986, p. 6).

desenvolve em sala de aula como no aprendizado de conteúdos centrais da Álgebra, que em princípio não deveriam ser negados a seus alunos.

Ainda sobre as relações entre aquilo com que seus alunos trabalham em sala de aula e os tópicos de Matemática com que lidarão ao lecionar no Ensino Básico, destacamos este trecho da entrevista:

> PESQUISADORA: Você acredita que com o seu trabalho os alunos vão conseguir estabelecer alguma relação com o que eles irão trabalhar com os alunos da escola básica?
>
> PROFESSOR PEDRO: Eles têm condições. Penso que eles deveriam conseguir estabelecer, deveriam encarar como se fosse visando o seu aprendizado. Eles têm condições de pensar: "Poxa! Eu vou ensinar isso, aprendi isso, não estava sabendo que relações existiam". Penso que eles são desviados desses pensamentos por causa dos problemas de avaliação, a preocupação de ter que tirar nota nas provas e serem aprovados. Eles acabam não fazendo as relações necessárias.

O professor admite que, com o desenvolvimento de seu trabalho junto com os alunos, estes possam estabelecer relações, mas acredita que a preocupação dos alunos com as notas que devem obter nas avaliações os impede de refletir sobre que relações eles, como alunos de Licenciatura, deveriam estabelecer sobre os conteúdos trabalhados no curso para futuramente atuarem como professores na Educação Básica.

Pensamos que talvez esse professor devesse criar situações que estimulassem esses alunos a refletir sobre os conteúdos da Licenciatura e aqueles com que trabalharão como professores. Ao termos acesso a algumas de suas avaliações nesse curso, detectamos que ele não inclui questões que possibilitem ao aluno articular essas relações.

Maranhão *et al.* (2004) destacam que o ensino e aprendizagem da Álgebra e da Teoria Elementar dos Números, também em níveis superiores de ensino, têm recebido crescente atenção de pesquisadores e que o estudo de ambas é importante para:

> Desenvolver formas matemáticas de argumentar, cada vez mais rigorosas, isto é, elas propiciam a introdução ao formalismo matemático, uma vez que os objetos matemáticos examinados são familiares aos estudantes desde longa data. Essas características fazem delas tópicos privilegiados tanto

> para currículos de cursos de formação de professores quanto os de Ensino Básico e Infantil, além de gerar interessantes questões de pesquisa sobre aprendizagem e procedimentos de ensino voltados para os professores. (MARANHÃO *et al.*, 2004, p. 12)

Buscando referências que pudessem nos ajudar a melhor compreender o rico significado dessa disciplina no currículo do curso de Licenciatura em Matemática, encontramos a pesquisa de Souza (2004), que apresenta sugestões de trabalho sobre estruturas algébricas, dando como exemplos relações possíveis de estabelecer entre elas e certos conteúdos do Ensino Básico. Nesse trabalho, essa pesquisadora ressalta justificativas de caráter estrutural nas passagens em resoluções de equações, destacando, entre elas, as condições de existência de soluções. A pesquisa considera a importância das relações entre conteúdos do Ensino Básico e da disciplina 'Álgebra' nos cursos de Licenciatura em Matemática. A autora informa não ter sido fácil desenvolver esse trabalho com os alunos de Licenciatura, pois admite que, a princípio, encontrou resistência destes a sua abordagem. Um dos fatores que essa pesquisadora atribui à resistência dos alunos seria a disseminação da idéia, por alunos que já cursaram tal disciplina, de que ela é demasiadamente abstrata, julgamento que eles também aplicam a seu ensino.

Quando fala sobre seu trabalho na Licenciatura, o professor Pedro expõe vários sentimentos, que algumas vezes servem até como norteadores de suas escolhas:

> Eu gosto de trabalhar na Licenciatura em Matemática, mas me dá uma certa tristeza: vejo que a maioria dos alunos não cursaram o Ensino Fundamental e Médio de forma que seja possível partir dele para podermos desenvolver algo. Parece que temos que ir e vir o tempo todo. Dá uma certa frustração. Gostaria de estar desenvolvendo o conteúdo — não precisaria cumprir exatamente, mas é importante poder e sentir que estamos ensinando futuros professores. Como comentamos, a gente nota o crescimento, eles chegam muito precários em termos de conhecimentos matemáticos, eles sobem vários degraus, mas mesmo assim a gente vê nos alunos do último ano, a gente percebe quantas falhas ainda existem. Não é falha específica do nosso curso, mas vejo que são falhas vistas também em outros cursos de Licenciatura.
>
> Vamos dizer assim: faço o que o meu sentimento manda, procuro motivar, para que na hora de conceitualizar não fique algo tão abstrato, para saber de onde surgiu este conceito. Primeiro mostro o objetivo, deixo o diálogo bem aberto, e faço eles participarem. Não me coloco o dono da verdade; questiono o tempo todo. (Professor Pedro)

O professor Pedro, assim como outros desse curso de Licenciatura, tem sentimentos que de alguma maneira dificultam seu trabalho, mas o que nos chama a atenção é que esse professor considera, como indicado por seus sentimentos, que deve criar certa motivação entre os alunos, e para isso deixa o “diálogo bem aberto” para “eles participarem” e não se coloca como “dono da verdade”, o que nos faz cogitar que existam paradoxos no conteúdo de seu relato, uma vez que em determinados momentos revela que é ele “quem faz” e em outros momentos destaca que costuma deixar o diálogo “bem aberto” . Resta saber se há necessidade desses dois contratos didáticos diferentes com os alunos: há os momentos de se calarem para observar o que seu professor faz e aqueles em que devem dialogar com ele. Ao conversar com alguns de seus alunos, percebemos que eles não compreendem a diferença entre esses dois momentos e, além disso, que não há esforço suficiente para negociação do contrato didático, tanto pelo professor quanto pela classe.

Outro ponto que se destaca na fala do professor Pedro é sua preocupação em cumprir o programa da disciplina, pois apesar de admitir que não se obrigue a cumpri-lo integralmente acredita que o futuro professor deva — e aqui nos valemos da taxonomia de Shulman (1986) — ter conhecimento do conteúdo das matérias do curso. Relata que as dúvidas constantes dos alunos dificultam-lhe cumprir a programação pretendida e nos relata experiências quanto a isso:

> Alguns dias atrás, um aluno altamente questionador levantou uma questão e acabamos debatendo durante metade da aula para ele poder compreender do que estava falando, e naquele dia desenvolvi metade do conteúdo pretendido. Então às vezes isso ocorre, e isso é problema. (Professor Pedro)

Esse é um trecho exemplar de ausência de negociação de contrato didático com a classe. Questionamo-nos: é o que faziam os demais alunos durante esse debate com apenas um aluno? Por que esse professor se dedica ao debate com apenas um aluno se mostra pesar em cumprir somente metade do conteúdo pretendido?

Dada a relação desse professor com os conteúdos incluídos nos programas de suas disciplinas, procuramos saber um pouco mais sobre a seleção dos conteúdos trabalhados nas disciplinas do curso, e ele nos diz:

> O planejamento das disciplinas estão praticamente prontos, você tem que desenvolver aquilo e não tem que inventar. A faculdade te fornece a ementa, e aí pego um livro, e existe algo de consenso do que vem a ser um bom livro. A partir daquele livro e a nossa realidade. Geralmente não é possível segui-lo. Geralmente pinçamos alguns tópicos, em que seja possível trabalhar.
>
> Utilizo atividades dos livros e às vezes gosto de bolar algumas também que mexam com o conceito, para o aluno pensar. (Professor Pedro)

Quanto à Álgebra, o professor Pedro diz algo que confirma suposições anteriores nossas:

> Dentro da Álgebra, em especial, é mais difícil criar exercícios. Eu sinto assim: pego exercícios dos livros — não sei se no caso particular da Álgebra, a gente tem um que se encaixa muito bem para a nossa realidade, *Álgebra moderna*, do Hygino [H. Domingues] —, qualquer outro livro que você pegue de Álgebra fala de grupo, anéis, corpos, das estruturas todas, da Teoria dos Números, e é difícil para eles acompanharem, porque tem muitas demonstrações. Penso que esse livro contém algumas aplicações não muito rígidas, que não são tão rigorosas do ponto de vista da Matemática. Ele conversa mais com o leitor, aparecem diagramas, visualizam melhor as coisas, e apela para outros registros de representação.
>
> Ao estudo formal, abstrato, analítico ele acrescenta um estudo através de diagramas. Às vezes perde um pouco o rigor…, em certos pontos…, e foi numa dessas situações que houve o debate com o aluno, porque quando você simplifica, às vezes falamos coisas que não são tão rigorosas do ponto de vista matemático. (Professor Pedro)

Vemos que esse professor admite que o livro adotado facilita a leitura pelo aluno porque emprega vários registros de representação. Considerando a Teoria de Registros de Representação Semiótica, de Duval (1999), essa observação do professor procede.

Talvez por ser mestre em Educação Matemática o professor Pedro admite, sobre a Educação Matemática:

> Penso que ela é uma flor em botão, vejo que ela está engatinhando. Isso é a minha opinião: é uma idéia que se forma, não vejo consenso, mas também não sei se é objetivo chegar em um consenso, porque a vejo como uma parte das ciências humanas. (Professor Pedro)

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006):

> […] a Educação Matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de idéias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à

> apropriação/construção do saber matemático escolar. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 5)

Esse autor admite que as produções das duas áreas — Matemática e Educação Matemática — são distintas, sendo a primeira uma ciência milenar com bases lógicas bem definidas, enquanto a outra “é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 4).

Segundo Tardif (2002), os saberes profissionais dos professores são plurais e heterogêneos e:

> [...] provêm de diversas fontes. Em seu trabalho, um professor se serve de sua cultura pessoal, que provém de sua história de vida e de sua cultura escolar anterior; ele também se apóia em certos conhecimentos disciplinares adquiridos na universidade [...]. (TARDIF, 2002, p. 262)

Tal interpretação se vê corroborada no seguinte relato do professor Pedro:

> Vejo como eu aprendi, procuro lembrar das dificuldades, das dúvidas que tinha quando aprendi determinados assuntos. Para mim, é como sinto melhor.
>
> Só que tento fazer isso de forma dinâmica, mas... porém, às vezes a gente pensa que a dúvida está em um lugar, mas está realmente em outro. Tento ficar com as antenas ligadas na sala de aula, para tentar entender as dúvidas, para saber onde está o *x* da questão. Às vezes está no meio do desenvolvimento dela, aí tento mudar o enfoque, tento mudar a maneira de explicar, tento atingir a dúvida. (Professor Pedro)

Parece-nos que o professor Pedro não emprega, nem empreende, pesquisas em Educação Matemática que se refiram a maneiras de lidar com dúvidas que seus alunos possam ter na disciplina ‘Álgebra’. Ao referir-se a essas dúvidas, relata sobre as que ele mesmo tinha quando estudante de Engenharia, que foi sua formação superior inicial, e também, possivelmente, sobre as que enfrentou no curso de Mestrado em Educação Matemática. Ele vivencia seus primeiros anos de prática em ministrar a disciplina ‘Álgebra’ no curso de Licenciatura em Matemática, fato que pode justificar em parte seu relato, por corresponder à afirmação de Tardif (2002) de que a maioria dos professores aprende a trabalhar por tentativa e erro.

Segundo Tardif (2002), os saberes experienciais têm origem na prática cotidiana dos professores em confronto com as condições da profissão e podem ser partilhados com seus pares, prestando-se a ser transmitidos em reuniões pedagógicas, congressos e outras situações. Perguntamos se na instituição pesquisada os professores estariam praticando algum tipo de troca desses saberes em reuniões:

> PESQUISADORA: Vocês têm reuniões com os professores do curso para tratarem sobre as dificuldades que enfrentam com os alunos?
>
> PROFESSOR PEDRO: Não especificamente para isso. Aproveitamos para também fazer isso, tentando trocar idéias.
>
> PESQUISADORA: Há outros momentos de troca?
>
> PROFESSOR PEDRO: Em conversas no corredor, sim, mas nada formal.

Identificamos nessa fala que nessa universidade o papel dos professores na transmissão de saberes a seus pares atende em parte ao que Tardif (2002, p. 53) propugna, pois não é exercida apenas no contexto formal, mas também em momentos em que “eles dividem uns com os outros um saber prático sobre a sua atuação”, embora isso não ocorra com esse propósito nas reuniões pedagógicas.

Diante desse cenário indagamos-lhe sobre suas concepções a respeito de Álgebra elementar, e nos respondeu:

> Eu vejo mais como sendo parte da alfabetização matemática. Se em um curso superior, seja de Matemática ou não, que precise de certa maneira da Matemática, são estes os conhecimentos básicos que irão precisar para entender novas relações. (Professor Pedro)

Nesse trecho o entrevistado mostra considerar a Álgebra elementar como fundamental ao Ensino Superior que envolva Matemática, pois a descreve como “parte da alfabetização matemática”. Tal emprego da designação “alfabetização matemática” pode nos levar também a considerar que o professor Pedro conceba a Álgebra como Linguagem, como categorizado por Lee (2001). Pelo exame do conjunto dos depoimentos, no entanto, concluímos que ele idealiza um trabalho na concepção Fundamentalista-estrutural e que, diante das dificuldades encontradas no curso de Licenciatura em Matemática, tende a trabalhar sob a concepção Fundamentalista-analógica.

5.3.1. Algumas conclusões sobre os saberes e concepções do professor Pedro

Na entrevista, o professor Pedro nos apontou algumas das dificuldades que percebe em seus alunos do 2.º ano de Licenciatura: entraves na simplificação de expressões algébricas, na fatoração e nos produtos notáveis, desconhecimento do algoritmo de Euclides, não-compreensão da definição de números racionais e dificuldades em lidar com frações.

Ele parece considerar que por trás dos tópicos de Álgebra com que trabalha com seus alunos há propriedades estruturais, o que nos leva a associar sua concepção de Educação Algébrica à concepção Fundamentalista-estrutural, embora dê indícios em seus relatos de que nesse trabalho com os alunos emerge uma concepção Fundamentalista-analógica.

No que diz respeito ao conhecimento do currículo, esse professor concebe os tópicos algébricos elementares como sendo pré-requisitos para “entender novas relações”, o que, aliado aos depoimentos anteriores, nos conduz a concluir que ele conceba o currículo de Educação Algébrica de forma linear.

Pedro é o professor desse curso que tem maior diversidade de disciplinas ministradas, mas apesar de conceber um currículo linear não estabelece relação entre as disciplinas do curso, embora todos os alunos que entrevistamos e que falaram sobre ele admitam que ele dispõe de conhecimento dos conteúdos pelos quais é responsável, conhecimento este que talvez o tenha levado a tornar-se professor de todas essas disciplinas.

Dentre as considerações que nos relatou, destacamos a que se refere a avaliações a que os alunos são submetidos. Considera-as um entrave, apontando que os alunos deixam de articular as disciplinas por se preocuparem com as notas que obterão.

Embora esse professor seja mestre em Educação Matemática, dá indícios de que talvez não tenha se identificado com essa área, havendo optado por cursar doutorado na área da Engenharia, embora declare que continuará atuando como docente.

CAPÍTULO VI

ANÁLISES REFERENTES AO COORDENADOR DE CURSO E A OUTROS PARTICULARES CENÁRIOS DO CURSO DE LICENCIATURA

6.1. DESVENDANDO AS CONCEPÇÕES E SABERES DO COORDENADOR DO CURSO

O coordenador Carlos foi a pessoa com quem sempre tivemos contato durante nossa permanência nessa universidade. Durante esse período, ele nos falou sobre suas inquietações como professor e coordenador. Nesses relatos, deu exemplos de alguns conceitos que os alunos expressam e que o deixam intrigado, por considerar que envolvam aspectos "muito básicos" da Matemática que "os alunos do curso já deveriam saber articular melhor". Apresentamos aqui dois desses conceitos, como exemplificação:

a) *Sobre ângulos:* O coordenador relata haver alunos no 4.º ciclo do curso de Licenciatura que acreditam que um ângulo de 30º é igual a um ângulo de 330º.

O que chama a atenção do coordenador Carlos é que um aluno que fez tal interpretação era considerado pelos professores dos ciclos anteriores como muito bom estudante. É possível que tal parecer tivesse se baseado apenas nas notas que esse aluno obtivera nas avaliações, sem que esse tópico tivesse sido nelas avaliado. Embora tanto a disciplina 'Geometria' quanto 'Fundamentos da Matemática', cursadas por esse aluno contemplem o estudo de ângulos, não foram suficientes para que ele superasse essa dificuldade.

b) *Sobre equações:* O coordenador fica intrigado com alunos que resolvem equações com facilidade, mas que, quando questionados se certo número serviria como solução para determinada equação, adotam o procedimento de resolvê-la.

