

ANGÉLICA DA FONTOURA GARCIA SILVA

***O DESAFIO DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL
DOCENTE: ANÁLISE DA FORMAÇÃO CONTINUADA DE UM
GRUPO DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL, TENDO COMO OBJETO DE
DISCUSSÃO O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM
DAS FRAÇÕES.***

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
SÃO PAULO
2007**

ANGÉLICA DA FONTOURA GARCIA SILVA

**O DESAFIO DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL
DOCENTE: ANÁLISE DA FORMAÇÃO CONTINUADA DE
UM GRUPO DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL, TENDO COMO OBJETO DE
DISCUSSÃO O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM
DAS FRAÇÕES.**

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **Doutor em Educação Matemática**, sob a orientação da Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina e sob a co-orientação da Professora Doutora Tânia Maria Mendonça Campos.

PUC/SP
SÃO PAULO
2007

BANCA EXAMINADORA

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura _____ **Local e Data:** _____

AGRADECIMENTOS

Quero expressar o meu eterno agradecimento a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Gostaria de prestar um agradecimento especial:

Em primeiro lugar ao professor *Ruy César Pietropaolo*, amigo de todas as horas e a professora *Olga Corbo* que, mesmo não estando tão próxima fisicamente, mostrou-se muito amiga, por acreditar no meu trabalho, pelas críticas, sugestões, atenção, incentivo, paciência e, sobretudo pela competência com que ajudaram-me a construir esse trabalho.

Às minhas orientadoras, professora *Sandra Maria Pinto Magina* e *Tânia Maria Mendonça Campos*, por terem acreditado na minha capacidade, pelas orientações valiosas, pelo apoio e pela amizade, fundamentais para a realização deste trabalho.

Às Professoras *Laurizete Ferragut Passos*, *Adair Mendes Nacarato*, *Rute Elisabete de Souza Rosa Borba* e ao professor *Ruy César Pietropaolo*, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora, cujas críticas, sugestões e recomendações foram de fundamental importância na realização deste estudo.

À Professora *Maria de Lurdes Serrazina*, pelas orientações e amizade, com quem aprendi muito mais do que formação de professores de matemática. Agradeço pela carinhosa acolhida da Escola Superior de Educação (ESE) durante meu período de estágio, por todas as oportunidades de estudos e reflexões que seus integrantes me proporcionaram.

À Capes, pela concessão de bolsa de estágio de doutorado (PDEE) em Portugal, na Escola Superior de Educação (ESE). Certamente este estágio propiciou um grande salto qualitativo nesta investigação.

Aos *professores e direção* da E.E. Padre Egydio Martins, escola pública participante deste estudo, pela acolhida e compromisso que demonstraram, por dedicarem parte de seu tempo em falar de suas práticas pedagógicas, das dificuldades e dos avanços propiciados pelo processo de formação.

À *coordenação* e aos *meus professores* do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pelo conhecimento que me ajudaram a construir.

Aos *colegas do grupo de pesquisa da PUC-SP*, pelos importantes momentos de discussão e reflexão que possibilitaram meu amadurecimento relacionado ao tema.

Aos *amigos da CENP*: Ruy, Luis Fábio, Rogério, Carlos, Patrícia e Rosana pela compreensão.

Aos *meus colegas e alunos das Faculdades Oswaldo Cruz* que acompanharam, de forma tão pr, esta jornada.

Aos *meus amigos, professores ou não*, que me acompanharam durante todos estes anos.

Aos *meus irmãos*: Zô, Nanci, Beth, Kátia, Marinete e Alfio pela compreensão, dedicação e carinho com que sempre acompanharam minha caminhada. A Mari, em especial pelo incentivo para o desenvolvimento deste estudo.

À *minha mãe* querida a quem deixei de visitar algumas vezes, mas que sabia estava comigo o tempo todo.

Ao *meu pai*, que não está mais entre nós, mas sempre acreditou no meu potencial.

Aos meus amores, em especial, *Gilson, Bruno e Léo*, pela paciência e cumplicidade ao longo desta jornada.

À *Olga*, pela doação incondicional, nunca esquecerei.

À *Professora Tânia Mendonça Campos*, grande educadora e amiga, pelo incentivo e por ter oportunizado minha ida à Portugal, proporcionando uma experiência ímpar a qual não será esquecida jamais.

Ao *Ruy*, a quem nunca agradecerei o suficiente, você é especial mesmo.

*Aos meus filhos, Bruno e Léo porque os amo incondicionalmente.
Ao companheiro de uma vida, Gilson, pelo carinho e irrestrito apoio.
Aos meus pais e irmãos, pelo amor que me deram a vida toda.
Ao Ruy, pela amizade e cumplicidade.*

RESUMO

Este estudo tem como objetivo analisar fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, como resultado de uma formação continuada com a finalidade de discutir questões relacionadas à abordagem da representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados. Para a coleta de dados, foram realizadas 16 sessões de 4 horas cada, das quais: 3 sessões foram destinadas à aplicação de uma avaliação diagnóstica; 9 sessões foram dedicadas a estudos dos significados das frações e à vivência de metodologias diversificadas; uma das sessões foi dedicada à elaboração de uma seqüência de trabalho pelos professores, que foi desenvolvida com seus alunos em sala de aula. As 3 sessões seguintes foram destinadas a entrevistas, sendo 2 logo após a intervenção do professores em suas salas de aula, e a última sessão um ano após a intervenção, com o objetivo de verificar as reflexões feitas pelos docentes depois da pesquisa. Teoricamente, fundamentamos nossa investigação tanto em teorias que versam sobre a formação de professores como em estudos que investigam questões didáticas sobre o objeto matemático: representação fracionária do número racional. Quanto ao primeiro enfoque, nos apoiamos em estudos de Schön (1983), que tratam da reflexão sobre a prática, ampliados pelas discussões de Shulman (1986), Tardif (2000), Ponte (1992) e Serrazina (1999). Em relação às questões didáticas associadas ao objeto matemático, utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), a classificação proposta por Nunes (2003) para os significados das frações, as idéias de Kieren (1988) sobre os construtos dos números racionais e as interpretações sugeridas por Ohlsson (1987). De modo geral, a análise das informações obtidas nos permitiu identificar alguns fatores que podem exercer influência sobre o processo de desenvolvimento profissional dos docentes. Um deles se refere às dificuldades relativas ao conhecimento matemático do professor. Acreditamos que há necessidade de um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado pela análise dos diferentes significados de sua representação fracionária tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Finalmente, concluímos que para romper crenças e concepções dos professores sobre ensino e aprendizagem da Matemática e em específico do objeto matemático frações, é necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem

um trabalho colaborativo. Acreditamos que essas condições são fundamentais para o desenvolvimento profissional dos docentes.

Palavras-chaves: Educação Matemática; desenvolvimento profissional docente; formação de professores que ensinam Matemática ; significados da representação fracionária dos números racionais; ensino de frações.

ABSTRACT

This study has as objective to analyze factors that can intervene with the professional development of teachers of the first series of Elementary School, as resulted of a formation continued with the purpose to argue questions related to the boarding of the fractionary representation of rational numbers and its different meanings. For the collection of data, (16) sessions had been carried through, of which, (3) had been destined to the application of the daily pay-test; (9) sessions had been dedicated the studies of the meanings of the fractions and to the experience of diversified methodologies; one of the sessions was dedicated to the elaboration of a work sequence, for the teachers, who were developed with its pupils in classroom. The (3) following sessions had been destined the interviews, being (2) soon after the intervention of the teachers in its classrooms and the last session, one year after the intervention, with the objective to verify the reflections made for the teachers after the research. Theoretically, we in such a way base our inquiry on theories that turn on the formation of teachers as in studies that investigate didactic questions on the mathematical object: fractionary representation of the rational number. How much to the first approach, in we support them in studies of Schön (1983), that they deal with the reflection on the practical one, extended for the quarrels of Shulman (1986), Tardif (2000), Bridge (1992) and Serrazina (1999). In relation to the didactic questions associates to the mathematical object, we use the Theory of the Conceptual Fields of Vergnaud (1990), the classification proposal for Nunes (2003) for the meanings of the fractions, the ideas of Kieren (1988) on the constructs of the rational numbers and the interpretations suggested for Ohlsson (1987). In general way, the analysis of the information gotten in allows to identify them some factors that can exert influence on the process of professional development of the teachers. One of them if relates to the relative difficulties to the mathematical knowledge of the teachers. We believe that it has necessity of a ampler approach of the concept of rational numbers, complemented for the analysis of the different meanings of its fractionary representation, as much in courses of initial formation, as continued. Another factor mentions the beliefs and conceptions to it of the teacher on the education and the learning of Mathematics, and in specific, of the mathematical object fractions. We conclude that to

breach these beliefs and conceptions, is necessary a constant reflection on the practical one, over all in environments that propitiate a collaborative work. We believe that these conditions are basic for the professional development of the teachers.

Keywords: Mathematical education, meanings of the fractionary representation of the rational numbers, education of fractions, formation of teachers who teach Mathematics, teaching professional development.

RÉSUMÉ

Cette recherche a pour objectif d'analyser des facteurs qui peuvent intervenir au développement professionnel des éducateurs des premiers étages de l'Enseignement Fondamental, comme le résultat d'une formation progressive avec la finalité de discuter des questions rapportées à l'abordage de la représentation fractionnée de chiffres rationnels et leurs différents signifiés. Pour la collecte des éléments, ils ont été effectuées seize (16) sections, lesquelles, Trois sections (3) ont été consacrées à l'application d'un pré-test, Neuf (9) sections ont été destinées aux études des significations des fractions et à compréhension des méthodologies différenciées, une de ces sections, elle a été attribuée à l'élaboration d'une séquence de travail, par des professeurs qui l'ont été développées avec leurs élèves dans la classe. Les trois sections suivantes ont été consacrées aux interviews, deux (2) d'elles tout de suite après l'intervention des éducateurs dans les classes et la dernière section, un an plus tard que la première intervention, avec le but de vérifier des réflexions faites par les éducateurs puis la recherche. Théoriquement, nous avons fondé notre investigation aussi chez théories sur la formation des professeurs que chez les études sur des questions didactiques sur l'objet mathématique : la représentation fractionnée du chiffre rationnel. Quant au premier regard, nous nous appuyons sur des études de Schön (1983), qu'il s'agit de la réflexion sur la pratique, amplifié par les débats de Shulman (1986), Tardif (2000), Ponte (1992) et Serrazina (1999). En relation aux questions pédagogiques liées à l'objet mathématique, on a utilisé la « Teoria dos Campos » de Vergnaud (1990), la classification proposée par Nunes (2003) pour les significations des fractions, les idées chez Kieren (1988) sur les "construtos" de chiffres rationnels et les interprétations suggérées par Ohlsson (1987). Pour ainsi dire, l'analyse des informations obtenues nous autorisons identifier quelques facteurs qui peuvent influencer le procès de développement professionnel des professeurs. Un de ceux-ci fait référence aux difficultés relatives à la connaissance mathématique de l'éducateur. On croit qu'il y a besoin d'un abordage plus amplifié du concept de chiffres rationnels, allié par l'analyse des différents signifiés de sa représentation fractionnée, aussi dans cours de formation basique, que dans lequel progressive. Autre facteur, on réfère aux croyances et conceptions du professeur sur

l'enseignement et l'apprentissage de la Mathématiques, et spécifiquement, de l'objet mathématique des fractions. On conclut que pour rompre ces croyances et conceptions, il faut qu'il existait une constante réflexion sur la pratique, surtout dans des ambiances qui favorisent un travail collaboratif. On croit que ces conditions sont fondamentaux pour le développement professionnel des professeurs.

Mots-clé:Éducation Mathématique, signification de la représentation fractionnée des chiffres rationnels, enseignement des fractions, formation des professeurs qui enseignent de la Mathématiques, développement professionnel des éducateurs.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1- INTRODUÇÃO	18
1.1 NOSSA PREOCUPAÇÃO INICIAL: A PRÁTICA DOCENTE	18
1.2 A APRENDIZAGEM DOCENTE E A REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA COMO OBJETO DE PESQUISA	23
1.3 INSERÇÃO DESTE TRABALHO NO GRUPO DE PESQUISA	30
1.4 REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS: DA QUESTÃO DO CONTEÚDO MATEMÁTICO À RELEVÂNCIA DO TEMA	33
CAPÍTULO 2- NOVOS DESAFIOS PARA A PROFISSÃO PROFESSOR	39
2.1 A LEGISLAÇÃO E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	39
2.1.1 FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO CONTEXTO BRASILEIRO	39
2.1.2 FORMAÇÃO DOCENTE A PARTIR DA DIVULGAÇÃO DO REFERENCIAL PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES (1998)	40
2.1.3 SITUAÇÃO ATUAL DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO BRASIL	49
2.2 O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR, A FORMAÇÃO E A REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA: O QUE DIZEM AS PESQUISAS	53
2.3 AMPLIANDO AS IDÉIAS DE SCHÖN: A QUESTÃO DO CONTEXTO SOCIAL	57
2.4 SABERES DO PROFESSOR	59
2.4.1 O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA DOCÊNCIA: RESGATANDO A QUESTÃO DO CONTEÚDO	59
2.4.2 PRODUÇÃO DE SABERES NUMA EQUIPE COLABORATIVA	65
2.5 A QUESTÃO DA REFLEXÃO NO BRASIL	69
2.6 SOBRE AS PESQUISAS RELACIONADAS À FORMAÇÃO DIRECIONADAS À MATEMÁTICA NO BRASIL	71
2.7 EM SÍNTESE	73
CAPÍTULO 3- FUNDAMENTOS TEÓRICOS: OBJETO MATEMÁTICO – REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DO NÚMERO RACIONAL	75
3.1 VERGNAUD: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	75
3.2 TEREZINHA NUNES: OS SIGNIFICADOS DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS	80
3.3 THOMAS KIEREN	85
3.4 ESTUDOS INSPIRADOS EM KIEREN	88
3.5 ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PRESCRITAS PELOS PCN A RESPEITO DOS NÚMEROS RACIONAIS	91

3.6 A CLASSIFICAÇÃO DOS SIGNIFICADOS DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS QUE SERÁ UTILIZADA NESTE ESTUDO	94
CAPÍTULO 4- A INVESTIGAÇÃO	101
4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	101
4.1.1 A PESQUISA	102
4.1.2 DESCRIÇÃO DA PESQUISA	104
4.2 SELEÇÃO DA AMOSTRA	105
4.2.1 PROCEDIMENTOS PRELIMINARES	105
4.2.2 CARACTERIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO E DOS SUJEITOS ENVOLVIDOS NA PESQUISA	108
4.2.2.1 CARACTERIZAÇÃO GERAL DA ESCOLA E SEU ENTORNO	108
4.3 BREVE DESCRIÇÃO DAS ETAPAS DA PESQUISA	113
4.4 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	115
4.4.1 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA INICIAL – PROTOCOLO DE PESQUISA	115
4.4.1.1 DESCRIÇÃO DA PRIMEIRA PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA	116
4.4.1.2 DESCRIÇÃO DA SEGUNDA PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA	116
4.4.2 DESCRIÇÃO DOS OBJETIVOS DA SEGUNDA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA COM OS PROFESSORES, REALIZADA UM ANO APÓS A INTERVENÇÃO	136
CAPÍTULO 5- ANÁLISE DIAGNÓSTICA	137
5.1 O PROTOCOLO INICIAL DE PESQUISA	137
5.1.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS APRESENTADOS NA PRIMEIRA PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA	138
5.1.1.1 PERFIL DO PROFESSOR PESQUISADO	139
5.1.1.2 AVALIAÇÃO DO TRABALHO QUE VINHA SENDO FEITO RELACIONADO À REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS	141
5.1.3 ANÁLISE DA SEGUNDA PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA	142
5.1.3.1 SABERES DOS PROFESSORES: ANALISANDO A COMPREENSÃO DOS PROFESSORES INVESTIGADOS A RESPEITO DOS DIFERENTES SIGNIFICADOS DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS	143
5.1.3.2 COMPARANDO RESULTADOS	176

**APRESENTADOS POR ALUNOS E PROFESSORES DA
ESCOLA PESQUISADA NOS DIFERENTES
SIGNIFICADOS**

CAPÍTULO 6- INTERVENÇÃO: DESCRIÇÃO	179
6.1 A CAMINHO DA INTERVENÇÃO	179
6.2 INTERVENÇÃO	192
CAPÍTULO 7 -UMA ANÁLISE DAS FALAS DOS PROFESSORES	233
7.1 AS ENTREVISTAS REALIZADAS IMEDIATAMENTE APÓS O PROCESSO DE FORMAÇÃO	233
7.1.1 A REFLEXÃO FEITA PELOS PROFESSORES SOBRE OS SABERES RELACIONADOS AO TEMA ANTES DA INTERVENÇÃO	235
7.1.2 O PROFESSOR FALA SOBRE ALGUMAS EXPERIÊNCIAS VIVENCIADAS DURANTE NOSSA INTERVENÇÃO	242
7.1.3 O PROFESSOR RELATA O SEU TRABALHO EM SALA DE AULA	247
7.1.4 SOBRE OS MOMENTOS EM QUE ERAM DISCUTIDAS QUESTÕES RELACIONADAS AO TRABALHO QUE VINHA SENDO DESENVOLVIDO RELACIONADO AO TEMA	252
7.2 SEGUNDA ENTREVISTA	255
7.2.1 A REFLEXÃO DE UM PROFESSOR	256
7.2.2 A REFLEXÃO DO OUTRO PROFESSOR	259
CONSIDERAÇÕES FINAIS	263
1. INTRODUÇÃO	263
2. SÍNTESE DOS PRINCIPAIS RESULTADOS ENCONTRADOS NESTA PESQUISA	266
2.1 QUANTO ÀS COMPETÊNCIAS DO PROFESSOR	270
2.2 O PAPEL DAS CRENÇAS E CONCEPÇÕES NA MUDANÇA DAS PRÁTICAS DOS PROFESSORES	274
2.3 O PAPEL DO TRABALHO COLABORATIVO NA MUDANÇA DAS PRÁTICAS DOS PROFESSORES	275
2.4 O PAPEL DA REFLEXÃO NO PROCESSO DE MUDANÇA DAS PRÁTICAS DOS PROFESSORES	277
3. DIFERENTES FATORES QUE INTERFEREM NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DAS PRIMEIRAS SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL QUANDO ESTES ESTÃO INSERIDOS EM PROJETO DE PESQUISA	280
BIBLIOGRAFIA	283
ANEXOS	296

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como objetivo realizar uma análise de diferentes fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes estão inseridos em projeto de pesquisa. Para justificar nossa preocupação com a prática docente, descrevemos, inicialmente, nossa vivência profissional. Em seguida, mostramos a relevância do estudo sobre esse tema. Para desenvolver esse estudo, elegemos um conteúdo matemático específico: os números racionais em sua representação fracionária.

1.1 NOSSA PREOCUPAÇÃO INICIAL: “A PRÁTICA DOCENTE”

A preocupação com a prática docente esteve presente em várias situações da nossa vivência profissional. Iniciamos nossa atividade docente em 1984 lecionando matemática numa escola pública da rede estadual de São Paulo. Essa primeira experiência no magistério não tardou em mostrar a precariedade de nossa formação inicial. Observamos que esta nos impunha vários limites, verificados nas situações que surgiam cotidianamente.

Porém, mesmo com a insegurança que permeava nossa atuação, procuramos sempre aceitar os convites desafiadores que surgiam no exercício da profissão. Em 1986, após aprovação em concurso público, ingressamos na EEPSG Benedito Fagundes Marques, escola estadual de Ensino Fundamental e Médio da cidade de Franco da Rocha, na grande São Paulo, onde lecionamos por quatro anos.

Em 1992, com a implantação do Projeto da Escola Padrão¹ pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, fomos convidadas para trabalhar em uma das seis escolas escolhidas da Delegacia de Ensino² que faziam parte daquele projeto piloto. Esse convite foi prontamente aceito, pois entendíamos que, por meio desse trabalho, teríamos maiores possibilidades de uma formação continuada mais consistente, além do que haveria espaço para refletir e rever a prática em sala de aula. Afinal, uma das vantagens das escolas que participavam desse Projeto era a previsão de tempo disponível para essa reflexão, dentro do horário de trabalho, conhecido atualmente como Horário de Trabalho Pedagógico (HTP).³ Além disso, eram oferecidos diversos cursos aos professores dessas escolas para o aprimoramento da prática docente.

Depois de trabalhar nessa Unidade Escolar durante um ano, fomos convidadas pelo Delegado de Ensino da Delegacia de Ensino de Caieiras (D.E. Caieiras) para assumir a função de Assistente Pedagógico, responsável pela Formação em Serviço dos professores da área de Matemática. Novamente, devido às perspectivas de aprimoramento profissional, aceitamos o convite e começamos imediatamente o trabalho nessa nova e instigante função.

Durante os seis anos em que estivemos na D.E. Caieiras, procuramos não nos afastar da sala de aula porque, além de gostar muito do trabalho com os alunos, acreditávamos ser muito importante a articulação entre teoria e prática.

Nesse período surgiram algumas indagações relacionadas à teoria e prática do professor. Uma questão que sempre nos preocupou foi o fato de que uma oficina prática ou uma palestra fosse sempre considerada como um evento. Observávamos que tais

¹ Em 1991, por meio do Decreto 34.035, o governador Luiz Antonio Fleury Filho instituiu o Projeto Educacional “Escola Padrão” na Secretaria da Educação de São Paulo, que, entre os principais objetivos, visava “recuperar o padrão de qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas” (artigo 1.º). Para tanto, ampliou-se a idéia de uma autonomia administrativa/pedagógica à escola (artigo 3.º), oferecendo “programas de capacitação técnica para Diretores, Professores e funcionários” (parágrafo único). Esse Projeto teve início com 306 escolas e deveria ter se estendido a todas as escolas, o que não ocorreu. Assim, o Programa de Reforma da Escola-Padrão foi desativado a partir de 1995.

² “As DEs (Delegacias de Ensino) eram órgãos considerados como “elos de ligação” entre a Secretaria da Educação e Escolas. As DEs foram fortalecidas após a extinção das DREs (Divisões Regionais de Ensino), que ligavam a Secretaria às Delegacias de Ensino. Essa extinção ocorreu em janeiro de 1995, início da primeira gestão de Mário Covas (1995/1998).

³ O HTPC foi criado pela resolução SE/135, de 21/12/98.

atividades muitas vezes não garantiam aos professores oportunidades de reflexão sobre sua prática. E quando tentávamos priorizar esse espaço, pudemos muitas vezes perceber nos docentes apenas o interesse por novas metodologias e estratégias de ensino. A discussão mais política sobre o papel do educador e sua função, como um mediador em sala de aula, parecia não encontrar eco entre os “matemáticos”.

Nessa perspectiva, uma questão surgia: como organizar cursos de formação em que as discussões teórico-metodológicas estivessem vinculadas às questões mais gerais sobre educação, fazendo que o professor realmente sentisse a necessidade dessa reflexão aliada à técnica?

Estas indagações passaram a nos inquietar ainda mais quando começamos a fazer parte da equipe de formadores da Secretaria da Educação, em 1997. Passamos a desenvolver o Programa de Educação Continuada – PEC, financiado pelo Banco Mundial, no qual atuávamos como professora regente. Nesse curso, o material foi elaborado por um grupo de coordenadores do projeto, que, apesar de garantir a discussão teórica, enfatizava as atividades práticas, visto que seria essa uma demanda imediata. Naquele momento, sentimos necessidade de tomar como referência artigos que possibilitassem uma reflexão mais profunda sobre o ato de ensinar, que apontassem na direção da construção de saberes matemáticos, mas que permitissem também uma discussão mais teórica sobre a aprendizagem.

Em 1998, apresentamos nosso Projeto de Pesquisa ao Programa “Educação: História, Política e Sociedade”, da PUC/SP, com a proposta de analisar de um modo mais abrangente o curso de formação continuada (PEC) de 1997. No entanto, durante nossas discussões no grupo de pesquisa, chegamos à conclusão de que teríamos dificuldades em estudar o PEC, por se tratar de um projeto em andamento, com pouco tempo de implantação, e, portanto, não teríamos dados suficientes para analisar seus resultados.

Outra questão importante dizia respeito à necessidade de apresentar argumentos que justificassem a escolha do estudo da “Educação Continuada da Matemática” e não de uma outra disciplina. A busca por uma resposta a essa indagação teve início com a análise da História da Educação Matemática no Brasil, a partir do Movimento Matemática

Moderna, cujos resultados evidenciaram a relevância de fazermos uma análise da prática pedagógica do professor dessa disciplina. A partir daí, fizemos uma análise da Educação Continuada não como objeto central de pesquisa, mas como um fator que poderia influenciar os resultados apresentados, por exemplo, em avaliações externas.

Nesse contexto, o suporte teórico ao professor nos pareceu vital, e conseqüentemente surgiu a seguinte pergunta: Qual é a relação existente entre o modo como efetivamente se desenvolve o ensino de matemática na escola e as orientações destinadas aos professores dessa disciplina?⁴

Com o objetivo de encontrar resposta a essa questão nos dedicamos ao estudo do modo como os professores de matemática descrevem a organização do trabalho pedagógico, a fim de investigar se esses profissionais encontram nos respectivos locais de trabalho situações e recursos favoráveis para pensar e repensar continuamente sua prática.

Selecionamos as escolas a partir do mapa de exclusão social (Sposati, 1996) – duas escolas da cidade de São Paulo da Zona de Exclusão e outras duas da Zona de Inclusão – e tomamos por referência o levantamento realizado por uma pesquisa que estava sendo desenvolvida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação: História, Política, Sociedade, da PUC/SP.⁵ Para a análise dos depoimentos dos professores, recorremos a estudos relacionados ao currículo e às disciplinas escolares, especialmente as contribuições sobre produção de saberes e organização do trabalho pedagógico, incluindo trabalhos referentes especificamente ao ensino da Matemática. A conclusão a que chegamos é que há considerável contradição entre a defendida necessidade de que o professor reflita continuamente sobre sua prática e as reais condições oferecidas pelas

⁴ Procuramos investigar as orientações propostas em cursos (formação continuada, pós-graduação etc.) e documentos oficiais (LDB, PCN, Propostas Curriculares do Estado de São Paulo, dentre outros).

⁵ A pesquisa “A produção, pela escola, do suporte teórico para o trabalho” foi realizada pelo Núcleo de Estudos e Pesquisas Instituição Escolar e Prática Pedagógica do Programa citado. Foi realizada junto a escolas estaduais de ensino fundamental da Capital, selecionadas a partir do Mapa de Inclusão/Exclusão, abrangendo unidades da cinco regiões, com índices de maior exclusão e de maior inclusão. Sua finalidade era levantar as condições de funcionamento das escolas, depoimentos de professores dos diversos componentes curriculares de cada série sobre aspectos de sua formação (inicial e continuada) e do suporte teórico para o desenvolvimento do trabalho pedagógico. Os integrantes dessa pesquisa foram: José Geraldo Silveira Bueno, Odair Sass, Maria das Mercês Ferreira Sampaio e Nereide Saviani, orientadora do trabalho citado. Esse Projeto foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

escolas pesquisadas.⁶ Afinal, um processo que realmente permite ao professor pensar e repensar sua prática deve levar em conta a necessidade de proporcionar condições de diálogo e reflexão com seus pares, utilizando-se de situações vividas nesse contexto.

Naquela pesquisa, quando analisamos o material de orientação, observamos que, mesmo sendo constatada sua existência nas quatro escolas pesquisadas, em regra as discussões e reflexões sobre seu conteúdo não vinham ocorrendo como os professores gostariam, embora muitos tivessem afirmado que seguiam as orientações da Proposta Curricular.

Quanto à seleção e organização dos conteúdos, observamos diferenças entre o que era proposto e o que era considerado e desenvolvido, sabendo que isso era esperado, pois segundo Sacristan (1988, p. 123) “o movimento da construção do currículo acontece num cruzamento de influências e campos de atividades diferenciadas e inter-relacionadas” ou, como lembra Saviani, a “elaboração e implementação do currículo resultam de processos conflituosos, com decisões necessariamente negociadas” (Saviani, 1996b, p. 1-2). Por outro lado, “notamos diferentes interpretações em relação ao que propõe o documento e o que o professor faz, acreditando estar seguindo o que lhe é indicado” (Silva, 2000).

É importante salientar que, mesmo não sendo nosso objeto de pesquisa naquele momento verificar se estava ocorrendo a reflexão sobre a prática por parte dos professores das quatro escolas, isto nos pareceu necessário. Pudemos constatar que a reflexão não estava ocorrendo, pelo menos não da maneira que o professor necessitava.

Então, na conclusão da dissertação, chamamos a atenção para o fato de que a Formação Continuada não deveria promover cursos ou outros eventos centrados na “atualização”, mas sim garantir experiências que proporcionassem aos professores oportunidade de pensar e repensar continuamente sua prática e proporcionassem “condições de diálogo com seus pares, a partir da análise da situação concreta da unidade escolar em que se desenvolve o trabalho docente” (Silva, 2000, p. 71).

⁶ Não observamos nesta pesquisa indícios de diferenças nos resultados entre as escolas situadas em zonas de Exclusão e em zonas de Inclusão.

Nesse sentido, apoiamo-nos no princípio descrito por Zeichner, lembrado por Geraldi et al. (1998):

... uma porção importante do conhecimento cotidiano não é claro para os professores e professoras: é tácito, implícito e rotineiro e pode ser trabalhado e vivido sem que sejam compreendidos seus fins e intenções. Porém à medida que o professor reflete sobre a sua prática, vão ocorrendo análises, críticas, reestruturação e incorporação nova de conhecimentos que poderão respaldar o significado das ações posteriores (Geraldi et al., 1998, p. 256).

Dessa forma, observamos que, por um lado, as escolas dispõem de diversos impressos sobre estudos e orientações emanadas de órgãos oficiais e não oficiais, e por outro lado, não há registros de que os momentos de discussão sobre tais estudos e orientações ocorram com frequência significativa. Nos raros casos em que foram citados, acrescentou-se que a reflexão sobre seu conteúdo não vem ocorrendo como os docentes gostariam.

1.2 A APRENDIZAGEM DOCENTE E A REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA COMO OBJETO DE PESQUISA

Após a defesa da dissertação continuamos nosso trabalho tanto em sala de aula como em cursos de Formação Continuada. Em 2002 participamos como mediadora em um curso de formação continuada, tendo como meta garantir “... uma estreita articulação entre teoria – prática docente – pesquisa”. A organização de turmas foi feita segundo critérios que levavam em conta as séries em que os professores ministravam aulas. O objetivo do projeto era propiciar momentos de discussão sobre temas relativos ao conteúdo, a fim de construir, juntamente com os formadores, propostas de trabalho de caráter interdisciplinar, contemplando as diretrizes apresentadas para a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

Na ocasião, analisávamos e adaptávamos situações-problemas propostas. Utilizamos essa estratégia, pois o projeto tinha como objetivo construir, juntamente com professores de Matemática que atuavam no ensino médio e fundamental, propostas de trabalho de caráter interdisciplinar, contemplando as diretrizes apresentadas em

documentos oficiais (PCN). Para tanto, a formação foi dividida em três momentos presenciais com encontros de 20 horas, nos meses de fevereiro, julho e novembro de 2002, acrescidos de 100 horas à distância. Essa experiência foi bastante rica, pois ao atuar como mediador por meio do fórum tivemos a oportunidade de acompanhar, mais sistematicamente, o planejamento, as dúvidas e o relato das experiências.

Entretanto, embora houvesse a possibilidade da utilização da informática, permitindo que os professores fossem assistidos à distância, percebemos que a interação não foi total, conforme trecho do relatório que apresentamos ao final do curso:

Ainda, observamos que 70% dos professores responderam quase a totalidade dos relatórios, destes 90% melhoraram a qualidade do relato da experiência, acrescentando mais dados sobre como foi realizado o trabalho (dinâmica etc.) e a análise das dificuldades dos alunos. Porém, poucos (5%) relataram os encaminhamentos e conclusões interessantes a que os alunos chegaram. Esse seria um ponto a ser discutido, se houvesse um outro encontro presencial (Silva, 2002, p. 1).

Esse formato dinamizou a interação entre os participantes, porém, como criou mais vínculos entre os participantes, percebemos que outras questões como estrutura e apoio da escola interferiram nos resultados obtidos, pois eram convocados somente dois professores por escola. Nesse momento, uma questão parecia se impor: como garantir um curso de formação em que o professor possa, além de discutir a Fundamentação Teórica e Metodológica, refletir sobre a prática e reelaborá-la coletivamente?

Essas inquietações nos motivaram a apresentar ao Programa Educação Matemática na PUC/SP um projeto a ser desenvolvido durante o curso de Doutorado em Educação Matemática. Nossa preocupação inicial voltava-se para a formação de professores. Além das experiências pessoais com formação aqui relatadas, atentamos para a idéia de que a prática pedagógica está relacionada a processos diversos, que envolvem relações estabelecidas dentro e fora da escola, estando em jogo os mais variados interesses e influências.⁷ Segundo essa mesma visão, a formação dos professores deveria ser entendida no âmbito da inter-relação de vários fatores, numa multiplicidade de processos e experiências coletivas e individuais.

⁷ Ver Gimeno Sacristan (1988) e Saviani (1998).

Os estudos que tratam de questões relacionadas à formação de professores têm salientado a importância da formação continuada, indicando para a necessidade de que o professor seja orientado a pensar e repensar continuamente sua prática. Termos e expressões como reflexão, prática reflexiva e professor reflexivo têm sido a tônica de grande parte dos trabalhos que discutem a relação entre teoria e prática como eixo necessário dos programas de formação docente.⁸

Em nossa dissertação de Mestrado, havíamos chamado a atenção para as idéias de Perrenoud (1993), a esse respeito, dizendo que

a prática não é mera concretização de receitas, modelos didáticos ou esquemas conscientes da ação, pois é dirigida pelo habitus⁹ do professor e sua mudança envolve a transformação do habitus pela escolha de modelos de ação disponibilizados. O autor observa que o professor, no momento da ação, tem pouco tempo para refletir. Considera que um fator de mudança de habitus seria a existência de espaços e momentos para discussões entre os professores, de modo a possibilitar-lhes uma releitura das experiências vividas, cabendo à organização escolar garantir tais condições. Afirma que, além disso, é preciso cuidar para que haja relações de confiança entre os componentes do grupo (p. 12).

Assim, quando iniciamos nossos estudos no curso de Doutorado no Programa de Educação Matemática, voltamos nossa atenção para estudos relacionados com a formação docente e com questões ligadas à reflexão. Então, procuramos estudar inicialmente os trabalhos de Nóvoa (1992 e 2001), Shulman (1986 e 1987), Ponte (1992, 1997, 2002), Alarcão (1998, 2003), Serrazina (1999, 2004), Pimenta (2000,2005), André (1999, 2001), Lüdke (1986, 2003) e Fiorentini et al. (2002).

Nessa direção, consideramos que a reflexão do professor sobre a própria prática nos permite levantar elementos para análise das dimensões do conhecimento profissional docente. Ponte (1998) relaciona o conhecimento profissional docente com a prática, a qual, por sua vez, está ligada às suas concepções.

⁸ Sobre Professores Reflexivos, Pimenta (2000) faz uma análise das origens, fundamentos e pressupostos, observando sua influência nas pesquisas e nos discursos de pesquisadores brasileiros.

⁹ Com base estudos nos estudos de Bourdieu, Perrenoud considera *habitus*: esquemas de pensamento e de ação que alicerçam as inúmeras microdecisões tomadas em sala de aula (Perrenoud, 1993, p. 109).

Segundo esse autor, a forma como o professor conduz o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula pressupõe necessariamente um conhecimento de quatro domínios fundamentais: (a) a Matemática, (b) o currículo, (c) o aluno e os seus processos de aprendizagem e (d) a organização da atividade instrucional. Para Ponte, estes quatro domínios, constituem o núcleo do conhecimento profissional do professor, referente à sua “prática lectiva” e, além disso, estão estruturados de acordo com as concepções do professor.

Em seus estudos, Ponte (1992) mostra a influência tanto das concepções sobre a prática como o inverso, dizendo que: “... as práticas são muitas vezes reveladoras de concepções importantes...”, e em virtude disso, geram uma tendência de pesquisas, nas quais se observa um maior interesse no estudo da prática docente, com investigadores cada vez mais interessados em “... compreender melhor como pensa e como age o professor na sua atividade profissional...” (p. 193).

Ponte considera que as concepções “têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro ora dando sentido as coisas ora ‘como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão’” (1992, p. 185). Partilhamos dessas idéias e consideramos ser importante a análise das concepções reveladas pela prática e aprofundar também a questão do conhecimento profissional, a partir da análise da prática profissional docente, desta destacando as concepções. Partilhando das idéias de Ponte relacionadas à importância da análise das concepções reveladas pela prática, consideramos importante aprofundar também a questão do conhecimento profissional a partir da análise da prática profissional docente e desta destacando as concepções.

Escolhemos como foco da investigação a formação docente. Esse conceito pode ter diversas conotações. Para Marcelo Garcia (1999), por exemplo, a formação de professores é um processo contínuo, cujo desenvolvimento ocorre ao longo do percurso da carreira profissional. Para esse autor, outros princípios estão subjacentes à idéia de formação docente, ou seja, trata-se de um processo contínuo de inovação e mudança que está

associado ao desenvolvimento organizacional da escola e intimamente ligado aos conteúdos acadêmicos e pedagógicos orientados pela articulação teoria e prática.

Trata-se aqui de uma aproximação interessante entre a formação contínua e o desenvolvimento profissional, embora essa idéia não seja aceita por alguns pesquisadores. Ponte (1997), por exemplo, distingue esses dois conceitos, dizendo que, embora “a formação ‘formal’ (inicial, contínua, especializada e avançada)” seja considerada por ele “um suporte fundamental do desenvolvimento profissional”, este último tem um alcance maior que a formação docente. Segundo seu ponto de vista, o desenvolvimento profissional corresponde a um processo.

... de crescimento na sua competência em termos de práticas lectivas e não lectivas, no autocontrolo da sua actividade como educador e como elemento activo da organização escolar. O desenvolvimento profissional diz assim respeito aos aspectos ligados à didáctica, mas também à acção educativa mais geral, aos aspectos pessoais e relacionais e de interacção com os outros professores e com a comunidade extra-escolar (Ponte, 1997, p. 44).

Quanto a essa aproximação de formação com o desenvolvimento profissional, Ponte (1998) afirma:

... muitos dos trabalhos que presentemente se realizam sobre formação têm por detrás a idéia de desenvolvimento profissional, ou seja, a idéia que a capacitação do professor para o exercício da sua actividade profissional é um processo que envolve múltiplas etapas e que, em última análise, está sempre incompleto (Ponte, 1998, p. 2).

Nesse mesmo artigo o autor afirma que há diversos contrastes entre as lógicas da formação e do desenvolvimento profissional. A formação está intimamente ligada à questão da participação em cursos, produzindo um movimento de fora para dentro,¹⁰ uma vez que o professor é carente de informações. Entretanto, ela se dá de forma compartimentada por assuntos e por disciplinas. Em contrapartida, o desenvolvimento profissional ocorre de múltiplas formas. É um movimento de dentro para fora.¹¹ desenvolvendo as potencialidades do professor e considerando-o na sua totalidade, ou

10 Para Ponte (1998), na formação, o movimento é essencialmente de fora para dentro, ou seja, o formando é submetido a um programa de formação previamente construído (p. 2).

11 Para Ponte (1998) no desenvolvimento profissional o professor têm papel “mais atuante”, pois partem do professor “as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projectos que quer empreender e ao modo como os quer executar” (p. 2).

seja: cognitivo, afetivo e relacional. E, por fim, garantindo a interligação da teoria e prática.

As dimensões indicadas por Ponte relacionadas ao desenvolvimento profissional foram levadas em conta durante o desenvolvimento desta pesquisa, uma vez que realizamos nossas oficinas com importante participação dos professores durante todo o processo.

É provável que tenhamos conseguido garantir, em diversos momentos da formação, o “movimento de dentro para fora” sugerido pelo autor como uma característica do desenvolvimento profissional. Afinal, se pretendíamos compreender melhor como pensa e como age o professor em sua atividade profissional, para depois aprofundar as idéias relacionadas à questão do conhecimento profissional a partir da análise da prática profissional docente, não poderíamos simplesmente oferecer ao professor um curso no qual ele somente “aplicasse” uma proposta desenvolvida por alguém ligado à universidade. Procuramos, sim, levar em conta as necessidades dos participantes, respeitando os diferentes ritmos de trabalho.

Nesse momento, tomando como base estudos de Ponte (1998), optamos por fazer uma investigação com foco no desenvolvimento profissional, para analisar o conhecimento adquirido pelos professores envolvidos na pesquisa. A esse respeito, o autor afirma que o desenvolvimento profissional ocorre de múltiplas formas, incluindo tanto os cursos propriamente ditos quanto outras atividades, como projetos, trocas de experiências, leituras e reflexões sobre a própria prática.

Nesta perspectiva, nossa investigação pode ser considerada num espectro mais amplo, ou seja, o desenvolvimento profissional docente, pois a participação dos professores ocorreu em uma diversidade de atividades, garantindo sempre oportunidades para reflexão.

Compartilhamos também das idéias da pesquisadora portuguesa Isabel Alarcão (2002 e 2003), que considera fundamentalmente importante o cenário reflexivo. A autora considera que o contributo que a abordagem reflexiva pode trazer é o desenvolvimento da

capacidade emancipatória do professor no exercício da auto-supervisão e na supervisão em grupo de colegas. Desse modo, o cenário reflexivo favorece a autonomia, o que torna o professor capaz de ter opiniões e tomar decisões refletidas, e não simplesmente descrever o que foi feito em sala de aula.

E onde buscaríamos esse cenário reflexivo? Alarcão chama a atenção para a importância da formação continuada ser efetivamente desenvolvida na escola, considerando que:

O professor não pode agir isoladamente em sua escola. É neste local, o seu local de trabalho, que ele, com os outros, com os colegas, constrói a profissionalidade docente. Mas se a vida dos(as) professores(as) tem o seu contexto próprio, a escola, esta tem que ser organizada de modo a criar condições de reflexividade individuais e coletivas. Vou ainda mais longe. A escola tem de se pensar a si própria, na sua missão e no modo como se organiza para a cumprir. Tem, também ela, de ser reflexiva (Alarcão, 2003, p. 44).

Nacarato (2000) em sua tese de doutorado, apoiada em Ebbutte Elliot (apud Elliot, 1990) também chama a atenção para a importância da formação docente no próprio local de trabalho.¹² A autora considera que esse fato pode produzir transformações não apenas na prática pedagógica como também na instituição escolar. Acrescenta que esse tipo de formação pode necessitar de um apoio externo,¹³ sem, no entanto, esquecer de indicar, apoiando-se em Tardif,¹⁴ que o saber docente deve ser considerado um paradigma importante. Segundo Nacarato, “a valorização do saber profissional do(a) professor(a) (...) necessariamente, implica o reconhecimento que este/a constrói, em sua experiência pedagógica, um certo tipo de saber e, principalmente, do saber fazer” (p. 23).

¹² Segundo Nacarato (2000), Elliot utiliza o termo oriundo do Reino Unido na década de 1970 “formação permanente centrada na escola” (p. 22).

¹³ Nacarato (2000) utiliza-se da idéia de Zeichner (1998) para justificar a presença do agente externo. A autora comenta que para Zeichner a reflexão sobre a prática envolve tanto “aspectos internos – refletir sobre a própria prática, como aspectos externos – as condições sociais e políticas nas quais se situa essa prática”. Entretanto, essa reflexão necessita de um agente externo, ou seja, “essa prática está inserida num contexto social e político, portanto sujeita a uma série de tensões e conflitos que, nem sempre, são problematizados ou percebidos pelos próprios professore(a)s mas, sim, pelo pesquisador. Muitas vezes, são até percebidos pelos professore(a)s, mas não são objetos de reflexão. Assim, nesse processo de educação continuada, com vistas à transformação da prática, as reflexões e os conflitos são provocados pelo agente externo; nem sempre surgem espontaneamente” (p. 30-31).

¹⁴ Esse trabalho também terá como referência estudos de Tardif. Suas idéias serão discutidas no Capítulo 2.

Escolhemos, assim, como foco da pesquisa o desenvolvimento profissional dos professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental, pois segundo Fiorentini et al. (2002, p. 143), no Brasil, há uma carência de pesquisa com professores desse nível de ensino. Esse mesmo estudo indica “que o campo da pesquisa ligado à formação continuada do professor a partir da prática profissional – o qual envolve saberes, habilidades, competências, pensamento e prática – é um terreno ainda praticamente inexplorado” (p. 158).

Assim, a nossa primeira questão de pesquisa apresentada de forma bem ampla é:

Que fatores influenciam no desenvolvimento profissional de professores do Ensino Fundamental num processo de formação na própria escola onde lhe sejam garantidos espaços para estudar e refletir sobre conhecimentos historicamente produzidos e sobre sua prática?

1.3 INSERÇÃO DESTE TRABALHO NO GRUPO DE PESQUISA

Nosso estudo está inserido na linha de pesquisa “Conceitos matemáticos: formação e evolução”, e nesta linha estudaremos a questão da formação do professor polivalente do Ensino Fundamental, focando o ensino da matemática e, em especial, a construção da noção de número racional.

Considerando que o professor polivalente precisa trabalhar com conteúdos matemáticos e compartilhando das idéias de Shulman (1986), quando afirma que para ensinar é necessário que o professor domine os conteúdos específicos de sua área, acreditamos ser importante investigar as concepções que os professores têm de números racionais em sua representação fracionária. Essa escolha se deve ao fato de, em geral, ser feita a abordagem desse tema no decorrer das 3.^a e 4.^a séries do Ensino Fundamental, com crianças na faixa de 9 a 10 anos de idade.

Este estudo integra um Projeto que faz parte de uma pesquisa envolvendo a cooperação entre a Oxford University, sob a coordenação da professora Terezinha Nunes,

e o Centro das Ciências Exatas Tecnológicas PUC/SP, cujo objetivo é investigar os problemas do ensino e da aprendizagem do conceito de número racional em sua representação fracionária. Nossa contribuição para esse conjunto de pesquisas se dará na área da formação do professor de matemática das primeiras séries do Ensino Fundamental, com o propósito de melhor compreender a prática docente e responder à nossa questão de pesquisa que agora se configura, ou seja:

Quais os fatores que influenciam o desenvolvimento profissional de professores do Ensino Fundamental num processo de formação na própria escola sobre o ensino da representação fracionária do número racional, onde lhes sejam garantidos espaços para estudar e refletir sobre conhecimentos historicamente produzidos e sobre sua prática?

O estudo comparativo sobre as concepções de número racional representado na forma de fração e a sua relação com a prática pedagógica do professor do 2.º ciclo¹⁵ do Ensino Fundamental¹⁶ serviu como ponto de partida para a elaboração de uma seqüência de trabalho que será utilizada em nossa pesquisa realizada na escola. Durante o processo de reflexão sobre os significados da representação fracionária dos números racionais, os professores elaboraram uma proposta de trabalho envolvendo sua prática.

Dessa forma, o objetivo central deste trabalho é realizar uma análise dos diferentes fatores presentes no desenvolvimento profissional de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, a partir de observações e da reflexão do ensino e aprendizagem sobre frações, quando esses professores estão inseridos num Projeto de Pesquisa. Para estudos dos significados da representação fracionária dos números racionais utilizaremos a

¹⁵ Essa é a classificação proposta pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que “constituem um referencial para fomentar a reflexão sobre os currículos estaduais e municipais, a qual já vem ocorrendo em diversos locais. Sua função é orientar e garantir a coerência das políticas de melhoria da qualidade de ensino, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contacto com a produção pedagógica atual”. Os PCNs propõem uma organização em ciclos de dois anos, o primeiro ciclo se refere à 1.ª e à 2.ª série, o segundo ciclo à 3.ª e à 4.ª série, e assim subseqüentemente, para as outras quatro séries do Ensino Fundamental.

¹⁶ Fizemos a comparação de nosso diagnóstico, realizado com todos os professores e 30% dos alunos de 3.ª e 4.ª séries numa escola de 1.º e 2.º ciclos, na Diretoria de Ensino de Caieiras, com outras pesquisas diagnósticas que estão sendo feitas pelo grupo de pesquisa referido.

Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983), os estudos de Nunes (2003), incluindo resultados da revisão bibliográfica da literatura mais recente sobre formação de professores.¹⁷

Para responder à nossa questão de pesquisa e atingir os objetivos descritos, partimos do pressuposto de que é necessário que o professor, além do conhecimento específico do conteúdo, reflita sobre a importância de garantir aos alunos a vivência de situações diversas que propiciem aos alunos a oportunidade de construir diferentes significados dos números racionais na representação fracionária.

Assim, pretendemos que esta pesquisa contribua para o conjunto de estudos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa citado anteriormente. Todas as pesquisas concluídas pelo grupo foram diagnósticas. Destas, três trataram das concepções dos alunos e uma tratou das concepções do professor a respeito do número racional, em sua representação fracionária. São elas:

- Moutinho (2005) identificou as concepções que alunos da 4.^a e 8.^a séries do Ensino Fundamental utilizaram em face de situações-problemas que abordavam esse conceito;
- Merlini (2005) fez uma investigação análoga à de Moutinho com o objetivo de observar estratégias dos alunos de 5.^a e 6.^a séries do Ensino Fundamental diante de problemas que abordam o conceito de fração;
- Rodrigues (2005) identificou aspectos do conceito de fração relativos aos significados parte-todo e quociente que permanecem não apropriados pelos alunos em fase de escolarização posterior ao ensino formal desses números;
- Santos (2005) analisou as concepções de professores do Ensino Fundamental com base em problemas elaborados e resolvidos por professores que envolviam o conceito de fração;
- A dissertação de Canova (2006) identificou e analisou as crenças, concepções e competências dos professores que atuavam no 1.^o e 2.^o ciclos no Ensino

¹⁷ Conforme citado anteriormente, nossos estudos iniciais têm como base trabalhos de Nóvoa, Schön, Zeichner, Shulman e Serrazina, entre outros.

Fundamental no que diz respeito ao conceito de número racional, representado em forma de fração, e aos seus diferentes significados;

- A tese de Damico (2007), investigou a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental.

1.4 REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS: DA QUESTÃO DO CONTEÚDO MATEMÁTICO À RELEVÂNCIA DO TEMA

Diversas pesquisas internacionais têm discutido a questão da construção do conceito de número racional pelos alunos.¹⁸ Em 1992, Behr et al. já afirmavam que existe um consenso entre os pesquisadores de que aprender as noções ligadas a números racionais é um sério obstáculo a ser ultrapassado, que envolve questões de ensino e de aprendizagem.

Assim, para discutir a relevância atual desse tema, é importante retomar algumas pesquisas recentes no Brasil. Sabemos que o trabalho escolar com frações inicia-se, em geral, no 2.º ciclo do Ensino Fundamental (3.ª série), é retomado sistematicamente nas duas séries subseqüentes, e mais tarde esporadicamente em praticamente todas as séries do Ensino Fundamental e Médio. No entanto, pesquisas recentes desenvolvidas no Brasil (Silva, 1997; Bezerra, 2001; Moutinho, 2005; Merlini, 2005; Santos, 2005; Canova, 2006) mostram que os alunos têm pouco domínio desse conceito, fato comprovado em diferentes avaliações externas.

Observando resultados de avaliações externas, como as realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)¹⁹ desde 1990, percebemos que o Brasil não tem avançado muito nessa questão.

O SAEB de 2001 tinha o objetivo de avaliar o desempenho dos alunos brasileiros da 4.ª e 8.ª séries do Ensino Fundamental e da 3.ª série do Ensino Médio, na disciplina de

¹⁸ Ver: Freudenthal, 1983; Ohlsson, 1987 e 1988; Bigelow, Davis e Hunting, 1989; Kieren, 1989.

¹⁹ SAEB, Criado em 1990, a cada dois anos avalia, nacionalmente, conteúdos matemáticos, tendo como foco a resolução de problemas

Matemática, em nível nacional. No que diz respeito à resolução de problemas, os resultados mostram que em algumas questões as crianças tinham um percentual de acerto em torno dos 35%. Vejamos um exemplo cujo objetivo é avaliar a habilidade de identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados:

Para fazer uma horta, Marcelo dividiu um terreno em 7 partes iguais. Em cada uma das partes, ele plantará um tipo de semente.
Que fração representará cada uma das partes dessa horta?

➤ (A) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{7}{1}$
(B) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{7}{7}$

Percentual de Respostas às Alternativas				
A	B	C	D	Em branco e nulas
35	10	14	33	8

Observa-se aqui que se trata de uma questão relativamente simples, que é facilmente encontrada em livros didáticos. É uma situação que envolve o significado de parte-todo,²⁰ cujo acerto foi de 35%, taxa considerada baixa, se levarmos em conta que pesquisas recentes (Merlini, 2005; Moutinho, 2005; Canova, 2006) indicam que “há uma forte tendência em traduzir o conceito de número racional, na representação fracionária, utilizando apenas um significado, seja parte-todo, seja operador multiplicativo” (Canova, 2006).

Ainda em relação a essa questão, o MEC afirma no relatório SAEB (2001)²¹ que:

deve-se ressaltar que os números fracionários precisam ser mais bem explorados, especialmente em situações práticas, de modo a adquirir significado pelos alunos. É mais importante, na 4.ª série do Ensino Fundamental, trabalhar o conceito de fração, explorando suas diferentes

²⁰ Segundo Nunes, a idéia presente nesse significado é a da partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Assim, assumiremos como significado parte-todo o todo dividido em partes iguais em situações estáticas, em que a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta.

²¹ O Relatório Saeb 2001 – Matemática foi produzido pelo INEP/MEC, e detalha a aplicação das avaliações do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), referentes à disciplina de matemática, no ano de 2001. Gráficos, textos teóricos, gráficos comparativos, comentários pedagógicos sobre a prova e conclusões estão no relatório disponível em: http://www.inep.gov.br/download/saeb/2001/relatorioSAEB_matematica.pdf.

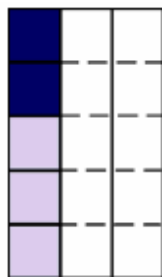
possibilidades, inclusive relacionando representações fracionárias e decimais ($1/2 = 0,5$), do que lidar com a memorização de procedimentos para realizar operações com frações (p. 30).

Observamos ainda que em situações que envolvem números racionais com o significado de parte-todo – mais explorada, segundo os resultados das pesquisas citadas, não houve um índice significativo de acerto. Poderíamos inferir que isso se deve ao fato de a situação problema não apresentar ícone;²² porém, parece-nos que a dificuldade encontrada é relacionada ao tema, pois resultados não satisfatórios são encontrados também em outras avaliações.

Em 2005, outra avaliação externa, o Sistema de Avaliação de Rendimento do Estado de São Paulo (SARESP)²³ também avaliou habilidades matemáticas e chegou a resultados próximos aos citados até aqui.

O exemplo a seguir foi proposto a alunos da 5.^a série e tinha como objetivo avaliar a habilidade de resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números racionais positivos:

07. Uma plantação foi feita de modo a ocupar $2/5$ da terça parte da área de um sítio, como mostra a figura. Em relação à área total do sítio, a fração que representa a área ocupada por essa plantação é:



²² Entendemos representação icônica como a representação que utiliza o desenho para ilustrar a situação.

²³ SARESP é o sistema de avaliação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. Criado em 1996, até o momento apresentou nove edições, sendo que as duas últimas em que a matemática esteve presente foram as de 2000 e 2005. Segundo seu projeto, o SARESP tem por objetivo “obter indicadores educacionais que possam subsidiar a elaboração de propostas de intervenção técnico-pedagógica no sistema de ensino, visando a melhorar a sua qualidade e a corrigir eventuais distorções detectadas”. Em matemática, essa avaliação é feita a partir da aplicação de provas para medir o desempenho dos alunos em Matemática, constituída de questões objetivas envolvendo habilidades preestabelecidas tanto no Ensino Fundamental (3.^a a 8.^a séries) quanto no Ensino Médio.

$$(A) \frac{2}{15} \quad (B) \frac{2}{3} \quad (C) \frac{3}{2} \quad (D) \frac{3}{15}$$

Apresenta-se aqui a situação de parte-todo, de certa forma parecida com a anterior. Ao avaliar alunos de 6.^a série, que, de acordo com orientações propostas em documentos de referência curricular, deveriam ter trabalhado com números racionais pelo menos nos três últimos anos, somente 37% acertaram, o que nos leva a concluir que o ensino e a aprendizagem das frações não vão bem.

Além do que foi citado, observamos resultados semelhantes em pesquisas recentes (Bezerra, 2002; Moutinho, 2005; Merlini, 2005), indicando diversas dificuldades relacionadas à aprendizagem das frações.

Quanto ao ensino desse tema, Nunes (1997), tomando como base a pesquisa de Campos e Cols (1995), já sinalizava que havia uma forte tendência por parte dos professores no sentido de trabalhar o conceito de número racional em sua representação fracionária utilizando prioritariamente o significado parte-todo. Esse fato também é discutido em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997). Recentemente, estudos como os de Silva (1997); Santos (2005), Canova (2006) e Damico (2007) também mostraram que há uma ênfase muito grande no ensino de números racionais representados em forma de fração, utilizando prioritariamente o significado parte-todo, nas séries iniciais, ou operador multiplicativo nas séries finais.

Ainda com relação às questões de ensino e aprendizagem dos números racionais, Canova (2006) observa uma relação intrínseca das concepções dos professores com a própria aprendizagem e a sua influência sobre o ensino e aprendizagem dos alunos. A pesquisadora observou que os docentes também apresentam um índice maior de sucesso em problemas que envolvem o significado parte-todo e que, assim como os alunos, têm

maior dificuldade nos problemas que envolvem situações onde, por exemplo, $\frac{a}{b}$ expressa um número na reta real. Outro trabalho importante e ser citado foi o de Damico (2007), que, ao investigar a formação inicial de professores de matemática para o ensino desse mesmo conjunto numérico em duas universidades do ABC paulista, observa um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, sendo que o último prevaleceu. Verificou também um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação dos números racionais normalmente ensinados no Ensino Fundamental.

Analisando as pesquisas citadas e considerando, assim como Ponte (1992), que as concepções dos alunos são diretamente influenciadas pelo trabalho feito pelos professores, acreditamos ser importante levar também em conta o conhecimento docente, pois este tem papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Cabe salientar que esse conhecimento não se restringe ao conhecimento sobre o tema a ser trabalhado (saberes da disciplina e/ou saberes curriculares), uma vez que o saber docente envolve outros saberes (Tardif, 2002). Segundo esse pesquisador, é necessário reconhecer a diversidade e heterogeneidade desse saber, destacando a importância dos saberes da experiência: “Os saberes da experiência passarão a ser reconhecidos a partir do momento em que o(a)s professore(a)s manifestarem suas próprias idéias sobre os saberes curriculares, das disciplinas e, sobretudo, sobre sua própria formação profissional” (p. 232). Tardif conclui que, diferentemente dos conhecimentos universitários, os saberes profissionais não são construídos e utilizados em função de transferência ou generalização, mas estão ligados fortemente a uma situação de trabalho à qual devem atender.

Levando em conta a opinião de Tardif et al. (1991), a respeito da prática como um processo de aprendizagem, segundo o qual os professores fazem uma releitura de sua formação e a adaptam à profissão, nossa pesquisa procurou estudar os saberes dos professores nos diferentes momentos da formação continuada, analisando os fatores que poderiam influenciar o desenvolvimento profissional docente.

Para essa análise, nos referenciamos também em estudos como os de Shulman (1986) e Serrazina (1998). Shulman (1986) defende a necessidade de haver domínio do conteúdo a ser trabalhado por parte do professor e Serrazina (1998), ao pesquisar a capacidade de reflexão das professoras de matemática com quem trabalhou, observou que há uma relação entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da área.

Desse modo, pretendemos, neste estudo, realizar uma análise sobre os diferentes fatores presentes no desenvolvimento profissional dos professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, a partir de observações e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da representação fracionária dos números racionais, quando esses professores estão inseridos num projeto de pesquisa.

CAPÍTULO 2

NOVOS DESAFIOS PARA A PROFISSÃO PROFESSOR

Neste capítulo apresentaremos a fundamentação teórica relacionada à formação de professores. Inicialmente, faremos considerações referentes à legislação brasileira que dispõe sobre as questões da formação e atuação do professor. Faremos também uma análise de teorias que versam sobre a formação de professores e, em particular, das que tratam da reflexão sobre a prática. Para tanto, faremos um levantamento histórico desses trabalhos, considerando as contribuições de Dewey (1979), que fundamentou o trabalho de Schön (1983), ampliadas pelas discussões de Shulman (1986), Tardif (2000), Zeichner (1993), Ponte (1992) e Serrazina (1999). Do Brasil, analisaremos trabalhos de Pimenta (1994) e estudos como o de Fiorentini et al. (2002), entre outros que têm contribuído para este debate.

2.1 A LEGISLAÇÃO E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Não temos a intenção de fazer uma análise profunda da legislação relacionada à formação de professores no que tange aos cursos que proporcionam essa formação, como Pedagogia, Normal Superior ou continuada. Queremos aqui, sobretudo, discutir questões relacionadas às atribuições, conhecimentos e competências profissionais dos docentes que lecionam nas primeiras séries do Ensino Fundamental e que poderiam ser propiciadas pelos cursos de formação.

2.1.1 Formação de professores no contexto brasileiro

A década de 1990 foi marcada por intensos debates em torno da educação. As bases para o projeto de educação em nível mundial foram determinadas na Conferência Mundial sobre Educação para Todos, realizada em Jomtien, na Tailândia, em 1990, cuja meta era:

Satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem – Cada pessoa – criança, jovem ou adulto – deve estar em condições de aproveitar as oportunidades educativas voltadas para satisfazer suas necessidades básicas de aprendizagem (UNESCO, 1990, p. 2).

Elaborado a partir dessa Conferência, foi divulgado pela UNESCO em 1996 um relatório produzido por especialistas de diferentes países com o objetivo de identificar as tendências da educação nas décadas seguintes. O relatório *Educação: um tesouro a descobrir* (Delors et al., 1996) indica, entre outras questões, as aprendizagens que são os quatro pilares para a educação, ou seja: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver junto e aprender a ser. Foram escolhidos, segundo o documento, os quatro aspectos que servem como vias de acesso ao conhecimento e ao convívio social democrático. Esse relatório ressalta a importância de redimensionar o papel do professor e a necessidade de adequar a formação desse profissional, oferecendo condições favoráveis para a realização do seu trabalho.

No Brasil, foram divulgados documentos oficiais que surgiram permeando esse debate nacional e internacional. Sob a influência da Conferência Mundial sobre Educação para Todos, além da LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996), foram elaborados os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), os Referenciais Curriculares Nacionais (1998) e o Referencial para a Formação de Professores (1998).

2.1.2 Formação docente a partir da divulgação do Referencial para a Formação de Professores (1998)

Com o objetivo de analisar o enfoque legal da questão da formação docente e a reflexão sobre a prática, faremos aqui uma análise do documento elaborado em 1998, que tomou como referência os demais documentos oficiais.

Em 1998, a Secretaria da Educação Fundamental (MEC) divulga o Referencial para a Formação de Professores, com o objetivo de:

provocar e ao mesmo tempo orientar as transformações na formação de professores, procurando contribuir na sistematização do debate nacional sobre a formação de professores e, ao mesmo tempo, reafirmar a importância estratégica da implementação de políticas públicas para o desenvolvimento profissional dos professores (MEC, 1998, p. 3).

Esse documento trata, inicialmente, do papel e do perfil profissional dos professores, a partir do panorama da situação da época e das tendências da formação profissional. Em seguida, discute a natureza da atuação docente, explicita as funções e competências profissionais e os desdobramentos em âmbitos de conhecimento profissional, orientando questões relacionadas à formação docente. Apresenta indicações para a formulação de currículos e programas de formação, aborda a relação entre desenvolvimento profissional e progressão na carreira, reconhece ainda a importância de uma formação de qualidade e considera que o perfil do professor necessita incorporar as tendências de formação de um professor reflexivo, possibilitando o desenvolvimento do professor como pessoa, como profissional e como cidadão.

A formação de professores é tratada nos Referenciais para Formação de Professores a partir das dimensões política e pessoal, tendo como base o disposto na LDB, que contempla essas dimensões quando estabelece que “a educação (...) tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (LDB, artigo 2.º). Nessa perspectiva, apresentam duas decorrências da educação, que devem ser um reflexo imediato da formação de professores. Ou seja:

1. Implica em ter como objetivo da educação escolar o desenvolvimento das múltiplas capacidades do ser humano, e não apenas o desenvolvimento cognitivo, ampliando a concepção de educar para além do instruir.

2. Por outro lado, implica também a afirmação de um determinado modo de relação com o conhecimento, com os valores, com os outros, um modo de estar no mundo que se expressa na idéia de relações de autonomia (p. 27).

Assim, segundo esse documento, as dimensões – política e pessoal – vêm ampliar os objetivos da formação de professores, ou seja, devem ter a finalidade de atingir além das questões relacionadas ao cognitivo, uma autonomia que proporcionará a superação da “dicotomia entre perspectivas individualistas” e “coletivistas” redutoras, cada uma a seu modo (p. 27).

Os Referenciais para a Formação de Professores também chamam a atenção para o fato de o trabalho educacional ser ao mesmo tempo de natureza complexa e singular, ou seja: “alunos não são iguais numa classe e noutra, tampouco apresentam as mesmas características em todos os momentos [e] ao mesmo tempo, no seio dessa atuação complexa, há o indispensável compromisso com resultados” (p. 30).

Os Referenciais para Formação de Professores chamam a atenção para o fato de que a prática muitas vezes é determinada pelo *habitus*, o que Perrenoud (1993) considera como “esquemas de pensamento e de ação que alicerçam as inúmeras microdecisões tomadas em sala de aula” (p. 109). Além disso, seguindo as idéias desse autor, os Referenciais retomam a importância de existirem espaços e momentos que possibilitem ao professor uma releitura das experiências vividas. O texto recorre a estudos que discutem os níveis de reflexão que envolvem o professor. Ou seja, no momento em que o professor, na sala de aula, precisa tomar decisões, ele o faz muitas vezes confrontando suas idéias com a situação posta. Nesse documento, tal ação é designada como reflexão na ação, no qual se salienta a necessidade de fazer uma reflexão *a posteriori*, ou seja, a reflexão sobre a ação “de forma que, compreendendo o conhecimento subjacente à sua atuação, o professor possa ampliá-lo, transformá-lo e torná-lo alimento para novas ações” (p. 31).