O que deixa o coordenador Carlos intrigado é que, para responderem à pergunta, esses alunos desconhecem a possibilidade de substituir na equação o número fornecido, preferindo resolvê-la. Ele diz conversar com os alunos sobre isso, mas parece que as concepções anteriores destes são mais fortes e acabam prevalecendo. Na interpretação do coordenador, a concepção dos alunos sobre equações, trazida do Ensino Básico, é que se prestam a ser resolvidas. Sua interpretação nos leva a concluir que nem mesmo os dois anos de Licenciatura já cursados e nem suas conversas com os alunos permitiram mudança dessa concepção.

Ressaltamos que a concepção de Educação Algébrica como resolução de equações figura entre as que são sugeridas pelos PCN do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) para o trabalho com Álgebra elementar, e o coordenador Carlos nos mostra com seus relatos que tal concepção é muito marcante entre esses alunos de Licenciatura em Matemática.

Durante a entrevista, o coordenador continua a nos expor sobre sua visão do que ocorre com seus alunos e descreve algumas de suas próprias expectativas em relação ao processo de ensino–aprendizagem:

> Saber lidar com a equação, antes de começar a fazer qualquer cálculo, saber analisar. Têm uma certa rejeição quando o professor começa a explorar um pouco. Parece que eles querem algo mais simples, mais direto. Em uma equação trigonométrica, ao conversar com um dos meus professores recentemente, ele me diz que o aluno não sabe analisar com profundidade o que deveria. Fica algo mecânico: sen $x = 0$, então $x = \pi$. E penso, diante dessa situação, que o aluno não está enxergando, não está visualizando, não está analisando a parte gráfica. Está faltando um amadurecimento na postura, na conduta, até mesmo na paciência, de ver dessa forma e procurar dessa forma. Eles querem algo mais pronto, mais imediato. (Coordenador Carlos)

Tomando a teoria de Duval (2003) sobre Registros de Representação Semiótica, interpretamos que o coordenador esteja se referindo à conversão[40] de dois registros: do algébrico, apresentado como equação, para o gráfico, que poderia ser a representação no ciclo trigonométrico, o que permitiria em princípio a

[40] "As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica" (DUVAL, 2003, p. 16).

visualização e identificação de outras respostas corretas para tarefas do tipo “calcule *x* para sen *x* = 0”. Para Duval (2003, p. 22) “é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática”.

Um trabalho com a representação da função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ | f(x) = sen *x* no plano cartesiano seria também, em princípio, eficiente para tanto, constituindo um aprofundamento interessante para o curso de Licenciatura em Matemática.

Consideramos também que as próprias queixas apresentadas pelo coordenador poderiam se converter em questionamentos que levassem os alunos a refletir e a formular-se questões tais como: “Existem outras respostas para essa questão?”, “Que representações gráficas poderíamos usar para sua resolução?”. Isso incentivaria os alunos a articular os registros gráficos e algébricos, criando uma condição de acesso, como expõe Duval (2003), para a compreensão matemática, ao mesmo tempo favorecendo uma mudança no que diz respeito à falta de “amadurecimento na postura, na conduta” por parte do aluno, como diz o coordenador Carlos, que mostra identificar a situação, sem porém nos apontar uma possível solução. É claro que, além dos questionamentos, momentos de debate e validação das produções dos alunos deveriam ser previstos e defendidos pelo coordenador como importantes em todas as disciplinas, para reverter a situação de resistência dos alunos, como propõem os PCN (BRASIL, 1998) e as diversas pesquisas na abordagem investigativa.

É possível que esse coordenador e professor não disponha de conhecimento curricular do conteúdo que possa situá-lo em relação ao estudo de equações e também de conhecimento didático pedagógico que de alguma maneira auxilie os alunos a realizar as articulações que ele mesmo almeja.

Existem saberes que consideramos como experienciais desse professor e coordenador e que parecem ser fruto da prática de seu ofício nessa universidade, não só em sala de aula, mas também no trabalho com seus pares. Como aponta Tardif (2002), os saberes profissionais dos professores são temporais, adquiridos ao longo do tempo, e podem se desenvolver no âmbito de uma carreira. Supomos que, como professor, o coordenador Carlos espera que os alunos reflitam, façam questionamentos e levantem possibilidades de estabelecimento de relações, por exemplo com gráficos e com equações trigonométricas. Parece que ele busca alunos reflexivos e que talvez a escolaridade anterior destes não os tenha conduzido a tal hábito de reflexão, levando-os a pensar, por exemplo, que equações são feitas unicamente para ser resolvidas. Esses aspectos levam o coordenador a supor que ao ingressarem na universidade os alunos tragam consigo crenças ou concepções difíceis de mudar.

Tardif (2002), ao apontar pesquisas sobre formação inicial de professores na América do Norte, destaca que algumas delas relatam que, muitas vezes, os alunos de cursos de formação de professores não conseguem modificar as crenças que já traziam sobre o ensino, colocando-as em prática quando começam a lecionar.

Curi (2004), ao investigar conhecimentos voltados ao ensino de Matemática que devem ser construídos por professores de atuação polivalente, bem como as crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos, aponta que alguns dos professores incluídos em sua pesquisa relataram haver mudado certas concepções de que dispunham com relação à Matemática. A autora expõe que a formação proposta e analisada em sua pesquisa contribuiu para que, na maioria, os alunos-professores pesquisados fossem transformando suas crenças a respeito da Matemática e de seu ensino, enquanto os demais conservaram certas concepções que remontavam à Educação Básica.

Ponte (1992), ao estudar concepções dos professores de Matemática e processos de mudança, afirma que a formação pode contribuir para a mudança de concepções, mas que estas não ocorrem somente no quadro de processos de formação:

> Isto apenas sucede no quadro de vivências pessoais intensas, como a participação num programa de formação altamente motivador ou numa experiência com uma forte dinâmica de grupo, uma mudança de escola, de região, de país, de profissão. (PONTE, 1992, p. 26)

O coordenador Carlos admite que seria importante que os alunos fossem reflexivos, pois talvez esse tipo de comportamento favorecesse a alteração de antigas concepções. Embora reconheça esse aspecto, também tem dificuldade em fazer com que os alunos se tornem mais reflexivos.

Em relação aos tópicos algébricos elementares, o coordenador nos possibilita analisar algumas de suas prováveis concepções:

> E a parte algébrica em si, os exercícios, quando se tornam literais, o grau de dificuldade aumenta muito. Fazer uma operação de frações envolvendo somente números, a coisa anda, mas, literalmente, fica mais difícil. Calcular limite de uma função polinomial racional, nessa hora que envolve uma simplificação de expressões literais, eles têm uma dificuldade terrível. Fica difícil não é tratar com o limite, mas sim tratar aquelas dúvidas de sinais, de distributividade, propriedades básicas. Eles perdem, porque penso que aquilo não foi muito bem fundamentado desde o seu início. (Coordenador Carlos)

Supomos que, ao justificar a dificuldade de seus alunos como decorrente do desconhecimento das propriedades básicas, o coordenador Carlos possua uma concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-estrutural, com ênfase nos aspectos lingüísticos. Considera também que em sua disciplina 'Funções de Variáveis Complexas' os tópicos algébricos elementares:

> [...] são parte integrante, pois se precisa desenvolver expressões, e enxergar formas diferentes de representação. Portanto aparecem muitas equações, produtos notáveis, fatoração e propriedades. (Coordenador Carlos)

Esse professor e coordenador, ao considerar os tópicos que menciona em seus diversos depoimentos como fundamentais para sua disciplina, além de mostrar um certo conhecimento do currículo em relação aos tópicos da álgebra elementar, leva-nos a interpretar que concebe a Álgebra como ferramenta. Não conseguimos saber, porém, se ao identificar as dificuldades dos alunos e conceber os tópicos algébricos elementares como ferramentas, Carlos, como professor, aproveita para, durante as atividades propostas, enfatizar para os alunos que estas facilitam o desenvolvimento do raciocínio algébrico, e que eles necessitariam uma linguagem, que poderia ser a algébrica, para representar o desenvolvimento dessas atividades.

Cogitamos que, para isso, ele talvez deva, tanto ao atuar como professor quanto como coordenador, em primeiro lugar tomar consciência de suas próprias concepções. Acreditamos que isso possivelmente ocorrerá apenas quando incorporar em sua prática um aporte teórico que o leve a refletir sobre o assunto.

Ele também faz outras declarações sobre como vê a Álgebra:

> A Álgebra na Matemática é uma linguagem que, além da sua beleza intrínseca, também tem a utilidade, e por que não procurar desenvolver de uma forma mais eficiente? Nós temos hoje a Matemática útil para o engenheiro, para o arquiteto, para a Física, para o supermercado, para o sistema financeiro, para o banco, e tem também a beleza interna dela, que não pode ser desprezada também: essa linguagem, esse formalismo, essa precisão, essa técnica. O aluno sempre pergunta: “Para que serve isso?” Assim fica difícil... (Coordenador Carlos)

Nessa fala, o coordenador deixa transparecer concepções de Álgebra como Linguagem e como Ferramenta, tomando a categorização de Lee (2001). Se também considerarmos os depoimentos anteriores, sua concepção se aproxima mais da Fundamentalista-estrutural, segundo a categorização de Fiorentini *et al.* (1993).

Em nossas conversas, o coordenador Carlos sempre mostrou que sua maior preocupação quanto aos conteúdos da Educação Básica se deve ao fato de estes serem pré-requisitos das disciplinas do curso, e não porque tais conteúdos sejam aqueles com que os futuros professores de Matemática trabalharão em suas salas de aula. Essa constatação corrobora os achados de Pires *et al.* (2006), que relatam depoimentos de coordenadores de cursos de Licenciatura em Matemática e revelam que, além de os conteúdos da Educação Básica serem trabalhados nos cursos de Licenciatura com o caráter de revisão, são considerados pelos coordenadores como necessários unicamente para a aprendizagem de disciplinas do curso.

No curso que investigamos, entre tais conteúdos da Educação Básica estão os algébricos. Embora estes sejam abordados como revisão, como descrevem as pesquisas mencionadas, percebemos a necessidade de um trabalho que não se volte unicamente aos pré-requisitos de outras disciplinas, mas que também atenda aos alunos que não tiveram contato com esses tópicos na Educação Básica. O coordenador Carlos reconhece que a maioria dos alunos apresenta grande dificuldade em lidar com tais conteúdos.

De fato, há alunos nesse curso para quem de pouco serviria uma revisão dos tópicos com que não tiveram oportunidade de trabalhar na Educação Básica. Quanto a isso, podemos apontar três situações:

a) a do aluno da Licenciatura que não teve contato com esses tópicos, sendo-lhe necessária a introdução de conceitos que ainda lhes são novos;
b) a do aluno que teve contato com esses tópicos, mas que apresenta dificuldades e responde de modo incongruente à mobilização destes;
c) a do aluno que não tem dificuldades.

Todos merecem um aprofundamento não restrito à retomada do trabalho da escola básica.

Se considerarmos as categorizações de Shulman (1986) em relação ao conhecimento do conteúdo de ensino que os alunos desse curso deveriam ter em relação aos tópicos da Educação Básica — já que irão trabalhar com seus alunos desse segmento de ensino — e em relação ao conhecimento curricular, eles deveriam ser capazes de reconhecer a importância desses tópicos nas disciplinas na Licenciatura tanto quanto em outros segmentos de ensino em que estes porventura necessitem ser mobilizados. Os professores do curso também deveriam conseguir identificar as possibilidades e as dificuldades dos alunos em tais tópicos. Deveriam valorizar as resoluções criativas a suas propostas — assim como os tratamentos indevidos que esses alunos dão a esses tópicos — e socializá-las e validá-las em classe, o que se inclui no conhecimento didático do conteúdo de que esses futuros professores deveriam também dispor.

Embora o coordenador Carlos pareça preocupado com o desenvolvimento dos tópicos pelos alunos e reconheça as dificuldades destes, por vezes fica perplexo, sem compreender como eles os concebem. Cogitamos que se esse coordenador dispusesse dos conhecimentos categorizados por Shulman (1986), poderia aproveitar o próprio cenário desse curso de Licenciatura e articular com os professores, ou a eles sugerir, maneiras de propiciar um ambiente de discussão que levasse os alunos a refletir sobre o que ocorre na própria sala de aula quanto a esses três tipos de conhecimento, criando assim uma nova abordagem para tais tópicos nesse curso.

Quando perguntamos ao coordenador Carlos em que se baseia para construir sua prática pedagógica diante do cenário em que encontra os alunos da Licenciatura, nos responde:

> Hoje, primeiro de tudo, na minha experiência, e me esforço para entender e adequar as necessidades, entender os aspectos sociais do aluno, entender as dificuldades estruturais dos sistemas educacionais e agir sobre isso na medida do possível, levando conhecimento para os alunos. Às vezes destaco isso nas minhas aulas, o que estamos detectando, de modo a não se excluir, que a gente tem que agir sobre, temos que ter algo mais, ter conhecimento não somente técnico. (Coordenador Carlos)

O coordenador Carlos nos mostra, ao tentar entender o cenário que vivencia ao longo de 31 anos de carreira docente, que acredita que para mudá-lo é necessário algo mais que conhecimento técnico. Interpretamos que ao se referir a “conhecimento técnico” queira dizer o conhecimento do conteúdo, mas durante toda a sua entrevista não explicitou que tipos de conhecimento, além deste, deveriam ser valorizados para resolver ou minimizar tal situação.

Referindo-se aos problemas que os professores lhe trazem sobre as dificuldades dos alunos e sobre a procura por possíveis soluções, nos relata:

> Não aparece muita novidade não. As queixas... A gente tenta fazer um enfoque, isso é função minha como coordenador — dar orientação, trazer sugestões, fazer uma proposta, decidir algum conteúdo, tentar fazer um acompanhamento, por parte dos professores de um modo geral —, mas as queixas são as mesmas, os problemas são os mesmos. Essa parte conteudista...
>
> Tenho lido bastante trabalhos que falam que o ensino está ruim, que o ensino precisa melhorar.
>
> Tenho todo o processo do ENEM, comentamos em reuniões, deixo disponível para eles, baixados da internet e encadernados. A metodologia utilizada pelo SAEB às vezes faço circular, e eles, professores, dão um visto, para dizer que tomaram ciência. (Coordenador Carlos)

O coordenador expõe que os problemas sempre dizem respeito à parte do conteúdo com que os alunos não conseguem lidar, e parece-nos que, ao trazer aos professores, como sugestão, as provas que circulam no meio educacional, espera que esses profissionais consigam interpretar tais propostas e desenvolvê-las com os alunos. Ao lhe perguntarmos se já havia lido dissertações, teses ou artigos relacionados à Educação Matemática, respondeu: “Muito pouco. Não tive acesso a nenhuma dissertação e nem tese nessa área”. Revela, assim, desconhecer trabalhos que pudessem auxiliá-lo em sua tarefa de coordenador no âmbito da Educação Matemática, não contando com o suporte teórico das pesquisas nesse campo.

Acreditamos que o fato de empenhar-se em mobilizar tanto os alunos como os professores decorra de sua maneira de ser. É o que percebemos quando conversamos com professores e alunos durante nossa permanência na instituição. Constatamos também que a figura do coordenador serve como mediadora de problemas entre alunos e professores, problemas esses não só ligados ao conteúdo, mas também a relações conflitantes entre alunos e professores. Presenciamos algumas dessas conversas e o observamos a buscar para o problema uma possível solução. O que muito nos chamou atenção é que tanto os alunos quanto os professores o vêem como capaz de encontrar soluções que satisfaçam, na maioria das vezes, a ambas as partes. Todos os alunos e professores com que conversamos o admiram e apreciam como pessoa.

Tardif (2002) considera a experiência profissional e a personalidade do trabalhador — em nosso caso, o professor — como meios tecnológicos para o ensino. O coordenador Carlos parece mobilizar esses dois recursos de tal modo que, ao desenvolver seu trabalho, o qual exige constantemente “um investimento profundo, tanto do ponto de vista afetivo como cognitivo, nas relações humanas com os alunos” (TARDIF, 2002, p.141) e que é visto dessa forma por seus pares, também consegue obter assentimento e mesmo participação destes, ao acatarem suas sugestões e idéias de maneira tão receptiva. Acreditamos que tais características, manifestadas ao atuar como professor, abriram caminho para que passasse a atuar como coordenador do curso.

Na função de coordenador, Carlos também gerencia as atividades complementares que os professores devem desenvolver com os alunos em sala de aula, pois nessa universidade interpretam-se as Diretrizes Curriculares (CNE/CES, de 6/11/2001), segundo o Parecer CNE/CP 27, de 2/10/2001 (BRASIL, 2001), relativas às atividades científico-acadêmico-culturais, como “Atividades Complementares”, as quais são desempenhadas dentro da carga horária disponível desde o 1.º ano do curso, além das disciplinas já mencionadas. No 3.º ano do curso, tais atividades complementares são incluídas na disciplina ‘Prática de ensino’ (que, dependendo da grade, também é chamada de ‘Estágio supervisionado’), parte da qual é dedicada ao desenvolvimento de algumas tarefas a serem realizadas por professores previamente designados pela instituição a cada semestre. Cabe a estes criar as atividades e aos alunos realizá-las. Abordaremos a seguir alguns pontos referentes a essas atividades.