Para explicitar as funções do professor, o Referencial para a Formação se fundamenta nos artigos 1, 2 e 13 da LDB.²⁴ Essas funções, segundo o documento,

²⁴ “Art. 1.º A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais. Art. 2.º A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (...) Art. 13. Os docentes incumbir-se-ão de: I – participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino; II – elaborar e cumprir plano de trabalho, segundo a proposta pedagógica do estabelecimento de ensino; III – zelar pela aprendizagem dos alunos; IV – estabelecer estratégias de recuperação para os alunos

descrevem o campo de atuação do profissional docente e, além disso, são “o ponto de partida para a definição das competências necessárias para exercício da profissão”. São apresentadas como segue:

- I. *Participar da elaboração do projeto educativo da escola e do conselho escolar;*
- II. *Propiciar e participar da integração da escola com as famílias e a comunidade;*
- III. *Participar da comunidade profissional;*
- IV. *Zelar pelo desenvolvimento pessoal dos alunos, considerando aspectos éticos e de convívio social;*
- V. *Criar situações de aprendizagem para todos os alunos;*
- VI. *Conceber, realizar, analisar e avaliar as situações didáticas, mediando o processo de aprendizagem dos alunos nas diferentes áreas de conhecimento;*
- VII. *Gerir os trabalhos da classe.* (p. 41).

As três primeiras funções descritas acima mostram o campo ampliado de atuação do professor, o que pode representar um avanço em relação ao disposto na antiga LDB (Lei 5.692/71), que considerava esses profissionais como meros executores de propostas elaboradas por “especialistas”. Apresenta uma visão ampliada de desenvolvimento profissional, excluindo a concepção de formação baseada na racionalidade técnica.²⁵ Entretanto, cabe questionar se esse destaque dado ao papel do professor realmente consegue garantir o aumento do *status* da profissão docente ou se pode significar apenas um aumento de atribuições.

O Referencial para Formação de Professores é orientado por pressupostos que demonstram essa preocupação. O documento afirma que “os projetos de desenvolvimento profissional só terão eficácia se estiverem vinculados a condições de trabalho, avaliação, carreira e salário” (p. 9). Ou seja, pelo menos no campo oficial há registros de prescrições para que a formação seja entendida como processo contínuo e permanente de desenvolvimento, o que implica a existência de um professor com disponibilidade para obter uma formação que o ensine a aprender, e de um sistema escolar que o insira como

de menor rendimento; V – ministrar os dias letivos e horas-aula estabelecidos, além de participar integralmente dos períodos dedicados ao planejamento, à avaliação e ao desenvolvimento profissional; VI – colaborar com as atividades de articulação da escola com as famílias e a comunidade.”

²⁵ A racionalidade técnica é à base do paradigma taylorista, modelo que durante muito tempo norteou a educação. Nesse modelo há uma nítida separação entre a função dos pesquisadores e especialistas – que elaboram propostas, planos, programas, ou seja, que produzem conhecimento – e a função dos professores, que seriam os consumidores e executores dos conhecimentos produzidos e planejados pelos especialistas.

profissional, proporcionando reais condições para continuar aprendendo.

Assim, consideramos serem um avanço as funções indicadas. Entretanto, chamamos a atenção para o fato de haver necessidade de garantir uma busca constante de condições para a participação dos professores, tanto na elaboração coletiva da proposta pedagógica da escola como no seu envolvimento em um plano de trabalho próprio, promovendo, enfim, o exercício de autonomia. Contudo, precisamos observar se, de fato, a organização das escolas realmente tem permitido essa troca de conhecimento entre os docentes. Acreditamos que, para tanto, há necessidade de aumentar o tempo dedicado à reflexão coletiva, permitindo, assim, a troca de idéias e organização dos conhecimentos adquiridos, bem como o envolvimento nos projetos da escola.

Ainda pertinente aos indicativos legais que descrevem as funções dos professores, nos itens que indicam a necessidade do professor: participar da elaboração do projeto educativo e do conselho escolar; propiciar e participar da integração da escola com as famílias e a comunidade; percebemos também um aumento quantitativo e qualitativo nas atribuições docentes. Aqui o papel de destaque do professor imputa-lhe uma responsabilidade que inclui a aprendizagem do aluno, mas indo muito além. Há, portanto, um aumento da responsabilidade do professor, pois, num contexto em que temos observado diversos fatores sociais externos, ainda permanecem as questões internas de ensino e aprendizagem.

É claro que sabemos que não bastaria essa reforma da lei para que os problemas internos fossem resolvidos; todavia, as implicações das conjunturas sociais não podem ser desconsideradas. É o que Nóvoa (1991) chama de “epicentro da crise”, ou seja, a principal causa da crise da profissão docente é a existência “de uma brecha entre uma visão idealizada e a realidade concreta do ensino” (p. 20).

Brzezinski (2002) também distingue em seu estudo as duas esferas definidoras de políticas educacionais: a do mundo oficial e a do mundo real. Comparou a Lei 9.394/96 com estudos sobre a formação do profissional da educação e o momento socioeconômico brasileiro. Suas conclusões indicam as limitações existentes na lei em relação às propostas no movimento nacional. Mello (1999), ao escrever um artigo sobre os programas oficiais de

formação de professores (“Official programs for the formation of basic education teachers”) também chama a atenção para o fato de que, se essas atribuições não forem bem articuladas, poderão, em vez de revigorar a função social da docência, gerar “perigosos sentimentos de frustração e de impotência”.

Nesse artigo, a autora faz referência à pesquisa realizada pela Confederação Nacional dos Trabalhadores da Educação (CNTE), em parceria com o Laboratório de Psicologia da Universidade de Brasília, sobre as condições de trabalho e saúde dos trabalhadores em educação, ressaltando que os resultados revelaram “indicadores no mínimo perturbadores acerca da prática educativa relacionada à apropriação/expropriação de competências” e que estes dados, além disso,

... revelam que a auto-estima do professor, já tão comprometida pela acentuada desvalorização salarial, sofre impactos que ganham dimensão de verdadeira síndrome – a síndrome da desistência, conhecida como Burnout – diante da impotência em realizar sua tarefa. Mesmo sabendo, teoricamente, como executá-la, faltam-lhe elementos essenciais à segurança da prática pedagógica (Mello, p. 3).

A autora reafirma e conclui que a formação profissional é um direito social, não podendo ser desvinculada de outras políticas de valorização docente. Concordamos com tal afirmação e acreditamos ser indispensável à análise do contexto dessa política de formação.

Portanto, se considerarmos que as responsabilidades do professor são ampliadas, é importante verificar quais seriam as questões legais referentes tanto para a formação inicial quanto para a continuada e descobrir se no âmbito legal há previsão de preparação do profissional para atuar nessa “realidade concreta”.

Em relação ao conhecimento profissional do professor, o Referencial para a Formação de Professores afirma que representa o conjunto de saberes que o habilitam para o exercício de todas as funções para o seu desenvolvimento profissional. Assim, mesmo considerando que esses saberes não podem ser confundidos com o conhecimento de

conceitos e técnicas, esse documento ressalta que o desenvolvimento das competências profissionais do professor “pressupõe os conhecimentos da escolaridade básica, direito de todo e qualquer cidadão”. Em seguida, chama-se a atenção para o fato de que a realidade atual do sistema educacional brasileiro é marcada por uma formação inicial “precária e muitas vezes insuficiente para sua atuação profissional” (p. 43). Assim, propõe que tais saberes devem ser incorporados pelas diversas ações de formação, quais sejam:

Nos currículos de formação inicial no nível médio, esses conhecimentos são garantidos pela Base Nacional Comum, que não deve ser prejudicada em função da formação profissional. No nível superior, podem ser trabalhados em módulos separados, anteriores ou simultâneos à formação profissional; e na formação continuada, como complementação, por meio de ações integradas à atuação profissional (p. 43).

O Referencial para a Formação de Professores acrescenta que o conhecimento profissional docente, que deve ser construído durante a formação inicial, precisa ser ampliado nas ações de formação continuada, indicando que “o professor se desenvolve à medida que vai estudando, refletindo sobre a prática e construindo conhecimentos experienciais por meio da observação e das situações didáticas de simulação das quais participa”. Por fim, considera que o conhecimento profissional deve ser garantido na formação docente e organizado em cinco âmbitos: conhecimento sobre crianças, jovens e adultos; conhecimento sobre a dimensão cultural, social e política da educação; conhecimento geral e profissional; conhecimento pedagógico; e conhecimento experiencial contextualizado em situações educacionais.

Nesse documento está proposto, enfim, que a formação deve ser orientada com o objetivo de construir competências profissionais, pois admite que os conteúdos da formação “não terão qualquer utilidade, do ponto de vista profissional, se não favorecerem a construção das competências” (p. 44). Portanto, ao se levar em consideração que os objetivos da formação de professores estão diretamente ligados ao desenvolvimento das competências e à sua atuação profissional, no documento são apresentadas 22 competências²⁶ que deverão servir de base para as ações, tanto da formação inicial como da

²⁶ O Referencial para a Formação de Professores apresenta as seguintes competências:

“• Pautar-se por princípios da ética democrática: dignidade humana, justiça, respeito mútuo, participação, responsabilidade, diálogo e solidariedade, atuando como profissionais e como cidadãos;

continuada.

Quanto à questão específica da formação dos profissionais da educação, a LDB dedica um capítulo a esse tema. Assim, complementando as disposições do artigo 13, encontramos o artigo 61, que trata das relações entre teoria e prática presentes na formação

-
- Utilizar conhecimentos sobre a realidade econômica, cultural, política e social brasileira para compreender o contexto e as relações em que está inserida a prática educativa;
 - Orientar as escolhas e decisões metodológicas e didáticas por princípios éticos e por pressupostos epistemológicos coerentes;
 - Gerir a classe e os instrumentos para a organização do trabalho, estabelecendo uma relação de autoridade e confiança com os alunos;
 - Analisar situações e relações interpessoais nas quais estejam envolvidos com o distanciamento profissional necessário à sua compreensão;
 - Intervir nas situações educativas com sensibilidade, acolhimento e afirmação responsável de sua autoridade;
 - Investigar o contexto educativo na sua complexidade e analisar a prática profissional, tomando-a continuamente como objeto de reflexão para compreender e gerenciar o efeito das ações propostas, avaliar seus resultados e sistematizar conclusões de forma a aprimorá-las;
 - Promover uma prática educativa que leve em conta as características dos alunos e da comunidade, os temas e necessidades do mundo social e os princípios, prioridades e objetivos do projeto educativo e curricular;
 - Analisar o percurso de aprendizagem formal e informal dos alunos, identificando características cognitivas, afetivas e físicas, traços de personalidade, processos de desenvolvimento, formas de acessar e processar conhecimentos, possibilidades e obstáculos;
 - Fazer escolhas didáticas e estabelecer metas que promovam a aprendizagem e potencializem o desenvolvimento de todos os alunos, considerando e respeitando suas características pessoais, bem como diferenças decorrentes de situação socioeconômica, inserção cultural, origem étnica, gênero e religião, atuando contra qualquer tipo de discriminação ou exclusão;
 - Atuar de modo adequado às características específicas dos alunos, considerando as necessidades de cuidados, as formas peculiares de aprender, desenvolver-se e interagir socialmente em diferentes etapas da vida;
 - Criar, planejar, realizar, gerir e avaliar situações didáticas eficazes para a aprendizagem e para o desenvolvimento dos alunos, utilizando o conhecimento das áreas a serem ensinadas, das temáticas sociais transversais ao currículo escolar, bem como as respectivas didáticas;
 - Utilizar diferentes e flexíveis modos de organização do tempo, do espaço e de agrupamento dos alunos para favorecer e enriquecer seu processo de desenvolvimento e aprendizagem;
 - Manejar diferentes estratégias de comunicação dos conteúdos, sabendo eleger as mais adequadas considerando a diversidade dos alunos, os objetivos das atividades propostas e as características dos próprios conteúdos;
 - Analisar diferentes materiais e recursos para utilização didática, diversificando as possíveis atividades e potencializando seu uso em diferentes situações;
 - Utilizar estratégias diversificadas de avaliação da aprendizagem e, a partir de seus resultados, formular propostas de intervenção pedagógica, considerando o desenvolvimento de diferentes capacidades dos alunos.
 - Participar coletiva e cooperativamente da elaboração, gestão, desenvolvimento e avaliação do projeto educativo e curricular da escola, atuando em diferentes contextos da prática profissional além da sala de aula;
 - Estabelecer relações de parceria e colaboração com os pais dos alunos, de modo a promover sua participação na comunidade escolar e uma comunicação fluente entre eles e a escola;
 - Desenvolver-se profissionalmente e ampliar o horizonte cultural, adotando uma atitude de disponibilidade para a atualização, flexibilidade para mudanças, gosto pela leitura e empenho na escrita profissional;
 - Elaborar e desenvolver projetos pessoais de estudo e trabalho, empenhando-se em compartilhar a prática e produzir coletivamente;
 - Participar de associações da categoria, estabelecendo intercâmbio com outros profissionais em eventos de natureza sindical, científica e cultural;
 - Utilizar o conhecimento sobre a legislação que rege sua atividade profissional” (MEC, 1998, p. 44).

inicial.

Art. 61. A formação de profissionais da educação, de modo a atender aos objetivos dos diferentes níveis e modalidades de ensino e às características de cada fase do desenvolvimento do educando, terá como fundamentos:

I – a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço;

II – aproveitamento da formação e experiências anteriores em instituições de ensino e outras atividades. (p. 145).

Inicialmente, observamos que as possibilidades de formação dos profissionais de educação são ampliadas quando a lei reconhece a validade da alternativa da capacitação em serviço. Outra questão não menos importante é a relação entre teoria e prática e o aproveitamento de experiências anteriores que pretendem possibilitar a construção de uma trajetória formativa.

A esse respeito, o Conselho Nacional de Educação, em sua resolução de 2001, faz menção ao artigo 61, dando destaque ao que se dispõe sobre os processos isomorfos, dizendo que há dois aspectos nesse artigo que precisam ser destacados:

A relação entre teoria e prática e o aproveitamento da experiência anterior. Aprendizagens significativas, que remetem continuamente o conhecimento à realidade prática do aluno e às suas experiências, constituem objetivos da educação básica, expostos nos artigos citados [artigos 22, 27, 29, 32, 35 e 36]. E, reconhecendo a necessidade de estabelecer processos isomorfos para a formação do professor, a LDBEN os destaca como princípios metodológicos que presidirão os currículos de formação inicial e continuada (BRASIL/CNE/CP9, 2001, p. 11).

Esse isomorfismo de processos, que no documento referido também aparece como simetria invertida, é explicitado por Mello (1999), que diz que a:

... situação de formação profissional do professor é invertidamente simétrica à situação de seu exercício profissional. Quando se prepara para ser professor ele vive o papel de aluno. O mesmo papel, com as devidas diferenças etárias, que seu aluno viverá tendo a ele como professor. Por essa razão, tão simples e óbvia quanto difícil de levar às últimas conseqüências, a formação do professor precisa tomar como ponto de referência a partir do qual orientar a organização institucional e pedagógica dos cursos, a simetria invertida entre a situação de preparação profissional e o exercício futuro da profissão (p. 8).

Percebemos aqui, portanto, que já na LDB a questão da reflexão sobre a prática aparece como um dos fundamentos da formação. Nos Referenciais para a Formação de Professores percebemos essa inquietação relacionada à formação inicial, mas uma preocupação maior com o desenvolvimento profissional docente. A formação é entendida nesse documento como:

processo contínuo e permanente de desenvolvimento, o que pede do professor disponibilidade para a aprendizagem; da formação, que o ensine a aprender; e do sistema escolar no qual ele se insere, como profissional, condições para continuar aprendendo. Ser profissional implica ser capaz de aprender sempre, de mudar (p. 33).

Esse documento revela uma preocupação com o sistema de formação, afirmando que este deve ser criado de tal forma que permita o desenvolvimento profissional do professor, integrando seus sistemas e os diferentes momentos de formação (formação inicial e formação continuada).

2.1.3 Situação atual da formação de professores no Brasil

Observamos que o nível de formação dos professores no Brasil tem melhorado nos últimos anos. Na tabela abaixo, é possível perceber que, de 1999 a 2005, houve um acréscimo de 747.031 professores com formação em nível superior e que, no mesmo período, diminuiu o número de professores com nível fundamental ou médio:

Tabela : Formação docente no Brasil

Ano	Fundamental completo	Nível médio	Superior completo e sem Licenciatura	Total
1999	130.949	1.022.257	1.208.632	2.361.838
2000	116.798	1.062.341	1.300.188	2.479.327
2001	89.883	1.106.184	1.387.201	2.583.268
2002	53.502	1.133.517	1.491.904	1678923
2003	37.992	1.096.790	1.642.039	2.776.821
2004	28.257	1.005.831	1.788.172	2.822.260
2005	25.144	904.538	1.955.663	2.885.367
2006	1.665.341	795.816	2.143.430	4.604.587

1) O mesmo docente pode atuar em mais de um nível/modalidade de ensino e em mais de um estabelecimento.

2) O mesmo docente de ensino fundamental pode atuar de 1.^a a 4.^a e de 5.^a a 8.^a série.

Fonte: MEC-INEP

Entretanto, é importante salientar que essa situação está longe da legalidade. A nova LDB (Lei 9.394/96), assim dispõe sobre a formação de profissionais de educação em seu artigo 62:

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal.

Oficialmente a LDB (artigo 62) prevê que a formação docente para os profissionais que atuarão na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental deve ocorrer em curso normal superior ou em curso de nível médio, “flexibilizando” a trajetória de formação dos professores.

Ainda, com relação à questão do nível de formação, em 1999 o Decreto 3.276/99, numa tentativa de garantir a questão do ensino superior, estabelecia que a formação de professores para educação infantil e séries iniciais se faria exclusivamente em cursos normais superiores. Entretanto, tal expressão foi posteriormente modificada. O Decreto 3.554/2000 alterou o “exclusivamente” para a palavra “preferencialmente”.

Por fim, embora legalmente haja a determinação de que o patamar mínimo de formação do professor seja o nível médio,²⁷ existe consenso quanto à importância de se buscar a formação de todos os professores em nível superior. Esse fato foi confirmado pelo Plano Nacional de Educação (PNE), com a Lei 10.172, de 9 de janeiro de 2001, que defende a melhoria da qualidade do ensino no País e reconhece que esta somente poderá ser alcançada com a “valorização dos profissionais da educação. Particular atenção deverá ser dada à formação inicial e continuada, em especial dos professores”. Esse documento ainda chama a atenção para a importância de se garantir “condições adequadas de trabalho, entre elas o tempo para estudo e preparação das aulas, salário digno, com piso salarial e carreira de magistério”. Ou seja, defende que melhorar a qualidade de ensino inclui propiciar aos professores, além das boas condições de trabalho e salário, também boas propostas de formação inicial e continuada.

No documento que discute o desenvolvimento profissional permanente desses professores, formados em nível médio, consta que ele será realizado em programas de formação continuada, incluindo modalidades à distância. Isso nos parece ser uma proposta emergencial para o problema e nos leva a crer que poderá comprometer a qualidade da formação desses profissionais.

Outro caso tratado pela legislação refere-se aos graduados em nível superior mas sem habilitação para o exercício do magistério que queiram dedicar-se à educação básica. Estes poderão adquirir habilitação por meio de programas de formação pedagógica oferecidos por instituições de nível superior. Quanto à formação, Brzezinski (2002) entende

²⁷ A artigo 62 da LDB prevê que poderá ser admitida a formação de docentes para atuar na educação infantil e nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, **inclusive** a “oferecida em nível médio, na modalidade de Normal”. Esse nível de ensino equivale ao Ensino Médio profissionalizante.

que o inciso II do artigo 63²⁸ é um retrocesso e questiona a preocupação oficial relacionada a questões da especificidade e identidade da profissão docente ao permitir tal formação aligeirada.

E, finalmente, vejamos o artigo 67,²⁹ que trata da questão da formação continuada. Carneiro (1998) observa que, no cumprimento do que estabelece o texto legal: “a Constituição Federal determina a obrigatoriedade de admissão de professores somente por concurso público – além da existência de plano de carreira e piso salarial (Art. 206, inc. V). O texto legal em análise ratifica o mandamento constitucional e determina que haja um aperfeiçoamento contínuo dos professores, a exemplo do exigido na legislação anterior (lei 5692/71, Art. 38). Além disso, que disponibilize o tempo para o planejamento de ensino e forneça condições adequadas de trabalho”³⁰ (p. 152).

Por último, no âmbito do que está posto no artigo 67 da LDB, fica estabelecido que o professor conduz sua própria formação, refletindo sobre a prática e tomando decisões sobre ambientes de aprendizagem que concretizam o projeto pedagógico elaborado pelo coletivo da escola. Nesse sentido, o professor, ao se tornar sujeito da formação, torna-se também promotor de sua própria valorização.

Do que foi exposto, observamos que temos uma legislação que procura valorizar a questão da reflexão da prática e registra a importância de condições favoráveis para que isso ocorra. Todavia, devemos considerar que a lei não é suficiente para fornecer condições ideais de trabalho ao professor. Da nossa parte, pretendemos estender um pouco mais

²⁸ “Art. 63. Os institutos superiores de educação manterão: I – cursos formadores de profissionais para a educação básica, inclusive o curso normal superior, destinado à formação de docentes para a educação infantil e para as primeiras séries do ensino fundamental; II – programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica; III – programas de educação continuada para os profissionais de educação dos diversos níveis.”

²⁹ “Art. 67. Os sistemas de ensino promoverão a valorização dos profissionais da educação, assegurando-lhes, inclusive nos termos dos estatutos e dos planos de carreira do magistério público: I – ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos; II – aperfeiçoamento profissional continuado, inclusive com licenciamento periódico remunerado para esse fim; III – piso salarial profissional; IV – progressão funcional baseada na titulação ou habilitação, e na avaliação do desempenho; V – período reservado a estudos, planejamento e avaliação, incluído na carga de trabalho; VI – condições adequadas de trabalho. Parágrafo único. A experiência docente é pré-requisito para o exercício profissional de quaisquer outras funções de magistério, nos termos das normas de cada sistema de ensino.”

³⁰ Ver Constituição Federal, artigo 206, inciso VII, que define como um dos princípios do ensino a garantia de padrão de qualidade.

nossos estudos com relação à Reflexão, a fim de entender melhor o contexto dessa garantia legal, já que, segundo o artigo 61 da LDB, um dos fundamentos da formação dos profissionais da educação é a reflexão sobre a prática, que possibilita a reorientação da ação docente. Trataremos, pois, da relação entre a formação continuada do professor e a reflexão sobre a prática.

Zeichner,³¹ por exemplo, já em 1992, ao proferir uma palestra sobre o professor como prático reflexivo no 11th annual University of Wisconsin Reading Symposium, questionava o uso do termo “prática reflexiva” nos processos de reforma educativa, dizendo que “em vez de dar aos professores mais controle sobre suas condições de trabalho, o discurso da reflexão produz, de forma sutil, novos dispositivos de controle e de dependência do corpo docente” (p. 10).

2.2 O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR, A FORMAÇÃO E A REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA: O QUE DIZEM AS PESQUISAS

A reflexão sobre a prática tem sido defendida em diversos estudos desde o início do século – Dewey (1979), Schön (1983), Shulman (1986), Zeichner (1993), Nóvoa (1991), Ponte (1992), Alarcão (1996, 2001), Serrazina (1998). Também no Brasil constata-se que em muitas pesquisas realizadas a reflexão sobre a prática tem um destaque fundamental: Pimenta (1994), André (1999, 2001), Lüdke (1986, 2003), Fiorentini et al. (2002), entre outros.

Os termos *professor reflexivo*, *ensino reflexivo*, *professor prático reflexivo* tornaram-se palavras-chaves em muitas reformas mundiais e, em especial, no Brasil. Para entender essa idéia no ensino, é necessária uma busca de suas origens, fundamentos e características nas raízes do pensamento sobre a educação. Procuraremos, para isso, inicialmente, caracterizar a ação reflexiva de que fala John Dewey, destacar o termo reflexão e suas variantes, descritos por Donald Schön, bem como conhecer contribuições de Zeichner e Shulman. Em seguida, faremos um resgate dessa questão no Brasil.

³¹ Esse artigo faz parte da publicação: ZEICHNER, K. (1993). *Formação reflexiva de professores: idéias e práticas*, Lisboa: Educa.

Nesse contexto, consideramos a reflexão não como um adjetivo, mas como um conceito.³² Como adjetivo, seria um atributo do professor; o que levaria ao encerramento da discussão em torno das características e dos princípios relacionados ao ensino reflexivo, desconsiderando sua importância como movimento teórico de compreensão do trabalho docente. Tais questões, hoje amplamente discutidas pela comunidade acadêmica, foram introduzidas entre nós desde os estudos de Schön (1983), reflexão esta que também esteve associada ao “poder emancipatório” dos professores (Zeichner, 1993; Pimenta et al., 2005).

Entender a idéia de *professor reflexivo* pressupõe procurar suas raízes no pensamento sobre a educação. Implica assim, caracterizar o pensamento reflexivo, citado por Dewey, inspirador da escola nova, no início do século. O autor distinguia o ato humano de refletir e a rotina, considerava que uma experiência só seria significativa se houvesse a reflexão (Dewey, 1979, p. 199). Para o autor o “único caminho direto para o aperfeiçoamento duradouro dos métodos de ensinar e aprender consiste em centralizá-los nas condições que estimulam, promovem e põem em prova a reflexão e o pensamento. Pensar é o método de se aprender inteligentemente, de aprender aquilo que utiliza e recompensa o espírito” (Dewey, 1952, p. 167). O autor define três atitudes necessárias para a ação refletida: a abertura do espírito (o questionamento constante do professor sobre o que está realizando), a responsabilidade (análise cuidadosa das conseqüências de sua ação) e a sinceridade. Dewey também conceituou a experiência como a atividade que envolve uma ação ativo-passiva, considerando que a reflexão na experiência permite que haja uma percepção das relações entre o que se tenta fazer e suas conseqüências, possibilitando, então, uma experiência significativa. Esse conceito serviu como fundamentação aos trabalhos de Donald Schön,³³ que já no início dos anos 1980 valorizava a experiência como geradora do conhecimento. Em seu trabalho, estudou o desempenho de camponeses ao resolver problemas por ele propostos por meio da observação dos processos de resolução.

³² Reflexão como adjetivo pressupõe que se a reflexão é inerente ao ser humano e o professor é um ser humano, então o professor é um ser reflexivo.

³³ Donald Schön, pesquisador norte-americano que discute as competências de diversos grupos profissionais (não só professores como também arquitetos, médicos, etc.), que geram um conhecimento ligado à ação e adquirido por meio da atividade prática.

Schön influenciou a difusão do conceito de reflexão. Seus estudos³⁴ no campo da formação profissional, em geral sobre o desenvolvimento profissional, contribuíram para “popularizar” e estender ao campo da formação de professores e às teorias sobre a epistemologia da prática, em oposição ao que designa por *racionalismo técnico*.

O autor define *teoria em ação* como “uma teoria de comportamento humano intencional que é uma teoria de controle, mas quando atribuída ao agente também serve para explicar ou prever o seu comportamento” (p. 6) e classificou-a como:

- 1) teoria defendida: refere-se ao discurso;
- 2) teoria em uso: refere-se à prática.

Schön, em 1987, no livro *The reflective practitioner*, já propunha a questão do conhecimento profissional, tendo como eixo orientador a competência e o talento que os profissionais práticos (da arquitetura, música e psicanálise) têm para “agir no indeterminado”, porque desenvolvem uma forma de pensar no que fazem enquanto fazem. Nesse contexto, surgem noções fundamentais e Schön defende que o saber profissional se traduz num conjunto de competências marcadas pela prática da reflexão em diferentes níveis:

- ✓ Conhecimento na ação (*knowing-in-action*) – é o conhecimento que os profissionais demonstram na execução da ação;
- ✓ Reflexão na ação (*reflection-in-action*) – são descrições verbais ocorridas enquanto os profissionais atuam;
- ✓ Reflexão sobre a ação (*reflection-on-action*) – é a reconstrução mental da ação para tentar analisá-la retrospectivamente.

34 As propostas de Schön podem ser analisadas nas suas obras: ARGYRIS, C.; SCHÖN, D. (1974). *Theory in practice: increasing professional effectiveness*. San Francisco: Jossey-Bass; SCHÖN, D. (1983). *The reflective practitioner – how professionals think in action*. London: Temple Smith; e idem (1987). *Educating the reflective practitioner – toward a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco: Jossey-Bass.

Observamos que o documento oficial Referenciais para Formação de Professores também exprime o saber profissional docente nesse conjunto de competências:

Assim, pode-se dizer que existe sempre um conhecimento prático que se mostra nas ações cotidianas do professor e uma reflexão durante a ação, pois constantemente ele precisa tomar atitudes imediatas; mas esse conhecimento precisa ser potencializado no processo de formação por meio da reflexão a posteriori, de forma que, compreendendo o conhecimento subjacente à sua atuação, o professor possa ampliá-lo, transformá-lo e torná-lo alimento para novas ações (p. 31).

A esses três níveis de reflexão, Alarcão (2000) analisando Schön (1987), acrescenta: “estes dois últimos momentos de reflexão têm um valor epistêmico e tê-lo-ão ainda mais se sobre eles exercermos uma outra actividade que os ultrapassa: a Reflexão sobre a reflexão na ação” (p. 17). Trata-se do que Schön em 1987 chamou de *reflection on reflection-in-action*, ou seja, o momento em que se analisa a ação e a reflexão sobre a ação. Enfim, é a reflexão sobre a reflexão na ação que nos ajuda a direcionar nosso trabalho, compreendê-lo, prever futuros problemas e, quiçá, descobrir novas soluções.

Assim, para Schön, “ser reflexivo é muito mais do que descrever o que foi feito em sala de aula”: pressupõe também um questionamento sobre situações práticas. E afirma que é na reflexão sobre a ação que nos tornamos capazes de enfrentar situações novas e tomar decisões apropriadas, considerando, porém, que é a reflexão sobre a reflexão na ação que ajuda o profissional a progredir no seu desenvolvimento.

Schön valoriza a prática, cria a categoria de profissional reflexivo e propõe o conceito de reflexão-na-ação, definindo-o como o processo no qual os professores aprendem, a partir da análise e interpretação de sua própria atividade prática. Para ele, há um conhecimento em qualquer ação inteligente, mesmo que seja resultado de experiências e reflexões anteriores que tenham se consolidado a partir de rotinas ou esquemas semi-automáticos (conhecimento tácito). Portanto, Donald Schön, ao valorizar a *pesquisa na ação*, criou uma base para o que se convencionou chamar de *professor pesquisador*.

As idéias de Schön foram absorvidas, ampliadas e utilizadas como fundamentação para diversos estudos em diferentes países. Em Portugal, por exemplo, Ponte (2002), aponta dois objetivos como os principais dessa prática:

- ✓ visar alterar algum aspecto da prática, desde que haja necessidade dessa mudança;
- ✓ “compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de ação” (p. 6).

Assim como nas pesquisas, as idéias de Schön foram amplamente divulgadas e utilizadas como fundamentação para reformas curriculares em diferentes países. Não obstante, suas idéias sofreram algumas críticas em virtude de terem sido consideradas “reducionistas”, ou seja, os profissionais eram vistos apenas como seres individuais, não se levando em conta o contexto institucional (Zeichner e Liston, 1996). Duarte (2003), por sua vez, apontou o fato de as idéias de Schön serem pautadas numa epistemologia que não valoriza o conhecimento específico.³⁵ Portanto, faz-se necessário que analisemos também estudos que tratem dessa questão, com o objetivo de ampliar as idéias de Schön.

Finalmente, tendo apresentado as principais contribuições de Schön, trabalharemos as idéias do autor, acrescidas de estudos de outros pesquisadores, que complementarão nossa fundamentação teórica acerca da formação de professores. Discutiremos, a seguir, a questão do contexto na reflexão.

2.3 AMPLIANDO AS IDÉIAS DE SCHÖN: A QUESTÃO DO CONTEXTO SOCIAL

Influenciado pela discussão sobre a reflexão, Zeichner,³⁶ que há décadas aderiu a esse Movimento em sua essência, admite que sua própria idéia sobre professor como prático reflexivo desenvolveu-se muito desde a década de 1980.

35 Ver: DUARTE, Newton (2003). Conhecimento tácito e conhecimento escolar na formação do professor (por que Donald Schön não entendeu Luria). *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 24, n. 83.

36 Kenneth M. Zeichner é professor e pesquisador pertence a um grupo de pesquisa que estuda e trabalha com formação de professores nos EUA e países do Terceiro Mundo.

O autor avalia positivamente a associação desse “Movimento de Reflexão na Educação” a um esforço para elevar o *status* do papel do profissional docente. Entretanto, chama a atenção para o fato de que há tendências de se utilizar o slogan da prática reflexiva para manter, de forma sutil, uma posição subserviente dos professores:

... sob a bandeira de emancipação dos professores (...). Muitas das investigações feitas no campo da educação permanecem como uma atividade conduzida pelos que estão fora da sala de aula. Quando levados em conta, os professores são vistos como simples consumidores dessas investigações (Zeichner , 1993, p. 17).

Essa idéia é retomada em 1996, quando o autor observa que:

O significado [da investigação em educação e/ou processo de formação] nem sempre está claro e, em alguns casos, a pretensão de um compromisso com a idéia de reflexão e liderança do professor não passa de um modo mais sutil e manipulativo de exercer controle sobre os professores e mantê-los em posição subalterna (Zeichner e Liston, 1996, p. 77).

Zeichner (1993) afirma que incorporaram-se ao discurso sobre prática reflexiva todas as crenças da comunidade educacional no que diz respeito a ensino, aprendizagem, escolaridade e ordem social, e que isso pode acarretar a virtual perda do significado do termo. Diz ainda que, mesmo considerando positivamente o fato de que os professores devem desempenhar um papel ativo na formulação de seu trabalho, é necessário que se reconheça que a produção de conhecimentos acerca de um ensino de qualidade não é propriedade exclusiva das universidades e centros de investigação e desenvolvimento, e que, além disso, os professores têm teorias importantes no estabelecimento de uma base codificada de conhecimento de ensino (Zeichner , 1993, p. 16).

Outra contribuição não menos importante do autor diz respeito à visão social da prática docente. Segundo ele, o contexto social passa a ser visto como objeto de reflexão e análise e fonte de reflexão e formação. Zeichner (1998) observa, analisando a pesquisa de Adler (1993), que é recente a aceitação de estudos que os formadores de professores fazem sobre suas próprias práticas como parte da pesquisa sobre formação de professores. Para o autor, há nesse tipo de abordagem uma estreita conexão entre pesquisa e prática – são os estudos que os formadores de professores fazem sobre sua própria prática (pesquisa ação) – , pois acabam incorporando mudanças em suas ações como parte do próprio processo de

pesquisa, descrevendo, inclusive, como essa prática influenciou o seu próprio trabalho. O autor diz que as interações:

... com licenciados e com professores que fazem pesquisa-ação sobre suas próprias práticas fizeram com que eu adquirisse uma perspectiva muito mais ampla sobre o processo pesquisa-ação, e que somente depois que comecei a levar em consideração maneiras de fazer pesquisa-ação que diferiam das utilizadas na pesquisa acadêmica convencional é que comecei a ver os professores se entusiasmarem com as próprias investigações sobre o seu trabalho e ver algumas transformações no pensamento e na prática (Zeichner, 1998, p. 84).

Finalmente, analisando as pesquisas sobre a questão da reflexão na formação de professor, observamos que é de suma importância a contribuição de Zeichner no que diz respeito a considerar o contexto social como objeto de reflexão e análise. O professor (ou formador) passa a ser visto como sujeito social no dia-a-dia e no contexto escolar.

Passaremos agora a discutir a questão da aprendizagem da docência e, em especial, a relação do professor com um campo específico do saber. Para tanto, buscaremos as contribuições de Shulman.

2.4 SABERES DO PROFESSOR

2.4.1 O processo de aprendizagem da docência: resgatando a questão do conteúdo

Para compreender o processo de aprendizagem da docência apoiar-nos-emos em estudos de Shulman³⁷ (1986a, 1986b, 1987), nos quais o autor discute o conhecimento pedagógico da matéria, partindo de análises referentes ao “pensamento do professor” e ao “conhecimento do professor”. Em 1983, Shulman já chamava a atenção para o que ele havia identificado como o “paradigma perdido” – o conhecimento do conteúdo –, destacando a necessidade do domínio deste para o ensino da disciplina. Em 1986, partindo da constatação de que as pesquisas ignoravam o conteúdo específico lecionado e não investigavam “... como o conteúdo específico de uma área de conhecimento era

¹⁴ Lee Shulman, educador americano, atualmente professor de Educação na Universidade de Stanford, dedica-se a investigar questões relacionadas às práticas dos professores.

transformado a partir do conhecimento que o professor tinha em conhecimento de ensino”, Shulman (1986) questionou: “o que os bons professores fazem que os distingue dos professores comuns?” (p. 375).

Shulman (1987) classificava como a base do conhecimento para o ensino três tipos de conhecimentos que os docentes devem possuir:

- Conhecimento da matéria ensinada (*subject knowledge matter*): refere-se a conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Segundo o autor, “o professor necessita não somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida, e sob quais circunstâncias nossas crenças nestas justificativas podem ser enfraquecidas, e igualmente, escondidas” (Shulman, 1986).
- Conhecimento pedagógico de conteúdo (*pedagogical knowledge matter*): corresponde a uma “mistura especial” entre o conteúdo a ensinar e a pedagogia que pertence unicamente aos professores, e que constitui a sua forma especial de compreensão de como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino (Shulman, 1987, p. 8).
- Conhecimento curricular (*curricular knowledge*) (Shulman, Sykes e Phillips, 1983; Shulman, 1986a, 1986b, 1987): é o conhecimento sobre as alternativas curriculares possíveis para o ensino, ou seja, é o conhecimento dos materiais curriculares alternativos para um determinado conteúdo (ou tópico), que inclui conhecimentos de teorias e princípios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.
-

Dentre estas categorias, o conhecimento pedagógico do conteúdo é a que mais tem se destacado em pesquisas que discutem a prática do professor. Trata-se de um conhecimento amplo, uma combinação entre o conhecimento da matéria e o modo de ensiná-la, que, segundo o autor:

(...) incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem ensinados. Dentro da categoria de conhecimento de conteúdo pedagógico, incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, (...) as concepções e preconcepções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem (Shulman, 1986, p. 9).

Trata-se de um conhecimento de fundamental importância nos processos de aprendizagem, posto ser ele o único conhecimento em que o professor é o verdadeiro protagonista.

Como podemos observar, a questão epistemológica debatida em pesquisas sobre formação de professores é estudada por vários autores, entre eles Maurice Tardif,³⁸ que assim como Shulman discute a questão dos saberes docentes. Tardif, juntamente a Lessard e Lahaye, introduziu no Brasil a idéia de saber docente a partir do artigo “Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente” (1991). Esse estudo apresentou a problemática do saber docente analisando suas interferências na prática pedagógica. Classificou esses saberes em:

- *saberes profissionais*: “... é o conjunto dos saberes transmitidos pelas instituições de formação dos professores” (p. 219).
- *saberes da disciplina*: “... correspondem aos diversos campos do conhecimento, aos saberes de que dispõe nossa sociedade, tal que encontram-se hoje integrados” (p. 220).
- *saberes curriculares*: “correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos, a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais que ela definiu como modelo da cultura erudita e de formação na cultura erudita” (p. 220).
- *saberes da experiência*: são os saberes adquiridos e validados pela experiência. “Eles incorporam-se à vivência individual e coletiva sob a forma de habitus e de habilidades, de saber fazer e de saber ser” (p. 220).

³⁸ Maurice Tardif é pesquisador e diretor do Centre de Recherche Interuniversitaire sur la Formation et la Profession Enseignante (CRIFPE), da Université Laval, Quebec, Canadá.

Assim, ao identificar as características dos saberes e a relação do professor com esses saberes, Tardif valorizou os saberes da experiência nos fundamentos da prática e da competência profissional.

Assim, ao identificar as características dos saberes e a relação do professor com esses saberes, Tardif valorizou os saberes da experiência nos fundamentos da prática e da competência profissional: “Os saberes da experiência passarão a ser reconhecidos a partir do momento em que o(a)s professore(a)s manifestarem suas próprias idéias sobre os saberes curriculares, das disciplinas e, sobretudo, sobre sua própria formação profissional” (p. 232).

Em 2000, Tardif discute a questão da profissionalização do trabalho docente. Inicia fazendo uma análise da “conjuntura social”, constatando, assim, a existência de um paradoxo relativo à formação de professores: por um lado haveria um movimento no sentido da profissionalização do trabalho docente e, por outro, a profissão e a formação profissional estariam passando por um período de crise profunda, que, segundo o autor, consistiria em:

- crise da perícia profissional;
- crise de confiança na capacidade da universidade em formar bons profissionais;
- crise do poder profissional ou da confiança do público em relação aos profissionais;
- crise da ética profissional.

Assim, por um lado temos a profissionalização do trabalho docente como uma necessidade urgente e, por outro lado, temos a crise da profissão. Surge, então, a questão da “epistemologia da prática”:

De fato, se admitirmos que o movimento de profissionalização é, em grande parte, uma tentativa de renovar os fundamentos epistemológicos do ofício de professor, então devemos examinar seriamente a natureza desses fundamentos e extrair daí elementos que nos permitam entrar num processo reflexivo e crítico a respeito de nossas próprias práticas como formadores e como pesquisadores (2000, p. 10).

Tardif define epistemologia da prática como “... o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas”. A partir dessa definição, o autor desenvolve toda a sua argumentação visando mostrar que os cursos de formação universitária não têm realizado uma formação profissional (inicial) por serem, em primeiro lugar, “... globalmente idealizados segundo um modelo aplicacionista do conhecimento” (2000, p. 18) e em segundo lugar, porque “esse modelo trata os alunos como espíritos virgens e não leva em consideração suas crenças e representações anteriores a respeito do ensino” (2000, p. 19).

O autor conclui destacando o que ele denomina de “possibilidades promissoras e campo de trabalho para os pesquisadores universitários”, quais sejam:

- “elaboração de um repertório de conhecimentos para o ensino, repertório de conhecimentos baseado no estudo dos saberes profissionais dos professores tais como estes os utilizam e mobilizam nos diversos contextos do seu trabalho cotidiano à sua bagagem, aos seus saberes, aos seus modos de simbolização e ação;
- introduzir dispositivos de formação, de ação e de pesquisa que não sejam exclusivamente ou principalmente regidos pela lógica que orienta a constituição dos saberes e as trajetórias de carreira no meio universitário” (2000, p. 20);
- “fazer com que os [centros de formação] contribuam de outra maneira e tirar deles, onde ainda existe, o controle total na organização dos cursos” (p. 21);
- fazer que “os professores universitários da educação comecem também a realizar pesquisas e reflexões críticas sobre suas próprias práticas de ensino” (p. 21).

Acreditamos que a crítica de Tardif à “constituição dos saberes no meio universitário”, ou aos centros de formação, ou mesmo aos professores universitários, é na verdade uma forma de chamar a atenção para a necessidade de haver um resgate do saber da experiência docente. De acordo com o texto, pode-se inferir que o autor acredita, que se for garantida a reflexão, tanto sobre as pesquisas realizadas como sobre os cursos ministrados, conseguiremos resgatar a importância dos saberes da experiência.

Em 2002, Tardif apresenta na introdução da obra *Saberes docentes e formação profissional* os seguintes questionamentos “Quais são os saberes que servem de base ao ofício de professor, às competências e às habilidades que os professores mobilizam diariamente, nas salas de aula e nas escolas, a fim de realizar concretamente as suas

diversas tarefas? Qual é a natureza desses saberes?” (p. 9). O autor considera o saber docente como um saber diversificado, formado por saberes provenientes de diversas fontes. Afirma ainda que os futuros professores, antes mesmo de ministrarem suas aulas, experimentaram “lições” no seu futuro local de trabalho. Assim, um professor, mesmo antes de escolher o ofício docente, ficou pelo menos 12 anos vivenciou por pelo menos 12 anos o cotidiano escolar, tornando-se essa uma primeira dimensão formadora.

Para um maior esclarecimento dessa idéia, Tardif (2002) propõe um quadro que apresentaremos seguir. Quadro, cujo objetivo é identificar e classificar os saberes dos professores, mostrando suas fontes de aquisição e como isso se incorpora ao trabalho docente. Além disso, o quadro apresenta a natureza social do saber profissional.

O autor descreve assim os saberes:

Quadro – Saberes dos professores Tardif (2002)

Saberes dos professores	Fontes de aquisição	Modos de integração no trabalho docente
Saberes pessoais	A família, o ambiente de vida, a educação no sentido lato etc.	Pela história de vida e pela socialização primária.
Saberes provenientes da formação escolar anterior	A escola primária e secundária, os estudos pós-secundários não especializados etc.	Pela formação e pela socialização pré-profissionais.
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério	Os estabelecimentos de formação de professores, os estágios, os cursos de reciclagem etc.	Pela formação e pela socialização profissionais nas instituições de formação de professores.
Saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho	A utilização das “ferramentas” dos professores: programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas etc.	Pela utilização das “ferramentas” de trabalho e sua adaptação às tarefas.
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola.	A prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares etc.	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional.

Segundo Tardif (2002), toda essa experiência rica em hábitos e rotinas leva o professor a adquirir crenças, valores e representações tanto sobre a prática da docência como sobre ao ato de ser aluno. Assim, para o autor:

o saber profissional está de um certo modo na confluência entre várias fontes de saberes provenientes da história de vida individual, da sociedade, da instituição escolar, dos outros atores educativos, dos lugares de formação, etc. Ora, quando estes saberes são mobilizados nas interações diárias em sala de aula, é impossível identificar imediatamente suas origens: os gestos são fluidos e os pensamentos, pouco importam as fontes, convergem para a realização da intenção educativa do momento (Tardif, 2002, p. 64).

Portanto, ao internalizar as experiências vividas, os professores selecionam, julgam, avaliam, refletem e se auto-avaliam para trazer para a sua prática o que consideram correto, o que Tardif (2002) denomina de saberes experienciais. Estes “não são saberes como os demais; são, ao contrário, formados de todos os demais, mas retraduzidos, ‘polidos’, e submetidos às certezas construídas na prática e na experiência” (p. 54).

Partindo desse pressuposto, entendemos como primordial para a pesquisa de saberes dos professores a imersão no contexto docente, visto que os saberes experienciais abrangem saberes múltiplos e interligados, sempre em integração com o social. Por isso, acreditamos ser a escola um ambiente profícuo para encontrarmos toda essa teia de saberes.

Analisaremos, então, estudos de pesquisadores de Portugal, como João Pedro da Ponte (1998, 2003) Lourdes Serrazina (1998, 2004), que consideram que a reflexão individual não basta, e que se devem propiciar momentos de reflexão em uma equipe colaborativa.

2.4.2 Produção de saberes numa equipe colaborativa

Muitos autores estudam a importância do trabalho colaborativo entre professores, para o seu desenvolvimento profissional. Para Ponte (1997), por exemplo, trata-se de investigar com os professores, em vez de investigar sobre os professores. Saraiva e Ponte (2003) afirmam que em Projetos colaborativos em que intervenham professores e

investigadores é necessário haver o objetivo de atender às “necessidades fortemente sentidas pelos professores e desenvolver-se de acordo com o seu ritmo”. Afirmam, ainda, que tais trabalhos podem constituir ótimas oportunidades de desenvolvimento profissional. Para tanto, afirmam os autores ser necessário um tempo maior para garantir os “interesses comuns de todos os participantes e desenvolver-se no quadro uma relação de confiança mútua. Os interesses pessoais de cada um dos participantes (professores e investigadores) não têm de ser os mesmos, mas têm de ser articulados no decurso das actividades desenvolvidas que, elas sim, precisam de ter objectivos comuns” (p. 31).

Serrazina (1998), ao pesquisar a capacidade de reflexão dos professores de matemática com quem trabalhou, observou que há uma relação entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da área. Segundo observações da pesquisadora, a capacidade de refletir a própria prática “tornou-se mais profunda à medida que aumentava a sua autoconfiança que, por sua vez, estava ligada ao aprofundamento dos seus conhecimentos de Matemática”. Afirmam ainda que tal situação pode gerar um certo desconforto, “pois as suas certezas [do professor reflexivo] são muitas vezes abaladas. Neste caso, a existência de uma equipa colaborativa, onde todos possam discutir pode ser muito útil” (Oliveira e Serrazina, 2004, p. 12).

Diante do exposto, consideramos, assim como a autora, que o fato de priorizarmos a pesquisa que propicie ao professor um espaço para a discussão mais aprofundada do conteúdo pode permitir uma maior profundidade também nas reflexões efetuadas durante e depois da pesquisa. Assim, apoiados nas idéias de Serrazina (1998, 2004), escolhemos estudar o significado da representação fracionária dos números racionais a partir de uma pesquisa de intervenção com o objetivo de garantir um maior aprofundamento das reflexões. Apoiamo-nos também em pesquisas da autora, entre outras, para focar nosso trabalho num campo específico do conhecimento – a matemática –, e num conteúdo determinado – a representação fracionária dos números racionais.

Ainda sobre a questão da reflexão específica no ensino de matemática, Oliveira e Serrazina afirmam que,

... quando se pensa em ensino da Matemática, a reflexão pode partir de diversos aspectos, uns relativos à organização e gestão da sala de aula, outros relativos à compreensão da matemática, isto é, à medida que se ‘conversa reflexivamente com a situação’ vai-se sendo capaz de tornar explícito o seu conhecimento matemático – falar sobre os procedimentos e não apenas descrevê-los (2004, p. 5).³⁹

A análise desses aspectos parece-nos de fundamental importância neste trabalho, já que trataremos do desenvolvimento profissional docente e pretendemos fazer das entrevistas não só uma descrição de procedimentos, mas um momento de reflexão sobre esses e outros aspectos, para tentar explicitar não só o conhecimento matemático, ou até mesmo didático, sobre determinado assunto, mas principalmente, suas relações com a docência.

Outra questão não menos importante que deverá ser levada em conta é a do tempo necessário para que esse processo realmente se efetive. Mais uma vez observamos em estudos de Oliveira e Serrazina (2004), que se baseiam nas idéias de teorias em ação (Schön, 1983), que estes chamam a atenção para o fato de ser necessário destinar um tempo para que os professores explicitem e avaliem essas teorias, ou seja:

Para isso têm de começar por explicitar as suas teorias defendidas (o que dizem sobre o ensino) e as suas teorias em uso (como se comportam na sala de aula). Só avaliando as compatibilidades e incompatibilidades que existem entre estes dois elementos da sua teoria de acção e os contextos nas quais ocorrem serão os professores capazes de aumentar o seu conhecimento do ensino, dos contextos e de si próprios como professores. Pode dizer-se que a reflexão contribui para a consciencialização dos professores das suas teorias subjectivas, isto é, das teorias pessoais que enformam a sua acção (Oliveira e Serrazina, 2004, p. 8).

Isto posto, acreditamos ser necessário que a formação tenha uma certa rotina no que se refere à prática reflexiva. Não será perceptível o que realmente acontece nesse desenvolvimento profissional se realizarmos poucas sessões de trabalho. Parece-nos, porém, ser importante tentar estabelecer essa “rotina” de vivências e reflexões.

³⁹ Artigo apresentado como texto base da Palestra do dia 03 de agosto, “Reflexão e práticas reflexivas”, no Seminário com a professora Doutora Lurdes Serrazina, da Escola Superior de Educação de Lisboa.

Em relação ao ensino da disciplina, ao considerar o professor de matemática e a equipe escolar, Oliveira e Serrazina (2004) afirmam que é preciso garantir ao professor, no seu contexto social e cultural, espaço no qual seja possível: “... analisar a situação concreta, perceber os alunos com que está a trabalhar, o que se espera que eles aprendam em Matemática, o que se entende hoje por aprender e ensinar Matemática e o seu papel na formação pessoal e social do aluno” (p. 8), o que lhe garantirá uma maior autonomia. As autoras justificam, assim, a importância da reflexão numa equipe colaborativa.

Concluem que, por meio dessa equipe colaborativa, a reflexão “... funciona como o espaço onde se colocam e discutem as questões que resultam da prática, onde *se sentem novas necessidades e se constroem novos conhecimentos*” (2004, p. 6 – grifos nossos).

À luz dessas idéias, podemos afirmar que a formação de uma equipe colaborativa é fator essencial para que a reflexão sobre a prática realmente ocorra. Assim, concordamos com Oliveira e Serrazina (2004) sobre a importância do trabalho com Equipes Colaborativas, quando afirmam que “... nessa sociedade plural em que se vive, caracterizada pela conflitualidade, incerteza e complexidade, os professores precisam desenvolver uma prática reflexiva, no sentido de transformar a sala de aula [e] que essa situação complexa pode ser enfrentada a partir de um trabalho Colaborativo” e que o mesmo pode “constituir um modo de lidar com a incerteza, encorajando a trabalhar de modo competente e ético” (p. 13).

Ao compartilharmos dessas idéias, consideramos que nossa pesquisa necessitará de uma equipe colaborativa a fim de haver mais segurança e cumplicidade entre professores.

Em face das considerações feitas até aqui e da necessidade de uma real transformação em sala de aula, evidencia-se a importância de uma prática reflexiva. Nesse sentido, compreender todas as questões que perpassam essa prática parece ser de fundamental importância, sejam elas fundamentadas em estudos de Schön, cuja valorização da pesquisa na ação constituiu-se em base para o que se convencionou chamar de professor pesquisador, seja em contribuições de Zeichner, quando chama a atenção para a importância da consideração do contexto social como objeto de reflexão e análise, seja nos estudos de Shulman, que chama a atenção para o conhecimento pedagógico do conteúdo,

ou, ainda, considerando a importância da reflexão a partir do trabalho colaborativo, envolvendo equipes de professores, como defendem Oliveira e Serrazina.

2.5 A QUESTÃO DA REFLEXÃO NO BRASIL

No início da década de 1990 começaram a ser divulgadas no Brasil as idéias de Schön, que discute a abordagem reflexiva na formação de professores. Uma das pesquisadoras brasileiras que vem debatendo e estudando questões relacionadas aos saberes docentes e sua reflexão como meio de valorização e construção de uma identidade profissional, atrelada à experiência, é Selma Garrido Pimenta.⁴⁰ Seus estudos fazem uma retomada da questão do professor reflexivo no Brasil, observando que essa questão opõe-se à racionalidade técnica que marcou as pesquisas e a formação de professores durante muito tempo. A discussão sobre o professor reflexivo surge, num contexto propício, a partir da divulgação de estudos ocorridos em diversas partes do mundo, mas com uma grande influência de pesquisadores portugueses. Segundo Pimenta,

no início do ano 1990, especialmente com a difusão do livro Os professores e sua formação, coordenado pelo professor português Antonio Nóvoa (...) com referências à expansão dessa perspectiva conceitual [abordagem reflexiva] e com a participação de um significativo grupo de pesquisadores brasileiros no I Congresso sobre Formação de Professores nos Países de Língua e Expressão Portuguesas realizado em Aveiro, 1993, sob a coordenação da professora Isabel Alarcão, o conceito de professor reflexivo e tantos outros rapidamente se disseminaram pelo país afora (Pimenta et al., 2005, p. 28).

Pimenta et al buscam entender a causa dessa “ampla disseminação” das pesquisas fundamentadas em Schön a partir da análise retrospectiva do contexto da formação dos professores no Brasil, num período que vai dos anos 1960 até início dos anos 2000. Mostra que, após a volta da democracia ao Brasil, nos anos 1980, muitos programas educacionais incorporaram resultados tanto de pesquisas que vinham sendo realizadas, como das Conferências Brasileiras de Educação (CBE), “que apontavam para a necessidade de

⁴⁰ Selma Garrido Pimenta é professora titular de Didática na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Foi diretora das Faculdades de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP) de 2002 a 2006. Atualmente coordena o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação do Educador (GEPEFE), vinculado ao Programa de Pós-graduação em Educação da USP.

proceder a uma transformação paulatina da formação de professores para a escolaridade básica a ser realizada no ensino superior” (Pimenta et al., 2005, p. 30), fato esse que foi “parcialmente” observado pela LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), aprovada em decorrência da Constituição de 1988. Assim, concluem Pimenta et al.: “foi nesse solo, profundamente revolvido, que as contribuições de Nóvoa, Alarcão, Schön e outros foram bem vindas” (2005, p. 35).

A autora busca também descobrir nos movimentos políticos mundiais (tanto em países onde houve uma redemocratização, como nas políticas neoliberais), justificativas para a centralidade colocada nos professores, que, segundo Pimenta, culminou na “prioridade de se realizar pesquisas para se compreender o exercício da docência, os processos de construção da identidade docente, de sua profissionalidade, o desenvolvimento da profissionalização, as condições em que trabalham, de *status* e liderança” (idem, p. 36).

Pimenta et al. constatam também que a mesma importância dada à questão da docência e da centralidade no professor é tratada nas políticas neoliberais por meio de um “refinamento dos mecanismos de controle sobre suas [dos professores] atividades, amplamente preestabelecidas em inúmeras *competências*, conceito esse que está substituindo o de *saberes e conhecimentos* (no caso da educação) e o de *qualificação* (no caso do trabalho)” (2005, p. 41) e conclui que essa substituição não é meramente uma questão conceitual, “uma vez que o expropria [ao professor] de sua condição de sujeito do seu conhecimento e, nesse sentido, o discurso das competências poderia estar enunciando um novo (neo) tecnicismo, entendido como um aperfeiçoamento do positivismo (controle/avaliação)” (p. 42). Coloca ainda sua posição contrária às correntes de desvalorização profissional do professor, que o reduzem a reproduzidor de conhecimentos ou treinador de programas pré-elaborados, e conclui que, para termos o real desenvolvimento do potencial da reflexão nas dimensões político-epistemológicas, é necessário “superar-se a identidade necessária dos professores de *reflexivos* para a de *intelectuais críticos e reflexivos*” (2005, p. 47), o que poderá ser obtido com a superação das limitações do conceito de professor reflexivo a partir de sua análise crítica.

Ao analisar a apropriação da idéia de professor reflexivo no Brasil, situando-o brevemente num contexto mundial, Pimenta sinaliza a urgência de indicar contextos formativos, nos quais estejam incluídas possibilidades de uma real reflexão dos saberes dos professores sobre sua prática, o que nos leva a buscar experiências metodológicas que tragam essa reflexão.

Diante da análise histórica da dimensão relacionada à questão da reflexão nas pesquisas brasileiras, apresentaremos contribuições sobre o estado da arte em pesquisas relacionadas à Educação Matemática e, em específico, às pesquisas colaborativas estudadas pelo professor Dario Fiorentini.

2.6 SOBRE AS PESQUISAS RELACIONADAS À FORMAÇÃO DIRECIONADAS À MATEMÁTICA NO BRASIL

Segundo Pimenta (2005), no Brasil houve um enorme avanço na produção de pesquisas sobre formação de professores, tanto as de caráter mais geral como as relacionadas às diferentes disciplinas.

Na matemática, em específico, observamos num estudo de Fiorentini et al. (1998) a mudança de enfoque nas pesquisas, durante as décadas de 1960 a 1980. Segundo o autor, passou-se de uma valorização quase exclusiva do conhecimento específico nos anos 1960, para a valorização dos aspectos didático-metodológicos relacionados ao ensino na década 1970, culminando numa dimensão sociopolítica com uma discussão mais ideológica da prática pedagógica nos anos 1980. Observou-se, então, uma tendência ao crescimento das pesquisas que procuravam valorizar o estudo dos saberes docentes na formação de professores.

Já em 2002, Fiorentini, coordenando o grupo GEPFM⁴¹ num “estudo sobre o estado da arte da pesquisa brasileira sobre a formação de professores que ensinam matemática”,

⁴¹ O GEPFPM – Grupo de Estudo e Pesquisa em Formação de Professores de Matemática – foi criado por iniciativa de pós-graduandos (mestrandos e doutorandos) da Área de Educação Matemática da FE/Unicamp, durante o segundo semestre de 1999. A formação do grupo foi motivada pela necessidade que esses estudantes tinham de realizar estudos que trouxessem aportes teórico-metodológicos acerca da investigação sobre formação e desenvolvimento profissional de professores de matemática. Esses estudantes buscaram apoio do professor Dario Fiorentini, que se dispôs a acompanhar as atividades do Grupo e validar

apresentou alguns resultados: investigações mostraram que as pesquisas sobre formação de professores, de 1978 a 2002, cresceram bastante. Essa pesquisa delimitou o estudo às dissertações de mestrado e teses de doutorado, cujo foco de investigação tenha sido a formação ou o desenvolvimento profissional do professor. Fiorentini et al. sintetizaram esses dados no texto “Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira” publicado na revista *Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática*, Belo Horizonte, UFMG, n. 36, 2002, p. 137-160.

Classificaram um conjunto de 112 estudos, categorizados em dois grandes focos:

- **Formação inicial (59 estudos)**, programas e cursos; prática de ensino e estágio; outras disciplinas; experiências/atividades extracurriculares; formação, pensamento e prática de formadores de professores; entre outros.
- **Formação continuada (51 estudos)**, modelos/programas/projetos; cursos de atualização/especialização; a própria prática do formador; grupos ou práticas colaborativas; e iniciação e evolução profissional do professor.

Assim, após mapear e descrever o estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, o grupo fez um balanço crítico desses estudos, situando-os em face das tendências teórico-metodológicas internacionais e evidenciando a necessidade de estudos mais aprofundados. Dois focos foram escolhidos, sendo que o primeiro diz respeito às pesquisas sobre grupos colaborativos na formação do professor que ensina matemática.

Portanto, ao compreender os docentes como sujeitos que podem construir conhecimento sobre o ensinar, na reflexão crítica de sua atividade, observa-se que a pesquisa sobre a formação de professores deve ocorrer num movimento, cuja dimensão é coletiva, tendo a escola como contexto. Nesse cenário encontramos pesquisas denominadas como colaborativas, realizadas na relação entre pesquisadores-professores da universidade e professores-pesquisadores das escolas, utilizando como metodologia a pesquisa-ação. Para Zeichner (1993), a pesquisa colaborativa tem por objetivo criar nas escolas uma

academicamente seus estudos junto ao Programa de Pós-graduação (Disponível em: <http://www.cempem.fae.unicamp.br/prapem/gepfpm.htm>. Acesso em: 10 mar. 2006).

cultura de análise das práticas que são realizadas, a fim de possibilitar que os seus professores, auxiliados pelos docentes da universidade, transformem suas ações e as práticas institucionais.

Entretanto, Fiorentini (2004), baseado no trabalho com seu grupo de pesquisa, alerta que há uma dispersão semântica com termos como pesquisa-ação, trabalho colaborativo e trabalho cooperativo. O autor distingue cooperação de colaboração, dizendo que:

grupo autenticamente colaborativo é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar. As relações no grupo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade, não sendo, portanto, reguladas externamente, embora possam ser apoiadas administrativamente ou mediadas/assessoradas por agentes externos (p. 53).

Assim, considera o autor que, se não for espontânea a participação dos professores, poderão eles formar grupos coletivos, “que, talvez, nunca venham a ser, de fato, colaborativos”. Considera ainda que:

O mesmo pode acontecer com um pesquisador universitário que tenta cooptar professores da escola para abrirem suas salas de aula para a pesquisa acadêmica, e até mesmo quando os convida para fazer parte de uma equipe de pesquisa-ação ou de um programa de educação continuada. O máximo que conseguiremos, nestes casos, é uma pesquisa cooperativa (p. 53).

O autor distingue cooperação de colaboração: “na colaboração, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo” (Fiorentini, 2004, p. 50).

2.7 EM SÍNTESE

Cabe ressaltar que consideramos o papel do professor de fundamental importância na organização do trabalho pedagógico. Os estudos feitos no presente capítulo, tanto do ponto de vista da legislação como das pesquisas que versam sobre a questão da formação do professor reflexivo, nos encaminham, de certo modo, a perceber a necessidade de criar condições efetivas que permitam ao professor desenvolver a profissionalidade docente, entendida como capacidade de compreender os fundamentos da prática pedagógica e de

escolher criticamente entre diferentes modelos, bem como encontrar soluções criativas para as mais diversas situações do cotidiano, aproximando-nos assim da proposta de Shulman. Não podemos esquecer também a importância do contexto institucional (Zeichner e Liston, 1996), coletivo, tendo em vista que na escola como contexto que a capacidade de análise e escolha não se forma espontaneamente, mas exige também ações estratégicas de formação continuada e reflexiva.

CAPÍTULO 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS: OBJETO MATEMÁTICO – REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DO NÚMERO RACIONAL

Apresentaremos a seguir o quadro teórico em que nos apoiaremos para o desenvolvimento deste estudo, no que se refere a questões didáticas sobre o objeto matemático: a representação fracionária do número racional. Utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, a classificação proposta por Nunes para os significados das frações, as idéias de Kieren sobre os construtos dos números racionais, as interpretações sugeridas por Ohlsson, bem como as idéias e interpretações defendidas por Behr, Lesh, Post e Silver, Confrey e Harel. Fazemos também uma análise das propostas apresentadas em documentos oficiais, como os PCN, em relação à abordagem desse conteúdo. Ao final, expomos as justificativas para a escolha dos significados que adotamos em nossa pesquisa.

3.1 VERGNAUD: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais, formulada por Vergnaud (1982), por um lado retoma e aprofunda os estudos de Piaget, no diz respeito à noção de esquema,⁴² e por outro lado diferencia-se de Piaget ao tomar como referência o próprio conteúdo do conhecimento e priorizar o estudo do desenvolvimento cognitivo do sujeito-em-situação, em vez de considerar operações lógicas de estruturas gerais do pensamento.⁴³ Sua teoria é cognitivista

⁴² *Esquemas*, segundo Piaget, é aquilo que é possível ser adaptado ou generalizável de uma situação para outra; aquilo que é incorporado em uma nova ação, advindo de uma situação passada: “toda aquisição nova consiste em assimilar um objeto ou uma situação a um esquema anterior, aumentando assim esse esquema” (1975b, p. 372). Os esquemas de uma ação são a estrutura geral dessa ação “se conservando durante suas repetições, se consolidando pelo exercício e se aplicando a situações que variam em função das modificações do meio” (Piaget, 1975b, p. 371).