Pires (2002), ao apresentar reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, a partir das propostas das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica, aponta situações que devem ser levadas em consideração quanto aos conteúdos curriculares de atividades científico-culturais em sala de aula. Entre essas situações, sobre as quais a autora reflete, figura o desenvolvimento de projetos que podem fazer parte dessas atividades e que deverão ser propostos “como um caminho para mobilizar os conhecimentos, transformando-os em ações, e promover levantamento e articulações de informações, procedimentos necessários para ressignificar continuamente os conteúdos de ensino, contextualizando-os nas situações reais” (PIRES, 2002, p. 50).

Sobre as sugestões do coordenador Carlos sobre atividades ligadas a situações reais a serem criadas pelos professores para aplicação a seus alunos, destacamos uma com que tivemos contato (Quadro 6.1).

Quadro 6.1. Sugestões do coordenador do curso de Licenciatura pesquisado para o desenvolvimento de atividades complementares, pelos professores, voltadas a alunos do 2.º, 4.º e 6.º módulos.

<table>
<tr><td colspan="3">Planejamento de Agosto: Sugestões para Atividades Complementares. Planilha de aulas de Laboratório. Repensar as abordagens de alguns conteúdos, principalmente os “Cálculos” e as “Geometrias” (Conceitos e definições, análise e construção gráfica, aplicações e interdisciplinaridade) e integração com Perfil do Egresso. Repensar a integração do Curso como um todo. Elaborar Projetos de Interdisciplinaridade (quadro abaixo).</td></tr>
<tr><th>Ciclo</th><th>Tema central</th><th>Tópicos</th></tr>
<tr><td>2.º</td><td>A Matemática dos Jornais, Revistas e da Internet</td><td>Aproveitamento de Material disponibilizado em Jornais, Revistas e na Internet, tais como:
1) Textos relacionados com alguma parte da matemática ou educação matemática.
2) Tabelas (simples - dupla entrada): Gráficos (lineares, setores, barras, colunas).
3) Física e Matemática: Inversão Térmica - Efeito Estufa. Dilatação Térmica (produtos, pontes, viadutos, trilhos, etc.) Termômetros (tipos, forma geométrica e leitura).
4) Funções (diversas): Taxas de variação.
5) Importação/Exportação/Transporte de Cargas (quantidades, Volumes, armazenamento, custos, produção, etc.).
A importância dessa forma de comunicação (jornais, revistas, internet) para a sociedade moderna, pode ser mencionada para qualquer tópico acima.</td></tr>
<tr><td>4.º</td><td>A Matemática dos Supermercados</td><td>Aproveitamento do sistema em geral:
1) Tabelas de preços (valores, percentuais, variações).
2) Formas geométricas das embalagens (sacos plásticos, caixas, vidros, etc.).
3) Unidades de medidas de comprimento, massa, volume, etc.
4) Peso dos objetos nas prateleiras (análise, descrição, etc.).
5) Carrinhos de compras (forma, movimentos, capacidade, etc.)</td></tr>
<tr><td>6.º</td><td>A Matemática das Vias Públicas</td><td>Descrição, análise crítica, ...
1) Formas (dimensões, declividade) de ruas, avenidas, praças, etc.
2) Formas de pontes, viadutos, túneis, etc.
3) Formas das fachadas das casas, prédios, monumentos, muros, outdoors, etc.
4) Formas dos postes, cabos (energia, telefones, etc.).
5) Placas de trânsito (setas, dimensões, etc.); Faixas de trânsito.</td></tr>
</table>

Fonte: Instituição pesquisada, 2004.

Com essas sugestões, o coordenador propõe alguns temas voltados a permitir “Repensar as abordagens de alguns conteúdos, principalmente os ‘Cálculos’ e as ‘Geometrias’ (Conceitos e definições, análises e construção gráfica, aplicações e interdisciplinaridade)”. Deixa a cargo dos professores a criação dessas atividades.

Nas sugestões dos temas centrais de cada ciclo, percebemos uma forte tendência do coordenador Carlos a enfatizar o aspecto pragmático da Matemática, o que admite ser uma busca constante dos alunos, uma vez que estes sempre questionam os professores do curso quanto à utilidade do aprendizado de muitos dos tópicos da Matemática para as pessoas em geral. Além dos argumentos já expressos, como o dos “pré-requisitos” que esses alunos necessitam para trabalhar com os conceitos que irão desenvolver na Licenciatura e com os que deverão ensinar nas escolas da Educação Básica, o coordenador aponta que os licenciandos também sentem falta de justificativas para o ensino desses conceitos, pois talvez suponham que os alunos da Educação Básica, assim como ocorria com eles mesmos quando freqüentavam esse segmento de ensino, também lhes farão esse questionamento.

Em sua busca de atender ao aspecto pragmático da Matemática, tal como solicitado pelos alunos, o coordenador Carlos propõe para desenvolvimento no 2.º ciclo (Quadro 6.1) atividades que, embora se prestem a respaldar os professores (textos, tabelas, tópicos de Física e Matemática, funções, importação e exportação), não chegam a configurar uma linha-mestra que defina temas centrais, de modo a caracterizar projetos, diferentemente do que propõe Pires (2002). Tampouco fica explicitado para os professores o objetivo desse conjunto de atividades, a não ser em termos da “importância dessa forma de comunicação (jornais, revistas, internet) para a sociedade moderna”.

Não constatamos quais foram as atividades que os professores chegaram a desenvolver com seus alunos, mas tivemos acesso a alguns comentários sobre quanto os professores acham difícil elaborá-las e quanto os alunos, muitas vezes, rejeitam tal tipo de atividade. Embora solicitem algo pragmático, não as reconhecem como tal. Também detectamos que alguns alunos julgam que esse tipo de atividade é aplicado porque o professor não deseja dar aulas. Essa observação reforça o que Masetto (2003, p. 36) afirma: que nas universidades “predomina a aula cuja quase totalidade está centrada em transmissão ou comunicação oral de temas ou assuntos acabados por parte dos professores (aulas expositivas)”.

Masetto (2003) também discorre sobre pontos que considera relevantes na elaboração de uma aula expositiva e aponta três razões pelas quais julga importante o uso de tal metodologia: abrir um tema de estudo; fazer uma síntese após o estudo do tema, procurando reunir seus pontos mais significativos; e estabelecer comunicações que tragam atualidade ao tema ou explicações necessárias. Concordando com esse autor sobre o uso dessa metodologia, acreditamos que esses alunos deveriam, mesmo durante as disciplinas de conteúdo matemático de seu curso, ter contato com enfoques sobre as técnicas utilizáveis em sala de aula, os quais lhes possibilitassem uma reflexão que lhes facultasse mudar suas concepções.

Na universidade pesquisada, os professores, apesar da dificuldade em criar tais atividades, relatam que podem recorrer ao coordenador para que ele os auxilie em suas escolhas. O papel do coordenador nessa instituição não difere daquele encontrado por Pires *et al*. (2006) em sua pesquisa:

> [...] ao que tudo indica, a energia e o tempo dos coordenadores são dirigidos à solução de problemas burocráticos: a "apagar incêndios" provocados pela existência de diferentes grupos que provocam a cisão no quadro docente do curso; a buscar alternativas para enfrentar o chamado "analfabetismo matemático" de boa parte dos alunos que ingressam nos cursos de Matemática, vítimas de políticas educacionais e sociais e de práticas docentes inadequadas. (PIRES *et al*., 2006, p. 130)

Em nossas conversas com o coordenador Carlos, sempre percebemos sua grande necessidade de abordar a parte prática da Matemática, por sentir que deve justificar para os alunos a aplicação concreta de conceitos ou conteúdos, frente ao contínuo questionamento deles, e também como modo de levar os professores, cujo trabalho coordena, a procurar maneiras de responder às demandas dos alunos.

Esse coordenador consulta diretrizes oficiais, e sobre estas Brito e Alves (2006, p. 33) afirmam: "Apesar dos documentos oficiais apontarem também para a relevância do ensino da Matemática como jogo intelectual, é o aspecto pragmático que tem chamado a atenção dos professores, nestes documentos". As autoras destacam entre tais documentos oficiais os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática. Supomos ser bem possível que o coordenador leve em consideração o aspecto pragmático referido.

Acreditamos que um dos fatores que também levaram o coordenador Carlos a enfatizar tal visão da Matemática possa ter sido sua própria formação. Isso é sugerido ao expor a maneira como alguns de seus professores da escola básica ministravam as aulas de Matemática:

> Eu lembro que nas minhas aulas, como aluno, elas eram bem dinâmicas, não eram cansativas, desde que eu fazia o científico nos anos 60. Eu lembro das aulas de Rodrigues Quintino, aulas do 3.º ano do científico, lembro que nós varremos toda a Geometria plana, com trabalhos em sala de aula, Geometria descritiva, extremamente prática. A Matemática não era o professor fazendo; a gente fazia muita coisa. Estudei no Colégio Eusébio Pedro Varela, no Rio de Janeiro. Professores já levavam equipamentos para a sala de aula, o professor de Física, na 1.ª aula, para falar de verticalismos, levava instrumentos para a sala de aula. Nós tínhamos atividades com eles. Portanto não era uma aula somente expositiva, não era só ouvindo. (Coordenador Carlos)

Um ponto relevante nesse relato é o fato de o coordenador Carlos dizer que as aulas de sua época de Ensino Médio não eram apenas expositivas e que os materiais disponíveis, além de mostrarem a praticidade da Matemática, o levavam a aprender conceitos de outra maneira — daí seu desejo de que as aulas do curso de Licenciatura que coordena tivessem também esse caráter. Uma vez que esse coordenador concebe que o aprendizado da Física e da Geometria pode se beneficiar do auxílio de materiais concretos, e de certa forma também visuais, que facilitem a compreensão ou apreensão de muitos conceitos dessas áreas, supomos que considere que tal abordagem possa se estender para o ensino da Álgebra elementar, o que nos levaria a interpretar que Carlos também conceberia a Educação Algébrica como Fundamentalista-analógica.

Constatamos também, em algumas das conversas com os alunos, que, nas disciplinas relacionadas à Física ele desenvolve essa forma de trabalho, embora não na disciplina 'Funções de Variáveis Complexas', em que utiliza outro tipo de abordagem, adotando o recurso de explicar o conteúdo e em seguida resolver exercícios, procedimento que os alunos também aceitam sem objeção.

Quanto a sua metodologia em sala de aula, o coordenador e professor Carlos nos explica:

> Continuamente eu utilizo livros, Internet, recursos, apostilas — algumas elaboradas por mim, outras para consultas —, computador, que é um instrumento fantástico. Em quase todas as minhas aulas, eu preparo o que chamo de "notas de aula", para distribuir ao aluno. Tenho isso como uma metodologia, ou um recurso, uma técnica. E ali coloco uma espécie de

> resumo das aulas e alguns exercícios e distribuo isso no início da aula. O aluno dá uma lida, uma leitura prévia, e a gente começa a conversar e desenvolver.
>
> Primeiro comento o assunto e depois começamos a desenvolver os exercícios, e digo: “São tantos, mas na sala vamos resolver estes”. Eu sempre começo a fazer esses, depois falo: “Agora são vocês”. Na medida que tenham dúvida, me chamam, e a gente consegue fazer. Não temos problemas de disciplina — claro, eles são adultos —, não tem mesmo. Não preciso pedir para ninguém ficar quieto, a gente consegue um ambiente tranqüilo para trabalhar e creio que eles gostam, pois eles participam. Eu sou um pouco exigente com a linguagem matemática, a notação em prova e tudo mais. Nas provas vem escrito como orientação: “Desenvolver de forma clara”, objetivo, porque eu pratico isso com eles, eu valorizo. Agora não é extraindo do ambiente, da sala de aula, do real, naquele momento, para desenvolver a aula; trago algo, mais ou menos pré-concebido. (Coordenador Carlos)

Percebemos que embora esse coordenador utilize também aulas expositivas quando atua como professor, recorre ao fornecimento de um material aos alunos no início da aula, com a intenção de que este sirva de fonte para questionamentos por parte deles. Suas aulas transcorrem em um ambiente de descontração, em que os alunos sentem liberdade para colocar suas questões e se percebem acolhidos. Colhemos confirmação de tal fato em conversas com vários alunos do curso.

Quanto a admitir que é exigente com a linguagem matemática, com a notação, acreditamos que valorize o uso de símbolos nessa linguagem e supomos que também destaque a linguagem algébrica, pois as disciplinas relacionadas à Física pelas quais é responsável utilizam fórmulas e na disciplina ‘Funções de Variáveis Complexas’ a apresentação da maioria das questões é feita no registro algébrico, como pudemos observar em uma de suas provas (Anexo C).

Em relação a utilizar demonstrações em suas aulas, nos relata:

> Faço, mas não exageradamente. As minhas listas de exercícios são mais ou menos equilibradas. Por exemplo, se eu tenho 20 exercícios numa lista, eu tenho os cinco primeiros envolvendo conceitos, como: “Defina com suas palavras”, “Me explique de fato como você resolveria”. Não quero a solução; só que saiba explicar como resolve, com palavras.
>
> Procuro explicar para o aluno que o importante não é resolver, é entender o que está sendo feito, é saber conceituar, saber analisar, saber exemplificar e saber aplicar em situação real ou hipotética e explicar isso para alguém. Esse conceito todo é que é o importante, é dessa maneira que eu vejo, não é chegar aí e resolver, fazer contas. Você tem que falar essa linguagem, e procuro equilibrar isso nos exercícios. (Coordenador Carlos)

Em seu relato, o coordenador Carlos enfatiza que o aluno deve “saber explicar para alguém”, “saber analisar”, “conceituar”, “exemplificar”, e que tudo isso pode ocorrer até mesmo só com palavras. Ao dizer que requer essa posição do aluno, parece valorizar também o uso de outras representações, como a língua natural, nas respostas. Pudemos acompanhar como ele desenvolve essa prática em sala de aula: em nosso contato com uma avaliação da disciplina ‘Funções de Variáveis Complexas’ (reproduzida no Anexo C, que contém também as respostas que esse professor espera dos alunos) reconhecemos parcialmente tais objetivos, pois as questões, tal como ali expressas, mostram, em sua maioria, que se espera que o aluno “determine” as soluções. No gabarito o professor indica respostas em linguagem algébrica, providas de alguma explicação expressa na língua natural, e apresenta os gráficos solicitados nas questões.

Supomos que o coordenador Carlos exerça dois tipos de prática: uma em que, durante as aulas, requer do aluno uma postura mais reflexiva diante das tarefas apresentadas e outra em que, nas avaliações, se atém a uma forma clássica de pontuá-los. Observamos no professor Pedro, de Álgebra, postura semelhante à do coordenador, talvez por influência deste.

A forma clássica de avaliar, segundo Perrenoud (1999), constitui uma prática habitual na maioria das escolas: o professor, após ministrar parte do programa, aplica uma prova escrita aos alunos, que em função de seu desempenho recebem notas que são registradas e que se prestam, no final de determinado período, que varia de instituição para instituição, a uma síntese de pontuação que acarreta a passagem ou não do aluno ao nível seguinte. Esse tipo de avaliação pode levar o professor a fazer certas opções:

> O sistema clássico da avaliação força os professores a preferir os conhecimentos isoláveis e cifráveis às competência de alto nível (raciocínio, comunicação), difíceis de delimitar em uma prova escrita ou em tarefas individuais. (PERRENOUD, 1999, p. 66)

Acreditamos que Carlos, como professor, deveria considerar outras formas de avaliação, de modo a romper com essa forma de pontuar o desempenho de seus alunos, já que ele concebe e defende a necessidade de utilização de explicações e análises. Supomos que ele necessite de um suporte teórico que de alguma forma amplie sua prática, que lhe mostre como articular esse saber que considera importante com a avaliação que se faz necessária pelas as normas acadêmicas da instituição.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), porém, a avaliação no processo ensino–aprendizagem da Matemática tem sido pouco investigada por educadores matemáticos. Embora esses autores percebam existir um esforço para que as mudanças na prática docente em sala de aula também venham acompanhadas de mudanças no processo de avaliação, admitem que em muitos países tem havido nos últimos anos um incremento nas avaliações externas, tais como, no caso do Brasil, as do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp) e do Exame Nacional de Cursos de Matemática, ainda que considerem que estas nem sempre estão sintonizadas com princípios de uma Educação Matemática crítica ou transformadora, ocorrendo sim uma adaptação da prática docente aos princípios que regem as avaliações. Os autores lamentam que as pesquisas nessa área não tenham abrangido esse problema.

Christino (2003), ao analisar a relação do Exame Nacional de Cursos (o “Provão”) com as discussões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, aponta, dentre suas conclusões, que nessa avaliação o que predomina é a exigência do domínio de conteúdos matemáticos, deixando-se de lado conteúdos de natureza didático-pedagógica. Frisa também existir um descompasso entre o que esse exame anuncia em suas diretrizes sobre o que avaliar e o que efetivamente avalia.