⁴³ Uma obra que fala sobre as operações lógicas do pensamento citada no texto é: PIAGET, J. (1970). *Gênese das estruturas lógicas elementares*. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar.

e busca favorecer um quadro coerente, estabelecendo princípios que constituem a base de estudo do desenvolvimento da aprendizagem (Vergnaud, 1990, p. 133).

Vergnaud (1982) parte da idéia de que o conhecimento está organizado em Campos Conceituais, ou seja, está organizado em grandes agrupamentos informais de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento obtidos durante de um certo período de tempo, por meio de experiência, maturidade e aprendizagem (p. 40). Acrescenta ainda que é possível contornar as dificuldades conceituais; estas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, o que não ocorre de uma só vez (1983, p. 401).

Vergnaud (1983) define a teoria dos campos conceituais como sendo uma teoria cognitivista que pretende explicar como o saber se constrói, partindo de modelos que atribuem papel essencial à construção dos conceitos. Para Vergnaud, é fundamental investigar as situações que conferem significado ao conceito.

Em suas pesquisas, Vergnaud destaca dois campos conceituais:

- As estruturas aditivas;
- As estruturas multiplicativas.

As estruturas aditivas são formadas a partir de um conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou o conjunto de tais operações. Já as estruturas multiplicativas são representadas por situações cujo domínio requer multiplicações, divisões ou combinações dessas operações. Posto isso, é importante esclarecer que o presente estudo está focado nessa última estrutura.

Para Vergnaud,⁴⁴ um conceito é formado a partir da terna de conjuntos (S , I , R), sendo que:

S é o conjunto de Situações que tornam o conceito significativo;

I é o conjunto de Invariantes (objetos, propriedades e relações);

⁴⁴ Ver Vergnaud (1983, p. 393; 1990, p. 145)

R é o conjunto de Representações Simbólicas que podem ser usadas pelo sujeito para representar os invariantes, os procedimentos, enfim, as situações.

A Teoria dos Campos Conceituais considera que existe uma série de fatores que influenciam a construção dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir de determinadas situações. Vergnaud usa o termo *situação* com o sentido de tarefa a ser executada pelo aluno e considera que a “dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas. É claro, contudo, que o fracasso em uma subtarefa provoca o fracasso global” (Vergnaud, 1993, p. 9).

É importante salientar que a situação descrita por Vergnaud tem sentido diferente do da situação didática definida por Brousseau (1998). Para o autor, situação didática é “o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para fazer adquirir por esses alunos um saber constituído ou em constituição” (p. 131), isto é, para Brousseau, a situação didática não é uma atividade em específico, mas é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, alunos e o saber, que se dá num processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, Vergnaud comenta: “O conceito de situação não tem aqui o sentido de uma situação didática, mas o de tarefa. A idéia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas” (1993, p. 9).

Em referência a Vergnaud, Franchi (1999) afirma que “a tese subjacente aos campos conceituais é fundamentada na realização de um bom evento didático (*mise-en-scène didactique*), apóia-se necessariamente sobre o conhecimento da dificuldade relativa das tarefas cognitivas, dos obstáculos habitualmente encontrados, do repertório de procedimentos disponíveis e das representações possíveis” (p. 162).

Essas idéias integram a base da nossa intervenção. Pensamos, assim como Vergnaud, ser necessário apresentar situações contextualizadas para dar sentido ao conceito de número racional na sua representação. Há que se levar em conta o importante papel do professor como mediador entre o conhecimento e o aluno, havendo, em virtude disso,

necessidade de auxiliá-lo na identificação das dificuldades próprias das tarefas cognitivas, dos obstáculos que podem se apresentar durante a construção de um conhecimento, dos procedimentos viáveis e das possíveis formas de representação. E para isso há a necessidade de fornecer a ele os caminhos para conhecer a dificuldade relativa das tarefas cognitivas e dos obstáculos que se apresentam, o repertório de procedimentos existentes e as formas de representações possíveis.

Ao considerar a tríade (*S, I, R*), faz-se necessário que o professor proponha ao aluno uma diversidade de *Situações* de tal forma que, ao tentar resolvê-las, o aluno possa reconhecer e manipular propriedades já conhecidas do objeto matemático em questão, bem como as relações entre esses objetos e essas propriedades – são os *Invariantes* –, fazendo, para isso, uso das *Representações*. Dessa forma, ao tentar resolver situações variadas, os alunos buscarão esquemas já construídos anteriormente, tendo, assim, oportunidade de dar significado ao conhecimento matemático que está sendo desenvolvido.

Inspirando-se em Piaget (1975), Vergnaud (1990) define esquema como sendo “... uma organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações” (p. 136). Segundo o autor, os esquemas devem servir como base para o estudo dos conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem que a ação do sujeito seja operatória.

Os esquemas são compostos de regras, metas, referências e invariantes operatórios. Os invariantes operatórios são definidos por Vergnaud (1990), como “os conhecimentos do sujeito que estão subjacentes às condutas e que são, então, parte integrante de seus esquemas de ação” (p. 146). Assim, esquema constitui um conjunto de ações comuns utilizadas para a resolução de situações diversificadas de uma mesma classe de problemas.

Esses conhecimentos, subjacentes à conduta, que integram os esquemas em ação – Invariantes Operatórios⁴⁵ –, podem ser explícitos ou implícitos:

⁴⁵ Também identificados como Teoremas em Ação e Conceitos em Ação. Teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante (Vergnaud, 1996, p. 202; 1998, p. 167).

Segundo Vergnaud (1988),

Os invariantes são componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Eles podem ser implícitos ou explícitos. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno. Neste caso, embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, esses podem ser reconhecidos em termos de objetos e propriedades (do problema), relacionamentos e procedimentos feitos pelo aluno. Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso eles são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas (Vergnaud, 1988; Magina et al., 2001, p. 13).

Sob esse ponto de vista a aquisição do conhecimento se dá por meio de situações-problema já conhecidas que poderão suscitar invariantes operatórios responsáveis pela construção do significado do conceito (núcleo do processo). Assim, para que o professor possa perceber que conhecimentos são trazidos pelos alunos, é necessário que, ao trabalhar com diferentes situações, procure entender não só o que o aluno faz mas também como o faz, fato este que procuramos levar em conta na preparação da intervenção.

Ainda em relação à tríade (**S**, **R**, **I**), Moreira (2004) acrescenta que, em termos psicológicos o “**S** é a realidade e (**I**, **R**) a representação, que pode ser considerada como dois aspectos que interagem no pensamento, o significado (**I**) e o significante (**R**) (p. 141)”. Sua importância está relacionada à explicitação dos conhecimentos em ação, que transformam o conhecimento implícito em saber científico. Assim sendo, a representação entendida como o significante do conceito, pode ser considerada como a forma de representação simbólica do invariante, que pode ocorrer de diversas formas: graficamente, por meio da linguagem ou mesmo de gestos.

É necessário ainda salientar que os três elementos que constituem a tríade se inter-relacionam, não podendo, portanto, ser considerados separadamente. As situações são a principal porta de entrada para um campo conceitual, pois é por meio delas que o conceito adquire sentido para o sujeito.

Apoiados por nosso grupo de pesquisa, procuramos adequar a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983) ao estudo do conceito de número racional, em sua representação fracionária, ou seja: discutimos um conjunto de *situações-problemas* que abrangem diferentes significados da *representação* fracionária do número racional. No

conjunto de invariantes operatórios consideramos as propriedades do conceito, ou seja, além da ordenação e equivalência, as demais relações estabelecidas pelo sujeito para resolver as situações apresentadas.

É importante esclarecer, porém, que esse conjunto de *situações* que foram discutidas *a priori* não têm sentido em si mesmas, ou seja, uma situação envolvendo determinado significado poderá ser resolvida a partir de outro significado. Desse modo, observamos que, além dos problemas envolvendo os diferentes significados, é importante analisar a relação entre essas *situações* e as estratégias escolhidas para resolvê-las.

Assim, quando procuramos observar e refletir sobre o ensino e a aprendizagem da representação fracionária dos números racionais com professores, utilizamos os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983), levando em conta sua grande preocupação com a análise e classificação de esquemas mobilizados pelos sujeitos para a resolução de problemas e a importância de investigar as situações que dão significado ao conceito.

Para estudos dos significados da representação fracionária do número racional utilizaremos, também, os estudos de Nunes (2003), que apresentaremos a seguir.

3.2 TEREZINHA NUNES: OS SIGNIFICADOS DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS

Em 1997, Nunes e Bryant chamavam a atenção para a grande dificuldade relacionada ao ensino e aprendizagem de frações:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (p. 191).

Nunes, além de chamar a atenção para a relevância do tema, alerta para o fato de que, em muitos casos, os alunos, enquanto estão estudando as frações, até demonstram certa destreza nos cálculos. Entretanto, parece que algumas das idéias que envolvem o conceito de números racionais, em sua representação fracionária, ainda não encontram eco em nossas salas de aula.

Em 1997, a mesma pesquisadora fez uma crítica à forte tendência de privilegiar o significado de parte-todo no trabalho com as frações, afirmando que essa forma de tratar o tema “... simplesmente encoraja os alunos a empregarem um tipo de procedimento de contagem dupla, ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas, sem entender o significado desse novo tipo de número” (Campos e Cols, apud Nunes, 1996, p. 191).

Nunes também chama a atenção para o fato de que, se o trabalho com o tema for feito somente considerando o significado *parte-todo*, a compreensão de que o conjunto dos racionais é uma extensão do conjunto dos números naturais fica prejudicada. Afinal, para perceber essa extensão, o aluno precisaria vivenciar situações em que a idéia da divisão fosse ampliada. A autora afirma:

... quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão e números racionais, elas se engajam em raciocinar sobre as situações. Em contraste, quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais elas vêem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com os números, como usar o que lhes foi ensinado na escola, concentrando-se nas manipulações de símbolos, os alunos poderiam desempenhar em um nível mais baixo que teriam desempenhado se tivessem se preocupado mais com a situação problema (Nunes, 1997, p. 212).

Assim, em nossa pesquisa, essa questão foi tomada em conta não só no diagnóstico realizado com os professores como também em nossa intervenção e, finalmente, na observação do trabalho do professor em sala de aula. Tanto no diagnóstico quanto nas seções de formação continuada, os tópicos selecionados versaram sobre diferentes significados.

Os estudos de Nunes (2003), baseados na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983), propõem que se defina a noção de fração a partir da terna (S , I , R), em

que se destacam: o conjunto dos Invariantes que definem o conceito, o conjunto de representações – aquele que é utilizado para dar diferentes “formas” à fração –, e o conjunto das situações.

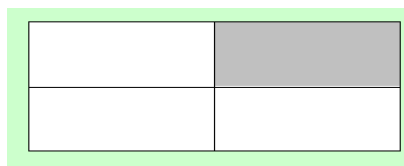
Assim, com base na Teoria dos Campos Conceituais e inspirada em pesquisas relacionadas ao tema, como as de Kieren (1988), Nunes (2003) propõe que sejam considerados os dois Invariantes: ordem e equivalência; as quatro situações que pretendem dar significados à fração e às representações possíveis. Apresentamos, a seguir a classificação dos significados proposta por Nunes (2003).

- **A fração como uma relação parte-todo** – a idéia presente nesse significado é a da partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Assim, assumiremos como significado parte-todo, um todo dividido em partes iguais, em situações estáticas, nas quais a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para chegar a uma representação correta. Por exemplo, se um todo foi dividido em cinco partes e duas foram pintadas, os alunos podem aprender a representação como uma dupla contagem: acima do traço escreve-se o número de partes pintadas, abaixo do traço escreve-se o número total de partes.

A autora apresenta ainda:

Por exemplo – um todo cortado em 4 partes [iguais], toma-se uma parte: $\frac{1}{4}$

1 e 4 representam partes



(Nunes, 2005, p. 10)

- **A fração como quociente, indicando uma divisão e seu resultado** – este significado está presente em situações que envolvem a idéia de divisão – por exemplo, uma pizza a ser repartida igualmente entre 5 crianças. Nas situações de quocientes temos duas variáveis (por exemplo, número de pizzas e número de crianças), sendo que uma corresponde ao numerador e a outra ao denominador – no caso $\frac{1}{5}$. A fração, nesse caso, corresponde à divisão (1 dividido por 5) e também ao resultado da divisão (cada criança recebe $\frac{1}{5}$).

Outro exemplo apresentado pela autora:

Uma torta repartida entre 4 crianças: 1 dividido por 4 é $\frac{1}{4}$: 1 representa o número de tortas e 4 representa o número de meninas; $\frac{1}{4}$ é a quantidade que cada menina recebe.



(Nunes, 2005, p. 11)

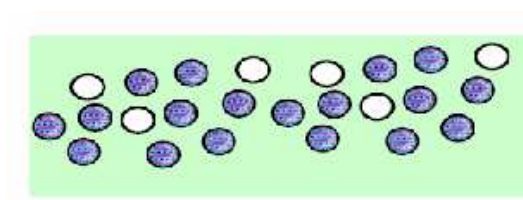
- **A fração como uma medida** – Algumas medidas envolvem fração, por se referirem a quantidades intensivas,⁴⁶ nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento é medida pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos

⁴⁶ Em pesquisas recentes, Nunes et al. (2005) têm-se referido a esse significado como quantidade intensiva.

possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos são fracionários.

Outros exemplos:

1 – Uma relação: o valor do todo não influencia a quantidade intensiva – Uma quantidade intensiva (a probabilidade de retirar uma bolinha branca é $\frac{1}{4}$)



(Nunes, 2005, p.13)

2 – Uma quantidade intensiva ($\frac{1}{4}$ polpa, $\frac{3}{4}$ água)



(Nunes, 2005, p.13)

- **A fração como um operador multiplicativo** – como o número inteiro, as frações podem ser vistas como o valor escalar aplicado a uma quantidade. No caso do inteiro, por exemplo, podemos dizer 2 balas; no caso da fração, poderíamos dizer $\frac{3}{4}$ de um conjunto de balas. A idéia implícita nesses exemplos é que o número é um multiplicador da quantidade indicada. Abaixo, outros exemplos apresentados pela autora:

Situações em que os números são operadores ($\frac{1}{4}$ de 24): dividir 24 em quatro grupos 4, tomar 1 grupo

João perdeu $\frac{1}{4}$ de suas bolinhas de gude.



(Nunes, 2005, p.13)

Essa classificação de Nunes foi inspirada em estudos anteriores sobre o tema, como os de Kieren (1980, 1988), sobre os quais faremos considerações a seguir.

3.3 THOMAS KIEREN

Parece haver um consenso entre os educadores matemáticos a respeito de terem os estudos de Kieren (1976) introduzido uma discussão, que hoje é corrente, em torno dos significados do número racional. Kieren (1976) foi o primeiro a introduzir a idéia de que a compreensão do conceito de número racional exige várias interpretações e que a partir da conjunção dessas possibilidades há uma compreensão ampla do conceito.

Kieren (1976) analisa sete interpretações⁴⁷ para os números racionais. Essas interpretações serviram por muito tempo como principal sustentação teórica da maioria dos

⁴⁷ Kieren (1976) analisa as seguintes interpretações para os números racionais:

- Os números racionais são frações que podem ser comparadas, somadas, subtraídas, multiplicadas e divididas;
- Os números racionais são frações decimais que formam uma extensão natural dos números naturais;
- Os números racionais são classes de equivalência de frações;

trabalhos sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. Em artigos posteriores, Kieren (1981, 1988) muda a classificação apresentada originalmente, dando mais ênfase às estruturas cognitivas e menos às estruturas matemáticas.

Em 1988, Kieren discute e apresenta um modelo teórico de construção de conhecimento matemático, relacionando-o especificamente ao conhecimento de número racional. Kieren (1988) fundamentado em estudos de Morgenau (1961),⁴⁸ revê a expressão utilizada inicialmente, *interpretações* do número racional para termo *subconstrutos*, ou seja, denomina construtos teóricos os objetos mentais que podem ser construídos a partir de idéias mais simples que se complementam (Kieren, 1988, p. 162). No mesmo artigo, o autor apresenta os quatro subconstrutos de números racionais:

– medida: a unidade é introduzida na forma de uma figura contínua ou um conjunto discreto, e o todo é repartido em partes iguais;

– quociente: um número de objetos precisa ser repartido ou dividido igualmente num certo número de grupos;

– número proporcional: é uma relação de comparação multiplicativa entre duas quantidades;

– operador: semelhante ao processo de “encolher” ou “esticar”, de “reduzir” ou “ampliar”.

Esta classificação diferencia-se da anterior, pois, segundo o autor, o subconstruto medida está ligado à idéia de parte-todo. Para o significado medida (parte-todo), a unidade

-
- Os números racionais são números da forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são inteiros e $b \neq 0$;
 - Os números racionais são operadores multiplicativos;
 - Os números racionais são elementos de um campo quociente ordenado e infinito, isto é, há números da forma $x = \frac{a}{b}$, onde x satisfaz a equação $bx = a$;
 - Os números racionais são medidas ou pontos sobre a reta numérica.

⁴⁸ Kieren tomou como base o trabalho de Henry Morgenau. O autor utilizou a distinção filosófica de Morgenau entre fatos externos e construções mentais humanas (1988, p. 163). O estudo a que Kieren se refere é: MORGENAU, H (1961). *Open vistas*. New Haven: Yale University Press.

é introduzida na forma de uma figura contínua (um pedaço de corda) ou um conjunto discreto (um determinado número de balas). Aqui, o todo é repartido em partes de mesmo tamanho. Como medida, esse subconstruto envolve medir área de uma região ao reparti-la e cobri-la com unidades de um tamanho apropriado. Nesse mesmo estudo, o autor discute que o trabalho com o modelo parte-todo induz ao processo de dupla contagem e não facilita a compreensão do conceito de número racional como quociente, numa ampliação do conjunto dos números. Assim, segundo o autor, há uma leitura “reduzida” de numerador e denominador, pois, em geral, são determinados somente por meio de contagem.

Kieren (1988) também chama a atenção para o fato de que para favorecer a construção de noções relativas aos números racionais por parte do aluno, é necessário que este se envolva em atividades, de modo a associar $\frac{a}{b}$ com objetos e ações em quaisquer desses quatro subconstrutos (p. 166).

Para Kieren (1988), o papel do professor é de extrema importância no processo de construção do conhecimento dos números racionais, sendo sua principal função orientar o aluno na interpretação e compreensão dos diversos significados dos números racionais. Alerta para os perigos de centrar o ensino dos números racionais nos algoritmos, afirmando que “isto deve resultar em realizações temporárias com fragmentos de conhecimento, mas não em duração, utilidade, e poder de conhecimento pessoal” (p. 177). Enfatiza ainda que “o formalismo prematuro nos trabalhos com números racionais leva uma pessoa a ter o conhecimento técnico simbólico o qual não pode ser relacionado recursivamente às situações reais” e completa afirmando que “este tipo de ‘saber’ [saber produzido pelo formalismo prematuro] é altamente dependente da memória” (p. 178).

As idéias de Kieren influenciaram diversos estudos. Apresentaremos alguns deles a seguir.

3.4 ESTUDOS INSPIRADOS EM KIEREN

Os trabalhos de Kieren (1988) apontam a existência de quatro subconstrutos para o número racional: medidas, quociente, razão e operador. Behr, Lesh, Post e Silver (1983, p. 99) redefinem e subdividem os subconstrutos apontados por Kieren, denominando-os subconstrutos:

– **medida fracionária:** trata-se de uma releitura do subconstruto parte-todo⁴⁹ indicando a questão “quanto há de uma quantidade relativa a uma unidade especificada daquela quantidade” (p. 99).

– **razão:** a relação expressa entre duas quantidades de uma mesma grandeza. Por exemplo: a razão entre as quantidades de meninos e meninas de uma sala de aula;

– **taxa:** que define uma nova quantidade como uma relação entre duas outras quantidades. O que distingue taxa de razão é o fato de que as taxas podem ser adicionadas ou subtraídas enquanto as razões não;

– **quociente:** representa uma divisão $a : b$, na forma a/b , ou seja, a dividido por b , quando inserido em um determinado contexto como: “Existem 4 bolachas e 3 crianças. Se as bolachas são partidas igualmente entre as três crianças, quanto cada criança receberá?” (p. 100);

– **coordenadas lineares:** que interpretam o número racional como um ponto da reta numérica. A noção desse subconstruto é bastante parecida com a noção de medida de Kieren, enfatizando a questão intervalar, a densidade e a descontinuidade;

– **decimal:** que enfatiza as propriedades do nosso sistema de numeração;

– **operador:** que vê a fração como uma transformação.

⁴⁹ Behr et al. (1983) entendem que o subconstruto parte-todo geralmente é o primeiro a ser trabalhado com os alunos e justificam a redefinição, pois, segundo os autores, citando Kieren, a idéia de medida está subjacente a idéia de parte-todo (p. 92).

Uma outra proposta de interpretação foi realizada por Nesher (1985), citada por Santos (2005):

- A fração como descrição de uma relação parte-todo, isto é, uma descrição da partição de um objeto em partes iguais. “Sob esse significado um todo é fatiado em n fatias [iguais], cada fatia é codificada como $1/n$, e se refere a várias (k) fatias, isto é, codificado como k/n . A idéia de um inteiro ($1 = n/n$) é uma característica dessa representação”;
- O número racional como:
 - um resultado da divisão entre dois números inteiros;
 - uma razão, isto é, comparação (multiplicativa) entre duas quantidades;
 - um operador, isto é, como alguma coisa que opera sobre algo, uma quantidade, e que muda essa quantidade;
 - uma probabilidade.

Em 1987, Ohlsson, também inspirado em Kieren, analisa as frações na perspectiva de quatro interpretações:

- razão: a/b é uma comparação entre as quantidades “ a ” e “ b ”, em que uma é descrita em relação à outra (2 médicos para cada aluno);
- parte-todo: a/b é uma partição, em que “ a ” é uma quantidade e “ b ” é um parâmetro. O numerador é indicado de uma forma determinada pelo denominador (uma pizza dividida em 8 partes);
- operador escalar: a/b corresponde à idéia de operações compostas, parâmetro e quantidade. O numerador é um multiplicador e o denominador um divisor aplicado à mesma quantidade-um; decréscimo ou cortes sucessivos. É a operação inversa da multiplicação (um balão é reduzido a $2/3$ de seu tamanho inicial ou $2/3 = 2 \times 1/3$);
- O quarto caso, parâmetro/parâmetro, ou seja, o numerador é operado em um caminho que é determinado pelo denominador.

Uma outra contribuição, não menos importante e apresentada por Lesh (Behr et al., 1992), relaciona-se aos diferentes tipos de representação. As pesquisas apresentadas até então consideravam os três tipos de representação de Bruner: inativa, icônica e simbólica. Lesh acrescentou duas formas de representação, ou seja, também as relacionadas aos símbolos falados e às situações da realidade.

Esse modelo apresentado por Lesh (Behr et al., 1992) sugere dois tipos de movimento para favorecer a compreensão de noções relativas a frações: um entre esses modos de representação e outro dentro do próprio modo de representação. O autor apresenta um sistema de interações entre diversos sistemas representacionais: os materiais manipulativos, as imagens ou figuras, os símbolos falados, os símbolos escritos e as situações do cotidiano. Segundo Lesh, pode-se apresentar uma tarefa ao aluno, recorrendo ao modo dos símbolos escritos e sugerir que traduza ao modo pictórico, pelo uso de materiais ou ainda numa situação real. Mostra, assim, a diversidade de possibilidades de representação do conceito de número racional. A utilização de materiais manipuláveis é apenas um dos meios, sendo mais importante que isso a interação entre essas representações (Behr et al., 1992, p. 328).

Baseados no que foi descrito até então, entendemos não ser possível sistematizar todos os estudos numa única classificação, posto que não temos em todos os estudos os critérios comuns que possibilitem essa sistematização. Assim, fizemos nossa escolha com base nesses estudos e na análise das orientações prescritas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que apresentamos a seguir.

3.5 ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PRESCRITAS PELOS PCN A RESPEITO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Documentos Oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), indicam como objetivos do ensino de Matemática no segundo ciclo do Ensino Fundamental (3.^a e 4.^a séries): “Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (p. 55) e “resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais” (p. 56). Assim, segundo as orientações apresentadas nesse documento, o estudo dos números racionais deve ter início a partir do 2.º ano do Ensino Fundamental, com a preocupação de garantir o trabalho com situações contextualizadas.

Os PCN propõem que sejam trabalhados os seguintes conteúdos relacionados ao tema “números racionais na representação fracionária”:

- *Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.*
- *Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso freqüente.*
- *Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.*
- *Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.*
- *Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.*
- *Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.*
- *Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.*
- *Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais” (p. 57-59).*

Considerando os conteúdos acima indicados, esse documento indica competências que deverão ser avaliadas ao final do segundo ciclo: “Espera-se que o aluno resolva problemas utilizando conhecimentos relacionados aos números naturais e racionais (na forma fracionária e decimal), às medidas e aos significados das operações, produzindo estratégias pessoais de solução, selecionando procedimentos de cálculo, justificando tanto os processos de solução quanto os procedimentos de cálculo em função da situação proposta” (p. 62). Observamos aqui uma expectativa de que o trabalho com os números racionais ocorra por meio de resolução de problemas.

Quanto aos conteúdos de Matemática para o segundo ciclo, os autores propõem que aqueles abordados no primeiro ciclo, como números naturais, operações, medidas, etc., sejam ampliados de tal forma que os alunos possam estabelecer relações, aperfeiçoar procedimentos e, assim, construir novos conhecimentos. O que se sugere como forma de abordagem dos números racionais é a exploração de situações-problemas que levem os alunos a perceber a insuficiência dos números naturais e a necessidade de sua ampliação.

Estas orientações chamam a atenção, também, para alguns obstáculos que as crianças encontram quando raciocinam sobre números racionais como se fossem números naturais (p. 66). São citadas cinco dificuldades que as crianças podem encontrar, sendo pelo menos quatro relacionadas à representação fracionária, quais sejam:

- o aluno pode estar acostumado ao fato de que cada número natural é representado por um único símbolo. Já o número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias;

Como exemplo, podemos tomar $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{6}{24}$, que são representações diferentes de um mesmo número racional;

- A um aluno que escreve a relação $4 > 2$ pode parecer contraditório escrever $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$;

- “se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10” (p. 66);
- se no conjunto dos números naturais pode-se falar em sucessor e antecessor, no conjunto dos números racionais isso não é possível.

Nessas orientações oficiais há também uma preocupação com a compreensão de alguns dos significados do número racional – quociente, parte-todo e razão –, além de destacar a importância do trabalho com suas representações: fracionária e decimal (p. 54).

Quanto ao significado de parte-todo, o documento explicita como relação em que “um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes” (p. 67).

A interpretação do número racional como quociente é apresentada como divisão entre dois números naturais. Mostra que o símbolo $\frac{a}{b}$ representa $a:b$, com $b \neq 0$. Os PCN ainda mostram a diferença entre este significado e o anterior, esclarecendo que este significado pode ser observado em situações que envolvem a idéia de divisão.

Uma terceira interpretação é relacionada à situação descrita como razão, ou seja, “aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão” (p. 67).

Os PCN sugerem que estes três significados sejam explorados no segundo ciclo, fazendo menção também a uma outra interpretação que deverá ser explorada nos ciclos posteriores: o número racional como operador.

Destacamos, finalmente, a importância que os PCN atribuem a uma organização de ensino que propicie aos alunos experiências envolvendo diferentes significados e representações dos números racionais, em uma seqüência de trabalho que possa se consolidar nos ciclos posteriores, com a finalidade de ampliar e aprofundar esse conhecimento.

Todos os estudos apresentados neste capítulo integram a base da nossa intervenção. Porém, faz-se necessário apresentar a classificação dos significados da representação fracionária dos números racionais que serão foco do estudo durante nossa intervenção.

3.6 A CLASSIFICAÇÃO DOS SIGNIFICADOS DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS QUE SERÁ UTILIZADA NESTE ESTUDO

As idéias expostas nos itens anteriores tiveram papel fundamental na elaboração de nossa intervenção. Consideramos, assim como Vergnaud, que devemos procurar apresentar situações contextualizadas para que possamos dar sentido ao conceito de número racional e que este deverá ser construído a partir dos contextos apresentados.

Nosso grupo de pesquisa procurou enquadrar a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983) ao conceito de número racional, em sua representação fracionária. Assim, a partir dos estudos de Vergnaud e da classificação de Nunes, que também utilizou esses estudos como fundamentação, discutimos um conjunto de *situações* que abrangem diferentes significados da *representação* fracionária do número racional. No conjunto de invariantes operatórios, consideramos as propriedades do conceito, ou seja, além da ordenação e equivalência, as demais relações estabelecidas pelo sujeito para resolver as situações apresentadas. Para tanto, escolhemos os cinco significados: *parte-todo*, *quociente*, *operador*, *medida*, e *a localização da representação fracionária na reta numérica*, os quais foram trabalhados durante nossa intervenção. A seguir, apresentaremos a justificativa de nossa escolha.

1. Significado parte-todo

Um dos significados que observamos em todos os estudos aqui apresentados foi este denominado parte-todo. As pesquisas de Behr, Lesh, Post e Silver (1983) e de Kieren (1988) indicam o significado parte-todo como de fundamental importância para o entendimento de interpretações mais complexas.

Observamos também que a idéia de parte-todo está entre os três significados sugeridos pelos PCN, para o trabalho com os números racionais, a partir das primeiras séries do Ensino Fundamental (PCN, p. 54).

Sabe-se que esse significado tem sido enfatizado no trabalho com a representação fracionária dos números racionais, fato confirmado pelos resultados de diversas pesquisas.

Nunes e Bryant (1997), por exemplo, tomando como base a pesquisa de Campos e Cols (1995), já sinalizavam que havia uma forte tendência por parte dos professores em trabalhar esse conceito utilizando prioritariamente o significado parte-todo. Esse fato também é comentado em documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997). Recentemente, estudos como os de Silva (1997); Santos (2005), Canova (2006) também mostram que, no trabalho com os números racionais, uma ênfase muito grande é dada à idéia de parte-todo nas séries iniciais e ao significado de operador multiplicativo nas séries finais.

Ainda relacionando questões de ensino e aprendizagem, Canova (2006) observa uma relação intrínseca das concepções dos professores com a própria aprendizagem e a sua influência sobre o ensino e aprendizagem dos alunos. A pesquisadora observou que os docentes também apresentam um índice maior de sucesso em problemas que envolvem o significado *parte-todo*. Entretanto, esse sucesso é relativo: resultados de Avaliações Externas, por exemplo, indicam que em questões que envolvem o significado *parte-todo* – que vem se destacando como o mais trabalhado –, os alunos não têm apresentado os resultados esperados (SAEB, 2001; SARESP, 1998, 2000 e 2005).

Além das justificativas acima descritas não podemos esquecer que os conhecimentos adquiridos a partir de propostas desenvolvidas envolvendo o significado *parte-todo* são importantes para que haja uma maior compreensão da equivalência de frações, pois esse conhecimento é construído a partir de idéias que envolvem o significado *parte-todo*, em contextos que tratam de grandezas tanto contínuas quanto discretas. Portanto, acreditamos ser importante que nossa pesquisa também considere esse significado.

2. Significado quociente

O *Quociente* é outro significado presente nos estudos aqui apresentados. O desenvolvimento do trabalho com os números racionais utilizando essa idéia também é uma indicação dos PCN (1997, p. 54). Esse mesmo documento, ao sugerir os conteúdos de Matemática para as primeiras séries do Ensino Fundamental (3.^a e 4.^a séries), propõe que aqueles abordados nas séries anteriores (1.^a e 2.^a séries), como número natural, adição, medida etc. sejam ampliados, pelo estabelecimento de relações, e pelo aperfeiçoamento dos procedimentos já vistos, com a finalidade de construir novos conhecimentos. Situações que envolvam o significado de quociente podem favorecer esse aprimoramento (p. 54).

Outros estudos também mostram que o *significado parte-todo* não é suficiente para a ampliação do conjunto numérico dos naturais e sugerem que uma abordagem envolvendo um outro significado poderá fazê-lo. Kieren (1988), por exemplo, discute que o trabalho com o modelo *parte-todo* induz ao processo de dupla contagem, não propiciando a introdução da criança no campo dos quocientes. De forma análoga, Nunes e Bryant (1997), com base em Campos e Cols (1995), afirma que se o trabalho for feito somente considerando o *significado parte-todo*, ficará prejudicado o entendimento de que o conjunto dos racionais é uma extensão do conjunto dos números naturais. Ou seja, para perceber essa extensão, o aluno precisaria vivenciar situações em que a idéia da divisão fosse ampliada.

No entanto, mesmo considerando toda a importância de desenvolver trabalhos relacionados ao *significado quociente*, observamos que os resultados de pesquisas consideradas sobre o tema mostram que isso não vem ocorrendo, pelo menos com a mesma intensidade que se observa no trabalho com o significado parte-todo. A esse respeito, os PCN (1997) concluem que: “A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo” (p. 64).

Portanto, consideramos de extrema importância fazer nossa investigação utilizando esse significado.

3. Significado medida

Outro significado, não menos importante, é o que apresenta a idéia de comparação de grandezas. Chamamo-lo aqui de medida; entretanto, os diversos autores tomados como referência o nomeiam de forma diferenciada, usando os termos razão, probabilidade, taxa, quantidades intensivas ou mesmo medidas. Convencionamos chamar medidas o que, por exemplo, nos PCN (1997) é chamado de razão. Segundo esse documento, uma situação em que a fração é interpretada como razão é “aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza” (p. 67). Notamos aqui uma idéia diferente da apresentada para o *significado quociente*. Ou seja, enquanto a *medida* é representada por uma fração que indica um índice comparativo, o *quociente* envolve a idéia de partilha.

Da mesma forma que os dois significados anteriores (*parte-todo* e *quociente*) os PCN sugerem que o trabalho com os números racionais contemple também esse significado nas séries iniciais do Ensino Fundamental, que foram o foco de nosso estudo.

Estudos de Kieren (1988) indicam também que a representação fracionária dos números racionais apresentada no *significado medida* proporciona um contexto natural para a compreensão da soma de frações, facilitando além disso o trabalho com a representação decimal dos números racionais.

Analisando a relação interessante que há entre *os significados de quociente e medida*, avaliamos ser este um outro significado importante a ser discutido durante nossa intervenção.

4. Significado operador

Apesar da sugestão de orientações curriculares, como o PCN (1997), de que os três primeiros significados – *parte-todo*, *quociente* e *medida* – devem ser explorados nas 3.^a e 4.^a séries do Ensino Fundamental e de que o significado operador deverá ser explorado nas séries finais desta modalidade, pesquisas recentes indicam que, mesmo não sendo indicado pelos currículos prescritos, a maioria dos livros didáticos apresenta situações envolvendo o significado *operador multiplicativo* para números racionais representados na forma fracionária (Silva, 1997; Canova, 2006).

Além disso, essa mesma pesquisa mostra que professores das séries iniciais, quando em circunstâncias de elaboração de situações-problema, apresentaram mais situações envolvendo significado *operador*. A autora revela: “Esse resultado nos surpreendeu, pois as recomendações dos PCN para os ciclos iniciais sugerem que o ensino de frações aborde os significados parte-todo, quociente e razão, sendo o significado operador multiplicativo sugerido após os ciclos posteriores” (Canova, 2006, p. 160-161). Esse fato, mesmo parecendo incoerente, não nos causa estranheza, pois a maioria dos livros didáticos apresenta situações envolvendo esse significado, e o professor, muitas vezes, utiliza esse tipo de material como orientador de suas ações.

Temos ainda uma razão para a introdução desse significado: a questão do desenvolvimento profissional do professor. Nóvoa (2001) afirma que a formação é um ciclo que abrange várias fases da vida: desde a escola básica e a graduação, aos primeiros anos de escolaridade e os anos em que se trabalha como titular. Pesquisas recentes, como as de Santos (2005), indicam que professores das séries finais do Ensino Fundamental dão uma ênfase muito grande ao significado operador multiplicativo. Assim, consideramos a importância de investigar como vem sendo desenvolvido o trabalho por docentes que, em sua formação, tiveram professores que priorizavam o significado de operador-multiplicativo para números racionais.

Outro ponto importante diz respeito à relação entre a maneira como esses professores aprenderam e a influência que isso tem no seu trabalho. Kieren (1988) afirma que se o ensino enfatiza prematuramente as regras das operações: “as crianças entendem a

forma, mas, não a substância do sistema. Isto deve resultar em realizações temporárias com fragmentos de conhecimento, mas, não em duração, utilidade, e poder de conhecimento pessoal” (p. 177).

Diante do exposto, concluímos que este também é um importante significado a ser discutido durante nossa intervenção.

5. Significado localização na reta numérica

A proposta do significado *localização na reta numérica* foi apresentada por Behr, Lesh, Post e Silver (1983, p. 99) como um subconstruto que corresponde às coordenadas lineares, permitindo a interpretação do número racional como um ponto da reta numérica. A noção desse subconstruto é bastante próxima do significado de *medida* proposto por Kieren (1988), enfatizando a questão intervalar, a densidade e a descontinuidade. Não é um consenso entre os pesquisadores, mas escolhemos esse significado por considerarmos que a reta numérica é uma importante idéia matemática a ser desenvolvida a partir do trabalho com a representação fracionária dos números racionais.

Outra questão, não menos importante, é a utilização da reta numérica para o trabalho com *o invariante ordem*. A reta numérica pode ser um bom instrumento para representar as frações e estabelecer essa relação.

Pesquisas têm identificado dificuldades dos professores em localizar uma representação fracionária de um número racional na reta numérica. Na Espanha, Llinares e Sánchez (1996), por exemplo, observaram essa dificuldade. No Brasil, pesquisas recentes como a de Canova (2006), indicam que esse não é um significado muito explorado, como foi constatado em protocolo de pesquisa preparado pela autora, que apresentou significativos índices de erros em uma questão envolvendo esse significado (p. 186).

Pelo exposto, acreditamos que localizar uma representação fracionária numa reta numerada é um significado importante dos números racionais que deve ser investigado.

Assim, para desenvolver esta pesquisa assumimos os significados: *parte-todo*, *quociente*, *medida*, *operador* e *localização da representação fracionária na reta numérica*.

CAPÍTULO 4

A INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresentaremos considerações referentes tanto ao tipo de pesquisa utilizada quanto à metodologia empregada a partir da delimitação do universo de investigação. Faremos também a descrição desse mesmo universo por meio de uma caracterização na qual estarão incluídos a escola e os professores participantes. Apresentaremos ainda uma descrição dos procedimentos e instrumentos utilizados para a coleta de dados.

4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A natureza desta pesquisa é primordialmente qualitativa. Tem como objetivo realizar uma análise de diferentes fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes estão inseridos em um projeto de pesquisa.

Para tanto, escolhemos analisar diferentes aspectos do desenvolvimento profissional de um grupo de professores, tomando como base suas observações e reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações, após nossa intervenção. O material utilizado neste estudo foi elaborado a partir de dados diagnósticos, e ao final do processo de formação procurou-se observar e analisar também a influência de nossa intervenção sobre a prática docente daqueles profissionais.

4.1.1 A pesquisa

A fim de atender aos objetivos deste estudo e responder às suas questões, utilizamos primordialmente uma pesquisa de natureza qualitativa. Nesse tipo de pesquisa há uma preocupação com a mensagem contida em um texto e com o ponto de vista do outro que possibilitem a compreensão e a interpretação do significado do objeto de conhecimento. Esse tipo de pesquisa, segundo Lüdke e André (1986), apresenta a possibilidade de o pesquisador captar a maneira pela qual os indivíduos pensam e reagem diante de questões específicas. Ainda, segundo as autoras, essa pesquisa tem um plano aberto e flexível, aborda um grande número de dados descritivos e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada.

Segundo André (1995), a pesquisa qualitativa se caracteriza ainda como uma ciência do singular, do particular, que contempla experiências pessoais e que possibilita ao pesquisador fazer reflexões sobre a temática que possam produzir novas compreensões. Cabe ao pesquisador comparar os dados colhidos durante a investigação – tudo aquilo que emerge da pesquisa – com outras investigações e experiências, originando outras descobertas ao focar a questão pesquisada sob nova perspectiva, contribuindo para a possibilidade de generalizações necessárias à formulação teórica.

Classificamos nossa pesquisa como qualitativa, pois ela possuía um plano aberto e flexível: os dados foram coletados no decorrer das sessões, exigindo flexibilidade maior à medida que o trabalho foi sendo realizado.

Nossa investigação teve um grande número de dados descritivos. As sessões foram gravadas e as observações e anotações foram realizadas tanto no momento em que as situações ocorriam, como posteriormente, quando transcrevíamos a fita. Assim, algumas situações puderam ser bem detalhadas, enquanto outras (principalmente as que não foram gravadas) perderam um pouco desse detalhamento devido ao ritmo em que as situações ocorriam; focalizamos a realidade de forma contextualizada, por assumirmos que o contexto é importante para a compreensão do desenvolvimento profissional do professor.

Consideramos também como fator de grande importância a análise minuciosa dos resultados, tendo em vista o estudo desenvolvido por André e Lüdke (2004) sobre pesquisas relacionadas à formação de professores até 2002. Essas autoras investigaram dissertações de mestrado e teses de doutorado em cerca de 60 programas de pós-graduação em educação do País. Esse estudo apontou um excesso de pesquisas baseadas em opiniões de professores obtidas por meio de entrevistas. Segundo as autoras, essas pesquisas têm-se restringido, em geral, à transcrição das entrevistas, sem maiores preocupações com a análise necessária, que permite um aprofundamento dos possíveis sentidos apresentados e da reflexão teórica. Além disso, muitas vezes ficam isentas da reflexão do próprio pesquisador.

Dessa forma, ao desenvolver este trabalho, procuramos aprofundar os sentidos, relacionando-os com estudos sobre o tema e apresentando os resultados de nossa reflexão a esse respeito.

Conforme afirmamos na introdução deste capítulo, esta pesquisa é de natureza qualitativa e é amparada em análises quantitativas de dados coletados a partir de um protocolo de pesquisa contendo situações-problemas que envolvem os cinco significados da representação fracionária dos números racionais, descritos anteriormente. Entretanto, as análises dos dados colhidos serão somente mais uma fonte de informações que interagirão com as demais transcrições, observações e análises realizadas durante a intervenção.

Esta pesquisa apresenta também características de trabalho colaborativo. Muitos autores estudam a importância desse tipo de trabalho entre professores como aspecto fundamental no desenvolvimento profissional.

Ponte (1997), por exemplo, considera necessário investigar com os professores, em vez de somente investigá-los. Saraiva e Ponte (2003) consideram que projetos colaborativos em que intervenham professores e investigadores devem ser desenvolvidos com o objetivo de atender às necessidades desses professores e segundo o ritmo destes.

Afirmam, ainda, que tais trabalhos podem constituir-se em ótimas oportunidades de desenvolvimento profissional. Assim, é importante estabelecer uma relação de confiança

mútua e proporcionar o tempo necessário para que todos os participantes tenham interesses comuns. Para o autor, “os interesses pessoais de cada um dos participantes (professores e investigadores) não têm de ser os mesmos, mas têm de ser articulados no decurso das actividades desenvolvidas que, elas sim, precisam de ter objectivos comuns” (p. 31).

Assim, levando em conta os estudos citados, elaboramos nossa intervenção essencialmente sobre o professor, mas contemplando o aspecto considerado por Ponte (1997) como fundamental, qual seja o desenvolvimento do trabalho em parceria “com o professor”.

Para isso, procuramos estabelecer uma relação de confiança mútua com o grupo, tomando em conta suas preocupações, suas necessidades e respeitando seu ritmo de trabalho.

4.1.2 Descrição da pesquisa

Nossa pesquisa teve como ponto de partida a análise de um pré-teste apresentado a alunos e professores do 2.º ciclo, cujos resultados forneceram subsídios para a preparação de ações de formação continuada (40h), nas quais priorizamos a questão da *reflexão sobre a ação*. Após esse trabalho, os professores elaboraram seqüências de ensino, levando em conta as reflexões feitas durante os encontros com o objetivo de desenvolver noções relativas à representação fracionária dos números racionais com seus alunos.

Após a intervenção dos professores nas salas de aula, recolhemos cadernos de alunos e fizemos entrevistas semi-estruturadas em dois momentos: no primeiro entrevistamos todos os professores envolvidos e, um ano depois, entrevistamos o grupo dos professores que ainda permaneciam na escola. Para concluir, analisamos a proposta de trabalho elaborada coletivamente e as falas obtidas por meio de entrevistas.

Com a finalidade de atingir os objetivos deste estudo, consideramos algumas questões relacionadas aos diferentes saberes dos professores sobre números racionais em sua representação fracionária, antes e depois de nossa intervenção. Com o auxílio de nosso

grupo de pesquisa, avaliamos os saberes específicos sobre o tema, considerando inicialmente os resultados do estudo diagnóstico e, em seguida, as falas dos professores sobre a sua formação. Os demais saberes foram analisados com base nas falas dos professores tanto durante a intervenção quanto nas entrevistas realizadas ao final do processo e um ano após o período de formação continuada.

4.2 SELEÇÃO DA AMOSTRA

4.2.1 Procedimentos preliminares

Nosso trabalho mantém estreitas ligações com outros que foram ou estão sendo desenvolvidos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo no Programa Educação Matemática, no grupo de pesquisa “Conceitos: Formação e Evolução – CoFE” (G IV),⁵⁰ especialmente, no Projeto “A Formação, Desenvolvimento e Ensino do Conceito de Frações nos Níveis Fundamental, Médio e Superior”, que faz parte de uma pesquisa de cooperação internacional⁵¹ cuja finalidade é investigar questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de noções relativas a esse conjunto numérico. Assim, nosso estudo está relacionado aos de Santos (2005), Merlini (2005), Moutinho (2005), Rodrigues (2005), Canova (2006) e Damico (2007), com os quais procuramos manter uma relação de complementaridade. Assim, delimitamos nossa contribuição ao estudo do desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, num processo de formação continuada na própria escola.

Com o propósito de melhor compreender a prática docente e responder à nossa questão de pesquisa, procuramos, a partir da realização de um estudo comparativo sobre as concepções de fração e a sua relação com a prática pedagógica do professor das primeiras

⁵⁰ As investigações propostas por este grupo têm como eixo temático o estudo do processo de formação e desenvolvimento de conceitos segundo os paradigmas da Educação Matemática. Partem de uma interrogação sobre o que se passa em classe, segundo os pontos de vista do aluno, do professor e do ambiente no qual deverá se desenrolar o processo a ser estudado. Estão assim interessados em pesquisar fenômenos didáticos ligados ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos e estratégias quando estes estão relacionados a um objeto matemático. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/grupo_g4_acad.html. Acesso em: 10 maio 2006.

⁵¹ Trata-se de uma pesquisa, sob a coordenação da professora Terezinha Nunes, envolvendo a cooperação entre a Oxford University e o Centro das Ciências Exatas Tecnológicas da PUC-SP.

séries do Ensino Fundamental, captar suas peculiaridades, que serviriam como ponto de partida para elaborar uma proposta de intervenção com os professores de uma escola de Ensino Fundamental.

Comparando os resultados obtidos por meio de instrumento diagnóstico, aplicado a 17 professores e 30% dos alunos de 3.^a e 4.^a séries da referida escola, com outras pesquisas diagnósticas que estão sendo desenvolvidas por nosso grupo, observamos que os alunos têm pouco domínio desse conceito (Moutinho, 2005; Merlini, 2005; Santos, 2005, Canova, 2006), fato comprovado em diferentes avaliações externas (SAEB, 2001; SARESP 2000, 2005). Estudos como os de Moutinho (2005) e Merlini (2005) sobre o ensino e aprendizagem observam que os alunos da 4.^a, 5.^a, 6.^a e 8.^a séries do Ensino Fundamental apresentam relativa facilidade para resolver problemas envolvendo a representação fracionária dos números racionais, no significado parte-todo, o que não ocorre quando o problema envolve outros significados. Esses estudos indicam uma dificuldade em trabalhar com grandezas discretas com a maioria dos significados e, em especial, relativa ao Operador Multiplicativo.

Quanto ao ensino, estudos como os de Silva (1997), Santos (2005) e Canova (2006) também demonstram que há uma ênfase muito grande no ensino das frações, utilizando prioritariamente um único significado: parte-todo (nas séries iniciais) ou operador multiplicativo (nas séries finais). Esses resultados serviram como ponto de partida para o planejamento de nossa intervenção.

Inicialmente, procuramos uma escola na Diretoria de Ensino em que atuamos profissionalmente.⁵² Em seguida, procuramos entre as escolas de primeiro ciclo, uma que demonstrasse interesse pela pesquisa e que oferecesse as mínimas condições para a realização desse trabalho. Em uma reunião com diretores e coordenadores, apresentamos nossa proposta e solicitamos os nomes das escolas interessadas, para que fossemos, num segundo momento, apresentar a proposta de pesquisa aos professores. Nessa reunião

⁵² Sou professora da Rede Pública Estadual de São Paulo e recebi uma bolsa para fazer o Doutorado que previa meu afastamento da Diretoria de Ensino de Caieiras por 20 horas semanais. Esse afastamento permitiu que houvesse a possibilidade de um acompanhamento mais sistemático da escola que estava sendo pesquisada.

tivemos 10 escolas interessadas, mas durante as visitas percebemos que na maioria (8) havia interesse somente por parte do diretor. Ao expor nossa intenção de desenvolver a pesquisa, percebemos um certo constrangimento por parte de alguns professores dessas escolas, que, ao final, revelaram interesse por oficinas pontuais. Quanto a isso, procuramos atender a todos agendando uma oficina específica para cada escola.

Fizemos a mesma apresentação dos objetivos da pesquisa nas duas escolas em que observamos o interesse dos professores. Na primeira, embora houvesse empenho por parte dos docentes, observamos que a direção estava resistente em oferecer um espaço maior para que os encontros fossem realizados – algumas de nossas sessões deveriam ocorrer em um tempo maior – no caso, 1 hora do Horário de Trabalho Pedagógico⁵³ (HTPC), que é semanal. Em vez disso, foi-nos oferecida somente 1 hora mensal. Uma vez que pretendíamos discutir mais de 20 horas sobre o tema, consideramos que esse fato poderia comprometer nossa pesquisa. Assim, oferecemos a essa escola também o nosso trabalho mensal, com o desenvolvimento de oficinas sem vínculo com nossa pesquisa.

Assim, das 10 escolas inicialmente selecionadas, encontramos as melhores condições para a realização da pesquisa em uma escola localizada na periferia da cidade de Franco da Rocha: interesse de participação do corpo docente e do pessoal administrativo, possibilidades de encontros sistemáticos de 4 horas, abertura para a realização de visitas e aplicação dos testes necessários. Além disso, trata-se de escola com características específicas da maioria das escolas públicas de periferia: grande número de alunos e falta de recursos. Em contrapartida, encontramos nesta escola, um grupo de docentes muito envolvido com as questões relacionadas ao ensino/aprendizagem.

⁵³ Em 1999 foi criada em toda a Rede Pública Estadual de São Paulo, a HTPC (Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo), com os seguintes objetivos: “construir e implementar o projeto pedagógico da escola; articular as ações educacionais desenvolvidas pelos diferentes segmentos da escola, visando à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem; identificar as alternativas pedagógicas que concorrem para a redução dos índices de evasão e repetência; possibilitar a reflexão sobre a prática docente; favorecer intercâmbio de experiências; promover o aperfeiçoamento individual e coletivo dos educadores, acompanhar e avaliar, de forma sistemática, os processos de ensino e aprendizagem” (SEE/CENP, 1996).

4.2.2 Caracterização da instituição e dos sujeitos envolvidos na pesquisa

A Escola pesquisada está localizada na cidade de Franco da Rocha, periferia da grande São Paulo, é jurisdicionada à Diretoria Regional de Ensino de Caieiras e mantida pelo poder público Estadual. Atende a 1.120 alunos, em sua maioria de 7 a 11 anos. Tem 34 professores, dos quais 15 participaram de todo o processo de pesquisa, por trabalharem com as 3.^a e 4.^a séries, que são nosso foco de estudo.

4.2.2.1 Caracterização geral da escola e seu entorno

Esta escola está localizada em uma rua distante do centro da cidade de Franco da Rocha. Foi inaugurada em 1979, período em que, além de grande expansão do ensino público estadual, houve também aumento significativo da população da região, devido ao movimento migratório intensificado pela oferta de loteamentos populares e pela facilidade de locomoção para São Paulo por via férrea – transporte rápido e barato.

Estrutura física

Durante o tempo em que desenvolvemos a pesquisa, vivenciamos a segunda reforma dessa escola. Devido à demanda, houve uma primeira ampliação, com a construção de salas de alvenaria e do muro em volta da escola. Finalmente, em 2005 houve mais uma reforma, cujo objetivo não era aumentar o número de salas de aula, mas organizar a estrutura da escola.

A despeito dessas condições, consideramos que o prédio apresentava-se organizado e em bom estado de conservação e limpeza. Afinal, mesmo antes da reforma, as salas não apresentavam problemas mais sérios em sua estrutura. Porém, o espaço físico ficou limitado, dificultando um pouco mais as atividades externas à sala de aula.

Enquanto estivemos lá, a escola possuía 15 salas de alvenaria, 1 secretaria, 1 sala de direção e coordenação – que ficou algum tempo adaptada como sala de informática –, e

uma sala de vídeo.

Quanto aos materiais pedagógicos e livros de literatura infantil, estavam guardados numa mesma sala. Sendo assim, se o professor fosse utilizá-los, teria de levá-los para a sala de aula.

Durante nossa estada na escola presenciávamos queixas quanto à área de lazer, que era considerada tanto pelos professores e funcionários quanto pelos alunos como um dos maiores problemas da escola, pois o espaço era restrito e insuficiente para acomodar todos os estudantes. Havia também uma quadra que, antes da reforma, era descoberta, o que ocasionava sérias dificuldades para o desenvolvimento das aulas de educação física.

Caracterização da comunidade

De acordo com o levantamento feito no início do ano de 2005, a comunidade escolar é constituída por filhos de trabalhadores da indústria, vendedores, costureiras, auxiliares domésticos, coletores de lixo, autônomos prestadores de serviços, proprietários de comércio de pequeno porte no próprio bairro e um grande número de famílias desempregadas.

São pessoas simples e cordiais, que têm boa vontade em fornecer informações, prolongando a conversa com detalhes e fazendo perguntas. Muitos pais participam de diversas atividades na escola, inclusive nos finais de semana. O bairro não oferece atividades recreativas; assim, muitas vezes os moradores utilizam-se dos eventos promovidos pela escola também como fonte de lazer.

Caracterização dos alunos

A escola atende a alunos em sua maioria de 7 a 11 anos. São 1.120 alunos (520 matriculados no período da manhã e 600 à tarde) distribuídos em 30 salas de aula (15 no período da manhã e 15 no da tarde).

Avanço observado no Projeto Pedagógico da escola é o baixo índice de evasão e de

alunos com baixo rendimento. O maior problema que observamos é a insuficiência do espaço físico para atender à demanda. Há um número elevado de alunos por sala de aula (em média 40) e uma procura muito grande por vagas, durante o ano todo.

Segundo o Projeto Pedagógico da Escola, os alunos “... em sua maioria apresentam significativo potencial no rendimento escolar, são participativos e criativos, com seus limites. Muitos alunos estão sempre doentes, apáticos e desinteressados, devido à situação econômica e de condições de vida dos familiares e da precariedade das moradias” (Projeto Político Pedagógico – PPP, 2005, p. 9). Durante nossa pesquisa, vivenciamos o dia-a-dia da escola e percebemos muitos dos problemas aqui mencionados. Porém, o que nos chamou a atenção foi o empenho da direção e da coordenação no sentido de, sistematicamente, buscar soluções para as dificuldades. Destacamos ainda que, em geral, os alunos da escola demonstram um certo entusiasmo que pode também ser interpretado como inquietude e agitação, próprios de alunos desse nível de ensino, e revelam-se, igualmente, bastante ativos e participativos, envolvendo-se com entusiasmo nos projetos desenvolvidos na escola.

Uma outra característica desta escola é o número de alunos com necessidades especiais – 23 no total. A esse respeito, presenciemos muitas queixas dos professores, que, por um lado consideram a importância da inclusão e, por outro, sentem-se despreparados para trabalhar com esses alunos. Acrescentam ainda à sua queixa a impossibilidade de dar a atenção necessária aos alunos especiais, pois as salas são todas numerosas.

Caracterização dos professores

A escola possui 36 professores, sendo que entre eles há uma professora readaptada.⁵⁴ Destes, 29 são professores de Educação Básica I (PEB I)⁵⁵ e 22 estão substituindo professores titulares de cargo, que estavam afastados. Os afastamentos eram por diferentes motivos:

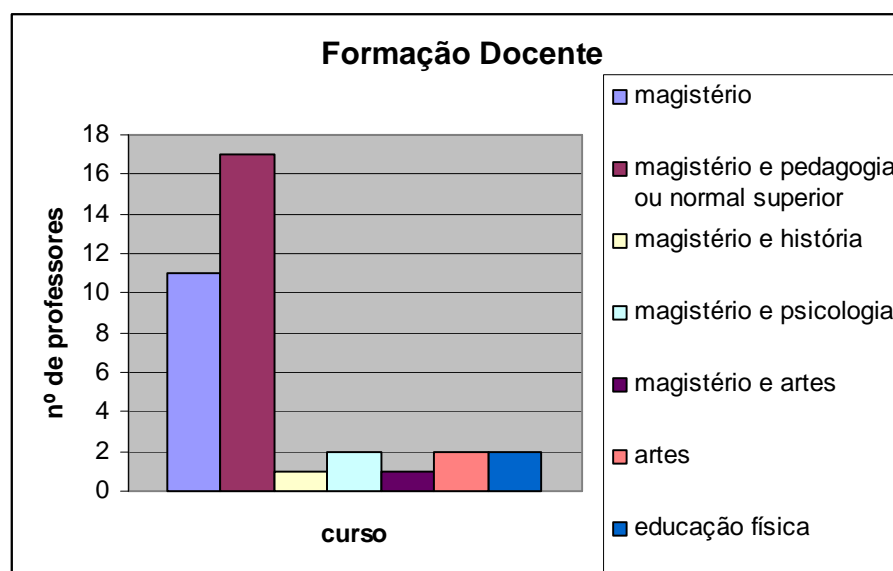
⁵⁴ O docente readaptado deve prestar serviços em unidades escolares e fica sujeito à jornada de trabalho docente na qual estiver incluído (definição de docente readaptado, que consta do artigo 42 da Lei 10.261/68 para o magistério, no artigo 98 e seguintes da LC 444/85). O professor readaptado citado neste trabalho prestava serviços à secretaria da escola.

⁵⁵ Os professores de Educação Básica I são professores polivalentes que ministram aulas de 1.ª a 4.ª séries.

- 6 para exercer a função de direção (diretor ou vice-diretor);
- 1 para exercer a função de supervisor;
- 3 por licença saúde;
- 16 eram professores de outros municípios que escolheram aulas naquela escola, mas lecionavam no município de origem.⁵⁶ Quanto à formação dos professores, temos a seguinte tabela:

tabela : formação dos professores da escola investigada

Magistério	SUPERIOR					
	Magistério + Pedagogia ou normal superior	Magistério + História	Magistério + Psicologia	Magistério + Artes	Artes	Educação Física
11	17	1	2	1	2	2



⁵⁶ Com a municipalização da cidade vizinha, Mairiporã, os professores da rede estadual tiveram de deixar as escolas do município em que se efetivaram, para tomar posse em outro município, no caso Franco da Rocha. Entretanto, um convênio entre o governo do Estado de São Paulo e o prefeito de Mairiporã permitiu que esses professores continuassem lecionando no município de origem.

Esses dados mostram que 30% dos professores ainda não tinham formação superior quando desenvolvemos o projeto de formação continuada nessa escola, ou seja, a formação dos professores dessa escola não atende ao que estabelece a legislação (LDB, 1996). Quanto aos professores que têm formação inicial em curso superior (70%), os índices também são menores do que os das escolas estaduais paulistas. Na tabela abaixo, observamos que, em 2006, nas escolas estaduais paulistas, 91,87% – equivalentes a 36.207 professores – possuíam formação superior completa.

Tabela : Professores que lecionam de 1.^a a 4.^a séries do Ensino Fundamental – São Paulo – 2006			
Dependência Administrativa	Formação Fundamental completo	Formação Média completo	Formação Superior completa
Total	149	13.752	117.654
Federal	0	2	6
Estadual	28	3.174	36.207
Municipal	72	6.273	59.149
Privada	49	4.303	22.292
Fonte: MEC/INEP			
Notas:			
1) O mesmo docente pode atuar em mais de um nível/modalidade de ensino e em mais de um estabelecimento.			
2) O mesmo docente de ensino fundamental pode atuar de 1. ^a a 4. ^a e de 5. ^a a 8. ^a séries.			

No entanto, embora apresentando desvantagens nos números que indicam a formação dos professores, tanto comparados aos do Estado de São Paulo quanto à legislação, avaliamos positivamente a preocupação destes docentes com seu desenvolvimento profissional, pois sabemos que, embora o diploma de curso superior seja uma exigência legal observada pela LDB,⁵⁷ a formação em nível médio continua a ser admitida. Por outro lado, podemos observar, ainda por estes dados, que mais da metade dos professores fizeram curso superior. Ou seja, a maioria procurou desenvolver-se profissionalmente, quer seja para aprimorar os seus conhecimentos, como queremos crer, quer seja apenas para atender à legalidade.

As idades dos professores envolvidos variavam entre 29 e 60 anos. Em geral, é um

⁵⁷ A nova LDB prevê que a formação inicial do professor das primeiras séries do ensino fundamental, em nível superior, seja na universidade, nos Institutos Superiores de Educação. Entretanto, a formação em nível médio continua a ser admitida.

grupo com relativa experiência, tendo em média 13 anos de magistério. Segundo o Projeto Pedagógico da Escola, esses professores são “... comprometidos com o trabalho e com os alunos. São habilitados no Magistério e alguns possuem curso Superior. Sempre participam de cursos de capacitação e preocupam-se com sua formação continuada. Apresentam ótima assiduidade, integração profissional e valorizam os momentos coletivos para trocas de experiências” (PPP, p. 9). Realmente observamos, durante nossa convivência na escola, um grande envolvimento da equipe com os problemas a serem resolvidos.

4.3 BREVE DESCRIÇÃO DAS ETAPAS DA PESQUISA

Utilizamos três formas de coleta de dados: avaliação diagnóstica, entrevista interativa e documentos.⁵⁸

Para a coleta de dados, foram realizadas 16 sessões de 4 horas cada, que serão especificadas a seguir: 3 sessões foram destinadas à aplicação do pré-teste; 9 sessões foram dedicadas a estudos dos significados da representação fracionária dos números racionais e à vivência de metodologias diversificadas, objetivando o trabalho com frações; em uma das sessões os professores elaboraram uma seqüência de trabalho a ser desenvolvida com seus alunos em sala de aula; 2 sessões foram destinadas a entrevistas; 1 sessão, para análise conjunta dos cadernos dos alunos; e, finalmente, realizamos 1 sessão de entrevistas um ano após a intervenção. A pesquisa diagnóstica foi realizada com 17 professores, 20 alunos da 3.^a série e 27 alunos de 4.^a série. Foram entrevistados 11 professores de 3.^a e 4.^a séries, a professora coordenadora pedagógica, a diretora e a vice-diretora. Apresentamos, a seguir, a tabela com as etapas aqui descritas.

⁵⁸ Analisamos, além do Projeto Político Pedagógico da escola (PPP), o planejamento feito pelos professores e cadernos de alunos.

Tabela : Etapas da pesquisa

Etapas	Descrição	Número de sessões	Data
1.^a	Escolha da escola e dos sujeitos de pesquisa	11	1.º semestre 2004
2.^a	Coleta de dados: instrumento diagnóstico referente aos alunos e professores envolvidos na pesquisa	3	dezembro 2004
3.^a	Intervenção	9	março a setembro 2005
4.^a	Elaboração coletiva de uma sequência de trabalho com frações	1	setembro 2005
5.^a	Descrição do trabalho desenvolvido em sala de aula por meio de entrevistas com os professores envolvidos	2	dezembro 2005
6.^a	Avaliação da intervenção feita por um professor, por meio da análise conjunta de cadernos de alunos	1	dezembro 2005
7.^a	Retorno à Escola para uma nova entrevista sobre o trabalho desenvolvido em 2006	1	dezembro 2006

Além das etapas aqui descritas, vale lembrar que fizemos um trabalho de reflexão com os professores durante os dias destinados ao planejamento, no início do ano letivo de 2005, discutindo questões relacionadas a metodologias e conteúdos trabalhados em 2004, além de realizar quatro oficinas com os professores de 1.^a e 2.^a séries, sobre temas por eles escolhidos. Com os professores de 3.^a e 4.^a séries também tratamos de outros temas, como geometria, jogos na matemática e resolução de problemas que não descreveremos por não serem nosso foco de pesquisa.

No próximo item apresentaremos os instrumentos de pesquisa utilizados em nosso estudo.

4.4 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Faremos a seguir a descrição dos instrumentos de coleta de dados: o protocolo de pesquisa da avaliação diagnóstica inicial; o roteiro da primeira entrevista semi-estruturada, realizada ao final da intervenção; e o roteiro da segunda entrevista semi-estruturada, realizada um ano após a primeira entrevista.

4.4.1 Avaliação diagnóstica inicial – protocolo de pesquisa

No final do ano de 2004, aplicamos um instrumento diagnóstico que tinha como objetivos analisar o perfil dos professores daquela escola e procurar compreender as estratégias utilizadas por aqueles docentes e seus alunos para resolver problemas envolvendo diferentes significados da representação fracionária de números racionais.

Além disso, solicitamos que os professores avaliassem seu trabalho com o tema frações durante os anos que antecederam a nossa pesquisa.

Para atingir esses objetivos, separamos o protocolo em duas partes. Na primeira, preparamos algumas questões específicas relacionadas ao perfil do professor, incluindo uma auto-avaliação de seu trabalho com o tema frações durante os anos anteriores. Para avaliar a competência de professores e alunos com relação aos significados das frações, analisamos as estratégias utilizadas pelos sujeitos para a resolução de alguns problemas. Nessa parte, utilizamos as mesmas questões propostas por Merlini (2005) e Moutinho (2005), pois iremos comparar os resultados obtidos por estes pesquisadores com os nossos. Tanto Merlini (2005) como Moutinho (2005), ao elaborarem esse questionário, pretendiam investigar as concepções de alunos e as estratégias utilizadas por eles para resolver problemas que abordam a idéia de fração, segundo a classificação teórica proposta por Nunes. Merlini investigou 5.^a e 6.^a séries e Moutinho, 4.^a e 8.^a séries. Justificamos a escolha deste instrumento por ter sido muito discutido em nosso grupo de pesquisa e pela possibilidade de confrontar os dados obtidos com os já analisados em pesquisas anteriormente desenvolvidas. Esses dados nos forneceriam pistas importantes sobre os

saberes dos professores e dos alunos envolvidos em nossa pesquisa.

Aplicamos esse questionário em dezembro de 2004, a 17⁵⁹ professores, a 42 alunos da 4.^a série e a 35 alunos da 3.^a série (7 alunos de cada sala, correspondendo a aproximadamente 20% dos estudantes dessas séries). Nossa intenção era gerar uma discussão em nossa posterior intervenção não só sobre os resultados obtidos pelos professores, mas também a respeito dos apresentados por seus alunos, com a finalidade de favorecer uma reflexão mais ampla.

4.4.1.1 Descrição da primeira parte do Protocolo de Pesquisa

A primeira parte do protocolo de pesquisa (Anexo 1) apresentada aos professores era composta de 5 questões que permitiriam avaliar o perfil do professor. Além disso, continha uma proposta de auto-avaliação a respeito do trabalho desenvolvido anteriormente pelos professores sobre o tema fração.

4.4.1.2 Descrição da segunda parte do Protocolo de Pesquisa

Essa parte do protocolo contém situações-problemas que envolvem os cinco *significados* de fração – *Parte-todo*, *Quociente*, *Medida*, *Operador multiplicativo* e *Localização na reta numérica* – e os *invariantes* *Ordem* e *Equivalência*. Nessas situações procurou-se envolver tanto variáveis discretas como contínuas em situações icônicas e não icônicas.

Com base na apresentação de Merlini (2005), utilizamos a tabela a seguir para representar a distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua ou discreta, icônica ou não icônica.

⁵⁹ O questionário não foi aplicado a todos os professores, pois na data agendada (dezembro de 2004) houve uma convocação extraordinária da Diretoria de Ensino. Optamos, então, por aplicá-lo aos professores presentes, pois necessitávamos dos resultados para planejar nossa intervenção. Assim, consideramos que esse diagnóstico inicial foi aplicado a uma amostra.

Tabela : Distribuição das questões quanto ao seu significado, quantidade contínua ou discreta, icônica ou não icônica⁶⁰

Significado Qtde.	Parte-todo	Quociente	Medida	Operador multiplicativo	Localização da representação fracionária do número racional na reta numérica
contínua icônica	Q.8	Q.6 c	Q.5 b	Q.7	Q.11
contínua não icônica	Q.4	Q.13	Q.9	Q.19	–
discreta icônica	Q.1	Q.2 b	Q.17 a	Q.14	–
discreta não icônica	Q.12	Q.10 b	Q.3	Q.16	–
Total	4	4	4	4	1

Há certa diferença entre a tabela apresentada aqui e a de Merlini (2005), pois seu estudo não considerou o significado *localização da representação fracionária dos números racionais na reta numérica*, enquanto a questão 11 trata desse significado.

Analizamos também neste questionário situações-problemas que envolviam os invariantes operatórios: *ordem* e *equivalência*. A tabela a seguir mostra a distribuição dessas questões.

Tabela : Distribuição destas questões quanto ao invariante operatório

Invariante Operatório	Ordem	Equivalência
	19	5 a; 15; 17 c

⁶⁰ A questão 18 não foi avaliada nesta pesquisa.

Esclarecemos, ainda, que as questões não estão apresentadas de forma seqüenciada, pois uma preocupação de Merlini (2005) era criar condições para que o aluno pensasse “de maneira diferente em cada uma das situações, divergindo do que, normalmente, acontece nos livros didáticos que apresentam algumas situações seguidas que requerem apenas uma [mesma] estratégia de resolução” (p. 99).

Entretanto, para a apresentação da análise do protocolo, optamos por classificar as situações-problemas de acordo com os significados das representações fracionárias dos números racionais, quais sejam: *parte-todo*, *quociente*, *medida*, *operador e localização da representação fracionária de um número racional na reta numérica*.

Apresentação das questões relacionadas aos diferentes significados

Apresentamos a seguir as questões relacionadas aos diferentes significados da representação fracionária de números racionais

Questões relacionadas ao significado *parte-todo*

Neste protocolo de pesquisa há 4 questões com o significado *parte-todo*, sendo que duas envolvem grandezas contínuas. São elas:

Questão 8

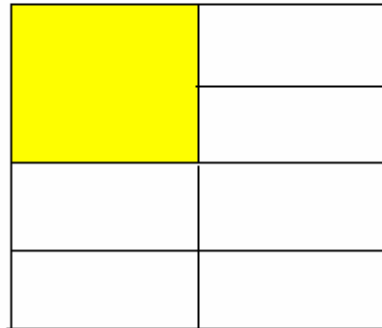
Significado *parte-todo*, grandezas contínuas, representação icônica

Observe o desenho abaixo e responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura em relação ao total da figura?

a)



b-)



Questão 4

Significado *parte-todo*, grandezas contínuas, representação não icônica

Isabelle ganhou uma barra de chocolate, partiu em 5 partes iguais e deu 2 partes para André. Que fração representa a parte que André recebeu?

Estas duas questões abordam o significado *parte-todo* relacionado a grandezas contínuas – conteúdo muito trabalhado em sala de aula. Ambas podem ser resolvidas por dupla contagem, indicando no denominador a quantidade total de partes iguais em que a figura está dividida e no numerador a quantidade de partes pintadas. A questão 8 apresenta

o ícone. o que não ocorre com a questão 4.

A questão 8 foi inspirada na pesquisa de Campos et al. (1995), cujos resultados mostraram uma quantidade significativamente maior de acertos para o item a. Não obstante os dois itens possam ser solucionados por meio de uma contagem, o item b apresenta um elemento dificultador, ou seja, é necessário que o aluno perceba que a parte pintada corresponde ao dobro de todas as partes não pintadas da figura.

Analisando essa dificuldade, Nunes et al. (2001) concluíram que só a percepção não é suficiente para a resolução de situações desse tipo. Ou seja, é necessário que seja feita a comparação entre grandezas de mesma espécie, conforme afirmaram: “a criança precisa imaginar que um comprimento pode ser analisado em partes para que as partes sejam contadas. Além disso, a criança precisa compreender que as partes devem ser iguais. Se as unidades não forem iguais, o significado do número torna-se ambíguo” (Nunes et al., 2001, p. 102).

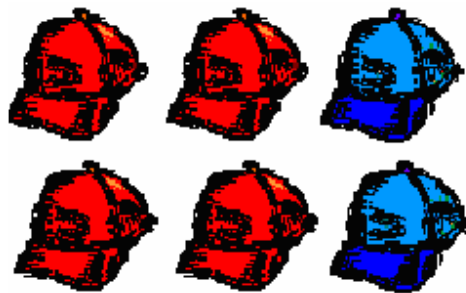
Já a questão 4, traz explícita no enunciado, a divisão do chocolate em 5 partes iguais – indicando o denominador –, e a quantidade de partes dadas a André – indicando o numerador. Assim, embora não apresente um ícone, é possível que essa questão propicie ao aluno uma melhor oportunidade de compreensão do significado da fração como *parte-todo*. Conforme foi mencionado anteriormente, a forma mais comum de abordagem e exploração do conceito de fração é aquela que recorre a situações em que está implícita a relação *parte-todo*. É o caso das divisões de chocolates ou de pizzas, em partes iguais (PCN, 1997, p. 64).

Agora analisaremos as duas questões com o significado *parte-todo* envolvendo grandezas discretas. São elas:

Questão 1

Significado *parte-todo*, grandezas discretas, representação icônica

Numa loja de presentes há 4 bonés vermelhos e 2 bonés azuis de mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade de bonés azuis em relação ao total de bonés?



Questão 12

Significado *parte-todo*, grandezas discretas, representação não icônica

Numa loja de brinquedos havia 6 bonecas iguais. Maria comprou 2 dessas bonecas para presentear suas sobrinhas. Que fração representa as bonecas que Maria comprou em relação ao total de bonecas da loja?

Estas duas questões abordam o significado *parte-todo* relacionado a grandezas discretas. Segundo resultados de pesquisa sobre o tema, este tipo de questão não é tão explorado quanto o anterior, que trata de grandezas contínuas.

Observamos que ambas podem ser resolvidas por dupla contagem, tomando como base a unidade (na questão 1, o boné e na questão 12, a boneca), indicando a quantidade total de unidades no denominador e a quantidade de unidades descritas no numerador.

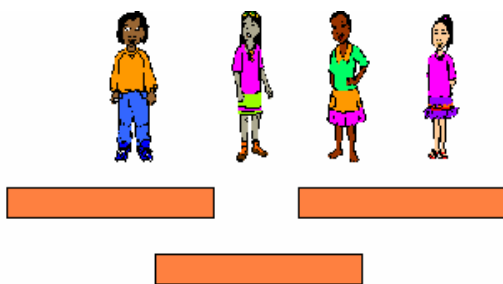
Questões relacionadas ao significado *quociente*

Neste protocolo de pesquisa há cinco questões que abordam o significado *quociente* para a representação fracionária de números racionais, sendo que uma delas envolve o *invariante operatório equivalência*. Descreveremos primeiramente as que envolvem grandezas contínuas:

Questão 6

Significado *quociente*, grandezas contínuas, representação icônica

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



- a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?
Sim () Não ()
- b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?
Sim () Não ()
- c) Que fração de chocolate cada criança receberá?

Questão 13

Significado *quociente*, grandezas contínuas, representação não icônica

Foram divididos, igualmente, 4 chocolates para 5 crianças. Que fração representa o que cada criança recebeu?

Estas duas situações enfocam o significado *quociente* para a representação

fracionária de um número racional, significado este que extrapola as idéias presentes no significado *parte-todo*, pois quando exploramos o significado *quociente*, trabalhamos com duas variáveis – por exemplo, nestes dois problemas temos as variáveis chocolate e criança.

Estas questões envolvendo o significado quociente ainda podem ser classificadas em icônica (Questão 6) e não icônica (Questão 13).

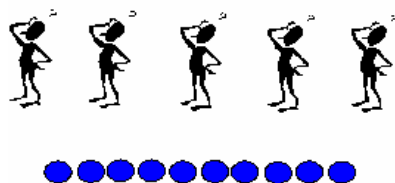
Observamos ainda que a Questão 6 traz a idéia de partição, muito trabalhada não só nas séries iniciais, como socialmente.

Quanto às Questões 2 e 10, que envolvem o significado *quociente*, diferenciam-se das anteriores por tratarem de quantidades discretas, sendo que a Questão 2 apresenta ícone e a Questão 10 não apresenta.

Questão 2

Significado *quociente*, grandezas discretas, representação icônica

Tenho 10 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças.



- Quantas bolinhas cada criança ganhará?
- Que fração representa esta divisão?

Questão 10

Significado *quociente*, grandezas discretas, representação não icônica

Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças.

a) Quantas bolas de futebol cada criança ganhou? Resposta

b) Que fração representa essa divisão? Resposta

Nas duas questões, o item a tem o objetivo de facilitar a interpretação da situação, deixando explícita a idéia de divisão no enunciado. Por outro lado, a questão proposta no item b tem a finalidade de avaliar se o sujeito percebe as duas grandezas distintas envolvidas, quais sejam: na Questão 2, bolinhas de gude e crianças; e na Questão 10, bolas de futebol e crianças. Estas questões podem apresentar certo grau de complexidade, pois envolvem quantidades discretas que, normalmente, não são tão exploradas; além disso, é possível que o aluno não estabeleça a conexão entre fração e divisão.

Em situações de repartição como as analisadas no significado quociente, observamos muito presente o invariante equivalência. Uma situação semelhante às anteriores e que envolve esse invariante é apresentada na Questão 15:

Questão 15

Invariante Operatório Equivalência, grandezas contínuas, representação icônica

Um bolo foi dividido igualmente para 3 crianças, e 2 bolos do mesmo tamanho foram divididos igualmente para 6 crianças.



a) As 9 crianças comerão a mesma quantidade de bolo?

Sim ()

Não ()

Resposta correta: SIM

Esta questão foi inspirada em uma situação proposta por Nunes et al. (2003). Envolve o significado quociente, e avalia o invariante equivalência uma vez que o sujeito deverá perceber que os dois grupos de crianças receberão a mesma quantidade de bolo. Este invariante, em geral, está presente quando os alunos comparam situações de compartilhamento. A situação envolve grandezas contínuas e é apresentada em texto com ícone, com o objetivo de favorecer resolução de situação problema utilizando estratégias pessoais ou não.

Questões relacionadas ao significado *medida*

Apresentamos, a seguir, quatro questões com o significado *medidas* para números racionais representados na forma fracionária.

Questão 3

Significado *medida*, grandezas discretas, representação não icônica

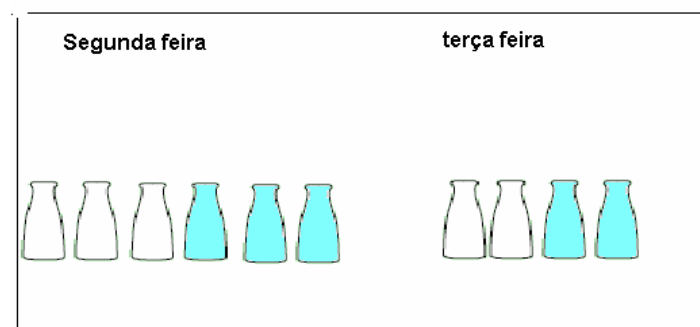
Na escola de Pedro foi feita uma rifa e foram impressos 150 bilhetes. A mãe de Pedro comprou 20 bilhetes dessa rifa. Qual a chance da mãe de Pedro ganhar o prêmio?

Questão 5

Invariante operatório equivalência grandezas contínuas; representação icônica

Significado *medida*, grandezas contínuas, representação icônica

a) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?



sim ()

não ()

Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca

b) na segunda-feira?

c) e na terça-feira?

Questão 9

Significado *medida*, grandezas contínuas representação não icônica

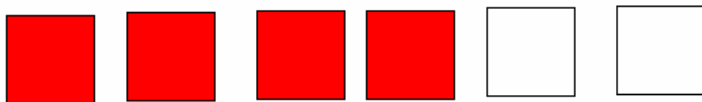
Para fazer uma certa quantidade de suco são necessárias 2 medidas de concentrado de laranja para 5 medidas de água. Que fração representa a medida de concentrado de laranja em relação ao total de suco?

Questão 17

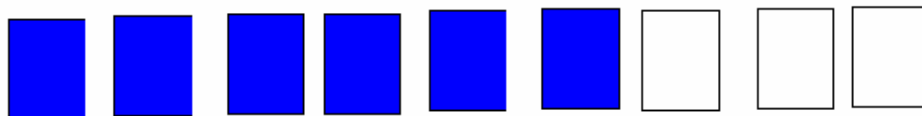
Itens a e b – Significado *medida*, grandezas discretas, representação icônica

Item c – Invariante Operatório *equivalência*, grandezas discretas, representação icônica

a) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?



b) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?



c) Em qual dos dois baralhos existe maior chance de se tirar uma carta branca?

As quatro questões abordam o significado *medida*, sendo que duas destas – Questões 5 e 9 –, com quantidades contínuas e as outras duas, Questões 3 e 17 quantidades

discretas. Quanto à outra variável, as Questões 5 e 17 apresentam ícone, já as outras duas não.

Outro diferencial entre as questões diz respeito às quantidades extensivas e intensivas. Segundo Nunes et al.:

“quantidades intensivas são medidas pela relação entre duas unidades diferentes (...) como temos que usar dois valores para representar uma quantidade intensiva, as quantidades intensivas são freqüentemente representadas por uma razão ou uma fração” (2001, p. 130).

Segundo esse ponto de vista, nas questões aqui apresentadas, tanto a 5 como a 9 são exemplos de questões que envolvem quantidades intensivas, apresentando uma combinação entre duas unidades diferentes para “formar o todo”. Na Questão 5 são duas tintas diferentes para formar a mistura (o todo); já na Questão 9, misturamos concentrado e água para formar o suco (um todo). Nunes et al. (2001) afirmam também que esse tipo de quantidade é, freqüentemente, representado por uma razão ou uma fração. Por exemplo, na Questão 9 temos: 2 medidas de concentrado de laranja para 5 medidas de água,⁶¹ relação que é apresentada no problema por: $\frac{2}{7}$ de concentrado para $\frac{5}{7}$ de água. Observamos que essa concentração permanece constante, pois com essa medida poderemos fazer diversas quantidades de suco, mantendo sempre o mesmo sabor.⁶² Segundo Nunes et al. (2001), “o obstáculo básico à compreensão das quantidades intensivas reside na dificuldade que as crianças têm em pensar ‘relativamente’” (p. 126).

Já as Questões 3 e 17 envolvem, segundo Nunes et al. (2001), quantidades extensivas. As autoras comparam a lógica das quantidades extensivas àquela apresentada em questões que envolvem o significado parte-todo, pois ambas tomam como referência a comparação de duas quantidades de mesma natureza, o que não ocorre com as quantidades intensivas. Segundo as autoras, “... a lógica das quantidades intensivas é diferente da lógica das quantidades extensivas porque não está baseada na relação parte-todo, mas na relação entre duas quantidades diferentes” (p. 103).

⁶¹ Nunes et al. (2001) consideram essa representação expressa por uma razão.

⁶² O mesmo ocorre com a tinta, que vai manter sempre a mesma cor.


Na Questão 3 temos 150 bilhetes, dos quais 20 foram comprados. Aqui a medida da quantidade de bilhetes comprados comparada com o total de bilhetes baseia-se na comparação de duas quantidades de mesma natureza (bilhetes) e na lógica *parte-todo* (bilhetes comprados e total de bilhetes).

Na Questão 17, do total de cartas temos algumas brancas. Aqui também a medida da quantidade de cartas brancas comparada com o total de cartas do baralho baseia-se na comparação de duas quantidades de mesma natureza (cartas de baralho) e na lógica *parte-todo* (cartas brancas e total de cartas).

A Questão 17 ainda pode ser analisada quanto ao invariante operatório da fração: a *equivalência*. Como podemos notar o item c tem esse invariante uma vez que as frações a serem obtidas como respostas aos itens a e b são equivalentes.

Questões relacionadas ao significado *operador multiplicativo*

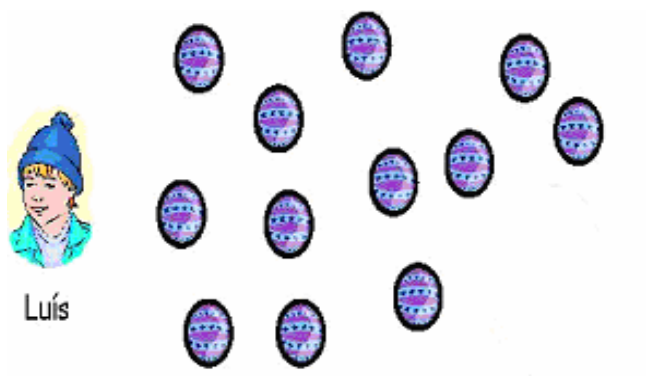
No questionário utilizado na pesquisa há quatro questões com o significado de *operador multiplicativo* para números racionais representados na forma fracionária. Faremos primeiramente considerações sobre três delas, como segue:

Questão 7
Significado <i>operador multiplicativo</i>, grandezas contínuas, representação icônica
Maria ganhou um chocolate e comeu $\frac{2}{5}$. Pinte a quantidade de chocolate que Maria comeu.


Questão 14

Significado *operador multiplicativo*, grandezas discretas, representação icônica

Observe a coleção de bolinhas abaixo:



Luís ganhou $\frac{2}{3}$ das bolinhas de gude desta coleção. Quantas bolinhas ele ganhou?

Questão 16

Significado *operador multiplicativo*, grandezas discretas representação não icônica

Gustavo tinha uma coleção de 15 soldadinhos de chumbo e deu a seu primo Fernando $\frac{3}{5}$ de sua coleção. Quantos soldadinhos de chumbo Gustavo deu a Fernando?

Estas três questões envolvem o significado *operador multiplicativo* para números racionais representados na forma fracionária, ou seja, nestas questões, a fração exerce um papel de transformação, isto é, trata-se da representação de uma ação que se deve imprimir sobre uma certa quantidade, transformando seu valor.

Dessas três questões, a de número 7 envolve quantidades contínuas e as Questões 14 e 16 envolvem grandezas discretas. As Questões 7 e 14 apresentam ícone e a Questão 16 não.

Acreditamos que a Questão 7, que envolve variável contínua, com ícone, poderá ser facilmente interpretada, pois geralmente o trabalho com frações é iniciado com o auxílio de figuras geométricas representando, por exemplo, pizzas e chocolates que serão “divididos”.

Conceber a fração como *operador multiplicativo* na questão 14 significa admitir que a fração $\frac{2}{3}$ transformará a quantidade inicial de 12 bolinhas. Já na questão 16, o cálculo corresponde a determinar $\frac{3}{5}$ de 15 soldadinhos. Observamos, porém, que estes problemas poderiam ser resolvidos pelos sujeitos utilizando o significado *parte-todo*, ou seja, dividindo o total de elementos pelo número de partes iguais indicado no denominador e tomando as partes registradas no numerador. Assim, seria importante avaliar a estratégia utilizada na resolução.

Uma outra questão importante a ser analisada neste momento é a de número 19, que envolve o invariante operatório *equivalência* e apresenta características do significado *operador multiplicativo*, pois indica uma ação que vai transformar o valor inicial (um chocolate). Esta situação problema poderá revelar uma dificuldade maior, pois haverá necessidade de comparar as frações que cada um comeu. Observe-se:

Questão 19

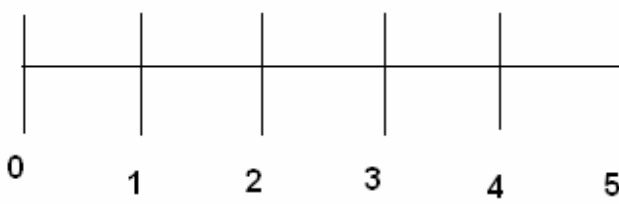
Invariante operatório: ordem grandezas contínuas e não icônico

João ganhou um chocolate e Maria ganhou um outro chocolate de mesmo tamanho. João comeu $\frac{1}{2}$ de seu chocolate, enquanto Maria comeu $\frac{1}{4}$ do chocolate dela. Quem comeu mais chocolate? Como você convenceria seu amigo de que sua resposta está correta?

Esta Questão 19 envolve o invariante operatório *equivalência*, com grandeza contínua e representação não icônica. Esse tipo de problema poderia vir a revelar um obstáculo que o aluno provavelmente encontre na construção do entendimento do conjunto dos números racionais, transferindo as propriedades dos números naturais para esse conjunto. Os PCN (1997), afirmam que “a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada” (p. 67).

Questão relacionada ao significado *localização da representação fracionária dos números racionais na reta numérica*

Finalmente, descreveremos a questão com o significado *localização da representação fracionária dos números racionais na reta numérica*.

Questão 11
Significado <i>localização da representação fracionária dos números racionais na reta numérica; grandezas contínuas; icônica</i>
Represente na reta numérica as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.


Esta questão pretende abordar o significado *localização da representação fracionária dos números racionais na reta numérica*, envolvendo grandezas contínuas e um ícone. Conforme afirmamos no capítulo anterior, esse tipo de questão poderá facilitar a

compreensão pelo aluno da idéia de que os números racionais são uma extensão dos números naturais, além de incluir os números naturais no conjunto dos racionais. Esse tipo de situação nos permitiu a análise e verificação de propriedades relacionadas à topologia métrica (posição na reta real).

Assim sendo, mesmo considerando as sugestões apresentadas em documentos oficiais, como os PCN (1997), de que o trabalho da reta real seja desenvolvido somente nas séries posteriores às pesquisadas neste estudo, acreditamos ser importante a discussão e reflexão que fizemos com os professores sobre o tema.

Desse modo, pudemos observar que tivemos em mãos um instrumento diagnóstico importante tanto para o planejamento de nossa intervenção como para a reflexão com o grupo de professores a respeito das concepções de seus alunos. Seus resultados serão analisados no próximo capítulo. Apresentamos a seguir os roteiros que utilizamos nas entrevistas semi-estruturadas realizadas ao final da intervenção (dezembro de 2005) e um ano após a intervenção (dezembro de 2006).

Descrição do primeiro roteiro da entrevista semi-estruturada realizada com os professores ao final da intervenção

Passada a etapa de nossa intervenção e da efetivação do trabalho dos professores em sala de aula, nos envolvemos na elaboração de um roteiro de entrevista (Anexo 2). Partimos de informações sobre os dados profissionais, ou seja: formação inicial, instituição, ano de conclusão de curso, tempo de magistério, jornada na escola em que estava sendo realizada a pesquisa, se trabalhava em outra escola e, nesse caso, que tipo de jornada cumpria.

Passamos, em seguida, às questões relativas à formação docente relacionada à representação fracionária dos números racionais. Buscamos informações sobre os momentos da formação desse professor (anteriores à nossa pesquisa) em que ele discutiu o tema, e sobre a forma como essas discussões haviam ocorrido. Procuramos, assim, focalizar

os aspectos relacionados ao tema que foram abordados com esse professor durante sua formação.⁶³

Em seguida, ainda em relação a momentos anteriores à pesquisa, procuramos investigar o tipo de abordagem utilizada por esses professores para o desenvolvimento das idéias relacionadas à representação fracionária dos números racionais, visando identificar qual a visão do professor a respeito do trabalho realizado anteriormente por ele.

Posteriormente, passamos às questões relativas ao estudo desenvolvido naquele ano. Perguntamos, inicialmente, sobre assiduidade na participação dos encontros e passamos às questões relativas à análise das atividades desenvolvidas durante nossa pesquisa. Questionamos a respeito das experiências que os professores consideravam mais significativas do ponto de vista da atualização de conteúdo, aprimoramento da prática e fundamentação teórica, visando identificar os pontos considerados mais importantes para o seu desenvolvimento profissional.

Procuramos, ainda, investigar a análise que o professor fazia de sua atividade docente nesse ano. Pedimos que os professores falassem livremente sobre seu trabalho relacionado à representação fracionária dos números racionais, naquele ano, para só depois questionar sobre itens mais específicos como, por exemplo, se haviam desenvolvido alguma atividade discutida durante a formação, se julgavam haver alcançado os resultados esperados ou se alguma vivência fora impraticável. Nesse momento pretendíamos identificar elementos reputados por esse professor como importantes para o desenvolvimento de seu trabalho em sala de aula.

Finalmente, procuramos coletar informações a respeito dos momentos utilizados para a discussão sobre os resultados de seus experimentos em sala de aula. Perguntamos se além dos nossos encontros haviam discutido sobre o tema nas HTPC ou nos contatos informais com colegas. Tentamos captar não só as condições que foram oferecidas a estes

⁶³ Formação inicial e continuada – neste caso considerando desde cursos de extensão, participação no PEC e em atividades da Diretoria de Ensino e da própria escola, eventos promovidos por instituições não governamentais etc.

professores para pensar e repensar sua prática, mas também as formas que encontraram para discutir o tema.

Realizamos as entrevistas em Dezembro de 2005 e fizemos as transcrições seguidas de um fichamento, que nos ajudou na análise dos dados, permitindo a comparação entre as informações coletadas.

Descrição do primeiro roteiro da entrevista semi-estruturada feita com a diretora e a professora coordenadora ao final da intervenção

Utilizamos o mesmo roteiro para entrevistar a professora coordenadora e a diretora (Anexo3). Nessa entrevista procuramos verificar quais materiais, tanto pedagógicos como de orientação didática, a escola oferecia ao professor, bem como suas impressões sobre a formação ocorrida na escola, a participação e interesse dos professores, as considerações que tenham sido feitas, os avanços e dificuldades dos docentes em relação à prática docente, a fundamentação teórica e o conteúdo matemático objeto de nosso estudo – as frações. Finalmente questionamos a respeito das iniciativas consideradas necessárias para suprir as dificuldades relacionadas ao tema frações.

Essas entrevistas também foram realizadas em dezembro de 2005 e fizemos as transcrições seguidas de um fichamento, que nos auxiliou na análise dos dados, permitindo a comparação entre os dados dos professores também coletados.

4.4.2 Descrição dos objetivos da segunda entrevista semi-estruturada com os professores, realizada um ano após a intervenção

Um ano após a intervenção, voltamos à escola com a finalidade de entrevistar novamente os professores que havíamos investigado em 2005. Para nossa surpresa, de todos as docentes que participaram da pesquisa somente dois permaneciam na escola. Então, entrevistamos estes dois professores com o objetivo de averiguar sua opinião sobre o trabalho que haviam realizado no ano anterior e, também, como havia sido feito o trabalho com o tema no ano em curso. Sabíamos que já haviam trabalhado com a representação fracionária dos números racionais, pois havíamos feito a entrevista em novembro de 2006.

Foram feitas as transcrições seguidas de um fichamento, que nos ajudou na análise dos dados, permitindo a comparação entre os dados dos professores e da direção coletados no ano anterior.

Desse modo, pudemos observar que tivemos em mãos mais um importante instrumento de análise, cujos resultados serão analisados no Capítulo 6.

No próximo capítulo analisaremos os resultados da avaliação diagnóstica feita em 2004.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DIAGNÓSTICA

Neste capítulo apresentaremos considerações referentes tanto ao protocolo do teste diagnóstico aplicado, como à análise de seus resultados. Faremos também uma comparação deste protocolo com os resultados analisados nas pesquisas de Merlini (2005) e Moutinho (2005), que utilizaram o mesmo instrumento, e ainda com outras pesquisas sobre o mesmo tema. Esta análise contendo os resultados obtidos pelos professores e seus alunos serviu como base para a elaboração de nossa intervenção.

5.1 O PROTOCOLO INICIAL DE PESQUISA

Como já esclarecemos anteriormente, este estudo integra um Projeto que faz parte de uma pesquisa em desenvolvimento pela Oxford University, em cooperação com o Centro das Ciências Exatas e Tecnológicas da PUC-SP, cujo objetivo é investigar questões de ensino e aprendizagem de noções relacionadas às frações. O grupo de pesquisa orientado hoje pela Prof^ª. Dra. Sandra Maria Magina foi constituído por dois doutorandos e cinco mestrados, dos quais quatro já concluíram suas dissertações em 2005 e um em 2006. Nossa contribuição a este conjunto de pesquisas está restrita ao estudo do desenvolvimento profissional do professor de Matemática das primeiras séries do Ensino Fundamental como resultado de um processo de formação continuada.

Considerando que além da ligação natural com todos os trabalhos desenvolvidos por esse grupo de pesquisa nosso estudo mantém uma aproximação maior com os estudos de Merlini (2005), Moutinho (2005), Santos (2005) e Canova (2006), especialmente com os dois primeiros, que desenvolveram estudos correlatos aplicados ao Ensino Fundamental, porém em séries diferentes. Esses dois trabalhos foram tomados para o desenvolvimento de

nossa pesquisa visando à complementaridade entre nossos estudos e a comparação dos resultados. Desse modo, para preparar a intervenção, optamos por fazer um estudo diagnóstico inicial aplicando o mesmo instrumento de avaliação utilizado por Merlini (2005) e Moutinho (2005).

Assim, no final do ano de 2004, foi aplicado o instrumento diagnóstico com o objetivo de analisar o perfil de um grupo de professores de 1.^a a 4.^a séries e procurar compreender as estratégias utilizadas por esses professores e seus alunos para resolver problemas envolvendo diferentes significados de números racionais representados na forma fracionária, além de solicitar que o professor avaliasse seu trabalho sobre frações durante os anos anteriores à nossa pesquisa.

Para atingir esses objetivos separamos esse protocolo em duas partes. Na primeira, preparamos algumas questões específicas, relacionadas ao perfil do professor e ao seu trabalho com frações nos anos anteriores. Na segunda parte, procuramos avaliar a competência dos professores e alunos em relação aos significados da fração a partir da análise das respostas de alguns problemas. Nesta parte, utilizamos as mesmas questões propostas por Merlini (2005) e Moutinho (2005).

Em nossa pesquisa, aplicamos esse questionário em dezembro de 2004 a 17 professores,⁶⁴ 42 alunos da 4.^a série e 35 alunos da 3.^a série (7 alunos escolhidos, aleatoriamente de cada sala, correspondendo a aproximadamente 20% dos estudantes destas séries), todos de uma mesma escola de Ensino Fundamental. Nossa intenção ao propor esse teste diagnóstico era, posteriormente, promover uma discussão sobre os resultados encontrados pelos professores e por seus alunos, com a finalidade de favorecer uma reflexão mais ampla durante a intervenção.

5.1.1 Análise dos resultados apresentados na primeira parte do Protocolo de Pesquisa

A primeira parte do protocolo de pesquisa (Anexo1) apresentado aos professores era

⁶⁴ O questionário não foi aplicado a todos os professores, pois na data agendada (dezembro de 2004) houve uma convocação extraordinária da Diretoria de Ensino. Optamos, então, por aplicá-lo aos professores presentes, pois necessitávamos do resultado para planejar nossa intervenção. Consideramos, então, que este diagnóstico inicial foi aplicado a uma amostra.

composta de cinco questões que permitiriam avaliar o perfil do professor, acrescidas de um item sobre as estratégias utilizadas até então para a abordagem e o desenvolvimento de noções relativas às frações.

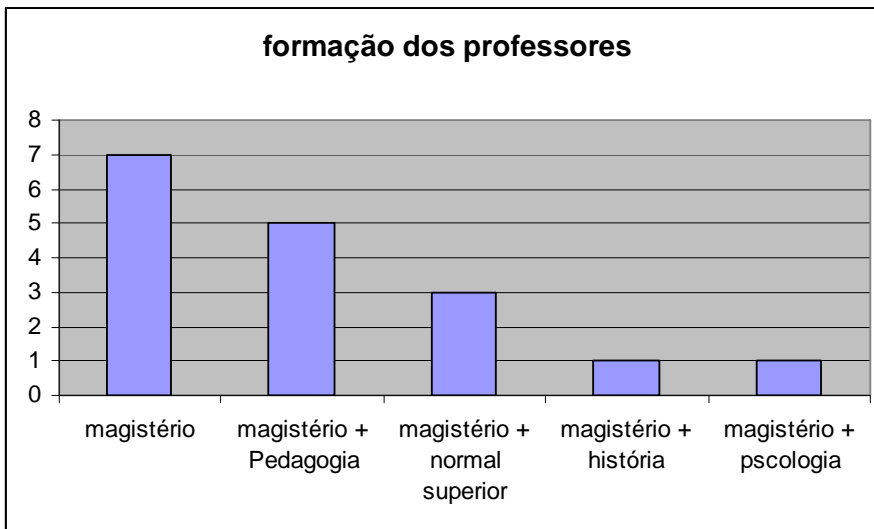
5.1.1.1 Perfil do professor pesquisado

Com base nos dados obtidos pela aplicação da primeira parte do instrumento diagnóstico delinearemos um perfil dos professores-sujeitos de nossa pesquisa. É importante salientar, conforme mencionamos anteriormente, que há algumas diferenças relacionadas ao perfil do professor aqui descrito com o que foi apresentado no capítulo anterior, pois enquanto o anterior se referia à totalidade dos docentes da escola, este contém dados dos professores que participaram desta primeira parte.

Acreditamos ser importante fazer essa análise inicial, pois os resultados obtidos, além de terem sido utilizados para o planejamento de nossa intervenção, forneceram outros indícios sobre o papel da formação inicial no desenvolvimento profissional desses professores, conforme análise apresentada nos capítulos posteriores.

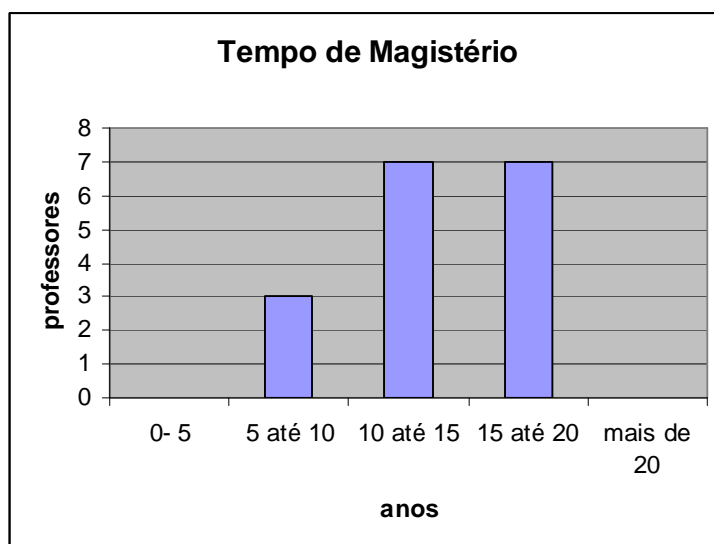
Inicialmente, observamos que no ano em que realizamos nossa intervenção, todos os professores entrevistados lecionavam somente na escola pesquisada, pois não indicaram no item 5 (Anexo 1) nenhuma outra escola.

Quanto à formação, percebemos que os 17 professores possuíam o curso de magistério (no nível médio), que até o ano de 1996 era obrigatório. Desse total, aproximadamente 59% (10 professores) fizeram um curso superior. Finalmente, do grupo que fez algum curso superior, 80% cursaram pedagogia ou normal superior.



Observamos que o percentual de professores com formação superior no grupo pesquisado é menor que o da escola como um todo (70% de formados), que, por sua vez, é muito menor que a média encontrada nas escolas paulistas, que têm 92% dos professores formados no 3.º grau. Ressalte-se que nenhum desses números atende à legislação.

A média de idade dos professores que participaram dessa primeira fase é de aproximadamente 40 anos, com idades variando entre 30 e 60 anos, característica que, neste caso, reflete-se no tempo de magistério.



Observando o gráfico, vê-se que aproximadamente 82% dos professores têm mais de 10 anos de magistério, sendo que metade leciona há mais de 15 anos. A média de tempo de magistério foi de quase 15 anos (14,9). Assim, podemos concluir que deve tratar-se de um grupo com muitas experiências relacionadas à prática docente.

5.1.1.2 Avaliação do trabalho que vinha sendo feito relacionado à representação fracionária dos números racionais

Neste protocolo questionamos sobre o trabalho que vinha sendo feito até então, relacionado à representação fracionária dos números racionais. Os dados registrados na tabela a seguir mostram que 9 professores o consideraram satisfatório ou parcialmente satisfatório e 8 parcialmente insatisfatório. Ninguém considerou que o trabalho realizado sobre o tema era totalmente insatisfatório.

Avaliação do trabalho realizado sobre frações até hoje	Satisfatório	Parcialmente satisfatório	Parcialmente insatisfatório	Insatisfatório
Número de professores	2	7	8	0

Consideramos importante essa informação para que, ao final de nossa pesquisa, pudéssemos comparar com a reflexão do professor a esse respeito.

5.1.3 Análise da segunda parte do Protocolo de Pesquisa

Nossa escolha por diagnosticar os saberes que os professores traziam sobre os significados de fração justifica-se por compartilharmos com Shulman (1986) o entendimento de que é necessário que o professor domine os conteúdos específicos de sua área. No caso dos sujeitos de nossa pesquisa, trata-se da necessidade de professores de 3.^a e 4.^a séries dominarem conhecimentos relacionados às frações, uma vez que, muito provavelmente, deverão desenvolver esse conteúdo em suas aulas.

Para avaliar a competência de professores e alunos em relação aos significados da fração, foi aplicada uma avaliação diagnóstica a 17 professores e a 77 alunos entre 9 e 11 anos. Esse instrumento foi o mesmo proposto por Merlini (2005) e Moutinho (2005), pois pretendíamos comparar os resultados por meio de uma análise quantitativa.

Merlini (2005) e Moutinho (2005),⁶⁵ ao elaborarem esse questionário, pretendiam investigar tanto as concepções de alunos como as estratégias utilizadas por eles para resolver problemas que envolvem a idéia de fração, segundo a classificação teórica proposta por Nunes (2003).

Justificamos a escolha deste instrumento para o desenvolvimento de nosso estudo por ter sido bastante discutido em nosso grupo de pesquisa e pela possibilidade de comparação dos dados com os obtidos em outras pesquisas, favorecendo as conclusões a respeito dos saberes dos professores envolvidos na pesquisa.

Esse questionário foi composto de situações-problema envolvendo os cinco *significados* de fração – *parte-todo*, *quociente*, *medida*, *operador multiplicativo* e *localização da representação fracionária na reta numérica* – e os *invariantes ordem e equivalência*. Nestas situações procurou-se incluir variáveis discretas e contínuas em situações icônicas e não icônicas.


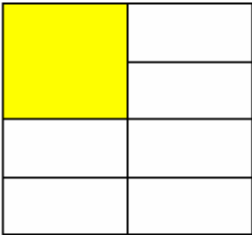
⁶⁵ Merlini (2005) pesquisou alunos de 5.^a e 6.^a séries, enquanto Moutinho (2005), alunos de 4.^a e 8.^a séries.

5.1.3.1 Saberes dos professores: analisando a compreensão dos professores investigados a respeito dos diferentes significados da representação fracionária dos números racionais

Apresentaremos, a seguir, a análise dos resultados da avaliação diagnóstica aplicada aos professores envolvidos na pesquisa, focada em cada um dos cinco significados da representação fracionária dos números racionais. Pretendemos examinar a compreensão que os docentes tinham dos diferentes significados antes de realizarmos a intervenção, fazendo não só a discussão sobre os acertos, como também a análise dos erros cometidos por esses profissionais.

Questões relacionadas ao significado *parte-todo*

Apresentamos inicialmente uma análise das quatro questões que envolvem a significado parte-todo, levando em conta os acertos e as dificuldades encontradas pelos professores.

Questão 8		Resposta correta
Significado <i>parte-todo</i>, grandezas contínuas, representação icônica		a-) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$ b-) $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$
Observe o desenho abaixo e responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura em relação ao total da figura		
a)	b)	
		
15 acertos (88,23%)	12 acertos⁶⁶ (70,59%)	

Nesta questão pretendíamos verificar se o sujeito identificaria o todo e as partes além de utilizar a dupla contagem para representar a fração numa situação estática,⁶⁷ observando pela conservação da área a equivalência entre as partes em que foi dividido o todo. Observamos que aqui é necessária a compreensão de dois pontos, quais sejam:

- 1) que a solução requer a comparação entre as partes e o todo; e
- 2) que para haver fração, o todo deve ser dividido em partes iguais.

Percebemos que os dois pontos não foram perfeitamente compreendidos pelos professores. Com relação à primeira compreensão apontada, dois dos professores responderam $\frac{2}{4}$ para o item **a** e $\frac{2}{6}$ para o item **b**.⁶⁸ Quanto à segunda compreensão, um

⁶⁶ É importante esclarecer que o registro do número de acertos contidos nos quadros das questões é referente apenas ao grupo de professores pesquisados.

⁶⁷ Consideramos situações estáticas as que envolvem grandezas contínuas representadas por figuras geométricas, como pizzas e chocolates que serão “divididos”.

⁶⁸ Salientamos que dos dois professores que apresentaram essa dificuldade, um indicou $\frac{2}{4}$ no item **a**, e $\frac{2}{6}$ no

professor (F) não considerou, no item **b**, a conservação da área e usou $\frac{1}{7}$ para representar a parte pintada. Uma outra professora, aqui identificada por O, respondeu não à reunião de duas partes menores (não pintadas), afirmando que “é impossível, pois as partes tem que ser iguais”, ou seja, não observou a possibilidade de considerar áreas equivalentes. Behr et al. (1983), em seu estudo, observaram que “a interpretação de um número racional como *parte-todo* depende diretamente da habilidade de dividir uma quantidade contínua ou um conjunto discreto de objetos em subpartes de tamanhos iguais” (p. 93). Tal habilidade não foi observada no professor F.

Ainda em relação à Questão 8, observamos que os professores tiveram mais facilidade na resolução do item **a** do que do **b**. Conforme afirmamos no Capítulo 4, o item **b** desta questão é inspirado em Nunes (1995), remetendo à idéia de conservação da área para explicitação das partes em relação ao todo.

Pesquisas recentes demonstram que essa dificuldade é mais constante em crianças em início de escolarização, como indicam os estudos de Campos e Cols (1995), citados em Nunes (1995) e Bezerra (2001), e os trabalhos de Merlini (2005) e Moutinho (1995).⁶⁹ No final da escolarização do ensino médio e início do ensino superior, esses aspectos não aparentam ser importantes, conforme concluiu Rodrigues (2005). Entretanto, ainda que tenha sido observado um índice relativamente alto de acertos (aproximadamente 70%), julgamos que seria importante fazer essa análise com os professores, pois o profissional professor precisa ter essa compreensão para poder garantir um bom trabalho em sala de aula.

Essa questão foi proposta a alunos de 3.^a e 4.^a séries da mesma escola e tivemos índices muito baixos, especialmente no item **b** (7,5%). Para o item **a**, o índice de acertos foi acima de 40%. Apoiados nesses resultados, concluímos que seria importante preparar

item **b**.

⁶⁹ Quanto à questão de conservação de área, Merlini (2005) verificou que mais de 63% dos alunos de 5.^a e 6.^a séries não a observaram. Já Moutinho analisou que aproximadamente 57% dos alunos da 4.^a série e 27% dos alunos de 8.^a série tiveram o mesmo tipo de erro. Quanto ao erro em que o sujeito relaciona parte-parte, foi verificado por Merlini (2005) em aproximadamente 44% dos alunos de 5.^a e 6.^a séries; já Moutinho analisou que aproximadamente 27% dos alunos da 4.^a série e 55% dos alunos de 8.^a série tiveram esse mesmo tipo de erro.

uma atividade de análise e reflexão sobre os erros e acertos observados nesta questão.

Outra questão envolvendo o significado *parte-todo* e grandezas contínuas é a de número 4.

Questão 4	Resposta correta
Significado <i>parte-todo</i>, grandezas contínuas, representação não icônica	$\frac{2}{5}$
<p>Isabelle ganhou uma barra de chocolate, partiu em 5 partes iguais e deu 2 partes para André. Que fração representa a parte que André recebeu?</p> <p style="text-align: center;">14 acertos (82,35%)</p>	

Ressaltamos que ao resolver esta questão, mesmo não havendo ícone, os professores demonstraram mais facilidade para descrever o processo de partição (significado *parte-todo*), utilizando para isso uma dupla contagem. Observamos que essa situação-problema teve índice significativo de acertos (82,35%) e somente três professores responderam $\frac{3}{5}$. Elas podem ter entendido a situação, porém não foram capazes de analisar a pergunta, considerando o que restou do chocolate e não o que André recebeu.

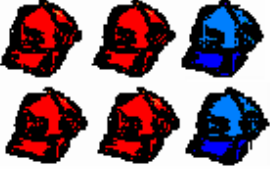
Nesta mesma questão, entre os alunos da escola pesquisada o índice de acertos foi 48,05%. Quanto às respostas incorretas apresentadas pelos alunos, o que prevaleceu (32,47%) foi a inversão das posições do numerador e do denominador, apresentando $\frac{5}{2}$ como resposta. Observamos aqui que esse índice é próximo aos encontrados por Merlini (2005) e Moutinho (2005).⁷⁰ Os demais erros, num total de 35, poderiam ser atribuídos à interpretação incorreta da situação proposta, ou à ausência de conhecimentos relacionados à representação fracionária de números racionais. Dois alunos entregaram essa questão em

⁷⁰ Merlini (2005) observou a ocorrência desse tipo de erro em 28,3% das respostas de alunos de 5.^a e 6.^a séries e Moutinho (2005) encontrou a inversão das posições do numerador e do denominador em 12,3% das respostas dos alunos da 4.^a série e 37,93% dos alunos da 8.^a série.

branco.

Do que foi exposto, entendemos que embora os professores tenham demonstrado domínio do tipo de situação contido nesta questão, os resultados apresentados por seus alunos indicam que esse conhecimento ainda não foi construído satisfatoriamente. Assim, consideramos ser esta uma reflexão importante a ser realizada em nossa intervenção.

Agora analisaremos as duas questões que tratam do significado *parte-todo*, envolvendo grandezas discretas:

Questão 1 Significado <i>parte-todo</i>, grandezas discretas, representação icônica	Resposta correta: $\frac{2}{6}$
<p>Numa loja de presentes há 4 bonés vermelhos e 2 bonés azuis de mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade de bonés azuis em relação ao total de bonés?</p>  <p>12 acertos (70,59%)</p>	

Mesmo apresentando ícone, esta questão trata de grandezas discretas que são menos exploradas em sala de aula do que as grandezas contínuas. Pesquisas recentes mostram que os professores, quando expostos a situações de elaboração espontânea, não redigem tantos problemas envolvendo esse significado. Santos (2005), por exemplo, observou em seus estudos, nos três grupos de professores pesquisados, que “há uma tendência em utilizar quantidades contínuas na elaboração de situações com significado *parte-todo*, visto que do total dos 76 problemas analisados 62 contemplavam essa quantidade, ou seja, 81,57% desse total” (p. 153). Assim, menos de 20% dos problemas elaborados sobre situações que caracterizavam o significado *parte-todo* envolviam grandezas discretas. Esta mesma

constatação foi feita por Canova (2006).⁷¹

Quanto aos alunos desses professores, percebemos que o índice de acertos (18,18%) foi bem menor do que os alcançados em problemas com grandezas contínuas, além de aumentar o número de respostas em branco (5), que correspondem a 6,5%.

Analisando as respostas apresentadas, constatamos que aproximadamente 71% dos alunos fizeram a contagem das partes sem relacioná-las com o todo, ou seja, consideraram os bonés vermelhos e azuis, respondendo $\frac{2}{4}$ ou $\frac{4}{2}$. Nesse caso, não estabeleceram a relação entre o total de bonés e o conjunto de bonés azuis ou vermelhos, conforme esperávamos que fizessem. Ainda em relação aos tipos de erros, pesquisas recentes apresentam índices menores do que esse, porém preocupantes. Moutinho (2005), por exemplo, que investigou alunos de 8.^a série, encontrou 52% de erros como este. Pareceu-nos, portanto, importante refletir conjuntamente sobre essas questões, e, assim, decidimos que também deveriam fazer parte de nossa intervenção.

A segunda questão envolvendo grandezas discretas é a Questão 12.

Questão 12	Resposta correta
Significado <i>parte-todo</i>, grandezas discretas, representação não icônica	$\frac{2}{6}$
Numa loja de brinquedos havia 6 bonecas iguais. Maria comprou 2 dessas bonecas para presentear suas sobrinhas. Que fração representa as bonecas que Maria comprou em relação ao total de bonecas da loja?	
12 acertos (70,5%)	

A questão apresentada pode ser resolvida por dupla contagem tomando como base a unidade “boneca”. Nesse caso, a quantidade total de bonecas seria indicada no

⁷¹ Canova (2006), ao pesquisar professores que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental, detectou que em situações de elaboração espontânea somente 24% dos problemas criados envolviam grandezas discretas (p. 177).

denominador e a quantidade que Maria comprou, no numerador. Observamos que o índice de acertos não é tão baixo. Quatro professores apresentaram como resposta, levando-nos a supor que poderiam ter entendido a situação, porém não foram capazes de representá-la corretamente utilizando uma fração. Poderiam também não ter compreendido a situação, construindo uma fração com os números disponíveis na ordem em que aparecem no enunciado.

Quanto aos alunos, aproximadamente 39% responderam corretamente e outros 39% inverteram a ordem dos termos da fração, o que nos leva a acreditar que estes alunos poderiam ter interpretado corretamente o problema, mas não foram capazes de representá-lo por meio de uma fração. Poderiam também não ter compreendido a situação, tentando construir uma fração cujos termos são os números apresentados no enunciado, na ordem em que aparecem. Nos outros três tipos de erros, ou seja, 4 , $\frac{4}{2}$, $\frac{2}{4}$, observa-se que nas três representações aparece o número 4, que pode ser o resultado da subtração de duas bonecas das seis que havia na loja.

O índice de erros de inversão dos termos da fração (38,96%) é maior que os encontrados por Merlini (2005) e Moutinho (2005).⁷²

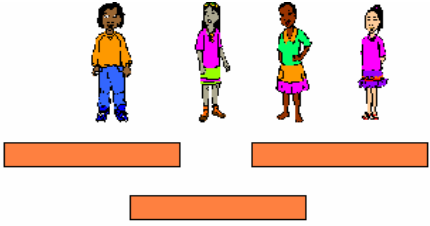
Esta primeira análise de questões que envolviam o significado *parte-todo* nos mostra que o desempenho dos professores, em geral, foi relativamente alto, tendo em média um índice de acertos de 76,4%. Segundo pesquisas recentes (Santos, 2005; Canova, 2006), esse significado é o mais trabalhado em sala de aula; no entanto, não obtive entre os alunos de nossa pesquisa resultados tão positivos (28,4%). Desse modo, consideramos que durante a intervenção esses dados poderiam propiciar momentos ricos de discussão e reflexão. Analisaremos a seguir dados relacionados ao significado quociente.

Questões relacionadas ao significado *quociente*

Nesse instrumento diagnóstico há cinco questões que abordam o significado

⁷² Na 5.^a, 6.^a e 8.^a séries é bem mais alto que o encontrado na 4.^a série, ou seja: 6,15% na 4.^a série; 31,16% na 5.^a e 6.^a séries; e 27,58% na 8.^a série.

quociente, ou seja, questões que envolvem duas variáveis, ou uma certa quantidade de objetos a ser repartida em partes iguais e o número de pessoas que receberão esses objetos. Conforme descrevemos no capítulo anterior, utilizamos nesta avaliação questões que envolviam grandezas contínuas e discretas. Analisaremos primeiramente as que envolvem grandezas contínuas.

<p style="text-align: center;">Questão 6</p> <p style="text-align: center;">Significado <i>quociente</i>, grandezas contínuas, representação icônica</p>	<p style="text-align: center;">Resposta correta</p> <p>a) não b) sim c) $\frac{3}{4}$</p>
<p>Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.</p>	
	
<p>a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim () Não ()</p> <p>b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim () Não ()</p> <p>c) Que fração de chocolate cada criança receberá?</p>	<p>a) 17 acertos (100%)</p> <p>b) 15 acertos (88,23%)</p> <p>c) 5 acertos (29,41%)</p>

Esta questão foi utilizada em pesquisas de Nunes et al. (2003), inspirada em Streefland (1984), cujos estudos sugerem que as seqüências de ensino poderiam iniciar o trabalho da representação fracionária dos números racionais pelo processo de divisão indicada, apoiado no conhecimento informal dos alunos. Segundo Streefland, esse tipo de abordagem potencializa a construção do conhecimento, estabelecendo uma relação entre representação e significado. O autor recomenda que se devam buscar situações da vida real, utilizando-se problemas que envolvem a idéia de partição e medida, com base no

conhecimento informal dos alunos. Propõe a construção de classes de equivalência a partir de uma situação-problema envolvendo crianças sentadas na mesa de um restaurante, que pedissem pizzas a serem divididas igualmente.

Quanto aos acertos, observamos que, em geral, houve entendimento da situação, já que no primeiro item todos os professores responderam corretamente. No segundo item, somente dois responderam de forma incorreta. Entretanto, em relação à fração que representa a situação, houve apenas cinco respostas corretas, e um dos professores indicou a adição: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, deixando de registrar o resultado.

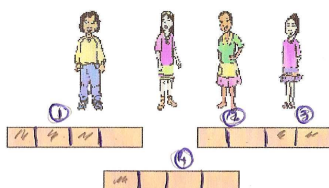
Pesquisas que analisam as estratégias de resolução utilizadas para essa questão podem ser um bom caminho para a compreensão não só das relações estabelecidas como das dificuldades encontradas pelos sujeitos. Estudos de Carperter et al. (1994), por exemplo, mostram que situações desse tipo podem ser resolvidas por meio de três estratégias:

- ✓ dividindo cada uma das três barras de chocolate em quatro partes iguais e distribuindo um quarto de cada uma das barras de doce para cada criança;
- ✓ dividindo duas barras de chocolate pela metade e distribuindo essas metades entre as quatro crianças. A terceira barra é dividida ao meio, e cada metade ao meio novamente, com uma nova distribuição;
- ✓ a terceira forma, é a mesma descrita por Behr et al. (1992): as três barras são unidas, formando uma unidade que é dividida em quatro.

Encontramos, nas soluções dos professores as duas primeiras estratégias descritas por Carperter et al. (1994), nas quais percebemos escolhas diferentes para a unidade inicial. Apresentaremos a seguir algumas delas.

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?

Sim

Não

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?

Sim

Não

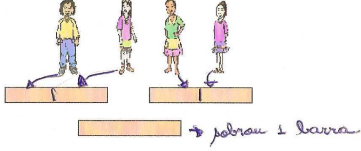
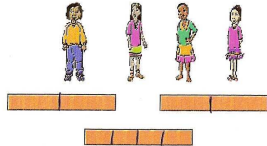
c) Que fração de chocolate cada criança receberá?

Resposta:

$\frac{3}{4}$

Questão 6 – professor P

Neste caso, o professor P utilizou a primeira estratégia descrita por Carperter et al. (1994), considerando $\frac{1}{4}$ como unidade inicial. Já os professores P e O, a seguir, utilizaram a segunda estratégia, que não foi suficiente para garantir a resposta correta da questão.

<p style="text-align: center;">Questão 6</p> <p>Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.</p>  <p>a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim <input type="checkbox"/> Não <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim <input checked="" type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/></p> <p>c) Que fração de chocolate cada criança receberá? Resposta: $\frac{1}{2}$</p> <p style="text-align: center;">Questão 6 – professor O</p>	<p style="text-align: center;">Questão 6</p> <p>Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.</p>  <p>a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/></p> <p>b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim <input checked="" type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/></p> <p>c) Que fração de chocolate cada criança receberá? Resposta: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$</p> <p style="text-align: center;">Questão 6 – professor P</p>
--	--

Como podemos perceber, o professor O não dividiu a terceira barra, indicando que não observou que as três barras deveriam ser divididas igualmente entre as quatro pessoas. Já o professor P não efetuou a adição de frações acertadamente. Sobre esse tipo de erro, recorremos a Kerslake (1986). Ele mostra que o uso de “diagramas” geralmente facilita a interpretação, mas, no modelo *parte-todo*, esse recurso nem sempre permite a visualização imediata da situação envolvida no problema. É o caso deste problema, que envolve a adição de frações com denominadores diferentes. Nesse caso, são necessárias outras divisões da mesma figura com a finalidade de garantir a compreensão. A autora alerta para a necessidade de expansão do modelo *parte-todo*, incluindo o significado *quociente*, que possibilita aos alunos experimentar aspectos partitivos da fração.

É importante ressaltar que o nosso foco não está nas operações com os números racionais. Entretanto, ao analisar a resolução apresentada pelo professor P, observamos que não lhe ocorreu a idéia de representar a situação utilizando duas frações que tivessem uma mesma unidade como referencial. Pesquisas como a realizada por Mack (1990) salientam também a importância da noção de equivalência, necessária à construção de soluções para

situações-problemas que envolvam adição e subtração. Acreditamos que essa dificuldade caracteriza um problema de compreensão do significado de fração, pois o professor pode estar considerando a fração como dois números naturais sobrepostos, separados por um traço. Então, o professor opera com o numerador e o denominador, separadamente, e faz o registro utilizando um traço para separar os dois números. Ciscar e Garcia (1988), em seu estudo, dizem que para a criança as noções de adição e subtração são “pouco intuitivas”. Entretanto, esperávamos que os professores houvessem avançado nesta compreensão.

Os demais erros apresentados foram diversificados.⁷³ Nesse caso, é possível que os professores tenham entendido a situação, porém não tenham sido capazes de representá-la utilizando uma fração. Poderiam também não ter interpretado corretamente a situação, tentando construir uma fração com os números disponíveis no enunciado – terços (para os chocolates) e quartos (para as crianças). Este último tipo de erro também foi observado nas avaliações de Merlini (2005) e Moutinho (2005) com alunos no Ensino Fundamental.

Quanto às resoluções apresentadas pelos alunos, sujeitos de nossa pesquisa, houve um alto índice de acertos nos itens **a** e **b** (em torno de 90%), porém para o item **c**, que solicita a fração de chocolate que cada criança receberia, foram registrados 23,4% de acertos, índice que se aproxima bastante daquele alcançado pelos professores para essa questão (29,4%). Outro fato que nos chamou a atenção foi a quantidade de respostas em branco apresentadas pelos alunos, igual à quantidade dos acertos, ou seja, 23,4%.

Uma outra questão semelhante a essa, mas que não envolve ícone, é a 13.

⁷³ Respostas erradas e/ou incompletas para o item **c**: 3 professores responderam $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$, as respostas

$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{1}{1}$ tiveram uma única ocorrência e houve também duas respostas em branco.

Questão 13	Resposta correta
Significado Quociente, grandezas contínuas, representação não icônica	$\frac{4}{5}$
Foram divididos igualmente 4 chocolates para 5 crianças. Que fração representa o que cada criança recebeu?	5 acertos (29,41%)

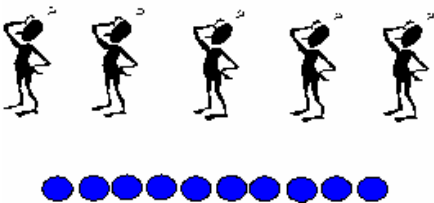
Esta situação-problema envolve o mesmo significado da anterior e a mesma natureza das grandezas, porém não apresenta ícone, fato que parece não ter influenciado no resultado, pois temos o mesmo índice de acertos da questão anterior (29,41%). Pelo que observamos até este momento, os professores têm encontrado dificuldades para resolver esse tipo de situação-problema, pois continuam apresentando erros diversificados.⁷⁴ Todavia, é possível que os professores tenham entendido a situação, mas não tenham sido capazes de representá-la utilizando corretamente uma fração. Podem também não ter compreendido a situação, construindo uma fração com os números apresentados no enunciado – quartos (em referência aos chocolates) e quintos (em referência às crianças) – ou, ainda, que tenham tentado manter no numerador a quantidade de 5 crianças. Este último tipo de erro também foi observado na avaliação de Merlini (2005) e Moutinho (2005) com alunos no Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que os alunos desses professores tiveram uma porcentagem de acertos maior, ou seja, 54,55%. É possível, nesse caso, que algum aluno, embora sem compreender totalmente a situação-problema, tenha respondido corretamente, utilizando os números disponíveis no enunciado, na ordem em que estão ali representados.

⁷⁴ Respostas erradas e/ou incompletas para o item c; com duas 2 respostas $\frac{5}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$.

As demais respostas $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{5}{20}, \frac{5}{2}$ tiveram uma única ocorrência. Houve também uma resposta em branco.

Analisaremos a seguir as Questões 2 e 10 enfocando o significado *quociente*. Estas se diferenciam das anteriores por envolverem quantidades discretas, ou seja, são situações-problema cuja solução requer a divisão de um conjunto de objetos em partes iguais, tratando-se, porém, de objetos indivisíveis.

<p style="text-align: center;">Questão 2</p> <p style="text-align: center;">Significado <i>quociente</i>, grandezas discretas, representação icônica</p>	<p style="text-align: center;">Resposta correta</p> <p>a) 2 bolinhas; b) $\frac{10}{2}$</p>
<p>Tenho 10 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	
<p>a) Quantas bolinhas cada criança ganhará?</p> <p>b) Que fração representa esta divisão?</p>	<p>a) 17 acertos (100%)</p> <p>b) 2 acertos (11,76%)</p>

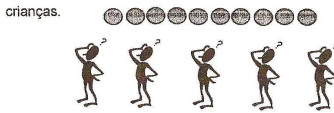
Observando a porcentagem de acertos, é possível inferir que, embora todos os professores tenham interpretado corretamente a situação-problema (100% de respostas corretas para o item a), 88,24% não associaram a divisão à representação fracionária (11,76% de respostas corretas para o item b).

Aproximadamente 53% responderam que fração representa a quantidade de bolinhas que cada criança receberá em relação ao total de bolinhas, ou seja, $\frac{2}{10}$. Inferimos que o erro pode ter ocorrido por ser esta a pergunta que os professores geralmente trabalham em sala,

ou seja, é possível que tenha havido uma influência da idéia de *parte-todo*, que, em geral, recebe mais ênfase no trabalho com números racionais. Outro erro cometido por 23,53% dos professores foi registrar $\frac{5}{10}$, ou seja, houve uma inversão na ordem dos termos da fração, talvez por considerarem que o numerador deve, necessariamente, ser menor do que o denominador. Isto pode ser percebido na resolução do professor J:

Questão 2

Tenho 10 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças.



a) Quantas bolinhas cada criança ganhará?
Resposta:

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 5} \\ 0 \times 2 \end{array} \rightarrow \text{Cada criança ganhará 2 bolinhas}$$

b) Que fração representa esta divisão?
Resposta:

$$\frac{5}{10}$$

problema 2 – professor J

Tendo sido proposta a mesma questão aos alunos, para o item **a** o índice de acertos foi de 68,86% (53 alunos) e para o item **b** houve uma porcentagem de questões certas igual a 23,37% – maior do que o índice registrado pelos professores: 11,76%. Ainda quanto ao item b, na pesquisa realizada por Merlini (2005), 26,6% dos alunos da 5.^a série e 11,67% de 6.^a série apresentaram respostas corretas. Da mesma forma, Moutinho (2005), tendo realizado a mesma investigação, obteve índices de acertos de 16,92% e 36,21% entre os alunos de 4.^a e 8.^a séries, respectivamente.

Percebemos aqui que o desempenho dos professores no item **b** desta questão só foi superior ao apresentado pelos alunos da 6.^a série, sujeitos da pesquisa desenvolvida por Merlini (2005), sendo inferior ao desempenho dos demais alunos, sujeitos desta pesquisa e dos estudos de Merlini (2005) e Moutinho (2005). Assim, consideramos ser importante analisar esta situação durante nossa intervenção.

Analisamos, a seguir, as respostas apresentadas à Questão 10, que envolve grandezas discretas e representação não icônica.

Questão 10 Significado <i>quociente</i>, grandezas discretas, representação não icônica	Resposta correta a) 2 bolas e b) $\frac{8}{4}$
Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças. a) Quantas bolas de futebol cada criança ganhará? b) Que fração representa essa divisão? a) 14 acertos (82,35%) b) 9 acertos (52,94%)	


Tanto nesta questão como na anterior o enunciado e o item **a** trazem explícita a idéia de divisão. Quanto à questão proposta no item **b**, seu objetivo é estabelecer a relação entre fração e divisão, isto é, com esta questão, o aluno deve observar a relação entre duas grandezas distintas envolvidas no problema (bolas de futebol e crianças), extrapolando, assim, o significado *parte-todo*.