O coordenador Carlos relata que leva tais exames ao conhecimento de seus professores para que eles tentem, de certa maneira, incorporar certos aspectos a sua prática pedagógica. Levando em consideração as análises de Christino (2003), porém, faltam nessas provas questões com que os alunos da Licenciatura sejam avaliados em termos didático-pedagógicos. Podemos também supor que tomar como referência apenas as questões levaria tanto o coordenador quanto os professores a uma determinada visão do que deveria ser importante avaliar e sobre como fazê-lo.

Acreditamos que embora haja carência de pesquisas que pudessem melhor analisar esses processos de avaliação em vigor no Brasil, as existentes deveriam ser levadas ao conhecimento de coordenadores e professores de Licenciatura em Matemática, já que o coordenador Carlos, embora identifique as dificuldades dos alunos desse curso e reconheça a importância de que estes desenvolvam conhecimentos do conteúdo matemático, admite ser oportuno que os professores com que trabalha se inteirem de conhecimentos não restritos a esse conteúdo, embora mostre que não teve contato com o aporte teórico que a Educação Matemática poderia lhe oferecer.

Não poderíamos aqui nos isentar de colocar nosso próprio parecer: o de que antes de nossa própria experiência de pós-graduação em Educação Matemática tais aportes teóricos nos pareciam de difícil compreensão. Ribeiro (2001) aponta também a possibilidade desse fenômeno:

> Apesar de algumas publicações em Educação Matemática terem como finalidade disseminar esses resultados e discutir suas aplicações no processo de ensino-aprendizagem, muitas vezes esses artigos parecem que são escritos, sobretudo, para outros pesquisadores, ficando assim difícil para aquele professor que não está habituado a este tipo de leitura conseguir extrair a essência do trabalho. (RIBEIRO, 2001, p. 116)

Traldi Junior (2006, p. 134), com o objetivo de compreender as possibilidades de construir um grupo de trabalho colaborativo, constituído por formadores de professores que ministram a disciplina ‘Cálculo Diferencial e Integral’, considera que “é possível concluir que os formadores de professores de matemática em questão não têm o hábito de lerem pesquisas na área de Educação Matemática, e este ‘novo’ hábito precisa ser criado”.

Nos contatos anteriores à entrevista, o coordenador Carlos mostrou interesse por dissertações que abordassem tais avaliações. Em atendimento a esse interesse, entregamos-lhe uma cópia da dissertação de Ribeiro (2001), *Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do Saresp*. Seis meses mais tarde, após realizarmos a entrevista, seu relato se mantinha o mesmo: não havia tido contato com artigos, teses e dissertações da área de Educação Matemática. Para evitar constrangê-lo, não o inquirimos sobre o assunto, apesar de nossa curiosidade em perguntar-lhe se, havendo-a lido, tivera dificuldades de interpretá-la.

6.1.1. Algumas considerações sobre o coordenador e nossas questões de pesquisa

Embora o coordenador e professor Carlos não atue diretamente com disciplinas referentes à Educação Básica, emergiram em nossas conversas e entrevistas algumas de suas concepções de Educação Algébrica, como a de Ferramenta e a de Linguagem, segundo a categorização de Lee (2001). Também detectamos que, com maior ênfase, predomina a concepção Fundamentalista Estrutural, além de algumas características da concepção Fundamentalista-analógica, segundo categorização de Fiorentini *et al*. (1993).

Quanto às dificuldades que os alunos de Licenciatura apresentam em lidar com os tópicos algébricos elementares, têm-se, segundo as categorias de Shulman (1986), em termos do conhecimento didático do conteúdo, os seguintes aspectos a destacar:

– Os alunos não estabelecem relação entre as raízes de uma equação e a possibilidade de substituí-las na variável correspondente, de maneira a anulá-la. Tampouco relacionam as raízes da equação com alguma representação gráfica; consideram que equações só se destinam a ser resolvidas.
– O coordenador reconhece, porém, a importância de articular registros de representação, como o algébrico, o gráfico e a língua natural.

Quanto ao conhecimento do conteúdo, o coordenador Carlos considera-o como necessário, tanto em sua atuação como professor quanto para que os alunos da Licenciatura lidem com os conteúdos de ensino. Em relação a esses conteúdos, esse coordenador considera que seu aluno de Licenciatura deve:

– saber explicar; analisar, exemplificar e aplicar em situação real ou hipotética, além de saber explicar isso a alguém.

Em relação ao conhecimento do currículo, esse coordenador considera que os tópicos algébricos elementares são importantes para as disciplinas do curso de Licenciatura, tanto de Matemática quanto de outras ciências. Não chega a apontar, no entanto, de que maneira o conhecimento curricular poderia ser oportuno para seus alunos, em relação aos segmentos de ensino em que atuarão profissionalmente, e para a orientação dos professores do curso de Licenciatura.

Em sua atuação como professor, Carlos parece adotar dois tipos de prática pedagógica com os alunos:

– uma durante aulas de Física e outra em disciplinas relacionadas à Matemática;
– no decorrer das aulas, parece investir em uma prática dialogada, em que seus alunos possam expressar seus questionamentos, mas em suas avaliações predominam questões dos tipos “calcule” e “resolva”, questões que sempre se valem do imperativo e não se prestam a suscitar conjecturas.

Consideramos que grande parte dos saberes do coordenador Carlos que foram adquiridos durante sua prática como professor são saberes experienciais, segundo Tardif (2002), e além dos já apresentados acima têm-se os seguintes:

– Reconhece que os alunos trazem concepções difíceis de serem mudadas.
– Reconhece que precisam dispor de conhecimento que vá além do âmbito técnico (conhecimento do conteúdo).
– Considera importante que os alunos saibam desenvolver algum tipo de reflexão.

O que se destaca nesse coordenador é a maneira como conduz o curso e suas próprias aulas. Percebemos que são suas características pessoais que o capacitam a mobilizar tanto alunos como professores.

6.2. OUTROS ASPECTOS CAPTADOS NO CONTEXTO DA PESQUISA

Atendendo a nosso objetivo de pesquisa de detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estariam sendo mobilizados por alunos e professores de cursos de Licenciatura em Matemática, nos deparamos com situações que, embora não estivessem diretamente ligadas a nosso objetivo, nos levaram a proceder a análises sobre fatos que emergiram em nosso contexto investigativo e que consideramos oportunos.

Tais aspectos se referem ao uso do livro didático nas disciplinas que elegemos, à metodologia de ensino empregada pelos professores e à reação dos alunos de Licenciatura em relação a ela.

6.2.1. Algumas lacunas na formação do conhecimento do professor

Abordaremos a seguir a situação em que as concepções de ensino trazidas por alunos ingressantes no curso de Licenciatura os levam a exercer pressão sobre os professores, além de constituírem entraves para o processo de aprendizagem desses próprios alunos.

Ao relatar uma grande dificuldade que enfrenta, o coordenador Carlos nos diz que por mais que persista em pedir que se usem livros didáticos, encontra em parte dos alunos muita resistência frente a isso:

> A maior dificuldade que eu tenho é de que eles se debrucem um pouco sobre o livro. Paira uma cultura de que o livro não participa do processo de aprendizagem deles. Ter o livro, ler, buscar informação nele, é uma dificuldade encontrada por mim e por outros colegas. Eles não têm esse hábito, eles não têm essa prática, de lidar com o livro e reconhecer que ele é instrumento valioso, e a gente não consegue evoluir muito no sentido de reverter esse quadro. (Coordenador Carlos)

Sobre o livro didático relataremos também pareceres de professores do curso e algumas de nossas observações, começando com o depoimento da professora Beatriz, de Cálculo:

> Eu tentei falar com os alunos sobre a necessidade de trabalhar com um livro didático, indiquei um que penso não ser pesado, ser muito didático, mas a resposta que escuto deles é que eles não têm condições de comprar.
>
> Os alunos pagam a faculdade com seu salário; pouco sobra. Portanto o que eles querem mesmo é que lhes dêem uma apostilinha, com exercícios

> resolvidos e exercícios propostos, e assim está ótimo para ele. Ele quer aprender, mas quer que facilite tudo para ele.
>
> Às vezes indico para os alunos a coleção de dez volumes do Gelson Iezzi, ao entrar no início do Cálculo. Peço para eles pegarem na biblioteca, para eles olharem a linguagem desse livro, daquela parte de funções, conjuntos numéricos. Eu não coloco estes livros na bibliografia básica porque dizem que vem aí a comissão do MEC, e diz que não pode colocar um livro do 2.º grau. Então a gente tem que colocar na complementar, embora eu ache que inicialmente este seja o mais acessível. (Professora Beatriz)

Nosso propósito não é analisar o livro didático adotado por essa professora, mas sim o fato de que ela não consegue fazer com que os alunos trabalhem com o livro, seja por não terem meios de adquiri-lo ou por ela não poder utilizá-lo como referência. Frente a isso, opta por elaborar apostilas para seus alunos. Tivemos contato com essas apostilas e também com apontamentos em caderno, o que nos permitiu observar que a professora atende às expectativas de seus alunos, oferecendo-lhes algumas definições que são seguidas de exemplos e exercícios que têm similaridade com os já resolvidos.

A professora Aline, por sua vez, que ministra ‘Fundamentos da Matemática’ e ‘Matemática Elementar’, não mencionou livros didáticos em seus depoimentos, mas constatamos junto a seus alunos de 1.º ano que não adota tais livros, fornecendo em vez disso uma apostila e complementando-a com algumas anotações que os alunos fazem em caderno. É esse o único material de que os alunos dispõem para estudar conteúdos referentes à Educação Básica no 1.º ano do curso, tanto nessas duas disciplinas como nas relacionadas à Geometria.

Em conversas no corredor, os alunos mencionam que um dos primeiros livros com que se sentem obrigados a ter contato é o da disciplina ‘Álgebra I’, no 2.º ano do curso. Embora o professor Pedro, responsável por essa disciplina, julgue que o livro tenha linguagem bem acessível para seus alunos, estes nos informaram não ter a mesma opinião.

Já na disciplina ‘Probabilidades’, que também versa sobre conteúdos da Educação Básica, o professor Francisco adota a metodologia de seminários apresentados pelos alunos. Constatamos que estes copiam conteúdos de livros didáticos do Ensino Médio e os apresentam em aulas expositivas, as quais o professor complementa dispondo-se a responder dúvidas colocadas pelos demais alunos. Esse tipo de prática, segundo esse professor, foi a maneira que encontrou para que o aluno procure o livro didático e o leia, e com isso consiga preparar uma aula sobre o assunto e ministrá-la a seus colegas.

Concordamos que a técnica metodológica baseada em seminários leva os alunos a desenvolver a capacidade de pesquisa e, conseqüentemente, a ler os livros, mas nos parece que o uso dessa técnica nessa disciplina não está privilegiando o que Masetto (2003) defende no uso de tal metodologia. Para esse autor, ela deve permitir ao aluno desenvolver a produção de conhecimento, a comunicação, a organização, e também fazer inferências e produzir conhecimento em equipe, de forma coletiva, cabendo ao professor mediar, apresentando questões desafiadoras a serem debatidas e incentivando e garantindo a participação de todos.

Os alunos nos revelam não gostar dessa prática de ensino e alegam que o "professor não está ensinando" e que não estão aprendendo. Muitos alunos de fato reclamam ao coordenador, afirmando que, embora o professor não ensine, cobra-lhes o conhecimento nas avaliações. Como pudemos observar pessoalmente, em algumas dessas reclamações eles apontam não somente sua insatisfação com a metodologia e com as avaliações, mas também com o próprio professor, afirmando que este não mostra interesse em ensiná-los e considera que já deveriam saber tais conteúdos. Não assistimos às aulas desse professor para poder observar como transcorrem — se ele realmente se omite diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, se cria questões desafiadoras ou se são os alunos que não conseguem admitir outra forma de aprender, que não as aulas expositivas ministradas pelo próprio professor. Pensamos que os alunos tragam para essas situações as concepções de que já dispõem sobre a condução de uma aula, e que caberia ao professor enfatizar a importância e os benefícios de uma possível mudança de concepção para o processo de ensino–aprendizagem, o que ele não parece fazer.

O coordenador Carlos, diante dessa inquietação dos alunos, conversou com esse professor, que, no 2.º semestre do curso, na disciplina 'Estatística', alterou sua metodologia, passando a ministrar aulas expositivas e a elaborar apostilas. Em resposta a essa mudança, o parecer unânime dos alunos passou a ser o de que "agora ele está dando aula". Cogitamos que esse professor cedeu à pressão não só dos alunos, ao optar pela aula expositiva, mas também aquiesceu à conversa com o coordenador, talvez por não ter argumentos suficientes para defender sua metodologia baseada em seminários.

Quando o coordenador Carlos se refere às metodologias utilizadas por seus professores em sala de aula, fala com certo pesar sobre a professora Aline, relatando-nos:

> Aline não tem muita facilidade de desenvolver o trabalho dela — não sei se ela comentou —, mas tem alguns grupos que têm uma aversão, resistência. Os alunos não querem pensar, não querem se dedicar um tempo maior; eles querem um imediatismo. (Coordenador Carlos)

Embora a professora Aline não tenha nos comentado nada sobre a dificuldade que o coordenador descreve, percebemos que entre os alunos e ela existe um tipo de contrato didático não muito explícito, que ela não nos relatou, segundo o qual, ao que parece, ela realiza em parte das aulas o que os alunos esperam: que exponha a matéria no quadro, que a explique, que lhes passe alguns exercícios e que, por fim, baseie suas avaliações nesse tipo de aula. Além disso, são aplicadas algumas outras atividades, que tanto o coordenador como essa professora consideram mais abertas. Julgam eles que essas outras atividades envolvem certa interdisciplinaridade, num contexto baseado em interações entre os alunos, cabendo mais ao aluno proceder a seu desenvolvimento do que à professora expor. Tais atividades[41], a que tivemos acesso por meio do próprio coordenador, são propostas a alunos dos primeiros anos do curso de Licenciatura.

A pressão que os alunos exercem sobre os professores e a maneira como o coordenador lida com tais situações também puderam ser constatadas em outro episódio que presenciamos, ao qual nos referiremos como “O caso do conflito dos alunos do 1.º ano”, que apresentaremos a seguir.

---

[41] Embora a professora Aline não dê referências sobre as atividades, nem sobre o material que poderia tê-la levado a construí-las, percebemos que nelas existem diferenças em relação a questões que aborda em sala de aula, e se fossemos discorrer sobre esses aspectos neste trabalho teríamos nosso foco desviado do objetivo central, principalmente por serem atividades relacionadas à prática em laboratório de informática.

6.2.2. O caso do conflito dos alunos do 1.º ano

Os alunos do 1.º ano de Licenciatura reivindicaram, em documento escrito, uma atitude por parte do coordenador em relação à professora Elisabete, das disciplinas ‘Geometria Plana’ e ‘Geometria Espacial’, listando pontos de insatisfação quanto aos procedimentos por ela adotados frente às dificuldades que os alunos experimentavam em sua disciplina. Não nos foi possível obter cópia desse documento, mas o lemos e, ao deixarmos a instituição, conseguimos reproduzir alguns de seus itens que mais nos chamaram atenção. Destacaremos três deles:

— A professora passa aos alunos listas de exercícios muito extensas, não sendo possível a ela corrigi-los em sala de aula.

— Na avaliação aparecem exercícios que a professora não apresentou em sala.

— Toda vez que um aluno faz uma pergunta à professora, ela responde com outra pergunta, o que dá a impressão de que ela não sabe responder ou não tem paciência diante da dificuldade do aluno.

Tal movimento foi liderado pela representante de classe, nossa primeira entrevistada do 1.º ano e redatora do documento. No momento em que tivemos contato com o documento, os alunos dessa turma se reuniam para assiná-lo, para que em seguida fosse encaminhado ao coordenador.

Tal atitude do 1.º ano gerou descontentamento entre os alunos do 2.º ano, e alguns destes entraram na sala para fazer com que aqueles repensassem sua atitude de enviar a queixa ao coordenador — em vão, porém. Para podermos interpretar a discordância de opinião dessas duas turmas, mostraremos algumas análises que fizemos de determinadas situações verificadas durante nossa permanência na universidade.

Tivemos contato com a professora de Geometria de maneira indireta: enquanto esperávamos um aluno do 2.º ano para entrevistá-lo, ela esclarecia dúvidas de cinco alunos de 2.º ano e embora não me conhecesse formalmente não se preocupou com minha presença.

Nesse dia, algo nos chamou muita atenção em sua maneira de lidar com esses cinco alunos de 2.º ano para sanar suas dúvidas: diante de uma questão que um dos alunos levantava, ela lhe fazia outra pergunta, a qual, na maioria das vezes, era respondida. Em seguida formulava outras questões e os alunos, todos aparentemente envolvidos em torno de um mesmo pensamento, respondiam alternando-se e mostrando grande satisfação em responder às questões, processo esse que culminava na resposta à pergunta inicialmente lançada pelo primeiro aluno. Como permanecemos na sala durante cerca de 15 minutos, pudemos observar vários assuntos vindo à pauta, todos conduzidos pela professora da mesma forma. Os alunos pareciam muito satisfeitos com o método por ela adotado. Quando a professora saiu da sala, comentavam entre si que ela sabia como fazê-los entender e reconhecia que eles eram capazes de pensar.