O índice de acertos do item **a** desta questão também foi muito mais alto que o item **b**, ou seja, na Questão 10 temos um índice de 82,35% no item **a** e de 52,94% no **b**. Quanto aos alunos desses professores, observamos que 50 acertaram o item **a** e 32 o item **b**, alcançando uma média aproximada de 53% de acertos entre as duas questões.

Em relação à resposta $\frac{1}{8}$ apresentada por dois professores ao item **b** desta questão, é possível que seja decorrente de interpretação incorreta do enunciado, influenciada pela ênfase que se dá ao significado *parte-todo* para a representação fracionária de números racionais.

Uma característica importante das situações-problemas que envolvem o significado quociente para grandezas discretas é que todas as questões desse tipo geram frações aparentes, pois o número de elementos do conjunto que será dividido deve ser múltiplo do número de partes iguais que se pretende obter após a partição. Diferentemente disso, em questões que envolvem grandezas contínuas essa característica não está presente – a divisão de chocolates, por exemplo, não precisa ser feita por um número que seja divisor da quantidade inicial considerada.

Em situações de partição e de partilha, como as analisadas no significado *quociente*, observamos, com frequência, o invariante equivalência. Uma situação semelhante às anteriores, envolvendo o invariante *equivalência*, é apresentada na Questão 15, comentada a seguir.

<p style="text-align: center;">Questão 15</p> <p style="text-align: center;">Significado Quociente Invariante operatório <i>equivalência</i>, grandezas contínuas, representação icônica</p>	<p style="text-align: center;">Resposta correta</p> <p style="text-align: center;">sim</p>
<p>Um bolo foi dividido igualmente para 3 crianças, e 2 bolos do mesmo tamanho foram divididos igualmente para 6 crianças.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) As 9 crianças comeram a mesma quantidade de bolo?</p> <p>Sim (<input type="checkbox"/>) Não (<input type="checkbox"/>)</p> <p>15 acertos (88,23%)</p>	

Esta situação-problema é igual à situação proposta por Nunes (2005) e pode ser resolvida de forma intuitiva. Os professores não demonstraram dificuldade em entender a situação e responder acertadamente, tendo um índice de acertos de 88,23%. Os alunos, porém, apresentaram índice bem menor de acertos: 34,21%. Essa quantidade de acertos foi menor também que as indicadas nas pesquisas de Moutinho (2005), Merlini (2005) e Nunes (2005). Merlini encontrou um índice de acertos de 65,83% com alunos de 5.^a e 6.^a séries; Moutinho, de 50,76% com alunos da 4.^a série e de 79,31% com alunos da 8.^a série.

Essa mesma questão foi proposta por Nunes et al. (2003), que aplicaram, por dois anos consecutivos, um teste diagnóstico adaptado do trabalho de Brown et al. (1981) em duas amostras de aproximadamente 130 alunos de 8 escolas de Londres e Oxford, com

idades entre 7 e 9 anos (alunos que estavam cursando 3.º, 4.º e 5.º anos). Os índices de acertos alcançados por esse grupo de pesquisa foram maiores do que os de nossa pesquisa. Os registros do estudo de Brown et al. indicam que 76% das crianças inglesas com idades entre 8 e 9 anos acertaram essa questão, e as crianças com idades entre 9 e 10 anos tiveram um índice de acertos de 87%.

Concluindo essa primeira análise das situações que envolveram o significado *quociente*, observamos baixos índices de acertos, que foram muito próximos entre alunos e professores. Os professores, em suas resoluções, também demonstraram maior dificuldade na compreensão do significado *quociente* do que do significado *parte-todo*, o que nos leva a inferir que o trabalho com o significado *quociente* não vem ocorrendo, pelo menos com a mesma intensidade que se observa no trabalho com o significado *parte-todo*. Entretanto, diversos estudos mostram que o significado *parte-todo* não é suficiente para a construção de conhecimentos relativos à ampliação do conjunto numérico dos naturais e sugerem que uma abordagem envolvendo outros significados poderá fazê-lo.

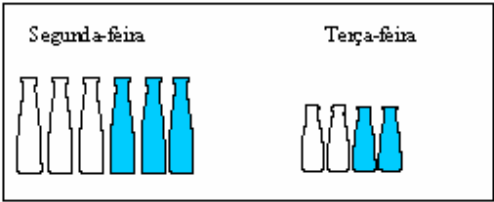
Kieren (1988), por exemplo, afirma que o trabalho com o modelo *parte-todo* induz ao processo de dupla contagem, não propiciando a introdução da criança no campo dos quocientes. De forma análoga, Nunes & Bryant (1997), com base em Campos e Cols (1995), afirmam que se o trabalho for feito somente considerando o significado *parte-todo*, fica prejudicado o entendimento de que o conjunto dos racionais é uma extensão do conjunto dos números naturais. Ou seja, para perceber essa extensão, o aluno precisaria vivenciar situações em que a idéia da divisão fosse ampliada. Dessa forma, consideramos importante que, em nossa intervenção, fosse desenvolvido um trabalho relacionado ao significado *quociente*.

Não menos importante é o significado *medida*, analisado no próximo item, que mantém uma relação interessante com o significado *de quociente*.

Questões relacionadas ao significado medida

O significado *medida* é o que apresenta a idéia de comparação entre grandezas. Os autores tomados como referência em nosso estudo nomeiam esse significado de forma diferenciada, usando os termos razão, probabilidade, taxa, quantidades intensivas ou mesmo medidas. Esse significado envolve uma idéia diferente da apresentada para o *significado quociente*. Ou seja, enquanto a *medida* é representada por uma fração que indica um índice comparativo entre grandezas, o *quociente* envolve a idéia de partilha.

Apresentaremos a seguir a primeira questão envolvendo o significado *medidas* com grandezas contínuas.

Questão 5 Significado <i>medida</i>, grandeza contínua, com representação icônica	Respostas corretas
<p data-bbox="379 1081 1219 1160">a) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?</p> <div data-bbox="480 1229 975 1429" style="text-align: center;"></div> <p data-bbox="379 1514 1155 1597">Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca</p> <p data-bbox="456 1621 715 1704">b) na segunda-feira? c) e na terça-feira?</p> <p data-bbox="456 1783 951 1883">a) 5 acertos (29,4%) e 3 em branco b) 8 acertos (47,06%) e 2 em branco c) 10 acertos (58,82%) e 2 em branco</p>	

Esta questão, inspirada em Nunes et al. (2003), relaciona o significado *medida* com quantidade contínua, apresentando ícone, tendo também o objetivo de avaliar o invariante *equivalência* (item **a**).

Esta situação-problema apresenta uma combinação para “formar o todo”, ou seja, tenho duas tintas de cores diferentes para formar a mistura (o todo). Nunes et al. (2001) afirmam que esse tipo de quantidade é, freqüentemente, representado por uma razão ou uma fração. Assim, para conseguir determinado tom de azul, misturam-se 3 partes de tinta branca e 3 partes de tinta azul, ou seja, a relação entre as duas cores está sempre na razão de 3 para 3 ou na fração $\frac{3}{3}$.

Neste caso, o sujeito de pesquisa deveria observar que essa concentração permanece constante, pois com essa medida ele poderia obter diversas quantidades de tinta, mantendo sempre a mesma cor. Segundo Nunes et al. (2001), quando há uma relação entre quantidades tidas como “de natureza diferente”, as chamamos de quantidades intensivas. Os autores consideram que os alunos poderão encontrar dificuldade com esse tipo de quantidade, dizendo que “o obstáculo básico à compreensão das quantidades intensivas reside na dificuldade que as crianças têm em pensar ‘relativamente’” (p. 126).

Analisando as respostas corretas dadas pelos docentes, observamos que no item **a**, com o qual pretendíamos avaliar a compreensão da idéia do invariante *equivalência*, tivemos um índice menor (29,4%) do que nos outros dois, em que analisamos o registro da medida (47,06%). Quanto aos alunos desses professores, somente 12 acertaram o item **a**. Já as pesquisas correlatas de Merlini (2005) e Moutinho (2005), apresentaram as seguintes taxas de acertos:

- ✓ variando entre 20% (6.^a série) e 45,38% (4.^a série) nos itens b e c – significado *medida*
- ✓ variando entre 23,04% (4.^a série) e 50,76% (8.^a série) no item a – invariante *equivalência* no mesmo significado

Ao analisar os erros, notamos que os alunos têm mais dificuldade em analisar a equivalência das cores nos dois dias (item **a**). Aqui, cabe observar que a presença do ícone pode ter sido um fator que dificultou a solução da questão, pois apresenta as tintas de cor azul e branca, separadamente, e o sujeito terá de pensar na mistura, ou seja, nas duas quantidades juntas, confirmando o que foi dito por Nunes et al. (2001) a respeito das quantidades intensivas. Das respostas incorretas, a mais freqüente foi a que relacionou as duas partes, ou seja, na segunda-feira 3 partes de tinta branca para 3 partes de tinta azul e na terça-feira 2 partes de tinta branca para 2 partes de tinta azul. Esse erro apresentou um índice significativo entre os alunos da escola pesquisada: 54,54%. Outros estudos também indicaram o mesmo erro. No de Merlini (2005), por exemplo, 45,8% dos alunos apresentaram esse tipo de erro.

Outra questão semelhante a essa, mas que não envolve ícone, é a de número 9:

Questão 9	Resposta correta
<p data-bbox="405 1173 895 1263">Significado <i>medida</i>, grandezas contínuas, representação não icônica</p> <p data-bbox="392 1285 1203 1476">Para fazer certa quantidade de suco são necessárias 2 medidas de concentrado de laranja para 5 medidas de água. Que fração representa a medida de concentrado de laranja em relação ao total de suco?</p> <p data-bbox="469 1536 1187 1570">4 acertos (23,52%) e 2 respostas em branco (11,76%)</p>	<p data-bbox="1043 1173 1075 1252">$\frac{2}{7}$</p>

Nesta questão, o sujeito também deverá fazer uma combinação para “formar o todo”. Trata-se de misturar concentrado e água para formar o suco (um todo), ou seja, tem-se 2 medidas de concentrado de laranja para 5 medidas de água, relação que nesse problema seria indicada por $\frac{2}{7}$ de concentrado para $\frac{5}{7}$ de água. Nessa mistura, a concentração

permanece constante, pois com essa medida podem ser obtidas diversas quantidades de suco, mantendo sempre o mesmo sabor.

Quanto ao desempenho dos professores, somente 4 acertaram a questão (23,52%), demonstrando dificuldade em relação ao significado *medida*.

Examinando os resultados apresentados pelos professores, constatamos um índice de 41,18% de respostas $\frac{2}{5}$ para esta questão, indicando que podem ter feito uma interpretação incorreta do problema, tendo utilizado os números disponíveis no enunciado para a formação da fração solicitada, que, neste caso, representou parte/parte.

Quanto aos alunos desses professores, somente 2 acertaram tal questão, ou seja, 2,6%. Quanto aos erros, observamos que 81,95% deles cometeram o mesmo erro que predominou na resposta errônea dos professores, ou seja, $\frac{2}{5}$: duas partes de concentrado para cinco de água (parte/parte). Chamamos a atenção para o fato de que esse índice alto de erros entre os alunos também foi encontrado nas pesquisas correlatas. Merlini (2005) encontrou um índice de 76,6% entre alunos de 5.^a e 6.^a série, e Moutinho (2005) detectou esse tipo de erro em 83,7% dos alunos da 4.^a série. O número significativo de professores e alunos que apresentaram esse tipo de erro nas duas questões que envolvem o significado *medida* com grandezas contínuas levou-nos a concluir que esse significado não tem sido trabalhado, suficientemente, nas salas de aula.

Analisaremos, a seguir, uma questão envolvendo o significado *medida*, porém com grandezas discretas:

Questão 3	Resposta correta
Significado <i>medida</i>, grandezas discretas, representação não icônica	$\frac{20}{150}$ ou $\frac{2}{15}$ ou 13,33%
<p>Na escola de Pedro foi feita uma rifa e foram impressos 150 bilhetes. A mãe de Pedro comprou 20 bilhetes dessa rifa. Qual a chance da mãe de Pedro ganhar o prêmio?</p> <p style="text-align: center;">2 acertos (11,76%)</p>	

As grandezas envolvidas nesta situação são classificadas por Nunes et al. (2001) como quantidades extensivas. As autoras comparam a lógica das quantidades extensivas àquela que vigora em questões que envolvem o significado parte-todo, pois ambas tomam como referência a comparação entre duas quantidades de mesma natureza, o que não ocorre com as quantidades intensivas. Nunes afirma que “... a lógica das quantidades intensivas é diferente da lógica das quantidades extensivas porque não está baseada na relação parte-todo, mas na relação entre duas quantidades diferentes” (p. 103).

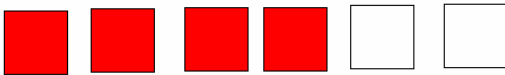

Nesta questão, temos 150 bilhetes, dos quais 20 foram comprados, ou seja, a medida da quantidade de bilhetes comprados comparada com o total de bilhetes baseia-se na comparação de duas quantidades de mesma natureza (bilhetes) e na lógica *parte-todo* (bilhetes comprados e total de bilhetes).

Analisando os resultados apresentados pelos professores, observamos um índice muito baixo de acertos (11,76%), valor que foi menor que os apresentados pelos alunos (15,58%), e este, por sua vez, está abaixo do encontrado por Moutinho (2005) entre alunos de 4.^a série (26,15%).

Quanto aos erros, observamos que 8 professores (47,05%) consideraram a relação $\frac{150}{20}$, com uma inversão dos termos da fração. É possível que, nesse caso, os professores tenham compreendido a situação, mas não tenham sido capazes de representá-la

corretamente por meio de uma fração. Podem também ter estimado que a chance solicitada no problema seria de uma porcentagem maior que 10%, mas não estabeleceram a relação entre porcentagem e divisão por 100. É possível também que tenham feito uma interpretação incorreta do problema e tenham construído a fração solicitada utilizando os números disponíveis, na ordem em que são apresentados no enunciado. Esse tipo de erro apresentou índice menor entre os alunos desses professores (22,07%), que, por sua vez, foi maior que o registrado por Moutinho (2005) em seu estudo com alunos de 4.^a série (10,76%).

Uma questão semelhante a esta, porém com ícone, é a de número 17, que será analisada a seguir.

<p style="text-align: center;">Questão 17</p> <p>🚩 Itens a e b – Significado <i>medida</i>, grandezas discretas, representação icônica</p> <p>🚩 Item c – Invariante operatório <i>equivalência</i>, grandezas discretas, representação icônica</p>	<p style="text-align: center;">Resposta correta</p> <p>a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{3}{9}$</p> <p>c) os dois têm a mesma chance</p>
<p>a) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>b) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>c) Em qual dos dois baralhos existe maior chance de se tirar uma carta branca?</p> <p>a) 6 acertos (35,29%); b) 5 acertos (29,41%); c) 6 acertos (35,29%) e 2 em branco (11,76%)</p>	

Esta é uma questão icônica que envolve o significado *medida*, com quantidades discretas e extensivas, diferenciando-se da anterior apenas pelo ícone. Nos itens **a** e **b** avaliamos o significado *medida* e no **c** o invariante *equivalência* no significado medida.

Observe-se que os índices de respostas corretas variam entre 29,41% e 35,29%. O número de acertos foi maior nesta questão do que na anterior. Analisando as respostas, percebemos que 5 professores acertaram os itens a e b e somente 2 destes 5 responderam de forma correta ao item **c**, o que nos leva a inferir que três desses professores não perceberam a equivalência entre as frações representadas nas respostas anteriores. Esta mesma questão teve um índice menor entre os alunos – sujeitos de nossa pesquisa (15,58%); já Moutinho (2005) encontrou valores percentuais próximos aos professores (33,08%).

Canova (2006), ao pesquisar professores que lecionam em séries iniciais do Ensino Fundamental, solicitou que estes elaborassem três situações envolvendo a idéia de fração. Seu objetivo era investigar os tipos de questões que nasceriam espontaneamente ou que tipos de questões os professores estão habituados a elaborar. Detectou que nenhum deles elaborou uma situação-problema envolvendo o significado *medida*, concluindo que os professores não estão habituados a trabalhar com esse tipo de significado (p. 163). Esses resultados foram confirmados por Santos (2005), que também computou uma incidência muito baixa desse tipo de problemas entre aqueles elaborados por docentes do Ensino Fundamental, principalmente os das séries iniciais (p. 154). Quanto à competência dos professores, Canova (2006) observou que, mesmo não havendo nenhuma incidência de elaboração espontânea de problemas sobre o significado *medida*, o índice de acertos não lhe pareceu tão baixo – houve 40,7% de respostas corretas.

Quanto aos erros apresentados pelos docentes em nossa avaliação diagnóstica, detectamos que eles ocorreram basicamente de duas formas: inversão dos termos da fração, e relação incorreta entre as duas partes (cartas pintadas e sem pintar). Aqui encontramos erros muito parecidos com os cometidos nas questões que envolvem o significado *parte-todo*, o que nos leva a crer que, provavelmente, esse tipo de situação-problema é resolvido por meio da dupla contagem das partes. Nesta questão, a maioria dos erros ocorreu porque os professores associaram ao numerador as cartas pintadas e ao denominador as cartas não

pintadas, indicando uma relação parte/parte. Kieren (1988) já chamava a atenção para esse fato, dizendo que o trabalho com o modelo *parte-todo* induz ao processo de dupla contagem e não facilita a compreensão do significado de número racional como *quociente*, numa ampliação do conjunto dos números naturais. Assim, segundo o autor, há uma leitura “reduzida” do numerador e denominador, pois, em geral, são determinados somente por meio de contagem. Temos aqui, novamente, indícios de que é muito presente o significado *parte-todo* na escola, uma vez que é a estratégia predominante na resolução de situações-problemas envolvendo a representação fracionária dos números racionais, tanto pelo professor como pelos alunos das diferentes séries.



Concordamos com Behr et al. (1983), quando consideram que o conceito de fração é uma das idéias matemáticas mais complexas e importantes na formação do aluno. Afirmando ainda que o ensino e a aprendizagem de frações envolve, além de outros, o aspecto que os autores chamaram de *prático*, ou seja, as frações, em suas diferentes representações, surgem com frequência em diversas situações relacionadas à expressão de medida e de quantidade. Esse fato evidencia a necessidade de extensão do conjunto dos números naturais (p. 91). Entretanto, ao analisar esse primeiro diagnóstico e ao compará-lo com outros estudos, notamos que o significado *medida* não tem sido foco de estudo, ou seja, o trabalho com esse significado não vem ocorrendo, pelo menos com a mesma intensidade que se observa no trabalho com o significado *parte-todo*. Assim, acreditamos que é necessária uma discussão mais aprofundada sobre esse significado e suas especificidades, durante nossa intervenção.

Outro significado que compôs nossa avaliação diagnóstica foi o *operador multiplicativo*. Apresentaremos, a seguir, a análise das questões que o envolveram.

Questões relacionadas ao significado *operador multiplicativo*

Situações em que números racionais têm o significado de operadores multiplicativos são associadas às transformações, ou seja, trazem em seu contexto a idéia de que a fração, assim como o número inteiro, desempenha um papel de valor escalar aplicado a uma

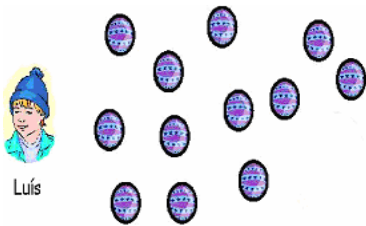
quantidade, ampliando-a ou reduzindo-a, isto é, transformando o valor dessa quantidade. Na avaliação diagnóstica foram propostas quatro questões envolvendo o significado de *operador multiplicativo*. São elas:

<p align="center">Questão 7</p> <p align="center">Significado <i>operador multiplicativo</i>, grandezas contínuas, com ícone</p>	<p align="center">Resposta correta</p> 
<p>Maria ganhou um chocolate e comeu $\frac{2}{5}$. Pinte a quantidade de chocolate que Maria comeu.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p align="center">15 acertos (88,23%)</p>	

Para esta questão, que envolve o significado *operador multiplicativo*, com grandezas contínuas, com a presença de ícone, prevíamos um índice alto de acertos. Considerávamos que poderia ser facilmente interpretada, posto que, geralmente, o trabalho com a idéia de fração é iniciado com figuras geométricas representando, por exemplo, chocolates e pizzas que serão “divididos”. Mesmo assim, dois professores apresentaram $\frac{3}{5}$ como resposta.

Quanto aos alunos desses professores, 13 (16,87%) acertaram a questão – taxa muito mais baixa que as encontradas pelas pesquisas de Merlini (2005) e Moutinho (2005), que registraram, aproximadamente, 57% de acertos em alunos de 5.^a e 6.^a séries e 71,22% entre alunos de 4.^a e 8.^a séries do Ensino Fundamental, respectivamente.

Um problema semelhante a esse, porém com quantidades discretas, é apresentado a seguir.

<p align="center">Questão 14</p> <p align="center">Significado <i>operador multiplicativo</i>, grandezas discretas, icônica</p>	<p align="center">Resposta correta</p> <p align="center">8 bolinhas</p>
<p align="center">Observe a coleção de bolinhas abaixo:</p> <div align="center" data-bbox="662 728 1029 952">  <p>Luís</p> </div> <p>Luís ganhou $\frac{2}{3}$ das bolinhas de gude desta coleção. Quantas bolinhas ele ganhou?</p> <p align="center">6 acertos (35,29%)</p>	

Observamos, para esta questão, um índice de acertos (35,29%) muito menor do que o registrado na questão anterior (88,23%), com uma diferença de 52,94%, mostrando que neste problema os docentes encontraram dificuldade maior. Canova (2006), ao analisar questões semelhantes a esta, encontrou um valor percentual próximo ao coletado nesta pesquisa (37,25%).

Quanto aos alunos desses professores, todos encontraram dificuldades na resolução desta questão, não havendo respostas corretas. As pesquisas de Merlini (2005) e Moutinho (2005) também constataram essa dificuldade, registrando, em média, 3,33% e 7,56%, respectivamente. Observamos aqui que a dificuldade maior deve ser por envolver quantidades discretas. É possível que essa dificuldade tenha sido causada pelo privilégio que, em geral, se dá ao trabalho com ênfase nas grandezas contínuas.

Analisaremos a seguir, a Questão 16, não icônica, envolvendo o mesmo significado e o mesmo tipo de grandezas observados na questão anterior.

Questão 16 <i>significado operador multiplicativo,</i> grandezas discretas, representação não icônica	Resposta correta 9 soldadinhos
Gustavo tinha uma coleção de 15 soldadinhos de chumbo e deu a seu primo Fernando $\frac{3}{5}$ de sua coleção. Quantos soldadinhos de chumbo Gustavo deu a Fernando?	
7 acertos (41,17%) 2 em branco	

Neste caso, a interpretação do número racional $\frac{3}{5}$, como operador multiplicativo, está associada à idéia de calcular $\frac{3}{5}$ de 15. Observamos, porém, que um número significativo de professores recorreu à idéia de parte-todo para a solução desta questão, ou seja, dividiram o número total de soldadinhos por 5 (número indicado no denominador da fração) e consideraram três dessas partes (número indicado no numerador).

O índice de acertos (41,17%) foi superior ao da questão anterior, mas observamos que também no trabalho com o significado *operador multiplicativo* os professores encontraram mais dificuldades com questões que envolvem grandezas discretas.

Apenas dois alunos responderam corretamente a esta questão, correspondendo a um índice de 2,6%, o que nos leva a deduzir que esse tipo de questão não vem sendo discutido em sala de aula. Esta questão apresentou baixos índices de acertos também nas outras pesquisas tomadas como referência. Ao avaliar a compreensão de alunos de 5.^a e 6.^a séries, Merlini (2005), por exemplo, observou que somente 8,3% dos alunos responderam corretamente à mesma questão. Os resultados registrados por Moutinho (2005) ao realizar

sua pesquisa com alunos de 4.^a e 8.^a séries, indicam 11,42% de acertos – maior do que o encontrado em nossa pesquisa, porém ainda muito baixo.

Conseguimos aqui observar uma dificuldade muito maior, tanto dos alunos quanto das professoras, relacionada aos problemas envolvendo operador multiplicativo nas quantidades discretas.

A Questão 19 trata de números racionais com o significado operador multiplicativo. Faremos, a seguir, considerações sobre os resultados de sua aplicação, incluindo uma avaliação do desempenho do grupo em relação ao invariante operatório ordem, presente nesta questão.

<p style="text-align: center;">Questão 19</p> <p style="text-align: center;">Significado Operador Multiplicativo</p> <p style="text-align: center;">Invariante operatório <i>ordem</i>, grandezas contínuas, sem ícone</p>	<p style="text-align: center;">Resposta correta</p> <p style="text-align: center;">João</p>
<p>João ganhou um chocolate e Maria ganhou um outro chocolate de mesmo tamanho. João comeu $\frac{1}{2}$ de seu chocolate, enquanto Maria comeu $\frac{1}{4}$ do chocolate dela. Quem comeu mais chocolate? Como você convenceria seu amigo de que sua resposta está correta?</p> <p style="text-align: center;">16 acertos (94,11%)</p>	

Nesta situação, tanto a fração $\frac{1}{2}$ como a fração $\frac{1}{4}$ transformarão o chocolate, ou seja, os números racionais envolvidos neste problema têm o significado de operadores multiplicativos. A questão proposta é “quem comeu mais chocolate?”. Trata-se de

problema envolvendo o invariante *ordem*, com grandezas contínuas, sem a presença de ícones.

Observamos que houve um índice relativamente alto de acertos. Entretanto, 6 professores não apresentaram uma justificativa para sua resposta. Pareceu-nos que os professores têm a compreensão de que $\frac{1}{2}$ de um chocolate é maior do que $\frac{1}{4}$. Contudo, essa relação não foi estabelecida de forma tão imediata por seus alunos, pois somente 5 alunos do total de 77 acertaram, ou seja, 6,49%, levando-nos a concluir que a relação de *ordem* não tem sido foco de propostas de ensino por parte dos professores.

Na análise das justificativas apresentadas pelos alunos, foi revelada a dificuldade quanto ao entendimento deste invariante, pois os alunos, em sua maioria, consideraram $\frac{1}{4} > \frac{1}{2}$, recorrendo à relação $4 > 2$ conhecida no conjunto dos números naturais. Foram, assim, reiteradas as considerações apresentadas nos PCN (1997) a respeito de um dos obstáculos relacionados à construção do conceito de números racionais. Na opinião dos autores, “a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada” (p. 67).

Assim, consideramos que este também será um importante ponto a ser refletido com o grupo de professores durante nossa intervenção. Os índices de acertos apresentados pelos sujeitos de nossa pesquisa confirmam aqueles obtidos em outros estudos sobre o tema. Tais resultados nos levam a crer que o trabalho com este invariante não vem ocorrendo a contento e que esse tipo de situação-problema não ocupa lugar de destaque no repertório desses professores. Santos (2005) e Canova (2006), por exemplo, constataram que professores, quando em situação de elaborar, espontaneamente, problemas envolvendo a representação fracionária de números racionais, raramente o fazem propondo situações relacionadas à ordem.

Tivemos indícios aqui de que, quanto aos problemas envolvendo o significado *operador multiplicativo*, os professores compreendem mais aqueles que tratam de

grandezas contínuas do que aqueles que envolvem grandezas discretas – a média de acertos dos problemas que envolviam as primeiras ficou em torno dos 90%, e a média de acertos em problemas com grandezas discretas foi inferior a 40%. Esse fato confirma os resultados obtidos por Canova (2006), que, ao analisar a competência de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, constatou que os professores acertaram mais problemas envolvendo o significado *operador multiplicativo* com grandezas contínuas (26,96%) do que com grandezas discretas (13,72%). A diferença entre esses percentuais é de 13,24%, menor do que a observada nesta pesquisa. Dessa forma, encontramos neste significado mais alguns pontos que deverão ser retomados durante nossa intervenção.

Analisaremos, a seguir, a *localização de pontos na reta numérica*. Acreditamos que a utilização da reta numérica para o trabalho com *o invariante ordem* pode ser um bom instrumento para representar as frações e estabelecer essa relação.

Significado *localização na reta numérica*

Questão 11 Significado <i>localização na reta numérica</i>, grandezas contínuas e com ícone
<p style="text-align: center;">Represente na reta numérica as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div> <p>5 acertos na localização de $\frac{1}{2}$ (29,41%)</p> <p>nenhum acerto na localização de $\frac{3}{2}$</p> <p>índice geral de acertos = 14,7%</p>

A Questão 11 aborda o significado *localização na reta numérica*, envolvendo quantidades contínuas, com ícone. A aplicação desta questão teve o objetivo de investigar como os sujeitos de nossa pesquisa representariam as frações sobre a reta numérica e se

estabeleceriam, corretamente, uma relação de ordem entre essas frações. Esse tipo de problema faz que os alunos ampliem suas concepções a respeito dos números, podendo ser um facilitador na compreensão da idéia de que os números racionais são uma extensão dos números naturais.

Quanto aos resultados, observamos que somente cinco professores representaram, de forma acertada, a fração $\frac{1}{2}$ e nenhum acertou a localização da fração $\frac{3}{2}$ sobre a reta numérica. Nesta questão houve um índice geral de acertos inferior a 14%, que é preocupante, considerando que as duas frações que seriam representadas são bastante conhecidas. Em relação aos alunos, tivemos um índice de acertos muito inferior (1,95%) demonstrando que a grande maioria ainda não construiu esse conhecimento. Santos (2005) e Canova (2006), em suas investigações sobre esse mesmo tema, concluíram que professores raramente elaboram, espontaneamente, problemas envolvendo a localização de números racionais na forma fracionária sobre a reta numérica. Concluímos, assim, que a falta de compreensão desse significado por parte de muitos professores pode prejudicar a construção do conceito de números racionais em sua representação fracionária.

Percentuais muito baixos foram observados também em outras pesquisas desenvolvidas com alunos do Ensino Fundamental. No estudo de Merlini (2005), alunos de 5.^a e 6.^a séries tiveram um índice de acertos igual a 4,16%. Por sua vez, Moutinho (2005) ao investigar 4.^a e 8.^a séries, constatou índices menores que 2%. A 8.^a série, por exemplo, em que poderia ter sido explorada a localização de diferentes conjuntos sobre a reta numérica, apresentou 1,72% de acertos.

5.1.3.2 Comparando resultados apresentados por alunos e professores da escola pesquisada nos diferentes significados

Para avaliar a competência de professores e alunos em relação aos significados da fração, analisamos a resolução de algumas questões. O mesmo instrumento de avaliação composto por situações-problema envolvendo os cinco significados das frações foi aplicado a 17 professores e 77 alunos de 3.^a e 4.^a séries do Ensino Fundamental, com idades entre 9 e

11 anos. A tabela a seguir contém os resultados da aplicação desse instrumento diagnóstico aos 77 alunos.

Tabela: Índice de acertos dos alunos de acordo com o significado da fração

Significado	Parte-todo	Quociente	Medida	Operador multiplicativo	Localização na reta numérica
Índice de acertos	28,6%	57,1%	11,9%	6,5%	1,95%

Os resultados obtidos pela aplicação das mesmas situações a 17 professores que lecionam na mesma escola estão representados na tabela a seguir.

Tabela: Índice de acertos dos professores de acordo com o significado da fração

Significado	Parte- todo	Quociente	Medida	Operador multiplicativo	Localização na reta numérica
Índice de acerto	76,5%	64,7%	31,36%	64,7%	14,7%

Numa primeira análise, observamos que, para o significado *quociente*, houve índices próximos de acertos entre alunos e professores, pois alguns itens relacionados a esse significado puderam ser resolvidos utilizando a idéia de divisão de números naturais. Entretanto, quando os pesquisados foram solicitados a indicar a fração que representava uma divisão, o índice foi significativamente menor.

Quanto às questões que envolvem números racionais com o significado *parte-todo*, observamos que, embora tenham apresentado o maior índice de acertos entre os professores e, conquanto seja o significado mais trabalhado em sala de aula, conforme concluíram Santos (2005) e Canova (2006), não foram registrados, em nossa pesquisa, resultados tão positivos por parte dos alunos – o índice de acertos foi de 28,6%.

As questões que envolvem o significado *operador multiplicativo* foram as que apresentaram maior diferença percentual entre os grupos. Para os professores esse significado parece não apresentar muitas dificuldades (64,7% de acertos). Quanto às

questões que envolvem números racionais com o significado *parte-todo*, observamos que, embora tenham apresentado o maior índice de acertos entre os professores e conquanto seja o significado mais trabalhado em sala de aula, conforme concluíram Santos (2005) e Canova (2006), não foram registrados, em nossa pesquisa, resultados tão positivos por parte dos alunos – o índice de acertos foi de 28,6%.

No entanto, os alunos tiveram o menor índice de acertos nestas questões, que foi registrado em 6,5%.

Quanto aos professores, observamos que esse dado também foi observado por Santos (2005), que, ao analisar os tipos de problemas criados por professores e as estratégias de resolução empregadas, detectou uma “clara preferência dos professores (polivalentes e especialistas) em valorizar os aspectos procedimentais” (p. 189), acrescentando que esse profissional “carrega fortes marcas daquela construída enquanto aluno da Educação Básica” (p. 189). Em relação aos alunos, percebemos que as “marcas” mencionadas por esse autor ainda não foram construídas. Entretanto, isso provavelmente ocorrerá nas séries finais do Ensino Fundamental, sob a influência do professor especialista.

Finalmente, ficou evidente a falta de compreensão tanto de professores quanto de seus alunos sobre a correspondência entre a representação fracionária e sua localização na reta numérica.

Desse modo, pudemos observar que tivemos em mãos um instrumento diagnóstico importante para o planejamento de nossa intervenção. No próximo capítulo, apresentaremos a análise dos professores de alguns dos resultados desta primeira avaliação.

CAPÍTULO 6

INTERVENÇÃO: DESCRIÇÃO

Neste capítulo descreveremos a intervenção que fizemos, especificando cada uma de suas fases. Em 2003 houve o primeiro contato com a escola objetivando discutir a possibilidade de desenvolver a pesquisa; em 2004 fizemos as primeiras observações sobre a instituição durante nossa participação em diversas atividades relacionadas direta ou indiretamente com nosso estudo; em 2005 foi, efetivamente, realizada a intervenção na escola.

6.1 A CAMINHO DA INTERVENÇÃO

Embora não seja este o objeto de nossa pesquisa, apresentamos neste item os primeiros contatos com a escola pesquisada, levando em conta que essas etapas foram marcadas por nossas impressões iniciais, dúvidas e expectativas, bem como pelas dos professores envolvidos.

a) 2003

Como já descrevemos no Capítulo 4, inicialmente procuramos uma escola, dentre as de primeiro ciclo na área de atuação da Diretoria de Ensino de Caieiras, que demonstrasse interesse pela pesquisa e que oferecesse as mínimas condições para a realização desse trabalho. Depois da apresentação da nossa proposta de pesquisa a diretores e coordenadores de dez escolas durante uma reunião, solicitamos os nomes das escolas interessadas. Num segundo momento, fomos visitar as escolas cuja direção demonstrou interesse pelo trabalho, com a finalidade de apresentar o projeto aos professores. Ao expor os objetivos de nossa pesquisa, observamos interesse apenas por parte dos professores de duas dessas

escolas. Entretanto, na primeira, embora houvesse empenho por parte dos docentes, a direção mostrou-se resistente em oferecer o período de tempo suficiente para que os encontros fossem realizados, considerando que algumas de nossas sessões deveriam ocorrer em um tempo maior – no caso, uma hora – do Horário de Trabalho Pedagógico (HTPC), que é semanal. Em vez disso, foi-nos oferecida somente uma hora mensal. Uma vez que prevíamos a necessidade de aproximadamente 20 horas para a realização das discussões, consideramos que esse fato poderia comprometer nossa pesquisa. Em virtude disso, oferecemos a essa escola o nosso trabalho mensal, com o desenvolvimento de oficinas sem vínculo com nossa pesquisa.

Assim, das dez escolas inicialmente selecionadas, encontramos as melhores condições para a realização da pesquisa em uma escola localizada na periferia da cidade de Franco da Rocha, a respeito da qual fazemos o relato que segue.

O primeiro encontro ocorreu no dia 23/10/2003. A diretora mostrou-se bastante receptiva, oferecendo abertura para a realização de visitas e aplicação dos testes necessários, além de permitir encontros sistemáticos de quatro horas com o grupo pesquisado. Nessa mesma visita à escola, no horário de HTPC, fizemos a apresentação de nossa proposta de pesquisa a 26 professores, à diretora, à vice-diretora e à coordenadora pedagógica. Esclarecemos ao grupo que nossa pesquisa seria desenvolvida a partir do início de 2004 não com objetivo de estudar o objeto matemático *frações*, mas de apresentar resultados de estudos relacionados ao ensino e à aprendizagem desse assunto. No início, acompanharíamos diversas atividades da escola e somente ao final do ano iniciariamos o estudo sobre o tema, aplicando uma avaliação diagnóstica. A intervenção aconteceria durante todo o ano de 2005.

Um dos professores colocou-se plenamente favorável ao trabalho, dizendo: “É claro que é importante discutir qualquer tema em Matemática, até porque não temos curso nesta área há muito tempo, acredito que estamos desatualizadas, ensinamos como nós aprendemos, nem faço idéia do que tem de novo nesta área”.

Os professores concordaram que discutir questões relacionadas ao ensino e aprendizagem da representação fracionária dos números racionais seria de extrema

importância e um deles, ainda, salientou: “Nossa, nunca participei de nenhum curso [em] que fossem discutidas as frações, nem sei direito como ensinar esse assunto, acho que vai ser muito bom”.

Entretanto, outro questionou: “Eu concordo que a gente aprofunde nos estudos das frações, mas esse assunto é visto só nas terceiras e quartas séries, e para as primeiras séries você não vai apresentar nada?” Logo após a fala deste professor, outros demonstraram a mesma preocupação.

Sentimos, nesse momento, certa ansiedade do grupo para que apresentássemos outras possibilidades de estudos. Retomamos, afirmando que nossa proposta era elaborar um instrumento diagnóstico a ser aplicado no final de 2004, mas que durante esse mesmo ano participaríamos de diversas atividades da escola, tais como: discussão e elaboração do planejamento, reuniões de HTPC e outras, com o objetivo de aproximação da realidade da escola, e que poderíamos fazer essas outras discussões nesses encontros. Solicitamos, então, aos integrantes do grupo que sugerissem temas de interesse coletivo para que organizássemos momentos de estudo durante o ano.

Sugerimos, também, que formassem grupos por série e pensassem em temas que poderiam ser estudados no ano seguinte. Em seguida, socializamos e selecionamos os seguintes assuntos: a construção do número pela criança, geometria, tratamento de informação, resolução de problemas e jogos.

A coordenadora propôs que preparássemos um tema que deveria ser ponto de partida para a discussão durante os dias destinados ao planejamento do início do ano, compromisso este que assumimos perante o grupo.

Ao fim dessa primeira reunião, percebemos nos professores ansiedade e expectativas. Tivemos a certeza de que precisaríamos nos aproximar do cotidiano da escola, para que pudéssemos discutir e refletir com o grupo sobre as possibilidades e os limites de um estudo dessa natureza, e sobre a importância de uma prática reflexiva que resultasse na real transformação do trabalho em sala de aula.

b) 2004

Durante o ano de 2004, participamos em diversos momentos do trabalho da escola:

- ✓ 9, 10 e 11 de fevereiro: durante o planejamento, além da participação nas atividades propostas pela escola, ministramos uma oficina de jogos em Matemática, a pedido dos professores. Procuramos discutir e refletir com os professores a questão do ensino da Matemática com o auxílio de alguns tipos de jogos na perspectiva da resolução de problemas.
- ✓ Participamos de diversos HTPC, em alguns momentos como ouvinte e em outros promovendo discussões sobre o ensino da Matemática. Vale ressaltar que todas essas participações foram propostas ora pelo grupo de professores ora pela direção e/ou coordenação.
- ✓ Planejamos e realizamos quatro oficinas no decorrer do ano por solicitação dos professores, a respeito dos seguintes temas: a construção do número pela criança – como se dá e propostas de intervenção; a utilização da calculadora na perspectiva da resolução de problemas; discussões relativas às situações-problema envolvendo Espaço e forma e Tratamento da informação.
- ✓ Em outubro, fizemos um levantamento dos conteúdos trabalhados por todos os professores da escola, e em dezembro fizemos uma reflexão sobre as questões do ensino de Matemática na escola.

Como podemos observar, esse trabalho não estava diretamente ligado ao nosso tema de estudo, mas acreditávamos que os vínculos com a escola poderiam favorecer o trabalho colaborativo entre nós e o grupo, que, segundo Ponte (1997), só se obtém por meio da investigação *com* os professores, em vez da investigação *sobre* os professores. Procuramos estabelecer uma relação de confiança mútua com o grupo, levando em conta as necessidades dos participantes e respeitando os diferentes ritmos de trabalho, que, segundo o mesmo autor, são pontos fundamentais no desenvolvimento de uma pesquisa.

Esses encontros, até então, haviam servido para conhecermos melhor o local em que realizaríamos a pesquisa. Trata-se de uma escola com as características específicas de escola pública, isto é, acolhe grande número de alunos, dispondo de poucos recursos, mas

que, em contrapartida, conta com um grupo de profissionais muito envolvido com as questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem.

Verificamos ainda que, mesmo sendo um grupo com relativa experiência, apresentava diversas dificuldades relacionadas aos conteúdos matemáticos, fato este comprovado por depoimentos como este:

Sempre tive dificuldades com geometria, aliás acho que nunca aprendi geometria direito, sei trabalhar bem com área e perímetro, agora com estas outras figuras [tridimensionais] nunca pensei em iniciar o trabalho a partir destes objetos para depois trabalhar com área e perímetro. Localização então, nunca havia pensado nisso.

Observamos que, além da dificuldade em relação a alguns tópicos de geometria, muitos dos professores não tiveram contato com orientações oficiais a respeito do desenvolvimento desses conteúdos em sala de aula. Os PCN (1997), por exemplo, sugerem que o trabalho com as figuras geométricas seja desenvolvido a partir do estudo das figuras tridimensionais; enfatizam a importância do trabalho com o espaço, que posteriormente permite o desenvolvimento de propostas de localização (p. 59-82). A impressão era de que matemática não estava mais sendo discutida na escola:

Descobri que precisamos discutir mais matemática, ficamos muitos anos só em estudos sobre alfabetização. Eu, por exemplo, antes de fazer esta oficina achei que nunca conseguiria trabalhar geometria sem ser aquela que você começa trabalhando com os tipos de linhas, e depois as figuras geométricas, não pensava que seria possível trabalhar trajetórias.

Foram feitas também, diversas observações relacionadas a questões de ensino e aprendizagem e à metodologia. Por exemplo:

Nunca achei que pudesse aprender utilizando calculadora. Aliás, não tinha muita segurança para trabalhar com esse material, achei que ela tornaria meus alunos mais acomodados, você mostrou que é possível escolher atividades para o uso inteligente deste recurso.

Neste caso, consideramos que a oficina permitiu que o grupo percebesse a possibilidade de investigar outras propostas que poderiam auxiliar no trabalho em sala de aula. Por outro lado, o contato com estudos recentes sobre a construção do número pela criança provocou mais questionamentos. O depoimento a seguir evidencia tal afirmação:

Nossa, quanta coisa a gente não sabe sobre essa questão da Matemática. Sempre achei que bastava meu aluno escrever direitinho os números que ele já dominava o Sistema de Numeração Decimal. Nunca pensei que ele pudesse também ter hipóteses sobre os números, só estudávamos questões relacionadas a alfabetização e não é que tem alfabetização matemática? Isso me deixa muito preocupada, quanta coisa ainda a gente não conhece, acho que precisamos estudar mais Matemática.

Percebemos, assim, que as discussões geraram certo incômodo a muitos professores, quando percebiam questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem sobre as quais não haviam pensado ainda:

Será que vou conseguir fazer um bom trabalho com meus alunos? Antes fazia tudo automaticamente, agora sei que eles [os alunos] já trazem alguns conhecimentos. Como será que posso ajudar? Você mostrou algumas possibilidades mas não todas.

Durante as discussões, mostramos ao grupo de professores a necessidade de utilizar todos os espaços oferecidos pela escola para estudar e refletir sobre as ações. Acreditamos, assim como Nóvoa (1992, p. 18), que, mais do que um espaço “de aquisição de técnicas e de conhecimentos”, a formação representa também oportunidades de socialização e que a formação continuada deve ser valorizada tanto quanto os horários de trabalho pedagógico, por exemplo. A esse respeito, um dos professores observou que

isso está sendo importante para que percebamos que precisamos discutir mais nos nossos HTPC não só como estamos ensinando matemática, mas também como nossos alunos aprendem, precisamos estudar muito ainda, não acham?

As discussões provocaram uma inquietação que serviu como estímulo ao grupo, gerando novas reflexões sobre o tema. Notamos, durante esse primeiro ano, que seriam necessárias outras discussões sobre ensino e aprendizagem da Matemática. Acreditamos, assim como Fiorentini (2002c) que “nem toda experiência engendra, automaticamente, saberes para aqueles que a vivenciam” (p. 32), e percebemos que, no aspecto geral, houve uma preocupação maior com os espaços fornecidos pela escola para retomar algumas discussões ocorridas nas oficinas.

Os encontros relatados até agora não tinham como foco o tema escolhido para a nossa pesquisa. Entretanto, foram bastante importantes para nossa intervenção, pois favoreceram a formação de uma equipe colaborativa, que acreditamos ser fator essencial

para que a reflexão sobre a prática realmente ocorra.

Assim, conforme afirmamos no Capítulo 1, concordamos com Oliveira e Serrazina (2004), sobre a importância do trabalho com equipes colaborativas, quando afirmam que

... nessa sociedade plural em que se vive, caracterizada pela conflitualidade, incerteza e complexidade, os professores precisam desenvolver uma prática reflexiva, no sentido de transformar a sala de aula [e] que essa situação complexa pode ser enfrentada a partir de um trabalho colaborativo (p. 13).

As mesmas autoras acrescentam ainda que essa cooperação pode “constituir um modo de lidar com a incerteza, encorajando a trabalhar de modo competente e ético” (p. 13).

Ao compartilharmos dessas idéias, pensamos que uma equipe colaborativa seria importante para nossa pesquisa, a fim de haver mais segurança e cumplicidade entre os professores.

Diante das considerações feitas até aqui, e da necessidade de uma real transformação do trabalho em sala de aula, evidencia-se a importância de uma prática reflexiva. Nesse sentido, compreender questões que perpassam essa prática parece ser relevante, sejam elas fundamentadas em estudos de Schön (1987), que valoriza a prática, cria a categoria de profissional reflexivo e propõe o conceito de reflexão-na-ação, e que se constituiu no fundamento para o que se convencionou chamar de professor pesquisador, sejam elas baseadas nas contribuições de Zeichner (1998), que chama a atenção para a importância do contexto social como objeto de reflexão e análise, ou ainda nos estudos de Shulman (1986), que enfatizam a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo, ou, ainda, que consideram a importância da reflexão resultante do trabalho colaborativo envolvendo equipes de professores, como defendem Oliveira e Serrazina (2004).

Ao final de 2004, conforme relatamos no Capítulo 4, aplicamos um instrumento diagnóstico tendo como objetivos analisar o perfil dos professores daquela escola e procurar compreender as estratégias utilizadas por aqueles docentes e seus alunos para resolver problemas envolvendo diferentes significados da representação fracionária de números racionais.

Além disso, solicitamos que os professores avaliassem seu trabalho com o tema frações durante os anos que antecederam a nossa pesquisa.

Para atingir esses objetivos, separamos o protocolo em duas partes. Na primeira, preparamos algumas questões específicas relacionadas ao perfil do professor, incluindo uma auto-avaliação de seu trabalho com o tema frações durante os anos anteriores. Para avaliar a competência de professores e alunos com relação aos significados das frações, analisamos as estratégias elaboradas pelos sujeitos para a resolução de algumas situações-problema. Nessa parte, utilizamos as mesmas questões propostas por Merlini (2005) e Moutinho (2005), e comparamos os resultados obtidos por esses pesquisadores com os nossos. Esse questionário teve a finalidade de investigar as concepções de alunos e as estratégias utilizadas por eles para resolver problemas que abordam os diferentes significados da representação fracionária dos números racionais. Escolhemos esse instrumento por ter sido bastante discutido em nosso grupo de pesquisa e pela possibilidade de confrontar os dados obtidos aos já analisados em pesquisas já desenvolvidas. Esses mesmos dados nos forneceram pistas importantes sobre os saberes dos professores e dos alunos envolvidos em nossa pesquisa, conforme já descrevemos no Capítulo 4.

Aplicamos esse questionário em dezembro de 2004, a 17 professores (dia 17), a 42 alunos da 4.^a série (dia 1.^o) e a 35 alunos da 3.^a série (dia 2), tendo sido selecionados sete alunos de cada sala, correspondendo a aproximadamente 20% dos estudantes dessas séries. Nossa intenção era gerar uma discussão em nossa posterior intervenção não só sobre os resultados obtidos pelos professores, mas também a respeito dos apresentados por seus alunos, com a finalidade de favorecer uma reflexão mais ampla. Os resultados foram analisados no capítulo anterior.

c) 2005

Planejamento

Em fevereiro de 2005 comparecemos à escola para, mais uma vez, participar da

elaboração do planejamento. Além de colaborar com a discussão feita na escola sobre o ensino de Matemática, nossa intenção era obter novos elementos que pudessem auxiliar em nossas sessões de intervenção mais direcionadas para a nossa pesquisa. Atendendo à solicitação da direção, organizamos alguns dados com a finalidade de promover as discussões que seriam feitas com o grupo de professores:

- Sobre a pesquisa, para avaliar o grau de satisfação de toda comunidade escolar a respeito do trabalho do diretor, coordenador e professor em 2004.
- Sobre o a questão do ensino de Matemática, com base nos dados obtidos por meio de nosso levantamento sobre o planejamento e o conteúdo trabalhado durante o ano de 2004. A discussão sobre este tema seria coordenada por nós

Analisamos esses dois pontos. Quanto ao item I, pretendíamos discutir e refletir sobre as respostas dos professores quando avaliaram o desempenho da escola em 2004. Não serão apresentados outros pormenores dessa discussão, por não ser foco de nossa pesquisa, mas consideramos importante registrar fragmentos da avaliação feita pelos professores a esse respeito:

- Quando questionados sobre o que havia sido significativo em 2004, a formação continuada em Matemática recebeu 13,1% de citações, ou seja, foi indicada espontaneamente por 5 professores.
- Quando questionados sobre quais temas deveriam ser tratados nos HTPC, foi colocada em discussão a necessidade de espaço para estudo e reflexão sobre ensino e aprendizagem, não só em relação à alfabetização mas também às demais disciplinas (25,6%) e estudo dos PCN (31,5%). Percebemos que algumas das reflexões feitas durante o ano de 2004 foram tomadas em conta pelos professores, não só no momento em que foi avaliado o ano letivo, como também quando foram sugeridos temas para a discussão durante o horário de trabalho coletivo (HTPC).

Ao final dos três dias foi elaborado um documento sobre o Planejamento de 2005 , a

respeito do qual ressaltamos alguns pontos relacionados ao ensino de Matemática.

Um dos pontos refere-se ao objetivo geral, que propõe preparar os alunos para utilizar, interpretar e produzir diferentes tipos de textos em diversas linguagens. Este objetivo gerou especificamente a necessidade de fazer que o aluno compreenda e utilize “corretamente a linguagem matemática, lendo, interpretando e selecionando informações veiculadas em textos e representações gráficas” (p. 1).

Outra preocupação com a Matemática é registrada na proposta que sugere a “metodologia da resolução de problemas” (p. 2). Em seguida, atendendo à solicitação da direção da escola, promovemos um debate sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática tomando como base o levantamento que fizemos em outubro de 2004 sobre os conteúdos trabalhados na disciplina. Apresentaremos, a seguir, a tabela contendo a tabulação dos conteúdos trabalhados em 2004 que foi utilizada durante essa reflexão.

Todos os anos, nos dias dedicados ao planejamento, os professores dessa escola elaboram um texto coletivo contendo a meta a ser alcançada, os objetivos que deverão ser atingidos, os eixos temáticos que permearão o trabalho, a proposta metodológica, os critérios de avaliação e as ações complementares. A seleção dos conteúdos a serem desenvolvidos é feita no início de cada bimestre.

Pesquisamos as propostas entregues, bimestralmente, pelos professores e organizamos uma tabela com a síntese dos conteúdos trabalhados. É importante salientar que o levantamento apresentado a seguir é a transcrição fiel dos termos utilizados pelos professores, e contempla todo o conteúdo trabalhado, mesmo que tenha sido desenvolvido por um único professor. Nesse momento, nossa tarefa foi classificá-los segundo os blocos propostos pelos PCN (1997, p. 35), pois, segundo o planejamento de ensino, foi o documento que orientou essa escolha.

Assim, antes de apresentar aos professores o quadro com a listagem dos conteúdos, fizemos uma apresentação das propostas contidas nos PCN (1997) para o trabalho com os quatro grandes blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e

Tratamento de Informação. Em seguida, entregamos aos professores uma cópia do levantamento feito individualmente, contendo todos os conteúdos trabalhados em 2004, conforme tabela a seguir, que contém uma síntese dos conteúdos trabalhados pelos professores sujeitos de nossa pesquisa durante ano de 2004.

CONTEÚDOS TRABALHADOS EM MATEMÁTICA – 2004			
1.ª série	2.ª série	3.ª série	4.ª série
<p>Números e Operações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Numerais até 99 • Leitura dos nomes dos números; • Antecessor e sucessor; • Ordem crescente e decrescente; • Adição; • Subtração (simples sem reserva); • Multiplicação • Cálculo mental; • Situações-problema; • Tabuada; • Noções de divisão conforme o andamento da sala. 	<p>Números e Operações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Situações-problema envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão; • operações: adição, subtração, multiplicação e divisão; • Seqüência numérica e escrita; • Noções de números Romanos; • Número ordinal. 	<p>Números e Operações</p> <ul style="list-style-type: none"> • número • numeral (Sistema de Numeração Decimal) • leitura e escrita de numerais; • operações: adição, subtração, multiplicação e divisão; • Algarismos romanos; • Tabuadas; • Par e ímpar; • Cálculo combinatório; • Expressões numéricas; • Situações-problema. 	<p>Números e Operações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistema de Numeração Decimal; • Números: ordinais, romanos e cardinais; • operações: adição, subtração, multiplicação e divisão; • Situação-problema; • Cálculo mental; estimativa; • fração; porcentagem.
<p>Espaço e Forma</p>	<p>Espaço e Forma</p> <ul style="list-style-type: none"> • formas geométricas; • sólidos geométricos. 	<p>Espaço e Forma</p> <ul style="list-style-type: none"> • linhas abertas, fechadas, retas; • figuras geométricas. 	<p>Espaço e Forma</p> <ul style="list-style-type: none"> • superfícies planas e curvas.
<p>Grandezas e Medidas</p>	<p>Grandezas e Medidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • medidas de tempo; volume e comprimento. 	<p>Grandezas e Medidas</p>	<p>Grandezas e Medidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • medidas; • proporcionalidade.

Tratamento da Informação	Tratamento da Informação	Tratamento da Informação	Tratamento da Informação
	<ul style="list-style-type: none"> • Tabelas e gráficos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tabelas e gráficos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tabelas e gráficos.

Pedimos que os professores se reunissem por série e analisassem o trabalho desenvolvido em Matemática pela escola durante o ano de 2004, anotando observações de pontos positivos e incoerências, para que discutíssemos com a totalidade dos professores.

A análise e as discussões sobre os resultados desse levantamento não serão detalhadas neste trabalho, uma vez que não constituem o foco de nosso estudo. Todavia, consideramos que esse momento foi bastante produtivo, pois houve uma mobilização de todas os professores no sentido de refletir sobre os conteúdos trabalhados.

Nosso relato ficará restrito às discussões sobre a representação fracionária dos números racionais – objeto de nosso estudo. Analisando a tabela acima, verificamos que o assunto frações foi tratado somente na 4.^a série, que, segundo o depoimento de alguns professores, teve como ponto de partida situações que envolvem material concreto, explicitando como foi feita essa abordagem: “com desenhos do chocolate, pizza e até fizemos um bolo e repartimos para mostrar fração”. Analisando os depoimentos dos professores relacionado à abordagem que fizeram do assunto “frações”, observamos que, provavelmente, esta, foi realizada centrada no significado parte-todo, com ênfase em situações que poderiam ser resolvidas por dupla contagem. Entretanto, diversos estudos mostram que o *significado parte-todo* não é suficiente para a construção de conhecimentos relativos à ampliação do conjunto numérico dos naturais e sugerem que uma abordagem envolvendo outros significados, como o quociente, sugerido por Kieren (1988) e Nunes e Bryant (1997). Essa idéia ou qualquer outro significado não faziam parte da programação dos professores no ano anterior à nossa intervenção.

Calendário: organização

Em março de 2005 participamos de um HTPC que foi dedicado à organização de nosso calendário para aquele ano. Nessa ocasião, contávamos com seis professores que não haviam participado dos encontros iniciais. Em virtude disso, apresentamos novamente nosso projeto relatando as atividades que já haviam sido desenvolvidas.

Depois dessa participação, tivemos nove sessões que serão descritas a seguir. Para facilitar nossa análise, nomeamos os professores de acordo com as séries em que estavam trabalhando durante o desenvolvimento de nosso estudo, ou seja, são 13 professores, cinco que lecionam nas 3.^a série e sete nas 4.^a série, além dos professores de Educação Física, Artes e uma professor eventual. Nomearemos somente os docentes das terceiras e quartas séries, foco de nosso estudo, da seguinte forma: 3A, 3B, 3C, 3D, 3E, 3F, 4A, 4B, 4C, 4D, 4E, 4F e 4G.

Antes de iniciar o relato gostaríamos de chamar a atenção para três pontos:

- .1 todas as classes de 3.^a e 4.^a séries têm aulas no mesmo período, e seus professores participam das reuniões de HTPC no mesmo horário;
- .2 para a realização de todas as sessões necessárias à nossa pesquisa, as aulas foram suspensas e nesses dias os professores se dedicaram exclusivamente às atividades propostas por nós;
- .3 todas as sessões foram desenvolvidas em uma das salas de aula, havendo, assim, o espaço necessário para a realização das atividades.

6.2 INTERVENÇÃO

1.^a sessão

Esta primeira sessão ocorreu no dia 18 de março de 2005, e envolveu todas os professores de 3.^a e 4.^a séries, além dos professores de Artes (2) e Educação Física (2). Percebemos certa ansiedade do grupo ao início dos estudos, possivelmente por saberem que analisaríamos o instrumento diagnóstico, aplicado no final de 2004, pois mesmo antes de iniciarmos o encontro, os professores já questionavam se haviam cometido muitos erros no teste, se os nomes dos professores seriam divulgados, entre outras questões. Esse tipo de preocupação poderia ser atribuído à insegurança dos professores diante da possibilidade de avaliação de seu trabalho e do desempenho de seus alunos. Esclarecemos que nossa avaliação desse material seria especificamente voltada para o estudo das possíveis causas dos erros e para a análise das estratégias elaboradas para a resolução das questões.

Enfatizamos a importância do envolvimento de todos os professores presentes, incluindo aqueles que não haviam realizado o teste diagnóstico, a fim de favorecer a partilha de idéias, o esclarecimento de possíveis dúvidas e a análise mais investigativa do material que seria utilizado em nosso estudo.

Apresentamos inicialmente considerações sobre questões relacionadas à representação fracionária dos números racionais, levando em conta o ponto de vista dos documentos oficiais e alguns estudos recentes sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem desse tema. Esse estudo inicial seria essencial, pois favoreceria a análise dos resultados da avaliação diagnóstica e poderia fornecer informações importantes sobre o ensino e a aprendizagem desse assunto em 3.^a e 4.^a séries do Ensino Fundamental.

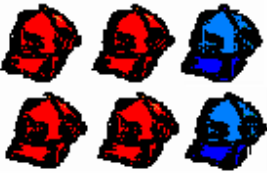
Essa nossa estratégia inicial atendeu às expectativas dos elementos do grupo, embora tenhamos notado por parte de alguns a necessidade de outros esclarecimentos. É o caso, por exemplo, da professor 3E, que se expressou dizendo: “Não vamos ficar só vendo teoria né? Porque precisamos mesmo é saber como trabalhar com frações com nossos

alunos”. Nota-se, pelo comentário desse professor, uma preocupação imediata com a prática. Contudo, acreditamos, assim como Serrazina (1998), que a capacidade de refletir a própria prática pode aprofundar-se à medida que os docentes aumentam sua autoconfiança adquirida pelo aprofundamento dos conhecimentos matemáticos (p. 12).

Depois desses esclarecimentos, iniciamos o primeiro ponto da pauta, apresentando alguns estudos que inspiraram a classificação dos significados da representação fracionária dos números racionais utilizados no documento diagnóstico: Vergnaud (1982), Kieren (1988); Nunes (2003), entre outros, assim como de pesquisas acerca de questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem desse tema. Fizemos também considerações a respeito do que propõem os PCN (1997) sobre a abordagem e o desenvolvimento desse conteúdo nas 3.^a e 4.^a séries do Ensino Fundamental. Expusemos, de forma geral, o processo de elaboração e organização do instrumento diagnóstico e chamamos a atenção para os diferentes significados da representação fracionária de um número racional, o tipo de variável envolvida e a questão da presença ou não do ícone.

Nesse momento o professor 4E questionou se seria necessário “decorar” tal classificação. Esclarecemos que eles poderiam, sempre que necessário, consultar o documento que continha a classificação, a fim de identificar o significado do número racional envolvido em cada questão. Mostramos que essa classificação não é absoluta, pois muitas vezes atribuímos um determinado significado a um número racional, e as estratégias utilizadas pelo sujeito que responde à questão mostram que o mesmo número assumiu, para esse sujeito, um significado diferente. Salientamos que no estudo que fariam a seguir, o principal objetivo não seria indicar a classificação “correta” dos diferentes significados. Nossa intenção era fazer uma análise do problema e das estratégias escolhidas pelos professores para resolvê-lo de forma acertada ou não. Solicitamos que primeiro resolvessem a questão proposta individualmente, e, em seguida, organizados em subgrupos de três ou quatro elementos, analisassem os acertos e erros. Nessa análise, além das possíveis idéias envolvidas nos erros e acertos, deveriam discutir os significados das frações encontradas em cada item.

Entregamos aos professores a questão organizada da seguinte forma:⁷⁵

Questão 1	Resposta correta:
<p>Significado: _____</p> <p>Tipo de grandezas: () discreta () contínua</p> <p>Representação: () icônica () não icônica</p>	
<p>Numa loja de presentes há 4 bonés vermelhos e 2 bonés azuis de mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade de bonés azuis em relação ao total de bonés?</p> <div data-bbox="651 927 919 1099" style="text-align: center;"></div> <p data-bbox="660 1167 927 1205" style="text-align: center;">12 acertos (70,59%)</p> <p data-bbox="751 1261 836 1290" style="text-align: center;">erros:</p> <ul data-bbox="616 1352 1018 1525" style="list-style-type: none"><li data-bbox="616 1352 1018 1429">• 2 professores indicaram $\frac{4}{2}$<li data-bbox="616 1451 1018 1525">• 3 professores indicaram $\frac{2}{4}$	

Pedimos que um grupo apresentasse suas conclusões, permitindo que os demais interferissem quando considerassem necessário. Houve concordância entre os grupos em relação à classificação das grandezas envolvidas como discretas e à representação icônica

⁷⁵ Este modelo só foi apresentado a título de ilustração.

da situação. Apenas um dos professores demonstrou alguma resistência quando atribuiu sua dificuldade em fazer as classificações solicitadas ao número grande de informações recebidas nessa primeira sessão.

Em relação ao significado da fração envolvida na questão, o mesmo grupo não apresentou unanimidade em suas respostas. Alguns atribuíram o significado *parte-todo* à fração considerada, e outros lhe atribuíram o significado *quociente*.

Quanto aos demais grupos, três deles classificaram o significado daquela fração como *parte-todo* e um deles como *quociente*.

Pedimos então que os dois grupos, um que classificou o significado daquela fração como parte-todo e aquele que o classificou como quociente, justificassem a escolha. O primeiro utilizou o seguinte argumento:

Este problema é semelhante ao da barra de chocolate que foi dividida em 4 partes iguais. João comeu 3. Só que aqui eu tenho 6 bonés e destes, 2 são azuis. Eu sei que o número total de partes vai embaixo, 6 e que os azuis são 2 e coloco em cima (professor 3D).

O professor 3E comentou que não havia pensado sob essa perspectiva: “achei que era quociente porque tratava de grandezas discretas. Agora acho que pode ser parte-todo mesmo”. Nos apoiamos nesta dúvida lançada pelo professor 3E para solicitar ao grupo que havia atribuído o significado *quociente* uma justificativa para sua escolha:

Olha, pra falar a verdade, pensamos que seria quociente, pois indicava a partilha dos 6 bonés em duas partes, 2 azuis e 4 vermelhos. Como foi pedida a relação entre os azuis e o total, daria dois sextos também (professor 3B).

Perguntamos se alguém poderia apresentar um contra-argumento para qualquer uma das duas justificativas. O professor 4F se apresentou com o texto-síntese na mão afirmando que considerava incorreta a justificativa dada para a escolha do significado *quociente*, porque no texto estava explícito que esse significado não envolve a idéia de divisão ou repartição e também porque não tem duas variáveis. Acrescentou ainda: “olha aqui no texto está escrito ‘exemplo, número de pizzas e número de crianças’ crianças e pizzas são coisas diferentes, mas aqui é tudo boné”.

O argumento apresentado pelo professor 4F convenceu os demais professores e permitiu a conclusão do debate sobre as diferenças entre os dois significados das frações – *parte-todo* e *quociente*.

Finalmente, solicitamos que os professores refletissem sobre dois pontos que pretendíamos discutir na abertura do próximo encontro:

- Como pensaram os professores que erraram o problema?
- Eu costumo trabalhar com esse tipo de situação em sala?

- ✓ Como pensaram os professores que erraram o problema?
- ✓ Eu costumo trabalhar com esse tipo de situação em sala?

A seguir, entregamos aos professores a segunda questão, solicitando que fizessem, individualmente, a mesma análise, para que pudéssemos retomar as discussões a partir da observação de cada um.

Avaliando, oralmente, as discussões realizadas nesse primeiro encontro, os professores fizeram observações que indicavam certa preocupação como: “achei ótimo, mas estou preocupada se conseguirei aprender tudo isso” (professor 3D).

Perguntamos então, se o problema foi muito difícil:

não, o problema era fácil, o difícil foi analisar tão profundamente (professor 3C);

mas eu estou adorando aprender esses significados, nunca tinha pensado nisso, achava que fração era fração e nada mais (professor 4D).

Comentamos que esse novo olhar sobre os diferentes significados das frações pode ajudá-los a entender questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem desse conteúdo.

Mas eu confesso que aquela primeira parte foi muito cansativa, com muitas informações, mas acredito, que da próxima vez já fique mais fácil pois só vamos analisar as questões, não é? (professor 3E).

eu já acho que aquela primeira parte é muito importante para que consigamos fazer uma boa análise (professor 4F).

Nota-se, pelo comentário do professor 3E, o reflexo de uma prática docente que não envolve muitos momentos de estudo, mas parece-nos que, quando são propiciados espaços para essa avaliação, os docentes apresentam outros argumentos que defendem a necessidade de abertura para novos conhecimentos (4F). De nossa parte, firmamos compromisso com o grupo no sentido de organizar a dinâmica da próxima sessão, tentando torná-la menos “cansativa”. O professor 3E complementou:

Acho até que se da próxima vez fizermos só as análises já ficará mais gostoso, gostei desta parte (professor 3E).

A respeito dessa primeira sessão consideramos que um dos pontos positivos foi a dedicação da maioria dos participantes. Os professores pareceram-nos bastante empenhados na realização, reflexão e discussão das questões propostas. É possível que nem todas as suas expectativas iniciais tenham sido atingidas, mas conseguimos deixá-los inquietos em relação ao tema abordado. Isso pode ser interpretado como um bom sinal para que na próxima sessão possamos discutir de que forma esse tipo de análise pode ajudá-los a entender algumas dificuldades relacionadas não só ao ensino mas, principalmente, à aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária.

2.^a sessão

A segunda sessão ocorreu no dia 8 de abril de 2005, contando com a participação dos mesmos professores. Ao elaborar a pauta para essa sessão, decidimos iniciar nossas atividades oferecendo aos professores a oportunidade de expor os resultados da análise da Questão 2 – tarefa proposta no final da sessão anterior. Poderiam, dessa forma, compartilhar suas impressões, discutir sobre suas dúvidas e elaborar conclusões a respeito dos erros e suas prováveis causas e das estratégias de resolução utilizadas para a resolução do problema proposto.

Mantendo os mesmos grupos organizados no primeiro encontro, retomaram as duas questões que haviam sido propostas para reflexão:

- quais seriam as possíveis idéias envolvidas nos erros e acertos e
- esse tipo de questão é trabalhado em minhas aulas?

Após 15 minutos de discussão nos pequenos grupos, sugerimos que seus representantes expusessem as idéias discutidas. Apresentando a conclusão de um dos grupos, o professor relator (3D) se expressou dizendo...

Percebemos que os professores devem ter contado os bonés vermelhos e azuis ou vice-versa, respondendo $\frac{2}{4}$ ou $\frac{4}{2}$, sem representar o total.

Os demais grupos concordaram com essa análise. Assim, considerando o momento oportuno para a comparação desses resultados com aqueles obtidos pelos alunos, observamos que aproximadamente 71% utilizaram o mesmo procedimento de contagem das duas partes, sem estabelecer relação com o todo. Com a finalidade de enriquecer a discussão, perguntamos ao grupo se problemas sobre frações envolvendo grandezas discretas são trabalhados em suas aulas e obtivemos como resposta:

Acho, que até trabalho, mas utilizo muito mais aquela outra representação dos chocolates, que são representados por retângulos, que aparece no livro (professor 4B).

pensando bem, acho que trabalho mais com grandezas contínuas também (professor 3D).

mas eu vejo problemas parecidos com esse no nosso livro (professor 3B).

mas não tem tanto problema como esse no livro, lembra? (professor 4A).

Percebemos indícios aqui de uma ligação muito forte dos professores com o livro didático que utilizam, pois eles procuram comparar, sempre que possível, as questões do diagnóstico com os problemas que havia no livro. Pesquisas como a de Blanco e Contreras (2002), apontam uma maior dependência do professor ao livro didático quando estes têm pouco conhecimento dos conteúdos que devem ensinar. Podemos, portanto, inferir que essa dependência pode ter relação com as dificuldades aqui detectadas...

Após essa discussão, entregamos as Questões 4 e 6 e pedimos que fizessem a análise desta última, socializassem as observações da Questão 2 e, finalmente, comparassem as três. Tínhamos por objetivo fazer que os grupos retomassem a discussão

sobre as diferenças entre o significado parte-todo e quociente. Pretendíamos que os professores as comparassem e fizessem conjecturas acerca dos dois significados.

Acreditamos haver atingido esse primeiro objetivo, pois observamos, nos grupos, muitas referências às nossas posições da sessão anterior como:

nesta questão tem duas “coisas diferentes”, as dez bolinhas para dividir pelas cinco crianças, essa sim deve ser do significado quociente, lembra quando você [professor 4F] falou das pizzas e crianças, aqui é a mesma coisa... (professor 4C).

O professor 4B complementa:

a mesma situação da Questão 6 só que envolve chocolate e criança, olha que interessante, a idéia é a mesma só muda o tipo de número, como é mesmo? ... isso, grandezas contínuas e discretas. O chocolate contínuo e as bolinhas discretas, nossa, estamos aprendendo não acham? É incrível que até agora não prestássemos atenção nestas coisas... (professor 4B).

Ou quando um outro grupo percebia que o Problema 4 é um problema relacionado ao significado *parte-todo*, que normalmente é muito trabalhado:

lembra que na última reunião a gente falou bastante do parte-todo, este é um problema típico, olha, o chocolate vai ser dividido em cinco partes iguais – o todo –, e a Isabelle dá 2 partes para o André – a parte –, a idéia é a mesma do boné, lembra? Eram 6 bonés no total e dois azuis – a diferença é o tipo de número, como chama mesmo? (professor 3D).

O professor 3A responde:

Deixa eu ver... procurando na síntese, ... ah, os bonés é discreto e o chocolate contínuo. É verdade né, o chocolate posso dividir de qualquer tamanho porque é uma coisa só, não é? Contínuo. Já os bonés para contar tenho que discriminar um a um (professor 3A).

Realmente, na primeira sessão havíamos comentado que grandezas contínuas eram aquelas que poderiam ser divididas exaustivamente, sem necessariamente perder suas características. Exemplificamos que sempre, ao repartirmos o chocolate em partes iguais, ele não deixará de ser chocolate, qualquer que seja a divisão. Agora, quantidades discretas relacionam-se a objetos idênticos, e cada um deles é um único objeto, de tal forma que ao dividir um conjunto com objetos idênticos, sejam produzidos subconjuntos com o mesmo

número de unidades em cada um deles.

Depois deste momento, socializamos as observações e aprofundamos não só a reflexão sobre as diferenças entre grandezas contínuas e discretas como também as diferenças e semelhanças entre os significados *parte-todo* e *quociente*.

Comentamos ainda sobre a importância do significado *parte-todo* para que haja maior compreensão da *equivalência* de frações, pois esse *invariante* está ligado ao *significado parte-todo*, tanto em contextos contínuos como discretos. Lembramos também que alguns estudos mostram que o *significado parte-todo* não é suficiente para que o aluno compreenda o conjunto dos números racionais como ampliação do conjunto dos números naturais. Como exemplo, citamos Kieren (1988) e Nunes (1997), que em suas considerações a respeito do trabalho com o modelo *parte-todo* afirmam que uma metodologia que induz apenas ao processo de dupla contagem não introduz a criança no campo do quociente. Assim, para perceber essa extensão do conjunto dos naturais, o aluno precisaria vivenciar situações nas quais a idéia da divisão seja ampliada.

Esse fato foi observado por alguns professores quando analisavam os erros que ocorreram na avaliação diagnóstica. Por exemplo, o professor 4G, ao expor a análise dos erros dos professores, no item b da questão 2, comentou:

Aqui, os professores estão tão habituados a ver problemas em que se pergunta a fração que representa quanto cada um recebeu, que nem percebeu que a pergunta era sobre a fração que representava a divisão. É força do hábito, não acham? Acho que precisamos trabalhar mais com essa idéia, a idéia da divisão mesmo (professor 4G).

Esclarecemos que essa questão foi elaborada com o objetivo de verificar se o aluno identifica situações em que o número racional representa uma divisão (ver Merlini, 2005, p. 102). O significado quociente está explícito na questão proposta no problema. Ou seja, pergunta-se: “que fração representa essa divisão?” e não “que fração representa o que cada criança recebeu?”.

Valemo-nos da oportunidade para sugerir que os professores avaliassem a frequência com que esse tipo de problema aparecia em suas aulas. Estes afirmaram que a

utilização de situações envolvendo o significado *quociente* não era tão frequente: o mais comum era a proposta de situações que envolvem o significado *parte-todo*. Comentamos que outros estudos já realizados constataram os mesmos resultados. Acrescentamos, ainda, que em suas considerações sobre a abordagem desse conteúdo os autores dos PCN (1997) observam que esta é a prática mais comum. Entretanto, esse mesmo documento chama a atenção para a necessidade de garantir que o conjunto dos números racionais seja entendido como uma extensão dos naturais .

Nesse momento, retomamos algumas questões que já estávamos discutindo para analisar as inferências do grupo. Por exemplo, o que é solicitado no problema: qual seria a fração adequada para responder ao problema, e que grandezas essa fração relaciona.

Na última parte da sessão convidamos os professores a fazerem a mesma análise e comparação das Questões 3 e 5. São questões que envolvem o significado *medida*. Pretendíamos, dessa forma, iniciar a discussão sobre esse outro significado, além de analisar o invariante *equivalência*, assunto que havíamos começado a tratar quando analisávamos a Questão 4.

Não foi tão simples para os subgrupos notarem que ambas as questões envolviam o significado *medida*, ou seja, a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.

Na Questão 3, em que deve ser feita a comparação entre os 150 bilhetes e os 20 que foram comprados, houve um debate sobre o significado da fração envolvida. Para exemplificar, apresentaremos a discussão que ocorreu em um dos grupos:

Nossa, pra mim este problema é de parte-todo: tem o total de bilhetes e tem a parte que são os vinte (professor 3D).

Mas aqui está comparando, você não acha? Está medindo quanto de 20 tem em 150 (professor 3A).

Nossa mas é tudo tão parecido... (professor 3D).

Essa discussão se justifica, pois trata-se da comparação entre duas quantidades de mesma natureza (bilhetes), relacionadas pela lógica *parte-todo* (bilhetes comprados e total de bilhetes). Kieren (1993) já chamava a atenção para esse fato. Em seu estudo, o autor

considera que as idéias que constituem o significado *parte-todo* já estão presentes em outras interpretações, como medida, por exemplo. Esta aproximação também foi percebida pelos professores quando a questão foi analisada pelo grupo todo.

O significado medida pareceu estar mais claro na análise da Questão 5, pois nela se faz a combinação entre duas unidades diferentes para formar o todo, ou seja, duas tintas diferentes para formar a mistura (o todo). Observamos que, nesse caso, a cor da tinta permaneceria a mesma, pois, com essa *medida* poderiam ser obtidas diversas quantidades de tinta, mantendo sempre a mesma cor.

A análise dos erros cometidos nessas questões também trouxe observações importantes. A maioria do grupo considerou que a fração que seria a resposta da Questão 3 foi escrita de maneira invertida, ou seja, “numerador no lugar do denominador e vice-versa”, pois, segundo os depoimentos de quatro professores que haviam respondido de forma errada, eles sabiam que a chance seria uma fração maior que 10% e, então, dividiram 150 por 20. Esse momento foi importante, pois pudemos retomar o significado da porcentagem e sua representação fracionária. Percebemos que, mesmo sendo a porcentagem um conteúdo normalmente trabalhado pelos professores nesse nível de ensino, o grupo pesquisado mostrou uma certa dificuldade relacionada às diferentes representações e, em especial, à fracionária.

Na Questão 5, a análise dos erros cometidos provocou uma reflexão interessante sobre o invariante *equivalência*. Os professores observaram que, mesmo numa situação que retrata o que acontece no dia-a-dia, os erros ocorreram por considerarem a relação entre uma cor de tinta e a outra, e não a relação entre a tinta azul e a mistura total. Esse momento proporcionou aos professores algumas “descobertas”:

nossa, é mesmo, olha que “burrice”, isso é a mesma coisa que fazemos quando preparamos um bolo, por exemplo, sempre na mesma proporção, por isso é equivalente (professor 4D).

nunca tinha pensado nisso, frações equivalentes são as que a gente vê no dia-a-dia como coisas que combinadas dão a mesma coisa, em quantidades diferentes, é claro (professor 4A).

aqui pra mim ficou claro que isso é medida, como no bolo (professor 4B).

Antes de terminar a sessão, entregamos aos professores as Questões 7, 8 e 9. A análise dessas questões, segundo os mesmos critérios utilizados para as anteriores, seria o material de apoio para iniciarmos nossos trabalhos, no próximo encontro. Notamos que essas análises estavam ajudando os professores a reconhecer suas dificuldades, o que proporcionou alguns momentos de reflexão sobre o trabalho desenvolvido em sala de aula.

3.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 25 de abril de 2005, tendo como participantes todas os professores das 3.^a e 4.^a séries, além dos professores de Artes (2) e Educação Física (1).

Nesta sessão terminamos de analisar as questões relacionadas ao instrumento diagnóstico. Percebemos certa ansiedade do grupo para que terminássemos a análise das questões do instrumento diagnóstico aplicado no final de 2004. Iniciamos nossas discussões pela análise das Questões 7 e 8. Em seguida, distribuímos duas questões a cada um dos subgrupos, para que, ao final, apresentassem uma análise, pois, além finalizar esse primeiro contato com os significados da representação fracionária dos números racionais, pretendíamos que todos os grupos fizessem sua apresentação para que pudéssemos avaliar e socializar as discussões que ocorreram em todos os grupos.

Não faremos uma descrição detalhada de toda a sessão, pois muitas das observações e comentários feitos foram semelhantes àqueles registrados nos encontros anteriores. Relataremos aqui algumas falas que demonstram dificuldades, descobertas, inquietações e reflexões feitas pelos professores que participaram do encontro.

Quanto às dificuldades, observamos que, conforme avançávamos, elas iam se revelando. Quando discutimos o Problema 9, por exemplo, notamos que alguns professores nunca haviam pensado na possibilidade de comparar medidas que não estavam explícitas:

Aqui todo mundo achou que era só comparar o concentrado com a água, eu nunca pensei em formar uma fração com a comparação de uma coisa que não estava no problema (professor 4A).

Mas acontece que na vida real a gente faz isso, se você quer um litro de suco e sabe que precisa de tanto de concentrado, você faz o que está aí no problema (professor 4B).

Olha gente, vou confessar desde a época que estudei nunca vi esse tipo de problema, pelo menos que eu lembre (professor 3C).

Então se a gente não sabe, imagina nossos alunos? Mas será que o professor que dá aulas de 5.^a a 8.^a série trabalha estes significados? (professor 4G).

Essas observações foram importantes para discutirmos sobre a importância de trabalhar com diferentes significados. Perguntei a eles se a compreensão que tinham da representação fracionária dos números racionais foi ampliada ao fazer a análise dessas questões. A grande maioria disse que sim, e um dos professores acrescentou que “o legal de você estar estudando é que cada dia descobre que sabe menos. Sei que isso é importante, até para você correr atrás, mas quanta coisa deixamos de aprender na escola, vocês não acham?” (professor 4A). São inquietações que observamos em muito presentes nessa sessão.

Outra dificuldade ficou evidente quando discutimos a Questão 11, que trata do significado *localização na reta numérica*. Observamos que os professores não estabeleciam a relação entre a representação decimal e a representação fracionária do número racional considerado. Detectaram em suas respostas erros semelhantes aos de seus alunos, considerando, por exemplo, $\frac{3}{2}$ e 3,2 como representações diferentes de um mesmo número racional. Isso parece ter causado um certo incômodo em algumas pessoas do grupo:

Como podemos ensinar frações se não sabemos ao menos transformá-la em decimais? (professor 4G).

Os erros foram tão graves, sinal que muita gente só repete o que está no livro, não sabe direito o que está falando (professor 4F).

É por isso que apareceu aquela dificuldade com a porcentagem, lembra? Não sabemos transitar com os números (professor 3F).

Este último professor referia-se à dificuldade demonstrada pelo grupo com as representações fracionária e decimal da porcentagem. Acrescentou ainda:

Ah, mas agora eu sei o que quer dizer porcentagem, e sei da importância de se conhecer todos estes tipos de números (professor 3F).

Uma outra importante constatação foi registrada por ocasião da análise da Questão 19. Embora a maioria dos professores tenha respondido corretamente a essa questão, alguns demonstraram que só nesse momento haviam efetivamente compreendido as dificuldades que seus alunos podem enfrentar no processo de construção do conceito de número racional, especialmente em situações que envolvem o invariante operatório *ordem*:

Nossa nunca tinha pensado nisso. Sempre achei que meus alunos acertariam tais questões. Você fica dando aquele monte de frações pedindo para que eles pintem um meio, um quarto e acha que com isso eles saberão que um meio é maior que um quarto. Nunca tinha pensado nisso (professor 3D).

Nem eu. Se tivessem me pedido para adivinhar quantos acertariam, eu chutaria que quase todo mundo. Precisamos prestar atenção nestas coisas também (professor 4G).

Quanto às reflexões, muitas das falas dos professores traduziam questionamentos sobre sua prática. Isso foi observado, por exemplo, quando estávamos analisando a Questão 8, considerada fácil pelos professores. Essa questão trata do significado *parte-todo* e foi proposta com o objetivo de verificar se os sujeitos identificariam o todo e as partes, além de utilizar a dupla contagem para representar a fração numa situação estática. Nesse caso, o sujeito deveria levar em conta a conservação da área, isto é, a equivalência entre as partes em que o todo foi dividido. Na análise, o grupo classificou essa questão como fácil, sendo normalmente muito trabalhada em sala de aula. Salientaram que o livro adotado pela escola continha muitas questões como essa. Entretanto, quando comentamos que os índices de acerto dos alunos foram inferiores a 50% e que especialmente o item **b** apresentou uma taxa de 7,5% de acertos, os professores se espantaram. Teceram comentários como:

Não deveria acontecer isso, na sala é o que mais trabalhamos (professor 3D).

O que será que estamos fazendo de errado? Eu até entendo que não acertem tudo, mas só 7,5% é muito pouco. Quantos alunos são? (professor 4C).

Ao saber que 6 alunos em 77 responderam corretamente a essa questão, o professor 4C acrescentou:

É muito pouco mesmo. Acho que estamos trabalhando mais com as frações arrumadinhas, já divididas em partes iguais, será que não é isso? (professor 4C).

Pode ser. No livro tem mais desta daí, precisamos preparar mais atividades para estimular os alunos a comparar os tamanhos (professor 4E).

Pensando bem eu falo pra eles que tem que dividir o todo em partes iguais mas não sei se mostrei algum caso que eles teriam que comparar (professor 4E).

Quando comentamos que a maioria dos alunos respondeu $\frac{1}{7}$, o professor 4D pediu a palavra novamente dizendo:

Foi o que eu pensei, eles só contaram o todo e as partes pintadas, não olharam o tamanho (professor 4D)

Complementando as observações dos professores, enfatizamos a importância de o aluno vivenciar situações que o levem a perceber a necessidade da conservação da área – a equivalência entre as partes em que o todo foi dividido.

Ao final dessa análise ouvimos afirmações como:

Foi bom acontecer isso para que percebêssemos que não basta dizer que é só colocar embaixo o número de partes em que o todo foi dividido e em cima quantas partes foram pintadas (professor 3F).

É, essa questão veio para dar um chacoalhão na gente. Se é isso o que mais fazemos na sala de aula e não tem bom resultado, sinal que precisamos procurar outras formas de passar isso para os alunos (professor 4E).

Tivemos a sensação de que essa análise trouxe muito desconforto, revelado pelas observações dos próprios professores. Consideramos isso como um bom sinal, pois estão pensando sobre sua prática e demonstram interesse por uma mudança de atitude.

Nesse momento, antes de finalizar a sessão pedimos aos professores que avaliassem oralmente esse encontro e relatassem suas expectativas para os demais. A avaliação foi positiva, considerando que a maioria dos professores que se manifestaram disse estar,

naquele momento, com um novo olhar sobre o tema. Afirmaram ainda que gostariam que durante os próximos encontros analisássemos alguns tipos de materiais manipuláveis para o trabalho com os significados. Relataram que na escola havia muito material desse tipo, que não era utilizado por não saberem como fazê-lo. “Assim”, disseram os professores, “poderemos apresentar propostas mais interessantes aos alunos”. Esse comentário levou-nos a questionar se o trabalho com diferentes tipos de situações não era interessante. Tivemos algumas respostas como:

Eu confesso, que às vezes ficava meio cansada. Fico pensando se não vai acontecer o mesmo com meu aluno. Olha, eu gostei, mas descobri que aprender cansa, tem hora que parece que vai sair “fumacinha” da cabeça (professor 3E).

Eu não fiquei cansada não, gostei, mas acho ótima idéia analisarmos material e atividades diferenciadas, acredito que poderá dinamizar o trabalho (professor 4B).

Eu também achei interessantíssimo, mas precisamos motivar nossos alunos para que eles tenham prazer em estudar fração (professor 4A).

Informamos que já havíamos preparado algumas propostas utilizando esse tipo de material e encerramos a sessão observando que dali em diante restringiríamos nossas discussões aos significados *parte-todo* e *quociente* e aos invariantes operatórios *equivalência* e *ordem*, a fim de ampliar as possibilidades de trabalho e aprofundar nossas reflexões sobre questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem desse assunto. A nosso ver, discutimos e refletimos bastante a questão dos significados da representação fracionária dos números racionais, porém, há outros pontos que merecem ser discutidos.

É importante salientar que escolhemos dedicar as próximas sessões ao estudo de apenas dois significados, por havermos constatado que a metodologia adotada para o desenvolvimento de nossas sessões não permitiria abranger todos os significados, em virtude da extensão do trabalho e das reflexões ocorridas. Selecionamos os significados *parte-todo* e *quociente*, pois, em nossa opinião, estão mais associados às fases iniciais da construção do conceito de número racional e, portanto, são mais apropriados para a identificação de pontos críticos relacionados tanto ao ensino como à aprendizagem.

4.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 10 de maio de 2005, com a participação de 11 professores das 3.^a e 4.^a séries, além de um de Educação Física.

Apresentamos nesse encontro o Tangram como uma opção para o trabalho relacionado ao significado parte-todo com grandezas contínuas. Escolhemos esse material tendo em vista que pode ser facilmente confeccionado pelos professores caso decidam utilizá-lo em sala de aula. Além disso, na escola pesquisada havia uma quantidade suficiente desse jogo, para desenvolvermos as atividades propostas em nosso estudo.

Iniciamos nossos trabalhos fazendo a leitura de como é tratada a questão dos jogos nos PCN (1997) e promovendo uma discussão sobre o tema, para depois apresentar o Tangram. Comentamos sobre sua origem, propusemos a composição de algumas figuras utilizando suas peças e, finalmente, apresentamos propostas de comparação entre as áreas. Solicitamos que os professores considerassem o triângulo menor como unidade de medida e fizessem a comparação com as demais peças, registrando, numa tabela, a área de todas as figuras que formam o Tangram.

Pedimos que fizessem a comparação do quadrado formado pelas 7 peças do Tangram com os três tamanhos de triângulos. Primeiro a comparação da área do triângulo grande com a área da figura inteira, depois o mesmo procedimento com os triângulos médio e pequeno. Pretendíamos que os professores percebessem as diferentes relações estabelecidas entre áreas.

Foi proposto ainda aos professores que estabelecessem a relação entre a área de cada peça e a área total do quadrado-base e a representassem por meio de uma fração. Nessa atividade, pretendíamos que os professores percebessem que seriam necessários 4 triângulos grandes para formar o quadrado-base, 8 triângulos médios para formar esse mesmo quadrado e, da mesma forma, 16 triângulos pequenos para compor a mesma figura. Em seguida, solicitamos que representassem as frações correspondentes às relações estabelecidas: $1/4$; $1/8$; $1/16$.

Nesse momento, solicitamos que o grupo estabelecesse objetivos para a proposta dessa atividade aos alunos. Pedimos que identificassem o significado das frações representadas e a natureza das grandezas envolvidas e, além disso, que discutissem sobre a possibilidade de criar outras variações. Na apresentação feita pelos professores notamos que todos haviam chegado à conclusão de que o material permitia a oportunidade de desenvolver situações problematizadoras, envolvendo o significado *parte-todo*. Apresentamos, a seguir, comentários interessantes que retomam as reflexões feitas em sessões anteriores:

Achamos que esse tipo de questão pode fazer com que o aluno não erre tanto problemas como aquele que pouquíssimos acertaram, aquele de parte-todo que tinha uma parte maior (professor 3A).

Pode ser. Mas acho que depende das atividades que escolhermos, precisamos arrumar formas de desafiar os alunos a perceberem quantas peças cabem, assim como fizemos aqui, assim depois que apresentarmos os desenhos com tamanhos diferentes ele entenderá que tem que ser o mesmo tamanho” (professor 4B).

Este professor se referiu ao papel importante que esse tipo de atividade pode ter para que o aluno compreenda que deve observar a conservação da área. Quanto à expressão “com tamanhos diferentes”, o professor esclareceu, em seguida, que estava se referindo à área das figuras. Depois desse esclarecimento, outros professores comentaram:

Foi legal perceber, durante a atividade, que a gente fazia isso o tempo todo, não acham? O tempo todo estávamos comparando as áreas, mesmo não estando separadinhas no desenho (professor 3E).

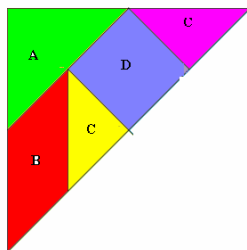
Também achei que esse material pode ajudar, mas nosso grupo propõe que também utilizemos as figuras que montamos no começo da reunião. Acho que eles se interessariam mais (professor 4B).

O nosso também pensou nisso (professor 4G).

Nesse momento, consideramos oportuno propor a mudança do inteiro. Um dos professores conjecturou: “Aí vamos complicar as coisas, será que eles conseguem?” (professor 3C).

Com o objetivo de que vivenciassem a situação e avaliassem como seria em sala de aula, propusemos a seguinte questão:

Descubra que parte da área total representa o triângulo menor (C)?



Fazendo as comparações, os professores concluíram que a peça C nesta outra figura representava $1/8$ da área total. Foram feitos comentários como:

Nossa, eu nunca havia pensado nisso: a mesma peça [C] valendo valores diferentes no quadrado grande $1/16$ e aqui $1/8$ (professor 3E).

É claro, se a área que eu vou comparar é metade, então ela vai ocupar o dobro do espaço, não é isso? (professor 4F)

O que mais me incomoda é que depois de tantos anos na escola nunca havia prestado atenção nessas coisas, coitados dos meus alunos (professor 4F).

Acho que nós é que fomos prejudicados pela forma com que aprendemos, não foi assim... do concreto (professor 4D).

Perguntamos se achavam que esse tipo de atividade poderia ser feito mesmo sem o Tangram.

Acho que até pode, mas aqui foi muito legal e assim sei que vou interessar meus alunos da mesma forma que nos interessou (professor 4D).

Como última proposta, pedimos aos grupos que dividissem um quadrado de 20×20 cm em 16 quadrados iguais e destacassem as 7 peças do Tangram. Mais do que a apresentação de como foi desenvolvida essa atividade, consideramos importante relatar algumas falas que podem mostrar as estratégias de resolução utilizadas pelos docentes. Algumas observações feitas pelos professores se referem a procedimentos e noções iniciais na construção do conceito do número racionais, como:

Em quantas partes tenho que dividir cada lado deste quadrado? (professor 3A).

Em quatro partes, não é? Pensa bem, se temos que dividir em 16 partes e é um

quadrado, é sinal que tenho que dividir em 4 partes porque $4 \times 4 = 16$ (professor 3B).

Isso eu achei legal na atividade. Em vez dela entregar o quadrado quadriculado ou dizer pra gente como teria que dividir ela deixou que a gente pensasse nisso. Eu não costumo fazer isso com meus alunos, acho que os ajudaria a pensar (professor 3D).

Mas meus alunos não teriam paciência para isso, já entrego meio pronto para que eles não comecem a fazer bagunça, você sabe como são aqueles meninos, não têm interesse em pensar, querem tudo meio pronto (professor 3A).

Mas será que não são assim só porque a gente dá tudo na mão? É que é difícil mesmo, a gente tem que dar conta da disciplina com as salas com 40 alunos e ainda tem que ajudar essa molecada a pensar, precisamos que sejam interessados, isso acho que não é fácil conseguir (professor 3A).

O pior é que se a gente perde tempo com estes problemas não consegue dar a matéria (professor 3D).

Parece aqui que, mesmo percebendo caminhos que facilitariam a aprendizagem, os professores estão envolvidos com as dificuldades que se apresentam no cotidiano da sala de aula, isto é, o grande número de alunos, o extenso programa a ser desenvolvido, o *habitus* existente nas escolas, ingredientes esses que conformam as bases da cultura em que os professores estão imersos. Notamos aqui que a preocupação com o que Shulman (1987, p. 8) trata por *conhecimento pedagógico de conteúdo (pedagogical knowledge matter)* concorre com as reais condições a que estes professores estão expostos.

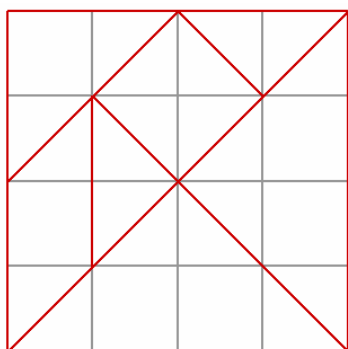
Em virtude disso, durante a apresentação dos grupos, chamamos a atenção dos professores para as questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática, utilizando a metodologia da resolução de problemas. Alertamos para a necessidade de destinar um tempo para que os alunos pensem sobre a situação, para que consigam elaborar um ou vários procedimentos de resolução, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses, comparar resultados com os dos colegas e validar procedimentos. A esse respeito, alguns professores se manifestaram dizendo:

É verdade, fizemos tudo isso e realmente aprendi coisas que a vida toda não entendia (professor 4B).

O problema é esse tempo, temos que conquistar essa molecada, e isso não é fácil (professor 3B).

Complementamos os comentários dos professores salientando que esse é o nosso desafio. Sabíamos que não era nada fácil, mas tínhamos que aceitá-lo para atingi-lo.

Quando discutimos as soluções da atividade proposta, houve momentos de “descoberta”, por exemplo quando um dos professores mostrou o resultado da atividade e relatou algumas constatações:



Olha, nós percebemos que aqui ficou tudo em dezesseis avos. Assim fica fácil perceber os $2/16$ deste triângulo – apontando o triângulo médio – que é igual ao quadrado e a essa outra figura aqui – apontando o paralelogramo – nós achamos que isso poderia ajudar os alunos a perceber que figuras diferentes podem ter a mesma área (professor 4E).

Eu mesma achava que o paralelogramo tinha área maior, não parece? (professor 3E).

A comparação aqui ajuda a isso, não é? (professor 4E).

O mais incrível foi perceber as frações equivalentes, veja: $1/4$ que a gente tinha visto na outra atividade desta peça grande agora é $4/16$ (professor 3C).

Complementamos questionando se fração do quadrado original representaria o triângulo maior, se fosse comparado com o triângulo médio. Percebemos que o professor 4F ficou animado ao responder $2/8$ e perceber que tinha ali frações equivalentes:

Nossa, que interessante. Aqui fica claro que estas frações são equivalentes, vejam $1/4 = 2/8 = 4/16$, só preciso mostrar ao meu aluno que deste tamanho [mostrou o triângulo grande] preciso de um, deste outro tamanho [mostrou o triângulo médio] preciso de dois e deste pequeno [mostrou o triângulo pequeno]

preciso de quatro. Tinha visto na outra atividade esta peça grande que era 1/, agora é 4/16 [fez esta observação comparando o triângulo grande com o pequeno] e que são equivalentes (professor 3C).

Consideramos que esta sessão tenha sido produtiva. Devíamos, porém, retomar alguns pontos sobre o significado *parte-todo*. Nosso planejamento incluía uma discussão sobre todos os materiais disponíveis na escola para o trabalho com os significados das frações. Seriam necessárias mais duas sessões para refletirmos sobre as possibilidades de trabalho com os materiais Cuisenaire, Mosaico e Dourado, o que provavelmente permitiria uma extensa análise de possibilidades de trabalho com situações estáticas envolvendo o significado *parte-todo* e grandezas contínuas.

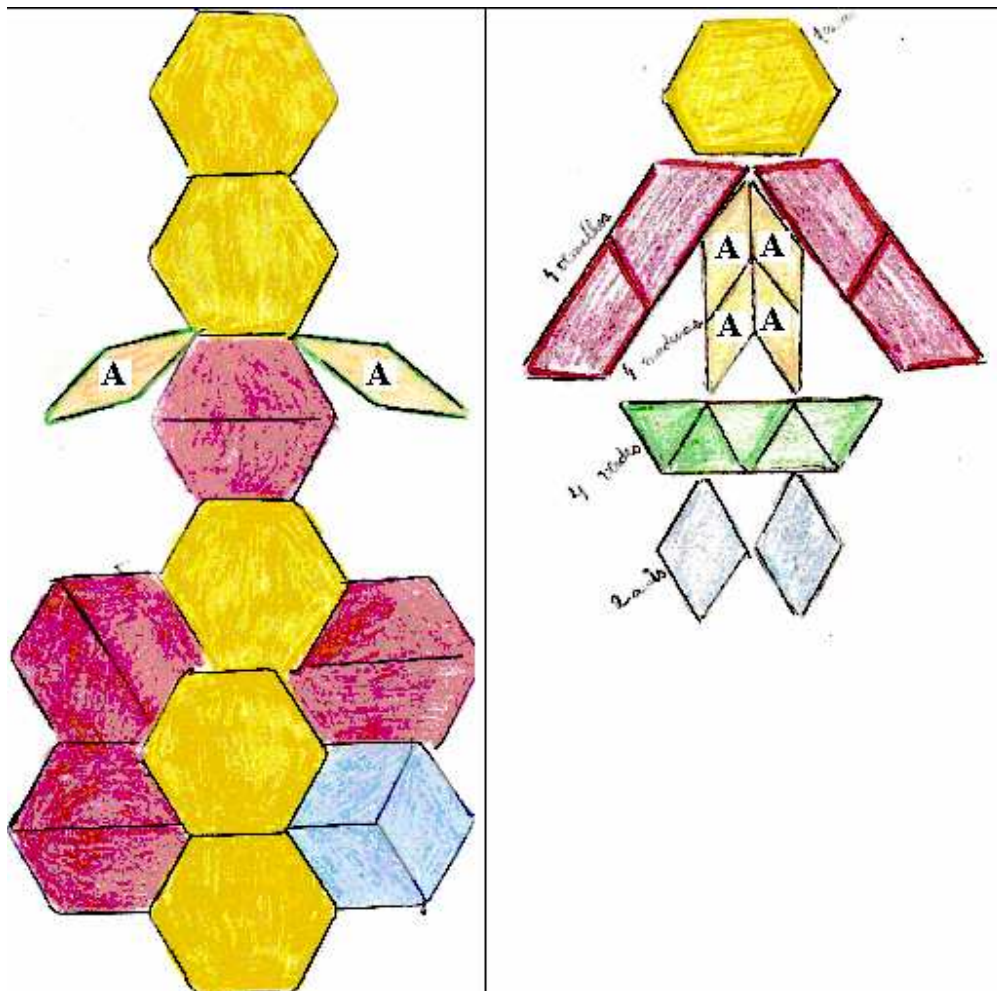
5.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 21 de maio de 2005, tendo a participação de 11 professores das 3.^a e 4.^a séries, além de um professor de Artes e um de Educação Física. Nesta sessão, exploramos atividades com Mosaico e Cuisenaire.

Inicialmente, apresentamos o Mosaico, propondo atividades de reconhecimento. A seguir, solicitamos que os professores utilizassem as mesmas peças para recobrir a área delimitada por desenhos que havíamos feito previamente, e indicassem a fração que cada peça representa em relação à figura toda.

Avaliamos nesse momento que atividades desse tipo podem auxiliar na construção do conceito de número racional, com o significado *parte-todo*, levando o aluno a perceber a necessidade de analisar comparativamente as áreas das figuras.

Pedimos que os grupos formassem desenhos com os mosaicos, utilizando peças que pudessem ser comparadas. Em seguida, os desenhos foram trocados entre eles, para que, finalmente, fossem analisados em plenária. Obtivemos algumas imagens como:



Durante o desenvolvimento dessa atividade, observamos em alguns professores, dificuldades em escolher peças que pudessem ser comparadas. Um dos grupos, ao apresentar uma das figuras acima, afirmou que não conseguiam comparar a peça A:

Nós conseguimos preencher o desenho, mas não deu para comparar as peças, pois acreditamos que o pessoal que montou não pensou em colocar peças que poderiam ser comparadas (professor 4E).

Nós também percebemos isso no mesmo desenho (professor 3D).

A gente que criou essa figura, não deu certo porque não tivemos a preocupação de pegar peças que pudessem ser comparadas (professor 3B).

Ao propor essa atividade, pretendíamos fazer que o professor não só a vivenciasse, mas também elaborasse e analisasse possíveis propostas, considerando a possibilidade ou não de utilizá-la em sala de aula para o trabalho com frações.

O próximo ponto da pauta tinha como objetivo mostrar possibilidades de utilização do Material Cuisenaire, na representação de frações. Inicialmente, apresentamos o material, que é composto de barrinhas de madeira, confeccionadas em cores diferentes e em tamanhos que variam de 1 a 10 cm. Mostramos que com esse material poderíamos também propor atividades que levassem o aluno a analisar, na comparação *parte-todo*, a *equivalência* de frações.

Atentamos para o fato de termos, até esse momento, trabalhado com um só significado e um único tipo de grandeza. Alguns participantes fizeram os seguintes comentários:

Você tem razão, até agora só vimos possibilidades de trabalho que envolviam o significado parte-todo (professor 4B).

É mesmo, mas acho que conseguimos descobrir como sanar muitas dúvidas. Agora tenho mais segurança em trabalhar com a sala. Até quando aparece aquele tipo de problema que envolve tamanhos diferentes, a gente não sabia como fazer isso de forma tão criativa. Acho que isso só veio para enriquecer nossas aulas (professor 4E).

Avaliamos como avanço o fato de percebermos a necessidade de inserir em nossa prática mais situações que requeiram dos alunos a comparação de áreas. Ressaltamos, porém, que mesmo no trabalho com significado *parte-todo*, é necessário contemplar também grandezas discretas. A fim de complementar essa discussão, lançamos aos professores o desafio de buscar, para a próxima sessão, alternativas que propiciassem o desenvolvimento desse trabalho. Consideramos que tal proposta poderia ser um bom motivo para a retomada do tema em outros momentos coletivos, como HTPC ou mesmo nas conversas informais.

6.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 13 de junho de 2005, com a participação de 11 professores das 3.^a e 4.^a séries, dois professores de Artes e dois de Educação Física. Na primeira parte, para finalizar a proposta de trabalho com materiais manipuláveis disponíveis na escola, mostramos possibilidades de trabalho utilizando o material Dourado. Na segunda parte, analisamos as propostas dos professores para o trabalho com grandezas discretas e vivenciamos situações envolvendo a idéia de *quociente*, fazendo divisões de folhas de papel.

Na primeira parte da sessão, discutimos possibilidades de trabalho com o material Dourado. Esse material, cuja principal característica é a base dez, facilita o trabalho com frações decimais (décimos, centésimos e milésimos). Mostramos como esse material poderia ser utilizado e analisamos suas limitações para a construção do conceito de número racional com o significado *parte-todo*.

Na segunda parte dessa sessão, pedimos que os professores apresentassem propostas para o trabalho utilizando o significado *parte-todo* envolvendo grandezas discretas. De todos os presentes, somente cinco professores trouxeram propostas. Percebemos que quase todos tomaram como referência as questões que analisamos:

Olha eu não consegui pensar em alguma coisa com material pedagógico aqui da escola. Pensei que poderia analisar alguma coisa parecida com os problemas que vimos, por exemplo, trazer balas de 2 sabores e distribuir para os grupos misturadas, e perguntar a fração das balas de um sabor e de outro (professor 3C).

Eu também pensei em balas... trazer balas de dois sabores e perguntar a fração de balas de hortelã, por exemplo. Pensei em trazer 38 balas (uma para cada aluno) e 19 de hortelã e perguntar a fração ” (professor 3D).

O professor 3C questiona:

Mas sempre vai dar $\frac{1}{2}$? (professor 3C).

Mas a fração vai ser outra na minha sala, vai ser 19/38, não é? (professor 3D).

Mas sempre vai ser igual? E se outras vezes fizessemos com vários tipos de bala? (professor 3C).

Boa idéia, assim tenho frações diferentes, mas ainda acho que a primeira teria que fazer só com dois tipos, para dar chance que algum dos alunos perceba que vai dar a metade sem contar (professor 3D).

Nesse momento, recorreremos, novamente, às considerações contidas nos PCN (1997, p. 67), a respeito das dificuldades que os alunos apresentam quando iniciamos o trabalho com os números racionais. Uma dessas dificuldades é causada pela possibilidade de serem representados por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias, o que os faz diferentes dos números naturais, cuja representação é única. A esse respeito, os professores se posicionaram dizendo:

É mesmo, acho que não podemos esquecer de nada. Vou confessar não havia pensado nisso, pensei só num problema parecido com o que vimos (professor 3D).

Eu também pensei num problema em que poderia pedir que os alunos colocassem as canetas vermelhas e azuis na minha mesa e depois poderíamos ver que parte do todo representa as canetas vermelhas, por exemplo (professor 4F).

Mas não vai ser igual? (professor 4G).

Não necessariamente, tem aluno que não tem caneta vermelha, tem aluno que tem mais de uma (professor 4F).

Pensei em pedir que trouxessem figurinhas. Pode ser de salgadinho, que eles adoram colecionar, peço para que contem qual é o total e, em seguida, olhem para a coleção total e descubram a fração que cada um trouxe (professor 4C).

Eu também não consegui pensar em alguma coisa com o material que a gente tem na escola. Pensei que poderíamos montar um jogo de bolinhas de gude. Aí o jogo seria entre grupos de quatro alunos e 20 bolinhas. Terminando o jogo poderíamos pedir que montassem uma tabela mostrando a fração do total de bolinhas com as quais cada um ficou. Acho que para resolver esse problema os alunos iriam recorrer à estratégia do parte-todo. Eles contariam o total das bolinhas, 20 se o grupo fosse de 4 alunos, e a parte, as bolinhas de cada um (professor 4B).

Observamos aqui, que os professores que apresentaram suas propostas demonstraram preocupação em mostrar possibilidades de situações com materiais manipuláveis.

Chamamos a atenção dos professores para a importância da contextualização e da apresentação de situações que sejam significativas para as crianças. Debates sobre a manipulação de materiais, e observamos que é um dos contextos possíveis, mas não é o único que garante a aprendizagem. Após refletirmos sobre a necessidade de evitar falsos contextos, propusemos aos professores uma discussão a respeito da escolha de contextos expressivos, incluindo situações familiares ao aluno, ligadas ao seu cotidiano, situações que contêm um desafio possível de ser superado ou situações que envolvem outros componentes curriculares. Finalmente, analisando os problemas propostos durante nossa intervenção, o grupo concluiu que são algumas das possibilidades de contextualização, desde que o professor tenha clareza de seus objetivos.

Acreditamos que esse segundo momento apresentou um avanço do grupo, principalmente daqueles que haviam elaborado a atividade, embora fosse um grupo bastante reduzido. O não cumprimento dessa tarefa por parte dos demais professores foi justificado, em geral, pela falta de tempo e por outros projetos da escola que seriam finalizados naqueles dias.

Como já afirmamos no Capítulo 2, acreditamos que somente os encontros não bastam para que possamos desenvolver uma prática reflexiva na escola. Sabemos que tanto do ponto de vista da legislação como das pesquisas que versam sobre a formação do professor reflexivo há necessidade de criar condições efetivas que permitam ao professor desenvolver a capacidade de compreender os fundamentos da prática pedagógica e de escolher criticamente entre diferentes modelos, bem como encontrar soluções criativas para

as mais diversas situações do cotidiano. Entretanto, sabemos ainda que a dinâmica da escola envolve diversos outros fatores, que tentamos levar em conta ao interagir com esse contexto educacional.

A terceira e última parte dessa sessão foi dedicada ao significado *quociente*. Nessa etapa, vivenciamos e analisamos duas situações que envolvem a idéia de quociente por meio da divisão de folhas de papel, segundo critérios preestabelecidos.

As propostas que analisamos foram:

- Dividir, igualmente, 4 folhas entre 4 pessoas⁷⁶
- Dividir, igualmente, 6 folhas entre 4 pessoas

A primeira foi considerada óbvia pelos professores mas a segunda causou uma boa reflexão.

Um dos grupos apresentou sua sugestão de resolução:

Nosso grupo pensou em dar uma folha pra cada um, e depois dividir as outras duas na metade, assim ficariam com uma folha e meia para cada uma das pessoas (professor 4D).

Perguntamos, em seguida, se todos os seus alunos pensariam dessa forma, se não haveria outra forma de resolver.

Olha, como eu já trabalho com sulfite quando vou ensinar fração, acho que meus alunos repartiriam cada folha em quatro partes iguais e dariam uma parte para cada criança (professor 3F).

Consideramos o momento apropriado para oferecer ao professor 3F a oportunidade de expor a estratégia que utilizava para introduzir o conceito de número racional representado na forma fracionária. Sua abordagem, que consiste em distribuir folhas de sulfite e pedir que os alunos dividam em metades, quartos, oitavos etc. foi avaliada pelos outros grupos como uma das formas de desenvolver a noção de fração com o significado parte-todo.

⁷⁶ Optamos por formular todos os problemas, utilizando como dado a quantidade de professores dos grupos; no caso, a maioria dos grupos era formada por quatro pessoas.

Essa sessão permitiu-nos discutir sobre alguns obstáculos na construção do conceito de número racional, em sua representação fracionária, e constatar algumas crenças⁷⁷ dos professores. Quanto às crenças, salientamos que o termo empregado em nosso estudo tem o mesmo sentido de Ponte (1992): “Podemos ver as crenças como uma parte do conhecimento relativamente ‘pouco elaborada’, em vez de as ver como dois domínios disjuntos. Nas crenças predominaria a elaboração mais ou menos fantasista e a falta de confrontação com a realidade empírica” (p. 192). Uma crença observada nessa sessão está relacionada ao fato de acreditarem que para contextualizar uma situação é necessário que se apresentem problemas em que seja possível manipular material, pois mesmo fazendo a discussão sobre a questão da contextualização percebemos que ainda era muito forte a preocupação em apresentar problemas envolvendo esse tipo de material.

Pedimos, então, que os professores comparassem a abordagem relatada pelo professor com a atividade proposta em nossa intervenção, antecipando as reflexões e discussões que pretendíamos realizar na próxima sessão.

7.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 15 de julho de 2005, com a participação de todos os professores das 3.^a e 4.^a séries além de um professor de Artes e um de Educação Física. Nesse encontro, discutimos questões relacionadas ao significado *quociente*.

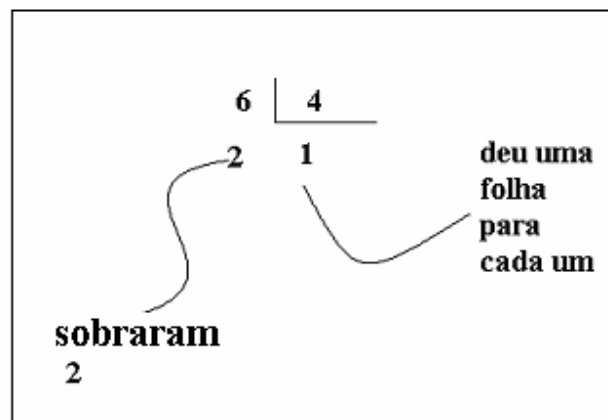
Retomamos a reflexão e análise das duas soluções apresentadas para a situação proposta no final do último encontro, em que tínhamos de dividir, igualmente, 6 folhas de papel sulfite entre 4 pessoas. Lembramos que uma das soluções sugeridas consistia em dar uma folha para cada uma das pessoas e depois, das duas folhas restantes, dar metade para cada pessoa. A segunda proposta foi apresentada pelo professor 3F, dizendo que seus alunos dividiriam cada uma das folhas em quartos e distribuiriam $\frac{1}{4}$ de cada folha para cada uma das pessoas. Nesse caso cada pessoa receberia seis quartos, isto é, um inteiro e dois quartos ou ainda um inteiro e um meio. Solicitamos que os professores se

⁷⁷ Salientamos que o termo “crenças”, empregado em nosso estudo, tem o mesmo sentido do utilizado em Ponte (1992, p. 192) ou seja, elas têm, em geral, um caráter não racional e podem ser consideradas como uma verdade individual, ou seja, não necessitam de consenso, que pode resultar da experiência e convicções individuais.

organizassem em grupos e, além de analisar as duas respostas, pensassem em outras estratégias possíveis.

Esta análise nos pareceu muito produtiva. Acreditamos que houve algum avanço na reflexão sobre o tema:

Gente, aqui nós percebemos que o aluno poderia pensar como quando a gente faz divisão. Olha, ele distribui uma folha para cada um [escreveu na lousa]:



... então: deu 1 inteiro mais $2/4$. É a idéia de quociente mesmo. Agora, quando ele dividiu tudo em quartos, nos pareceu que seguiu a dinâmica parte-todo para cada um das folhas e deu um quarto para cada um, quer dizer $6/4$ (professor 3F).

Nos, aqui, pensamos outras possibilidades de respostas também parecidas com aquela idéia de dividir em partes iguais. Deu uma folha inteira pra cada um e as duas que sobraram dividimos em quatro partes cada uma, que dá o mesmo, $2/4$ [referindo-se aos 2 pedaços correspondente a $1/4$ de cada folha]. Poderia também pegar estes dois, dividir em metades e distribuir para os quatro. Olha, eu nunca tinha pensado que havia possibilidade de pensar de tantas formas para resolver um probleminha tão simples (professor 3C).

Queria contar pra vocês que depois de tantos anos de magistério nunca tinha pensado que uma simples divisão de papel pudesse fazer a gente pensar tanto em fração. O pior é que eu não prestava atenção em como meu aluno estava pensando... Precisamos fazer mais isso, pena que não temos tempo para aprofundar (professor 4B).

Acreditamos que, mais do que questões relacionadas ao conteúdo específico, nas discussões coletivas esses professores estavam refletindo sobre questões relacionadas à aprendizagem como não haviam feito até então. Com o objetivo de aprofundar nossa reflexão a respeito da fração como uma ampliação da idéia de divisão de números naturais, apresentamos as propostas a seguir, que foram, da mesma forma, vivenciadas e analisadas pelos grupos.

- Dividir, igualmente, 8 folhas entre 4 pessoas.
- Dividir, igualmente, 10 folhas entre 4 pessoas?¹

Essa atividade levou o grupo a refletir sobre a importância de elaborar questões envolvendo a idéia de *quociente*.

Durante a resolução do item B, aconteceu o mesmo que havia ocorrido anteriormente. Alguns grupos dividiram todas as folhas em 4 partes iguais e entregaram 10 pedaços de $\frac{1}{4}$ a cada uma das quatro pessoas; outros dividiram, primeiro, 2 folhas para cada componente e depois foram dividindo o que sobrava.

Em seguida, pedimos que elaborassem problemas desse último tipo e mostrassem as diferentes formas de resolvê-los. Não faremos a descrição detalhada dessa parte, pois muitas de nossas observações já foram feitas. Entretanto, cabe salientar que os problemas elaborados pelos professores foram muito parecidos com os que apareceram no instrumento diagnóstico e envolviam: chocolates, pizzas, bolos divididos entre algumas pessoas.

Na segunda parte dessa sessão, discutimos sobre o significado de *quociente* envolvendo grandezas discretas. Entregamos aos grupos botões, bolinhas de gude, lápis e balas e, em seguida, pedimos que criassem situações-problema envolvendo o significado *quociente*.

Nosso objetivo era que os professores observassem que todas as situações desse tipo devem gerar frações aparentes, pois o conjunto considerado só pode ser dividido em partes iguais se o número dessas partes for um divisor do número de elementos desse conjunto. Trata-se de situação diferente do que ocorreu com a divisão do papel, e diferente também

dos problemas elaborados pelos grupos envolvendo grandezas contínuas – chocolates, pizzas. Durante a apresentação, os professores externaram suas “descobertas”:

Olha, descobrimos uma coisa, com esse outro tipo de grandeza não poderemos ficar chutando números. A gente pegou 15 bolinhas para 4 crianças, percebemos que ia sobrar, então resolvemos colocar 16 (professor 4G).

Nós percebemos isso também, tem que ser múltiplo não é? (professor 3D).

Tenho 12 bolinhas de gude e quero repartir com meus 2 amiguinhos. Quantas bolinhas cada um receberá? Como posso representar essa situação? (professor 3B).

Um professor de outro grupo chama a atenção:

Não entendi, você vai repartir só entre seus dois amiguinhos ou seus dois amiguinhos e você? (professor 4B).

É mesmo! (professor 3E).

Outra coisa, você vai repartir em partes iguais? Se for isso tem que escrever, não acha? (professor 4B).

Deixa eu ver... é mesmo, como não percebemos? Depois nosso aluno erra e a gente diz que ele não sabe interpretar, não é? Está certo, precisamos escrever que é para repartir igualmente e que a divisão vai ser feita entre nós três (eu e os amiguinhos) (professor 4B).

As observações dos professores nos levaram a concluir que essa vivência proporcionou momentos de reflexão sobre os cuidados necessários à elaboração e apresentação de uma situação-problema, a fim de que os objetivos sejam atingidos.

Durante o desenvolvimento dessa sessão, notamos o envolvimento de todos os professores, mas ainda não observamos essa mesma participação nas discussões coletivas e nas apresentações das propostas que foram desenvolvidas fora daquele espaço.

Finalmente, solicitamos que os professores fizessem a análise do livro didático utilizado em suas aulas para que pudéssemos socializar no próximo encontro.

8.^a sessão

Esta sessão ocorreu no dia 19 de agosto de 2005, com a participação de todos os professores das 3.^a e 4.^a séries, além de um professor de Educação Física. Ocorreu um mês após o último encontro, a pedido da direção, pois os professores estariam envolvidos em atividades de encerramento de outro projeto que vinha sendo desenvolvido pela escola. Em virtude disso, os professores não tiveram tempo hábil para analisar o livro didático, conforme havia sido solicitado. Optamos, então, por discutir nessa sessão as possibilidades de trabalho com o livro *Pirulito do Pato*, de Nilson José de Machado (2003). Nessa obra, o autor conta a história de dois patinhos que ganham um pirulito da mãe e têm que dividi-lo entre seus amiguinhos.

Essa leitura favoreceu a discussão sobre a língua materna e a Matemática. Mostramos, então, que a leitura do livro propicia o trabalho com frações de forma contextualizada. Escolhemos essa abordagem pois os professores haviam demonstrado uma crença muito forte a respeito da contextualização necessariamente vinculada à manipulação de material.

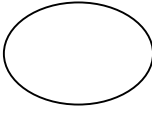
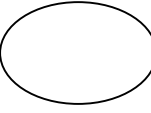
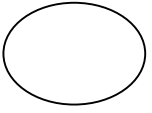
Durante a leitura, solicitamos que os professores analisassem se o contexto apresentado no livro favoreceria a associação do pedaço do pirulito ao denominador da fração:

Meus alunos perceberiam na hora, fica claro, até para a gente. Conforme vão chegando os patinhos vai diminuindo o tamanho do pirulito (professor 3A).

Adorei esta estória, os alunos vão entender agora, sim acho que vão entender (professor 4A).

Essa vivência favoreceu a discussão sobre uma das dificuldades que, em geral, são demonstradas pelos alunos quando, acostumados à relação $3 > 2$, são levados a construir a escrita $1/3 < 1/2$, que, possivelmente, lhes parece contraditória (PCN, 1997, p. 64).

Para facilitar a sistematização das “descobertas”, propusemos que a partir de uma nova leitura, os professores explicitassem o que acontecia, sempre que o denominador aumentava, ou seja, deveriam observar o que estava acontecendo na história quando as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$ eram apresentadas e contextualizadas. Com a finalidade de auxiliar os sujeitos no processo de generalização, foram propostas questões do tipo: “o que aconteceria se chegasse mais um patinho? Mais 2?”; “será que isso sempre ocorre?”. Finalmente, os professores foram solicitados a completar a tabela abaixo visando à generalização.

	1/2	1/3	1/6	conclusão
Desenhe como foi dividido o pirulito				
O que acontece na história quando surge a fração?				

Alguns dos professores fizeram observações sobre a atividade proposta e sobre o invariante *ordem*, que mostrou tanto no nosso instrumento diagnóstico como nas pesquisas de Merlini (2005) e Moutinho (2005) ser uma das dificuldades dos alunos:

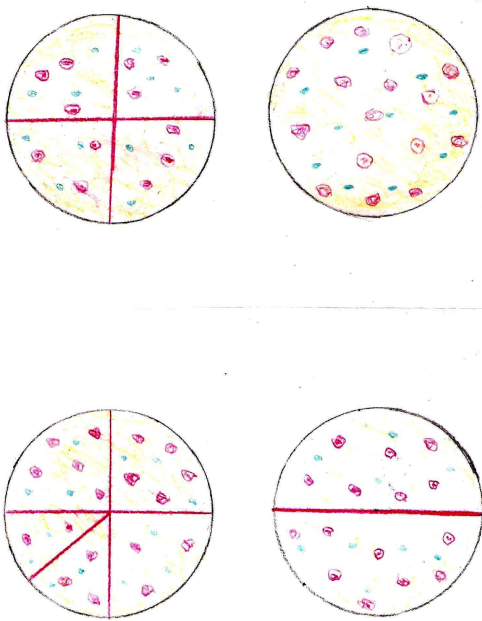
Adorei esta estorinha, aqui fica muito claro porque quando aumento o denominador a fração diminui (professor 3A).

Se o inteiro for o mesmo, não é? (professor 4B).

É mesmo, lembra quando vimos aquela questão do chocolate e os alunos falaram que um quarto é maior que um meio porque 4 é maior que 2. Aqui a estória contextualiza bem, e acho que essa tabela vai ajudar a gente a falar sobre isso (professor 4F).

Observamos nestas falas uma preocupação maior com as dificuldades dos alunos e mais segurança dos professores para falar sobre isso.

Propusemos que um dos grupos recontasse a estória e outros dois grupos inventassem uma outra estória envolvendo uma situação semelhante. A seguir, apresentamos uma delas.

<p><i>Na casa de D. Miau, todos gostavam muito de Pizza, mas a preferida de todos era de atum.</i></p> <p><i>Eles eram três pessoas: dona Miau, Pompom e Fom fom.</i></p> <p><i>A pizza chegou, mamãe pediu que se sentassem à mesa. Quando acabou de repartir a pizza, chegou a vizinha com seus filhos Mimi e Bimbo, que logo já foram sentando à mesa, pedindo seus pedaços.</i></p> <p><i>Quando já estavam para degustar a deliciosa pizza repartida em quatro partes iguais, toca a campainha e adentra o primo Mino, que de olhos arregalados também queria o seu pedaço, mas nenhum queria dividir com ele.</i></p> <p><i>Somente Pompom, por ser mais amigo de Mino se dispôs a repartir o seu pedaço.</i></p>	
<p>Essa foi uma das estórias criadas.⁷⁸</p>	

Observamos que tanto esta estória quanto a outra ambas criadas pelos grupos, estão relacionadas ao significado *parte-todo*, envolvendo grandezas contínuas. Percebemos que, mesmo depois de termos discutido os diferentes significados, ainda era muito forte a presença da idéia de *parte-todo*. Acreditamos que o exemplo apresentado na leitura que fizemos sugestionou a criação de situações semelhantes. Sobre a produção das atividades,

⁷⁸ As histórias elaboradas pelos grupos serão apresentadas no Anexo 3

os professores demonstraram reconhecer, como mostram os comentários a seguir, que ainda havia uma tendência acentuada para focalizar o significado *parte-todo* na elaboração de suas estórias:

É mesmo, mas está tão presente esse significado que nem notamos que só pensamos por ele (professor 3E).

É, mas como bolar com o quociente? (professor 3B).

Acho que seria o mesmo que fizemos com as bolinhas de gude, botões, não é? (professor 4C).

Propusemos, então, aos professores que elaborassem outras situações, a fim de serem analisadas e discutidas por todo o grupo.

Ah, é fácil tenho tantas bolinhas e vou dividir com meu irmão e vão chegando mais pessoas (professor 4B).

Perguntamos então:

Pode ser qualquer quantidade de bolinhas, de irmãos e visitas? (entrevistadora).

É mesmo, precisamos pensar (professor 4B).

Ah, é aquela história dos múltiplos só que temos que tomar cuidado dobrado, não é? (professor 4F).

Claro (entrevistadora).

Já sei, tenho 12 bolinhas para dividir com meu irmão 'igualmente, não é?' e chegam mais duas pessoas. Aí dá 4 e 12 é múltiplo de 4 (professor 4B).

Isso, ou então 4 é divisor de 12, certo? (entrevistadora).

Olha, é por isso que não tem muito disso por aí. Estou achando que quociente é muito difícil. Tem que ficar vendo muitos detalhes, acho que se eu garantir fazer certinho o parte-todo está bom, não acha? (professor 3B).

Insistimos sobre a importância de explorar os diferentes significados da representação fracionária dos números racionais, embora ainda houvesse resistência por parte de alguns dos professores.

Esse diálogo foi descrito com mais detalhes, pois observamos nele a retomada de reflexões já feitas, sugerindo que houve compreensão por parte de alguns professores. Entretanto, em outros professores observamos certa resistência em trabalhar com os diferentes significados da representação fracionária dos racionais.

O tempo final da sessão foi dedicado à análise do livro didático adotado pela escola, antecipando parte da pauta de trabalho da próxima sessão. Finalmente, solicitamos que os professores redigissem algumas reflexões sobre nossas discussões durante o encontro. Essas reflexões seriam objetos de análise durante a próxima sessão.

9.^a sessão

A parte inicial dessa sessão foi dedicada à exploração de situações que envolvem grandezas discretas, por observarmos que esse tipo de grandeza poderia constituir uma dificuldade para o grupo.

Preparamos duas situações:

- Entregamos a cada grupo uma caixa com 12 lápis de cor, em que havia 3 lápis vermelhos. Então perguntamos que fração representava a quantidade de lápis vermelhos em relação à caixa de lápis de cor cheia.
- Solicitamos que dividissem os lápis entre os cinco componentes do grupo e representassem, por meio de uma fração, a situação vivenciada.

Em seguida, pedimos que os grupos classificassem os dois problemas, considerando os significados das frações, e indicassem semelhanças e diferenças entre as duas situações. Pretendíamos, dessa forma, retomar a discussão sobre a diferença entre os significados *parte-todo* e *quociente* em situações que envolvem grandezas discretas.

Complementando essa atividade, os professores elaboraram duas situações envolvendo frações com significados *parte-todo* e *quociente*, nas quais deveria ser estabelecida a relação entre grandezas discretas. As situações foram apresentadas a todo o grupo, para a posterior sistematização das principais idéias envolvidas.

Em seguida, os professores expuseram a análise do livro didático, a fim de elaborarmos um texto coletivo sobre o mesmo.

Como último ponto de pauta, organizamos um texto coletivo sobre o livro didático utilizado pela escola. A análise foi feita pelo grupo, e o nosso papel foi mediar esse trabalho questionando sobre alguns dados. Por exemplo, a porcentagem de páginas dedicadas ao estudo dos números racionais, em sua representação fracionária; como o livro introduz o tema; que significados são explorados no livro e em que proporção, entre outras. Procuramos apenas orientar o grupo quanto à redação dos termos, sem, entretanto, interferir na análise apresentada. Nossa ação mais incisiva foi apresentar ao grupo a avaliação desse livro feita pelo MEC,⁷⁹ mais com a intenção de acrescentar dados do que de interferir na análise.

A coleção escolhida pela escola é denominada Nosso Mundo, do autor Oscar Guelli, publicada pela Editora Ática. Em seu volume 3, são dedicadas 27 páginas (aproximadamente 10% do total), à discussão do tema. O estudo de frações é iniciado pela identificação dos termos, como *numerador* e *denominador*, com maior destaque para situações que envolvem o significado parte-todo, relacionando grandezas contínuas. Apresenta-se a divisão de figuras geométricas em partes iguais (chocolates, pizzas), e em alguns casos, grandezas discretas (flores colocadas em retângulos). Poucas situações tratam de grandezas discretas. O autor inicia a discussão sobre a importância de comparar grandezas de mesma espécie, em apenas uma questão, deixando para o professor a tarefa de complementar essa discussão tão importante.

Nesse volume são intercalados vários exemplos em que as frações assumem o significado de *operador multiplicativo*, sem que seja feita uma distinção explícita dos significados envolvidos. Faz-se uma pequena introdução ao invariante *equivalência* e não são propostos problemas que envolvem frações com o significado de *quociente*, ou *medida*.

⁷⁹ No PNLD/97 foram avaliados 466 livros didáticos de 1.^a a 4.^a séries das áreas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Estudos Sociais, assim classificados: 63 recomendados, 42 recomendados com ressalvas, 281 não recomendados, 80 excluídos. A partir do resultado da avaliação, foi elaborado o primeiro *Guia de Livros Didáticos*, que apresentava não só os princípios e critérios que nortearam a avaliação, como também as resenhas das obras recomendadas para escolha do professor.

Assim, percebemos que o volume 3 do livro escolhido pela escola dá maior destaque ao significado de fração *parte-todo*.