Estamos aqui diante de saberes profissionais da professora de Geometria, aqueles que ela coloca em prática. Em nossa interpretação destes e dos diálogos desenvolvidos entre alunos e professora, identificamos o uso de um método, o heurístico, assim definido por Roxo[42], citado por Valente *et al*. (2004):

> Método heurístico ou genético: método que permite uma penetração lenta das noções, dando ao estudante o sentimento de que ele mesmo descobre o que se lhe ensina. Tem a finalidade de colocar o aluno em condições de descobrir verdades matemáticas, ajudadas por problemas e perguntas elaboradas pelo professor, cujas respostas não sejam óbvias, embora estejam dentro da capacidade de resolução do aluno. (ROXO, 1930, *apud* VALENTE *et al*., 2004, p. 102)

Acreditamos que, ao utilizar tal método com os alunos do 1.º ano de Licenciatura, essa professora promova uma ruptura de contrato didático, o que gera um conflito entre ela e os alunos. Tal conflito é interpretado pelos alunos em termos de ela não saber a matéria ou não ter consideração pelo desconhecimento do aluno, embora ela nos pareça estar tentando despertar no estudante o “sentimento de que ele mesmo descobre o que se lhe ensina”, como descreve a citação acima.

Destacamos que o método utilizado por essa professora no 2.º ano tem uma grande aceitação pelos alunos, em contraste com os grandes conflitos que ocasiona

[42] ROXO, E. O ensino da matemática na escola secundária – II. Principais escopos e diretivas do movimento de Reforma. *Jornal do Comércio*, 7 dez. 1930.

no 1.º ano. A nosso ver, tal situação aponta para o objeto do trabalho docente, que são seres humanos, aspecto que nos remete a Tardif (2002), que considera que os saberes de docentes carregam as marcas destes, que têm a particularidade de existir como indivíduos, mesmo que pertençam a grupos. Tal individualidade está no cerne do trabalho dos professores, que devem atingir os alunos, já que são estes que aprendem. Essa situação orienta a existência, nos professores, de uma disposição para compreender os alunos em suas particularidades individuais e situacionais, sobre o que destacamos que:

> [...] a disposição do professor para conhecer seus alunos como indivíduos deve estar impregnada de sensibilidade e de discernimento a fim de evitar generalizações excessivas e de afogar a percepção que ele tem dos indivíduos num agregado indistinto e pouco fértil para a adaptação de suas ações. (TARDIF, 2002, p. 267)

Ainda segundo esse autor, a influência das características pessoais e próprias dos seres humanos por vezes é pouco discutida, embora acarrete conseqüências importantes. O que nos parece haver ocorrido com a professora de Geometria foi não haver compreendido as marcantes diferenças entre as turmas.

Acreditamos que talvez se devesse promover em ambientes educacionais — a universidade, neste caso — a discussão das diferenças entre as turmas e entre alunos de um mesmo curso, em termos de suas preferências e aceitações.

6.2.3. Algumas conclusões sobre outros aspectos captados no contexto

Não pretendemos aqui discutir o uso dos livros didáticos em cursos de Licenciatura, mas sim enfatizar que a falta de sua leitura pelos alunos — que serão futuros professores —, lacuna essa identificada pelo coordenador, pode levá-los a conceber os conteúdos referentes à Educação Básica, com os quais irão trabalhar em suas salas de aula, exclusivamente com base nas anotações, apostilas e preleções provenientes do professor que lidou com tais conteúdos, sem o benefício da comparação com outras fontes e dos questionamentos advindos dessa comparação.

Constatamos, portanto, que há, nesse curso de Licenciatura, falta de material didático apropriado que sirva de referência aos conteúdos da Educação Básica. Pensamos que o uso de livros didáticos pelos alunos ampliaria sua visão sobre a Matemática, facilitando-lhes estabelecer relações, quer de similaridade ou de contraste, entre o que o professor traz à sala de aula e o que encontram nos livros.

Pudemos constatar que esses professores cedem às expectativas de seus alunos em detrimento de defender suas próprias convicções e que nessa universidade esta última situação gera conflitos que são intermediados pelo coordenador do curso, na busca de soluções.

Vários pesquisadores já se dedicaram a dificuldades desse tipo que os professores vivenciam em sala de aula, mas destacamos Ponte (1994), que, em busca de respostas à questão "Mas quem é afinal o professor?", considera:

> O professor desenvolve o seu trabalho num ambiente cada vez mais agressivo — é facilmente posto em causa pelos alunos, pelos pais, pelos colegas, pelo Ministério e pela opinião pública em geral. Tomam muitas decisões no seu dia-a-dia, algumas das quais por vezes em momentos bem difíceis. (PONTE, 1994, p. 2)

Estamos diante de um cenário em que as influências das concepções atuam dos alunos para os professores, sendo intermediadas pelos coordenadores. Detectamos que alguns professores cedem à pressão inteiramente, resignando-se a ponto de deixar de lado as suas próprias. Outros, como é o caso da professora Aline, tentam conciliar o que pensam com o que os alunos esperam, acreditando que o tempo possa fazer com que esses alunos alterem suas concepções. Existem também os professores que não conseguem, de uma maneira ou de outra, permanecer nesse cenário.

O coordenador nos diz não ser fácil lidar com os conflitos que existem entre os atores desse curso, e nos diz:

> Eu uso uma frase que é: "semente sã em solo fértil". A nossa realidade não é bem assim. O solo é aqui, a semente é o aluno, é preciso os agentes externos: não pode ficar calor o tempo todo; tem que regar com água. Não é

> isso? Tem todo um acompanhamento, senão o solo fica árido. Essa metáfora..., não é fácil cuidar dessa plantação... (Coordenador Carlos)

Supomos que nesses momentos de decisão se coloque em prática um componente que Tardif (2002) considera ético e emocional no trabalho do professor, e cogitamos que no ensino a prática profissional pode produzir mudanças emocionais inesperadas nos docentes. Segundo Ponte (1994):

> As práticas profissionais que envolvem emoções suscitam questionamentos e surpresa no indivíduo, levando-o, muitas vezes de maneira involuntária, a questionar suas intenções, seus valores e suas maneiras de fazer. Esses questionamentos sobre a maneira de ensinar, de entrar em relação com os outros, sobre o efeito de suas ações e sobre os valores nos quais elas se apóiam exigem do professor uma grande disponibilidade afetiva e uma capacidade de discernir suas reações interiores portadoras de certezas sobre os fundamentos de sua ação. (PONTE, 1994, p. 268)

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E REFLEXÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentaremos algumas reflexões tanto sobre a influência da pesquisa para nossa prática docente quanto sobre as respostas às questões desta investigação. Apresentaremos também nosso ponto de vista sobre a necessidade de mais pesquisas sobre o tema.

7.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O ponto de partida de nossa investigação foram dúvidas sobre o porquê das dificuldades que alunos de diversos anos de ensino apresentam ao trabalharem com tópicos algébricos elementares, tendo-se em vista que esse fato não era restrito a um pequeno grupo de estudantes, mas se estendia para além de nossa sala de aula, para além das instituições em que lecionamos e até mesmo para a realidade de outros países, como apontam as pesquisas.

Enriquecemo-nos com outras fontes da literatura que iluminaram os tópicos algébricos elementares segundo outros enfoques, permitindo conhecer procedimentos desenvolvidos com o objetivo de minimizar tais dificuldades vivenciadas por alunos, enfoques esses que também incorporamos a nossa prática pedagógica. Toda ampliação de repertório, porém, traz consigo a geração de novos questionamentos, fato incontornável que nos evoca uma fala do aluno Luís, do 2.º ano:

> Se [você] nunca pensou naquilo, como pode ter dúvida? (Luís, aluno do 2.º ano)

Tal pergunta nos faz pensar nos estímulos que advêm tanto do contato com a teoria quanto do exercício da prática, inevitavelmente fazendo eclodir novas dúvidas em ambos os campos, reciprocamente. De fato, aliar teoria e prática constituiu uma constante desde o momento em que adentramos o tema estudado, pois acreditamos que pesquisa faz parte da prática, e prática sem pesquisa é restrita.

Indagações por parte de alunos surgiram tanto durante as entrevistas como após sua realização, quando com eles nos encontrávamos nos corredores da instituição em conversas informais. Em ambas as situações, nossa interação parece haver, de algum modo, permitido que ocorresse nesses alunos uma mobilização de reflexões e questionamentos relacionados à Educação Algébrica.

Particularmente no caso do aluno Ígor, do 2.º ano do curso, o diálogo que mantivemos sobre Educação Algébrica permitiu-lhe apontar as atividades que julgava não serem pertinentes ao ensino, refletir sobre relações que podem ser estabelecidas entre Aritmética e Álgebra e questionar-se sobre como ensinar determinados conteúdos relacionados à Álgebra elementar, tendo em vista as dificuldades de seus alunos da Educação Básica. Tal diálogo, mantido por ocasião da entrevista, e suas próprias reflexões depois desta o motivaram a buscar esclarecimento, em livros e na Internet, para questionamentos suscitados por nossa conversa, bem como a nos procurar para expor suas considerações e fazer novos questionamentos, dentre os quais se sobressai o seguinte:

> Por que os nossos professores não conversam sobre isso? Será que nós alunos ou os professores vão ter que fazer doutorado, para saber disso? (Ígor, aluno do 2.º ano)

Consideramos, quanto a essa questão, que tanto os alunos de Licenciatura quanto seus professores se beneficiariam do contato com pesquisas nessa área de Educação Matemática, pois tal contato lhes promoveria a oportunidade de estabelecer elos entre teoria e prática, tanto nas próprias aulas no curso de Licenciatura quanto na futura atividade docente desses alunos. Concordamos com Fiorentini (2004) em que as disciplinas matemáticas do curso de Licenciatura também formam pedagogicamente os futuros professores, e com Santos (2005) em que, por serem formadores, os professores de cursos de Licenciatura podem possibilitar uma aproximação entre teoria e prática, rompendo com o isolamento e distanciamento entre disciplinas de conteúdos específicos e disciplinas pedagógicas.

Ao mesmo tempo em que Ígor levantou questões sobre sua falta de conhecimentos no tema investigado, forneceu-nos sugestões de algumas abordagens e apontou a importância de que um tópico trabalhado na disciplina 'Cálculo I' pudesse ser observado e analisado em relação ao trabalho feito com esse mesmo tópico em outra disciplina. A observação e a análise de um mesmo tópico permitiriam chegar a um entrecruzamento de enfoques, fazendo com que os tópicos algébricos elementares não se limitassem a ser abordados simplesmente como revisão, mas, estando presentes em outras disciplinas do curso, facilitassem a cada professor desenvolver maneiras de levar os alunos a refletir sobre diferentes abordagens de ensino e sobre tais conteúdos. Isso não só ampliaria o conhecimento curricular desses alunos, mas também ajudaria a subsidiar-lhes, além do conhecimento do conteúdo, os conhecimentos pedagógicos relacionados a tais conteúdos.

Torna-se premente desenvolver a conscientização desses alunos sobre as diversas concepções que revelaram possuir, mediada por uma leitura de textos teóricos aliada a discussões, o que consideramos relevante em cursos de Licenciatura em Matemática.

Propostas como estas demandam, decerto, aval institucional de gestores do curso, além de colaboração de coordenador, para a preparação e realização conjunta desse trabalho.

Tais propostas deveriam incluir o estudo de pesquisas abrangendo as diferentes concepções que emergiram em nosso estudo, à semelhança do constatado nos trabalhos de Pinto (1999), Cury *et al*. (2002), Jamal (2004) e Silva (2006), pois pesquisadores como estes apontam que todas essas concepções estão presentes na sociedade brasileira e são evidenciadas em documentos. Tal estudo permitiria esclarecer aos professores da Educação Básica, aos alunos de Licenciatura em Matemática e a seus formadores as características favoráveis e desfavoráveis das diferentes concepções de Educação Algébrica em relação ao processo de ensino–aprendizagem da Álgebra elementar, tendo-se em vista as especificidades de nossa realidade. Tem-se nesse campo um universo ainda insuficientemente explorado de pesquisas e práticas a desenvolver.

Acreditamos que estudos colaborativos entre os professores de Licenciatura em Matemática seriam proveitosos para o alcance de mudanças. Seriam oportunos, por exemplo, estudos sobre práticas em Educação Algébrica que envolvessem um trabalho simultâneo com as várias concepções, como defende Lee (2001):

> Atividades algébricas são envolvidas no uso de Ferramentas algébricas, o Pensamento algébrico é fomentado e a Linguagem de comunicação é a algébrica. (LEE, 2001, p. 398)

Concordamos que as diversas concepções de Educação Algébrica identificadas por Lee (2001) não são excludentes, se adequadamente dosadas. Elas deveriam, com proveito, se agregar, uma vez que nos parece aplicável aos alunos de Licenciatura o mesmo princípio que Lee descreve para alunos da escola elementar: que "necessitam antes ser engajados em atividades algébricas e pensamentos algébricos, e depois ser induzidos a expressar esses pensamentos e registrar suas atividades" (p. 393).

A ênfase em uma única concepção em detrimento de outras pode ter conseqüências nefastas sobre o processo de ensino–aprendizagem da Álgebra elementar. Ao privilegiar a introdução da Álgebra elementar sob a concepção de Álgebra como Linguagem, estaríamos deixando de dar aos estudantes — de qualquer segmento de ensino — a oportunidade de sentir necessidade de expressar seus pensamentos algébricos. Se a ênfase estiver na linguagem, estaremos dando destaque à manipulação de expressões simbólicas e ao jogo de sua manipulação. Uma vez que o pensamento não acontece no vácuo, acreditamos que os estudantes necessitam ser engajados em atividades em que esse pensamento algébrico seja fomentado de modo a se desenvolver, o que se aproxima da concepção de Educação Algébrica como Atividade.

As atividades, por sua vez, devem levar em consideração duas outras concepções: a de Educação Algébrica como Linguagem e como Pensamento. Por outro lado se a concepção de Educação Algébrica a ser privilegiada fosse somente a de Ferramenta, poderíamos estar diante do que Lee (2001) aponta quanto às ferramentas algébricas: o fato de, quando vistas isoladamente, envolverem somente o simbolismo de letras, embora, se trabalhadas conjuntamente com as demais concepções, tornem-se ferramentas necessárias em atividades que fomentam o pensamento algébrico e mobilizam a expressão deste através de uma linguagem. Aliada a essas quatro concepções, tem-se a de Aritmética Generalizada, que enriquece o currículo da Álgebra elementar. No entanto, quando Lee (2001) admite que essa concepção não chegou a ser tratada em toda a sua extensão potencial em relação ao processo de ensino–aprendizagem, concordamos com sua afirmação de que são necessárias pesquisas adicionais que indiquem como trabalhar com essa concepção de Educação Algébrica de tal modo que cada uma das concepções potencialize a utilização oportuna das demais.

Fiorentini *et al*. (2005) enriquecem enormemente essa visão de Lee (2001) ao proporem sua própria concepção adicional de Educação Algébrica, segundo a qual o ensino de Álgebra tem início mediante a utilização de tarefas exploratórias investigativas, visando evidenciar e desenvolver a natureza interdependente entre linguagem e pensamento algébrico.

Abre-se, assim, um campo de pesquisas nessa direção, de modo a tornar possível a implementação dos achados, tanto em cursos de Licenciatura em Matemática como em cursos para formadores de professores, almejando-se também que as novas visões obtidas se estendam, no devido tempo, aos níveis Fundamental e Médio do ensino. Igualmente oportunas seriam pesquisas que tentassem apontar caminhos que permitissem romper com o modelo de aulas que induzem os alunos a meramente repetir procedimentos prontos, mas que levassem à implementação de aulas investigativas como uma ferramenta para desenvolver de modo dialético o pensamento e linguagem algébricos em cursos de Licenciatura em Matemática.

Quanto às três primeiras concepções apontadas por Fiorentini *et al*. (1993), esses autores afirmam existir um ponto comum didaticamente negativo, que é a redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica, tanto na concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática quanto na Fundamentalista-estrutural e na Fundamentalista-analógica, pois estas tomam como ponto de partida a existência de uma álgebra simbólica já construída.

Acreditamos que se os professores privilegiassem a abordagem de ensino da Álgebra elementar Lingüístico-pragmática levariam seus alunos a adquirir um instrumental técnico para a resolução de equações ou problemas, priorizando de forma mecânica as técnicas requeridas pelo transformismo algébrico, ou seja, valorizando a sintaxe das expressões algébricas. Caso privilegiassem a abordagem Fundamentalista-estrutural, a ênfase se centraria nos campos numéricos, na Teoria dos Conjuntos, nas estruturas e nas propriedades estruturais das operações, o que se prestaria a justificar logicamente cada passagem no transformismo algébrico, postura essa com que não concordamos para a introdução da Álgebra escolar, embora consideremos que o estudo das estruturas aritméticas e algébricas atribua um significado ao transformismo algébrico na construção de uma ciência, a Matemática, que serve de alicerce para muitas outras, justificando-se portanto um enfoque semântico para essa abordagem.

A concepção Fundamentalista-analógica, ao buscar unir os fundamentos das duas concepções acima apontadas — o valor instrumental da Álgebra e a preocupação Fundamentalista —, pode parecer voltada a comportar o ensino da Álgebra elementar sob uma única concepção, porém aponta também em outras direções, como justificar as passagens do transformismo algébrico através de modelos analógicos geométricos ou físicos, os quais envolvem visualização de uma situação estudada, ou de atividades no contexto das quais a situação possa ser observada.

Tal concepção, a nosso ver, aponta para outras perspectivas em relação ao ensino da Álgebra que não valorizam nem o transformismo algébrico cego nem enfatizam o estudo sistemático das estruturas e propriedades algébricas, mas que indicam que pode haver outras formas de trabalhar com a Álgebra elementar, embora a ênfase maior dessa concepção pareça estar na busca de uma linguagem e não na expressão de seu pensamento. Parece-nos que nessa concepção valoriza-se a atribuição de significados ao transformismo algébrico, embora ela promova, de outra maneira, o aspecto semântico ao tratar expressões algébricas, por não se ater às estruturas.

Segundo Pinto (1997, p. 96), os aspectos semânticos e sintáticos "aparecem como duas faces de uma mesma moeda, como dois processos que se interpenetram/complementam, de modo que uma não existe separadamente da outra". Fiorentini *et al.* (2005, p. 6), ao explicitarem sua quarta concepção de Educação Algébrica, apontam para a dialética entre pensamento e linguagem e admitem que, em relação aos níveis sintático e semântico na expressão de uma linguagem para a Álgebra elementar, "priorizar, na prática escolar, apenas um desses níveis pode representar perda do poder matemático para os alunos".

No curso de Licenciatura pesquisado, os professores não têm o propósito de introduzir seus alunos à Álgebra elementar, uma vez que estes já tiveram contato com ela na escolaridade anterior. Assim, caso se busquem desenvolver os aspectos semânticos, caberia por exemplo fazer uso de atividades que utilizem como referência a realidade ou contextos, como também sugerem Lins e Gimenez (1997). Tais atividades capacitariam esses futuros professores a trabalhar com alunos da Educação Básica. Acreditamos que com isso se traria um ganho de conhecimentos para esses alunos, tanto para os que ainda não conseguem atribuir significado a expressões algébricas quanto para os que buscam alternativas para futuras implementações.

Pode-se também encontrar campo para a atribuição de significado em atividades intramatemáticas na Licenciatura, ao se permitir que os alunos mobilizem conhecimentos que estejam sendo construídos e explicitem as propriedades que fundamentam o transformismo algébrico. Não estamos com isso priorizando as concepções que enfatizam a linguagem em detrimento do pensamento, mas sim a possibilidade de que os alunos explicitem o pensamento relacionado a uma propriedade.

7.2. ALGUMAS RESPOSTAS ÀS INDAGAÇÕES DESTA PESQUISA

Motivados, por nossa prática docente, pela participação no Grupo de Pesquisa “Educação Algébrica” da PUC-SP e pela literatura sobre o tema, a tentar compreender o contexto em que os tópicos algébricos elementares são trabalhados em um curso Licenciatura em Matemática e de que maneira poderiam estar relacionados com as dificuldades vivenciadas por alunos desse curso quanto a esses tópicos, procuramos detectar que saberes e que concepções de Educação Algébrica estariam sendo mobilizadas por atores de um curso de Licenciatura em Matemática.

Várias das pesquisas consultadas apontam que as dificuldades com esses tópicos ocorrem em segmentos de ensino anteriores, remontando até mesmo ao Ensino Fundamental e perdurando até o Ensino Médio e o Superior. Tais achados nos levaram a cogitar que entre os diversos fatores que podem gerar e manter essas dificuldades pudesse haver certas concepções de Educação Algébrica que permeiam as práticas de professores e estudantes, em seus diferentes segmentos. Em concordância com Ponte (1992), acreditamos que as práticas de ensino podem muitas vezes ser reveladoras dessas concepções.

Após contato com a literatura e alguma reflexão sobre pesquisas que sugerem melhorias no ensino de Álgebra, percebemos que por trás destas havia sempre alguma concepção de Álgebra e, por conseqüência, de Educação Algébrica, o que nos levou a empreender um levantamento de trabalhos que categorizam tais concepções. Percebemos por meio deles que uma determinada concepção de Educação Algébrica pode provocar dificuldades e ter conseqüências sobre diferentes aspectos do processo de ensino–aprendizagem.

Na maior parte das vezes as concepções, embora atuantes, não chegam a ser explicitadas, mas se desvelam tacitamente nas escolhas que professores e alunos fazem em suas práticas. Ao exercerem suas práticas, os professores colocam em uso seus saberes em sala de aula. Foi essa consideração que nos levou a ampliar nossa procura, visando identificar, além das concepções, também saberes acerca de Educação Algébrica que professores mobilizam em suas práticas no curso investigado.

7.2.1. Concepções de Educação Algébrica dos professores do curso pesquisado

Para melhor visualização, organizamos no Quadro 7.1 o sumário das concepções de Educação Algébrica que emergiram dos relatos dos professores entrevistados.

Quadro 7.1. Concepções de Educação Algébrica de professores do curso de Licenciatura em Matemática pesquisado.

Professores (Disciplinas ministradas)	**Concepções segundo Fiorentini *et al.* (1993)**	**Concepções segundo Lee (2001)**
Aline (‘Fundamentos da Matemática’, ‘Matemática Elementar’ e ‘Prática de Ensino’)	Fundamentalista-estrutural; Fundamentalista-analógica	Aritmética Generalizada; Linguagem; Caminho de Pensamento; Ferramenta
Beatriz (‘Introdução ao Cálculo’, ‘Cálculo’)	Lingüístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural	Ferramenta
Pedro (‘Álgebra I’, ‘Álgebra II’, ‘Álgebra Linear’ e ‘Desenho Geométrico’)	Fundamentalista-estrutural; Fundamentalista-analógica	[Nenhuma concepção pôde ser identificada.]
Carlos, coordenador e professor (‘Funções de Variáveis Complexas’ e ‘Cálculo Aplicado’)	Fundamentalista-estrutural; Fundamentalista-analógica;	Ferramenta; Linguagem

Dentre os professores entrevistados, Aline foi a que mostrou dispor do maior número de concepções de Educação Algébrica, de acordo com as categorizações adotadas. Constatamos que essa professora dispõe de vários saberes, que no entanto não parecem vir acompanhados de um conhecimento de pesquisas sobre estratégias que os embase. Talvez por isso ela nos mostre ter certa dificuldade em implementar e explicitar alguns desses saberes durante suas aulas.

Beatriz e Pedro foram os professores que apresentaram o menor número de concepções de Educação Algébrica, de acordo com as categorizações adotadas.

Nenhum dos dois tem experiência com alunos da Educação Básica. Esse fato talvez diferencie a atuação da professora Aline em relação à de Beatriz e Pedro, pois a primeira trabalha com os três segmentos de ensino (Fundamental, Médio e Superior) e dispõe de saberes relativos a tópicos de Álgebra elementar que possivelmente pôde adquirir em sua prática docente e que acredita que seus alunos de Licenciatura também se beneficiariam em conhecer.

7.2.2. A Álgebra elementar quanto ao conhecimento didático do conteúdo pelos professores entrevistados

No curso pesquisado, as dificuldades com tópicos algébricos elementares se mostraram semelhantes às apontadas na literatura para alunos dos diversos níveis de ensino. Tanto os professores quanto os alunos reconhecem que muitos estudantes, ao ingressarem no curso, apresentam várias dificuldades com esses tópicos e que no decorrer dos semestres nem todos conseguem superá-las.

Os professores apontam várias dificuldades que seus alunos apresentam em relação aos tópicos da Álgebra Elementar:

– Ao resolver equações, não diferenciam as de 1.º das de 2.º grau.
– Têm dificuldade em interpretar questões expressas em língua natural.
– Ao resolverem inequações do 2.º grau, tratam-nas como se fossem do 1.º grau.
– Não reconhecem e não aplicam propriedades das operações.
– Não reconhecem as possibilidades de fatoração de expressões algébricas.
– Enfrentam entraves na simplificação de expressões algébricas e nos produtos notáveis.
– Têm dificuldades em lidar com frações.
– Não relacionam as raízes da equação com alguma representação gráfica; consideram que equações só se destinam a ser resolvidas.
– Não estabelecem relação entre as raízes de uma equação e a possibilidade de substituí-las na variável corresponde de maneira a anulá-la.

Segundo Shulman (1986), o conhecimento que corresponde a tais dificuldades constitui conhecimento didático do conteúdo. Essa categoria também engloba saberes de que os professores dispõem. Em nosso estudo emergiram dos professores entrevistados saberes que lhes permitem:

- mostrar a seus alunos que as equações podem ser resolvidas por outros processos que não o algébrico, como os que utilizam a Geometria;
- mostrar a seus alunos os erros comuns que estes cometem quando lidam com inequações;
- no processo de ensino–aprendizagem de inequações, tentar levar os alunos a articular diferentes registros de representação.

7.2.3. A Álgebra elementar quanto ao conhecimento curricular do conteúdo

Em relação ao conhecimento curricular, há no curso professores, como Aline, que reconhecem que alunos de diferentes anos de escolaridade podem mobilizar diferentes conhecimentos matemáticos para responder a uma mesma questão.

O professor Pedro e a professora Beatriz consideram que os tópicos algébricos elementares são pré-requisitos para outras disciplinas do curso de Licenciatura, mas não os relacionam com a prática dos futuros professores que são seus alunos, acreditando que estes só irão de fato aprender os tópicos necessários quanto precisarem atuar como professores da Educação Básica. Tal argumento parece-nos corresponder à própria prática profissional desses dois professores: como não trabalham com alunos da Educação Básica, supomos que não tenham até o momento percebido a necessidade de compreender como ocorre o processo de ensino–aprendizagem desses tópicos nesse segmento de ensino.

Tal situação nos leva a refletir que o currículo seja visto, por esses professores, de maneira linear, distanciando-se daquilo em que acreditamos e que Pires (2000) defende:

> No ponto cognitivo, a idéia de rede comparece cada vez que se pretende demonstrar que a compreensão do tema é construída por meio de múltiplas relações, que podem ser estabelecidas entre eles e outros temas, estejam ou não as fontes de relação no âmbito de uma dada disciplina. (PIRES, 2000, p. 117)

Segundo essa idéia, qualquer disciplina da Licenciatura, bem como qualquer conteúdo que se almeje privilegiar, deverá idealmente fazer relação tanto com os demais níveis de escolaridade do ensino da Matemática (Fundamental, Médio e Superior) como com outras áreas de conhecimento, ou seja, o tema abordado deve também vir a ter relações com outras disciplinas.

Nesse sentido, soam pertinentes as críticas expressas pelo coordenador do curso investigado, ao dizer que os professores da Licenciatura cuja formação foi feita em Licenciatura em Matemática diferem daqueles que cursaram Licenciatura em Física ou Engenharia, pois para ele os primeiros não conseguem articular com facilidade os tópicos que devem desenvolver com seus alunos de modo a relacioná-los em outros âmbitos que não os exclusivamente intramatemáticos.

Outro componente importante ligado ao conhecimento curricular, segundo Shulman (1986), são os materiais instrutivos relacionados aos programas elaborados para o ensino. Constatamos que nesse curso de Licenciatura há falta de material didático apropriado que sirva de referência aos conteúdos da Educação Básica, e portanto aos tópicos algébricos elementares. Pensamos que o acesso a livros didáticos, em conjunto com outras fontes da literatura, ampliaria a visão dos alunos sobre Álgebra elementar, facilitando-lhes estabelecer relações, quer de similaridade ou de contraste, entre o que o professor lhes traz à sala de aula e o que encontram na literatura.

7.2.4. Outros saberes que emergiram entre os professores entrevistados

Consideramos que grande parte dos saberes dos professores são adquiridos durante sua prática docente e, como tal, são saberes experienciais (TARDIF, 2002). Dentre tais saberes, emergiram em nossa pesquisa os que permitem aos professores:

- valorizar respostas de questões expressas também em língua natural;
- criar situações que levam seus alunos que já atuam como professores da Educação Básica a refletir sobre a própria prática;
- considerar importante que durante as aulas o professor reconheça e utilize uma linguagem próxima da do aluno, por acreditar que isso cria aproximação entre professor e aluno;
- identificar alunos da Licenciatura que têm dificuldade de se expressar oralmente;
- identificar situações em que os alunos interpretam melhor um enunciado quando o professor o lê;
- reconhecer que alunos trazem concepções difíceis de serem mudadas;
- reconhecer que precisam, como professores, dispor de conhecimento que vá além do âmbito técnico, ou seja, que não se restrinja ao conhecimento do conteúdo;
- considerar importante que os alunos saibam desenvolver algum tipo de reflexão.

Em termos do saber que consideramos experiencial, utilizando a taxonomia de Tardif (2002), o que mais se evidenciou nas professoras Aline e Beatriz foi a relação que estabelecem com seus alunos, que é de cordialidade, respeito, consideração e valorização. Com isso, parecem conseguir deles uma grande aceitação de suas atuações como professoras nesse curso. Talvez essa maneira de se relacionarem com os alunos também seja favorável para que estes tenham durante suas aulas a oportunidade de mudar suas próprias concepções, já que, segundo essas professoras, por quererem aprender eles acabam por modificar a maneira de expressar suas dúvidas e questionamentos ao longo do 1.º ano do curso.

7.2.5. Concepções de Educação Algébrica dos alunos do curso pesquisado

O Quadro 7.2 sumariza as concepções de Educação Algébrica que se evidenciaram nos alunos entrevistados.

Quadro 7.2. Concepções de Educação Algébrica de alunos do curso de Licenciatura em Matemática pesquisado.

Alunos	**Concepções segundo Fiorentini *et al.* (1993)**	**Concepções segundo Lee (2001)**
Mariana (1.º ano)	Lingüístico-pragmática	Aritmética Generalizada; Ferramenta; Atividade; Linguagem
Nadir (1.º ano)	[Nenhuma concepção pôde ser identificada.]	[Nenhuma concepção pôde ser identificada.]
Odete (1.º ano)	Lingüístico-pragmática	Ferramenta; Atividade; Linguagem
Gilberto (2.º ano)	Lingüístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural	Aritmética Generalizada
Hugo (2.º ano)	Lingüístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural	Aritmética Generalizada; Ferramenta
Ígor (2.º ano)	Fundamentalista-estrutural	Aritmética Generalizada; Linguagem
João (2.º ano)	Lingüístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural	Aritmética Generalizada
Luís (2.º ano)	Lingüístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural	Aritmética Generalizada; Caminho de Pensamento; Ferramenta; Linguagem

A concepção de Educação Algébrica predominante nos alunos entrevistados foi a de Aritmética Generalizada. Embora, como aponta Lee (2001), este seja também o modelo implícito dominante na pesquisa de Álgebra elementar, nos livros-livros escolares e nas salas de aula, os alunos da Licenciatura não estão cientes, de maneira explícita, de disporem dessa concepção.

Supomos que essa falta de clareza se deva ao fato de desconhecerem as relações entre a Aritmética e a Álgebra em pontos em que uma poderia auxiliar o aprendizado da outra — como defendem pesquisadores como Lins e Gimenez (1997) e Lee (2001) — e também de não identificarem que muitas de suas dificuldades com tópicos algébricos elementares são herdadas de entraves vivenciados do estudo da Aritmética, como apontam Ponte (2005) e Socas Robayna *et al.* (1997).

Nenhum dos alunos do 1.º ano apresentou a concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-estrutural, que foi porém encontrada em todos os alunos do 2.º ano. Supomos que uma das razões disso seja a de que estes últimos estejam cursando a disciplina 'Álgebra', que enfoca as estruturas algébricas — experiência essa ainda não vivenciada pelos alunos do 1.º ano.

Cogitamos que outra razão que favorece o predomínio da concepção de Educação Algébrica Fundamentalista-estrutural entre os alunos do 2.º ano possa ser o predomínio de tal concepção entre os professores do curso, o que justificaria a constatação de que o número de concepções apresentadas pelos alunos se amplia do 1.º para o 2.º ano. Tal ampliação nos leva a ver de maneira apreciativa a possibilidade de que o repertório de concepções possa ser enriquecido, ou que determinadas concepções possam ser desejavelmente alteradas ao longo do processo de formação de professores. Permanece por empreender, no entanto, uma análise dos efeitos que cada uma apresenta quando enfatizada no ensino, como apontam Fiorentini *et al.* (1993, 2005). Também oportuno seria o empreendimento de uma reflexão sobre a possibilidade de articulação entre as diversas concepções de Educação Algébrica em situações de ensino, como proposto por Lee (2001).

O fato de que a concepção Fundamentalista-estrutural tenha emergido entre alunos que freqüentam o curso há mais tempo não garante, porém, que eles já consigam articulá-la de maneira a auxiliá-los no processo de ensino–aprendizagem da Álgebra elementar, pois os alunos do 2.º ano mostram não reconhecer como poderiam utilizá-la, desconhecendo as vantagens e desvantagens em trabalhar com concepções que enfoquem as estruturas algébricas.

Quanto à concepção de Educação Algébrica Lingüístico-pragmática, emergiu nos alunos do 1.º ano do curso com bastante freqüência. Nessa concepção, os alunos parecem reconhecer o ensino da Álgebra elementar tal como Fiorentini *et al.* (1993) a apontam: como o estudo da aquisição de técnicas requeridas pelo transformismo algébrico, prestando-se as atividades algébricas a desenvolver a capacidade do aluno no manejo de expressões algébricas, lidando assim com seu aspecto sintático. Embora alguns alunos, tanto do 1.º ano como do 2.º, mostrem sentir falta de algum embasamento que fundamente esse transformismo, não conseguem ainda estabelecer correlações que lhes permitam lidar com o aspecto semântico que poderia estar por trás das expressões algébricas.

Quanto às aulas investigativas, detectamos que entre os entrevistados há alunos como Luís, que mostra algumas características dessa maneira de trabalhar o processo de ensino–aprendizagem.

As observações que fizemos permitiram constatar que todos os alunos entrevistados apresentam indícios de dispor de alguma das concepções de Educação Algébrica correspondentes às referências teóricas que adotamos.

7.2.6. Alguns saberes dos alunos do curso

Durante nossa investigação, percebemos que os alunos também dispunham de saberes, evidenciados ao falarem sobre as inter-relações que estabelecem entre o que ocorre no curso de Licenciatura e sua própria atuação docente. Listaremos esses saberes sem identificar os alunos, uma vez que a evidência de tais saberes foi por vezes obtida de mais de um entrevistado, quando não de todos:

– Identificam vários erros em que os alunos da Educação Básica podem incidir ao lidarem com tópicos elementares da Álgebra escolar. Dispõem, portanto, de algum conhecimento pedagógico do conteúdo, segundo a categorização de Shulman (1986).
– Identificam os erros mais freqüentes apresentados pelos colegas de sala de aula ao lidarem com tópicos da Matemática elementar, entre eles os algébricos, e relatam sobre as dificuldades que eles próprios tiveram com os conteúdos da Educação Básica ao ingressarem no curso de Licenciatura. Julgam que tal possibilidade de estabelecer relações entre as dificuldades dos colegas e as suas permite um melhor conhecimento do conteúdo.
– Relacionam o que pensavam quando alunos da Educação Básica com as mudanças que observam em si mesmos como alunos da Licenciatura.

- Reconhecem que a interação entre alunos e professor em sala de aula, incluindo diálogos e questionamentos, é importante para o processo de ensino–aprendizagem.
- Reconhecem ser preciso levar aos alunos, no ensino da Matemática, atividades que os impulsionem a empreender uma caminhada conjunta, que reúna alunos e professor.
- Em relação aos conteúdos da Educação Básica, dentre eles os tópicos da Álgebra elementar, esses entrevistados parecem ressentir-se da falta de uma abordagem, já nos dois primeiros anos do curso de Licenciatura, que os capacite, ao atuarem como docentes, a justificar alguns dos porquês das soluções de atividades que são propostas pelos professores, para que não se limitem apenas a saber resolvê-los. Interpretamos que isso se refira a um trabalho que articule os aspectos sintático e semântico da Álgebra elementar, de tal modo que essa articulação não só se manifeste nas atividades desenvolvidas na Licenciatura, mas que também os auxilie a vislumbrar trabalhos similares com seus futuros alunos da Educação Básica.

7.2.7. Alguns achados adicionais

O episódio do conflito do 1.º ano (Capítulo VI, seção 6.2.2) nos permitiu perceber as pressões exercidas por alunos com base em suas próprias expectativas. Tais expectativas incluem a de que as listas de exercícios propostas pelos professores sejam integralmente corrigidas em sala de aula e a de que os professores respondam às questões de alunos sem contraporem novas perguntas (recurso que, a nosso ver, se caracteriza como de método heurístico). Tais descontentamentos levam esses alunos a reivindicar providências junto ao coordenador, na tentativa, segundo os próprios alunos, de buscar soluções para o baixo rendimento vivenciado em algumas disciplinas do curso.

Percebemos nessa instituição um cenário em que as influências das concepções atuam mais visivelmente dos alunos para os professores, sendo intermediadas pelo coordenador. Detectamos que alguns professores cedem a essa pressão inteiramente, resignando-se a ponto de deixar de lado suas próprias convicções. Outros, como é o caso da professora Aline, tentam conciliar o que pensam com que os alunos esperam, acreditando que o tempo possa fazer com que esses alunos alterem suas concepções. Existem também os professores que não conseguem, de uma maneira ou de outra, permanecer nesse cenário, embora não tenhamos, nesta pesquisa, tido contado com um desses casos.

Podemos considerar que os alunos trazem concepções da escolaridade anterior e que favorecem sua manutenção por verem-nas como as únicas disponíveis para a condução de um processo de ensino–aprendizagem. Parece-nos, ademais, que essa manutenção seja reforçada também pela autoridade outorgada aos alunos pelos representantes da instituição. Pode ser que a universidade pesquisada trate seus estudantes como “clientes”, delegando-lhes autoridade por serem pagantes, permitindo com isso que se enfraqueça ou até se elimine a autoridade do professor, que deveria ser o representante institucional de um projeto universitário que visasse o exercício pleno da cidadania, como aponta De La Taille (1999).

7.3. REFLEXÕES FINAIS

> *Minha segurança se funda na convicção de que sei algo e de que ignoro algo a que se junta a certeza de que posso saber melhor o que já sei e conhecer o que ainda não sei. Minha segurança se alicerça no saber confirmado pela própria experiência de que, se minha inconclusão, de que sou consciente, atesta, de um lado, minha ignorância, me abre, de outro, o caminho para conhecer.*
>
> *Paulo Freire*

Ao escrevermos este último capítulo de nossa pesquisa sobre saberes e concepções de Educação Algébrica que estão sendo mobilizadas por atores de um curso de Licenciatura em Matemática, constatamos que nossas dúvidas levaram a esclarecimentos que por sua vez passavam a constituir-se em fontes de novas dúvidas. Conscientes de que não chegamos ao fim, quer das dúvidas ou dos esclarecimentos, optamos por colocar um ponto final, ainda que temporário, a esta investigação.

Os caminhos que percorremos nos deram a segurança de que crescemos tanto pessoalmente quanto no âmbito de empreendimento investigativo e no de magistério. Tivemos a oportunidade privilegiada de conviver com os atores de um curso de Licenciatura, acolhendo as expressões de suas dúvidas, suas aspirações, seus temores, suas convicções, suas realizações, suas emoções e, o que nós é muito relevante, seu livre questionamento, o que ampliou nossa vontade de tentar intervir nesse cenário. A reflexão, porém, nos permitiu perceber que ainda não era chegado o momento para isso, pois precisávamos compreender esse cenário de modo mais abrangente e avaliar de modo sensato a exeqüibilidade dessa possível intervenção, dado o fato de que seus materiais primeiros são de natureza humana, e não meros objetos de pesquisa.

Pudemos observar esse contexto complexo, que são as interações nesse universo pesquisado, e sobre ele relatar. Outros pesquisadores apontarão ainda novos aspectos, munidos de pressupostos teóricos adicionais, evoluindo a partir da tarefa aqui empreendida.

Neste trabalho, em que pudemos modificar e ampliar tanto nossos saberes quanto nossas próprias concepções de Educação Algébrica, percebemos um marco importante em nosso desenvolvimento profissional, evocando-nos, mais uma vez, palavras de Paulo Freire:

> *Minha inconclusão, de que sou consciente, atesta de um lado minha ignorância; me abre, de outro, o caminho para conhecer.*

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Aprendizagem em matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

ANDRÉ, Marli E.D.A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus, 1995.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. Cálculo no curso de licenciatura em matemática. *Educação em Revista*, São Paulo, SBEM, v. 9, n. 11-A, edição especial, p. 69-77, abr. 2002.

BOOTH, L.R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Orgs.). *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-37.

BORBA, Marcelo C.A. *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 27., 2004, Caxambu. *Anais*... Caxambu, ANPED, 2004. p. 21-24.

BRASIL. Presidência da República. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei n.º 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil/LEIS/L9394.htm >. Acesso em: 1 mar. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. Parecer CNE/CES 1 302/2001. Aprovado em 6 nov. 2001. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Despacho do Ministro em 4 mar. 2002, publicado no Diário Oficial da União de 5 mar. 2002, Seção 1, p. 15. Disponível em: <http://www.anaceu.org.br/legislacao/pareceres_cne/Parecer%201.302-2001%20-%20Diretrizes%20de%20Matematica.pdf>. Acesso em: 1 mar. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Sistema de Avaliação da Educação Superior. *Exame Nacional de Cursos (Provão 2002)*. 2002. Disponível em: <http://inep.gov.br/superior/provao/gab_prov_pad_res>. Acesso em: 1 mar. 2007.

BRITO, Arlete de Jesus; ALVES, F.T.O. Profissionalização e saberes docentes: análise de uma experiência em formação inicial de professores de matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs.) *A formação do professor que ensina matemática*: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 27-42.

BRITO, Márcia Regina Ferreira. de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, Marcia Regina Ferreira de. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas: Alínea, 2006. p. 13-53.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

CHARBONNEAU, Louis. From Euclid to Descartes: algebra and its relation to geometry. In: BERNARDZ, Nadine; KIERAN, Carolyn; LEE, Lesley. (Orgs.). *Approaches to algebra*. Montreal: Université du Québec, Departement de Mathématiques, 1996. p. 107-114.

CHARLOT, Bernard. *Da relação com o saber*: elementos para uma teoria. Tradução de Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

CHRISTINO, Evânia Saraceni Couto. *O exame nacional de cursos de matemática*: polêmicas e indagações. 2003. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

CUNHA, Maria Helena. Saberes profissionais de professores de matemática dilemas e dificuldades na realização de tarefas investigativas. *Millenium on.line*, n. 17, jan. 2000. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium>. Acesso em: 24 mar. 2007.

CURI, Edda. *Formação de professores polivalentes*: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 198 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

CURY, Helena Noronha. *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos*. 1994. 245 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.

CURY, Helena Noronha. *Concepções e crenças dos professores de matemática*: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados. *Bolema*, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29-44, 1999.

CURY, Helena Noronha; LANNES, Wagner; BROLEZZI, Antônio Carlos; VIANNA, Carlos Roberto. Álgebra e educação algébrica: concepções de alunos e professores de matemática. *Educação Matemática em Revista*, Rio Grande, v. 4, n. 4, p. 9-15, 2002.

CURY, Helena Noronha; CASSOL, Mariana. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. *Acta scientiae*, Canoas, v. 6, n. 1, p. 27-36, 2004.

CURY, Helena Noronha; KONZEN, Beatriz. Análise de resoluções de questões em matemática: as etapas do processo. *Educação matemática em revista*, Canoas, v. 7, n. 7, p. 33-41, 2006.

DALL'ANESE, Claudio. Conceito de derivada: uma proposta para seu ensino-aprendizagem. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

DAMM, Regina Flemming. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: *Aprendizagem em matemática*: registros de representação semiótica. MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). Campinas: Papirus, 2003.

DE LA TAILLE, Yves. Autoridade na escola. In: AQUINO, Júlio Groppa. (Org.). *Autoridade e autonomia na escola*: alternativas teóricas e práticas. São Paulo: Summus, 1999. p. 9-29.

DOUADY, Régine. Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, Paris, v. 7, n. 2, p. 5-31, 1986.

DOUADY, Régine. L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d´organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. *Cahier de DIDIREM*, Paris, n. 19, 1993.

DUVAL, Raymond. *L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique*. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,1999.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Aprendizagem em matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

FIGUEIREDO, Auriluci; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque. Álgebra elementar em um 1.º ano de licenciatura em matemática: dificuldades e concepções. In: MOSTRA DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 4., 2006, São Paulo. *Anais*... São Paulo: PUC-SP, 2006a. v. 1. p. 1-9.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque. Concepções de educação algébrica encontradas em um curso de licenciatura em matemática. In: REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 7., 2006b, Lindóia. *Anais*... Recife: SBEM, 2006. v. 1. p. 1-10.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v. 3, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. Mesa-redonda. EPEM, 7.: SBEM , São Paulo, 2004. Disponível em : <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr11-Dario>. Acesso em: 24 mar. 2007.

FIORENTINI, Dario; CASTRO, Franciana Carneiro. Tornando-se professor de matemática: o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIORENTINI, Dario. (Org.). *Formação de professores de matemática*: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática*: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores.)

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. *Pro-Posições*, v. 4, n. 1(10), p. 78-91, mar. 1993.

FIORENTINI, Dario; SOUZA JÚNIOR, A.J.; MELO, G.F.A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. (Org.). *Cartografias do trabalho docente*. Campinas: Mercado das Letras, 1998.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, A.; PINTO, R.A. Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada. *Quadrante*, Lisboa, n. 8, 1999.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, A.M.; FERREIRA, A.C.; LOPES, C.E.; FREITAS, M.T.M.; MISKULIN, R.G.S. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 36. p. 137-160, 2003.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, F.L.P.; CRISTOVÃO, E.M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005, Portugal. Disponível em: <http://www.educ.fc.pt/docentes/jponte>. Acesso em: 24 mar. 2007.

FONTALVA, Gerson Martin. Um estudo sobre inequações: entre alunos do ensino médio. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

GARNICA, Antonio V.M. História oral e educação matemática. In: BORBA, Marcelo C.; ARAÚJO, J.L. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GONÇALVES, T.O.; GONÇALVES, T.V.O. Reflexões sobre um prática docente situada: buscando novas perspectivas. In: GERALDI, C. (Org.). *Cartografias do trabalho docente*. Campinas: Mercado das Letras, 1998.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SAUER, Lisandra de Oliveira; FRANKE, Rosvita Fuelber. A história da matemática como recurso didático para o ensino da teoria dos números e a aprendizagem da matemática no ensino básico. *Paradigma*, v. 26, n. 2, p. 35-55, dez. 2005.

HARUNA, Luiz Hiroaki. *Visões dos formadores da licenciatrua em matemática na construção dos saberes docentes*. 2004. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

JAMAL, Roberto Miguel El. *Álgebra na educação básica: as múltiplas sinalizações do que se espera que devem saber os alunos*. 2004. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

JIMÉNEZ ESPINOSA, Alfonso; FIORENTINI, Dario. (Re)Significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores de matemática da escola e da universidade. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes. (Orgs.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática*. Campinas: Musa, 2005. p. 152-174.

KIERAN, Carolyn. The learning and teachuing of school algebra. In: GROUWS, Douglas A. *Handbook of research on mathematics, teaching and learning*. New York: Macmillan, 1992, p. 390-419.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. *Construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Tradução de Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artes Médicas; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LEE, Lesley. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI STUDY CONFERENCE, 12., 2001, Melbourne (Australia). *Proceedings*... Melbourne: ICMI, 2001. v. 2, p. 392-300.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

MANRIQUE, Ana Lúcia; ANDRÉ, Marli E.D.A. Relações com saberes na formação de professores. In: *A formação do professor que ensina matemática*: perspectivas e pesquisas. NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs.). Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MACHADO, Silvia Dias Alcântara; COELHO, Sônia Pitta. Projeto: o que se entende por álgebra? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. *Anais*... São Paulo: SBEM, 2004. p. 1-16.

MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MERCADANTE, Stella. Que pesquisa se faz na escola? In: MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MERCADANTE, Stella. (Orgs.). *Sala de aula*: um espaço de pesquisa em matemática. São Paulo: Vera Cruz, 2006.

MASETTO, Marcos Tarciso. *Competência pedagógica do professor universitário*. São Paulo: Summus, 2003.

MELO, Gilberto F.A. de. *A formação inical e a iniciação científica*: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar. 2003. Tese (Doutorado em Educação, Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MIGUEL, Antonio; FIORENTINI, Dario; MIORIN, Maria Ângela. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? *Pro-posições*, v. 3, n. 1(7), mar. 1992.

MIORIM, Maria Ãngela; MIGUEL, Antonio; FIORENTINI, Dario. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. *Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, p. 19-39, 1993.

MODANEZ, Leila. *Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

MULLIGAN, C.H. Uso de polinômios para surpreender. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 236-243.

NAKAMURA, Olga Y.A. *Generalizações de padrões geométricos*: caminho para construção de expressões algébricas no ensino fundamental. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

NÓVOA, António. O passado e o presente dos professores professores e sua formação. In: NÓVOA, António. (Org.). *Profissão professor.* 2. ed. Porto (Portugal): Porto, 1992. (Coleção Ciências da Educação, v. 3.)

NÓVOA, António. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, António. (Org.). *Os professores e a sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 15-33.

OLIVEIRA, Isolina.; SERRAZINA, Lurdes. A reflexão e o professor como investigador. In: GTI - Grupo de Trabalho de Investigação. (Org.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002. p. 29-42.

PASSONI, João Carlos. *(Pré)Álgebra*: introduzindo os números interiros negativos. 2002. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

PERRENOUD, Philippe. *Avaliação*: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PERRENOUD, Philippe. *A prática reflexiva no ofício de professor*: profissionalização e razão pedagógica. Tradução de Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PIETROPAOLO, Ruy. *(Re)Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática*. 2005. 249 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PINTO, Antonio Henrique. *As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática*. 1999. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 1999.

PINTO, Renata Anastácio. *Erros e dificuldades no ensino da álgebra*: o tratamento dado por professoras de 7.ª série em aula. 1997. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de matemática*: da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PIRES, Célia Maria Carolino. Reflexões sobre cursos de licenciatura em matemática, tomando como referência as orientações nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da educação básica. *Educação em Revista*, São Paulo, v. 9, n. 11-A, edição especial, p. 44-56, abr. 2002.

PIRES, Célia Maria Carolino; SILVA, M.A.; SANTOS, R.C. Reflexões sobre a formação inicial de professores de matemática, a partir de depoimentos de coordenadores de curso de licenciatura. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs.) A *formação do professor que ensina matemática*: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, João Pedro da. *Concepções dos professores de matemática e processos de formação*. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J.F.; PONTE, J.P. *Educação matemática*: temas de investigação. Lisboa: IIE, 1992. p. 185-239. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf>. Acesso em: 24 mar. 2007.

PONTE, João Pedro da. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 31, p. 9-12, 1994. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(Educ&Mat).rtf>. Acesso em: 24 de maio. 2007.

PONTE, João Pedro da. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - PROFMAT, 1998, Guimarães (Portugal). *Actas*... Lisboa: APM, 1998. p. 27-44. Conferência plenária. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte(Profmat).doc>. Acesso em: 24 maio 2007.

PONTE, João Pedro da. A investigação sobre o professor de matemática: problemas e perspectivas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 1., 2000, Serra Negra. Conferência. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte%20(DIF-Brasil).doc>. Acesso em: 2 maio 2007.

PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e aprender. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - PROFMAT, 2003. *Actas...* Lisboa: APM, 2003. p. 25-39. CD-ROM. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf>. Acesso em: 24 mar. 2007.

PONTE, João Pedro da. *Números e álgebra no currículo escolar.* 2005. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2005. Caminha (Portugal). Comunicação. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/05-Ponte(Caminha).rtf>. Acesso em: 24 mar. 2007.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Helia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RABONI, Edméa Aparecida Rocha Silva. *Saberes profissionais do professor de matemática focalizando o professor e a álgebra no ensino fundamental*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2004.

RESENDE, Marilene Ribeiro. *Re-significando a disciplina teoria dos números na formação do professor de matemática na licenciatura*. 2006. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. *Analisando o desempenho de alunos do ensino funamental em álgebra, com dados em base em dados do Saresp*. 2001. 122. f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

SANTOS, Roberto Cavalcante. *Conteúdos matemáticos da educação básica e sua abordagem em cursos de licenciatura em matemática*. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SCHÖN, Donald. *The reflective practioner*: how professionals think in action. New York: Basic Books, 1983.

SCHÖN, Donald. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SHULMAN, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, Benedito Antonio da. Contrato didático. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 43-64.

SILVA, Maria Helena. Estudo das visões sobre álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática do ensino fundamental em relação a números e operações. 2006. 128. f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

SOCAS ROBAYNA, Martín Manuel; CAMACHO MACHÍN, Matías; PALAREA MEDINA, M. Mercedes; HERNÁNDEZ DOMÍNGUEZ, Josefa. *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis, 1996. Colección Matemáticas, cultura y aprendizaje, 23.

SOUZA, Suzana Abreu Oliveira. O ensino de álgebra no curso de licenciatura em matemática. *Videtur*, São Paulo, n. 7, p. 23-26, 2004. Disponível em: <http://www.hottopos.com/vdletras7/suzana.htm>. Acesso em: 19 mar. 2007.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.

THOMAZ NETO, M.O., MEDEIROS, C.F. Análise interpretativa das produções escritas e orais de estudantes do ensino fundamental na resolução de problema matemático verbal. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2. GT: Educação matemática nas séries finais do ensino fundamental. Santos, 2003.

THOMPSON, Alba. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. *Zetetiké*, Campinas, v. 5, n. 8, p. 9-45, jul.-dez.1997.

THOMPSON, F.M. O ensino da álgebra para a criança mais nova. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 79-88.

TRALDI JUNIOR, Armando. Alguns problemas de programação linear e a importância dos registros de representação no processo ensino-aprendizagem de sistemas de inequações do 1º grau. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2. GT: Educação Matemática nas séries finais do ensino fundamental. Santos, 2003.

TRALDI JUNIOR, Armando. *Formação de formadores de professores de matemática*: identificação de possibilidades e limites da estratégia de organização de grupos colaborativos. 2006. 148 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Univerisidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

TSAMIR, Pessia.; BAZZINI, Luciana. Can x = 3 be the solution of an inequality? A study of Italian and Israeli students. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 57-68, 2001.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VALENTE, Wagner Rodrigues; DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva; MACHADO, Rita de Cassia Gomes; SANTOS, Vera Cristina Machado. Nascimento da matemática do ginásio. São Paulo: Annablume, 2004.

YAMADA, Vilma Keiko Magami. *Dificuldades que os professores encontram no ensino da álgebra*: das concepções à superação das dificuldades. 1997. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

ZEICHNER, Ken. Novos caminhos para o practicum: uma perspectiva para os anos 90. In. NÓVOA, António. (Org.). *Os professores e a sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 115-138.

Anexo A. Avaliação da disciplina 'Álgebra I'.

1. a) (1,0) Resolva a equação diofantina: $-38x + 7y = 9$ (solução particular e geral)

   b) (1,0) Para que valores do parâmetro t na solução geral, teremos **x** e **y** positivos ?

2. (2,0) Prove, usando indução finita, que $\left(1-\frac{1}{2}\right).\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{n+1}$

3. (2,0) Construir a tabela verdade para a seguinte proposição composta.

   $((p \vee q) \wedge [\sim(p \rightarrow \sim q)]) \leftrightarrow (p \wedge q)$. Indicar se é uma tautologia.

4. (2,0) São dadas as seguintes funções definidas de **R** em **R**: $f(x) = 3x^2+2x$ e $g(x) = x^2-1$.

   Calcule:

   a) f o g b) g o f

5. (2,0) As seguintes sentenças abertas são relações no conjunto **N** (números naturais). Para cada uma delas, verificar se é reflexiva, simétrica, transitiva ou anti-simétrica. Justifique somente as relações que não forem satisfeitas:

   a) $x \leq y$ b) $x + y = 4$

BOA PROVA

Anexo B. Avaliação da disciplina 'Álgebra II'.

1. São dados os polinômios $f = X^3 + 2X - 3$ e $g = X^2 + 2X + 1$, $f, g \in \mathbf{Z}_5[X]$. Pede-se:
   a) Calcule o quociente e o resto da divisão de f por g.
   b) Calcule as raízes de f e as raízes de g em $\mathbf{Z}_5$.

2. O polinômio $p(x) = x^4 + x^3 + x^2 + ax + b$ ao ser dividido por $x^2 + 1$ deixa resto igual a 2. Calcule os valores de a e b.

3. Usando o dispositivo de Briot-Ruffini, calcule o quociente e o resto da divisão de f por g nos seguintes casos:
   a) $f = 3x^3 + 6x^2 + 9$ $\qquad g = 3x + 1$
   b) $f = x^5 - 1$ $\qquad g = x - 1$

4. As raízes da equação $2x^3 + (4-m)x^2 + x + 4m+2 = 0$ ($m \in \mathbf{R}$) são x_1, x_2 e -2. Calcule m, sabendo que $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$.

5. Resolva a equação $3x^3 - 16x^2 + 23x - 6 = 0$, sabendo que o produto de duas raízes é igual a 1.

Anexo C. Avaliação, com gabarito, da disciplina ‘Funções de Variáveis Complexas’.

[01] Determine todos os valores (reais) de “x”, de modo que a parte real do número complexo $Z = \dfrac{x-i}{x+i}$ seja negativa.

Solução: multiplicando o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador:

$\dfrac{x-i}{x+i}\,\dfrac{x-i}{x-i} = \dfrac{x^2-1}{x^2+1} - \dfrac{2x}{x^2+1}i$ De acordo com o enunciado, devemos ter $\dfrac{x^2-1}{x^2+1} > 0$. Portanto, pela análise de sinais da função quadrática, temos:

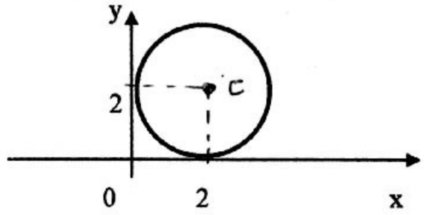
		-1		+1	
Numerador	+		−		+
Denominador	+		+		+
Fração	+		−		+

Resposta: $S = \{ x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < +1 \}$

---

[02] A equação $Z = \alpha + r e^{i\theta}$ descreve um círculo de centro α e raio r, com $0 \leq \theta < 2\pi$. Escreva a equação cartesiana de $Z = (2 + 2i) + 2\,e^{i\theta}$ e esboce o gráfico correspondente.

Solução: Pelo enunciado temos: Centro (2, 2) e raio 2. Daí, $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ equação cartesiana.



---

[03] (A) Determine o menor número n natural para o qual $(1 - \sqrt{3}\ i)^n$ é imaginário puro.

(B) Divida o número 8 em duas partes cujo produto (dessas partes) seja igual a 20.

Solução: (A) $Z = 1 - \sqrt{3}\,i \Rightarrow \rho = 2$ e $\theta = 300° = \dfrac{5\pi}{6}$. Daí, $Z^n = 2^n\,[\cos\dfrac{5n\pi}{6} + i\,sen\dfrac{5n\pi}{6}]$

Para que este último seja imaginário puro, deveremos ter $\cos\dfrac{5n\pi}{6} = 0$. Logo, **n = 3** (Resposta).

(Ou $\dfrac{5n\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow k = \dfrac{5n-3}{6}$ que resulta em n = 3 para atender as condições do enunciado)

(B) Seja x uma parte. Logo, $x(8-x) = 20 \Rightarrow x^2 - 8x + 20 = 0$ Resolvendo esta equação:

$\mathbf{X_1 = 4 + 2\,i}$ e $\mathbf{X_2 = 4 - 2\,i}$ (estas são as duas partes).

---

[04] Mostre que $e^{Z_1}e^{Z_2} = e^{Z_1+Z_2}$

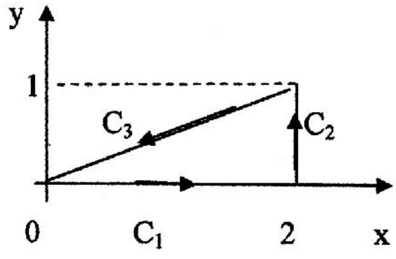
Solução: Definindo $Z_1 = x_1 + i\,y_1$, $Z_2 = x_2 + i\,y_2$ e utilizando $e^{i\theta} = \cos\theta + i\,sen\,\theta$

$e^{Z_1}e^{Z_2} = e^{x_1}(\cos y_1 + i\,seny_1)\ \ e^{x_2}(\cos y_2 + i\,seny_2) = e^{x_1+x_2}\{\cos(y_1+y_2) + i\,sen(y_1+y_2)\} =$

$= e^{Z_1+Z_2}$

(Continua.)

[05] Dados f (z) = 4z e o gráfico abaixo, determine $\int_{C_1} f(z)\,dz + \int_{C_2} f(z)\,dz + \int_{C_3} f(z)\,dz$.



Solução: $\int_{C_1} f(z)\,dz = \int_0^2 4z\,dz = \left[2z^2\right]_0^2 = 8$

$$\int_{C_2} f(z)\,dz = \int_2^{2+i} 4z\,dz = \left[2z^2\right]_2^{2+i} = 2(2+i)^2 - 2(2)^2 = -2 + 8\,i$$

$$\int_{C_3} f(z)\,dz = \int_{2+i}^{0} 4z\,dz = \left[2z^2\right]_{2+i}^{0} = 0 - 2(2+i)^2 = -6 - 8\,i$$

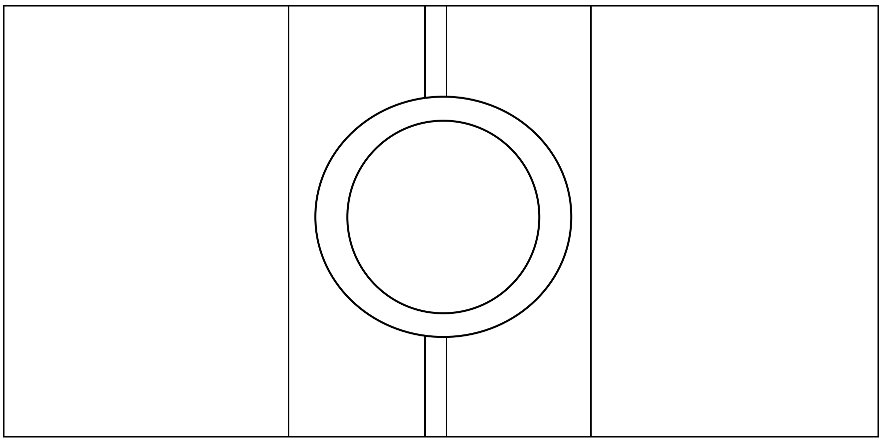
Finalmente: $\int_{C_1} f(z)\,dz + \int_{C_2} f(z)\,dz + \int_{C_3} f(z)\,dz = 8 - 2 + 8\,i - 6 - 8\,i = 0$

"Livros não mudam o mundo, quem muda o mundo são as pessoas.
Os livros só mudam as pessoas". (Mário Quintana 1906-1994)

Apêndice A. O aluno Luís descreve uma aula por ele ministrada em escola pública.

Neste trecho de entrevista, o aluno Luís, do 2.º ano do curso de Licenciatura, e eventualmente também professor de escolas públicas estaduais, descreve parte de uma de suas aulas.

> Por exemplo, na "Bolsa da Família" eu estava ensinando Matemática e Geometria, vamos colocar assim, para a pintura da quadra de esporte da escola.
>
> Teve uma situação-problema, embora não foi colocada para muitos alunos, uns 12. Pedi para me auxiliarem na pintura da quadra de esportes. A quadra, não sei se você sabe, uma quadra de esporte é toda baseada em Matemática. Então na linha de fundo tem futebol, na outra de voleibol. Nessa quadra tem que ter 81 m^2 de área de cada lado. [Mostra o desenho.]



> E uma linha de 3 metros de cada lado. Então vamos ter entre as linhas 27 m^2. Aí vem a pergunta: Se você tem seis jogadores na quadra, quantos metros quadrados cabe a cada jogador?
>
> Por exemplo: a área de futebol de salão [desenha um círculo central na quadra]. É simples é só usar compasso, mas eles dizem que não existe compasso daquele tamanho.
>
> Pergunto se precisa ter compasso grande.
>
> Faço eles pensarem e digo: "Matemática é pensar. Se vocês têm preguiça de pensar, aí vão achar melhor dizer que não sabem".
>
> Aí aparece um monte de sugestões.
>
> Primeiro achamos o centro, que é a metade entre as duas extremidades. Portanto achamos o centro da circunferência do círculo central. Pergunto: "Qual é o raio do círculo central?".
>
> Aparecem outras respostas e chegamos à conclusão de que: é um metro e 60, porque o diâmetro tem que ser 3,20 m. "Então vamos fazer o seguinte: vamos pegar um cordão de 1,60 m".

Pregamos um prego no centro, dá um laço com o cordão, e assim foi feito. Só que a gente teve que aplicar fita adesiva, porque a largura da circunferência e largura da faixa é 5 cm.

Mas aí vem a pergunta: “Mas esta faixa é no interior do círculo ou no exterior que a gente coloca?”.

Daí vem que a linha faz parte do círculo, portanto o raio interno terá 1,55 m, então teremos que fazer duas linhas, uma com 1,60 m e outra com 1,55 m, e pintamos entre elas.

Podermos perguntar nessa situação muitas coisas ligadas à circunferência, procuram fórmulas, aparece ali também o π . Aí tem alguns que perguntam: “Cadê o π?”

Posso dizer que o π foi desenvolvido da seguinte forma: todo conjunto de circunferência dividido pelo seu raio vai dar sempre 3,14... Então foi assim, mas quem descobriu isso eu não sei.

E aí começam as perguntas para montar as outras marcações das quadras, e assim eu fui desenvolvendo o interesse na Matemática para eles. Tinham situações que eles diziam que o professor não havia ensinado alguma coisa, e que não conseguiam entender esse negócio tão simples.