Quanto ao volume 4, aproximadamente 15% do total são dedicados ao estudo das frações, introduzindo esse conteúdo pela apresentação dos termos da fração, destacando também a leitura e escrita no significado *parte-todo*, com grandezas contínuas. Ou seja, as situações apresentadas podem ser resolvidas por dupla contagem. Inicialmente, a abordagem é feita a partir de grandezas contínuas, com a proposta de divisão de figuras geométricas em partes iguais. Em seguida, as situações envolvem grandezas discretas, com o significado de operador multiplicativo e, finalmente, grandezas contínuas, para justificar a *equivalência* de frações. Quanto ao invariante *equivalência*, é utilizado nesse volume também nas operações de adição e subtração, incluindo frações impróprias. Salientamos que a avaliação apresentada pela comissão que aprovou esse livro pelo MEC inclui críticas em relação à abordagem contida nessa obra, como segue: “ao lado disso, tem sido questionada a adequação da abordagem, nessa fase escolar, das operações fundamentais com números racionais (fracionários e decimais) em toda a sua extensão, como é feito no volume da 4.^a série”⁸⁰ (MEC, PNLD, 2004, p. 13).

Observamos que nesse volume também o autor apresenta um número reduzido de situações que envolvem grandezas discretas. O autor retoma a discussão sobre a importância de comparar grandezas de mesma espécie, devendo o professor complementar essa discussão.

Nesse volume também observamos situações intercaladas envolvendo o significado *parte-todo* com variável discreta e o significado *operador multiplicativo*, sem uma distinção explícita. Nota-se um aumento significativo no número de problemas e atividades sobre comparação de frações, para o estudo do invariante *equivalência*. Entretanto, notamos que não apresenta qualquer situação envolvendo os significados *quociente* e *medida*.

Finalmente, verificamos que nesse volume a abordagem dada às frações destaca mais o significado *parte-todo* envolvendo tanto grandezas contínuas como discretas. Há

⁸⁰ Durante o processo de escrita analisamos a avaliação do MEC. Esse documento foi fornecido por nós por considerarmos que seria um dado importante a ser analisado pelo grupo.

maior ênfase para a resolução de situações-problema do que no volume 3, embora em sua maioria, os números racionais tenham o significado de *operador multiplicativo*. Nesse volume é maior o enfoque dado ao invariante *equivalência* e às operações de adição e subtração, notando-se uma preocupação maior com a justificativa dos procedimentos. Entretanto, nos dois volumes não encontramos situações que envolvam os significados *quociente e medida*.

10.^a sessão

Nesta sessão de intervenção, tínhamos o objetivo de fornecer aos professores um espaço maior de tempo para que planejassem, por série, uma seqüência de trabalho sobre frações. Essa etapa não teve nossa intervenção. Ao final, o grupo de professores de cada série apresentou sua proposta, permitindo assim que todos os participantes tivessem uma idéia da extensão do trabalho sobre frações, nessa escola, durante o ano de 2005. Apresentaremos, a seguir, uma síntese do que foi discutido:

Nas terceiras séries: Analisaram o livro didático da escola e observaram que ele já apresentava alguns dos significados que analisamos durante o ano. Decidiram, então, explorar as situações lá apresentadas.

Enfoque: significados *parte-todo* e *quociente*.

Estratégias: utilizando livro didático e complementando com outros materiais, como Tangram, mosaico, o livro *Pirulito do pato e situações quociente*. Vale a pena salientar que o grupo de professores da 3.^a série chamou de situações quociente às situação que envolvem números racionais, com o significado quociente.

Nas quartas séries: Também analisaram o livro didático, mas optaram por iniciar o trabalho com a literatura e materiais manipuláveis para depois utilizar algumas situações do livro. Esse grupo também considerou que o livro desenvolve bem o tema, faltando somente a exploração de situações que envolvam o significado *quociente*.

Enfoques: significado *parte-todo* e *quociente*.

Estratégias: introduzir o conceito de fração utilizando literatura infantil, Tangram, dobraduras, divisão de folhas e objetos, mosaico, livro *Pirulito do pato*.

Após o exposto, concordamos com Nunes e Bryant (1997) a respeito de haver por trás do ensino da representação fracionária dos números racionais uma diversidade e complexidade de idéias envolvidas. Nossa intervenção, certamente, não abordou toda essa diversidade, uma vez que escolhemos realizar um trabalho que fosse fruto das necessidades imediatas do grupo. Com base nessa vivência, o grupo de professores elaborou uma seqüência de trabalho que, no próximo capítulo, será analisada nessa mesma perspectiva, considerando as entrevistas realizadas com os professores e a análise de um caderno de alunos em companhia de um dos professores.

Concordamos também com Saraiva e Ponte (2003) quando afirmam que:

O desenvolvimento profissional envolve sempre alguma aprendizagem e, por conseqüência, alguma mudança. Segundo Christiansen e Walther (1986), a aprendizagem do professor sobre o ensino ocorre quando ele adquire a capacidade de ver, ouvir e fazer coisas que não fazia antes. A mudança do professor, no entanto, só ocorre se ele estiver disposto a mudar (Fullan, 1993; Hargreaves, 1998; Thompson, 1992). Ninguém muda ninguém, ou seja, a mudança vem, em grande parte, de dentro de cada um. Para que ela ocorra, tem de ser desejada pelo próprio. Por outro lado, é necessário que o professor esteja disposto a correr os riscos inerentes às inovações educacionais e a enfrentar a insegurança das novas abordagens (Saraiva e Ponte, 2003, p. 29).

A nosso ver, ocorreram algumas aprendizagens durante nossa intervenção. Não sabemos ainda se as mudanças na prática pedagógica ocorrerão; entretanto, observamos, durante os diálogos aqui relatados, alguma mudança de pensamento relacionada a questões de ensino e aprendizagem de Matemática. Sabemos que tal mudança pode estar relacionada ao desenvolvimento profissional docente. Pretendemos no próximo capítulo analisar o que os professores falam sobre seu trabalho com o tema depois de nossa intervenção.

CAPÍTULO 7

UMA ANÁLISE DAS FALAS DOS PROFESSORES

Neste capítulo, fazemos considerações referentes à intervenção dos professores em suas salas de aula, apresentando a análise dos dados obtidos por meio de entrevistas realizadas em dois momentos:

- no primeiro momento, com 11 professores-sujeitos de nossa pesquisa, a diretora e a professor coordenadora da Escola, logo após a formação continuada sobre a representação fracionária dos números racionais;
- num segundo momento, com os dois professores que ainda permaneciam na escola um ano após a realização da intervenção.

7.1 AS ENTREVISTAS REALIZADAS IMEDIATAMENTE APÓS O PROCESSO DE FORMAÇÃO

Escolhemos realizar entrevistas semi-estruturadas, pois acreditamos, assim como Bogdan e Biklen (1994), que depois de encorajar o professor-sujeito a falar sobre o assunto, poderíamos explorá-lo de forma mais aprofundada, “retomando os tópicos e os temas que o respondente iniciou” (p. 135).

Utilizamos como base para a entrevista realizada imediatamente após nossa intervenção os estudos de Schön (1987), que influenciou a difusão da idéia de reflexão, defendendo que o saber profissional se traduz num conjunto de competências marcadas pela prática da reflexão em diferentes níveis: conhecimento na ação; reflexão na ação; reflexão sobre a ação.

Pretendemos, portanto, estimular os professores a fazer a “reflexão sobre a ação”, ou seja, consideramos, assim como Alarcão (2000), que esse pode ser o momento em que

se analisa a ação e a reflexão sobre a ação. Ou seja, é este movimento que poderá ajudar o professor a analisar, compreender e redirecionar o trabalho.

Essas entrevistas tinham como objetivo identificar saberes construídos, dilemas vividos e indícios de mudanças de crenças e concepções⁸¹ dos professores envolvidas no processo. Para tanto, nossas análises foram fundamentadas nas categorias de conhecimentos apresentadas por Shulman (1986) e nos estudos de Tardif (2002) a respeito das fontes desses saberes.

Segundo Shulman (1986, p. 9-10), o trabalho do professor deve ser desenvolvido com base em conhecimentos que classifica como:

- conhecimento da matéria ensinada (*subject knowledge matter*);
- conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge*);
- conhecimento curricular (*curricular knowledge*).

Como fonte dos conhecimentos, consideramos:

- saberes pessoais dos professores;
- saberes provenientes da formação escolar anterior;
- saberes provenientes da formação profissional para o magistério;
- saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho;
- saberes provenientes de sua própria experiência na profissão.

Procuramos analisar o percurso individual dos professores, incluindo sua formação inicial e continuada relacionada à representação fracionária dos números racionais, os saberes construídos durante todo o processo de formação e a prática pedagógica para o desenvolvimento desse assunto antes e depois da intervenção. Avaliamos também o envolvimento da equipe nas reuniões de HTPC e nos encontros informais dos professores,

⁸¹ Estes termos têm sido objeto de estudo de vários autores no âmbito da Educação Matemática. O termo “crenças” foi descrito no capítulo anterior como tendo tem o mesmo sentido Ponte (1992, p. 192). O termo “concepções” empregado em nosso estudo tem o mesmo sentido atribuído por Thompson (1992), ou seja, “uma estrutura mental mais genérica que abrange as crenças, os significados, os conceitos, as proposições, as regras, as imagens mentais, as preferências e o gosto” dos professores (p. 130).

intercalando em nossa análise depoimentos da diretora e da professor coordenadora da Escola.

7.1.1 A reflexão feita pelos professores sobre os saberes relacionados ao tema antes da intervenção

É importante salientar que consideramos, assim como Blanco e Contreras (2002), que a experiência escolar dos futuros professores gera concepções e crenças destes em relação à Matemática, seu ensino e aprendizagem. Afirmam ainda que tais experiências podem gerar atitudes positivas ou negativas diante da atividade matemática, que são expressas por meio de atos e opiniões.

Em vista disso, julgamos importante analisar a experiência escolar e, posteriormente, a prática pedagógica desses professores em relação ao conhecimento necessário para a construção do conceito de número racional, em sua representação fracionária, focalizando dois momentos:

- I. durante sua escolaridade formal, ou seja, antes da docência; e
- II. durante as aulas ministradas antes de participarem da pesquisa.

Nosso objetivo era analisar os três conhecimentos descritos por Shulman (1986), ou seja, o conhecimento da matéria ensinada, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular, a fim de detectar as fontes desses conhecimentos anteriormente citados, assim como a mudança ocorrida após nossa intervenção.

Quanto às fontes dos conhecimentos, analisamos:

- no item I, uma diversidade de saberes dos professores, sejam eles os pessoais, os provenientes da formação escolar anterior e os da formação profissional para o magistério.

- no item II, os provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho e de sua própria experiência na profissão.

Apresentamos, a seguir, a análise de alguns dos comentários dos professores após o processo de formação e da intervenção que realizaram em sala de aula, obtidas durante a entrevista semi-estruturada.

Como já foi dito, entrevistamos 11 professores que, em sua maioria, atribuíram as dificuldades encontradas à ausência de trabalho relativo aos significados da representação fracionária de números racionais em sua formação inicial. De todos os professores entrevistados, um único afirmou dominar o tema e ter “aprendido” no magistério:

Antigamente eu achava que era uma coisa muito difícil; depois, no magistério, nós começamos a aprender com a folha de sulfite cortada ao meio, mostrava para a criança e era assim que eu aplicava com as crianças. Na maioria das vezes eu trabalhava com as terceiras séries. Então eu já pegava o disco, dividia, ia mostrando para eles. A gente fazia até pizza na escola. Então, eu aprendi no magistério fração (professor 3F).

As demais não tiveram as mesmas lembranças, nem a respeito do curso de magistério:

Antes deste ano nunca fiz parte de nenhum curso que tivesse fração. Vi fração muito superficialmente no magistério e durante todo esse tempo nunca vi nada específico de fração. Sempre esse tema foi pouco abordado (professor 3A).

O mais tradicional – o mesmo que aprendemos na nossa formação no magistério... (professor 4C).

Ou, como a professor B, por exemplo, que afirma ter pouca lembrança sobre o assunto:

Eu vi fração quando eu estudei de primeira a quarta série, de quinta a oitava e não lembro de ter visto fração no colegial. Eu fiz dois anos depois magistério. No magistério não lembro absolutamente (professor 3B).

Ainda quanto à formação dos professores sobre esse conteúdo, no magistério, algumas observaram que aprenderam apenas: “... a forma de trabalhar as quatro operações e

de forma tradicional” (professor 4E). Ou, então, demonstraram não guardar lembranças positivas:

O que eu lembro é que para mim era muito complexo entender fração, era uma coisa que você tinha que fazer por fazer – não era explicado o porquê.... Eu cheguei a não gostar de Matemática por causa disso – também de fração e outras coisas... Aí eu meio que travava – até hoje eu sou assim, meio travada em Matemática (professor 4D).

A professora (4D) admite problemas em sua formação: “*fui muito mal preparada*”. Mesmo considerando a deficiência na formação, esta professora afirma que seus formadores “não têm culpa, afinal... eles não tinham orientação... então, eu não culpo eles (sic) porque também eles não podiam fazer uma coisa que também não sabiam”.

Analisando estes depoimentos, observamos que os cursos de formação inicial não têm explorado, suficientemente, temas relacionados aos significados dos números racionais, em sua representação fracionária. Dos 11 professores entrevistados, 10 avaliam que não tiveram uma boa formação sobre o tema, pois ou não tinham lembrança do estudo desse conteúdo, ou sua abordagem não foi considerada suficiente para que houvesse compreensão das questões relacionadas ao seu ensino e aprendizagem. Estes resultados confirmam estudos como os de Curi (2005), cujos registros indicam que a maioria dos professores entrevistados, em sua formação inicial para exercer o magistério, não tiveram os conteúdos matemáticos trabalhados com profundidade (p. 107).

A esse respeito, concordamos com o estudo de Damico (2007), que, apoiado em pesquisas como as de Brown, Collins e Duguid (1989), enfatiza a importância de garantir aos futuros professores vivências de experiências didáticas similares às que terão de conduzir no exercício da profissão. O autor afirma que

É fundamental que os futuros professores estudem em um ambiente de aprendizagem que cultive a construção significativa dos conceitos matemáticos. Professores com esse tipo de preparação estariam mais seguros para propor tarefas ou atividades para seus alunos, baseados nesses procedimentos metodológicos, uma vez que vivenciaram esta experiência (p. 261).

Assim sendo, ao analisar os depoimentos dos sujeitos de nossa pesquisa e os resultados de estudos relacionados ao tema, constatamos que os cursos de formação inicial, em geral, não atendem às expectativas no sentido de contribuir para que o professor produza conhecimentos sobre sua prática e de garantir a vivência de experiências metodológicas e espaços de reflexão sobre essa prática.

Em relação à prática desenvolvida nos anos anteriores à nossa intervenção, todos os professores afirmaram que desenvolviam o conteúdo da mesma forma que haviam aprendido. De todos, somente o professor 3F demonstrou estar satisfeito com o trabalho anterior, que, segundo seu relato, era feito com dobraduras em folhas de papel, como havia aprendido no curso de Magistério.

Os demais professores revelaram uma prática em que o principal aliado era o livro didático:

Era como livro didático, coloca na lousa, mostra lá e você tem que fazer aquilo (professor 3A).

Do jeito que eu tinha aprendido. Com livro didático passava na lousa fazia o desenho, mas da mesma maneira que aprendi eu passava para as crianças... (professor 3C).

(...) como eu já disse: a gente sempre tendia mais para uma fração mecânica, usando mais o livro didático (professor 4B).

A esse respeito, os estudos de Blanco e Contreras (2002) constataam maior dependência do professor em relação ao livro didático quando este tem pouco conhecimento dos conteúdos que deve ensinar. É possível que essa dependência esteja ligada ao fato de, algumas vezes, o livro didático se tornar o único recurso de apoio disponível ao professor, passando, assim, a exercer influência muito grande sobre sua prática pedagógica. Todavia, consideramos que os professores não estão totalmente satisfeitos com essa única ferramenta disponível, discutindo, inclusive, sua profundidade:

Eu dava apenas pequenas noções para as crianças, mas tudo mais ou menos, como eu aprendi: em cima de livro didático, eu dava uma pincelada. Nada muito aprofundado (professor 3A).

Essa falta de compromisso com o tema aparece em forma de denúncia, observada no depoimento da professor 4G:

Eu sempre deixei assim pra depois, entendeu? Ficava bem para o finalzinho do ano e, para ser bem sincera, para não dar tempo mesmo de trabalhar porque eu não sabia como. Então, eu dava aquele básico para o aluno que é aquilo que a gente tem nos livros didáticos, né? Só para o aluno ter uma visão (professor 4G).

É importante salientar aqui que a professor 4G não está lecionando nesta série pela primeira vez. E, em seu relato, se revela uma atitude inadequada, na qual os alunos acabam sendo envolvidos:

Como, geralmente, eu tenho terceiras e quartas séries, é assim: quando você pega a quarta série você fala assim: como o aluno vai para a quinta série, e lá na quinta série tem um professor específico dessa área que vai trabalhar melhor do que eu. Tudo isso, por medo de falar besteira e ensinar errado, entendeu? (professor 4G).

A professor 4F parece compartilhar dessas idéias:

... Então, antes, antes mesmo a gente nunca trabalhava fração, pois era sempre jogada para o final e nunca dava tempo, aí o máximo que a gente fazia era representar a fração nos desenhos mais simples (professor 4F)

Este fato também foi registrado por Blanco e Contreras (2002), concluindo que quando professores têm pouco conhecimento dos conteúdos evitam ensinar temas que não

dominam, mostram insegurança perante circunstâncias não previstas e se apóiam na memorização, tanto quando ensinam como quando avaliam.

Esse fato parece ser confirmado no depoimento da diretora da escola:⁸²

Olha, até o ano passado percebíamos que as frações eram mais trabalhadas na lousa; não havia essa movimentação que houve este ano. Alguns materiais que foram utilizados não saíam quase da sala em que eram guardados (diretora).

O depoimento do professor 4F é a confirmação de pesquisas anteriores (Silva, 1997; Santos, 2005; Canova, 2006; Damico, 2007), que, entre outras, concluem que o significado *parte-todo* é o mais trabalhado nas escolas. Em nosso estudo, observamos esse mesmo resultado nas entrevistas analisadas. De fato, o significado *parte-todo* aparece muito nos comentários dos professores quando relatam como foi seu trabalho. Isso é confirmado quando falam dos “desenhos” para representar a fração ou então: “Aquelas eternas barras de chocolate era o todo que vai repartir” (professor 3B).

Esses profissionais aproveitaram o momento da entrevista para fazer uma reflexão crítica sobre o que vinha sendo trabalhado:

Eu trabalhava da forma que foi trabalhado comigo... Trabalhava assim de uma forma que não era legal. Os alunos não gostavam e eu também não. Quando você trabalhou com uma coisa que não gosta para passar para o aluno ele também não gosta, pois ele sente que você não está gostando; aí, o ano passado não foi muito bom meu trabalho com fração (professor 3H).

Nossa pesquisa confirma estudos como os de Ball (1991), que já chamava a atenção para o fato de que os pressupostos e crenças do professor interagem o tempo todo com o conhecimento que este tem acerca da Matemática, influenciando todo o processo de ensino e aprendizagem. Outros estudos como os de Collins e Duguid (1989), Damico (2007) e Tardif (2002), também consideram que o conhecimento é influenciado sobremaneira pelas experiências vividas pelos professores quando alunos. Esse fato pode ser observado nas entrevistas realizadas em nossa pesquisa, mostrando que o processo de construção do conceito de número racional pelos professores na educação básica exerce forte influência em sua prática profissional.

⁸² A professora coordenadora havia ingressado na escola naquele ano e, portanto, não poderia fazer essa avaliação.

A análise das entrevistas forneceu indícios de que, na amostra investigada, havia grande descontentamento por parte dos professores em relação à aprendizagem do tema frações, em sua formação inicial. Esse fato é comprovado pelos resultados das situações que elaboramos como diagnóstico inicial.

Observamos que esses professores apresentaram lacunas na aprendizagem da representação fracionária dos números racionais, na maioria das situações-problemas propostas no diagnóstico inicial. Apresentaram índices de acertos que variaram entre 14,7 e 76,5%, ou seja, acertaram, em média, apenas, 50,4% de todas as situações apresentadas, o que pode ser considerado um índice muito baixo se levarmos em conta que essas questões apresentavam um grau de dificuldade pequeno.

A primeira conclusão a que chegamos é que os saberes desenvolvidos durante a formação inicial dos professores investigados foram insuficientes para que estes se sentissem em condições de garantir a aprendizagem de seus alunos. Parece-nos que muitos buscaram no livro didático o apoio para desenvolver seu trabalho. Entretanto, observamos que aqui ele nos pareceu insuficiente.

Por meio da análise das entrevistas, notamos também que, após nossa intervenção, os professores avaliaram mais criticamente seu trabalho anterior sobre números racionais. Isso pode ser observado comparando-se os resultados do teste diagnóstico com a avaliação feita pelos professores após o processo de formação. Como já relatamos no Capítulo 4, no diagnóstico, nenhum professor apontou seu trabalho como insatisfatório – que seria nota 1 –, já nas entrevistas observamos uma crítica muito maior ao desempenho anterior.

É possível que o fato de haver oportunidade para aprofundar seus saberes sobre o tema e para refletir sobre sua prática tenha gerado maior segurança no grupo de profissionais, causando, assim, uma mudança na forma de avaliar seu desempenho e os resultados de seu trabalho. Isso foi também observado por Serrazina (1999), que conclui em sua pesquisa que:

a idéia que mudanças nas práticas parecem ocorrer quando os professores ganham autoconfiança e são capazes de reflectir nas suas práticas. Isto pressupõe um elevado grau de consciencialização (sic) que os ajude a

reconhecer as suas falhas e fraquezas e a assumir um forte desejo de ultrapassá-las (p. 168).

7.1.2 O professor fala sobre algumas experiências vivenciadas durante nossa intervenção

Elaboramos uma outra questão cujo objetivo seria detectar experiências vivenciadas pelos docentes consideradas significativas do ponto de vista da atualização do conteúdo, do aprimoramento da prática ou da fundamentação relacionada aos cinco significados da representação fracionária dos números racionais.

A elaboração desta questão tomou como base o modelo elaborado por Shulman (1992),⁸³ considerando três dimensões do conhecimento docente: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico e conhecimento do conteúdo de ensino. Este último é subdividido em três categorias, com a finalidade de integrar os conhecimentos que são específicos dos professores: conhecimento dos conteúdos da disciplina que ensina, conhecimento didático desses conteúdos e conhecimento curricular da disciplina (seleção e organização de conteúdos, objetivos e finalidades).

Assim, acreditávamos que, ao propor que o professor indicasse pontos significativos, sob os pontos de vista da atualização de conteúdo (**item a**), do aprimoramento da prática (**item b**) ou da fundamentação teórica (**item c**) conseguiríamos avaliar a percepção dos professores sobre os conhecimentos do conteúdo de ensino adquiridos durante o período de nossa intervenção.

Em relação à questão que trata da experiência significativa do ponto de vista da atualização de conteúdo (**item a**), acreditávamos que os professores indicariam aspectos relacionados ao que Shulman (1992) identifica como conhecimento, ou seja, os

⁸³ Shulman (1992) procurou superar a dicotomia que havia entre o conhecimento específico do conteúdo e o conhecimento pedagógico, propondo o conhecimento do conteúdo de ensino, que serviria como elo de ligação entre os outros dois.

conhecimentos gerais sobre a representação fracionária dos números racionais, tais como, noções, conceitos, definições, procedimentos relacionados ao tema, que foram discutidos durante o processo de formação. Numa primeira análise, observamos que a maioria dos professores (10) considerou a questão metodológica como a principal experiência relacionada ao conteúdo, citando principalmente o livro de literatura infantil utilizado em uma das sessões, além de alguns materiais manipuláveis. A seguir, apresentamos considerações de alguns professores:

Quanto ao conteúdo ele continuou sendo o mesmo, só que a forma de trabalhar é que mudou, porque a gente viu de uma outra forma a fração. A gente começou a trabalhar de uma forma lúdica, mais criativa, começou a ver o conteúdo com outros olhos: estar trabalhando de uma forma diferente (professor 3A).

Eu gostei daquela parte da parte-todo: de entregar na mão das crianças e através da história da literatura eles reconstruírem. Fizeram a dramatização. Eu aproveitei para trabalhar com os discos de fração, até então eu nunca tinha trabalhado e peguei os alunos: cada um representava um personagem do livro de literatura. Cada um era um patinho. Eles foram pegando os discos de fração e dividindo com o outro e até riam porque aquele que não queria dividir com o outro. Trabalhei com papel, trabalhamos com Material Dourado. Eles gostaram muito e deu para perceber que eles entenderam o que era fração, o que era parte-todo e quando a gente começou a trabalhar o livro didático ficou mais fácil (professor 3C).

Eu, desde o primeiro momento, tudo o que vimos. Agora não sei enumerar todas, mas tudo para mim foi novo, tudo inovador porque achei tudo muito novo. Foi muito bom, gostei muito: essa do livrinho paradidático é que eu nunca tinha visto. Também, nada que pudesse, porque mesmo que você não conheça, mas sabe que existe vai atrás... gostei, gostei do livro, gostei da parte-todo, de dar para eles fazerem, manusearem, repartirem, é uma coisa... tudo foi muito importante (professor 3B).

Eu acho que muda o enfoque de fração. Fração é vista como uma coisa chata, mecânica e foi colocando mais prática, mais mão na massa, fica mais claro para ela [referindo-se à criança] (professor 4B).

Os comentários dos professores nos levam a observar que a preocupação do professor está centrada na práxis, ou seja, a possibilidade imprimir um tratamento metodológico diferenciado ao desenvolver seu trabalho parece ter sido considerada a experiência mais significativa para os docentes.

Quanto aos conhecimentos gerais sobre a representação fracionária dos números racionais, observamos que alguns docentes citaram um tópico específico: os professores

4D e 4G se referiram à construção do conceito de números racionais em sua representação fracionária e os professores 3B, 3C e 4E se referiram ao significado *parte-todo*. O professor 4F foi o único a fazer referência aos diferentes significados das frações, dizendo “fração nos décimos, porcentagem, fração parte-todo, fração quociente. Foi ter aprendido isso, essa relação”.

Para identificar outras impressões dos professores relacionadas ao conteúdo, analisamos o **item c**, que se refere à fundamentação teórica do objeto matemático. A questão dos significados voltou a ser lembrada por três professores:

Muito importante porque mesmo nós, com tantos anos de magistério, não tínhamos essa noção de parte-todo: era uma coisa de ver no livro e passar. Agora não, deu para a gente ter um embasamento maior para passar para as crianças (professor 3C).

Foi importante porque quando você falava parte-todo, primeiro a gente ficava assim no começo. Depois, a gente começou a pegar. Parte-todo, isso ficou marcante para mim, parte-todo, eu nunca tinha aprendido parte-todo. Até quando a gente estava junt0 terceiras e quartas séries as meninas falavam alguma coisa e a gente respondia, mas não é, aí começou... a gente puxava pela memória, e começou a ficar mais claro, isso me marcou (professor 3F).

Ah! Ficou bem mais claro. Esse ano você trabalhou com a gente que há divisões né? Parte-todo... coisas que antigamente a gente não parava pra pensar nisso... via a fração global. Hoje a gente sabe que tem quociente, parte-todo... têm várias maneiras da gente ver fração (professor 4B).

Analisar essa questão permitiu-nos, ainda, observar até que ponto a fala do professor está impregnada da prática, porque mesmo quando questionado sobre as vivências relacionadas à fundamentação teórica, essa relação foi explicitada:

Prática e teoria têm que caminhar juntas para o professor fazer uma reflexão e aprender mais para ajudar na construção do conhecimento do aluno (professor 4E).

Da teoria é essa questão mesmo. Ela está ligada à prática porque quando você entende o que você está trabalhando você passa com tranquilidade. O que faltou para nós, professores do passado, né? Da nossa formação foi justamente isso a ligação entre a teoria e prática (professor 4F).

Avaliando as respostas dadas a essa questão, percebemos quanto é difícil, para o professor, reconhecer a distinção entre conhecimentos dos conteúdos matemáticos e conhecimentos didáticos (ou pedagógicos) dos conteúdos.

Quanto ao **item b** dessa questão, que procurava investigar as experiências consideradas mais significativas do ponto de vista do aprimoramento da prática, foram mencionadas as experiências em que aliamos os significados da representação fracionária à questão metodológica. Em todos os depoimentos encontramos termos como lúdico, criativo, interação, concreto e até brincadeira.

Eu achei que foi muito importante porque agora eu tenho outra visão e se eu ficar com essa série ou outra eu saberei de onde partir e como começar: do concreto, eles manuseando para depois ir para o livro didático e quando chegar no livro eles já entenderam (professor 3C).

Ah, mudou bastante, mudou bastante, é como eu já disse: a gente sempre tendia mais para uma fração mecânica usando mais o livro didático. Hoje, não que a gente tenha deixado isso de lado, a gente usa, mas a gente tenta introduzir primeiro de uma maneira mais lúdica, mais prática, pé no chão (professor 4B).

Assim como o professor 3C, todos mencionaram a experiência com uma nova metodologia como um avanço. O livro paradidático foi indicado pela maioria dos professores como recurso eficiente, além de papel, Material Dourado, jogos e mosaico. Em geral, foi julgado mais significativo o uso de material manipulável:

Deu para perceber durante o curso é que se você tem que trabalhar através de brincadeiras, a criança consegue estar vivenciando, interagindo, estar trazendo para o seu dia-a-dia. Ela consegue aprender muito melhor. Então, a aprendizagem dele se torna mais significativa do que você ficar só com lousa, giz (professor 3A).

Analisando nossas discussões sobre contexto e comparando-as com as respostas dadas a essa questão, notamos indícios de um pressuposto de que para que haja uma situação contextualizada é necessário que o professor conheça diferentes encaminhamentos metodológicos, em especial a manipulação de materiais.

Observamos também que alguns dos professores participantes fizeram uma reflexão mais profunda a respeito não só dos avanços do ponto de vista metodológico mas também da necessidade de retomar conceitos, a fim de experimentar maior segurança durante as aulas:

Também é a mesma questão: poder passar com mais segurança porque tudo o que a gente não sabe, a gente tem medo de passar e aí acaba deixando de lado. Eu acho esse ano acabei passando com mais segurança embora sempre tenha trabalhado pouca coisa por causa do tempo, mas aquilo que eu consegui trabalhar, eu trabalhei com mais segurança (professor 4F).

Outros depoimentos mostram que ainda restaram dúvidas:

Sinto que precisamos nos aperfeiçoar revendo alguns significados, ou seja, reconstruir nossos conhecimentos, para termos maior segurança; começar do concreto, eles manuseando para depois ir para o livro didático, e quando chegar no livro eles já entenderam (professor 3C).

Parece também que alguns desses professores sentiram-se mais seguros, inclusive para desenvolver alguma pesquisa. É o caso da professor 3B, que, quando questionada sobre a experiência mais significativa do ponto de vista do aprimoramento da prática, afirmou:

Tudo, agora eu quero praticar mesmo. Colocar isso em prática o que eu fiz e agora que eu vi que a gente é capaz de buscar e ver o que pode ser visto. Agora eu vou atrás, eu quero inclusive... buscar em livros... (professor 4B).

7.1.3 O professor relata o seu trabalho em sala de aula

Na entrevista, elaboramos uma questão com o objetivo de ouvir a descrição que os professores fariam de sua prática após a intervenção. Acreditamos ser possível detectar as “teorias defendidas”, termo que Schön (1983) utiliza quando se refere ao discurso dos sujeitos pesquisados. Pretendíamos ainda observar nesses discursos o que esse autor chama de reflexão sobre a ação (*reflection-on-action*), ou seja, a reconstrução mental da ação para tentar analisá-la retrospectivamente.

Observamos, em todas as respostas, uma descrição de experiências consideradas positivas pelos professores. Um exemplo é o relato feito pela professor 3A:

Foi muito gratificante e prazeroso porque, como já falei, as crianças puderam estar interagindo mais, vendo coisas que aconteciam no dia-a-dia. Que elas já utilizavam fração e não sabiam que estavam lidando com fração quando estavam lidando com pizza. Então, eles puderam estar trazendo para o cotidiano, a compreensão deles foi muito mais fácil. Quando eles construíram o livrinho didático deles, eles reconstruíram. A gente trabalhou o livro: “O Pirulito do Pato”, quando fizeram a parte do teatrinho e representaram tudo o que foi visto no livro. Depois eles desenharam então, eles participaram de uma forma muito gostosa. As crianças gostaram muito, participaram, entenderam, o que é mais importante. Eles trabalharam com os discos de fração. Eles montaram e tiveram bastante noção do que é $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ e que tudo aquilo lá fazia parte de um todo. Eu acho que a compreensão deles foi muito melhor e através de tudo isso os resultados foram mais significativos do que antigamente, porque você trabalhava de uma forma que você dava o conteúdo, cobrava ali através de atividades repetitivas e a criança nem sempre entendia, Assimilava o que você estava dando. Ele estava fazendo mecanicamente. Agora não, eles entenderam realmente. Então eu achei que isso foi uma parte bem, vamos dizer, importante do trabalho porque a criança estava entendendo.

Analisando tanto o relato do professor 3A como o depoimento dos demais professores, observamos que a avaliação positiva esteve muito ligada ao conhecimento didático do conteúdo:

Nós começamos com “O Pirulito do Pato”, que foi uma maravilha, uma coisa nova; eles adoraram. Nós começamos com o livro: lemos, fizemos a dramatização (o teatrinho). Eles adoraram. A partir dali eles já começaram a entender fração.

Fizemos na sala com os papéis, depois que já haviam entendido o que é a representação em partes iguais (para não ter aquela briga de um pato com outro)... fizemos com os papéis, fizemos e daí para parte teórica foi muito mais fácil. As perguntas que surgiram, o entendimento deles, foi tão bom que eu nunca havia trabalhado assim: de surgir perguntas, sabe? De haver interesse. Por que $\frac{2}{8}$ pode ser $\frac{4}{16}$? (professor 3B).

Então, primeiro a leitura do livro de literatura. Trabalhamos com dramatização: os alunos foram participando e foram revezando, pois todos queriam participar, todos queriam ir lá na frente, queriam ser um patinho, todos participaram. Então, quando chegou o final, todos já haviam entendido porque todos participaram da dramatização. Trabalhamos também com o papel parte-todo: eles cortaram, fizeram também o pirulito. Trabalhamos com os discos de fração e quando chegamos lá no livro deles tinha o desenho da torta, eles viram e ficou claro que era divisão. Se fosse direto para o livro, talvez não ficasse claro para eles que aquela fração estava dividida no canteiro (professor 3C).

O meu trabalho com fração eu acho que deu uma avançada. Avançou bem porque essa parte aí de fração, como eu falei, até a gente tem um pouco de dificuldade. Eu, por exemplo, estou há um tempo sem trabalhar, então caiu pra mim como uma luva porque aí eu tive oportunidade de me atualizar, e Matemática é uma matéria que tem que estar mudando o conceito, não é só continha, continha e eu acho que nós mudamos o conceito. Eu gostei... nossa adorei (professor 4C).

Ah! foi ótimo aquele trabalho lá com o livro de literatura infantil “O Pirulito do Pato”. Eu nunca tinha trabalhado com um livro assim. Não é o único paradidático, é?

O que eles gostaram de trabalhar com aquele livro, a história eles comentavam... Foram desenhando. Eu adorei o Tangram. No dia em que eu dei o Tangram e o livro deles [Didático – de Oscar Guelli] um aluno meu, que não é muito bom em Português, disse que também tem atividade com Tangram. Coloquei na mesa e entreguei para ele, então esse aluno falou para outro: é por isso que eu gosto de Matemática, que legal! Aí eu olhei para ele e ele disse. Eu consegui fazer, professora. Num outro que não tem risco, ele disse, consegui fazer esse também.

(...) Mas eu gostei, muito de trabalhar com o livro “O Pirulito do Pato” com o Tangram. Foi muito bom mesmo. (professor 4D).

Analisando os relatos dos professores, observamos que pela seqüência organizada pelo grupo, na última sessão, foi proposta aos alunos situações-problema envolvendo os

significados parte-todo e quociente. Entretanto, durante a entrevista, observamos que os professores não enfatizaram as situações selecionadas, tendo havido uma preocupação maior no sentido de destacar a metodologia e os materiais utilizados. Somente quando questionamos sobre os significados trabalhados, esses significados foram mencionados.

Nós introduzimos a fração na quarta série com “O Pirulito do Pato”, que é literatura infantil, né? Fizemos todo um trabalho de leitura e também fizemos um trabalho de interpretação de texto. Usamos também mosaico, que também nos foi passado no curso, e eu fiz um trabalho com dobradura. Fizemos um painel e depois a gente inseriu o Livro Didático que é uma maneira mais teórica: primeiro a gente fez um trabalho de sensibilização com os alunos.

Entrevistadora: E quanto aos significados da fração, o que vocês trabalharam?

Parte-todo e quociente que a gente trabalhou mais! (professor 4B)

Bom, não consegui trabalhar muita coisa de frações porque acho que ficou muito para o final do ano. A sala é uma sala com dificuldades, os projetos que vêm da diretoria vão acumulando e a gente acaba tirando algumas coisas porque tem que cumprir aquilo que tem que entregar mas o que trabalhei: fração parte-todo, “O Pirulito do Pato” – o livrinho, a confecção do pirulito, o Tangram, algumas coisas com Tangram, algumas coisas com material Dourado. A professor de Artes trabalhou Mosaico para eles estarem percebendo essa questão como formar desenho com pedacinho como unidade: tirando mesmo a fração dali, mas, para eles terem essa noção de parte-todo, principalmente.(professor 4B)

Entrevistadora: Então o enfoque maior foi na parte-todo?

É, o enfoque maior foi parte-todo.

Entrevistadora: Quociente chegou a trabalhar?

Pouca coisa, e trabalhamos também a questão da comparação de frações. Qual a fração maior ou menor. Por que é maior? O que é o desenho com a fração – para eles estarem comparando. Para você comparar há necessidade deles terem desenho do mesmo tamanho, se não, não vão conseguir perceber a equivalência. Então, foi isso. Foi mais isso que trabalhamos (professor 4F).

Os depoimentos denunciam uma ênfase maior no trabalho com o significado *parte-todo*, porém notamos que nossa intervenção proporcionou aos docentes maior segurança para desenvolver o trabalho em sala de aula, refletindo na compreensão do aluno. Observamos ainda que esse processo permitiu algumas reflexões sobre a relação entre o ensino e a aprendizagem:

(...) Eu acho que a compreensão deles foi muito melhor e através de tudo isso os resultados foram mais significativos do que antigamente, porque você trabalhava de uma forma que você dava o conteúdo, cobrava ali através de atividades repetitivas e a criança nem sempre entendia, assimilava o que você estava dando. Ele estava fazendo mecanicamente. Agora não, eles entenderam realmente. Então eu achei que isso foi uma parte... bem, vamos dizer importante do trabalho porque a criança estava entendendo (professor 3A).

Analisando esta fala, observamos que essa reflexão pode ter relação com o conhecimento adquirido durante a intervenção, pois estudos como os de Blanco e Contreras (2002) afirmam que quando professores têm pouco conhecimento dos conteúdos se apóiam na memorização. Outros depoimentos mostram que esse processo permitiu reflexões sobre a relação entre o ensino e a aprendizagem, levando em conta o interesse e os questionamentos feitos pelos alunos:

(...) As perguntas que surgiram, o entendimento deles, foi tão bom que eu nunca havia trabalhado assim: de surgir perguntas, sabe? De haver interesse. Por que $2/8$ pode ser $4/16$? (...) É a equivalência. Eu nunca tinha dado, nesses anos todos, eu cheguei a trabalhar equivalência. Porque você vai, né? No livro didático: Fração porque é fração, numerador, denominador e fica naquilo, eles não têm noção, não dá tempo. E com o novo, com o inovador, com as perguntas e o interesse da sala... Eu até chamei uma colega para ver (professor 3B).

Um dos professores declarou que esse trabalho permitiu-lhe analisar “descobertas” relacionadas ao processo de aprendizagem dos alunos:

(...) Os alunos que ainda tinham dificuldades em estar entendendo o que era aquela hora do todo, a parte... Eles ficavam assim, sempre um perto do outro para estar trocando idéias mesmo aquela coisa que a gente tem que parar para pensar um pouco na prática da gente, né? Eu consegui rever muita coisa da minha prática porque às vezes a gente olha assim uma sala e imagina que todo mundo está aprendendo tudo ao mesmo tempo do jeitinho que você está ensinando. Aí, você percebe que para refletir que cada um tem uma cabecinha, um pensa de uma forma. Então, tinha hora das perguntas que eu fazia e cada grupo respondia de uma forma e chegavam ao mesmo resultado. Então, isso é importante estar refletindo: Matemática, é isso, existem várias formas de pensar e alcançar um resultado, e eu não tinha parado para pensar nisso até então. Eu acho até que eu achava que estava ensinando, né? Aí a gente acaba repensando essa prática e vendo que na verdade a gente tá aprendendo junto, está construindo o conceito com eles, né? (professor (4G).

O professor, durante a entrevista, relata a reflexão feita durante a ação, ou seja, depois de propor atividades problematizadoras, percebeu que os alunos utilizam estratégias

diferentes para resolver o problema. É importante salientar que essa é uma questão que discutimos muito durante nossa intervenção; entretanto, acreditamos que no caso deste professor, houve a real compreensão do processo de aprendizagem do aluno somente na observação durante a ação. Nesse sentido, observamos aqui o princípio descrito por Zeichner (1993), que considera que à medida que o professor reflete sobre a sua prática, vão ocorrendo análises, críticas, reestruturação e incorporação nova de conhecimentos que poderão respaldar o significado das ações posteriores.

Observamos que, em geral, os professores avaliaram positivamente os resultados, dizendo haver alcançado os objetivos. Dentre eles, alguns atribuíram à metodologia utilizada o fato de haver despertado um maior interesse no aluno, como no exemplo do professor 4B, que se expressou, dizendo:

Senti mais alegria nas crianças. Prazer em aprender. Fração não é uma coisa mecânica, que você só passa e eles executam (professor 4B).

Houve também professores que analisaram seus resultados comparando-os com aqueles obtidos na prova do SARESP (2005) e avaliou que havia atingido, parcialmente, seus objetivos:

Eu acho que alcancei uma boa parte. Eu fiquei feliz com meus alunos na aplicação do SARESP. Nós ficamos ansiosos... a gente sabia que matemática iria mexer, deu pra entender? (professor 4F)

Nestes depoimentos ainda percebemos indícios de que a partir das reflexões ocorridas durante o processo, poderão ocorrer ações posteriores, significando uma busca por conhecimento e troca de informações, conforme pode ser observado nos textos a seguir:

E com o novo, com o inovador, com as perguntas e o interesse da sala... Eu até chamei uma colega para ver.

– Rosana , vem ver o interesse.

Em seguida a Luisa chamou, por isso que eu disse que houve interação entre a gente porque a Luisa falou:

– Ana Júlia, eles estão perguntando coisas de fração – aí a gente vai repartir, vai mostrar, aí a gente fez a pizza na lousa (...)(professor 3B)

... Eles viram o livro “O Pirulito do Pato”. Eu já havia trabalhado essa folha. Aí, eles diziam: Nossa, é mesmo... acontece isso mesmo, dá isso mesmo. Eu saí para conversar com as meninas sobre o livro, pois eu estava ainda com algumas dúvidas. Aí saí de sala em sala perguntando para todo mundo o que já havia trabalhado. Nós trocamos bastante experiência com relação a isso... (professor 4D).

Nesse ano trabalhei com frações que estava no conteúdo de 4.ª série, e também é a primeira vez que trabalho nessa série. Com a ajuda dos colegas montamos uma seqüência didática e iniciei o trabalho com a utilização do livro “O pirulito do pato”, depois, algumas atividades do livro didático de Oscar Guelli (professor 4E).

A fim de investigar o espaço que os professores tiveram na escola para discutir questões relacionadas à nossa pesquisa, elaboramos duas questões específicas:

- *Vocês discutiram o tema Frações nas HTPC em que participaram somente os integrantes da escola? Se sim, conte como foi.*
- *E nos contatos informais com colegas, o que você considera que tenha contribuído mais para o seu trabalho com o tema em sala de aula?*

No próximo item analisaremos estas questões.

7.1.4 Sobre os momentos em que eram discutidas questões relacionadas ao trabalho que vinha sendo desenvolvido relacionado ao tema

Em geral, os resultados das entrevistas revelaram que os horários de HTPC foram utilizados pelo grupo de professores para discutir questões relacionadas ao nosso estudo. Apenas seis professores não participaram dessas discussões, nos HTPC:

Nos HTPC e nas conversas nossas de recreio (professor 3D).

Discutia informalmente nos HTPC e discutia também problemas dos alunos: você já deu isso? Essa troca de informações foi legal! (professor 3F).

Discutimos sim, foi logo após o seu trabalho conosco. Quais os trabalhos que a gente tinha pra fazer, agendar mesmo, o que a gente ia dar, em primeiro lugar; em segundo isso a gente discutiu. Foi-nos dado espaço (professor 4B).

Eu não me recordo..., mas sempre que sobrava um espaço na HTPC a gente falava que atividade estava fazendo, mas uma HTPC só para isso, que eu me lembre, não teve (professor 4D).

A reflexão sobre a prática poderia ser realizada nos horários de HTPC, mas os depoimentos revelam que não houve um HTPC específico para a discussão do tema. Embora a escola demonstre preocupação nesse sentido, os professores revelaram ter necessidade de mais tempo para esses estudos.

Além disso, em seus depoimentos, os professores revelaram que houve um movimento de colaboração na escola durante os encontros informais, proporcionando oportunidades ricas de troca de atividades, partilha de idéias, discussões e esclarecimentos.

Nós conversamos bastante, trocávamos atividades, mas tudo informalmente, antes de entrar na sala. Trocávamos no recreio; nas HTPC, não (professor 3C).

Nos HTPC e nas nossas conversas de recreio (professor 3D).

Até quando eu estava, a gente estava discutindo assim, informalmente. Deixa eu ver o que você está dando. Esse ano foi legal a terceira série, porque a gente dava a mesma coisa, combinava: olha vamos fazer isso, vamos fazer isso sobre fração, vamos dar problemas? (professor 3F).

Sim, nós trocamos atividades. Inclusive essa atividade a gente trocou tudo. Ah! Na minha sala eu fiz assim, tal aluno teve uma dificuldade. Nisso houve esse contato – nós da quarta série (professor 4B).

Essa troca de conhecimentos: um ajudando o outro, porque educador não tem que ter vergonha, eu achei muito legal! (professor 4C).

Sim, durante o intervalo trocávamos idéias e assim eram sanadas algumas dúvidas sérias (professor 4E).

Só encontros informais mesmo. Em HTPC não tivemos tempo para quase nada mesmo. Foi mais no corredor ou quando tinha uma ou outra reunião, um passava o que estava fazendo para outros (professor 4F).

Discutimos muito entre os colegas, principalmente aqui do corredor nas quartas séries, por estar muito próximo uma da outra a gente trocava muita idéia, sugestão de atividades, como estar encaminhando uma coisa; de repente fica insegura de falar alguma coisa e recorre ao colega: na escrita, o que foi dito lá no curso e por aqui mesmo que eu estou fazendo. Eu acho que houve uma integração muito grande com os professores (professor 4G).

Esse fato foi comentado também pela diretora e pela professora A coordenadora da escola, quando solicitamos suas impressões sobre a participação e o interesse dos professores nos encontros:

Observamos um movimento muito interessante entre os professores. Percebi que o interesse pela Matemática mudou. Os professores sempre pediam espaço para discutir questões relacionadas à disciplina, coisa que normalmente não acontecia. Sempre as discussões eram sobre questões da alfabetização. Senti que esse ano focou-se um pouco mais a Matemática (Diretora).

Percebi muito esse interesse, pois estavam sempre comentando o que havia ocorrido (professora coordenadora).

Segundo a professora coordenadora, essa integração pode ser percebida no final do ano, quando os professores desenvolveram o trabalho em sala de aula:

Como já disse, os professores viviam comentando o que havia ocorrido. Agora no final do ano, então, percebemos uma integração muito grande entre o grupo. Muita troca de informação, coisa que não víamos sempre ou quando víamos era simplesmente troca de atividades e não conversas sobre dificuldades apresentadas por elas mesmas e até mesmo a comparação do que ocorria entre as salas (professora coordenadora).

Analisando os depoimentos dos professores, da diretora e da professora coordenadora, observamos que houve um movimento de integração do grupo. Ele foi observado como um espaço que não só serviu para refletir sobre a seqüência que haviam elaborado, mas também para compreender a proposta, analisar as dificuldades apresentadas tanto pelos professores como pelos alunos. Entretanto, consideramos ainda não ter muitos

indícios de que houve um avanço na práxis⁸⁴ do professor, pois um único professor declarou que o grupo discutia questões relacionadas às dificuldades dos alunos (professor 4B).

Todavia, percebemos que esses professores consideraram o estudo como um momento importante:

Eu acho que foi um momento de muita valia para nós da escola (...) porque a gente, além de trocar experiências, a gente aprofundou conhecimentos e teve aquela coisa se aprender junto, não é? Trocar mesmo e aprender junto, foi muito bom (professor 4B).

7.2 SEGUNDA ENTREVISTA

Em novembro de 2006, um ano após nossa intervenção, retornamos à escola e realizamos a segunda entrevista semi-estruturada. Escolhemos realizar essa entrevista depois de decorrido um ano, pois pretendíamos averiguar a opinião dos professores sobre o trabalho que haviam realizado no ano anterior e, também, como esse trabalho havia sido feito no ano em curso (2006). Sabíamos que já haviam feito a abordagem de noções relativas à representação fracionária dos números racionais, pois fizemos a entrevista em novembro de 2006.

Pretendíamos nesse outro momento, um ano após a ocorrência da intervenção, estimular os professores a fazer a “reflexão sobre a ação”, proposta por Schön (1987). Ou seja, consideramos, assim como Alarcão (2000), que esse poderia ser o momento em que os docentes analisariam sua ação e a reflexão sobre a ação. Nesse caso, a reflexão sobre a reflexão na ação poderia ajudar os professores a direcionar o trabalho, compreendê-lo, prever futuros problemas e descobrir novas soluções.

Entretanto, para nossa surpresa, de todas os docentes que participaram da pesquisa,

⁸⁴ No item 7.1.2 afirmamos que havia uma preocupação de nossa parte sobre os indícios até então, apresentados que indicavam que a práxis do professor parecia estar centrada, ainda, na metodologia e não no sujeito (aluno).

somente dois permaneciam na escola, pois os demais professores efetivos pediram remoção, já que havia a possibilidade de municipalização da escola. Então, fizemos a entrevista com essas dois professores.

7.2.1 A reflexão de um professor

Quando solicitamos que a professor 4B relatasse sua prática em 2005, suas palavras foram as seguintes:

Então, eu iniciei o trabalho usando o livro “O Pirulito do Pato”. Trabalhei também a história em língua portuguesa. Depois, nós passamos para a fração porque dentro dessa história, de acordo como o pirulito foi repartido, dá para ensinar fração, dá para introduzir fração. Usando, também, uma parte mais lúdica, nós fizemos uma dobradura de flor utilizando um círculo e explorei meio, explorei um quarto, um oitavo de acordo com essa dobradura também. E nós sistematizamos algumas coisas numa folha. Numa terceira aula, nós usamos o Tangram, onde eu usei as figuras: foram introduzidas as figuras geométricas, o perímetro destas figuras, um pouquinho de porcentagem e já aproveitei para ver fração também com eles, como por exemplo: os dois triângulos grandes, quanto eles ocupam dentro da peça do Tangram. E aí fui trabalhando... Aí nas aulas posteriores eu fui sistematizando no caderno usando as figuras, representação, a leitura já pensando um pouco no SARESP também (professor 4B).

Observamos que sua descrição estava muito próxima da apresentada no ano anterior, quando pedimos que ela “comentasse um pouco como foi o seu trabalho com frações neste ano”.

Nós introduzimos a fração na quarta série com “O Pirulito do Pato” – que é literatura infantil, né? Fizemos todo um trabalho de leitura e também fizemos um trabalho de interpretação de texto. Usamos também mosaico, que também nos foi passado no curso e eu fiz um trabalho com dobradura. Fizemos um painel e depois a gente inseriu o livro didático, que é uma maneira mais teórica: primeiro a gente fez um trabalho de sensibilização com os alunos (professor 4B).

E quando perguntamos sobre os significados, ela nos respondeu: “parte-todo e quociente que a gente trabalhou mais!” (professor 4B).

Analisando as duas descrições, observamos que a professor 4B relatou quase tudo o que ocorreu. Não citou o livro didático utilizado, mas afirmou que fez a sistematização, o que provavelmente ocorreu utilizando esse recurso, uma vez que constava no planejamento essa utilização. Observamos ainda que este professor não citou os significados

espontaneamente. Em vista disso, procuramos focalizar nossa atenção sobre esse ponto na descrição que fez do trabalho realizado em 2006:

entrevistadora: *E esse ano como você desenvolveu o trabalho?*

Professor 4B: *Nesse ano trabalhei com a história “O Pirulito do Pato”. Fiz a leitura, depois retomamos numa dinâmica parecida com a do ano passado: entreguei a eles quatro círculos representando os pirulitos e pedi que representassem quatro momentos da história. Foi legal, pois pedimos primeiro para que conservassem o primeiro círculo, depois dividissem os círculos em 2, 3 e finalmente 6 partes e recontassem a história. Achei que o mais importante disso era que eles percebessem que à medida que aumentava o denominador diminuía o tamanho do pirulito, lembra que a gente viu que isso era uma dificuldade, na minha sala isso foi uma maravilha. Outra coisa que achei que facilitou foi a questão de descobrir frações equivalentes. Achei que a historinha mostrou uma situação mais próxima deles. Só não trabalhei com quociente como no ano passado, pois estava com terceira série esse ano.*

Entrevistadora: *Mas você acha que não se deve trabalhar com quociente na terceira série?*

Professor 4B: *Até acho que deve, mas não tínhamos muito tempo para isso... Pensando bem, agora que você falou acho que deveríamos ter feito alguma coisa com quociente sim, pois era só trabalhar algum problema como aqueles que montamos com botões. É, acho que precisamos repensar isso para o ano que vem, não acha?*

Entrevistadora: *É, lembra, discutimos que o trabalho com este tipo de situação ajuda a compreensão de que o conjunto dos números racionais é uma ampliação dos naturais, lembra?*

Professor 4B: *É mesmo... Na verdade, acho que até sabemos, mas a rotina da escola muitas vezes faz com que você atrole alguns conteúdos, mas acho que essa nossa outra conversa me ajudará a organizar minhas aulas o ano que vem. Afinal, poderia começar por um problema de quociente, não acha?*

Entrevistadora: *Claro, lembra? Chegamos a comentar que essa poderia ser uma possibilidade, mas o grupo preferiu iniciar pelo livro. Existem pesquisas que propõem que se inicie o trabalho a partir do significado quociente. Nunes, lembra? Estudos dela têm discutido esta ordem.*

Professor 4B: *Gostei dessa nossa conversa, não havia pensado nisso.*

Entrevistadora: *Que bom que pudemos refletir algumas questões ainda, depois de um ano, não acha?*

Professor 4B: *Acho ótimo, mas sentimos falta de um acompanhamento mais próximo, até porque mudou todo mundo. Nós tentamos discutir novamente, mas não é a mesma coisa quando você tem um objetivo específico. As pessoas que chegaram são ótimas, mas não estavam com a gente. Mudou quase todo mundo...*

As observações feitas pelo professor 4B mostram que não é simples romper com a tradição de iniciar o trabalho com frações a partir do significado *parte-todo*, e ao mesmo tempo revelam preocupação e interesse por questões relacionadas ao ensino e aprendizagem.

Quanto ao trabalho com o quociente, consideramos importante que o professor tenha percebido a possibilidade de desenvolver a noção de fração com o significado quociente, embora tenha demonstrado alguma dificuldade em conciliar as atividades relacionadas a esse estudo com as demais atividades desenvolvidas pela escola. Nesse sentido, compartilhamos com as idéias de Schön (1987) quando afirma que ser reflexivo é muito mais do que descrever o que foi feito em sala de aula – pressupõe também um questionamento sobre situações práticas. Acreditamos que esse questionamento ocorreu quando a professor buscou justificativas para a falta do trabalho com o significado *quociente*. Esse mesmo autor afirma que é na reflexão sobre a ação que nos tornamos capazes de enfrentar situações novas e tomar decisões apropriadas, considerando, porém, que é a reflexão sobre a reflexão na ação que ajuda o profissional a progredir no seu desenvolvimento.

Outra questão, não menos importante, relaciona-se à rotatividade de professores ocorrida em 2006. O professor demonstra que esse fato abalou sensivelmente a prática de reflexão sobre a disciplina específica construída nos anos anteriores. Lembramos que, segundo o art. 61 da LDBEN, um dos fundamentos da formação dos profissionais da educação é a reflexão sobre a prática, que possibilita a reorientação da ação docente. No entanto, isso só será possível com um corpo docente estável, ou parcialmente estável.

7.2.2 A reflexão do outro professor

Na entrevista com o professor 4F, utilizando a mesma dinâmica, solicitamos que relatasse o trabalho do ano anterior e o trabalho desenvolvido durante aquele ano. Quanto ao ano anterior, a professor relatou:

Nós começamos pelo livro “O pirulito do pato”, onde nós contamos a história, fizemos a representação dentro da sala de aula. Depois, eles recontaram a história, fizeram os pirulitos de cartolina, representaram os pirulitos e foram dividindo nas partes em que estavam mandando ali no livrinho, nas partes que estavam no livrinho. Um inteiro, um meio, um terço, um sexto e recontaram toda a história e, no final, registraram quanto cada um ganhou. Depois eu trabalhei com a folha quadriculada para mostrar para eles que a fração é sempre dividida em partes iguais. Com a folha de sulfite, para eles cortarem a folha de sulfite, em quantos pedaços fossem pedidos aqui também, para atender a essa questão que as partes têm que ser iguais. Depois a representação da fração no desenho colorido para dizerem que fração representava a parte pintada. Sempre mostrando que o numerador e o denominador, cada um tem sua função na representação. O denominador é o total e o numerador é a parte, ou pintada ou comida, é o tirado do inteiro, que é uma coisa que eles confundem bastante, também. Depois, a leitura da fração. Para eles reconhecerem quando um desenho é fração ou não. Por exemplo, dá um desenho pronto, por exemplo, um quadrado e peço para que eles dividam esse quadrado em sete partes iguais. Tinha aluno que aumentava um quadradinho. É, então, deixava de ser um quadrado. Aí eu ia mostrando para eles que não podia fazer isso. Que se eu estou pedindo uma fração daquele desenho, ele tem que dar um jeito de dividir aquele desenho na quantidade que eu estou pedindo, eles não podem aumentar nada.

Depois a escrita da fração. A leitura e a escrita da fração. Fiz a relação, uma correspondência com o número decimal. Para que eles percebessem a representação daquela fração em número decimal, junto com a porcentagem também. Trabalhando gráfico junto. Isso foi o ano passado (professor 4F).

Observamos nesta descrição que foram acrescentadas algumas atividades que não haviam sido desenvolvidas no ano anterior; assim como no relato de 2005, o professor mencionou atividades que neste momento não ocorreram:

Professor 4F: *Bom, não consegui trabalhar muita coisa de frações porque acho que ficou muito para o final do ano. A sala é uma sala com dificuldades, os projetos que vêm da diretoria vão acumulando e a gente acaba tirando algumas coisas porque tem que cumprir aquilo que tem que entregar, mas o que trabalhei: fração parte-todo, “O Pirulito do Pato” – o livrinho –, a confecção do pirulito, o Tangram, algumas coisas com Tangram, algumas coisas com Material Dourado. A professor de Artes trabalhou Mosaico para eles estarem percebendo essa questão de como formar desenho com pedacinho como unidade: tirando mesmo a fração dali, mas para eles terem essa noção de parte-*

todo, principalmente.

Entrevistadora: Então o enfoque maior foi na parte-todo?

Professor 4F: É, o enfoque maior foi parte-todo.

Entrevistadora: Quociente chegou a trabalhar?

Professor 4F: Pouca coisa, e a questão da comparação de fração. Qual a fração maior ou menor, por que é maior, o que é o desenho com a fração – para eles estarem comparando. Para você comparar, há necessidade deles terem desenhos do mesmo tamanho, se não, não vão conseguir perceber a equivalência. Então, foi isso. Foi mais isso que trabalhamos (professor 4F).

Analisando os dois relatos, observa-se que em 2005 foram citados alguns materiais manipuláveis que em 2006 não foram lembrados. É possível que em 2005 tenham sido utilizados outros recursos metodológicos, porque haviam sido objetos de discussão durante o período de formação, em atendimento à solicitação do grupo de professores da escola.

A respeito do trabalho realizado em 2006, a professor relatou:

Professor 4F: Esse ano, como eu estou com uma terceira série, então a noção é um pouco menor. Não fui tão a fundo. Trabalhei um pouco com dinheiro, mas não relacionando tanto assim com a fração. Mas mostrando para eles também essa questão da divisão da fração: que tem que ser em partes iguais, que eu não posso ficar aumentando os quadradinhos só para deixar com sete pedaços. Se é um quadrado é aquele que eu tenho que dividir em sete pedaços, eu não posso ficar aumentando ele, aquele é o inteiro, lembrei também daquela dificuldade que os alunos tinham com tamanhos diferentes. Trabalhei também a representação de cada um: numerador, denominador. A questão do meio. O que significa achar um meio, a quarta parte, a sexta parte. Eles confundem bastante eles acham que é coisa diferente. Um sexto e sexta parte é diferente. No problema geralmente vem sexta parte, quarta parte. Então mostrando para eles que é a mesma coisa. E a fração de um número.

Entrevistadora: Ah, tá a que seria o significado operador, não é?

Professor 4F: Exatamente, operador. É uma coisa que eles acham que não dá para fazer, pois eles acham que fração é só no desenho. Falou em fração eles já querem fazer o desenho. Eu estava mostrando para eles que é a mesma coisa quando tenho muitas pecinhas [referia-se a grandezas discretas]. Eu até posso representar por desenho mas demora muito.

Pesquisadora: Material manipulável específico da Matemática ou não, como o sulfite, por exemplo, você utilizou este ano?

Professor 4F: *Cheguei a usar o sulfite também para mostrar aquela questão das partes iguais. E essa fração do número eu mostrei para eles que de doze laranjas eu dei a sexta parte para a criança, eu posso fazer em desenho, mas eu não preciso. É só fazer a divisão: divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima o operatório, como você falou. Senão, eles ficam achando que tudo só pode ser feito pelo desenho. Tudo eles querem representar pelo desenho. Apesar de que foi agora nesse bimestre que eu comecei isso. É o que eu estou trabalhando agora: fração de um número. O ano passado eu trabalhei fração de um número com eles dessa mesma forma. Mostrando o desenho e mostrando a conta. Que dá a mesma coisa, mas que eles têm que saber os dois processos. Assim, numa prova eles não vão ficar fazendo desenho ou, se eu tenho mil bolinhas. Como ele vai desenhar mil bolinhas para tirar a sexta parte. A questão da praticidade mesmo. Acaba sendo mais prático do que só desenho. Eu tenho vontade de pegar essa terceira série de novo para dar continuidade.*

O professor 4F trabalhou este ano com uma 3.^a série e também parece ter focado seu trabalho no significado *parte-todo*. Entretanto, observamos em seu relato indícios de preocupação com os procedimentos e com o trabalho envolvendo o significado *operador multiplicativo*, contrariando as sugestões dos PCN (1997, p. 68), que indicam que este significado deve ser trabalhado nas séries posteriores. Percebemos que o professor mostrou apreensão no sentido de justificar a necessidade de trabalhar com esse significado: “Eu estava mostrando para eles que é a mesma coisa quando tenho muitas pecinhas [referia-se a grandezas discretas]. Eu até posso representar por desenho, mas demora muito”. Essa ênfase no significado operador nos surpreendeu, pois os PCN (1997) sugerem que o significado operador multiplicativo é mais adequado quando trabalhado no 3.^o ciclo.

Nesses comentários podemos perceber indícios da intervenção feita no ano anterior, por exemplo, quando a professor 4F acrescenta que lembrou “também daquela dificuldade que os alunos tinham com tamanhos diferentes”, referindo-se aos diagnósticos analisados pelo grupo.

A análise das falas dos professores permitiu-nos inferir sobre as relações estabelecidas entre a aquisição de conhecimentos do conteúdo e a mudança no tratamento metodológico desenvolvido durante as aulas, ou seja, uma mudança nos conhecimentos didáticos do conteúdo. Permitiu-nos ainda analisar o papel das relações entre esses conhecimentos e o processo de desenvolvimento profissional docente.

Acreditamos, assim como Charlot (2001), que o saber envolve um conjunto de relações em que o sujeito se envolve. Para esse autor:

Essas relações variam de acordo com o tipo de saber, com as circunstâncias (inclusive institucionais), não apresentando uma perfeita estabilidade no tempo. Em outras palavras o indivíduo está envolvido em uma pluralidade de relações com o(s) saber(es) (Charlot, 2001, p. 22).

No caso da escola pesquisada para o desenvolvimento de nosso estudo, a mudança no quadro de professores parece ter interferido nas relações, o que provavelmente afetou as discussões, as reflexões coletivas e o trabalho colaborativo observado durante nossa pesquisa. Observamos que o avanço mencionado por quase toda a equipe escolar no ano de 2005, relativo ao planejamento coletivo para o desenvolvimento da representação fracionária dos números racionais e à reflexão coletiva, não ocorreram em 2006.

Entretanto, notamos que, individualmente, algumas das mudanças observadas no ano anterior se consolidaram. Os depoimentos dos professores 4B e 4F, mostram que ambos levaram em conta algumas de nossas discussões para planejar seu trabalho em 2006, embora ainda seja possível aprimorar e aprofundar as reflexões iniciadas durante nossa intervenção.

A seguir, nas considerações finais, de posse da nossa análise, apresentaremos nosso ponto de vista sobre questões relacionadas ao desenvolvimento profissional dos professores envolvidos na pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nestas considerações finais, apresentamos uma síntese do processo de desenvolvimento deste estudo, assim como nossas reflexões sobre as respostas às questões desta pesquisa, expostas e analisadas nos capítulos anteriores. Expomos, também, nosso ponto de vista sobre questões relacionadas ao desenvolvimento profissional que resultam da inserção do professor em um projeto de pesquisa.

1. INTRODUÇÃO

Como afirmamos inicialmente, consideramos o papel do professor de fundamental importância na organização do trabalho pedagógico. São inúmeras as expectativas sobre o perfil desse profissional em face da tarefa de realizar um ensino de qualidade. Sem dúvida, uma boa formação inicial preencheria, em parte, a necessidade de desenvolver a profissionalidade docente, entendida como capacidade de compreender os fundamentos da prática pedagógica e de escolher criticamente entre diferentes modelos, bem como de encontrar soluções criativas para as mais diversas situações do cotidiano escolar. É preciso considerar, ainda, que “o cerne do processo educativo reside na escolha de modelos de desenvolvimento humano, na opção entre diversas respostas face às características dos grupos e aos contextos sociais” (Sacristan, 1991, p. 87) e que a capacidade de análise e escolha não se forma espontaneamente, exigindo também ações estratégicas de formação continuada. Assim, esta pesquisa foi realizada com o objetivo de analisar diferentes fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes

estão inseridos em um projeto de pesquisa.

Para o desenvolvimento de nosso estudo, tomamos como base um quadro teórico relacionado à formação de professores. Inicialmente, fizemos considerações referentes à legislação brasileira que dispõe sobre as questões da formação e atuação do professor. Tomamos também como referência teorias que versam sobre a formação de professores e, em particular, as que tratam da reflexão sobre a prática. Para tanto, fizemos um levantamento histórico desses trabalhos, considerando as contribuições de Dewey (1933), que fundamentou o trabalho de Schön (1983), ampliadas pelas discussões de Shulman (1986), Tardif (2000), Zeichner (1993), Ponte (1992) e Serrazina (1999). Do Brasil, analisamos trabalhos de Pimenta (1994) e estudos como o de Fiorentini et al. (2002), entre outros que têm contribuído para este debate.

Apresentamos, ainda, a discussão teórica em que nos apoiamos a respeito de questões didáticas sobre o objeto matemático: a representação fracionária do número racional. Utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), a classificação proposta por Nunes (2003) para os significados das frações, as idéias de Kieren (1988) sobre os construtos dos números racionais, as interpretações sugeridas por Ohlsson (1988). Fizemos também considerações a respeito de propostas apresentadas nos PCN (1997), em relação à abordagem desse conteúdo. Ao final, expusemos as justificativas para a escolha dos cinco significados da representação fracionária dos números racionais que adotamos em nossa pesquisa: *parte-todo, quociente, operador, medida e localização na reta numérica*.

Nossa pesquisa é de natureza primordialmente qualitativa. Para tanto, escolhemos investigar diferentes aspectos relacionados ao conhecimento profissional, à reflexão, às crenças e concepções e ao trabalho colaborativo do desenvolvimento profissional de um grupo de professores, tomando como base suas observações sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações antes, durante e após nossa intervenção. Os dados diagnósticos obtidos inicialmente serviram como base para a elaboração do material utilizado durante os encontros com os professores e, ao final do processo de formação, procurou-se observar e analisar também a influência de nossa intervenção sobre a prática docente daqueles

profissionais. Esta pesquisa avaliou os resultados do trabalho colaborativo levando em conta diversos autores, como Ponte (1997) e Serrazina (1999), que estudam a importância desse tipo de trabalho entre professores como aspecto fundamental no desenvolvimento profissional.

Para a coleta de dados, foram realizadas 16 sessões de 4 horas cada, das quais: 3 sessões foram destinadas à aplicação do pré-teste; 9 sessões foram dedicadas a estudos dos significados da representação fracionária dos números racionais e à vivência de metodologias diversificadas, objetivando o trabalho com frações; e 1 sessão foi dedicada à elaboração de uma seqüência de trabalho, pelos professores, que foi desenvolvida com seus alunos em sala de aula. As 2 sessões seguintes foram destinadas a entrevistas e, finalmente, realizamos 1 sessão de entrevistas, um ano após a intervenção, com o objetivo de verificar as reflexões feitas pelos professores depois da pesquisa.

O instrumento diagnóstico teve o objetivo de analisar o perfil de um grupo de professores de 1.^a a 4.^a séries e procurar compreender as estratégias utilizadas por eles e por seus alunos para a solução de problemas envolvendo diferentes significados de números racionais representados na forma fracionária. Além disso, solicitamos que os professores avaliassem seu trabalho sobre frações durante os anos anteriores à nossa pesquisa. A análise contendo os resultados apresentados pelos professores e por seus alunos serviu como base para a elaboração do material que seria objeto de estudo durante nossa intervenção.

Durante os três primeiros encontros de nossa intervenção, discutimos sobre os resultados encontrados no instrumento diagnóstico, como uma atividade preparatória para os estudos que faríamos sobre os significados dos números racionais em sua representação fracionária. Apenas dois dos significados adotados nesta pesquisa foram objetos de estudo durante esses encontros: significado *parte-todo* e *quociente*, por havermos constatado que a metodologia adotada durante nossas sessões não permitiria abranger todos os significados, em virtude da extensão do trabalho e das reflexões ocorridas. A seleção desses dois significados, em nossa opinião, pode ser justificada pelo fato de estarem mais associados às fases iniciais da construção do conceito de número racional, e, conseqüentemente, por

serem mais apropriados à identificação de pontos críticos relacionados tanto ao ensino quanto à aprendizagem.

Estas sessões foram dedicadas à reflexão sobre situações de ensino que pudessem permitir aos alunos vivências de contextos que os levassem a avançar na construção do conceito de número racional, em sua representação fracionária, com diferentes significados. Procuramos, ainda, a pedido do grupo de professores, apresentar possibilidades de tratamento metodológico para o desenvolvimento dos significados selecionados.

Foram utilizadas duas sessões para a realização da primeira entrevista, que versou sobre a formação inicial e sobre os tipos de abordagem utilizados, anteriormente, pelos professores, para desenvolver o conceito de número racional, em sua representação fracionária. Além disso, os docentes fizeram uma descrição do trabalho desenvolvido em sala de aula depois de nossa intervenção. A última entrevista foi realizada em 2006, com o objetivo de averiguar a influência deste projeto sobre a prática pedagógica dos docentes após o término de nossa intervenção.

Assim, o presente capítulo contém as considerações finais a respeito deste estudo, isto é, apresenta as conclusões baseadas na análise dos resultados encontrados, algumas recomendações e reflexões finais.

Para melhor organização das idéias presentes em nosso estudo, este capítulo está dividido em três partes. Inicialmente, apresentamos uma síntese dos principais resultados. Em seguida, com base nesses resultados, responderemos à nossa questão de pesquisa e, finalmente, apresentamos algumas recomendações e reflexões finais.

2. SÍNTESE DOS PRINCIPAIS RESULTADOS ENCONTRADOS NESTA PESQUISA

A seguir, apresentamos uma síntese da análise referente ao instrumento diagnóstico aplicado antes de iniciar nossa intervenção. Tecemos considerações a respeito de impressões colhidas durante a intervenção e, finalmente, expomos uma

avaliação dos depoimentos dos professores contendo reflexões sobre o trabalho docente após a intervenção.

2.1 Quanto às competências do professor

Competência do professor relacionada ao domínio do conhecimento sobre a representação fracionária dos números racionais

São consideradas importantes competências, específicas de professores que lecionam Matemática, aquelas relacionadas ao bom domínio do conhecimento denominado por Shulman (1986) como *conhecimento substantivo* e *sintático* do conteúdo que lecionará. Segundo o autor, o conhecimento *substantivo* é o corpo de conhecimentos mais gerais da Matemática, ou seja, idéias, termos, conceitos específicos, definições, procedimentos que lhe permitam explorar situações-problemas. Já o conhecimento *sintático* representa um complemento ao conhecimento substantivo, e está relacionado a paradigmas de investigação em sua disciplina, referentes a questões envolvendo as regras e processos relativos à manipulação e aplicação do conteúdo.

Conforme foi observado anteriormente, um dos objetivos do teste diagnóstico era traçar um perfil dos professores pesquisados. E a análise dos resultados nos levou a concluir que, embora se tratasse de um grupo bastante experiente, não havia professores especialistas na área de Matemática.

Além da coleta de dados relativos à formação dos sujeitos de nossa pesquisa, esse instrumento teve a finalidade de investigar os *conhecimentos substantivos* e *sintáticos* desses docentes em relação aos diferentes significados dos números racionais, em sua representação fracionária, quais sejam: *parte-todo*, *quociente*, *operador multiplicativo*, *medida e localização na reta numérica*.

Avaliamos a competência dos professores em relação aos significados da representação fracionária dos números racionais a partir da análise das respostas dadas a alguns problemas. Neste instrumento pudemos observar que o índice médio de acertos dos professores pesquisados foi de aproximadamente 50%, variando entre 14,7% (para o

significado *localização na reta numérica*) e 76,6% (para o significado *parte-todo*). Assim, uma primeira análise dos dados obtidos sugere que, no geral, este grupo de professores apresentou dificuldades relacionadas à parte conceitual dos significados da representação fracionária dos números racionais.

Nas questões que envolviam o significado *parte-todo*, o desempenho dos professores foi melhor, o que confirma pesquisas recentes que afirmam que seu desempenho é melhor quando consideram esse significado. No entanto, constatamos que entre os alunos os resultados não foram tão positivos (28,4%). Além da coleta de dados relativos à formação dos sujeitos de nossa pesquisa, esse instrumento teve a finalidade de investigar os conhecimentos substantivos e sintáticos desses docentes em relação aos diferentes significados dos números racionais, em sua representação fracionária, quais sejam: *parte-todo*, *quociente*, *operador multiplicativo*, *medida e localização na reta numérica*.

Em virtude disso, foi necessário refletir e discutir sobre as dificuldades referentes ao significado *parte-todo* e sobre suas causas. Acreditamos que, em relação aos conhecimentos do conteúdo que deve ser ensinado, houve um avanço no que se refere à compreensão do significado *parte-todo*, tendo sido despertada a preocupação no sentido de justificar sua utilização na abordagem do conceito de números racionais.

Já na análise das situações que envolveram o significado *quociente*, observamos índices mais baixos de acertos, que foram muito próximos entre alunos e professores (57,1 e 64,7%, respectivamente). Os professores, em suas resoluções, também demonstraram maior dificuldade na compreensão do significado *quociente* do que do significado *parte-todo*, o que nos levou a inferir que o trabalho com o significado *quociente* não vem ocorrendo, pelo menos não com a mesma intensidade que se observa no trabalho com o significado *parte-todo*.

Outro significado avaliado que nos pareceu ser foco de dificuldade para o professor foi o significado *medida*. Os professores apresentaram índices médios de acertos inferiores a 35%.

Os resultados indicam também que os professores e seus alunos encontraram maiores dificuldades na compreensão e resolução de problemas que envolvem o significado *operador multiplicativo* com grandezas discretas do que com grandezas contínuas.

Finalmente, quanto à localização da representação fracionária de um número racional na reta numérica, o índice geral de acertos foi inferior a 14%, o que é preocupante, considerando que as duas frações a serem representadas eram bastante conhecidas ($1/2$ e $3/2$). Em relação aos alunos, tivemos um índice de acertos muito inferior (1,95%), demonstrando que a maioria ainda não construiu esse conhecimento.

Os resultados indicam também que os professores e seus alunos encontraram maiores dificuldades na compreensão e resolução de problemas que envolvem o significado operador multiplicativo com grandezas discretas do que com grandezas contínuas. Indicam ainda que os professores pesquisados não tinham domínio suficiente dos significados adotados neste estudo para a representação fracionária de números racionais.

Essas dificuldades foram aventadas durante a entrevista realizada imediatamente após o processo de formação e a intervenção dos professores em suas salas de aula. Entrevistamos 11 professores que, em sua maioria, atribuíram suas dúvidas à ausência de um trabalho satisfatório sobre números racionais em sua formação inicial. Apenas uma delas avaliou como suficiente seu aprendizado sobre o assunto, que ocorreu durante o curso de Magistério.

Os depoimentos feitos pelos sujeitos de nosso estudo, ao lado dos resultados obtidos em pesquisas tomadas como referência sobre o mesmo tema, indicam um distanciamento preocupante entre o que se espera dos professores e as vivências destes durante o curso de formação inicial.

Em vista disso, julgamos ser de fundamental importância que os cursos de formação inicial contribuam para que os futuros professores possam produzir conhecimentos sobre sua prática, sendo para isso indispensável a integração e a articulação entre conteúdos acadêmicos e disciplinares e sua formação pedagógica.

A despeito disso, foi possível verificar que os professores dotados de maior compreensão sobre a representação fracionária de números racionais conseguiram aprofundar a reflexão sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem desse conteúdo, além de haverem aprimorado algumas capacidades mais gerais da matemática, como o interesse em utilizar diversas representações matemáticas.

Por sua vez, os professores que, inicialmente, demonstraram dificuldades em relação ao conteúdo objeto de nosso estudo, avançaram em relação às atitudes positivas relacionadas à Matemática e seu ensino.

É possível que a ênfase dada à elaboração de situações com o significado parte-todo pela maioria dos professores seja um reflexo das dificuldades que estes enfrentam em virtude de uma formação deficiente, conforme foi dito anteriormente. Entendemos, porém, que as crenças e concepções também influenciam fortemente suas práticas. A esse respeito, faremos considerações mais adiante.

Consideramos, assim como Shulman (1986), que o domínio do conhecimento do conteúdo é importante nos processos de aprendizagem docente e, se ele não vem ocorrendo a contento, é necessário que haja, na formação inicial, um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados de sua representação fracionária.

É importante também chamar a atenção para a necessidade de buscar o isomorfismo entre a formação recebida pelo professor e o tipo de educação que dele será exigida. É preciso haver certa coerência entre o conhecimento didático do conteúdo e a forma como esse conhecimento se processa. Acreditamos que na formação de professores uma das principais fontes de aprendizagem é o método por meio do qual conhecimentos profissionais são tratados junto aos professores, pois os docentes são também “modelos de professor”.

Quanto à competência do professor relacionada ao domínio dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo: representação fracionária dos números racionais

Outra competência do professor que vai ensinar Matemática, considerada por Shulman (1986), é ter bom domínio dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo. Segundo o autor, esses conhecimentos correspondem a uma “mistura especial” entre o conteúdo que deve ser ensinado e a pedagogia que pertence unicamente aos professores, e que constitui a sua forma característica de compreensão de como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino. Considera ainda que essa competência lhe dará condições de compreender variações de metodologias de ensino para auxiliar os alunos na sua construção de conhecimentos.

A análise das entrevistas forneceu indícios de que, na amostra investigada, havia descontentamento por parte dos professores relacionado à aprendizagem do tema “frações” na formação inicial. Esse fato foi comprovado ao analisarmos os resultados do diagnóstico inicial.

A primeira conclusão a que chegamos é que os saberes desenvolvidos na formação inicial dos professores investigados foram insuficientes para que estes se sentissem em condições de garantir a aprendizagem de seus alunos. Parece-nos que esses professores estavam insatisfeitos com o grau de profundidade do trabalho que desenvolveram até então, fato esse que foi confirmado no depoimento da diretora da Escola:

“Olha, até o ano passado percebíamos que as frações eram mais trabalhadas na lousa. Não havia essa movimentação que houve este ano. Alguns materiais que foram utilizados não saíam quase da sala em que eram guardados”
(Diretora).

Observa-se, neste estudo, a confirmação dos resultados de pesquisas anteriores sobre o significado *parte-todo* ser o mais trabalhado nas escolas. De fato, os relatos dos professores trazem indícios da ênfase que se dá a esse significado, por exemplo quando ele relata como foi seu trabalho. E isso é confirmado quando falam dos “desenhos” para representar a fração ou se expressam dizendo: “aquelas eternas barras de chocolate era o todo que se vai repartir” (professor 3B). Estes profissionais se valeram do momento da entrevista para fazer uma reflexão crítica sobre o que vinha sendo trabalhado:

Eu trabalhava da forma que foi trabalhado comigo... Trabalhava assim de uma forma que não era legal. Os alunos não gostavam e eu também não. Quando você trabalhou com uma coisa que não gosta, para passar para o aluno... ele também não gosta, pois ele sente que você não está gostando, aí o ano passado não foi muito bom meu trabalho com fração (professor 3H).

Nossa pesquisa confirma os estudos de Ball (1991), que já chamava a atenção para o fato de que os pressupostos e crenças do professor interagem o tempo todo com seus conhecimentos acerca da Matemática, influenciando todo o processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, ao fazer a análise dos depoimentos dos professores envolvidos na pesquisa, observamos que as limitações nos procedimentos de ensino foram acarretadas pelo fato de as docentes terem um domínio não suficiente do conteúdo a ser ensinado. Este fato pode ter impedido que os professores percebessem a possibilidade de variações da metodologia utilizada, a fim de auxiliar seus alunos na construção do conhecimento.

Quando procuramos investigar as experiências vivenciadas durante a formação consideradas mais significativas do ponto de vista do aprimoramento da prática, os professores elegeram aquelas que aliam os significados das frações à questão metodológica – todos os depoimentos incluem os termos: *lúdico, criativo, interação, concreto* e até *brincadeira*. Notamos durante todo o processo de formação que o trabalho com material manipulável envolveu todo o grupo “emocionalmente”, pois proporcionou aos professores momentos de discussão e reflexão sobre o processo de ensinar e aprender os conceitos matemáticos tratados.

Quanto aos materiais citados como mais eficientes, a maioria dos professores indicou o livro paradidático, seguido pela dobradura, Material Dourado, jogos, mosaico, evidenciando a importância atribuída ao material manipulável.

Os depoimentos dos professores exibem maior preocupação em relação às possíveis dificuldades dos alunos. Identificamos, na descrição das aulas, indícios de que pontos importantes discutidos em nossa intervenção foram incorporados à prática. Os docentes

consideraram, por exemplo, a importância de propor ao aluno situações que o levem a perceber a necessidade da conservação da área – a equivalência entre as partes em que o todo foi dividido, ou situações que permitam ao aluno a compreensão de invariantes. Os depoimentos dos professores exibem maior preocupação em relação às possíveis dificuldades dos alunos. Identificamos, na descrição das aulas, indícios de que pontos importantes discutidos em nossa intervenção foram incorporados à prática.

Quanto à competência do professor relacionada ao domínio dos conhecimentos curriculares sobre a representação fracionária dos números racionais

Tomamos em conta, em nossa análise, a categoria *conhecimento curricular do conteúdo*, descrita por Shulman (1986), que se refere às alternativas curriculares possíveis para o ensino, ou seja, trata-se do conhecimento dos materiais curriculares alternativos para o desenvolvimento de um determinado conteúdo (ou tópico), incluindo conhecimentos de teorias e princípios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.

Segundo declarações dos professores, em relação ao material de apoio utilizado para a elaboração do planejamento e seleção de atividades, o livro didático servia como única alternativa de referência curricular para o desenvolvimento do trabalho na escola pesquisada, corroborando a afirmação contida no documento oficial:

o livro didático exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna freqüentemente a única ferramenta disponível para seu trabalho (PNLD, 2005, p. 196).

Todavia, observamos também que os professores não estavam totalmente satisfeitos com essa “única ferramenta disponível”.

Este fato também foi apontado nos estudos de Blanco e Contreras (2002), que observam que quando professores têm pouco conhecimento dos conteúdos, além da, já citada, dependência dos livros didáticos, evitam ensinar temas que não dominam, mostram insegurança perante circunstâncias não previstas e se apóiam na memorização tanto quando ensinam como quando avaliam.

Tendo em vista o fato de que, ao iniciar nosso projeto, os professores não tinham conhecimento das propostas oficiais para o ensino de Matemática, avaliamos que houve um avanço no domínio dos conhecimentos curriculares, iniciado com as discussões e reflexões durante nossa intervenção e demonstrado por ocasião das entrevistas. É importante salientar que, embora os PCN (1997) não tenham sido citados nas entrevistas, observamos que algumas das reflexões feitas com base em suas orientações foram levadas em conta na preparação das aulas nas discussões sobre dificuldades que os alunos enfrentam ao resolver situações que exigem a conservação da área ou aquelas que envolvem os invariantes.

No entanto, as discussões que fizemos sobre as indicações de não priorizar o trabalho procedimental não foram aceitas pela totalidade dos professores.

Em relação ao livro didático adotado pelos professores pesquisados, conquanto tenha havido um avanço no sentido de ser analisado com espírito mais crítico, ainda permanece a idéia de que o conteúdo integral do livro deve ser esgotado, indicando a necessidade de aprofundar a discussão a esse respeito.

2.2 O papel das crenças e concepções na mudança das práticas dos professores

Consideramos importante ainda chamar a atenção não só para questões relacionadas às crenças e concepções que os professores têm em relação à Matemática, ao ensino e à aprendizagem de Matemática em geral, como também sobre o tema objeto de nosso estudo – a representação fracionária dos números racionais. Acreditamos, assim como Tardif (2002), que as crenças e concepções agem como conhecimentos prévios que calibram as experiências de formação e orientam seus resultados.

Assim, consideramos que ocorreram transformações em algumas crenças alimentadas pelos professores a respeito da Matemática e seu ensino e aprendizagem, durante o processo de formação. Ou seja, muitos dos professores que não acreditavam que poderiam aprender Matemática ao final do processo estavam mais críticos e adotando atitudes mais positivas não só em relação à disciplina como ao seu processo de ensino e aprendizagem. Afinal, como estavam mais confiantes em relação à sua própria capacidade em relação à Matemática, também confiavam mais na sua capacidade de ensiná-la.

Entretanto, consideramos que algumas dessas crenças e concepções não foram rompidas mesmo com as extensas discussões e reflexões sobre o tema. Podemos citar a crença demonstrada pelos professores pesquisados a respeito da contextualização. Observamos, em nossas sessões de intervenção, que era muito forte a crença entre os professores de que para contextualizar uma situação é necessário que sejam apresentados problemas cuja solução seja possível pela utilização de materiais manipuláveis. A seqüência organizada pelo grupo e os relatos do trabalho desenvolvido evidenciam essa preocupação

As reflexões e discussões em torno da concepção de aprendizagem estritamente vinculada à atenção, à memorização e à fixação de conteúdos e treinos procedimentais provocaram o despertar de novas preocupações relacionadas à necessidade de problematização de situações.

Quanto às concepções sobre o ensino da representação fracionária dos números racionais, ainda há predominância do trabalho com o significado parte-todo. Entretanto, salientamos que houve maior preocupação com fatores que até então não eram considerados, como as já citadas dificuldades relacionadas à conservação de área e ao invariante ordem.

Assim, concluímos que as crenças e concepções demonstradas pelos professores em relação à Matemática, ao seu ensino e aprendizagem, bem como as relacionadas ao conteúdo trabalhado têm influência sobre o desenvolvimento profissional do professor e rompê-las pressupõe um tempo maior do que tivemos nesta pesquisa.

2.3 O papel do trabalho colaborativo na mudança das práticas dos professores

Consideramos que o trabalho desenvolvido tanto nas sessões de intervenção como durante a condução das aulas teve um papel importante quer na forma como os professores passaram a encarar não só o tema desenvolvido como a própria Matemática, quer na forma

como conduziram suas aulas. Observamos que algumas descobertas foram realizadas como resultado do trabalho conjunto de forma colaborativa.

Acreditamos que algumas descobertas não seriam possíveis se não houvesse, no grupo, o espírito colaborativo. Foi na interação, na troca de experiências, na dúvida tirada na porta da sala, no corredor ou mesmo no cafezinho que se garantiu que todos experimentassem imprimir uma nova abordagem ao tema. Isso oportunizou não só um entendimento maior de questões relacionadas ao ensino e aprendizagem da representação fracionária dos números racionais, como algumas reflexões sobre o próprio ato de ensinar e aprender, como pode ser observado nos comentários do professor 4G – um dos participantes que havia demonstrado mais dificuldades em relação ao tema

Por que eu via fração como um bicho de sete cabeças tinha medo de falar, e a partir daí vi que a gente pode trabalhar de forma prazerosa com o aluno e levá-lo a entender aquilo que ele está fazendo e não simplesmente estar passando exercício na lousa, e o aluno fazendo e de repente ele pode fazer uma pergunta e você pode não saber responder, ficar numa saia justa e acabar mudando de assunto e ficar sem resposta (professor 4G)

Entretanto, observamos que o professor sentiu-se fortalecido no ambiente colaborativo não só durante as sessões de intervenção, mas, também durante o desenvolvimento do trabalho em sala de aula:

Discutimos muito entre os colegas, principalmente aqui do corredor nas quartas séries, por estar muito próximo uma da outra, a gente trocava muita idéia, sugestão de atividades, como estar encaminhando uma coisa de repente fica insegura de falar alguma coisa e recorre ao colega, na escrita, o que foi dito lá no curso e por aqui mesmo que eu estou fazendo. Eu acho que houve uma integração muito grande com os professores (...). Eu consegui rever muita coisa da minha prática porque às vezes a gente olha assim uma sala e imagina que todo mundo está aprendendo tudo ao mesmo tempo do jeitinho que você está ensinando. Aí, você percebe que para refletir que cada um tem uma cabecinha, um pensa de uma forma. Então, tinha hora das perguntas que eu fazia, e cada grupo respondia de uma forma e chegavam no mesmo resultado.

Então, isso é importante estar refletindo: Matemática é isso, existem várias formas de pensar e alcançar um resultado, e eu não tinha parado para pensar nisso até então. Eu acho até que eu achava que estava ensinando, não é? Aí a gente acaba repensando essa prática e vendo que, na verdade, a gente está aprendendo junto, está construindo o conceito com eles, não é? (professor 4G).

Isso nos leva a concluir que um fator importante a ser considerado no desenvolvimento profissional do professor, quando este está inserido num processo de formação continuada, é o trabalho colaborativo. A importância dessa colaboração para o desenvolvimento profissional foi mencionada como fator fundamental por todos aqueles que estavam envolvidos em nossa pesquisa. Todavia, para que as mudanças sejam realmente significativas, é necessário que este seja um processo contínuo, ou seja, o grupo de professores deve estar inserido em um projeto comum.

2.4 O papel da reflexão no processo de mudança das práticas dos professores

Como pudemos observar nos capítulos anteriores, a reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da representação fracionária dos números racionais desempenhou também um papel importante nesta pesquisa.

Durante nossa intervenção observamos que a reflexão permitiu, além do avanço na compreensão do objeto matemático, o aprimoramento da análise de questões relacionadas a ensino e aprendizagem que não haviam sido discutidas até então.

Consideramos que a reflexão durante nossa intervenção favoreceu algumas mudanças importantes:

Quanto à prática pedagógica, com a discussão das possibilidades de trabalhar o tema, utilizando literatura infantil e materiais manipuláveis, como meios possíveis de contextualizar uma situação.

Quanto às dificuldades apresentadas pelos alunos, com a análise dos erros e suas causas

– objetos de discussão durante as sessões e posteriormente retomados nas entrevistas, de forma espontânea, pelos professores.

Todavia, há que considerar ainda outras questões, como a importância de trabalhar com os diferentes significados e com grandezas contínuas e discretas, também muito debatidas durante os encontros, mas que não ficaram em evidência durante a entrevista. Apesar de terem sido levadas em conta na preparação da seqüência de trabalho, não foram citadas, espontaneamente, durante a entrevista. A nosso ver, para que a formação seja entendida como processo contínuo e permanente de desenvolvimento profissional, é necessário que o professor tenha disponibilidade de tempo e de espaço para obter uma formação que o ensine a aprender, assim como deve existir um sistema escolar que o insira como profissional, proporcionando-lhe reais condições para continuar aprendendo.

Concordamos com Tardif et al. (1991) quando se refere à forma como o saber relacionado à prática ou à experiência vai se organizando e estruturando, permitindo que o professor produza algumas idéias pessoais, “das quais a mais importante consiste na confirmação, pelo docente, de sua própria capacidade de ensinar e de sua *performance* na prática da profissão” (p. 229). Essas certezas relativas ao contexto de seu trabalho só podem ser alcançadas se o professor tiver espaço para estudar, analisar e refletir sua prática. Entretanto, em que pese toda a preocupação da direção e coordenação da escola com a garantia deste espaço, parece que estas condições reais perpassam por outros entraves. Acreditamos, assim, ser importante fazer uma análise dessas condições reais.

Condições reais fornecidas às escolas para garantir espaços que permitam a reflexão sobre a prática

Neste trabalho, procuramos analisar a questão legal da formação docente e a reflexão sobre a prática dos professores que lecionam nas primeiras séries do Ensino Fundamental, além das condições necessárias para que houvesse a garantia do desenvolvimento profissional dos professores. Analisamos os PCN – Parâmetros

Curriculares Nacionais (1997) e o Referencial para a Formação de Professores (1998), documentos elaborados sob a influência da Conferência Mundial.

Tais documentos salientam a importância de existirem espaços e momentos que possibilitem ao professor uma releitura das experiências vividas. O Referencial para a Formação de Professores (1998), por exemplo, afirma que “os projetos de desenvolvimento profissional só terão eficácia se estiverem vinculados a condições de trabalho, avaliação, carreira e salário” (p. 9). Ou seja, pelo menos no campo oficial, há registros de prescrições para que a formação seja entendida como processo contínuo e permanente de desenvolvimento profissional. Contudo, precisamos observar se, de fato, a organização das escolas realmente tem permitido essa troca de conhecimento entre os docentes.

Acreditamos que, além de aumentar o tempo dedicado à reflexão coletiva, há necessidade de garantir um grupo estável de professores, permitindo, assim, a troca de idéias e a organização dos conhecimentos adquiridos, bem como o envolvimento nos projetos da escola.

Observamos, ainda, nesta pesquisa que a mudança no quadro de professores interferiu nas práticas reflexivas que haviam sido construídas no ano anterior, desestimulando a integração entre os professores de mesma série, como pode ser verificado no relato do professor 4B um ano após a nossa intervenção.

Acho ótimo, mas sentimos falta de um acompanhamento mais próximo, até porque mudou todo mundo. Nós tentamos discutir novamente, mas não é a mesma coisa quando você tem um objetivo específico, as pessoas que chegaram são ótimas, mas não estavam com a gente. Mudou quase todo mundo.

Analisando o que ocorreu nessa escola, é importante salientar que a estabilidade do quadro docente e equipe técnica é também, a nosso ver, um quesito importante para a organização do trabalho pedagógico.

Chamamos a atenção para a realidade institucional das escolas públicas. Consideramos ser de extrema importância que verifiquemos os ingredientes da realidade institucional e social das escolas, buscando estabelecer condições que poderiam compor os requisitos indispensáveis para a introdução de práticas reflexivas no contexto das ações

pedagógicas. É claro que sabemos que não bastaria essa reforma da lei para que os problemas internos fossem resolvidos; todavia, as implicações das conjunturas sociais não podem ser desconsideradas.

3. DIFERENTES FATORES QUE INTERFEREM NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DAS PRIMEIRAS SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL QUANDO ESTES ESTÃO INSERIDOS EM PROJETO DE PESQUISA

Consideramos, assim como Ponte (1998), que o desenvolvimento profissional é um processo amplo e que, mesmo considerando a formação continuada como um bom momento para o desenvolvimento profissional, envolve uma variedade de formatos de aprendizagem e, em vista disso, está sempre inacabado. É um movimento que parte do professor, desenvolvendo suas potencialidades e considerando-o em sua totalidade, ou seja, em seus aspectos: cognitivo, afetivo e relacional. Entretanto, acreditamos que é possível analisar este espectro de possibilidades envolvidas no desenvolvimento profissional do professor quando este está inserido num projeto de pesquisa.

Assim, norteados por nossas inquietações sobre possíveis fatores que intervêm no desenvolvimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes estão inseridos em projeto de pesquisa e levando em conta a tendência de valorização da reflexão sobre a prática, tanto nos recentes currículos prescritos como em diversas pesquisas, desenvolvemos nosso estudo buscando respostas à seguinte questão:

Que fatores influenciam o desenvolvimento profissional de professores do Ensino Fundamental num processo de formação sobre o ensino da representação fracionária do número racional, realizado na própria escola, onde lhes sejam garantidos espaços para estudar e refletir sobre conhecimentos historicamente produzidos e sobre sua prática?

A busca de respostas a essa questão incluiu análises de documentos oficiais, revisão bibliográfica relacionada ao desenvolvimento profissional docente, intervenção e entrevistas com o grupo envolvido em dois momentos, e nos permitiu formular as seguintes conclusões:

Um dos fatores que podem influenciar o desenvolvimento profissional do professor, num processo de formação continuada, é o conhecimento que este tem do conteúdo a ser ensinado. Portanto, consideramos que na formação inicial de professores há necessidade de inserir conteúdos específicos da Matemática, contemplando tanto os conhecimentos do conteúdo como os conhecimentos pedagógicos e curriculares.

Assim, nossa pesquisa mostra que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, os números racionais são introduzidos – quando o são – nos cursos de formação, tanto inicial quanto continuada. A partir dos diagnósticos iniciais e dos comentários dos professores entrevistados, foi possível constituir uma visão da influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática do professor. Acreditamos que se ele não vem ocorrendo como gostaríamos, é necessário que haja um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados da representação fracionária dos números racionais tanto no curso de formação inicial quanto de formação continuada.

Como já afirmamos, não podemos deixar de chamar a atenção para a necessidade de garantir permanentemente uma relação de isomorfismo entre o processo de formação inicial e o futuro destino profissional docente.

Outro fator que pareceu-nos influenciar a pesquisa foram as crenças e concepções que os professores têm a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática, e em específico do objeto matemático *frações*. Confirmamos, por meio deste estudo, a influência que as crenças e concepções exercem, igualmente, sobre o desenvolvimento profissional do professor, havendo necessidade de uma constante reflexão para romper com elas.

Finalmente, um fator importante a ser considerado, no desenvolvimento profissional do professor, quando este está inserido num processo de formação continuada, é a reflexão

aliada a um trabalho colaborativo. Nesta pesquisa observamos, em todos os depoimentos, que o trabalho colaborativo foi característica citada por todos os professores participantes, além da professora coordenadora e da diretora, que parece ter influenciado de forma positiva o desenvolvimento profissional docente.

Entretanto, consideramos que este precisa ser um processo contínuo, uma vez que, ao retornar à escola um ano após a conclusão do nosso trabalho, observamos que quase toda a equipe havia mudado e que muitas de nossas discussões não foram retomadas pelo novo grupo que trabalhava no local. Em vista disso, concluímos que essa colaboração poderá ser potencializada se o grupo estiver inserido numa proposta comum. Caso contrário, ocorrem colaborações pontuais que, embora sejam importantes, muitas vezes produzem mudanças apenas superficiais.

BIBLIOGRAFIA

ADLER, S. (1993). Teacher education: research as reflective practice. *Teaching and Teacher Education*, 9, (2), p.159- 167.

ALARCÃO, I. (1996). Por que da admiração dos professores por Donald Schön? *Revista da Faculdade de Educação da USP*, v. 22, n. 2.

_____. (1998). Formação continuada como instrumento de profissionalização docente. In: VEIGA, Ilma Passos A. (Org.). *Caminhos da profissionalização do magistério*. Campinas: Papirus.

_____. (2000a). Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. In: ALARCÃO, I. (Org.) *Formação reflexiva de professores: estratégias de supervisão*. Porto: Porto Editora.

_____. (2001). *Escola reflexiva e nova racionalidade*. Porto Alegre: Artmed.

_____. (2003). *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. 2. ed. São Paulo: Cortez. Col. Questões da Nossa Época.

_____.; TAVARES, José (1987). *Supervisão da prática pedagógica: uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem*. Coimbra: Almedina.

_____, I.; TAVARES, José. (2002). *Supervisão da prática pedagógica: uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem*. Coimbra: Almedina.

ANDRÉ, M. E. D. A.(1995) *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus.

_____. (Org.). (2001). *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*.Campinas, Papirus.

ANDRÉ, Marli; SIMOES, Regina H. S.; CARVALHO, Janete M. *et al.*(1999) Estado da arte da formação de professores no Brasil. *Educação & Sociedade*, v. 20, n. 68, p. 301-309, dez.

ANDRÉ, M.; LÜDKE, M. (2004). *Conquistas e problemáticas em metodologia de pesquisa na área de formação de professores*. . Trabalho apresentado na 27.^a Reunião Anual da ANPED, Caxambu, MG.

ARGYRIS, C.; SCHÖN, D. (1974). *Theory in practice: increasing professional effectiveness*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

BEHR, M. J.; HAREL G., POST. T.; LESH, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. p. 296-333.

BEHR, M. J.; LESH, R.; POST. T. R.; SILVER, E. A. (1983). Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press. p. 91-126.

BEZERRA, F. J. (2001). *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para sala de aula*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP.

BIGELOW, J. C.; DAVIS, G. E.; HUNTING, R. P. (1989). Some remarks on the homology and dynamics of rational number learning. Artigo apresentado na reunião anual do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), em Orlando.

BLANCO, L. CONTRERAS, L. (2002). *Um modelo formativo de maestros de primaria, em el área de matemáticas, em el âmbito de la geometria*. IN: (org) Aportaciones a la formación inicial de maestros em el área de matemáticas: uma mirada a la practica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura, p.92-124.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. (1999). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Ed.

BRASIL/ MEC/ INEP.(1998) Referencial para formação de professores. Brasília.

BRASIL/CNE/CP. Parecer n. 9/2001: Propõe as Diretrizes Nacionais Curriculares para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, graduação plena. Despacho do Ministro em 17/1/2002, publicado no *DOU* de 18/01/2002, Seção 1, p. 31.

BRASIL. Congresso Nacional (1996) – *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional* – Lei n. 9.394, de 20/12/1996, publicada no *DOU* de 23/12/1996.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des Situations Didactiques, Recherches em Didactique des Mathematiques*. La Pensée Sauvage Editions. França.

BROWN, J.; COLLINS, A.; DUGUID, P. (1989) *Situation cognition and the culture of learning*. Educational Researcher, p.32-42, jan-fev.

BRZEZINSKI, Iria. (2002). A formação e a carreira de profissionais da educação na LDB 9394/96: possibilidade e perplexidades. In: BRZEZINSKI, Iria (Org.). *LDB Interpretada*:

CAMPOS, T.; JAHN, A. P.; LEME DA SILVA, M. C.; SILVA, M. J. da (1995). *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC.

CAMPOS T.; MAGINA, S. (2004). *Primary school teachers' concepts of fractions and teaching strategies*. ICME 10. Copenhagen. Disponível em: www.icmeorganisers.dk/tsg22/campos%20and%20magina.doc. Acesso em: jan. 2005.

CANOVA, R.f. (2006). *Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração*. dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo.

CARNEIRO, Moacir Alves (1998). *LDB fácil: leitura crítico-compreensiva: artigo a artigo*. Petrópolis: Vozes.

CARPENTER, Thomas P. (1994) *Teaching and learning rational numbers: proposed framework for CGI teacher development in the upper elementary grades*. Wisconsin Center for Education Research. School of Education, University of Wisconsin-Madison.

CHARLOT, B. (2001). *Da relação com o saber*. Porto Alegre: Artes Médicas.

CISCAR, S. L.; GARCIA, M.V.S. (1988). *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.

CURI, Edda. (2004). *Formação de Professores Polivalentes: conhecimentos para ensinar Matemática, crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. tese de doutorado, PUC/SP, São Paulo.

DAMICO, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de Professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental* Tese de Doutorado, PUC/SP, São Paulo.

DELORS, Jacques et al.(1996) Educação: um tesouro a descobrir. Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI. 4ª ed. São Paulo: Cortez; Brasília: UNESCO.

DEWEY, John.(1979) *Democracia e educação*. São Paulo, Companhia Editora Nacional.

DUARTE, Nilton (2003). Conhecimento tácito e conhecimento escolar na formação do professor (por que Donald Schön não entendeu Luria). *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 24, n. 83 Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-73302003000200015&script=sci_arttext . Acesso em: 10 abr. 2006.

ELBAZ, F. (1983). *Teacher thinking: a study of practical knowledge*. London: Croom-Helm.

ELLIOTT,J.(1990). *La investigación-accion em educación*. Madrid:Morata

FIORENTINI, D. (1994). *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática; o caso da produção científica em cursos de pós-graduação*. Campinas: FE/UNICAMP. Tese de Doutorado.

FIORENTINI, D. (2002a). Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001. Trabalho apresentado na 25.ª Reunião Anual da ANPED, Caxambu, MG.

_____. (2002b). Rumos da educação matemática: o professor e as mudanças didáticas e curriculares. In: *Anais do II Seminário de Avaliação das Feiras Catarinenses de Matemática*. Blumenau: EDIFURB. p. 23-37.

_____. (2004). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. S.; FREITAS, M. T. M; MISKULIN, R. G. S.(2002) Formação de professores que ensinam matemática: um

balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática*. Belo Horizonte, Faculdade de Educação da UFMG, n. 36, p. 137-160.

FIORENTINI, D.; SOUZA JR., A. J.; MELO, G. A. (1998). Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabeth. *Cartografia do trabalho docente* (Org.). Campinas: Mercado das Letras.

FIORENTINI, D. et al. (2002). Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista – Dossiê: A Pesquisa em Educação Matemática no Brasil*. Belo Horizonte, Faculdade de Educação da UFMG, n. 36, dez.

FORGRAD – Fórum de Pró-Reitores de Graduação das Universidade Brasileiras (2002). *Diretrizes para a formação de professores: concepções e implementação*. João Pessoa.

FRANCHI, A. (1999). Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: ALCÂNTARA MACHADO, S. D. et al. (1999). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC. p. 155-195.

FREUNDENTHAL, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Boston: D. Reidel.

GARCIA, Marcelo C. (1999). *Formação de professores: Por uma mudança educativa*. Porto: Porto Ed.

GERALDI, G.M.C.et al. (1998). *Cartografias do trabalho docente professor(a)pesquisador(a)*. São Paulo. Mercado das Letras

GIMENO SACRISTAN, J. (1988). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.

KIEREN, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). *Number and measurement: Paper from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, p.101-144.

_____ (1988). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Ed.). *Number concepts and operations in the middle grades*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p.162-80.

KERSLAKE, D. (1986). *Fractions: children's strategies and errors*. Londres: NFR-NELSON.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ. (1996) Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales em estudiantes para profesor primária. In GIMENEZ, J.; LLINARES, S.; SANCHES, V. (Ed). *El proceso de llegar a ser um professor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática. Granada, (Volección Mathema)*.

LÜDKE, M. (2003). *O professor e a pesquisa*. São Paulo: Papirus.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagem qualitativa*. São Paulo EPU.

MACK, N.K. (1990). *Learning fractions with understanding building on informal knowledge*. Journal for Research in Mathematics Education, v.21, p.16-32.

MACHADO, N.J. (2003) *O Pirulito do Pato*. São Paulo: Scipione.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T.; GITIRANA, V. (2001). *Repensando adição e subtração – contribuições da teoria dos campos conceituais*. São Paulo: PROEM-PUC/SP.

MARANHÃO, Magno de Aguiar (2006). Por um novo curso de Pedagogia. *Revista Pedagogo do Brasil*. Disponível em: <http://www.pedagobrasil.com.br/pedagogia/porumnovocurso.htm>. Acesso em: 16 dez.

MELLO, Guimar Namó de (1999). Formação inicial de professores para educação básica: uma (re)visão radical. *Revista São Paulo em Perspectiva*. São Paulo: SEADE, v. 14, n. 1, p. 98-110, jan.-mar. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/Formacao_inicial_professores.pdf p. 8. Acesso em: 6 fev. 2006.

MERLINI, V. L. (2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5.^a e 6.^a séries do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP.

MOUTINHO, L. V. (2005). *Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4.^a e 8.^a séries do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP.

MOREIRA, M. A. (2004). *A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e as investigações nessa área*. Instituto de Física. Rio Grande do Sul, UFRS.

NÓVOA, Antonio (Coord.) (1992). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Ed. Dom Quixote.

_____. (2001) *Programa de formação continuada para profissionais do Ensino Médio*. Síntese da teleconferência proferida em 2001 na SEE. São Paulo.

NACARATO, A. (2000). *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: Currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria*. 330f. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas.

NUNES, T. (2003). *O ensino e a aprendizagem das frações*. Palestra proferida na PUC-SP

NUNES, T.; BRYANT, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

_____ et al. (2001) *Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas*. São Paulo: PROEM.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. (2005). *Educação matemática: números e operações*. São Paulo: Cortez.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U; HURRY, J. (2003). *The effect of situations on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, jun.

OHLSSON, Stellan (1987). *Sense and reference in the design of interactive illustrations for rational numbers*. In: LAWLER, R.W.; M (Ed.). *Artificial intelligence and education*. Norwood: Ablex.

_____ (1988). Mathematical meaning and application meaning in the semantics of fractions and related concepts. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Ed.). *Numbers concepts and operations in the middle grades*. Hillsdale, N.J./Erlbaum and Reston, VA: NCTM. v. 2.

OLIVEIRA, Isolina; SERRAZINA, Lurdes. (2004). Palestra do dia 3 de agosto: Reflexão e práticas reflexivas. Texto base PUC-SP. In: *A reflexão e o professor como investigador*. Seminário com a professora Doutora Lurdes Serrazina – Escola Superior de Educação de Lisboa. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/eventos2.html>. Acesso em: 3 ago. p. 2-12.

PERRENOUD, P. (1993). *Práticas Pedagógicas, profissão docente e formação- perspectivas sociológicas*. Lisboa: Dom Quixote.

PIAGET, J. (1970). *Gênese das estruturas lógicas elementares*. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar.

_____ (1975). *O Nascimento Da Inteligência Na Criança* Rio de Janeiro: Zahar.

PIMENTA, Selma Garrido (2000). Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: SELMA, G. P.; GHEDIN, Evandro (Org.). *Formação continuada*. Campinas: Papirus.

PIMENTA, Selma Garrido (2005). *Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente*. Educ. Pesqui. [online]. v. 31, n. 3, p. 521-539, set.-dez. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022005000300013&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 7 maio 2006.

PIMENTA, Selma Garrido; GARRIDO, Elsa; MOURA, Manoel (2005). Pesquisa colaborativa na escola; uma maneira de facilitar o desenvolvimento profissional dos professores. In: MARIN, Alda J. (Org.). *Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito*. 3. ed. São Paulo: Cortez.

PONTE, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processo de formação. In: TAVARES, J et al. (ED) *Investigar e formar em educação actas do IV Congresso da SPCE*. Porto: SPCE, 1990.

_____ (1997). *O conhecimento profissional dos professores de matemática* (Relatório final de Projecto “O saber dos professores: Concepções e práticas”). Lisboa: DEFCUL

_____ (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. *Actas do ProfMat 98*. Lisboa: APM. p. 27-44. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm. Acesso em: 20 jan. 2003.

_____ (2001). Investigação sobre o professor de Matemática: problemas e perspectivas do professor. *Educação Matemática em Revista*, n. 11, ano 8, p. 10-13.

_____ (2002). Investigar a nossa própria prática. In: GTI (Org.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM. p. 5-28.

RODRIGUES, Wilson Roberto (2005). *Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. Orientada pela Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos. São Paulo: PUC/SP.

SAEB (2002). *Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica 2001*. Brasília.

SÃO PAULO – Secretaria da Educação. *Decreto n. 34.035*, de 22 de outubro de 1991: dispõe sobre a instituição do Projeto Educacional “Escola Padrão” na Secretaria da Educação.

_____. Secretaria do Estado da Educação (1992a). *Orientações para o processo de implantação do Projeto Escola-Padrão*. São Paulo: SE, out.

_____. Secretaria da Educação.(1995) *Decreto n. 40.473*, de 21 nov.: institui o Programa Reorganização das Escolas da Rede Pública Estadual e dá providências correlatas.

SANTOS, A. (2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12(2), p. 25-52. Disponível em:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Investigar%20a%20nossa%20propria>. Acesso em: 10 mar. 2006.

SARESP (2000). *Relatório sistema de avaliação do rendimento escolar do Estado de São Paulo*. São Paulo.

_____ (2005) *Sistema de avaliação do rendimento escolar do Estado de São Paulo – Prova 5.ª Série*. São Paulo. Disponível em: http://saresp.edunet.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/5ºsérie%20EF%20tarde.pdf. Acesso em: 05 dez. 2006.

SAVIANI, N. (1996). *Parâmetros Curriculares Nacionais: o que dispõe para o Ensino Fundamental*. Anais do I Coned, programa B, Belo Horizonte, MG (em disquete).

_____. (1998). *Saber escolar, currículo e didática: problemas da unidade conteúdo/método no processo pedagógico*. 2. ed. Campinas: Papirus.

SCHEIBE, Leda; AGUIAR, Márcia Ângela (1999). Formação de profissionais da educação no Brasil: o curso de pedagogia em questão. *Educação & Sociedade*, São Paulo, ano XX, n. 68, p. 220-239, dez.

SCHÖN, Donald (1983). *The reflective practitioner – how professionals think in action*. London: Temple Samith.

_____. (1987). *Educating the reflective practitioner – toward a new design for teaching e learning in the professions*. San Francisco: Jossey Bass.

SEE – SECRETARIA ESTADUAL DA EDUCAÇÃO (1991). *Proposta curricular para o ensino de matemática*. São Paulo: CENP.

_____ (1996). *Projeto de educação continuada*. São Paulo.

SERRAZINA, L. (1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Tese de doutoramento, Universidade de Londres. Lisboa: APM.

_____ (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. *Quadrante*, n. 9, p. 139-167.

SHULMAN, L. S. (1986a). Paradigms and research programs for the study of teaching. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). *The handbook of research on teaching*. 3. ed. New York: MacMillan.

_____. (1986b). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), p. 4-14.

_____. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), p. 1-22.

_____. (1992) *Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching*. Les didácticas específicas en la formación del profesorado. Santiago de Compostela: tortuclo.

_____. (1996). Just in case: reflections on learning from experience. In: COLBERT, J.; TRIMBLE, K.; DESBERG, P. (Ed.). *The case for education. Contemporary approaches for using case methods*. Needham Height: Allyn Bacon. p. 197-217.

_____. (2004a). Professing the liberal arts. In: ORILL, R. (Ed.). *Education and democracy: Reimagining liberal learning in America*. New York: The College Entrance Examination Board.

_____. (2004b). Research on teaching. A historical and personal perspective. In: OSER, F. K.; DICK, A.; PATRI, J. L. (Ed.). *Effective and responsible teaching: the new synthesis*. San Francisco: Jossey-Bass, 1992, p. 14-29.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia (2000). *A organização do trabalho pedagógico em Matemática: depoimentos de professores de escolas estaduais de Ensino Fundamental de São Paulo/SP*. Dissertação de Mestrado em Educação, História Política, Sociedade. São Paulo: PUC-SP. Orientador: Nereide Saviani.

_____. (2002). *Relatório final do curso Construindo Sempre Matemática*. São Paulo: PUC-SP.

SILVA, M. J. (1997). *Sobre a introdução do conceito de número fracionário*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC- SP.

SPOSATI, Aldaisa (Coord.). (1996). *Mapa de exclusão/inclusão da cidade de São Paulo*. São Paulo: EDUC.

STREEFLAND, L. (1984). *Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process*. (Towards . . . A theory) Part 1: Reflections on a teaching experiment. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 327-348.

TARDIF, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequencia em relação à formação para o magistério. Belo Horizonte. *Revista Brasileira de Educação*, n.13,p.5-24.

_____. (2002). *Saberes docentes & formação profissional*. Petrópolis: Vozes.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. (1991). Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, Pannonica, n. 4, p. 215-233.

THOMPSON, A. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. *Zetetiké*, Campinas: Unicamp, v. 5, n. 8, p. 9-45, jul.-dez. 1997.

_____. Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In GROUWS, D. A. (ed). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NY: Macmillan, p. 127-146, 1992.

UNESCO (1990) *Documento de Referencia para la Conferencia Mundial sobre la Educación para Todos*, Satisfacción de las Necesidades Basicas de Aprendizaje. Jomtien, Tailandia.

VERGNAUD, G. (1982). *A Classification of cognitive tasks and operationa of thought involved in addition and subtractions problems* In. Carpenter, T. Moser, J. & Romberg, T. Addition and subtraction. A cognitive perspective, p.39-59, Hillsdale, N.J. :Lawrence Erlbaum, 1982.

_____. (1983). *Quelques problèmes théoriques de la didactique à propos d'un exemple: les structures additives*. Atelier International d'Été: Recherche en Didactique de la Physique. La Londe les Maures, França, de 26 de junho a 13 de julho.

_____. (1987). *Problem solving and concept development in the learning of mathematics*. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen.

_____. (1988). *Multiplicative Structures*. In Hiebert, H e Behr, M. (org), *Research Agenda in Mathematics Education, Number, concepts and operations in the Middle grades*. Laurence Erlbaum Ed. Pp.141-161, Hillsdale.

_____. (1990a). Epistemology and psychology of Mathematics education. In: ICMI Study Series. *Mathematics and cognition: a research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. New York : Port Chester. p. 14-30.

_____. (1990b). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), p. 133-170.

_____. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, Porto Alegre, n. 4, p. 9-19.

_____. (1996b). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Perspectivas*, 26(10), p. 195-207.

_____. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), p. 167-181.

ZEICHNER, K. LISTON, D.(1996). *Reflective teaching*. Mahwah, NJ:Erbaum.

_____. (1998). *Tendências da pesquisa sobre formação de professores nos Estados Unidos*. Trad. Lólio Lourenço de Oliveira. Revisão técnica Elsa Garrido. Trabalho apresentado na XX Reunião Anual da ANPED, Caxambu, set. 1997. *Revista Brasileira de Educação*, n. 9.

ZEICHNER, K.(1993). *Formação reflexiva de professores: idéias e práticas*. Lisboa: Educa.

1ª PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA PROFESSOR

I- Nome: _____

II- Idade: _____

III- Fez outro curso além do magistério: () sim () não

Qual: _____

IV-Tempo de Magistério _____

V- Em que tipo de escola você trabalha.

() pública- estadual :.Série: _____

() pública- municipal. Série: _____

() Particular. Série: _____

VI- Como você avalia o trabalho desenvolvido sobre frações em suas aulas nos anos anteriores:

() Satisfatório

() Parcialmente Satisfatório

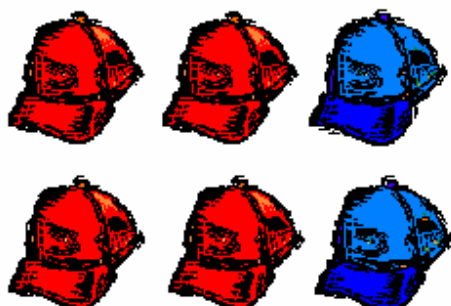
() Parcialmente Insatisfatório

() Insatisfatório

**2ª PARTE DO PROTOCOLO DE PESQUISA PROFESSOR- SITUAÇÕES-
PROBLEMA**

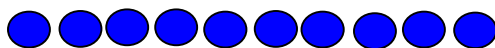
Questão 1

Numa loja de presentes há 4 bonés vermelhos e 2 bonés azuis de mesmo tamanho.
Que fração representa a quantidade de bonés azuis em relação ao total de bonés?



Questão 2

Tenho 10 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças.



- Quantas bolinhas cada criança ganhará?
- Que fração representa esta divisão?

Questão 3

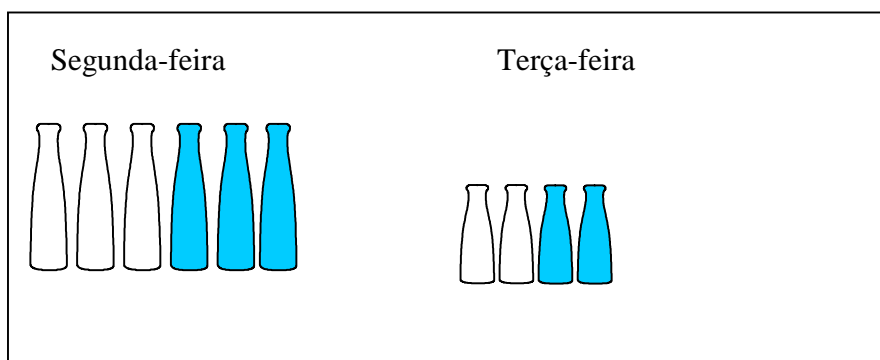
Na escola de Pedro foi feita uma rifa e foram impressos 150 bilhetes. A mãe de Pedro comprou 20 bilhetes dessa rifa. Qual a chance da mãe de Pedro ganhar o prêmio?

Questão 4

Isabelle ganhou uma barra de chocolate, partiu em 5 partes iguais e deu 2 partes ao André. Que fração representa a parte que André recebeu?

Questão 5

A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira?

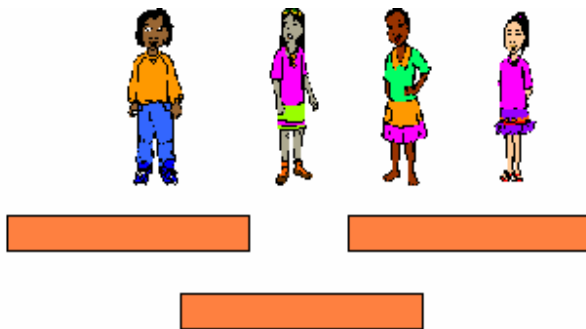


Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca

- a) na segunda-feira?
- b) E na terça-feira?

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?

Sim ()

Não ()

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?

Sim ()

Não ()

c) Que fração de chocolate cada criança receberá?

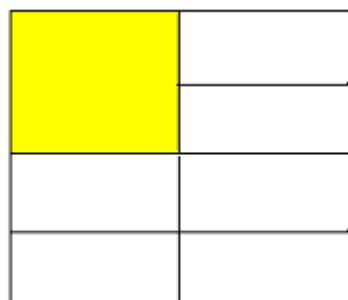
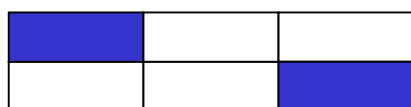
Questão 7

Maria ganhou um chocolate e comeu $\frac{2}{5}$. Pinte a quantidade de chocolate que Maria comeu. 15 acertaram, 1 representou com bolinhas e outro pintou $\frac{7}{10}$



Questão 8

Observe o desenho abaixo e responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura?



QUESTÃO 9

Para fazer uma certa quantidade de suco são necessários 2 medidas de concentrado de laranja para 5 medidas de água. Que fração representa a medida de concentrado de laranja em relação ao total de suco?

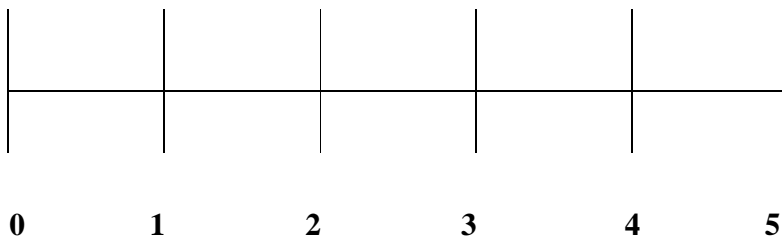
QUESTÃO 10

Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças.

- Quantas bolas de futebol cada criança ganhará?
- Que fração representa essa divisão?

Questão 11

Represente na reta numérica as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.



Questão 12

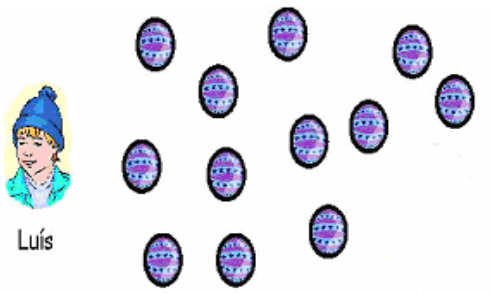
Numa loja de brinquedos havia 6 bonecas iguais. Maria comprou 2 dessas bonecas para presentear suas sobrinhas. Que fração representa as bonecas que Maria comprou em relação ao total de bonecas da loja?

Questão 13

Foram divididos igualmente 4 chocolates para 5 crianças. Que fração representa o que cada criança recebeu?

Questão 14

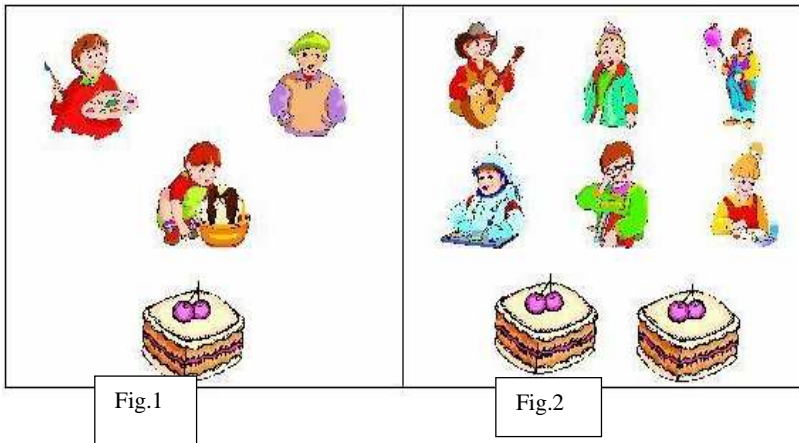
Observe a coleção de bolinhas abaixo:



Luís ganhou $\frac{2}{3}$ das bolinhas de gude desta coleção. Quantas bolinhas ele ganhou?

Questão 15

Um bolo foi dividido igualmente para 3 crianças, e 2 bolos do mesmo tamanho foram divididos igualmente para 6 crianças.



a) As 9 crianças comerão a mesma quantidade de bolo?

Sim

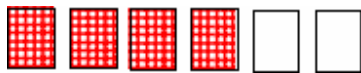
Não

Questão 16

Gustavo tinha uma coleção de 15 soldadinhos de chumbo e deu a seu primo Fernando $\frac{3}{5}$ de sua coleção. Quantos soldadinhos de chumbo Gustavo deu a Fernando?

Questão 17

a) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?



b) Qual a chance de tirar uma carta branca nesse baralho?



c) Em qual dos dois baralhos existe maior chance de se tirar uma carta branca?

Questão 19

João ganhou um chocolate e Maria ganhou um outro chocolate de mesmo tamanho. João comeu $\frac{1}{2}$ de seu chocolate, enquanto que Maria comeu $\frac{1}{4}$ do chocolate dela. Quem comeu mais chocolate? Como você convenceria seu amigo que sua resposta está correta?

ROTEIRO PARA ENTREVISTA COM O PROFESSOR

Professora _____ SÉRIE _____ -

I- DADOS PESSOAIS

1. Formação inicial:

1.1 Instituição:

1.2 Ano de Conclusão do Curso:

2. Tempo de Magistério:

3. Jornada nesta escola:

4. Trabalha em outra/s escola/s? Não () Sim ()

5. Se respondeu sim a questão anterior especifique:

5.1 quantas: _____

5.2 pública/s () ou particular/es ()

5.3 :jornada:

II-O ENFOQUE DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS DURANTE:FORMAÇÃO INICIAL ,CONTINUADA E NO TRABALHO PEDAGÓGICO EM SALA DE AULA

1. Antes dos nossos encontros, em que momentos de sua formação você discutiu o tema frações e como foi? (formação pode considerar desde sua formação inicial como continuada- HTPC, cursos da Diretoria, ou quaisquer outros cursos)

2. E quando você estudou como era?

3. Como você trabalhava com fração até o ano passado?

III-SOBRE A INTERVENÇÃO

1. Você participou dos encontros onde discutimos os Significados das Frações?

Não [] Sim [todos (nesse ano,sim) sim[] alguns: informe quantos

Das experiências vivenciadas no curso sobre Frações, qual foi a mais significativa do ponto de vista da:

2. Das experiências vivenciadas no curso sobre Frações, qual foi a mais significativa do ponto de vista da:

a-) atualização de conteúdo:

b-) do Aprimoramento da Prática Docente

c-) da Fundamentação Teórica

IV- SOBRE O TRABALHO COM FRAÇÃO EM SALA DE AULA DEPOIS DA INTERVENÇÃO

1. Comente um pouco como foi o seu trabalho com frações nesses ano?
2. Você já desenvolveu em sala de aula alguma atividade sugerida nos nossos encontros, Quais?
3. Você considera que alcançou os resultados, esperados? Por quê?
4. Alguma de nossas vivências você considera impraticável a utilização na sala de aula? Por quê?
5. Vocês discutiram o tema Frações nas HTPCs em que participaram somente os integrantes da escola? Se sim, conte como foi.
6. E nos contatos informais com colegas, o que você considera que tenha contribuído mais para o seu trabalho com o tema em sala de aula?

7. Comente o que considera importante e ainda não falamos relacionado aos nossos encontros, seus saberes e sua prática pedagógica relacionado a frações:

ANEXO 3

ROTEIROS DE ENTREVISTA

A) ROTEIRO PARA ENTREVISTA NA ESCOLA – DIREÇÃO E/OU COORDENAÇÃO

I - CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

- 1- Quantos professores de 3^a E 4^a Séries trabalham na escola?

R: _____ efetivos _____ ACT _____

- 2- A escola possui Recursos de mídia de Matemática:

Fitas de vídeo- Quantas : _____

Quais:

Computador- Quantos: _____

Calculadora- Quantas : _____

- 3- Que outros materiais a escola oferece para o trabalho do professor:

Material Dourado:

Cuisinaire:

Tangram:

Outros materiais manipuláveis: Quais e quantos : _____

Materiais para uso em sala de aula- Régua, transferidor, compasso etc..

- 4- Quanto ao Acervo bibliográfico na área de matemática:

livros didáticos – quantos e quais:

Paradidáticos:

EM:

PCN:

LDB:

Propostas Curriculares:

Biblioteca do professor (didática, metodologia e outros)

5- Como se dá o acesso do professor a este material?

6- Qual o interesse que o professor demonstra por este material: o que mais procura, o que menos procura. :

II - RECURSOS TEÓRICOS UTILIZADOS PELO PROFESSOR

1- Quais recursos você observa que os professores de Matemática utilizam na sua prática pedagógica:

I ζ – Livro didático

ζ – Livro Paradidático

ζ I– Jornal

ζ II– Materiais manipuláveis

ζ III– Mídia (vídeo, computador etc)

I Ξ – Calculadora

Ξ – Outros? Quais?

Formação Continuada Docente

1- Quanto a Formação Continuada sobre Frações realizada na escola, o que você observou, quanto:

a-) Participação e interesse dos professores nos encontros?

b-) Comentários dos professores posteriores ao encontros?

c-)Em relação ao que vinha observando nos anos anteriores , nesse ano foram observados mais pedidos e/ou interesses em utilização de materiais diferenciados para trabalhar com o tema frações?

d-) Quais os maiores avanços e as maiores dificuldades dos professores em relação a:

- Prática Docente no trabalho com frações:

- Fundamentação Teórica:

- Ao conteúdo frações:

e-) Que iniciativa a senhora considera necessária para suprir essas dificuldades: