UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

SOBRE REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS NA MATEMÁTICA

João Carlos Gilli Martins

Rio Claro (SP)
2005

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociência e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

SOBRE REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS NA MATEMÁTICA

João Carlos Gilli Martins

Orientador: Prof. Dr. Romulo Campos Lins

Tese de Doutorado elaborada junto ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos
Para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2005

510.09 Gilli Martins, João Carlos
G481s Sobre revoluções científicas na Matemática / João Carlos
Gilli Martins. – Rio Claro : [s.n.], 2005
175 f.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Romulo Campos Lins

1. Matemática – História. 2. Epistemologia. 3. Paradigma. 4. Pesquisa normal. 5. Pesquisa extraordinária. 6. Álgebra. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Romulo Campos Lins (orientador)
IGCE/UNESP – Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica
FC/UNESP – Bauru (SP)

Prof. Dr. Francisco César Polcino Miles
IME/USP – São Paulo (SP)

Profª. Drª. Ligia Arantes Sad
UFES – Vitória (ES)

Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira
IGCE/UNESP – Rio Claro (SP)

Rio Claro, o4 de maio de 2005

Ao meu avô,

Carlos Gilli Netto (in memoriam);

aos meus pais,

Jesus Martins Martins (in memoriam) e

Nilde Gilli Martins;

à minha esposa,

Graziela Lucci de Angelo

e aos meus filhos,

Bruno de Angelo Gilli Martins e

Lígia de Angelo Gilli Martins,

aos quais tanto devo,

dedico.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo Romulo Campos Lins, pela confiança em mim depositada, pela disponibilidade e pelas valiosas contribuições a este trabalho, advindas de uma orientação crítica e segura.

Aos colegas do grupo de pesquisa *Sigma-t*: Amarildo Melchiades da Silva, Carlos Alberto Francisco, Patrícia Rosana Linardi, Regina Ehler Bathelt e Rodolfo Chaves, pelo estímulo sempre presente e pelas contribuições recebidas nas sessões semanais de orientação.

Aos colegas — professores e servidores técnico-administrativos do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Campus de Rio Claro —, pela acolhida amiga; em especial, aos professores:

- Irineu Bicudo, que orientou os meus primeiros passos nesse programa de pós-graduação;
- Roberto Ribeiro Baldino e Tânia C. Batista Cabral, que contribuíram significativamente para que o projeto desta tese desabrochasse;
- Antonio Carlos Carrera de Souza, que me apresentou a Educação Matemática enquanto processo de se educar pela Matemática;
- Antonio Vicente Marafioti Garnica, sempre disponível, com sugestões sempre oportunas;
- Marcos Vieira Teixeira, um interlocutor, de todas as horas, acerca da História da Matemática;
- Ole Skovsmose, pelos caminhos apontados e pelas sugestões pertinentes.

Aos colegas — professores e servidores técnico-administrativos — do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria, pela confiança, apoio e incentivo; em especial, ao amigo João Batista Peneireiro, pelas discussões esclarecedoras e propostas oportunas.

Aos membros da banca de qualificação e da banca examinadora da defesa, pelas contribuições pertinentes que enriqueceram este trabalho.

À Graziela Lucci de Angelo, minha esposa e companheira, não só pela compreensão e carinho, mas, também, pelo exaustivo trabalho de revisão do texto.

Aos colegas do corpo discente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP — Campus de Rio Claro —, com os quais muito aprendi; em especial a Adlai R. Detoni, Ana Flávia Mussolini, Ana Márcia T. Carvalho, Ana Paula Malheiros, Andréia M. P. de Oliveira, Antonio Olímpio Jr, Antonio Pádua, Chateaubrian N. Amâncio, Duelci Vaz, Edílson R. Pacheco, Emerson Rolkouski, Fabiane H. Noguti, Heloísa da Silva, Jonei C. Barbosa, José Eduardo F. da Silva, Jussara de Loyola Araújo, Luiz H. Haruna, Marcelo S. Batarce, Nilce F. Scheffer, Otávio Jacobini, Paulo I. Hiratsuka, Raquel Milani, Ronaldo M. Martins, Rosimeire Batistela, Rosinete Gaertner e Vanda Domingos.

Aos amigos da aprazível Rio Claro, que tornaram a nossa permanência, nessa cidade, mais aconchegante ainda e, para sempre, inesquecível.

À CAPES-PICDT, pelo apoio financeiro.

À vida, que tanto tem me dado.

Agradeço.

"Entre os intelectuais, o mito do progresso é engolido por vaidade pessoal, pois a psicologia nos ensina que, com raras exceções, nada mais agradável do que pensar na grandeza das nossas criações nas ciências, nas artes, nas letras, com aquela arrogância que lança ao passado um olhar superior de quem se utiliza dele como um degrau para galgar níveis mais elevados. Verdade se diga que, entre os homens da ciência, uma atitude soberba é mais comum do que entre os artistas, pois, afinal, salta aos olhos que uma catedral gótica não é nem superior nem inferior a um templo grego; é apenas diferente. Mas, dizer que a geometria diferencial moderna não é nem superior nem inferior à geometria de Euclides, oh! isso não! O curioso é que, com todo esse 'progresso', ninguém toma consciência de que nunca houve tanta gente morrendo de fome, de doenças, queimadas por Napal e bombas atômicas, como no mundo atual! Bem, dizem, por aí, que este é um argumento emocional e muito gasto pelo uso. De fato, pode ser assim, mas a vergonha da desigualdade entre os homens continua berrante e, então, iremos apresentar, no decorrer de nossa exposição, argumentos não emocionais, mas solidamente ancorados na filosofia para evidenciar a ilusão desse mito do progresso e a incongruência dessa linha de interpretação da história que, infelizmente, como doença contagiosa, afeta mesmo as mentes mais esclarecidas de nossos tempos." (Lintz; 1999:XVII).

Índice

Resumo

Tem sido unanimidade entre os filósofos da Matemática a compreensão de que as revoluções científicas, na forma como são apresentadas em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, de Thomas S. Kuhn, não ocorrem na Matemática. Este trabalho pretende o contrário: fundado no Modelo Teórico dos Campos Semânticos e tendo a história da Matemática como cenário — mais especificamente, a história da Álgebra — esta tese foi elaborada para mostrar que a obra *Kitab al mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabalah*, de al-Khwarizmi, inaugura o primeiro período de pesquisa normal no desenvolvimento da Álgebra na Europa, um período altamente cumulativo e extraordinariamente bem sucedido em seus objetivos paradigmáticos e que se estendeu até as décadas iniciais do século XIX. Mostramos, ainda, que a demonstração do, hoje denominado, Teorema Fundamental da Álgebra, por Gauss, e a publicação do trabalho *Sobre a resolução algébrica de equações*, de Abel, trouxe à luz, na forma de um fato, uma anomalia irresolúvel do primeiro paradigma da Álgebra no Velho Continente. A partir daí, abriu-se um período de pesquisa extraordinária no âmbito dessa disciplina — um período revolucionário — de onde viria emergir um novo período de pesquisa normal, um novo paradigma para a Álgebra — os sistemas algébricos abstratos — fundado nas realizações matemáticas de Galois, Peacock e Hamilton.

Abstract

Thus far, all the Mathematical Philosophers have unanimously agreed that the scientific revolutions, as it is presented in *The Structures of the Scientific Revolutions*, by Thomas S. Kuhn, do not take place in Mathematics. This paper intends to prove just the opposite: founded on The Theoretical Models of the Semantic Fields and considering the History of Mathematics as the scenery in question — more precisely, the History of Algebra — this thesis was prepared to show that the work *Kitab al mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l muqabalah*, by al-Khwarizmi, gives birth to the first period of normal research in the European development of Algebra, a highly cumulative and extraordinarily well succeeded period in its paradigmatic objectives, which extended until the first decades of the Nineteenth Century. We further show that the proof of the so called *The Fundamental Theorem of Algebra*, by Gauss, and the publication of Abel's work on *The Algebraic Solutions of Equations*, brought to light, as a fact, an unsolvable anomaly of the first paradigm of Algebra in the Old Continent which, from there on, caused the beginning of an extraordinary research period in this particular field — in fact, a revolutionary period — from which would surface a new time of normal research, a new algebraic paradigm — the abstract algebraic systems — based on the mathematical achievements of Galois, Peacock and Hamilton.

Introdução

O problema

Uma prática muito comum no ensino da matemática, desde as séries iniciais e, até mesmo, nos estágios mais avançados da formação profissional, é apresentar-se, como verdade absoluta, a idéia de que o processo segundo o qual o desenvolvimento da matemática se estabeleceu, ao longo da sua história, é sempre contínuo e cumulativo.

Quando aplicada às ciências, essa concepção de desenvolvimento, sempre cumulativo e contínuo, começou a ser desconstruída a partir de 1962 quando, com base na sociologia e na psicologia, Thomas S. Kuhn publicou pela primeira vez *A Estrutura das Revoluções Científicas*.

Diante dessas duas situações, parece-nos natural perguntar se as teses que compõem *A Estrutura das Revoluções Científicas* se sustentam – em que medida e de que maneira – quando aplicadas aos processos que governam o desenvolvimento da matemática.

Alguns filósofos da matemática já se pronunciaram a respeito dessa questão. De maneira geral, todos eles colocam sob suspeição qualquer possibilidade de se ver a história da matemática sob a ótica das revoluções científicas. Michael Crowe, por exemplo, é, talvez, o mais categórico dentre eles: em um pequeno artigo intitulado *Ten "laws" concerning patterns of change in the history of mathematics*, publicado em 1975, conjectura, através dessas leis, que as teses apresentadas por Thomas Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas* não se aplicam à análise dos mecanismos segundo os quais o conhecimento matemático é construído. Um outro filósofo da matemática, H. Mehrtens, não é tão categórico quanto Crowe quando se trata de olhar a história da matemática sob a ótica da teoria da ciência de Kuhn. No artigo *T.S.Kuhn's theories and mathematics: a discussion paper on the "new historiography"*, Mehrtens admite que algumas teses apresentadas por Kuhn são passíveis de serem aplicadas quando o objetivo é analisar o desenvolvimento da matemática. Mas mesmo Mehrtens não vê as mudanças de paradigmas nas matemáticas como rupturas revolucionárias.

Como não encontramos filósofo da matemática algum cuja posição a respeito desse assunto não se situasse entre a posição mais categórica de Crowe e a menos radical de Mehrtens, achamos desnecessário apresentar, aqui, uma resenha sobre o que pensam todos esses filósofos a respeito da pertinência, ou não, das teses de Thomas Kuhn para se analisar a história da matemática.

O que é importante ressaltar, entretanto, é a unanimidade entre esses filósofos em não admitir que as revoluções, na forma como são apresentadas em *A Estrutura das Revoluções Científicas,* ocorrem na matemática.

Diante dessas considerações, afirmamos que o objetivo central deste trabalho é mostrar que as teses apresentadas por Thomas Kuhn em sua principal obra se aplicam, nos seus aspectos mais importantes, quando se trata de analisar o processo segundo o qual o conhecimento matemático, naqueles aspectos mais significativos, é produzido.

Uma orientação à leitura deste trabalho

Grosso modo, esse trabalho pode ser dividido em três momentos aparentemente desconexos.

O primeiro deles está ligado à tese central que este nosso trabalho dispõe-se a discutir e que está formulado no último parágrafo da seção anterior. A ele correspondem os capítulos 4 e 5.

O capítulo 4 é, digamos assim, o ponto nevrálgico da nossa tese e poderá, sem maiores problemas, ser lido sem o suporte dos três capítulos que o precedem. Abrimos esse capítulo com uma pequena *Introdução* onde o problema central da tese é recolocado.

Em seguida, para situar o leitor na teoria da ciência de Thomas Kuhn, fazemos uma breve abordagem dessa teoria naqueles aspectos que julgamos os mais relevantes no posterior desenvolvimento das nossas argumentações.

A partir de então, passamos a tratar mais detalhadamente algumas dentre as mais importantes noções da teoria da ciência de Thomas Kuhn, sobre as quais foi edificada *A Estrutura das Revoluções Científicas*, quais sejam, as noções de *paradigma*, de *ciência normal*, de *anomalia*, de *crise de um paradigma*, de pesquisa *extraordinária* e de *incomensurabilidade*.

Ao traçarmos considerações acerca dos paradigmas, discutiremos os diferentes usos que Thomas Kuhn faz desse termo, bem como a *necessária* circularidade que a definição de paradigma, dada por Kuhn, carrega consigo. Neste mesmo tópico, discutiremos os principais elementos constituintes de um paradigma considerado enquanto uma *matriz disciplinar*, e que são fundamentais na formulação da teoria da ciência de Kuhn: as *generalizações simbólicas*, os *modelos* e os *exemplares*. Essa discussão será desenvolvida de modo a se analisar se esses elementos se aplicam, se podem ser utilizados — e em que medida

— como componentes de uma possível matriz disciplinar partilhada pelos membros de uma comunidade de matemáticos.

Feita essas considerações acerca dos paradigmas, voltaremos a nossa atenção para aquilo a que Thomas Kuhn denomina período de *ciência normal* ou de *pesquisa normal* e que, neste nosso trabalho, quando estivermos analisando o desenvolvimento da matemática, denominaremos por período de *matemática normal* ou, mesmo, na sua formulação geral, de período de *pesquisa normal*.

Para justificar a nossa escolha pela teoria da ciência de Thomas Kuhn, discutiremos, ainda, neste tópico referente ao desenvolvimento da pesquisa normal, o porquê da sua escolha em detrimento da teoria da ciência de Imre Lakatos. Aí também será feita uma breve discussão acerca da *incomensurabilidade*.

Sob o título *Da pesquisa normal à crise e à revolução: um caso na matemática,* discutiremos o processo segundo o qual a Álgebra se desenvolveu na Europa a partir das realizações matemáticas de al-Khwarizmi e al-Karaji. Estaremos empenhados em mostrar que as obras desses dois matemáticos — essencialmente a *Kitab al mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabalah* de al-Khwarizmi — governaram, por séculos, enquanto realizações matemáticas, o primeiro paradigma da álgebra na cultura ocidental até que a conjunção de dois fatos matemáticos — as demonstrações do Teorema Fundamental da Álgebra e da impossibilidade de, via radicais, encontrar uma fórmula geral para as raízes de polinômios de graus maiores do que quatro — mostrou uma anomalia irredutível desse paradigma. Daí à crise, à revolução matemática e a emergência de um novo paradigma da Álgebra.

Durante o desenvolvimento do nosso estudo sobre o primeiro paradigma da Álgebra na cultura ocidental, estaremos empenhados em mostrar que, sob a ótica da nossa análise, François Viète não poderia ser — como querem muitos historiadores da matemática — o precursor da Álgebra como é concebida nos dias de hoje, ou seja, como um sistema algébrico abstrato.

No capítulo 5, ainda que brevemente, faremos um confronto necessário entre a nossa concepção sobre como se dá o desenvolvimento da matemática com aquela apresentada por Michael Crowe em *Ten "laws" concerning patterns of change in the history of mathematics*. Nessa discussão abordaremos alguns aspectos do desenvolvimento da geometria euclidiana nos marcos do primeiro paradigma da geometria, cuja realização matemática foi os *Elementos* de Euclides.

O segundo momento da nossa tese é desenvolvido nos capítulos 2 e 3. Ainda que, para um olhar menos atento, possa parecer que esses dois capítulos pouco — ou nada —

têm a ver com o que foi discutido nos capítulos 4 e 5, ou seja, com o problema central desta tese, nós pensamos justamente o contrário. A inclusão desses dois capítulos parece-nos importante para que possamos esclarecer dois aspectos do desenvolvimento da matemática que não foram abordados em nossa análise do problema central da tese.

Se não, vejamos. Se nós advogamos que as principais teses apontadas por Thomas S. Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas* se aplicam, nos seus aspectos mais importantes, quando se trata de estudar o processo pelo qual o conhecimento matemático é produzido, então o que explica a concepção comum entre os filósofos da matemática de que o progresso da matemática, ao longo de toda a sua história, é contínuo e cumulativo?

Para nós, essa visão de progresso contínuo e cumulativo, seja ela relacionada ao desenvolvimento das ciências naturais, ou ao das matemáticas, ou mesmo aos desenvolvimentos sociais em geral, é uma concepção positivista da história, uma filosofia que foi construída no calor do extraordinário desenvolvimento científico e tecnológico ocorrido ao longo do século XIX.

Assim, no capítulo 2, trataremos das condições históricas — objetivas e subjetivas — que determinaram a gênese da filosofia positivista da ciência que, hoje, dá sustentação à ideologia de que o desenvolvimento da matemática é sempre contínuo e cumulativo. No capítulo 3, com base nos pressupostos apresentados por Habermas em seu tratado *Conhecimento e Interesse*, ao exercermos uma breve crítica às concepções positivistas de desenvolvimento, sustentamos a tese de que essa doutrina marca o fim do paradigma da Teoria do Conhecimento e que, em seu lugar, instala-se uma Teoria da Ciência que, com status de uma “grande filosofia”, é apresentada como a detentora da verdade absoluta.

Finalmente, o capítulo 1 — o terceiro momento deste nosso trabalho — foi reservado para apresentar, de maneira geral, a nossa concepção sobre História para que o leitor venha a saber de onde falamos quando tratamos, aqui, da história da matemática.

Capítulo 1

> "Saber como os discursos funcionam é colocar-se na encruzilhada de um duplo jogo da memória: o da memória institucional que estabiliza, cristaliza, e, ao mesmo tempo, o da memória constituída pelo esquecimento que torna possível o diferente, a ruptura, o outro."
>
> (Orlandi; 2001:10).

Introdução: à guisa de um breve esclarecimento

Não pensamos que exista um discurso neutro, imparcial, desprovido de ideologias; nem mesmo, como querem os positivistas, os discursos científicos.

Com esse pressuposto, o presente trabalho funda-se na convicção de que o homem, na sua historicidade, se põe no mundo, como sujeito[1], pela língua, e todo o resto resulta disso. Assim, todo discurso, seja ele produzido na oralidade, seja através da forma escrita, ou mesmo pelo uso mais aparentemente cotidiano e vulgar dos signos, está impregnado das mais diferentes manifestações ideológicas, muito embora os efeitos das ideologias — e da história — nem sempre sejam, nele, tão evidentes.

Para justificar essa nossa crença, recorreremos à Análise de Discurso que exercerá, ao longo deste trabalho — ora de maneira geral, outras vezes mais especificamente —, um importante papel como referência teórica que trata dos diversos modos de leitura e dos processos de produção de sentidos[2].

Entretanto, mesmo reconhecendo a importância dessa teoria na construção de dispositivos teóricos de interpretação, julgamos importante esclarecer, aqui, que não trataremos com detalhes, os seus vários aspectos que dão fundamentação e são determinantes à construção de tais dispositivos. Nosso mergulho na Análise de Discurso é raso e não pretende, no presente trabalho, submeter textos de matemática e de história da matemática a

[1] Na perspectiva da Análise de Discurso, "a noção de sujeito deixa de ser uma noção idealista, imanente; o sujeito da linguagem não é o sujeito em si, mas tal como existe socialmente, interpelado pela ideologia. Dessa forma, o sujeito não é a origem, a fonte absoluta do sentido, porque na sua fala outras falas se dizem. Para Pêcheux, '*a ilusão discursiva do sujeito* consiste em pensar que é ele a fonte e a origem do sentido do que diz'." Brandão; 1991: 92)

[2] Para a Análise de Discurso, "não existe um sentido *a priori*, mas um sentido que é construído, produzido no processo de interlocução, por isso deve ser referido às condições de produção (contexto histórico, interlocutores, ...) do discurso. Segundo Pêcheux, o sentido de uma palavra muda de acordo com a formação discursiva a que pertence." (Brandão; 1991: 92).

um tratamento analítico à luz dessa teoria. Nosso objetivo é outro: buscamos apoio no arcabouço teórico da Análise de Discurso para firmar a proposição de que, frente aos gestos de interpretação que relacionam sujeito e sentido, a procura por uma pretensa "verdade" imediata de um texto — seja ele qual for — é um esforço inútil diante das tramas engendradas pelas interpretações possíveis.

A nossa opção pela Análise de Discurso nos parece adequada por duas razões que se ajustam: se, de um lado, é objetivo central deste trabalho apresentar a nossa perspectiva histórica de como se inscrevem os processos de produção de conhecimento matemático, de outro, a Análise de Discurso, na vertente que a tomamos, teoriza a interpretação, ou seja, coloca em relevo a interpretação, as múltiplas possibilidades de leitura.

Sobre Análise de Discurso: aspectos relevantes ao presente trabalho

Das duas tendências da Análise de Discurso, optamos por trabalhar com a vertente francesa que surgiu, pode-se dizer assim, grosso modo, nos anos sessenta do século XX, a partir das reflexões de Althusser, escrevendo sobre os trabalhos de Marx; das especulações de Règine Robin, sobre as relações entre lingüística e história; do "mergulho" de Lacan na Psicanálise, propondo uma outra leitura de Freud; de Foucault, apresentando a sua arqueologia; das considerações de Barthes, identificando a leitura como escritura e, fundamentalmente, a partir dos ensaios de Michel Pêcheux, mais particularmente do seu *Analyse Authomatique du Discours*, publicado na França em 1969.

Como teoria da interpretação, a Análise de Discurso coloca em suspenso a noção de leitura e coloca em seu lugar, como fundamental, a noção de sentido, tomado não como algo em si, como se existisse *a priori*, mas como "em relação a", construído no processo de interlocução. Considerando o discurso como a materialidade própria da ideologia e a língua como a materialidade própria do discurso, Pêcheux (1975) considera que, do mesmo modo que todo discurso pressupõe um sujeito, não há sujeito sem ideologia; para ele o indivíduo é interpelado em sujeito pela ideologia e é desse modo que a língua faz sentido, que os sujeitos e os sentidos se estabelecem.

Para essa vertente da Análise de Discurso, todo enunciado oferece lugar à interpretação. Segundo Pêcheux (1981), todo enunciado é sempre suscetível de ser/tornar-se outro e que esse lugar do outro é o lugar da interpretação — manifestação da ideologia na produção de sentidos e na construção dos sujeitos. Desse modo, não há por que procurar o sentido "verdadeiro", o sentido real de um enunciado. Não há essa verdade oculta atrás de um texto. O que há, segundo Lins (1996), são gestos de interpretação que constituem o texto. E é, pois, analisando os próprios gestos de interpretação — considerados como atos no domínio simbólico —, que a Análise de Discurso procura compreender como os objetos simbólicos adquirem sentidos.

Deslocando a noção de ideologia, de uma formulação sociológica para uma formulação discursiva, Orlandi (2001) alerta, ainda, sobre a impossibilidade de não estarmos sujeitos à linguagem, a seus equívocos, à sua opacidade; e que, ao penetrarmos o simbólico, estamos irremediavelmente presos ao ritual da palavra e comprometidos com os significados ali produzidos e com o político. Nessas condições:

> "... o sujeito não pode não significar/fazer significar: ele é levado a dizer o que 'isto' quer dizer. Há assim injunção à interpretação. Há, neste fato, o que tenho chamado ilusão de conteúdo, apagamento da construção discursiva do referente. Trata-se da redução do sentido a um conteúdo, sendo que essa redução é parte da ilusão referencial, produção do efeito de evidência. É aí que reside um dos mecanismos ideológicos importantes. Na realidade, não há um sentido (conteúdo), só há funcionamento da linguagem. [...]. O sujeito *é* a interpretação. Fazendo significar, ele significa. É pela interpretação que o sujeito se submete à ideologia, ao efeito da literalidade, à ilusão do conteúdo, à construção da evidência dos sentidos, à impressão do sentido já-lá. A ideologia se caracteriza assim pela fixação de um conteúdo, pela impressão do sentido literal, pelo apagamento da materialidade da linguagem e da história, pela estruturação ideológica da subjetividade." (Orlandi; 2001: 22).

Entretanto, se de um lado, como sujeitos, somos reiteradamente solicitados a interpretar, se há uma injunção permanente à interpretação, de outro, é bom que se frise, não há neutralidade alguma nesse processo. Os sentidos não estão soltos. Ao contrário:

> "Há modos de se interpretar, não é todo mundo que pode interpretar de acordo com sua vontade, há especialistas, há um corpo social a quem se delegam poderes de interpretar (logo de 'atribuir' sentidos), tais como o juiz, o professor, o advogado, o padre, etc. Os sentidos estão sempre 'administrados', não estão soltos. Diante de qualquer fato, de qualquer objeto simbólico somos instados a interpretar, havendo uma injunção a interpretar. Ao falar, interpretamos. Mas, ao mesmo tempo, os sentidos parecem já estar sempre lá." (Orlandi; 2001: 10).

No dizer de Orlandi (2001), mesmo ao analista do discurso, cujo gesto de interpretação é determinado pelo dispositivo teórico — o sujeito funciona no ordinário pelo dispositivo ideológico —, mesmo a ele, não se pode imputar uma posição de neutralidade em relação aos sentidos, muito embora o arcabouço teórico à sua disposição lhe possibilite deslocamentos para trabalhar os equívocos, a opacidade e a não auto-evidência da linguagem. Isso, por certo, relativiza a relação do sujeito-analista com a interpretação. Entretanto, mesmo assim, o analista do discurso também estará sempre suscetível ao ritual das palavras, ao jogo da interpretação, mesmo porque, o seu dispositivo teórico marca uma posição na diferenciação a outras interpretações, algumas delas de certo modo antagônicas, como é o caso, por exemplo, da hermenêutica.

Uma outra razão que nos levou a essa Análise de Discurso reside em que ela — no dizer de Pêcheux (1984) — é, sobretudo, desde meados da década de sessenta do século XX, assunto pertinente não somente a lingüistas mas também a historiadores. Essa pertinência encontra explicação no fato de essa teoria colocar à reflexão a tensão permanente e contraditória que caracteriza os processos através dos quais os acontecimentos se inscrevem no espaço da memória[3].

Para Pêcheux (1999), essa tensão se dá sob uma dupla forma-limite de esquecimento, sob a tensão entre os processos parafrásticos[4] e os processos polissêmicos[5] presentes na construção dos discursos.

Pêcheux (1975) distingue duas formas de esquecimento no discurso:

(a) o esquecimento que é da ordem da enunciação[6] e que produz a impressão da realidade do pensamento, que faz crer que há uma relação direta, "natural", entre o pensamento, a linguagem e o mundo. É essa impressão psico-ideológica do sentido já-lá, do sentido absolutamente literal do texto, que faz crer que aquilo que se diz só pode ser dito de

[3] "Memória deve ser entendida aqui não no sentido diretamente psicologista da 'memória individual, mas nos sentidos entrecruzados da memória mítica, da memória social inscrita em práticas, e da memória construída do historiador." (Pêcheux; 1999:50).

[4] Por processos parafrásticos entendam-se aqueles pelos quais há, em toda enunciação, um resíduo que se mantém, ou seja, o dizível, a essencialidade, a memória. É o processo que reconduz sempre aos mesmos espaços do dizer, ao já-dito. Para Orlandi, "A paráfrase representa [...] o retorno aos mesmos espaços do dizer. Produzem-se diferentes formulações do mesmo dizer sedimentado. A paráfrase está do lado da estabilização." (Orlandi; 2001: 36). Por exemplo: "José bebeu muito", "José tomou todas" e "José encheu a cara" são paráfrases umas das outras.

[5] Ao contrário dos processos parafrásticos, nos processos polissêmicos o que se tem são os deslocamentos, o não-dito, o "a se dizer", a ruptura de processos de significação. Em outras palavras, a polissemia joga com o equívoco, instala a multiplicidade de sentidos e faz com que o sentido de uma expressão mude de uma formação discursiva para outra. Por exemplo: No discurso do futebol, "receber uma bolada" significa que o jogador foi atingido pela bola; no discurso do cotidiano, significa receber uma expressiva quantidade de dinheiro.

[6] Por enunciação, entende-se a "emissão de um conjunto de signos que é produto da interação de indivíduos socialmente organizados. A enunciação se dá num aqui e agora, jamais se repetindo. Ela se marca pela singularidade." (Brandão; 1991: 89).

uma maneira única e não de outra — muito embora, no processo de enunciação, famílias parafrásticas se constituam para indicar que o dizer sempre podia ser outro;

(b) o outro esquecimento, que é da instância do inconsciente, se origina do modo como somos apreendidos pela ideologia. Por esse esquecimento ideológico, temos a ilusão de que os discursos se originam em nós, quando o que acontece, na construção dos discursos, é sempre a retomada de sentidos pré-existentes. Muito embora haja uma singularidade na maneira como a língua e a história nos afetam, nós não estamos na inicial absoluta da linguagem, da mesma forma como não somos o início da história: quando somos lançados ao mundo, os discursos — e a história — já estão em processo e nós é que somos apreendidos por esse processo.

É importante que se ressalve, entretanto, que essas impressões — seja a ilusão referencial que estabelece uma relação "natural" entre a palavra e as coisas, seja a ilusão de que a origem do que dizemos está absolutamente em nós — não são "defeitos"; são, antes de tudo, necessidades para que a linguagem funcione nos sujeitos e na produção dos sentidos. É nesse processo que "os sentidos e os sujeitos estão sempre em movimento, significando sempre de muitas e variadas maneiras. Sempre as mesmas mas, ao mesmo tempo, sempre outras." (Orlandi; 2001: 36).

Contudo, é importante que se frise, nem todo esquecimento no discurso se enquadra nessas duas formas distinguidas por Pêcheux. Numa conferência proferida no Colóquio "Utopias e Distopias", realizado, em maio de 1998, na Universidade Federal de Santa Maria (RS), Orlandi (1999) acrescenta um "esquecimento" no discurso, de outra ordem, que não se inscreve nos dois tipos descritos por Pêcheux e que são pertinentes à falha e ao esquecimento constitutivos, próprios da memória. Refere-se, nessa conferência, aos sentidos que são silenciados, que são censurados pelos Aparelhos Repressivos do Estado; aos sentidos que são excluídos para que um já-dito não se inscreva, para que não haja um já-significado no espaço da memória que possibilite, a partir dele, outros sentidos. Esses sentidos, uma vez excluídos, silenciados, não podem significar por força das ideologias e da repressão. Entretanto, é importante que se ressalve, que mesmo esse apagado pelo silenciamento — pela censura — não desaparece de todo: ficam os seus vestígios de discurso em suspenso até que o real da história — a história em toda sua potencialidade, em todas as suas relações — exerça pressão e faça com que algo irrompa nessa ideologia e desencadeie, a partir dos vestígios, processos de (re)significação.

Enfim, como o objetivo primeiro deste trabalho está centrado na história de como se inscrevem os processos de produção de conhecimento matemático, queremos, ainda que por ora, declarar a nossa convicção de que em se "falando de história e de política, não há como não considerar o fato de que a memória é feita de esquecimentos, de silêncios. De sentidos não ditos, de sentidos a não dizer, de silêncios e de silenciamentos." (Orlandi; 1999: 59).

Na próxima seção, quando falarmos sobre a concepção de História a ser adotada no presente trabalho, voltaremos a abordar, com especificidade, esses esquecimentos e silenciamentos como constitutivos da memória construída do historiador.

No entanto, em razão de tudo o que foi dito até agora acerca da Análise de Discurso, uma questão, ao menos, ainda merece ser discutida: se todo enunciado está sujeito, por força da interpretação — e portanto, da ideologia — a ser/tornar-se outro, e se os sentidos apenas se representam como originando-se em nós, então, diante disso, nos parece que a efetividade dos processos comunicativos ficam em suspenso e, assim, uma pergunta se põe naturalmente: como explicar a relativa efetividade dos entendimentos ou, então, "por que os processos comunicativos não são tão divergentes que simplesmente se desfazem à primeira tentativa de contato?" (Lins; 1999: 81).

Com vista a perguntas dessa natureza, a Análise de Discurso trabalha a noção de discurso. Essa noção — a que será adotada no presente trabalho — não somente não se enquadra, como se opõe aos modos como o esquema elementar de comunicação concebe e dispõe seus elementos para definir o que se denomina mensagem.

Um esquema elementar de comunicação[7], a menos de variações formais com maior ou menor complexidade, é constituído de *emissor*, *receptor*, *código*, *referente* e *mensagem*.

Para esse mecanismo elementar de comunicação, o *emissor* transmite ao *receptor* uma *mensagem* formulada em um *código*, referindo-se a algum elemento da realidade — o *referente*. Esse esquema trabalha com a hipótese de que o "processo de transmissão" levará, com fidelidade, a informação — a mensagem — do emissor ao receptor, desde que não ocorram problemas nas etapas desse "processo", ou seja, desde que a informação seja codificada corretamente, transmitida corretamente e corretamente decodificada.

---

[7] Vide Jakobson, R. **Lingüística e Comunicação**. São Paulo: Cultrix, 1969

Por sua vez, para a Análise de Discurso, a comunicação é colocada em suspeição e o seu lugar é ocupado pela idéia de interação entre sujeitos, pela idéia de interlocução. Não se trata, pois, de transmissão de informação através de códigos, mas de interação entre sujeitos, a partir de lugares provisórios da enunciação, construídos ideologicamente. Em outras palavras, para a Análise de Discurso o sujeito da enunciação[8] não comunica suas mensagens; ao contrário, materializa entendimentos que são historicamente construídos.

Falando sobre o processo de comunicação elementar, Orlandi escreve:

> "Para a Análise de Discurso não se trata apenas de transmissão de informação, nem há essa linearidade na disposição dos elementos da comunicação, como se a mensagem resultasse de um processo assim serializado: alguém fala, refere alguma coisa, baseando-se em um código, e o receptor capta a mensagem, decodificando-a. Na realidade, a língua não é só um código entre outros, não há essa separação entre o emissor e o receptor, nem tampouco eles atuam numa seqüência em que primeiro um fala e depois o outro decodifica etc. Eles estão realizando ao mesmo tempo o processo de significação e não estão separados de forma estanque. Além disso, ao invés de mensagem, o que propomos é justamente pensar aí o discurso. Desse modo, diremos que não se trata de transmissão de informação apenas, pois, no funcionamento da linguagem, que põe em relação sujeitos e sentidos afetados pela língua e pela história, temos um complexo processo de constituição desses sujeitos e de produção de sentidos e não meramente transmissão de informação. São processos de identificação do sujeito, de argumentação, de subjetivação, de construção da realidade etc. Por outro lado, tampouco assentamos esse esquema na idéia de comunicação. A linguagem serve para comunicar e para não comunicar. As relações de linguagem são relações de sujeitos e de sentidos e seus efeitos são múltiplos e variados. Daí a definição de discurso: o discurso é efeito de sentidos entre locutores." (Orlandi; 2001: 21).

Um trabalho, no âmbito da Educação Matemática, que apresenta um entendimento acerca do processo de produção de significados[9] na comunicação elementar, foi elaborado por Romulo Campos Lins, a partir de seu Modelo Teórico dos Campos Semânticos. Esse trabalho guarda, sob muitos aspectos, uma certa similaridade com o entendimento dado pela Análise de Discurso ao processo de significação.

---

[8] Por sujeito da enunciação "entende-se a figura da enunciação que representa a pessoa cujo ponto de vista é apresentado. É a perspectiva que o locutor constrói e de cujo ponto de vista narra, quer identificando-se com ele quer distanciando-se dele." (Brandão; 1991: 90)

[9] No presente trabalho, o termo *significado* será tomado na formulação proposta pelo Modelo Teórico dos Campos Semânticos: *significado* é o que pode e é efetivamente dito sobre um objeto no interior de uma atividade.

Partindo da tríade *autor-texto-leitor*, Lins elabora uma proposta para o que ele chama processo de produção de significados que, assim como a Análise de Discurso, não precisa postular a exigência de uma comunicação efetiva no sentido colocado pelos esquemas elementares de comunicação. Para ele, o que se tem no processo de produção de significados é a sensação psicológica de que a comunicação efetivamente ocorre, ou seja, na sua visão o que ocorre na interlocução é

> "... a sensação de que está ocorrendo algo que nos conecta, algo que nos dá razão para permanecer neste processo. É disto que precisamos dar conta, em primeiro lugar, mas penso que não precisamos, para resolver este problema, postular a existência de uma comunicação no sentido tradicional, de transmissão." (Lins; 1999: 81).

Com base nesse pressuposto, Lins (1999) formula o seu entendimento sobre o processo de produção de significados partindo, como já dissemos, da tríade autor-texto-leitor.

Para ele, *o autor* é o sujeito que, no processo de produção de significados, produz a enunciação.

> "Quando o autor fala, ele sempre fala para alguém. Porém, por mais que o autor esteja diante de uma platéia, este alguém não corresponde a indivíduos, pessoas nessa platéia e, sim, ao leitor que o autor constitui: é para este 'um leitor' que 'o autor' fala." (Lins; 1999: 81).

Segundo esse entendimento, quando *o autor* fala, ele sempre o faz numa direção, na expectativa de que a sua enunciação se transforme em texto para algum virtual leitor — o *um leitor* — que ele, *o autor*, constitui como um seu legítimo interlocutor. Nesse processo, identifica o *um leitor*, não como um sujeito biológico de memória carnal, mas, como sendo uma direção na qual *o autor* fala; em outras palavras, identifica o *um leitor* como modos de produção de significados.

Diferentemente do *um leitor*, *o leitor* é o sujeito que, no processo de produção de significados, produz significados para o resíduo das enunciações produzidas pelo *o autor*. Com outro dizer, *o leitor* se constitui enquanto tal na medida em que fala, ou seja, apenas na medida em que, colocando-se na posição de autor, produz significados para resíduos de enunciação. Para Lins, *o leitor*, no processo de produção de significados, constitui sempre *um autor* como seu interlocutor, e é na relação dialógica com o que supostamente diria esse *um autor* que *o leitor* produz significado para o resíduo da enunciação que, neste momento, no processo de interlocução, se põe em texto.

Na perspectiva dessa proposta, o *texto*[10] deve ser entendido como os significados produzidos pelo *o leitor*, a partir do que ele acredita ser o resíduo de uma enunciação.

É importante que se frise que, no processo de interlocução, o texto produzido pelo *o autor* não é o mesmo que o constituído pelo *o leitor*, nem mesmo quando eles — autor e leitor — compartilham o mesmo espaço comunicativo.

De fato, como já dissemos na seção anterior, todo enunciado para a Análise de Discurso — e, portanto, todo texto, como unidade de análise — é sempre suscetível de ser/tornar-se outro e esse lugar do outro é o lugar da interpretação. Dissemos, ainda, que não há como não interpretar: ao penetrar o simbólico, o homem é levado a se pronunciar, a dizer o que "isto" significa, a responder o que é "aquilo", etc. Nessa perspectiva, não há sentido sem interpretação.

Por outro lado, "nesse movimento da interpretação o sentido aparece-nos como evidência, como se ele estivesse já sempre lá" (Orlandi; 2001: 46), como se estivesse guardado em algum lugar — seja no cérebro, seja na língua — à espera do momento oportuno para eclodir em significações. No entanto, o sentido não existe em si, nem é predeterminado por propriedades da língua: ele é ideologicamente determinado no processo histórico-social em que as palavras são produzidas e depende, portanto, das múltiplas relações constituídas nas/pelas formações discursivas[11].

---

[10] "Por um texto [...] entenderei não somente o texto escrito — como em Écriture, de Derrida (1991) —, mas qualquer resíduo de uma enunciação: sons (resíduos de elocução), desenhos e diagramas, gestos e todos os sinais do corpo. O que faz o texto o que ele é, é a crença do leitor que ele é, de fato, resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele." (Lins; 2001: 59).

[11] A noção de Formação Discursiva foi introduzida por Foucault em sua obra *Archéologie du Savoir* "para designar conjuntos de enunciados identificáveis por seguirem um mesmo sistema de regras, historicamente determinadas. [...]. No quadro teórico do marxismo althusseriano ... qualquer 'formação social', caracterizável por uma certa relação entre classes sociais, implica a existência de 'posições políticas e ideológicas que não são obra de indivíduos, mas se organizam em *formações*, mantendo entre si relações de antagonismo, de aliança ou de domínio'. Estas formações ideológicas incluem 'uma ou várias formações discursivas interligadas que determinam o que pode e deve ser dito (articulado sob a forma de um discurso, ...) a partir de uma dada posição numa determinada conjuntura' (Pêcheux et al., 1990: 102). [...].

[O termo Formação Discursiva, enquanto noção da Análise de Discurso,] conheceu um grande êxito nos trabalhos inspirados na escola francesa, mas, na maioria das vezes, foi utilizado independentemente da problemática marxista de Pêcheux. Ele designa todo o sistema de regras que fundam a unidade de um conjunto de enunciados sócio-historicamente circunscritos; ao falar de *formação discursiva*, parte-se, pois, do princípio de que, para uma sociedade, uma locação, um momento definido, só uma parte do dizível é acessível, que esse dizível forma sistema e delimita uma identidade." (Maingueneau; 1997: 50-51).

Entretanto, nem todos somos igualmente apreendidos pela ideologia: existe uma singularidade na maneira como a história e a língua nos afetam e que determina a inscrição da nossa fala numa dada formação discursiva e não em outra.

Assim, muito embora sob a ótica do senso comum cristaliza-se, em todo texto, a evidência do sentido já-lá — a evidência de que o texto produzido pelo *o autor* não se distingue substancialmente daquele constituído pelo *o leitor* —, para a Análise de Discurso essa evidência está profunda e irremediavelmente comprometida pelo fato da interpretação, ante a necessidade de o sujeito significar, diante da imprevisibilidade que marca a relação do sujeito com os sentidos, pela impossibilidade de não estarmos presos à ideologia, etc, etc.

Por fim, retomemos uma questão já colocada anteriormente. Se o texto produzido pelo *o autor* não é o mesmo que o constituído pelo *o leitor*, então nos parece natural que se pergunte: o que explica a relativa efetividade dos entendimentos ou, então, "por que os processos comunicativos não são tão divergentes que simplesmente se desfazem à primeira tentativa de contato?" (Lins, 1999: 81).

Para Lins, como já dissemos, essa suposta comunicação por transmissão de códigos não ocorre efetivamente. Para ele, o que se tem é somente a sensação psicológica da comunicação efetiva e que, no processo de produção de significados:

> "A convergência se estabelece apenas na medida em que [*autor e leitor*] compartilham interlocutores, na medida em que dizem coisas que o outro diria e com autoridade que o outro aceita. É isto que estabelece um espaço comunicativo: não é necessária a transmissão para que se evite a divergência." (Lins; 1999: 82).

Do mesmo modo, para a Análise de Discurso, a efetividade dos processos comunicativos por transmissão de signos também é colocada em suspenso. Para ela não existe, no processo de significação, essa separação dicotômica entre autor e leitor: ambos estão realizando ao mesmo tempo esse processo, "um complexo processo de constituição desses sujeitos e de produção de sentidos." (Orlandi; 2001: 21). Para a Análise de Discurso, os sentidos — como já escrevemos anteriormente — não existem em si mesmos e nem são predeterminados por propriedades da língua: eles são ideologicamente determinados no processo histórico-social em que as palavras são produzidas e dependem, portanto, das múltiplas relações constituídas nas/pelas formações discursivas. E é justamente a inscrição do autor e do leitor numa mesma formação discursiva que poderá estabelecer a convergência dos sentidos no processo comunicativo. Com outras palavras, é isso que, na citação acima, Lins está dizendo quando condiciona a convergência dos sentidos ao estabelecimento de um espaço comunicativo, ou seja, à situação de autor e leitor compartilharem interlocutores, de dizerem coisas que o outro diria e com a autoridade que o outro aceita.

Entretanto, é importante que se destaque que, mesmo quando inscritos numa mesma formação discursiva, o texto produzido pelo *o autor* não é o mesmo que o constituído pelo *o leitor*: as formações discursivas não são automações homogêneas que nos apreendem em uníssono — são, ao contrário, “constituídas pela contradição, são heterogêneas nelas mesmas e suas fronteiras são fluidas, configurando-se e reconfigurando-se continuamente em suas relações.” (Orlandi; 2001: 44).

São, pois, com essas altercações, com esses argumentos que atestam a idiossincrasia dos textos ante a interpretação que distinguimos, no processo de produção de significados, o texto elaborado pelo *o autor* daquele constituído, a partir de resíduos de enunciação, pelo *o leitor*.

Um aspecto particular do Modelo Teórico dos Campos Semânticos e que interessa de perto a este trabalho é o que Lins (2000) chama *leitura positiva*[12]. Uma possibilidade para essa leitura pode ser considerada tomando-se por base a tríade autor-texto-leitor. Nesse sentido, uma leitura positiva do texto que *o autor* produziu “consiste em saber do que, de que objetos, ele [*o autor*] estava efetivamente falando.” (Lins; 2000: 18). Nesse sentido, a leitura positiva possibilita a *o leitor* entender por que *o autor* produziu o que produziu.

No dizer de Silva, “... o caminho para uma leitura positiva é buscar fazer uma leitura do outro através de suas legitimidades, seus interlocutores, compartilhando o mesmo espaço comunicativo.” (Silva; 2003: 54). Enfim, a leitura positiva somente é possível se o *um autor* (constituído pelo *o leitor*) e *o autor*, ainda que discordantes, convergirem no interior de um mesmo espaço comunicativo.

Por fim, para encerrar esse tópico, — e agora com base no arcabouço teórico apresentado nessa seção — (re)externamos, ainda, a nossa crença de que não há neutralidade possível no trato com o simbólico e, portanto, na esfera do discurso, no ritual das palavras, nem mesmo das que não se dizem.

[12] Maiores detalhes sobre a *leitura positiva* pode ser encontrado em Silva (2003: 53-7).

Com isso, não pensamos, pois, que se possa escrever a história com um discurso neutro, imparcial, desprovido de ideologias; nem mesmo, em particular, a história das ciências e das matemáticas.

Sobre História

Na introdução deste capítulo, firmamos a nossa convicção de que não se pode escrever a história com um discurso neutro, imparcial, desprovido de ideologias.

Embora o objetivo desta tese não seja o de discutir as múltiplas versões da teoria da História — nossos objetivos, aqui, são outros, distintos desse e restritos às exigências de justificação neste trabalho —, a afirmação acima requer certos esclarecimentos que, de maneira sucinta, começaram a ser esboçados na introdução deste capítulo.

Entretanto, mesmo que os nossos esforços não se dirijam prioritariamente a uma teorização da História, a busca por tais esclarecimentos nos obriga, inevitavelmente, a uma incursão, ainda que breve e rasa, no cenário das discussões que se arrastam, há várias décadas, acerca de como se olha o passado, de como se escreve a história. Além do mais, frente às muitas concepções historiográficas em debate, julgamos necessário, como analistas, explicitar de que posição falamos, que teoria compartilhamos quando, com base nela, colocamos o nosso olhar sobre o passado e nos dispomos a interpretar os fatos, a escrever a história — no nosso caso específico, a história das matemáticas.

Diferentemente da visão posta pelo paradigma tradicional da escola rankeana de que a História é objetiva, ou seja, de que se pode ascender ao verdadeiro sentido dos fatos, o presente trabalho funda–se na convicção de que o verdadeiro sentido dos fatos, o real da história — a história em toda a sua potencialidade, em todas as suas múltiplas e incalculáveis relações — está perdido para sempre; mais ainda, que frente à interpretação, não há uma maneira única de se ler e, portanto, de se escrever a história.

No entanto — diferenças à parte —, é necessário que se reconheça a importância desse paradigma no panorama das mudanças que marcaram os campos de interesses da história, a partir das décadas finais da primeira metade do século XIX: uma importância que não pode ser esquecida; que, ao contrário, deve ser reafirmada e ressaltada.

Posta em circulação pelo respeitado historiador alemão Leopold von Ranke (1795-1886), essa concepção de História surge como uma reação deliberada contra as limitações de uma narrativa factual e, não raras vezes, ficcional — as chamadas crônicas — que caracterizava a escrita da história até àquela época e que contrastava com a nova ordem metodológica do cientificismo em plena expansão naquela primeira metade do século XIX com o surgimento do positivismo.

Pensando a história essencialmente como uma narrativa de acontecimentos, a tradição rankeana, ao mesmo tempo em que coloca os acontecimentos políticos e as questões de Estado no centro de suas preocupações, concentra as suas investigações quase que exclusivamente nos grandes feitos do passado como obras de grandes homens: uma história vista de cima e que relega o homem comum, as minorias, os movimentos coletivos a meros coadjuvantes, despidos de importância, nas tramas que tecem os cenários da história da humanidade.

Mesmo impregnada pela ideologia de ser considerada a maneira única de se fazer a história, "uma das grandes contribuições de Ranke foi a sua exposição das limitações das fontes narrativas — vamos chamá-las crônicas — e sua ênfase na necessidade de basear a história escrita em registros oficiais, emanados do governo e preservados em arquivos." (Burke; 1992: 13).

Entretanto, essa contribuição teve, segundo Burke (1992), um alto preço! Ao enfatizar a necessidade de basear a história escrita em registros oficiais, os pesquisadores da escola rankeana restringiram seus olhares e negligenciaram outros sinais, outros indícios, outros tipos de evidência que não aqueles colocados pelo novo estatuto metodológico. Uma conseqüência evidente dessa restrição — que se estendeu incólume até meados da segunda metade do século XX — pode ser notada, nos dias de hoje, pelo número pouquíssimo significante — para não dizer, insignificante — de estudos e de trabalhos em história tratando, por exemplo, das sociedades ágrafas e de outras sociedades cujas documentações nunca foram registradas ou se perderam ou foram destruídas ao longo do tempo. Não é à toa que o senso vulgar do entendimento confere ao período que antecedeu a invenção da escrita a designação pedante de *pré-história* da humanidade; refere-se a ele como um período impossível de ser historicamente registrado.

Além do mais, as fontes oficiais traduzem, na maioria dos casos, exclusivamente o ponto de vista oficial dos acontecimentos. E uma restrição exclusiva a essas fontes, enquanto método de pesquisa, é mais uma limitação herdada pela historiografia da tradição rankeana. Era inevitável, portanto, o choque entre uma restrição dessa natureza e o interesse de historiadores em pesquisar tudo o que tem um passado a ser reconstituído, em reconstituir até mesmo aqueles acontecimentos não documentados oficialmente.

Para muitos historiadores, embora nos últimos anos do século XIX tenham surgido reações esporádicas e individuais à história restrita à narrativa de acontecimentos, é somente após Marc Bloch e Lucien Febvre terem fundado em 1929, na França, a revista *Annales*, que um número cada vez mais expressivo de historiadores, contrapondo-se ao paradigma rankeano, redireciona suas pesquisas concentrando-as na análise das estruturas que interferem na dinâmica dos acontecimentos observados.

Inaugura-se, então, um período de ascensão da história das idéias, da *histoire total*, um período em que a história política e religiosa passa a ser (re)significada em termos do novo paradigma que se punha. Para muitos, a obra mais significativa desse período é *The Mediterranean and Mediterranean World in the Age of Philip II*, famoso estudo sobre o Mediterrâneo do século XVI, elaborado pelo historiador francês Fernand Braudel e publicado, pela primeira vez, em 1949.

No entanto, "os vinte anos que se seguiram à Segunda Guerra Mundial assistiram a um flagrante declínio na história política e religiosa [*e*] no uso das 'idéias' como explicação da história." (Hobsbawm; 1998: 2001). Em contrapartida, simultaneamente a esse declínio, um novo foco de análise era direcionado sobre o passado e uma outra explicação da história era alavancada: a história socioeconômica determinista passa, então, a ocupar, paulatinamente, o cenário das reconstituições historiográficas e a explicação histórica passa a ser considerada em termos de relações sociais, das "forças vivas" — as classes sociais — envolvidas nos acontecimentos. É importante destacar, contudo, que essa mudança no foco das atenções dos historiadores não se dispunha a alterar — como não alterou — a base metodológica sobre a qual havia sido edificada a história das estruturas: os parâmetros lançados por Bloch e Febvre, em 1929, continuavam válidos e sólidos na convicção de que são as mudanças de longo prazo e as mudanças geo-históricas de mais longo prazo ainda que, de fato, são significativas e confiáveis de serem documentadas, analisadas e, então, historiadas. Enfim, uma mudança que — como já dissemos — somente deslocou o foco das investigações de um objeto de análise para outro e as explicações históricas do uso das "idéias" para o das relações sociais. De resto, permanece tudo como era antes: uma história vista de cima, onde as circunstâncias superestruturais — econômico-deterministas, no caso —

permanecem no centro das atenções, ficando qualquer outra forma de abordagem histórica relegada a um segundo plano no universo dos historiadores.

Todavia, os últimos trinta anos foram marcados por inquietações, mudanças e por uma disputa muito intensa sobre os modos de como se escreve a história. Essa disputa colocou em trincheiras diferentes, de um lado, os historiadores de concepção econômico-deterministas — auto-intitulados herdeiros da tradição de Fernand Braudel — que, em sua grande maioria, "descartavam pessoas e eventos como ondas desprezíveis na *longue durée* da *structure* e *conjoncture*" (Hobsbawm; 1998: 204) e, de outro lado, os insurgentes da "nova história" que, com o argumento "de que a história (tal como a 'individualidade', a 'subjetividade', o 'gênero', a 'cultura') é composta de uma variedade de fragmentos e não de inteiros epistemológicos sem rachaduras ou imperfeições" (Cohen; 2000: 26), propõem a retomada da tradição dos *Analles* por uma história total que contemple, também, uma história vista de baixo, uma história que permita reconstituir as atitudes dos rebeldes, dos miseráveis, dos hereges; uma história das minorias, uma história, por fim, que rompa e vaze dos guetos ocultos, das frestas mais escondidas e obscuras da sociedade.

Embora não seja este trabalho o lugar para especular sobre esse movimento de insurgência contra a ordem estabelecida pelo paradigma tradicional econômico-determinista, duas questões, ao menos, não podem deixar de serem abordadas: o que é a nova história? A nova história alcança o objetivo de *histoire total* defendido por Fernand Braudel?

A expressão "nova história" tem uma ancestralidade que remonta os anos iniciais do século XX. Historiadores como Karl Lamprecht na Alemanha, James Harvey Robinson nos Estados Unidos da América, e March Bloch e Lucien Febvre na França — só para ficarmos nesses poucos nomes — usaram-na em suas teorias para se contraporem ao paradigma rankeano que advogava a história objetiva, para a qual a tarefa do historiador é relatar os fatos tais quais eles realmente aconteceram.

No presente trabalho, entretanto, usaremos a expressão "nova história" para significar os desenvolvimentos presenciados nos últimos trinta e poucos anos, nos mais importantes centros historiográficos do planeta, como reação deliberada contra os modos pelo qual o paradigma econômico-determinista dominante analisa o passado e se põe a escrever a história: modos que, como já dissemos, priorizam a análise das estruturas e as tendências socioeconômicas como centrais à descrição histórica e que estigmatizam a heteroglossia na história, ou seja, estigmatizam todas as outras vozes da história como modismos passageiros ou, então, como procedimentos de segunda categoria.

Para efeito de referência, muitos historiadores consideram a publicação da coleção de ensaios *Le nouvelle histoire*, editada pelo medievalista francês Jacques Le Goff em 1978, na França, um marco no surgimento da nova história ou, como preferem outros historiadores, um marco na volta da "história narrativa".

> "Nos últimos trinta anos nos deparamos com várias histórias notáveis de tópicos que anteriormente não se havia pensado possuírem uma história, como, por exemplo, a infância, a morte, a loucura, o clima, os odores, a sujeira e a limpeza, os gestos, o corpo [...], a feminilidade [...], a leitura [...], a fala e até mesmo o silêncio. O que era previamente considerado imutável é agora encarado como uma 'construção social', sujeita a variações, tanto no tempo como no espaço." (Burke, 1992: 11).

Para Stones (1979), o surgimento de uma nova história dos homens e das mentalidades pode ser explicado nos marcos do declínio da "história científica" generalizante, da história que se dedicava — e se dedica — a especular pelos "grandes porquês". Para ele, a desilusão nos modelos de explicação histórica essencialmente econômico-deterministas, o mau êxito da "história quantitativa" em agregar resultados e, também, a evidência nos dias de hoje de que as ações e as decisões políticas podem moldar a história são, fundamentalmente, algumas das razões atribuídas por Stones (1979) para explicar o declínio da história vista pela análise das estruturas socioeconômicas.

Burke (1992), por sua vez, não procura vincular o surgimento da nova história exclusivamente ao declínio da "história científica" generalizante. Para ele, o que ocorreu nesses últimos quarenta anos foi uma expansão desmedida no universo dos historiadores com o surgimento de novos campos de interesse. Com isso, como já escrevemos anteriormente, "o que era previamente considerado imutável é agora encarado como uma 'construção social', sujeita a variações, tanto no tempo quanto no espaço.".

Paralelamente, por força da suposição de que a realidade é social, ou seja, a partir do momento em que historiadores sociais e antropólogos sociais passaram a compartilhar a mesma suposição de que a realidade é culturalmente constituída, desencadeou-se um processo que levou não só à ampliação da interface de interesses da antropologia social e da história social como, também, destruiu "a tradicional distinção entre o que é central e o que é periférico na história." (Burke; 1992: 11).

Em razão disso, muitas disciplinas dividiram-se em duas, em três e até em mais áreas de investigação, cada uma delas atendendo a interesses historiográficos próprios. A história econômica nos fornece um bom exemplo desse processo de ampliação e de fragmentação disciplinar. Depois de reinar soberana, desde a Segunda Guerra Mundial, no cenário da historiografia, a história econômica experimenta um processo de fragmentação que está gerando muitas áreas de interesse que, certamente, levarão a problemas de definição, de fontes, de explicação, de síntese etc: primeiro, foi a história social a separar-se dela, a conquistar a sua independência, a sua carta de alforria. Não bastasse isso, muitos historiadores econômicos, hoje, estão mais preocupados com as questões referentes ao consumo, ao meio ambiente, ao gerenciamento, ao fetiche da mercadoria do que com a clássica questão da produção tomada exclusivamente.

> "A história política também está dividida, não apenas nas chamadas escolas de grau superior e elementar, mas também entre historiadores preocupados com os centros de governo e aqueles interessados na política em suas raízes. O território da política expandiu-se, no sentido de que os historiadores (seguindo teóricos como Michel Foucault) estão cada vez mais inclinados a discutir a luta pelo poder na fábrica, na escola ou até mesmo na família." (Burke; 1992: 8).

Era inevitável, portanto, que essa expansão e essa fragmentação no universo dos historiadores gerassem crises e acarretassem problemas.

Uma crise bastante evidente nesse processo é a crise de identidade. As variedades de história que estão se pondo — e estão por vir — criam uma confusão de idéias e um "falso" problema sobre o que "realmente" venha a ser História; como se fosse possível defini-la, enquanto conceito, fora do ambiente de uma dada atividade, sem referência qualquer a espaço e a tempo: sob a ótica hegeliana do desenvolvimento do *ser*, a História — assim como a Educação e a Matemática, por exemplo —, enquanto conceito, ainda está se pondo no processo; não é, ainda, *ser em-si* e *ser para-si*.

Um problema que, com essa extraordinária expansão e fragmentação no campo da história, ficou desmedidamente ampliado é o problema de definição. Segundo Burke (1998), problemas desse tipo estão surgindo porque os novos historiadores estão adentrando um território novo, não familiar, muito embora já tenham feito incursões por esses campos, com outro olhar que não o de hoje, desde Heródoto, na antigüidade grega. Portanto, esse não é um problema novo gerado pela nova história: desde sempre, os historiadores, fossem eles da tradição rankeana — e mesmo anterior a ela —, sejam aqueles do paradigma econômico-determinista, ou mesmo os novos historiadores culturais, todos eles sempre se defrontaram — e se defrontam — com problemas de definição. Tais problemas não são propriedade dessa ou daquela escola.

Neste sentido, a história centrada na análise das estruturas socioeconômicas — a história vista de cima — carrega consigo, latente nela, os problemas de definição. Um exemplo disso pode ser visto na forma como a história mundial tem sido freqüentemente encarada pelos historiadores ocidentais. Nessa história se presume amiúde "que as divisões econômicas, políticas e culturais em uma determinada sociedade coincidem." (Burke; 1992: 21). A história do Oriente, por exemplo, tem sido tratada pelos historiadores ocidentais, como se essas divisões não distinguissem os países daquela região, como se todas as regiões do planeta, em geral, e do Oriente, em particular, fossem, do ponto de vista cultural, social e econômico, uma massa homogênea, amorfa, sem especificidades próprias de nenhuma espécie.

Por sua vez, a história vista de baixo também ressente — e mais fortemente, ainda — os problemas de definição. Embora se possa listar uma quantidade razoável de situações onde tais problemas aparecem, nos restringiremos, aqui, a título de exemplo, a somente uma delas: a definição do que seja história da cultura popular.

> "Uma razão para a dificuldade de definir a história da cultura popular é que a noção de 'cultura' é algo ainda mais difícil de precisar que a noção de 'popular'. A chamada definição 'opera-house' de cultura (como arte erudita, literatura erudita, música erudita etc.) era restrita, mas pelo menos era precisa. Uma noção ampla de cultura é central à nova história. Os estados, os grupos sociais e até mesmo o sexo e a sociedade em si são considerados como culturalmente construídos. Contudo, se utilizarmos o termo em um sentido amplo, temos, pelo menos, que nos perguntar o que *não* deve ser considerado como cultura?" (Burke; 1992: 23).

No entanto, se é verdade que esses problemas de definição cresceram com a ampliação do campo da história, não é menos verdade que, circunstancialmente, em menor número, eles sempre existiram nos outros paradigmas que precederam a nova história.

O mesmo pode-se dizer, também, a respeito dos outros problemas clássicos da historiografia e que se avolumaram, consideravelmente, com o alargamento do campo da história.

De fato, com a expansão do universo dos historiadores e o conseqüente surgimento da nova história, os novos historiadores passaram a olhar o passado com outros olhos, a lançar sobre esse passado novos tipos de perguntas e a escolher outros objetos de pesquisa até então ignorados. Com isso passaram a ser considerados novos tipos de fontes para preencher as lacunas criadas pela eventual ausência de documentos oficiais. A partir de então, amparadas pelo método indiciário e pelos modernos recursos audiovisuais e de multimídia, entram em evidência, como base de registro, entre outras, as fontes orais, os dados estatísticos, as imagens (pictóricas, fotográficas, cinematográficas e de monumentos) e, em larga escala, certos tipos de registros oficiais que passaram a ser relidos na perspectiva da vida cotidiana, da história vista de baixo, da micro-história.

Era inevitável, portanto, que os problemas das fontes se avolumassem. Entretanto, negar a nova história por isso, impedir o seu desabrochar pelo fato de as suas fontes não terem adquirido ainda, na sua juventude, o status e a sofisticação da crítica estabelecida através de registros oficiais, há séculos praticada pelos historiadores, uma postura desse tipo, mais do que um erro crasso, nos parece, mesmo, um crime contra a própria história; até por que, os problemas das fontes de pesquisa, sejam documentais ou por testemunho, acompanham os historiadores desde sempre; são problemas crônicos que estão plantados na base do processo de investigação na história.

Uma outra conseqüência natural dessa expansão vertiginosa no ambiente dos historiadores foi a necessidade de se repensar a explicação da história. Se nos trinta anos que se seguiram a Segunda Guerra Mundial a explicação histórica dos acontecimentos políticos baseou-se, de maneira geral, em modelos econômico-deterministas, nos últimos trinta anos, com a entrada das tendências culturais e sociais no cenário da historiografia, a explicação histórica não pôde mais pautar-se unicamente nesses modelos. Pela natureza da nova história, tudo leva a crer que uma tal explicação passe, necessariamente, por questões que outrora já pertenceram ao campo de interesse histórico e que, com o desinteresse dos historiadores, essas questões passaram a constituir assunto de sociólogos, antropólogos e de outros cientistas sociais.

Uma outra dificuldade decorrente dessa crescente expansão e fragmentação no universo dos historiadores diz respeito ao entendimento, à comunicação entre as várias disciplinas — ou subdisciplinas — do campo da nova história, ou seja, tem relação com os problemas de síntese e que têm, com freqüência, servido de mote às argumentações daqueles que se contrapõem à nova ordem historiográfica em curso.

Diante disso, uma pergunta nos parece natural: seria possível um entendimento entre os historiadores de todas as escolas, nas suas diferenças, para que a escrita da história, enquanto processo, contemplasse simultaneamente os vários interesses historiográficos? Em outras palavras: seria possível, hoje, uma dialética que contemplasse a história narrativa e a história pautada na análise das estruturas e preocupada com os "*grandes porquês*"?

Para Hobsbawm, quanto mais se amplia o campo da história, mais difícil se torna essa empreitada. Ele é taxativo quando afirma que "... quanto mais ampla a classe de atividades humanas aceita como interesse legítimo do historiador, quanto mais claramente entendida a necessidade de estabelecer conexões sistemáticas entre elas, maior a dificuldade de alcançar uma síntese.".

Peter Burke, por sua vez, citando o antropólogo Marshall Sahlins, escreve "que há um relacionamento dialético entre os acontecimentos e as estruturas. As categorias são postas em perigo cada vez que são utilizadas para interpretar o mundo em mutação. No processo de incorporação dos acontecimentos, 'a cultura é reordenada'." (Burke; 1992: 346). E completa, falando sobre a interação possível, sobre os indícios de um entendimento entre as escolas em conflito: "A oposição tradicional entre os acontecimentos e as estruturas está sendo substituída por um interesse por seu inter-relacionamento, e alguns historiadores estão experimentando formas narrativas de análise ou formas analíticas de narrativa." (Burke; 1992: 36-37).

Com vistas a esse problema, Burke (1992) sugere, ainda, que esse retorno à narrativa histórica se dê em outro nível, em um patamar que não seja simplesmente um retrocesso à narrativa que se colocava nos moldes da tradição dita rankeana do século XIX. Propõe, ele, uma história narrativa densa o bastante para contemplar tanto o desenrolar dos acontecimentos e as intenções dos diversos atores que os protagonizaram, quanto para considerar a análise das estruturas, para se saber o porquê e como esses aspectos interferem — seja como freio ou como propulsor — na dinâmica dos acontecimentos históricos.

Seja como for, os problemas de síntese na nova história — assim como todos os outros problemas aqui aventados — estão em aberto; estão, ainda, por serem solucionados: "Ainda estamos a uma longa distância da 'história total' defendida por Braudel. Na verdade, seria irrealista acreditar que esse objetivo poderia um dia ser alcançado — mas alguns passos a mais foram dados em sua direção." (Burke; 1992: 37).

Independentemente desses problemas, dessas dificuldades que, de uma maneira ou de outra, como já dissemos, sempre estiveram presentes aos historiadores de todos os tempos e de todas as escolas, independentemente disso, uma coisa nos parece evidente: a narrativa histórica pisa novamente o cenário da historiografia desempenhando um papel de destaque. Se vai ocupar por muito tempo o papel de primeiro ator na trupe da nova história, ainda é cedo para se afirmar algo sobre isso. No entanto, não faltam indícios apontando para essa direção. Sobre os vestígios do restabelecimento da narrativa histórica enquanto paradigma, Burke escreve:

> "De alguns anos para cá tem havido sinais de que a narrativa histórica, em um sentido bem estrito, está realizando outro retorno. Mesmo alguns historiadores associados aos *Annales* estão se movimentando nessa direção — Georges Duby, por exemplo, que publicou um estudo da batalha de Bouvines, e Emmanuel Le Roy Laduire, cujo *Carnival* trata dos acontecimentos que ocorreram na pequena cidade de Romans durante 1579 e 1580. A atitude explícita desse dois historiadores não está muito distante daquela de Braudel. Duby e Le Roy Laduire não focalizam os acontecimentos particulares por si sós, mas pelo que revelam sobre a cultura em que ocorreram. Do mesmo modo, o fato de dedicarem livros inteiros a acontecimentos particulares sugere uma certa distância da posição de Braudel, e seja como for, Le Roy Ladurie já discutiu alhures a importância do que ele chama de 'acontecimento criador' (*événement matrice*), que destrói as estruturas tradicionais e as substitui por novas." (Burke; 1992: 328)

Por sua vez, o historiador inglês, de tradição econômico-determinista, Lawrence Stone — por muitos anos, diretor da conceituada revista *Past and Present* — pesquisando sobre as mudanças na maneira como a história vinha sendo escrita nas décadas de sessenta e de setenta do século XX, concluiu, não sem uma certa consternação, que uma mudança da escrita da história, do modo analítico-estrutural para o descritivo, estava em curso, o que o levava a crer na volta da "história narrativa". O artigo publicado por Stones (1979), a respeito da sua pesquisa, agitou os meios acadêmicos em todo o mundo e gerou uma grande discussão acerca de como se escreve a história, colocando em evidência a narrativa histórica, transformando-a em tema de debates nos mais importantes centros de historiografia em todo o planeta.

Um outro indício que atesta o retorno triunfal da narrativa histórica no cenário da historiografia é a entrada em cena da micronarrativa, ou micro-história como preferem alguns. Embora essa forma de apresentação não solucione todos os problemas levantados anteriormente e gere novos e próprios problemas — por exemplo, problemas de síntese envolvendo a micro-história e a macro-história — ela já tem a sua importância reconhecida até pelos historiadores da tradição econômico-determinista. Sobre ela, Hobsbawm escreve:

> "A nova história dos homens e das mentalidades, idéias e eventos pode ser vista mais como complementar que como substituta da análise das estruturas e tendências socioeconômicas. [...].
>
> Por isso, não há nenhuma contradição necessária entre *Les Paysans du Languedoc e Montaillou, povoado occitânico*, de Le Roy Laduire, não mais que entre as obras gerais de Duby sobre a sociedade feudal e sua monografia sobre a batalha de Bouvines, ou entre *The Making of the*

> *English Working Class* [A formação da classe operária inglesa] e *Whigs and Hunters* [Senhores e caçadores] de E.P. Thompson. Não há nada de novo em preferir olhar o mundo por meio de um microscópio em lugar de um telescópio. Na medida em que aceitemos que estamos estudando o mesmo cosmo, a escolha entre micro e macrocosmo é uma questão de selecionar a técnica apropriada. É significativo que atualmente mais historiadores achem útil o microscópio, mas isso não significa necessariamente que eles rejeitem os telescópios como antiquados." (Hobsbawm; 1998: 206-6).

De qualquer modo, independentemente desse embate, essa é uma discussão que, como já dissemos, não é central nessa tese.

Para os interesses do presente trabalho, a história é pensada como uma narrativa de eventos[13] e, como escreve Veyne (1998), todo o resto resulta disso. Nesse sentido, "... a história é apenas um outro texto em uma procissão de textos e não uma garantia de qualquer significação singular." (Cohen; 2000: 25).

Embora essa afirmação exponha a indeterminação do campo da história, é importante ressaltar que essa indeterminação, em si, não é um "defeito": é, antes de tudo, parte própria da natureza não articulada da história que não permite, a quem quer que seja, acesso integral ao "sentido real" dos fatos ou, mais precisamente, ao real do sentido da história. Por isso, quando se escreve a história, se é reiteradamente solicitado a interpretar; há uma injunção permanente à interpretação.

Além disso, como escreveu Orlandi (1999), quando se trata de história e de política, não há como deixar de considerar que a memória é constituída de silêncios e de apagamentos, de silenciamentos e de sentidos não ditos para que um já-dito não se inscreva, para que não haja, no espaço da memória, um já-significado que desencadeie outros sentidos, outras representações do significante. Como já dissemos na seção anterior, por força das ideologias e da repressão, esses sentidos, uma vez excluídos pelo silenciamento, não podem significar. No entanto, mesmo apagados, eles não desaparecem de todo: ficam os seus vestígios de discurso em suspenso até que o real da história, em outro paradigma, desencadeie, a partir dos vestígios, processos de (re)significação.

Um caso exemplar de um sentido que foi silenciado no âmbito da matemática diz respeito à noção de infinitésimo. Com a definição de limite, estabelecida por Weierstrass nos anos sessenta do século XIX, a noção de infinitésimo passou a ser silenciada pelos

---

[13] "Se consideramos o fato um evento, é porque julgamos que o próprio fato é interessante; [...]: em nenhum caso, o que os historiadores chamam um evento é apreendido de uma maneira direta e completa, mas, sempre, incompleta e lateralmente, por documentos ou testemunhos, ou seja, por *tekmeria*, por indícios. (Veyne; 1998: 18).

matemáticos para que um já-dito não se estabelecesse no espaço da memória, para que não houvesse um já-significado que tornasse possível, a partir dele, outros sentidos, novos processos de (re)significação para esse termo. Desde então, os tratamentos infinitesimais foram abolidos dos manuais de matemática, mesmo depois que Abraham Robinson estabeleceu, em 1966, uma formulação aceita como rigorosa para essa noção.

Diante disso, mesmo ao historiador "profissional", que tem à sua disposição o arcabouço teórico que lhe permite deslocamentos para significar e analisar os fatos, mesmo a ele — sujeito-analista da história —, não se pode imputar neutralidade definidora alguma na escolha e no trato dos objetos da história. A escrita da história — como já dissemos — pressupõe a interpretação e, a partir daí, tudo fica posto pela ideologia. Não é, pois, sem motivos que, em todas as épocas, tenha sido "lugar comum na história que os 'fatos' sejam sempre selecionados, moldados, e até distorcidos pelo historiador que os observa." (Hobsbawm; 1998: 201); ou então, não é à toa, que os historiadores, ao longo dos tempos e em cada época, tenham, sempre, recortado a história a seu modo — em história política, história econômica, história social etc — e narrado os eventos, analisando-os e explicando-os conforme interesses preestabelecidos e de acordo com a forma como foram apreendidos pela ideologia e pela própria história.

Para Paul Veyne, essa indeterminação do campo da história somente não é total por uma única exceção: "é preciso que tudo o que nele se inclua tenha, realmente acontecido. Quanto ao resto, que a textura do campo seja cerrada ou rala, completa ou lacunar, não importa ..." (Veyne; 1998: 25).

Em razão disso, acreditamos que nenhum historiador reproduza, com seu trabalho de pesquisa, o que "realmente aconteceu" quando observa o passado. É impossível a nós, sujeitos finitos, descrever a totalidade dos campos factuais. O historiador sempre escolhe um caminho no rizoma de trajetórias possíveis e o caminho escolhido, qualquer que seja ele, não pode passar por toda parte. Assim, nenhum desses caminhos desvela todo o campo factual, não reescreve a história em toda sua potencialidade, em todas as suas múltiplas e incalculáveis relações. Além do mais, parafraseando Authier-Revuz (1982), o sentido da história nunca se interrompe já que ele é produzido nas situações dialógicas ilimitadas que compõem todas as suas leituras possíveis.

Diante disso, parece-nos falsa a oposição que se procura estabelecer, há décadas, entre as várias correntes historiográficas em curso, entre as diferentes formas de se olhar e explicar o passado; enfim, — e só para ficarmos nos últimos embates — entre a história que pergunta pelos grandes *porquês* e a história vista de baixo. Não há, portanto, no nosso modo de ver, nenhum caminho, nenhuma metodologia que desvele a história em todos os seus detalhes, nenhuma narrativa ou explicação que reconstrua o passado em todas as suas relações tal como ele foi vivido.

Com essas considerações, portanto, acreditamos que o real da história, que o presumido sentido dos campos factuais, somente pode ser atingido *indiretamente* através das séries de suas leituras sucessivas, das interpretações possíveis construídas nas diversas épocas, ao longo dos tempos. Nesse sentido, a busca pela pretensa "verdade" *imediata* e *perene* dos acontecimentos passados é, como já dissemos, inútil e se coloca na ordem do desejo. Para os acontecimentos passados, não há *a* verdade acessível dos fatos: "... tudo o que nos é acessível, a nós, sujeitos finitos, são apenas reflexos distorcidos, aspectos parciais deturpados por nossa perspectiva subjetiva..." (Zizek; 1992: 132).

Assim, *a* "verdade" dos fatos, *o* presumido sentido dos campos factuais está irremediavelmente diluído por entre as dobras da história, está perdido para sempre por entre as tramas urdidas por todas as leituras admissíveis, por todas as interpretações possíveis em cada época, ao longo dos tempos.

BIBLIOGRAFIA:

ALTHUSSER, L. **Ideologia e Aparelhos Ideológicos de Estado**. In: ZIZEK, S. (org.). **Um Mapa da Ideologia**. Rio de janeiro: Contraponto, 1996.

AUTHIER-REVUZ, J. **Hétérogénéité montrée et hétérogénéité constitutive: Éléments pour une approche de l'autre dans le discours**. DRLAV – Revue de Linguistique, 26, 1982, p. 91-151.

BAKHTIN, M. **Marxismo e a Filosofia da Linguagem**. Trad. Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira et al., São Paulo: Editora Hucitec, 1986.

BERGER, L. M. e LUCKMANN, T. **A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento**. Trad. Floriano de Souzas Fernandes. Petrópolis: Vozes, 2000.

BLOCK, M. **Apologia da História**. Trad. André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editores, 2001.

BOSI, A. "**O tempo e os tempos**." In: NOVAES, A. **Tempo e História**. São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

BRANDÃO, H. H. N. **Introdução à análise do discurso**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1991.

BURKE, P. "**Abertura: a nova história, seu passado e seu futuro**." In: ____ (org.). **A Escrita da História: novas perspectivas**. Trad. Magda Lopes. São Paulo: Editora da UNESP, 1992.

____ "**A história dos acontecimentos e o nascimento da narrativa**." In: ____ (org.). **A Escrita da História: novas perspectivas**. Trad. Magda Lopes. São Paulo: Editora da UNESP, 1992.

COHEN, J. J. "**A cultura dos monstros: sete teses**." In DONALD, J. et al. **Pedagogia dos monstros: os prazeres e os perigos da confusão de fronteira**. Trad. Tomaz Tadeu da Silva. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

ECO, H. **Interpretação e superinterpretação**. Trad. MF. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

FOUCAULT, M. **A Ordem do Discurso**. Trad. Laura Fraga de Almeida Sampaio. São Paulo: Edições Loyola, 2000.

____ **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas**. Trad. Salma Tannus Muchail. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

GINZBURG, C. **Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história**. Trad. Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

HEGEL, G. W. F. **Enciclopédia das ciências filosóficas em compêndio: 1830.** Trad. Paulo Menezes et al. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

HOBSBAWM, E. **Sobre história: ensaios**. Trad. Cid Knipel Moreira. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

LE GOFF, J. **História e Memória**. Trad. Bernardo Leitão et al. Campinas: Editora da UNICAMP, 2003.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebric thinking is.** 1992. Thesis (PhD) – University of Nottingham, Nottingham.

____ Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista da SBEM –SP**, Campinas, V.1(1), p.75-91, set., 1993b.

____ Epistemologia e matemática. **Bolema**, Rio Claro, ano 9, n.esp.3, p. 35-46, mar., 1995.

____ Struggling for survival: the production of meaning. In: **BSRLM**, 1996, Sheffied (UK). **Anais.** Sheffied (UK): BSRLM, February, 1996a.

____ Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento. In: ESCOLA LATINO-AMERICANA SOBRE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA – ELAPEF, 3., 1996b, Canela – RS. **Anais do III ELAPEF**, Canela, 1996b. p. 137-141.

____ Luchar por la supervivencia: la producion de significado. **UNO-Rev. de didáctica de las Matemáticas.** Barcelona, n.14, p. 39-46, out., 1997a.

____ **"Por que discutir a teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática"**. In Bicudo, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

____**"The production of meaning for algebra: a perspective based on a theorical model of semantic fields."** In Sutherland, R. et al. (ed.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001.

____ **Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional**. 2002. Tese (Livre-Docência). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

____ "**Matemática, monstros, significados e educação matemática**." In Bicudo, M. A. V. et al., (org.). **Educação Matemática: pesquisa em andamento**. São Paulo: Cortez, 2004.

MAINGUENEAU, D. **Novas tendências em análise do discurso**. Trad. Freda Indursky. Campinas: Editora da UNICAMP, 1989.

_____ **Os termos-chave da Análise do Discurso**. Trad. Maria Adelaide P.P. Coelho da Silva. Lisboa: Gradiva, 1997.

ORLANDI, E. "**Maio de 1968: os silêncios da memória**." In Pierre Achard et al., **Papel da memória**. Trad. José Horta Nunes. Campinas: Pontes, 1999.

_____ **Análise de Discurso: princípios e procedimentos**. Campinas: Pontes, 2001.

_____ **Discurso e Texto: formação e circulação dos sentidos**. Campinas: Pontes, 2001.

PÊCHEUX, M. **Analyse Authomatique du Discours**. Paris: Dunod, 1969.

_____ **Les Vérités de la palice**. Paris: Maspero, 1975.

_____ **Sur les Contextes épistémologiques de l'analyse de discours**. **Mots**, 9, St. Cloud, 1984.

_____ "**Papel da memória**." In Pierre Achard et al., **Papel da memória**. Trad. José Horta Nunes. Campinas: Pontes, 1999.

RICOEUR, P. **Teoria da interpretação**. Trad. Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1976.

ROBIN, R. **História e Lingüística**. Trad. Adélia Bolle. São Paulo: Editora Cultrix, 1977.

SAHLINS, M. **Ilhas da história**. Trad. Bárbara Sette. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1999.

SILVA, A. M. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. 2003. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

STONE, L. **The Revival of Narrative: reflections on a new old history**. **Past and Present**, 85, p. 3-24. London, 1979.

VÉDRINE, H. **As filosofias da história: decadência ou crise?** Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1977.

VEYNE, P. **Como se escreve a história**. Trad. Alda Baltar e Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1998.

ZIZEK, S. **Eles não sabem o que fazem. O sublime objeto da ideologia.** Trad. Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1992.

Capítulo 2

> “Uma formação social nunca perece antes que estejam desenvolvidas todas as forças produtivas para as quais ela é suficientemente desenvolvida, e novas relações de produção mais adiantadas jamais tomarão o lugar, antes que suas condições materiais de existência tenham sido geradas no seio mesmo da velha sociedade.” (Marx; 2000:52).

Sobre as condições históricas ao surgimento do positivismo

Introdução

O objetivo central deste capítulo, como o próprio título o indica, é expor, ainda que de maneira sucinta — e, em alguns momentos, descritiva — as condições históricas que, no meu modo de ver, determinaram a gênese da filosofia positivista da ciência ou positivismo lógico.

A gênese da filosofia positivista da ciência

Poderia, como argumenta a maioria dos filósofos e historiadores da ciência e da matemática, vincular o surgimento da filosofia positivista da ciência a três acontecimentos que marcaram profundamente o mundo científico na virada do século XIX para o século XX: o desenvolvimento da lógica matemática estruturada a partir da teoria dos conjuntos, a emergência da teoria geral da relatividade de Einstein em 1905 e o surgimento da mecânica quântica. Entretanto, embora esse argumento seja fortemente defensável, eu penso que ele explica o surgimento dessa corrente filosófica somente de modo parcial e acoberta, subjacentemente, a gênese e as condições objetivas de todo o processo que marcou o surgimento, em 1922, do positivismo lógico, também denominado filosofia positivista da ciência.

No meu modo de ver, a gênese da filosofia positivista da ciência remonta à primeira metade do século XIX, mais precisamente ao período compreendido entre a

Revolução Francesa de 1789 e a Revolução Industrial Inglesa de 1848, como conseqüência do extraordinário desenvolvimento na componente técnico-científica das forças produtivas ocorrido nesse período.

De fato, embora muitas das condições objetivas à revolução industrial na Europa já estivessem dadas desde as décadas finais da Idade Média, a falta, nessa época, de uma força de trabalho disponível em grande monta à industrialização e de um controle político das economias nacionais por parte da burguesia eram os obstáculos centrais à insurgência desse processo revolucionário.

Entretanto, segundo Vilar (1974), o primeiro desses obstáculos aos poucos — e violentamente — foi sendo superado: o processo da acumulação primitiva da burguesia, ao expropriar camponeses e pequenos proprietários urbanos, criou uma classe de despossuídos que viriam a se concentrar nas grandes cidades européias da época e se constituir na imensa força de trabalho que alavancaria o processo de industrialização em curso na Europa Ocidental.

Por outro lado, a industrialização exigia, além dessa monumental força de trabalho, uma classe social disposta, investida de autoridade e economicamente hegemônica. A velha aristocracia rural, presa às antigas relações sociais de produção, de troca e de trabalho, não só abdicaram dessa tarefa histórica como, também — e principalmente — , se colocaram contra essa nova ordem econômica que se impunha.

No contexto dessas exigências do Capital, a burguesia toma para si essa tarefa histórica.

Abre-se, então, em todo o planeta — e mais significativamente na Europa Ocidental — um período extraordinariamente revolucionário, marcado por profundas transformações nas mais diversas esferas das relações sociais de produção, de troca e de trabalho, e que se estenderia por toda a primeira metade do século XIX.

A partir daí, a burguesia, consolidada como classe política e economicamente hegemônica, assume o controle político-financeiro das instituições em seus países e promove, mais significativamente na Europa Ocidental e nos Estados Unidos, o maior e mais extraordinário desenvolvimento nas forças produtivas que a humanidade jamais havia experimentado, desde os tempos mais remotos, quando o homem inventou a agricultura, os primeiros processos de fundição, o dinheiro, a escrita, a cidade e o Estado.

Entretanto, embora esse extraordinário desenvolvimento nas forças produtivas tivesse ocorrido quase que exclusivamente na sua componente técnico-científica e a revolução industrial, segundo Hobsbawm (2001), tenha criado, em relação ao passado, um mundo mais feio e fétido, onde a prosperidade material do trabalhador pobre diminuíra em relação a períodos anteriores na proporção inversa em que aumentara a sua jornada de trabalho e onde a situação geral de vida era cada vez mais penosa para os despossuídos, aquela foi, sem dúvida, para o Capital,

> "... uma era de superlativos. Os novos e numerosos compêndios de estatística, nos quais esta era de contagens e cálculos buscava registrar todos os aspectos do mundo conhecido, chegariam com justiça à conclusão de que realmente cada quantidade mensurável era maior (ou menor) do que em qualquer época anterior. A área do mundo conhecida, mapeada e em intercomunicação era maior do que em qualquer época anterior e suas comunicações eram incrivelmente mais rápidas. A população do mundo era também maior do que nunca; em vários casos, além de toda expectativa e probabilidade. As cidades de grande tamanho se multiplicavam mais depressa do que em qualquer época anterior. A produção industrial atingia cifras astronômicas; [...]. Estas cifras só foram suplantadas pelas ainda mais extraordinárias [cifras] do comércio internacional, que se multiplicara quatro vezes desde 1780 até atingir cerca de 800 milhões de libras esterlinas, e muito mais em outras moedas menos sólidas e estáveis.
>
> A ciência nunca fora tão vitoriosa; o conhecimento nunca fora tão difundido. Mais de quatro mil jornais informavam os cidadãos do mundo, e o número de livros publicados anualmente na Grã-Bretanha, França, Alemanha e Estados Unidos chegava à casa das centenas de milhares. A inventiva humana dava, a cada ano, vôos cada vez mais ousados. A lâmpada de Argand (1782-4) acabava de revolucionar a iluminação artificial — foi o primeiro avanço de importância desde a lâmpada a óleo — quando os gigantescos laboratórios conhecidos como fábricas de gás, enviando seus produtos ao longo de intermináveis tubos subterrâneos, começaram a iluminar as fábricas e logo depois as cidades da Europa [...]. O arco voltaico já era conhecido. O professor Wheastone, de Londres, já estava planejando ligar a Inglaterra e a França por meio de um telégrafo elétrico submarino. Quarenta e oito milhões de passageiros utilizaram as ferrovias do Reino Unido em um único ano. Homens e mulheres já podiam ser transportados ao longo de três mil milhas de via férrea na Grã-Bretanha (1846) — e antes de 1850, mais de seis mil — e ao longo de nove mil milhas nos Estados Unidos. Serviços regulares de navios a vapor já ligavam a Europa com a América e com as Índias." (Hobsbawm; 2001: 321-2)

No âmbito desse desenvolvimento, e como uma das componentes das forças produtivas liberadas pelas novas relações sociais de produção impostas pelo processo revolucionário em curso, a ciência se beneficiou extraordinariamente nesse período — particularmente na França —, muito mais, segundo Hobsbawm (2001), como resultado do incentivo dado à educação técnica e científica, do que como conseqüência de exigências diretas feitas aos cientistas pelo governo ou pela indústria.

Evidências que comprovam tal incentivo podem ser vistas, por exemplo, no primeiro esboço, em 1794, da Escola Normal Superior — estabelecida como parte da reforma geral da educação secundária e superior na França — ; na criação, também em 1794, do primeiro centro de pesquisa inteiramente voltado às investigações fora do âmbito das ciências físicas — o Museu Nacional de História Natural — e no ressurgimento, em 1795, da então decadente Academia Real de Ciências. Entretanto, a mais singular dessas evidências é a criação, em 1795, da Escola Politécnica de Paris voltada especialmente à formação de indivíduos altamente especializados que constituiriam o corpo burocrático para gerenciar os estados nacionais que estavam sendo reconstruídos com base nas novas relações sociais exigidas pela revolução em curso.

Uma outra realização do processo revolucionário e que, em parte, estava estreitamente vinculada a esse estímulo dado à educação técnica e científica na França, diz respeito à promoção de quatro grandes carreiras abertas — como eram divulgadas — ao talento e voltadas à formação de profissionais que atendessem aos assuntos pertinentes aos negócios, à guerra, às artes e à educação, sendo que essa última se desdobrava na direção de três outras atividades: as profissões liberais, o funcionalismo público e a política. Embora o princípio dessa realização objetivasse à abertura de iguais possibilidades às “minorias que tinham, até então, sido excluídas da eminência, não somente por não serem bem-nascidas, mas também por sofrerem uma discriminação coletiva e oficial” (Hobsbawm; 2001: 217), a realização desse princípio foi, sob muitos aspectos, canhestra: não raro, o que se propunha como talento foi substituído, na prática, entre outras coisas, por trabalho árduo, ou sagacidade, ou ganância. De qualquer forma — e apesar disso —, essas atividades contribuíram para que aumentasse, na França, não só o número de técnicos e de cientistas, como também a atividade científica e a sua conseqüente produção, principalmente no que diz respeito às ciências básicas.

Tudo isso dava à França, nesse período, não só a supremacia mundial no campo das ciências, como a colocava — por seus projetos — como referência de desenvolvimento técnico-científico para todo o mundo. Não é sem razão, como afirma Hobsbawm (2001), que a Escola Politécnica de Paris tenha, àquela época, inspirado a criação de outras escolas similares para técnicos das mais diversas especialidades, nos mais importantes centros econômico-culturais de toda a Europa e dos Estados Unidos, como em Praga, Berlim, Massachussets, Viena, São Petersburgo e Zurique, só para citar alguns exemplos.

Por outro lado, um outro fator que, segundo Hobsbawm (2001), viria contribuir para o crescimento do número de técnicos e cientistas por toda Europa, bem como para que as ciências ampliassem grandemente as suas possibilidades, está na expansão da economia capitalista de livre mercado a todo o planeta e que, nesse período, dava os seus primeiros grandes passos rumo à criação de um mercado mundial. No contexto dessa expansão, a criação dos estados nacionais passa a ser uma exigência não só dos povos que os reivindicam e lutam contra a opressão e pelo fim dos *anciens régimes* mas, também, — e principalmente — do Capital, que tem no mercado um dos seus momentos constitutivos. Uma conseqüência desse processo pode ser vista na ascensão das culturas nacionais por todo o mundo — e com mais evidência por toda a Europa —, com forte repercussão nas relações de produção científica: é nesse período, por exemplo, que as línguas nacionais passam a ser reconhecidas e usadas para fins oficiais, na publicação de livros didáticos, de jornais especializados, de trabalhos científicos, etc.

> “Aqui, mais uma vez, a ciência parece refletir a ascensão das culturas nacionais fora da Europa Ocidental, o que é também um surpreendente produto da era revolucionária. Esse elemento nacional na expansão das ciências se refletiu, por seu turno, no declínio do cosmopolitismo que havia sido tão característico das pequenas comunidades científicas dos séculos XVII e XVIII. A era da itinerante celebridade internacional que, como Eüler, viajou da Basiléia a S. Petersburgo, e daí para Berlim, voltando à corte de Catarina a Grande, passou com os velhos regimes. Daí em diante, o cientista permaneceria dentro de sua área lingüística, exceto para pequenas visitas, comunicando-se com seus colegas através dos jornais especializados, tão típicos produtos desse período: as *Atas da Real Sociedade* (1831), as *Comptes Rendues de l’Academie des Sciences* (1837), as *Atas da Sociedade Filosófica Americana* (1838), ou as novas revistas especializadas tais como a *Journal für Reine und Angewandte Mathematick*, de Crelle, ou os *Anais de Química e Física* (1797).” (Hobsbawm; 2001: 304).

Sobre esse assunto, falando mais especificamente da matemática, Boyer escreve:

> “A distribuição geográfica da atividade matemática [no início do século XIX] começou também a mudar. Até então, cada período maior na história parecia caracterizado por concentrações geográficas específicas em que tinha lugar a maior parte dos progressos da matemática. Por exemplo, no final do século XVIII os principais matemáticos tinham sido os franceses, com poucas exceções. Durante a primeira metade do século dezenove o centro da atividade matemática tornou-se difuso. No entanto,

> várias décadas se passaram antes que existissem instituições que exibissem o vigor matemático da École Polytechnique francesa.” (Boyer; 1999: 343).

Com isso, o universo das ciências se amplia para países e povos de fora da Europa Ocidental, que passaram a contribuir mais globalmente na produção do conhecimento técnico-científico e que, até então, de uma maneira geral, só haviam dado contribuições quantitativamente menores nesse processo produtivo.

Embora não pareçam evidentes, as ligações entre o espetacular desenvolvimento científico da primeira metade do século XIX e as exigências do processo revolucionário em curso nesse período, ao historiador mais atento às múltiplas relações que interagem dialeticamente num processo produtivo, essas ligações se constituem nos vínculos sociais entre as condições objetivas ao desenvolvimento e a lógica interna que determina as atividades humanas — a menos que, por vontade própria, se queira desvincular de qualquer análise o trabalho intelectual das relações sociais mais amplas de produção, de troca e de trabalho.

Sobre isso, Hobsbawm escreve:

> “Contudo, mesmo o mais apaixonado crente na imaculada pureza da ciência pura é consciente de que o pensamento científico pode, ao menos, ser influenciado por questões alheias ao campo específico de uma disciplina, ainda que só porque os cientistas, até mesmo o mais antimundano dos matemáticos, vivem em um mundo mais vasto que o de suas especulações. O progresso da ciência não é um simples avanço linear, cada estágio determinando a solução de problemas anteriormente implícitos ou explícitos nele, e por sua vez colocando novos problemas. Esse avanço também prossegue pela descoberta de novos problemas, de novas maneiras de enfocar os antigos, de novas maneiras de enfrentar ou solucionar velhos problemas, de campos de investigação inteiramente novos, de novos instrumentos práticos e teóricos de investigação. Em todo ele há um grande espaço para o estímulo ou a formação do pensamento através de fatores externos” (Hobsbawm, 2001:302).

Não quero, com esses argumentos, advogar que o desenvolvimento das ciências, naquele período revolucionário ou em qualquer outro, possa ser analisado única e exclusivamente nos marcos dos movimentos sociais que as rodeavam. De forma alguma! Quando sustento que o processo revolucionário em curso no período compreendido entre a Revolução Francesa de 1789 e a Revolução Industrial Inglesa de 1848 impôs uma dinâmica revolucionária ao campo das ciências, quero dizer com isso que os efeitos indiretos das radicais mudanças sociais desse período foram determinantes ao surgimento das transformações que revolucionaram o universo científico e, mesmo assim, de maneira desigual, ainda que combinada. Mais ainda, que, embora o mundo do pensamento se realize, até certo ponto, sem intervenção de forças e agentes externos, a dinâmica de seus movimentos, de suas produções, se desenvolvem dentro do mesmo período de um ciclo histórico que o dos movimentos externos, e não como simples ecos desses movimentos. Sobre isso Hobsbawm escreve:

> “Os efeitos indiretos de acontecimentos contemporâneos [entre 1789 e 1848] foram claramente mais importantes. Ninguém podia deixar de notar que o mundo estava se transformando mais radicalmente nesta era do que em qualquer outra anterior. Nenhuma pessoa que usasse o raciocínio poderia deixar de estar atemorizada, abalada e mentalmente estimulada por essas convulsões e transformações. Quase não surpreende que os padrões de pensamento derivados das rápidas mudanças sociais, das profundas revoluções, da substituição sistemática de instituições tradicionais e costumeiras por inovações racionalistas radicais resultaram aceitáveis. É possível ligar esse visível aparecimento da revolução com a presteza dos matemáticos antimundanos em romper com as eficientes barreiras do pensamento até então existentes? Não podemos assegurá-lo, embora saibamos que a adoção de novas linhas revolucionárias de pensamento é normalmente evitada não por sua dificuldade intrínseca, mas por seu conflito com tácitas suposições sobre o que é ou não ‘natural’. [...]. Porém, pode ser necessária toda uma era de profunda transformação para encorajar os pensadores a tomar tais decisões; e assim as variáveis complexas ou imaginárias em matemática, tratadas com confusa precaução no século XVIII, só alcançaram sua plenitude depois da revolução.” (Hobsbawm; 2001: 316-7).

Mais adiante, nos capítulos onde discutiremos as mudanças de “paradigmas” na matemática, voltaremos a tratar, com os detalhes que o assunto exige, a questão da “presteza dos matemáticos antimundanos em romper com as eficientes barreiras do pensamento até então existentes”.

Por outro lado, como veremos ainda nesse capítulo, nem todas as ciências responderam igualmente às exigências da dupla revolução da primeira metade do século XIX: por exemplo, enquanto a química era fortemente influenciada por esse processo revolucionário, a física, de maneira geral, pouco respondeu a ele, permanecendo presa ao “paradigma” newtoniano que norteava o seu desenvolvimento no período. As ciências — assim como a maioria de toda atividade humana — têm, em sua esfera interna, uma lógica que determina, ao menos parcialmente, o movimento que conduz o seu desenvolvimento.

A par disso, mesmo no ambiente de sua lógica interna, o desenvolvimento das ciências não se explica como o resultado de um processo linear ou por acumulação contínua ao longo de toda a sua história. Como veremos com mais detalhes no capítulo quatro deste trabalho, de acordo com Thomas S. Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, o processo segundo o qual o conhecimento científico é produzido se dá através de períodos que ele chama de "pesquisa normal" onde, aí sim, o avanço é constituído por acumulação e reformas, e através de períodos de "pesquisa extraordinária" ou de "revoluções científicas", que são "aqueles episódios de desenvolvimento não-cumulativo, nos quais um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, incompatível com o anterior" (Kuhn; 1982: 125).

Cabe aqui saber, entretanto, se esses processos de revoluções sociais desencadeiam — ou, mais particularmente, desencadearam no período aqui analisado — a emergência de etapas revolucionárias no âmbito das ciências.

> "É evidente que há correlações óbvias. Os problemas teóricos da máquina a vapor levaram o brilhante Sadi Carnot, em 1824, à mais fundamental percepção física do século XIX, as duas leis da termodinâmica (*Reflexions sur la puissance motrice du feu*), embora não fossem as únicas aproximações do problema. O grande avanço da geologia e da paleontologia devia-se em grande parte ao zelo com que os engenheiros e construtores industriais retalhavam a terra e à grande importância da mineração. Não foi por acaso que a Grã-Bretanha se transformou no país geológico por excelência, instituindo um órgão nacional para Pesquisa Geológica em 1836. A análise dos recursos minerais deu aos químicos inúmeros compostos inorgânicos para seu estudo; a mineração, a cerâmica, a metalurgia, as artes têxteis, as novas indústrias de iluminação a gás e de produtos químicos, assim como a agricultura estimularam seus trabalhos. E o entusiasmo da sólida burguesia radical britânica e da aristocracia 'whig', não só em relação à pesquisa aplicada, mas também em relação aos ousados avanços no campo do conhecimento, que assustavam a própria ciência oficial, é prova suficiente de que o progresso científico de nosso período não pode ser separado dos estímulos da revolução industrial." (Hobsbawm; 2001: 315).

Portanto, sob essa ótica, as ciências da primeira metade do século XIX também reproduziram, no seu desenvolvimento, o processo revolucionário que varria, àquela época, toda a Europa Ocidental. Nenhuma atividade humana socialmente estabelecida passou incólume àquele processo. Às ciências foram colocadas novas e específicas exigências, novos problemas surgiram, outras possibilidades emergiram e novos padrões de pensamento foram estabelecidos em atendimento à nova ordem imputada pelas radicais transformações sociais em curso.

Entretanto, como já dissemos, a lógica desses acontecimentos revolucionários não atingiu a todos os campos do conhecimento com o mesmo impacto, com o mesmo resultado. Embora a crise na física do fim do século XIX tenha a sua gênese nas últimas décadas do século XVIII, nenhuma mudança científica revolucionária mais contundente aconteceu no ambiente dessa ciência no decorrer de todo o século XIX. De uma maneira geral, as ciências físicas permaneceram presas aos referenciais estabelecidos pela mecânica newtoniana. Esse período, característico daquilo a que Kuhn (1982) chama de "pesquisa normal", ficou marcado pelo empenhamento da comunidade de físicos na busca de soluções aos problemas colocados por esse "paradigma ou, então, na estruturação formal de antigas descobertas ainda desarticuladas, organizando-as em sistemas teóricos mais gerais". Mesmo assim, novos campos do conhecimento foram abertos. Além do já citado tratado de Carnot sobre termodinâmica (*Reflexions sur la puissance motrice du feu*), o mais importante trabalho produzido nesse período, resultado do empenhamento de físicos como Galvani, Volta, Oersted e Faraday — e o único com conseqüências diretas na produção industrial — , diz respeito às relações entre calor e energia, constituídas ulteriormente como as leis da termodinâmica.

Diferentemente da física que havia sido revolucionada no século XVII, a química iria viver o seu período de pleno desenvolvimento somente a partir da última década do século XVIII, mais precisamente a partir da publicação, em 1789, do *Tratado Elementar de Química* de Lavoisier (1743-94). Antes disso, o que havia, segundo Kuhn (1982), era um emaranhado de versões da teoria do flogisto que, buscando explicações para o processo de combustão chegaram a desenvolver algumas técnicas capazes de distinguir diferentes gases.

Intimamente ligada à produção industrial, a química viria a se tornar uma das mais prolíferas entre todas as ciências do século XIX. Seu uso industrial parecia inesgotável. Dentre os setores produtivos mais diretamente beneficiados por essa ciência destacam-se a indústria têxtil, a produção de fertilizantes, de produtos médicos e de perfumes, ou a criação e produção de explosivos para atender as demandas da indústria bélica e da mineração.

Embora, pelo seu desenvolvimento inicial e particularmente pelo papel desempenhado na organização da pesquisa química em outros países, possa ser considerada uma ciência francesa, a sua expansão e o seu progresso em toda a Europa foi extraordinário, especialmente na Alemanha, durante a segunda metade daquele século. Para que se tenha uma dimensão do crescimento e da importância da química no cenário econômico-científico europeu do século XIX, basta notar que, de todos os cientistas dessa época, quase a metade deles era constituída por químicos.

Obviamente, não só pelo aspecto de suas aplicações imediatas, a importância e o desenvolvimento da química devem ser analisados. Como ciência básica, a elaboração, por exemplo, do conceito de uma teoria atômica foi fundamental para o desenvolvimento ulterior dessa ciência: só a partir desse modelo se tornou possível a criação de fórmulas químicas e o estudo da estrutura dessa ciência, o que produziu uma quantidade enorme de novos e importantes resultados experimentais. Negligenciada no início de seu desenvolvimento, a teoria atômica — criada por Dalton entre 1803 e 1810 — viria a ser resgatada novamente cerca de cinco décadas depois, quando a criação, em 1869, da *Tabela Periódica dos Elementos* de Mendeleev (1834-1907) e a construção do espectroscópio permitiram que uma série de novos elementos fossem descobertos.

Uma outra conquista revolucionária dos químicos da primeira metade do século XIX diz respeito, de um lado, ao surgimento da química orgânica e, de outro, à descoberta de que a vida podia ser estudada em termos das ciências inorgânicas. Sobre isso Hobsbawm escreve:

> “A química teve, entretanto, uma implicação revolucionária: a descoberta de que a vida podia ser analisada em termos das ciências inorgânicas. Lavoisier descobriu que a respiração é uma forma de combustão do oxigênio. Woehler descobriu, em 1828, que um composto até então só encontrado em coisas vivas — a uréia — podia ser sintetizado no laboratório, abrindo, assim, o vasto e novo campo da *química orgânica*.” (Hobsbawm; 2001: 306).

Uma conseqüência fundamental dessa descoberta — de que a vida podia ser analisada em termos das ciências inorgânicas — foi a superação da crença, até então estabelecida nos meios científicos da época, de que matéria viva e matéria inerte obedeciam a leis naturais fundamentalmente próprias e distintas.

Apesar do extraordinário avanço ocorrido na química e, mais especificamente, do surgimento da química orgânica, a biologia do século XIX dava, ainda, os seus primeiros passos. Embora amarrada ao conservadorismo de pessoas interessadas em sua aplicação prática, principalmente os médicos daquele período, as exigências do processo revolucionário ao desenvolvimento das ciências biológicas também se fizeram sentir e se impuseram às *ancienes manières de faire*.

Muito provavelmente, influenciado pela teoria atômica de Dalton — de que a matéria seria constituída por estruturas moleculares — o avanço mais fundamental ocorrido na biologia desse período foi, segundo Hobsbawm (2001), a descoberta feita por Scheiden e Schwann de que todas as coisas vivas eram constituídas por uma multiplicidade de minúsculas partes, que viriam a ser chamadas de *células*.

Se, na primeira metade do século XIX, as ciências biológicas não experimentaram o avanço ocorrido em áreas como a química e mesmo a física, por exemplo, o mesmo não se pode dizer sobre isso com respeito à segunda metade daquele século.

Os trabalhos desenvolvidos pelo fisiologista francês Claude Bernard e que forneceram a base de toda a fisiologia e bioquímica modernas, são considerados por muitos historiadores, como Hobsbawm, por exemplo, um marco no desenvolvimento primário das ciências biológicas. O seu ensaio *Introdução ao Estudo da Medicina Experimental*, publicado em 1865, pode ser considerado uma das melhores análises dos processos científicos nessa área do conhecimento.

Outra grande contribuição ao avanço das ciências biológicas daquele período, e que viria fornecer à biologia uma nova abordagem à investigação da natureza da vida, transparece nos trabalhos do bacteriologista francês Louis Pasteur. Pioneiro de um novo e vasto campo do conhecimento — a bacteriologia — , a importância de suas pesquisas e de suas descobertas para o desenvolvimento das ciências pode ser vista tanto na herança metodológica do processo de investigação deixada por ele — o uso do microscópio, de lâminas e a preparação de culturas de bactérias — quanto na aplicação imediata de suas técnicas, seja na erradicação de doenças, seja para uso industrial na preservação de produtos orgânicos do contágio por micróbios.

Entretanto, ainda segundo Hobsbawm (1979), a mais dramática e explosiva contribuição ao avanço da biologia daquela época se relacionava muito pouco com os estudos ligados à estrutura física e química da vida. Deduzida por analogia com o modelo malthusiano de competição capitalista, a teoria da evolução pela seleção natural não se prendia aos limites da biologia: ao considerar a evolução humana no esquema geral da evolução biológica, mais do que destruir o *status* especial que desde a antiguidade mais remota vinha sendo construído sobre a origem da espécie humana, concebendo o homem como criado à imagem de deus, a *Origem das Espécies* de Darwin expõe a artificialidade das linhas divisórias estabelecidas para separar, de maneira formal, em compartimentos próprios, as ciências naturais das ciências humanas e essas, das ciências sociais.

Nesse sentido, a teoria da evolução pela seleção natural de Darwin "ratificava o triunfo da história sobre todas as ciências, **embora 'história' nesse sentido fosse entendida pelos da época como 'progresso'**."[grifos meus] (Hobsbawm, 1979: 268).

Apesar disso, é importante destacar que, bem antes, desde os anos finais do século XVIII, tentativas de se criar teorias de evolução vinham mobilizando os esforços de um número significativo de pensadores, em sua maioria biólogos e geólogos, principalmente na França e na Inglaterra. Segundo Hobsbawm (2001), nos primeiros anos da Revolução Francesa foi grande o número de teorias evolutivas apresentadas, algumas delas — como a *Teoria da Terra*, publicada por James Hutton em 1795 — bastante completas se comparadas à de Charles Darwin, publicada mais de seis décadas depois.

Entretanto, nenhuma dessas teorias conseguiu se impor cientificamente àquele tempo. Pelo contrário, ao se contraporem aos dogmas pré-estabelecidos pela *Sagrada Escritura* e ao ponto de partida da teologia aristotélica — "Deus é o primeiro *motor* ao qual necessariamente se filia a cadeia dos movimentos; ... é o criador da ordem do universo ..." (Abbagnano; 1998: 247) — essas teorias evolucionistas sofreram a mais cruel e sistemática resistência da intelligentsia conservadora daquela época e sucumbiram a isso.

> "Só na década de 1830 — quando a política dera outra guinada para a esquerda — foi que as amadurecidas teorias da evolução irromperam na geologia, com a publicação da famosa obra de Lyell, *Princípios de Geologia* (1830-33), que pôs fim à resistência dos netunistas, que sustentavam, com a Bíblia, que todos os minerais haviam surgido das soluções aquosas que em certa época cobriram a terra (cf. Gênesis I, 7-9), e dos 'catastrofistas', que seguiam a desesperada linha de argumentação de Cuvier." (Hobsbawm; 2001: 312).

Por outro lado, ainda nessa década, mesmo diante das evidências que emergiam da descoberta de fósseis do homem pré-histórico, o conservadorismo científico ainda relutava e se negava a aceitar as evidências da evolução biológica, alegando, até a descoberta do homem de Neanderthal, em 1856, falta de provas conclusivas para o posicionamento definitivo da ciência sobre essa questão.

Foi somente na segunda metade do século XIX, mais precisamente, a partir de 1848, quando a revolução industrial (inglesa) esmaga com o seu avanço a revolução política (francesa) em toda a Europa Ocidental e nos Estados Unidos da América, somente a partir de então, com a notável expansão da economia capitalista mundial que permitiu alternativas de desenvolvimento político e social aos países ditos avançados, quando as idéias, as crenças — em nome da razão, da ciência, do progresso e do liberalismo — passam a legitimar e ratificar essa expansão econômica, essa nova ordem do Capital — agora internacional —, somente a partir daí é que essa questão polêmica da evolução biológica voltou a ser examinada mais sistematicamente e, mesmo assim, cercada de cuidados e não sem uma dose razoável de ambigüidades ao manejá-la. O próprio Darwin, segundo Hobsbawm (2001), retraiu-se em algumas de suas idéias — não fundamentais, certamente — acerca da sua teoria da evolução pela seleção natural.

No âmbito das ciências sociais, as teorias da evolução alcançaram importantes progressos no estudo da sociedade humana. Entretanto, esse progresso deve ser relativizado e circunscrito a resultados preliminares em algumas poucas disciplinas como, por exemplo, a teoria da evolução social de Marx e Engels e, possivelmente, a antropologia ou etnografia social que procurava se emancipar em uma disciplina própria, desgarrando-se da área do direito onde era tratada. Segundo Hobsbawm (2001), mesmo a teoria da evolução social de Marx e Engels — considerada a mais abrangente síntese das ciências sociais — era, no período compreendido pela dupla revolução, pouco mais do que uma brilhante suposição publicada em um histórico panfleto: o *Manifesto do Partido Comunista de 1848*.

Por outro lado, se a descoberta da evolução histórica foi determinante no processo de surgimento das ciências sociais, o método racionalista dos séculos XVII e XVIII que estabelecia o equivalente das leis da física para os modelos de dinâmica populacional não deixou de ser menos importante. Obras como *O Ensaio sobre a População*, publicada em 1798 por T. R. Malthus — e que postulavam proposições como: Se a população do planeta cresce exponencialmente e a produção de alimentos cresce polinomialmente, em permanecendo as outras relações de produção e consumo inalteradas, o preço dos alimentos deve subir necessariamente — constituíam a força dos sistemas de raciocínios dedutivos criados pela economia política a serviço do Capital.

> “A aplicação de métodos matemáticos à sociedade deu mais um passo importante neste período. Também aqui os cientistas de língua francesa lideravam a marcha, assistidos, sem dúvida, pela soberba atmosfera matemática da educação francesa. Assim, Adolphe Quételet, da Bélgica, em sua marcante obra *Sobre o Homem* (1835), demonstrou que a distribuição estatística das características humanas obedecia a leis matemáticas conhecidas, do que deduziu, com uma confiança considerada então excessiva, a possibilidade de assimilar as ciências sociais às ciências físicas. A possibilidade de uma generalização estatística sobre as populações humanas e o estabelecimento de firmes prognósticos sobre essa generalização haviam sido antecipados pelos teóricos da probabilidade (o ponto de partida de Quételet nas ciências sociais), e por homens práticos que eram obrigados a confiar nela, como no caso das companhias de seguro. Mas Quételet e o grupo de florescentes estatísticos contemporâneos, antropometristas e pesquisadores sociais aplicaram esses métodos a campos bem mais amplos e criaram o que ainda é a principal ferramenta matemática para a investigação de fenômenos sociais.” (Hobsbawm; 2001:308).

Nesse sentido, a matemática como ciência aplicada continuava a dar a sua contribuição histórica e determinante não só ao desenvolvimento da ciência como, também, e acima de tudo, à dominação do Capital. Por outro lado, a matemática como ciência autônoma, "pura", dava os seus primeiros grandes passos nesse período e respondia extraordinariamente bem às demandas do processo revolucionário em curso, muito embora, segundo Brunschvicg (1947), as dificuldades teóricas enfrentadas no processo de "aritmetização" da Análise, por exemplo, pareciam ser antes evitadas do que resolvidas e que, segundo ele, somente sob o ponto de vista técnico essas dificuldades foram solucionadas.

Embora Brunschvicg tenha feito essas considerações referindo-se à postura dos matemáticos frente aos obstáculos epistemológicos surgidos no processo de formalização das noções de números irracionais e imaginários e das operações algébricas sobre eles definidas, no meu modo de ver, essa postura metodológica marca profundamente a prática teórica dos matemáticos que estavam, naquele período, envolvidos, fundamentalmente, com duas espécies de problemas: "... dar um fundamento puramente analítico às noções e propriedades [*algébricas*] até então asseguradas somente pela evidência de seu correlato geométrico; desenvolver ambas fora dos limites arbitrários impostos pela intuição." (Cavaillès; 1994: 229-30).

São muitas as evidências dessas práticas, dos "dribles" dados nos obstáculos epistemológicos surgidos no processo de formalização do cálculo.

Um deles pode ser observado, por exemplo, na forma como foram "resolvidas" as inconsistências lógicas que envolviam as concepções infinitesimais.

De fato, embora durante os séculos XVII e XVIII e parte do século XIX o uso das concepções infinitesimais em problemas relacionados ao Cálculo tenha sido prática comum, incontestavelmente profícua, sob o ponto de vista técnico, matemáticos notáveis desse período como os irmãos Bernoulli, Euler, Lagrange, Bolsano e Cauchy, só para destacar alguns entre os notáveis, mesmo obtendo importantes resultados com as concepções infinitesimais, não lograram êxito em suas tentativas na fundamentação lógica dessas concepções.

Sobre isso Souza Pinto (2000) escreve que, apesar dos êxitos obtidos com a noção de "*infinitésimo*", essa noção nunca foi devidamente clarificada no âmbito de seus fundamentos lógicos e o seu uso descomedido conduziu o Cálculo a sérias inconsistências e dificuldades epistemológicas. O tratamento analítico do cálculo com "infinitésimos" somente logrou sucesso quando, em 1966, Abraham Robinson (1918-1974), através de um modelo não-standard da reta numérica apresentou um desenvolvimento do *Cálculo Infinitesimal* muito próximo, no seu estilo, daquele elaborado por Leibniz no século XVII.

Entretanto, dois fatos — no meu modo de ver, evidentes — emergem imbricados como resultado de todo esse processo. De um lado, o fato de que a partir dos anos finais do século XIX, com a formulação do atual conceito de *limite* por Karl Weierstrass (1815-1897), as concepções infinitesimais foram banidas dos livros-textos de matemática e das salas de aula de cálculo e de análise e das manipulações voltadas às pesquisas avançadas na matemática; de outro lado, o "drible" e a mudança: a noção de limite passaria a ser adotada em substituição às concepções infinitesimais e, desde então, se tornaria absoluta, reinando soberanamente nos manuais de formação, nas aulas de cálculo e análise e como ferramenta de investigação nas pesquisas básicas em matemática.

A mera substituição de um objeto matemático por outro, de uma concepção (*infinitesimal*) por outra (*limite*) de natureza distinta, mais do que um indício, é — como procurarei mostrar, mais adiante, neste meu trabalho — uma evidência de que ocorreu, no decorrer do século XIX, uma mudança de "paradigma" na matemática, na forma como a coloca Thomas Kuhn no seu *A Estrutura das Revoluções Científicas*.

Uma outra situação, que serve de exemplo para mostrar que as dificuldades teóricas na matemática *pareciam ser antes evitadas que resolvidas* no âmbito da própria teoria, pode ser vista na forma como foram tratados os paradoxos surgidos na formalização da teoria dos conjuntos. Isso pode ser visto no capítulo 2 do livro, *Teoria Ingênua dos Conjuntos*, de Paul Halmos, na utilização do axioma da especificação.

A par desses pequenos acidentes escondidos e negados "quase sempre", não há como negar que a matemática, de fato, respondeu extraordinariamente bem às demandas de mudança que tanto marcou o século XIX. O surgimento de novos conceitos como geometrias não-euclidianas, espaços de dimensão superior, álgebras não-comutativas e processos infinitos, entre outros tantos, promoveu, segundo Boyer (1999), uma "*transformação radical*" que mudaria a matemática "*não só na aparência*", mas na sua essência, na questão do método de como se tratar os conceitos. Diz mais ainda, que, excetuada talvez a Idade Heróica na antigüidade grega, o século XIX foi *o* "*mais revolucionário na história da matemática*"; foi o período em que o crescimento do repertório matemático é, de longe, maior que a soma de tudo que se produziu de matemática em todas as épocas precedentes.

Sobre a produção matemática desse período, vejamos o que Eric Hobsbawm escreve:

> "Uma revolução ainda mais profunda mas, pela própria natureza do assunto, menos óbvia do que a ocorrida na química, se deu em relação à *matemática*. Contrariamente à física, que continuou dentro dos termos de referência do século XVII, e à química, que respirava forte através da porta aberta no século XVIII, a matemática em nosso período entrou em um universo inteiramente novo, muito além do universo dos gregos, que ainda dominava a aritmética e a geometria plana, e daquele do século XVII que dominava a análise. Poucos, exceto os matemáticos, apreciarão a profundidade da inovação trazida para a ciência pela teoria das funções de complexos variáveis (Gauss, Cauchy, Abel, Jacobi), da teoria dos grupos (Cauchy, Galois) ou dos vetores (Hamilton). Mas até mesmo o leigo é capaz de compreender o alcance da revolução pela qual o russo Lobachevsky (1826-9) e o húngaro Bolyai (1831) derrubaram a mais permanente das certezas intelectuais, a geometria euclidiana. [...]. Hoje em dia pode parecer elementar construir uma geometria igualmente lógica com base em alguma outra suposição [...]. Mas chegar a essas suposições no princípio do século XIX era um ato de audácia intelectual comparável a colocar o Sol e não a Terra no centro do sistema planetário.
>
> A revolução matemática passou desapercebida, exceto para alguns especialistas em assuntos notórios por sua distância da vida cotidiana" (Hobsbawm; 2001: 306-7).

De fato, sob o ponto de vista estritamente técnico, esse extraordinário progresso na produção matemática do período é incontestável. De Gauss a Hilbert nada menos que mais de meia centena de brilhantes matemáticos e matemáticas contribuíram para o significativo crescimento desse repertório matemático. Como nesse momento não é objetivo deste trabalho discutir a produção matemática do século XIX, não me deterei aqui na apresentação, mesmo sucinta, do conjunto dessa obra. Para os que têm interesse em uma investigação mais pormenorizada sobre o quanto e o que se produziu de matemática nessa época, o excelente *Development of Mathematics in the 19th Century*, de Felix Klein (1979) é uma referência básica.

Entretanto, para evidenciar o extraordinário desenvolvimento experimentado pela matemática ao longo do século XIX, destacarei, aqui, dentre os tantos importantes trabalhos produzidos nesse período, somente alguns poucos, aqueles que julgo os mais relevantes aos objetivos desta minha tese.

Reconhecido por muitos historiadores como o maior matemático do século XIX, Cal Friedrich **Gauss** (1777-1855) deu contribuições notáveis não só à matemática mas, também, à astronomia, à geodésica e à física. Em sua tese de doutorado, escrita aos vinte anos de idade, aparece a primeira demonstração produzida até então, inteiramente satisfatória, do resultado que hoje chamamos *Teorema Fundamental da Álgebra* [*Todo polinômio p(z) de grau positivo e com coeficientes complexos tem uma raiz complexa*]. Junto com Gaspar **Wessel** (1745-1818) e Jean Robert **Argand** (1768-1822), tem, também, responsabilidade direta na identificação, hoje familiar, entre números complexos e pontos do plano cartesiano.

Entretanto, é na teoria dos números e na teoria das superfícies que aparecem as suas mais significativas contribuições à matemática. Em seu trabalho *Disquisitiones arithmeticae*, considerado um clássico da literatura matemática, além de uma reformulação completa de toda a teoria dos números produzida no século XVIII, Gauss se dedica ao estudo das formas quadráticas binárias e apresenta, nesse estudo, novas técnicas que se tornariam referências básicas aos trabalhos de gerações de matemáticos posteriores a ele. O seu ensaio *Disquisitiones generales circa superfícies curvas*, que se tornaria a pedra fundamental do que hoje chamamos geometria diferencial, trata de um estudo das propriedades locais de famílias de curvas e superfícies; nesse trabalho, define pela primeira vez o conceito de curvatura de uma superfície num ponto, conhecido, hoje, em sua homenagem, como *curvatura de Gauss*.

Embora Gauss tenha se ocupado — como outros matemáticos anteriores a ele — do postulado das paralelas de Euclides, ele o fez a partir de uma posição diferente daquelas adotadas por seus antecessores. Conduzido pelos seus trabalhos de geodésia, Gauss não estaria convencido da verdade absoluta do quinto postulado. Apesar disso, não há evidência alguma de que tenha produzido qualquer trabalho que pudesse destacá-lo com a honra de ser o primeiro matemático a formular as bases de uma geometria não-euclidiana.

Entretanto, embora Gauss tivesse tido a percepção daquilo a que Kuhn (1982) denomina *anomalia de um paradigma* — nesse caso, uma *anomalia* da geometria euclidiana — a honra pela criação de todo um novo ramo da geometria é dada a Nicolai Ivonovich Lobachevsky (1793-1856), um matemático russo da Universidade de Kazan.

Partindo da hipótese de que por um ponto fora de uma reta dada podem ser traçadas, no plano, mais de uma reta que não encontram a reta dada — hipótese essa em conflito direto com o postulado das paralelas de Euclides — , Lobachevsky elaborou uma nova geometria sem contradições lógicas inerentes. Esse seu trabalho, publicado em 1829 no periódico *Kazan Messenger* com o título *Sobre os Princípios da Geometria* marca, segundo a maioria dos historiadores da matemática, o nascimento oficial das geometrias não-euclidianas.

É importante que se ressalte aqui, até como reconhecimento histórico, que simultaneamente, na Hungria — e, partindo da mesma hipótese da qual Lobachevsky partira

—, o matemático húngaro Janos Bolyai, trabalhando sobre proposições da geometria euclidiana que independiam do postulado das paralelas, também desenvolveu uma geometria similar àquela que Lobachevsky havia elaborado. Esse seu trabalho, denominado *Ciência Absoluta do Espaço*, foi publicado em 1832, embora tenha imprimatur datado de 1829, mesmo ano da publicação do *Sobre os Princípios da Geometria*, de Lobachevsky.

> "O surgimento das geometrias não-euclidianas no século passado pode ser considerado, juntamente com a descoberta dos irracionais pelos gregos e o desenvolvimento do cálculo infinitesimal, como as três maiores revoluções ocorridas na Matemática em todos os tempos." (Viero; 1992: 111).

As inquietações e controvérsias a respeito dessa nova geometria abalaram os círculos científicos da época. Porém, aos poucos, diante da impossibilidade de refutá-las, de negá-las por uma eventual inconsistência lógica, começam a surgir trabalhos que lhe ampliariam as possibilidades tanto do ponto de vista intrínseco, como no referente aos sistemas lógicos que determinaram o seu aparecimento.

Dentre as muitas conseqüências do surgimento das geometrias não-euclidianas, uma se destaca pelo seu imediatismo: foi o estabelecimento da independência do quinto postulado da geometria grega que, durante séculos, foi motivo de intensas investigações por parte de matemáticos como Nasîr ed-dîn (c.1250), Girolano Saccheri (1667-1733), Johann H. Lambert (1728-1777) e Adrieu-Marie Legendre (1752-1833), só para citar alguns dentre aqueles que tinham a convicção profundamente arraigada de que uma única geometria — a euclidiana — era possível.

Uma outra conseqüência vem, justamente, de encontro a essa convicção milenar de que a geometria euclidiana era única. A partir da "descoberta" de geometrias alternativas àquela legada por Euclides, ficava posto que

> "... a geometria euclidiana não era a ciência exata ou verdade absoluta que antes se supunha ser. Num certo sentido a descoberta da geometria não-euclidiana vibrou um golpe devastador na filosofia Kantiana, comparável ao efeito dos incomensuráveis no pensamento pitagórico. A obra de Lobachevsky forçou a revisão de pontos de vista fundamentais sobre a natureza da matemática ..." (Boyer; 1999: 360).

Entretanto, a conseqüência de maior alcance imposta pelo surgimento das geometrias não-euclidianas se observa, no meu modo de ver, no empenhamento de um número significativo de eminentes matemáticos da segunda metade do século XIX em revisar pontos de vista até então considerados fundamentais sobre a natureza da matemática. Concepções tidas como básicas no âmbito das ciências dedutivas em geral — e das matemáticas, em particular — passaram a ser questionadas e até mesmo abandonadas. Segundo Viero (1992), em se tratando das matemáticas, uma das principais mudanças ocorridas diz respeito à forma de se conceber os fundamentos da relação de demonstrabilidade, ou seja, os axiomas. Nesse sentido, de acordo com as novas concepções que se impunham através dessas mudanças — e que têm em *Os Fundamentos da Geometria*, de Hilbert (1862-1943), a sua expressão máxima — os axiomas não estariam mais na base do sistema dedutivo como verdades evidentes e, sim, como definições implícitas dos termos primitivos da teoria. Ainda, segundo Viero (1992), com a adoção dessa nova concepção a respeito dos axiomas, tanto a questão da evidência, como a da verdade, são abandonadas, não se colocam mais. Sobre isso, Howard Eves escreve:

> "Os postulados da geometria tornaram-se para os matemáticos, meras hipóteses cuja veracidade ou falsidade físicas não lhes diziam respeito; o matemático pode tomar seus postulados para satisfazer seu gosto, desde que eles sejam consistentes entre si. As características de 'auto-evidência' e 'veracidade' atribuídas aos postulados desde os tempos dos gregos deixaram de ser consideradas pelos matemáticos. Com a possibilidade de inventar geometrias puramente 'artificiais', tornou-se evidente que o espaço físico devia ser visto como um conceito empírico derivado de nossas experiências exteriores e que os postulados da geometria, formulados para descrever o espaço físico, são simplesmente expressões dessas experiências, como as leis de uma ciência física." (Eves; 1997: 544).

Assim, ainda de acordo com Eves (1997), o surgimento de geometrias não-euclidianas, ao romper com a tradição secular, posta pelo entendimento, de uma geometria única, desfere um golpe letal no ponto de vista da verdade absoluta e imperecível em matemática.

Enfim, deixando por ora a matemática de lado — e para não me alongar em descrições acerca de um progresso técnico e científico que, tanto sob o aspecto material, quanto intelectual, é incontestável e foi extraordinariamente grande —, quero ressaltar agora o que, no meu modo de ver, é uma outra conseqüência — psicológica, no caso — de todo esse progresso: a confiança generalizada e massivamente difundida nos meios acadêmicos e entre os homens instruídos de então nos métodos da ciência, como os únicos através dos quais seria possível desvelar com rigor o que separa, o que distingue o conhecimento de tudo aquilo que pode ser posto, pelo entendimento vulgar, como superstição ou as pseudociências em geral, por exemplo.

"A sociedade burguesa de nosso período [entre 1848 e 1875] estava confiante e orgulhosa de seus sucessos. Em nenhum outro campo da vida humana isso era mais evidente que no avanço do conhecimento, da 'ciência'. Homens cultos desse período não estavam apenas orgulhosos de suas ciências, mas preparados para subordinar todas as outras formas de atividade intelectual a elas. Em 1861 o estatístico e economista Cournot observou que 'o fato de acreditar em verdades filosóficas saiu tanto de moda que nem o público nem nenhuma academia se dispõe a receber mais obras deste tipo, exceto como produtos de puro academicismo ou curiosidade histórica'.[Benaerts,P. *et al.*, *Nationalité et Nationalisme*, Paris, 1968,p.623]. Não era, de fato um bom período para filósofos. Mesmo no seu reduto tradicional, Alemanha, não havia ninguém de estatura comparável para suceder às grandes figuras do passado. O próprio Hegel saíra de moda no seu país natal, e o modo pelo qual os medíocres que agora davam o tom para o povo alemão tratavam o grande filósofo alemão, fez com que Marx, em 1860, se declarasse discípulo daquele grande pensador. [...].

Além disso, com tal confiança nos métodos da ciência, não é de se surpreender que os homens instruídos da segunda metade do século XIX estivessem tão impressionados com suas conquistas. De fato, às vezes chegaram a pensar que essas conquistas não eram apenas impressionantes mas também finais. William Thompson (Lord Kelvin), o célebre físico, pensava que todos os problemas básicos da física haviam sido resolvidos, e só alguns problemas menores ainda precisavam ser solucionados. Ele estava, como sabemos, redondamente enganado." (Hobsbawm; 1979: 261-2).

BIBLIOGRAFIA:

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Trad. Alfredo Bosi. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1999.

BRUNSCHVICG. L. **Les Étapes de la Philosophie Mathématique**. Paris: Press Universitaires de France, 1947.

CAVAILLÉS, J. **Oeuvres Complètes de Philosophie des Sciences**. Paris: Hermann Éditeurs des Sciences et des Arts, 1994.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

HABERMAS, J. **Conhecimento e Interesse**. Trad. José N. Heck. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1982.

HEGEL, G. W. F. **A Ciência da Lógica**. Trad. P. Meneses. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

HOBSBAWM, E. J. **A Era das Revoluções: Europa 1789-1848**. Trad. Maria T. L. Teixeira e Marcos Penchel. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2001.

____ **A Era do Capital: 1848-1875**. Trad. Luciano Costa Neto. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1979.

KLEIN, F. **Development of Mathematics in the 19th Century**. Massachusetts: MATH SCI PRESS, 1979.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Trad. B. V. Boeira & N. Boeira. São Paulo: Editora Perspectiva S. A, 1982.

____ **A Tensão Essencial**. Trad. R. Pacheco. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1977.

____ "**Lógica da Descoberta ou Psicologia da Pesquisa?**" In: LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**. Trad. O.M. Cajado. São Paulo: Cultrix: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.

MARX, K. **Para a Crítica da Economia Política**. Trad. Edgard Malagodi. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda, 2000.

SOUSA PINTO, J. J. M. **Métodos Infinitesimais de Análise Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

VIERO, A. "**Algumas questões conceituais ligadas ao advento das geometrias não-euclidianas.**" In: Évora, F. R. R. (ed.) **Século XIX: O Nascimento da Ciência Contemporânea**. Campinas: UNICAMP: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1992.

VILAR, P. "**A transição do feudalismo ao capitalismo**." In: Francisco J. C. Falcon, Antônio E. M. Rodrigues e Theo A. Santiago (orgs.) **Capitalismo: transição**. Rio de janeiro: Livraria Eldorado Tijuca Ltda, 1974.

Capítulo 3

"Recusar a reflexão, isto *é* o positivismo."
(Habermas; 1982: 23)

Sobre o fim da teoria do conhecimento e o desabrochar da teoria da ciência

Introdução

Com os pressupostos de que o positivismo assinala o fim da Teoria do Conhecimento e de que, em seu lugar, instala-se uma Teoria da Ciência, o objetivo central desse capítulo é, por um lado, exercer uma crítica a concepções positivistas acerca do conhecimento e, por outro lado, mostrar que a gênese do processo que culminou no surgimento do positivismo lógico, a partir do Círculo de Viena, em 1922, situa-se na primeira metade do século XIX, como resultado do impacto causado pelo extraordinário desenvolvimento técnico e científico que marcou aquele período.

Rei morto, rei posto

Terminamos o capítulo anterior falando do impacto que o extraordinário desenvolvimento técnico-científico causou no comportamento dos homens da sociedade burguesa da primeira metade do século XIX, frente às amplas possibilidades que se descortinavam, naquele período, para o seu desenvolvimento, para o desenvolvimento da humanidade.

Vimos também, através do Hobsbawm (1979), que esse desenvolvimento gerou nos homens instruídos de então uma confiança tal nos métodos da ciência que os levou a pensar que as conquistas científicas até então alcançadas eram definitivas e que poucos problemas, de importância menor, ainda estavam à espera de solução.

Olhando hoje, um século e meio depois, de fora da efervescência daqueles acontecimentos revolucionários, o erro na avaliação daquelas possibilidades, por aqueles homens, nos parece muito mais evidente.

De qualquer forma, independentemente desse erro ser compreensível ou não, ele é, contudo, muito significativo. Ele expõe, mais do que a confiança absoluta nas ciências e em seus métodos, as condições objetivas para uma mudança radical nas concepções que norteavam o pensamento filosófico até então. Ao mesmo tempo em que Hegel era abandonado e Marx execrado pelo seu materialismo dialético, por sua militância revolucionária e por sua visão de um progresso necessariamente descontínuo e contraditório, tais condições objetivas, àquela época, criaram um terreno fértil ao florescimento do que viria a ser chamado Positivismo.

A ciência passa, então, no Positivismo, a ser concebida como o único conhecimento possível e, por extensão, o seu método, ao ser considerado o único verdadeiramente válido, torna-se o condutor de todos os processos de investigação e norteador de toda atividade racional.

Entretanto, até o limiar do século XIX, a filosofia moderna — concebida aqui pelo que ulteriormente veio a ser designada teoria de conhecimento — não limitava o foco de suas reflexões na explicação do conhecimento científico-experimental. Ao contrário! Por maiores que tenham sido os avanços da física newtoniana, amparada pelo rigor da forma matemática consubstanciada pelo extraordinário desenvolvimento do Cálculo, os esforços filosóficos de então, no sentido de explicar o conhecimento científico-experimental, eram discretos. Ele se punha pela tradição do pensamento racionalista e empirista em voga, buscando, com a mesma ênfase, a demarcação do campo do objeto e a justificação lógico-transcendental da existência de uma ciência da natureza caracterizada pela experimentação e estruturada através de uma linguagem formalizada.

Neste sentido, por mais que a ciência moderna emergisse desde antes do século XIX como o ideal de um saber diferenciado e claramente pertinente, ela não se punha como conhecimento único e exclusivo enquanto tal.

> "A posição da filosofia moderna diante da ciência caracterizou-se naquela época exatamente pelo fato de um conhecimento filosófico imperturbável conceder, pela primeira vez, um espaço legítimo à ciência. As teorias do conhecimento não se limitavam a explicar o conhecimento científico-experimental, isto é, elas não desabrochavam em teoria da ciência." (Habermas; 1982: 25).

Entretanto, o que teria contribuído para que, a partir dos anos finais da primeira metade do século XIX, a ciência, tida até então como *uma* categoria do conhecimento possível, deixasse de ser, a rigor, pensada filosoficamente e passasse a ser concebida e identificada como *a* única teoria do conhecimento legítima, detentora do saber absoluto de uma grande filosofia?

No esforço de responder a essas inquietações, Habermas (1982) fornece, num primeiro momento, respostas internalistas aos acontecimentos que foram determinantes para que a teoria do conhecimento "desabrochasse em teoria da ciência".

Neste sentido, Habermas (1982) desliza para o interior da própria filosofia a responsabilidade pelo deslocamento dela mesma do lugar que antes ocupara imperturbável. Ao fazer isso, expõe claramente a sua opção em limitar, numa primeira abordagem, o foco de suas reflexões, de suas análises, à restrita dimensão da dinâmica do pensamento enquanto tal. Assim, com o objetivo de fazer uma análise da contextura filosófica que possibilitou o surgimento da doutrina positivista da ciência, vai primeiramente a Kant por entender que, nele, o preceito básico do conhecimento racional ainda punha-se soberanamente frente à filosofia e, também, para firmar a tese segundo a qual, depois desse filósofo, a rigor, a ciência não foi mais pensada filosoficamente.

Em busca de argumentos que dêem validação a essa sua tese afirma que "... a crítica de Hegel ao questionamento lógico-transcendental de Kant leva ao paradoxal resultado de a filosofia não apenas mudar de posição frente à ciência, mas renunciar totalmente a ela". (Habermas; 1982: 26).

Habermas (1982) argumenta também, em defesa de sua tese, que Hegel ao suprassumir Kant, mostrando que a auto-reflexão fenomenológica do conhecimento é uma radicalização imprescindível da crítica do conhecimento, não executa a sua crítica de forma conseqüente, colocando-a nos moldes da identidade filosófica. Mais ainda, afirma que Marx, ao incentivar indiretamente, através do materialismo histórico, a dinâmica da auto-reflexão hegeliana, completa, de maneira contundente, o desmantelamento da teoria do conhecimento.

Argumentando ainda sobre tais pressupostos filosóficos, afirma também que, a partir desse desmantelamento da teoria da ciência, ante a ausência de um conceito de saber que transcenda o conhecimento científico vigente, a crítica do conhecimento abdica em favor da teoria da ciência.

> "Desde então a teoria do conhecimento teve que ser substituída por uma metodologia desamparada do pensamento filosófico. Pois a teoria da ciência, que desde meados do século XIX adota a herança da teoria do conhecimento, é uma metodologia acionada pela autocompreensão cientificista das ciências. 'Cientismo' [ou cientificismo] significa a fé da ciência nela mesma, a saber, a convicção de que não mais podemos entender

> ciência como uma forma possível do conhecimento mas que esse deva identificar-se com aquela. O positivismo, posto em cena por Comte, serve-se dos elementos da tradição tanto empirista quanto racionalista para solidificar *a posteriori*, em vez de refletir, a fé da ciência em sua validade exclusiva, clarificando a estrutura das ciências com base nessa fé. O positivismo moderno [leia-se: o positivismo lógico] levou a cabo essa tarefa com uma sutilidade digna de registro e com um sucesso que não pode ser contestado." (Habermas; 1982: 26-7).

Entretanto, não basta praticar uma metodologia para que uma doutrina adquira o status de uma teoria do conhecimento. Para Habermas (1982), o questionamento lógico-transcendental sobre as condições do conhecimento possível, voltado à explicação do sentido inerente ao conhecimento enquanto tal, é impertinente ao positivismo diante do fato das ciências modernas. A questão transcendental acerca das condições de um conhecimento possível passa, então, no positivismo, a ser colocada na forma e sobre o controle normativo da ciência. Com isso, o positivismo suprime qualquer possibilidade de uma crítica incondicional do conhecimento enquanto tal.

Por outro lado, Habermas (1982) nos diz ainda que, se no âmbito geral da teoria do conhecimento o positivismo não passa de "uma metodologia desamparada do pensamento filosófico", perante as ciências, ele, o positivismo, ainda expressa, como articulador da auto-compreensão cientificista da ciência, uma postura filosófica. Porém, ao dogmatizar a fé das ciências nelas mesmas, o positivismo desautoriza qualquer pesquisa contra a auto-reflexão em termos de teoria do conhecimento. Nesse sentido, Habermas (1982) conjectura que o único traço filosófico do positivismo se delineia na necessidade de defender as ciências contra a filosofia.

Todavia, a teoria da ciência não podia impor-se enquanto tal sobre a teoria do conhecimento sem qualquer mediação de conteúdo filosófico. Segundo Habermas (1982), com o desmantelamento do conceito filosófico de conhecimento, o conceito de ciência torna-se irracional. Por outro lado, o desenvolvimento científico naquele período já era um fato extraordinário. Assim, diante do vazio deixado pelo fim da teoria do conhecimento e pelo fato do desenvolvimento científico e tecnológico, o positivismo de Comte se instala, adotando traços essenciais dos trabalhos de Condorcet e de St. Simon, e com base nas seis ciências fundamentais em pleno desenvolvimento àquela época — física, astronomia, química, biologia, matemática e, principalmente, sociologia —, renova o conceito enciclopédico das ciências e revoluciona a posição clássica da filosofia frente a essas, dotando a ciência de um sentido próprio para a filosofia da história.

A partir de então, o fenômeno do progresso técnico-científico adquire um significado muito especial nas reflexões acerca da autoconstituição da espécie humana: ao mesmo tempo em que o positivismo estabelece a crença cientificista das ciências nelas mesmas, Marx fundamenta, em outras bases, o papel do progresso técnico-científico na autoconstituição do homem como espécie. Nesse contexto, enquanto o positivismo se empenha na construção de uma história da espécie humana onde, no dizer de Comte (1964), a interação do homem com a natureza depende, especialmente, de seus conhecimentos adquiridos sobre as *leis reais* dos fenômenos *orgânicos* (biológicos), físicos, químicos e da astronomia, Marx, partindo do conceito hegeliano do conhecimento, reduz esse conceito a uma síntese através do trabalho social, estabelece a supremacia de domínio técnico sobre a natureza e, sob um ponto de vista teórico-cognitivo, justifica o desenvolvimento sócio-cultural da humanidade.

No entanto, como escreve Habermas (1982), todo o conhecimento é colocado em movimento por interesses que o orientam, dirigem-no e comandam-no. Desse modo, afirmando-se como o que lhe é a própria negatividade — e com o enunciado clássico do cientifismo — o positivismo proclama-se teoria do conhecimento. Desde então, o conhecimento passa a ser concebido como tudo aquilo que a ciência produz e afirma e, por extensão, o método científico, o único que pode levar a cabo, de maneira confiável, qualquer análise e qualquer processo investigatório.

Neste sentido, no esforço de elaborar uma teoria cientificista da história que fornecesse uma explicação do sentido de ciência e que pudesse, por meio dela, mediar o processo de substituição da teoria do conhecimento para teoria da ciência, a contribuição mais “revolucionária” de Comte foi, a rigor, trazer para o lugar do sujeito que percebe e julga — que na teoria do conhecimento era inerente ao sistema de conexões teórico-cognitivas — o progresso técnico-científico travestido de sujeito de uma filosofia cientificista da história. Em conseqüência, contrariamente à tradição da teoria do conhecimento, na teoria da ciência o sujeito cognoscente desaparece, é extirpado como sistema de referência para reaparecer, em seu lugar, amordaçado por um complexo de regras metodológicas, pessoas empíricas, “robotizadas” na ilusão de um discurso sem sujeito e guiadas para a reprodução desse discurso.

> “A teoria da ciência desiste..., [assim], de colocar a pergunta pelo sujeito que conhece; ela volta-se diretamente às ciências disponíveis como sistemas de proposições e modos de proceder — podemos dizer — como um complexo de regras com base nas quais as teorias são construídas e controladas. Os sujeitos que atuam de acordo com tais regras perdem seu

> sentido para a teoria do conhecimento limitada à metodologia: os feitos e os destinos fazem parte, quando muito, da psicologia de sujeitos reduzidos a pessoas empíricas — para a elucidação imanente do processo cognitivo elas são irrelevantes. A outra face de tal restrição é a autonomização da lógica e da matemática em termos de ciências formais, de modo que doravante sua problemática basilar não mais será discutida em conjunto com o problema do conhecimento. Como metodologia da pesquisa, a teoria da ciência pressupõe a validade da lógica formal e da matemática.” (Habermas; 1982: 90-1).

Entretanto, essa mediação para dar consistência filosófica à teoria da ciência, embora tenha sido essencial para a justificação-sustentação dessa teoria, ela, por si só, não teria força suficiente para impor ao positivismo o status de teoria do conhecimento.

De fato, muito embora o período entre 1810 e 1840 ficasse marcado pelas dificuldades surgidas para a expansão capitalista — que seriam superadas nos marcos da revolução industrial inglesa de 1848 — e pelas primeiras evidências de que os verdadeiros resultados sociais e econômicos do capitalismo estavam muito aquém das previsões otimistas de Adam Smith e David Ricardo, o progresso, tanto material quanto intelectual, se apresentava — e era apresentado — aos homens de então como algo definitivo, inquestionável e continuamente evolutivo; como fruto de uma nova e “natural” divisão social do trabalho, como resultado terminante do triunfo do capitalismo sobre as antigas relações sociais que marcaram os *anciens régimes*. Eram poucos aqueles que, como Marx, com base no materialismo histórico, escapavam desse “conceito” dominante e punham as suas visões de um progresso necessariamente descontínuo e contraditório.

De qualquer forma, como escreve Hobsbawm (2001), eram poucos os homens de então que tinham sérias dúvidas sobre a direção que estavam seguindo ou deveriam seguir e, mais ainda, que tinham dúvidas sérias sobre os métodos práticos ou teóricos de como se guiarem na busca desse progresso.

E não era sem motivos. Como já citamos neste trabalho, a primeira metade do século XIX foi, particularmente para o Capital e seus agentes, “uma era de superlativos”. Mesmo que, por padrões ulteriores, as mudanças econômicas e a prosperidade material das pessoas comuns desse período fossem pequenas, o que busco ressaltar aqui como importante é o fato de que mudanças estruturais, fundamentais, estavam ocorrendo — ainda que de forma desigual, porém combinadas — em todo planeta, muito embora isso se materializasse e se tornasse mais evidente na Europa Ocidental e nos Estados Unidos da América.

O resultado do excepcional progresso ocorrido no âmbito da educação, da técnica e, principalmente, das seis ciências fundamentais daquele período era visível e estimulava a todos que o enxergavam.

A mais importante mudança relacionada a esse progresso pode ser observada no significativo aumento da população mundial no período compreendido entre a Revolução Francesa de 1789 e a Revolução Industrial Inglesa de 1848. Segundo Hobsbawm (2001), naqueles países economicamente mais avançados e sob a influência direta dessa dupla revolução, o crescimento populacional foi muito mais significativo, mostrando, no seu início, uma tendência a um crescimento exponencial. Para ficarmos somente nos exemplos mais singulares desse crescimento, a população dos Estados Unidos da América, estimulada pela imigração vinda do Velho Continente, aumentava em quase seis vezes; no Reino Unido, na França, na Bélgica, na Prússia e na Rússia Ocidental praticamente dobrou naqueles sessenta anos. Mesmo naqueles países periféricos em relação à influência direta dessas revoluções — como, por exemplo, os países nórdicos, a região norte da Itália, Portugal, Espanha e mesmo a América Latina — a dinâmica populacional não foi nada desprezível: a população cresceu entre trinta e sessenta por cento. Embora não haja indícios de qualquer "explosão" demográfica na Ásia e na África, o que permanece como certo é que a espécie humana aumentou o seu contingente em, no mínimo, duas vezes durante as seis décadas que separaram aquelas duas revoluções.

Numa interação dialética de causa e efeito com esse notável crescimento populacional, a economia foi, naquele período, fortemente estimulada pelo consumo e, não raro, pelo fetiche da mercadoria.

Em toda a Europa Ocidental e nos Estados Unidos da América, paralelamente à indústria de bens de capital — carvão, ferro, aço, etc —, crescia vertiginosamente a indústria de bens de consumo. O setor têxtil e o de alimentos eram os que mais respondiam à crescente demanda.

As classes médias, que em sua grande maioria constituíam-se, até os anos quarenta daquele século, no principal público investidor da Europa e das Américas e que em nome de um futuro sem sobressaltos financeiros era avessa aos gastos supérfluos, mesmo elas passaram a se sentir ricas o suficiente para começar a gastar seus ganhos e investir simultaneamente.

> "Suas esposas se transformaram em 'madames' instruídas pelos manuais de etiquetas que se multiplicavam nesse período, suas capelas

> começaram a ser reconstruídas em estilos grandiosos e caros, e começaram mesmo a celebrar sua glória coletiva construindo monstruosidades cívicas como esses horrendos *town halls* imitando os estilos gótico e renascentista, cujo custo exato e napoleônico os historiadores municipais registraram com orgulho.” (Hobsbawm; 2001: 63).

Por outro lado, com o objetivo de responder a uma das demandas que esse crescimento populacional exigia — e com base nas novas relações sociais de produção, de troca e de trabalho exigidas pelo processo revolucionário em curso — um grande número de academias, de escolas técnicas e de cursos superiores foram criados. A partir daí, como já expusemos no capítulo anterior, as novas carreiras abertas — segundo o dizer da época — ao talento e voltadas à formação profissional empolgavam e estimulavam ainda mais as classes médias com as novas possibilidades que se lhes abriam; e mesmo as “minorias que tinham, até então, sido excluídas da eminência, não somente por não serem bem-nascidas, mas também por sofrerem uma discriminação coletiva e oficial”.

Com isso, um grande número de jornais e revistas especializados nas áreas técnica e científica passou a ser publicado e novas áreas de atuação foram criadas. Inaugura-se, então, um período de forte incentivo à pesquisa científica como não houvera outro na história da humanidade. Como já dissemos, a ciência adquire, a partir daí, para os homens cultos daquela época, um *status* que até então não lhe fora atribuída.

Uma outra mudança significativa relacionada a esse progresso científico ocorreu nas comunicações. Embora em meados do século XIX a rede ferroviária européia e a americana vivessem ainda a sua infância, elas já representavam uma alternativa inimaginável aos homens das gerações anteriores. Mais do que isso, elas passaram a ser imprescindíveis à economia de países industrializados como, por exemplo, a Grã-Bretanha, a França, a Bélgica, a Alemanha e os Estados Unidos da América.

Mesmo assim, para os padrões anteriores, o desenvolvimento das comunicações naquele período foi, segundo Hobsbawm (2001), empolgante.

Para se ter uma idéia desse desenvolvimento — obviamente olhando-o pelos padrões anteriores —, basta observarmos o notável crescimento da rede viária e das rotas fluviais que acontecia naquele período. Segundo dados apresentados por Hobsbawm (2001), na Europa Ocidental, somente entre 1830 e 1850, a rede de estradas foi multiplicada quase duas vezes e meia e os Estados Unidos da América, no seu febril processo de expansão territorial e de colonização interna, ampliaram o seu sistema viário de 21 mil milhas, em 1800, para 170 mil milhas em 1850, ou seja, em cinqüenta anos multiplicou a sua rede para transporte viário mais de oito vezes.

Uma outra conseqüência direta desse extraordinário crescimento do sistema viário, naquele período, foi a ampliação dos meios de comunicação por malote postal, seja em volume postado, seja com respeito à economia de tempo que, com a ampliação da rede de estradas, passou a ser feito através de carruagens. Para fornecer uma idéia desse avanço nas comunicações, Hobsbawm (2001) cita que, a partir de 1824, uma correspondência postada em Berlim chegava em Magdeburgo em quinze horas, enquanto, em anos anteriores, o tempo de translado entre essas duas localidades era de dois dias e meio.

Como já aludimos anteriormente, um outro resultado do progresso científico que chacoalhou o planeta na primeira metade do século XIX foi a diversificação e a ampliação das rotas fluviais e marítimas. Também neste setor os Estados Unidos da América já começavam a mostrar a potência que viriam a ser no século seguinte. Disputavam com a Grã-Bretanha a hegemonia mundial nos transportes de navegação marítimo-fluvial. A invenção do navio a vapor no final da primeira década veio revolucionar os meios de transporte por água. Em 1840 já havia em operação, segundo Hobsbawm (2001), em torno de 370 mil toneladas de navios a vapor e de 9 milhões de toneladas de navios a vela singrando os mares, os lagos e os rios de todo o planeta. Comparado ao início do século, isso representava, em tonelagem mercante, um aumento de 100 por cento na frota mundial.

Se uma das conseqüências das melhorias nas comunicações pode ser quantificada pelo crescimento do comércio internacional ocorrido então em todo o mundo ocidental, cujo volume negociado cresceu significativamente — quadruplicou no período entre 1780 e 1850 —, uma outra conseqüência de significação ímpar não pode ser ignorada: além de agilizar o correio postal, de facilitar viagens e transporte, de unir o campo e a cidade e as mais diversas regiões umas com as outras, esse melhoramento nas comunicações, por seu lado, também influiu decisivamente para o crescimento da população mundial naquele período. Segundo Hobsbawm (2001), uma das razões que retardavam o crescimento populacional em tempos pré-industriais, mais do que a altas taxas de mortalidade, eram as catástrofes periódicas que afetavam a produção agrícola e que dizimavam vidas humanas por todo o planeta. Com a melhoria nos transportes, a fome se tornou menos ameaçadora no mundo ocidental daquele período.

Por tudo isso, tornou-se evidente aos homens de então que o progresso da produção não se dava isolado das outras transformações que, de conjunto, interferiam nas relações sociais que governam a vida em sociedade; para aqueles homens,

> "... era evidente que o progresso da produção estava de braços dados com o progresso das artes, das ciências e da civilização em geral. Que não se pense que os homens que tinham tais opiniões eram meros advogados dos consumados interesses dos homens de negócios. Eram homens que acreditavam, com considerável justificativa histórica neste período, que o caminho para o avanço da humanidade passava pelo capitalismo." (Hobsbawm; 2001:259).

Enfim, aquele fora, sem dúvida, um período em que o mundo mudara rápida e radicalmente e, com ele, as pessoas que o construíam.

Desconsiderar, assim, os reflexos de todo aquele progresso, daquele monumental desenvolvimento técnico e científico no comportamento dos homens de então é, no nosso modo de ver, não vislumbrar as imensas possibilidades que se abriam de melhoria das condições de vida para as pessoas daquele período; mais do que isso, é promover uma análise parcial daquele progresso, uma análise que não componha dialeticamente as condições objetivas e as subjetivas, sujeito e objeto. A expectativa que esse progresso gerou nos homens daquela época somente não foi maior do que a certeza com que eles passaram a crer nas ciências e, conseqüentemente, no método científico. Desde então, o saber cientificamente gerado passou a ser considerado a única base confiável para se edificar todo o conhecimento humano, e não mais um saber dentre outros.

Se a teoria do conhecimento teria respondido ou não aos desafios filosóficos colocados pelo processo revolucionário em curso e pelo extraordinário desenvolvimento das forças produtivas naqueles anos sem reduzir-se à teoria da ciência, essa é uma questão controversa, de real valor filosófico, mas que não se coloca como questão de interesse central neste nosso trabalho.

Todavia, — e antes de fazermos uma pequena digressão para recolocar a tese que formulamos no início deste capítulo e que nos trouxe até aqui — queremos ressaltar algo sobre essa última reflexão e que nos parece evidente: sem o extraordinário desenvolvimento das forças produtivas ocorrido na primeira metade do século XIX e o seu reflexo nas mais amplas relações sociais que governam a sociedade, sem essas bases — principalmente as materiais —, por mais bem elaborada que tivesse sido a mediação da teoria cientificista da história naquele período, o positivismo não teria se imposto à teoria do conhecimento como uma teoria da ciência com *status* de uma grande filosofia.

Voltemos, agora, à tese que apresentemos no início deste capítulo. Nela advogamos que a filosofia positivista da ciência — como movimento filosófico organizado a partir do surgimento do Círculo de Viena, em 1922 — tem a sua gênese no período compreendido entre a Revolução Francesa de 1789 e a Revolução Industrial Inglesa de 1848, como conseqüência tanto objetiva quanto subjetiva do progresso científico gerado nesse período, e que transformou o mundo ocidental de tal maneira que, passados quase dois séculos, ainda estamos reféns das enormes transformações — grande parte delas — ali iniciadas.

A maioria das argumentações que utilizaremos para mostrar a validade dessa nossa proposição, de maneira geral, já foi colocada neste capítulo, em discussões anteriores. Procuraremos, agora, agrupá-las sinteticamente com o objetivo de, na medida do possível, tornar mais claras e diretas essas argumentações.

Com esse objetivo, partiremos de declarações, tidas como evidentes por muitos filósofos da ciência e em textos de filosofia, de que algumas concepções basilares que o positivismo lógico levou ao extremo no século XX — como, por exemplo, empirismo e indutivismo — já estariam presentes em ensaios filosóficos discutidos num período muito aquém daquele que estabelecemos para situar a gênese do neo-positivismo.

Sem dúvidas, essa é uma leitura possível!

Entretanto, os nossos argumentos se organizam através de uma outra leitura, que não se estabelece enquanto uma leitura por falta, que chamaremos, aqui, *leitura positiva*. Além disso, e com base numa visão materialista da história, os nossos argumentos têm como pressuposto primeiro a proposição de que o positivismo decreta o fim do paradigma da Teoria do Conhecimento e que, em seu lugar, se estabelece, soberana, uma Teoria da Ciência, ou seja, partimos do pressuposto de que, no limiar do século XIX, ocorreu uma radical mudança de paradigma na história da filosofia.

Nesse sentido, muito embora concepções basilares do positivismo, como empirismo e indutivismo, já apareçam em trabalhos editados muito antes do período em que situamos a gênese do positivismo lógico — como, por exemplo, a obra *Novum Organum* de Francis Bacon, publicada em 1620 —, elas eram tratadas, naqueles ensaios, de forma distinta e com objetivos diferentes daqueles estabelecidos ulteriormente pelo positivismo em quaisquer de suas “diversas” reduções. Como já expusemos neste trabalho, nos períodos anteriores ao positivismo, essas concepções eram tratadas nos marcos da tradição racionalista e empirista de então, como esforços filosóficos para explicar a ciência como (mais) *uma* categoria do conhecimento possível. Sobre isso, Carrilho escreve:

> “Bacon aproxima-se desse modo do aristotelismo que tanto combateu, deixando entrever a própria concepção de substância de Aristóteles por trás da sua teoria da forma. É que, sensível às exigências do novo espírito científico que cada vez mais se impõe nos começos do século XVII, Bacon foi no entanto um pensador ainda marcado pela tradição filosófica que resistia à instauração desse mesmo espírito: daí os compromissos com o aristotelismo, daí também o desconhecimento do papel vital da matemática nas ciências então emergentes. [...].
>
> A importância de Bacon decorre, numa grande medida, sobretudo do fato de ele ter procurado sistematizar os saberes ligando essa tentativa com a promoção de um método, o método experimental. Mas a defesa do experimentalismo consistiu mais na tematização da convergência do conhecimento e do poder, e no elogio do domínio da natureza pelo espírito humano, do que na avaliação detalhada das novidades que então talhavam a forma da ciência moderna.” (Carrilho; 1994: 16).

Mesmo Kant, refém do paradigma euclidiano e também sensibilizado pelas “exigências do novo espírito científico” que, em relação ao século anterior, se impunham com mais força em seu tempo, mesmo ele, ao aceitar tacitamente, através da física newtoniana, um conceito normativo de ciência, não postula para o conhecimento racional uma posição subalterna em relação à ciência. Sobre isso Habermas escreve:

> “Também Kant, por cujo questionamento lógico-transcendental a teoria do conhecimento atingiu pela primeira vez consciência de si mesma e ingressou, com isso, em sua dimensão apropriada, também ele postula para o conhecimento racional uma posição soberana frente à ciência. A crítica do conhecimento racional reporta-se ainda [em Kant] a um sistema de faculdades cognitivas no qual razão prática e discernimento reflexivo estão inseridos de forma tão inconteste como a própria razão o está: uma razão teórica, portanto, que pode cientificar-se dialeticamente não apenas de seus limites mas também de sua própria idéia-chave. A racionalidade abrangente de uma razão que se faz translúcida ainda não está restringida ao âmago das sentenças básicas da metodologia”[14] (Habermas; 1982: 26).

[14] Fazemos aqui um pequeno comentário: Kant, ao aceitar tacitamente um conceito normativo de ciência ou, mais explicitamente como escreve Habermas (1982), ao tomar "a forma da ciência moderna como ponto de partida para uma investigação" - ainda que o fizesse tendo como objetivo "uma investigação acerca da constituição de possíveis objetos de um conhecimento analítico-causal", o que já o difere de qualquer postura positivista - por essa razão, entre outras, é que ele (Kant) teve em Hegel um crítico implacável. A exigência de Hegel de uma auto-reflexão fenomenológica do conhecimento, como uma radicalização imprescindível da crítica do conhecimento, antevê o devir de uma nova "ordem filosófica" que se instalaria, a partir do século XIX, com o nome de teoria da ciência.

Já o tratamento dado a essas concepções, tanto pelo positivismo francês associado à escola de Augusto Comte, quanto pelo empirismo inglês de John Stuart Mill, é distinto do tratamento dado pela tradição filosófica que antecedeu a essas duas escolas e obedece explicitamente a outros objetivos que não são, em essência, os mesmos daquela tradição.

Conforme já escrevemos anteriormente através de Habermas (1982), o positivismo de Comte utiliza-se dos elementos da tradição tanto empirista quanto racionalista, não para refletir, mas para consolidar *a posteriori* a fé da ciência em sua validade absoluta e exclusiva e para divulgar, com base nessa fé, a clareza e a objetividade com que as ciências são estruturadas, bem como a viabilidade da aplicação técnica dos conhecimentos científicos em prol do "progressivo melhoramento de nossas condições de vida, de natureza individual ou coletiva — em oposição a uma satisfação fútil de uma curiosidade estéril." (Comte: 1898: 64).

Entretanto, uma mudança muito mais profunda, mais radical, separa dicotomicamente o "fazer filosófico" clássico, amparado na teoria do conhecimento, daquele induzido pelo positivismo e apoiado sobre uma filosofia cientificista da história — a teoria da ciência. E é justamente nessa separação dicotômica que, no nosso modo de ver, repousa a incomensurabilidade entre as concepções — aparentemente as mesmas — tratadas por essas duas correntes filosóficas. Sobre essa, "mudança de paradigma" Habermas escreve:

> "O positivismo assinala o fim da teoria do conhecimento. Em seu lugar instala-se uma teoria das ciências. A questão lógico-transcendental acerca das condições do conhecimento possível visava, simultaneamente, à explicação do sentido inerente ao conhecimento enquanto tal. O positivismo amputa esse questionamento; para ele tal pergunta ficou sem sentido através do fato das ciências modernas. Conhecimento define-se, implicitamente, pelas realizações da ciência. A questão transcendental sobre as condições de um conhecimento possível só pode, em conseqüência, ser ainda colocada na forma de uma inquirição metodológica acerca das regras de montagem e do controle, correspondentes às teorias científicas." (Habermas;1982: 89).

A partir de então, com o fim da teoria do conhecimento e o desabrochar da teoria da ciência, onde conhecimento passa a ser definido implicitamente através de realizações científicas, a questão transcendental acerca do conhecimento possível passa a ser colocada sob a forma de uma metodologia científica.

Neste novo contexto, diferentemente da tradição filosófica que demarcava, com a mesma ênfase, o campo do sujeito e do objeto, a teoria da ciência desiste de questionar sobre o sujeito que conhece a justificação lógico-transcendental acerca das condições do conhecimento possível: nessa teoria, o sujeito cognoscente não mais se apresenta como sistema de referência. Em seu lugar, com base nas ciências disponíveis, um complexo metodológico de proposições e modos de proceder é colocado como sistema de referência através do qual — e somente através dele — a questão do conhecimento é investigada, constituída e controlada. No dizer de Habermas (1982), os sujeitos que atuam de acordo com tal sistema são reduzidos “a pessoas empíricas que, para a elucidação imanente do processo cognitivo, são irrelevantes”.

Um outro lado dessa restrição sobre o sujeito cognoscente — e que está na base da edificação do positivismo lógico que ocorreria ulteriormente —, como já escrevemos anteriormente, diz respeito à forma como a lógica e a matemática passaram a ser consideradas: em termos de ciências formais, a teoria da ciência passa a conceber a validade da lógica formal e da matemática independentes do problema do conhecimento.

Neste sentido, uma conseqüência da redução da teoria do conhecimento a uma metodologia pode ser vista no que Habermas escreve:

> “Uma teoria do conhecimento reduzida ao nível metodológico perde de vista o ato-de-se-constituir dos objetos de uma experiência possível, da mesma maneira como uma ciência formal, decepada da reflexão transcendental, desconhece a gênese das regras para a concatenação simbólica; ambas ignoram, em terminologia kantiana, as realizações sintéticas do sujeito cognoscente. A postura positivista mascara a problemática da constituição-de-mundo. *O sentido do próprio conhecimento torna-se irracional*, e isso em nome de um conhecimento exato. Mas disso apenas resulta somente a consagração da ingênua idéia de que o conhecimento descreve a realidade. [...]. Em lugar do questionamento transcendental acerca do sentido do conhecimento surge a questão positivista acerca do sentido dos ‘fatos’; sua conexão é descrita por meio de enunciados teoréticos. Ernest Mach radicalizou essa questão...” (Habermas; 1982: 91).

Entretanto, conforme já argumentamos anteriormente, sem qualquer mediação filosófica a teoria do conhecimento não teria sido substituída pela teoria da ciência. Porém, o que realmente foi essa mediação? Qual o seu legado na história da filosofia?

Em parte já respondemos à primeira dessas indagações. No entanto, queremos destacar agora um aspecto dessa questão que ainda não foi suficientemente abordado e esclarecido, e que julgamos pertinente na montagem das argumentações que darão sustentação e crédito à proposição que ora defendemos.

Pois bem! Segundo Habermas (1982), o processo de mediação que impôs a teoria da ciência, a rigor, caracterizou-se por compensar o metafisicamente desvalorizado conceito filosófico do conhecimento através de uma filosofia cientificista da ciência que desse uma explicação do sentido da ciência. Constituída a mediação, o complexo da dedução teórico-cognitiva, que respondia pela teoria do conhecimento, pôde ser liquidado e, em seu lugar, instalado um complexo de regras metodológicas, todas elas — por suposto — asseguradas pelo "espírito científico", na oposição entre *réel-chimérique*, *certitude-l'indecision*, *le précis-le vague*, *l'utile-l'oiseux* e, finalmente, entre *le relative-l'absolute*.

Retomamos a essa questão por entender que ela expõe de maneira evidente aquilo que Habermas caracteriza no seu ensaio *Conhecimento e Interesse* como sendo o único traço filosófico do positivismo: a necessidade de defender as ciências contra a filosofia.

De fato, em seu *Discours sur l'esprit positive*, Comte contrapõe o *real* (positivo, verdadeiro) ao *quimérico* da coisa apenas pensada, argumenta a pretensão da *certeza* em oposição àquilo que se põe pela *dúvida* e distingue o *preciso* como antônimo do *vago*, o *útil* como oposto ao *supérfluo* e o *relativo* em oposição ao *absoluto*. Com isso, Comte, ao mesmo tempo em que elabora um complexo de condutas metodológicas para garantir a cientificidade do "espírito positivo" e promover, então, o dogma da fé das ciências nelas mesmas, ele cria — nessa contraposição do "positivo" ao metafísico — um arcabouço com a pretensão de proteger a pesquisa científica contra qualquer auto-reflexão em termos de teoria do conhecimento.

Neste sentido, colocada a última pá de cal sobre os resíduos de uma metafísica desvalorizada, Comte, herdeiro que se julgava — e, sem dúvida, era — da tradição racionalista, pôde retomar os parâmetros das escolas empiristas.

No entanto, o faz nos marcos de outro paradigma — o positivismo. Assim, presas ao complexo de regras metodológicas que alicerçam a construção e controlam as teorias científicas, as concepções da tradição filosófica tomadas por Comte ao positivismo adquirem, no novo paradigma, um outro caráter e uma natureza distinta daquelas atribuídas pelas escolas empiristas. O novo caráter com que passam a ser tratadas essas concepções fica evidente quando se observam as novas exigências que, no positivismo, se juntaram ao único procedimento que tornava singular a concepção de atividade científica na tradição empirista dos antigos filósofos, qual seja, a necessidade de se considerar o conhecimento na conjunção da certeza do sensível (experiência) e da mente esclarecida que ordena e orienta.

Assim, muito embora "empirismo" e "indutivismo", sejam signos lingüísticos emprestados ao positivismo pelas escolas empiristas tradicionais, o significado atribuído a esses signos por essas escolas e aqueles atribuídos ulteriormente no âmbito da teoria da ciência guardam entre si diferenças singulares. Segundo Faraco (1991), é comum na semântica histórica processos que restringem e aqueles que ampliam o significado das palavras. Não farei, aqui, um estudo etimológico das mudanças dessas concepções; entretanto, o acréscimo de exigências metodológicas para o novo fazer científico — certeza sensível, certeza metodológica, exatidão de conhecimento, utilidade do conhecimento — são indícios claros de uma mudança semântica considerável no trato com essas concepções.

Por outro lado, na forma como foram tratadas pelo positivismo, no nosso modo de ver, essas concepções não só não estavam presentes nas reflexões de Bacon, de Hume ou de Kant como, também, na ausência de condições objetivas para o seu surgimento, não poderiam estar ali.

Os progressos da física newtoniana, da astronomia e do cálculo matemático muito embora já se mostrassem evidentes desde o século XVI, ainda estavam muito aquém do desenvolvimento que viriam atingir ulteriormente, de forma ampla, os campos da ciência e da técnica e impactar, como já vimos, as mentes e os procedimentos dos homens que construiriam o século XIX.

É comum encontrar entre filósofos da ciência e historiadores da matemática aqueles que situam o surgimento do positivismo lógico na emergência da teoria geral da relatividade de Einstein, na aparição da mecânica quântica e na formalização da lógica simbólica a partir da teoria dos conjuntos nos anos iniciais do século XX.

Entretanto, conforme já escrevemos anteriormente, muito embora seja fortemente defensável o argumento de que esses acontecimentos marcaram profundamente a formação do Círculo de Viena, em 1922, e o conseqüente surgimento do positivismo lógico, vemos esses acontecimentos muito mais como as causas últimas desse processo do que, ao contrário, como nos querem fazer crer esses filósofos e historiadores.

Neste sentido, um acontecimento muito mais determinante para o desabrochar do positivismo lógico foi, no nosso modo de ver, o surgimento das geometrias não-euclidianas em meados da primeira metade do século XIX. Como já escrevemos neste trabalho, inquietações e controvérsias a respeito dessas novas geometrias abalaram os meios científicos da época a tal ponto que, aos poucos e diante da impossibilidade de refutá-las por uma possível inconsistência lógica, começaram a surgir trabalhos que lhes ampliariam as possibilidades intrínsecas, bem como aquelas referentes aos sistemas lógicos que determinaram o seu aparecimento. Sobre isso, Newton da Costa escreve:

> “Talvez tenha sido um dos maiores acontecimentos na história da cultura, e as geometrias não-euclidianas servem, até hoje, de motivação heurística ou analógica para a construção de lógicas não-clássicas. Vasiliev e Lukasiewicz, quando construíram seus sistemas não-clássicos, sempre declararam-se motivados pelo surgimento das geometrias não-euclidianas. [...].
>
> Há, também, uma coisa muito importante, que é a evolução do método axiomático. Contribuíram para esta evolução, por exemplo, Peano e sua escola e vários matemáticos alemães, culminando na obra do grande geômetra alemão Hilbert. Contrariamente à opinião de alguns, Peano e muitos outros já utilizavam o método axiomático, ainda que numa visão restrita do mesmo, pois eles, por exemplo, axiomatizavam a geometria, apesar de que não exploravam criticamente tal axiomatização. Hilbert dizia que o método axiomático só se completava quando se estudavam todas as alternativas de uma determinada axiomática. Ou seja, não bastava investigar apenas a axiomática da geometria euclidiana, era preciso estudar as geometrias resultantes das substituições dos diversos postulados da geometria de Euclides. Hilbert disse claramente em um célebre discurso, em 1900, que no verdadeiro método axiomático se deveria tratar de todas as possibilidades lógicas existentes. Esse é o grande mérito da concepção genial e absolutamente revolucionária de Hilbert.” (Costa; 1992: 60-1-2).

É, pois, neste sentido que situo a gênese do positivismo lógico na primeira metade do século XIX como conseqüência do extraordinário desenvolvimento das forças produtivas ocorrido naquele período, mais precisamente sobre as componentes técnico-científicas dessas forças, e que, diante das possibilidades de melhoria que se abriam para as condições de vida e o progresso geral da humanidade, desenvolvimento que permitiu que se desse à ciência e à técnica status de conhecimento único e absoluto.

BIBLIOGRAFIA:

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Trad. Alfredo Bosi. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

AYER, A. J. **The Problem of Knowledge**. Harmonds, Middlesex: Penguin Books Ltda, 1956.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1999.

BRUNSCHVICG. L. **Les Étapes de la Philosophie Mathématique**. Paris: Press Universitaires de France, 1947.

CARRILHO, M. M. **A Filosofia das Ciências: de Bacon a Feyerabend**. Lisboa: Editorial Presença, 1994.

CAVAILLÉS, J. **Oeuvres Complètes de Philosophie des Sciences**. Paris: Hermann Éditeurs des Sciences et des Arts, 1994.

CHALMERS, A. F. **O que é ciência afinal?** Trad. Raul Fiker. São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

COMTE, A. **Discours sur l'esprit positif**. Paris: Ed. du Centenaire d'Auguste Comte, 1898.

COSTA, N. C. A. "**O ambiente matemático do século XIX e a lógica do século XX**." In: Évora, F. R. R. (ed.) **Século XIX: O Nascimento da Ciência Contemporânea**. Campinas: UNICAMP: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1992.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1977.

FARACO, C. A. **Lingüística Histórica**. São Paulo: Editora Ática, 1991.

HABERMAS, J. **Conhecimento e Interesse**. Trad. José N. Heck. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1982.

HEGEL, G. W. F. **A Ciência da Lógica**. Trad. P. Meneses. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

HOBSBAWM, E. J. **A Era das Revoluções: Europa 1789-1848**. Trad. Maria T. L. Teixeira e Marcos Penchel. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2001.

____ **A Era do Capital: 1848-1875.** Trad. Luciano Costa Neto. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1979.

KLEIN, F. **Development of Mathematics in the 19th Century**. Massachusetts: MATH SCI PRESS, 1979.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Trad. B. V. Boeira & N. Boeira. São Paulo: Editora Perspectiva S. A, 1982.

____ **A Tensão Essencial**. Trad. R. Pacheco. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1977.

____ "**Lógica da Descoberta ou Psicologia da Pesquisa**?" In: LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.) **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**. Trad. O. M. Cajado. São Paulo: Cultrix: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.

MARX, K. **Para a Crítica da Economia Política**. Trad. Edgard Malagodi. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda, 2000.

SOUSA PINTO, J. J. M. **Métodos Infinitesimais de Análise Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

VIERO, A. "**Algumas questões conceituais ligadas ao advento das geometrias não-euclidianas**." In: Évora, F. R. R. (ed.) **Século XIX: O Nascimento da Ciência Contemporânea**. Campinas: UNICAMP: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1992.

VILAR, P. "**A transição do feudalismo ao capitalismo**." In: Francisco J. C. Falcon, Antônio E. M. Rodrigues e Theo A. Santiago (orgs.) **Capitalismo: transição**. Rio de Janeiro: Livraria Eldorado Tijuca Ltda, 1974.

Capítulo 4

> "De forma muito semelhante [às revoluções políticas], as revoluções científicas iniciam-se com um sentimento crescente, também seguidamente restrito a uma pequena subdivisão da comunidade científica, de que o paradigma existente deixou de funcionar adequadamente na exploração de um aspecto da natureza, cuja exploração fora anteriormente dirigida pelo paradigma." (Kuhn; 1982: 126).

Desenvolvimento da Matemática: um processo contínuo e cumulativo?

Introdução

É prática comum, no ensino e na História da Matemática, apresentar-se uma visão de que as matemáticas, costuradas nos meios acadêmicos de hoje, são o resultado de um processo contínuo e cumulativo de um saber que vem se pondo, tijolo por tijolo, desde os tempos imemoriais, quando adquiriu, com o surgimento da filosofia na antigüidade grega, o *status* de um conhecimento diferenciado.

Embora tal prática não seja um atributo característico e exclusivo das reflexões acerca das matemáticas, é nelas que, no nosso modo de ver, esse procedimento é posto na forma de verdade absoluta por filósofos e historiadores da ciência e da Matemática.

Nas demais ciências, especialmente nas ciências experimentais, essa "verdade" foi profundamente abalada — para não dizer, desconstruída — com a publicação, em 1962, de *A Estrutura das Revoluções Científicas* de Thomas Kuhn que, olhando à história da ciência, ataca essa concepção positivista e mostra que os avanços científicos mais significativos implicaram sempre rupturas, parciais ou totais, com os métodos, teorias e critérios de solução de problemas aceitos como cientificamente corretos.

Assim, se *A Estrutura das Revoluções Científicas* lança luzes sobre o processo através do qual as ciências experimentais foram constituídas ao longo da história, o objetivo deste capítulo é analisar se as teses envolvidas nas revoluções científicas de Kuhn se aplicam — e em que medida e de que maneira — aos processos que regem o desenvolvimento da Matemática.

Com esse objetivo, deter-nos-emos somente naquelas concepções centrais que Kuhn estabelece nesse seu ensaio para discutir o desenvolvimento científico, quais sejam, nas noções de *paradigma*, de *pesquisa normal*, de *anomalia*, de *crise*, de *pesquisa extraordinária* e de *incomensurabilidade*.

Complementarmente, tomaremos também outros ensaios — de Kuhn e de outros filósofos —, para construir as bases das nossas argumentações.

Entretanto, de antemão, queremos deixar explicitamente evidenciada a nossa convicção de que essas concepções apresentadas em *A Estrutura das Revoluções Científicas* se aplicam, no que nos parece relevante, quando o objetivo é utilizá-las na análise e na elaboração de uma historiografia da matemática.

A teoria da ciência de Kuhn: uma breve abordagem

Publicado pela primeira vez em fevereiro de 1962, *A Estrutura das Revoluções Científicas*, de Thomas S. Kuhn, tem motivado, desde então, nos meios acadêmicos, amplas e acirradas discussões acerca da pertinência ou não de suas teses como procedimento para uma nova historiografia das ciências.

Em nosso modo de ver, duas são as questões-chave dessa polêmica, que já se arrasta ao longo de mais de quarenta anos: a ênfase dada por Kuhn ao caráter extraordinariamente bem sucedido de um período altamente cumulativo de desenvolvimento científico, denominado *ciência normal*, que é substituído total ou parcialmente por outro período de mesmo caráter, através de um processo revolucionário — por meio de um revolução científica — e, uma outra — de caráter sociológico —, que diz respeito à identificação do que seja *comunidade científica* como pressuposto básico para explicar convenientemente o termo *paradigma*.

Todavia, antes de abordarmos mais detalhadamente essas e outras questões relativas a *A Estrutura das Revoluções Científicas*, limitar-nos-emos, nesse tópico do nosso trabalho, a fornecer uma visão sucinta, uma breve abordagem dos principais pontos de vista arquitetados por Kuhn no seu ensaio supra-citado.

Neste sentido, um esboço simples da maneira como, segundo Kuhn, o desenvolvimento científico se põe pode ser esquematizado através do seguinte diagrama aberto:

escola ⟶ *ciência normal* ⟷ *anomalia-crise* ⟶ *crise-revolução* ⟶ *nova ciência normal* ⟷ ...

Mais explicitamente, no desenvolvimento da ciência, os períodos a que Kuhn (1982) classifica como *escolas* são aqueles correspondentes aos períodos pré-paradigmáticos, ou seja, aos períodos dos "primeiros estágios do desenvolvimento de qualquer ciência, [onde] homens diferentes confrontados com a mesma gama de fenômenos — mas em geral não com os mesmos fenômenos particulares — os descrevem e interpretam de maneiras diversas." (Kuhn:1982: 37).

Esse período, que antecede a formação da ciência, desaparece quando uma das escolas pré-paradigmáticas triunfa sobre todas as outras na realização de suas tarefas e apresenta, a partir de então, um conjunto-padrão de crenças teóricas gerais, de leis e métodos, eventualmente estruturados, que passa a ser aceito e partilhado pela grande maioria dos pesquisadores na prática de suas investigações.

A título de ilustração do que foram — ou são — essas escolas pré-paradigmáticas, tomemos o exemplo do desenvolvimento da óptica física do período anterior aos trabalhos de Newton, apresentado por Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas*:

> "Nenhum período entre a antigüidade remota e o fim do século XVII exibiu uma única concepção da natureza da luz que fosse geralmente aceita. Em vez disso havia um bom número de escolas e subescolas em competição, a maioria das quais esposava uma ou outra variante das teorias de Epicuro, Aristóteles, ou Platão. Um grupo considerava a luz como sendo composta de partículas que emanavam dos corpos materiais; para outro, era a modificação do meio que intervinha entre o corpo e o olho; um outro ainda explicava a luz em termos de uma interação do meio com uma emanação do olho; e havia outras combinações e modificações além dessas. Cada uma das escolas retirava forças de sua relação com alguma metafísica determinada. Cada uma delas enfatizava, como observações paradigmáticas, o conjunto particular de fenômenos ópticos que sua própria teoria podia explicar melhor." (Kuhn; 1982: 32).

Ainda assim, mesmo nesse período — e nas suas mais diferentes épocas —, quando toda a atividade especulativa na investigação dos fenômenos ópticos era diversa e, de certa maneira, desorganizada, todas as escolas contribuíram significativamente na construção do corpo de conceitos e técnicas que permitiu a Newton, a partir daí, extrair o primeiro *paradigma* da óptica física que viria, por mais de dois séculos, dirigir os procedimentos na pesquisa dessa área do conhecimento.

Numa abordagem preliminar, tomaremos, aqui, o termo *paradigma*[15] para designar um complexo composto de crenças teóricas gerais, de leis e de técnicas para a sua aplicação, capaz de organizar as pesquisas de toda uma comunidade científica específica. Segundo Kuhn (1982), para que um paradigma seja aceito, todo o complexo de crenças teóricas, de leis e de técnicas que o constitui deve parecer, aos membros de uma comunidade científica, melhor do que aqueles complexos das outras escolas com quem compete na explicação de todos os fatos com os quais pode ser confrontado. Quando isso ocorre, ou seja, com a emergência de um paradigma, um cientista — ou um grupo de cientistas — não se vê mais obrigado, na exposição de seus trabalhos mais importantes, a reconstruir o seu campo de estudos desde os primeiros princípios, nem tampouco justificar o uso de cada conceito utilizado.

> "Isso pode ser deixado para os autores de manuais [livros textos para a formação básica]. Mas, dado o manual, o cientista criador pode começar suas pesquisas onde o manual a interrompe e desse modo concentrar-se exclusivamente nos aspectos mais sutis e esotéricos dos fenômenos naturais [no caso das ciências da natureza] que preocupam o grupo. Na medida em que fizer isso, seus relatórios de pesquisa começarão a mudar, seguindo tipos de evolução que têm sido muito pouco estudados, cujos resultados finais modernos são óbvios para todos e opressivos para muitos." (Kuhn; 1982: 40).

Neste sentido, os membros de uma comunidade científica que trabalham dirigidos por um paradigma praticam aquilo que Kuhn (1982) denomina *ciência normal*.

De acordo com Kuhn (1982), *ciência normal* caracteriza-se por aquele período de desenvolvimento científico altamente cumulativo e extraordinariamente bem sucedido nos seus objetivos, um período de resolução de "quebra-cabeças"[16], ou seja, de resolução de problemas cujas soluções, além de asseguradas pelo paradigma instalado, devem "obedecer a regras que limitam tanto a natureza das resoluções aceitáveis como os passos necessários para

---

[15] No próximo tópico, quando traçarmos considerações acerca dos paradigmas, trataremos desse conceito mais detalhadamente.

[16] "Quebra-cabeça indica, no sentido corriqueiro em que empregamos o termo, aquela categoria particular de problemas que servem para testar nossa engenhosidade ou habilidade na resolução de problemas. [...]. O critério que estabelece a qualidade de um bom quebra-cabeça nada tem a ver com o fato de seu resultado ser intrinsecamente interessante ou importante. Ao contrário, os problemas realmente importantes em geral não são quebra-cabeças [...], em grande parte porque talvez não tenham nenhuma solução possível." (Kuhn; 1982: 59). Mais detalhes sobre a utilização dessa metáfora podem ser encontrados em Kuhn (1982: 60-2).

obtê-las.” (Kuhn; 1982: 61). Sobre a metáfora envolvendo o período de ciência normal e o período de resolução de quebra-cabeças, Kuhn escreve ainda:

> “Já vimos que uma comunidade científica, ao adquirir um paradigma, adquire igualmente um critério para a escolha de problemas que, enquanto o paradigma for aceito, poderemos considerar como dotados de uma solução possível. Numa larga medida, esses são os únicos problemas que a comunidade admitirá como científicos ou encorajará seus membros a resolver. Outros problemas, mesmo muitos dos quais eram anteriormente aceitos, passam a ser rejeitados como metafísicos ou como sendo parte de outra disciplina. Podem ainda ser rejeitados como demasiado problemáticos para merecerem o dispêndio de tempo. Assim, um paradigma pode até mesmo afastar uma comunidade daqueles problemas sociais relevantes que não são redutíveis à forma de quebra-cabeça, pois não podem ser enunciados nos termos compatíveis com os instrumentos e conceitos proporcionados pelo paradigma. [...]. Uma das razões pelas quais a ciência normal parece progredir tão rapidamente é a de que seus praticantes concentram-se em problemas que somente a sua falta de engenho pode impedir de resolver.” (Kuhn; 1982: 60).

Dessa forma, a ciência normal — ou pesquisa normal, como também é denominada — não é um período de desabrochar de novidades, seja no terreno dos fatos, seja no da teoria. Entretanto, é no interior das atividades ali desenvolvidas que é gestado o devir de uma nova ordem científica, de um novo paradigma. Assim, quando um paradigma falha nos seus objetivos, ou mais especificamente, quando um cientista ou um grupo de cientistas se defronta com uma situação para a qual o paradigma não o preparara, com uma situação que não podia ser formulada como questão no marco do paradigma compartilhado, aí então emerge, com poder de inquietação, o que Kuhn (1982) denomina *anomalia* de um paradigma.

A consciência da anomalia, ou seja, o reconhecimento de que uma dada situação ou fenômeno viola as expectativas paradigmáticas que orientam a ciência normal, quando isso ocorre, a atenção de membros da comunidade científica governada pelo paradigma anômalo volta-se à inspeção da área problematizada e essa investigação somente cessa, somente é abandonada com o ajuste da teoria do paradigma para que aquilo que se apresentava como anômalo se converta em previsto.

Quando esse ajuste não se realiza, a ciência entra em estado de crise.

> “As crises podem terminar de três maneiras. Algumas vezes a ciência normal acaba revelando-se capaz de tratar do problema que provoca a crise, apesar do desespero daqueles que o viam como o fim do paradigma existente. Em outras ocasiões o problema resiste até mesmo a novas abordagens aparentemente radicais. Nesse caso, os cientistas podem concluir que nenhuma solução para o problema poderá surgir no estado atual da área de estudo. O problema recebe então um rótulo e é posto de lado para ser

> resolvido por uma futura geração que disponha de instrumentos mais elaborados. Ou, finalmente, o caso que mais nos interessa: uma crise pode terminar com a emergência de um novo candidato a paradigma e com uma subseqüente batalha por sua aceitação" (Kuhn; 1982: 115-6).

Nessa última situação, se a crise é resolvida com a emergência de um novo paradigma, um número cada vez maior de cientistas passa a aderir à nova ordem científica até que, eventualmente, o paradigma problemático é abandonado. A essa mudança descontínua no processo de desenvolvimento científico e a subseqüente batalha, em torno dela, entre as comunidades científicas envolvidas no processo, Kuhn (1982) denomina *revolução científica*.

O novo paradigma, aparentemente isento de dificuldades supostamente insuperáveis, trazendo com ele novas expectativas, passa a orientar, então, o novo período de pesquisa científica normal, até que surjam novas e sérias dificuldades que desencadeiem um novo processo de crise revolucionária do qual emergirão novas mudanças: um novo paradigma fundado em outra realização científica se estabelece e, com ele, um novo período de ciência normal.

Considerações acerca dos paradigmas

Uma das críticas mais contundentes feita a *A Estrutura das Revoluções Científicas* diz respeito ao grande número de diferentes sentidos em que o termo paradigma é usado por Thomas S. Kuhn nesse seu ensaio.

Com vistas à justificação do uso dado por Kuhn (1982) a esse termo e, de maneira geral, em defesa da necessidade de se considerar *A Estrutura das Revoluções Científicas* como critério filosófico para uma nova historiografia da ciência, a filósofa inglesa Margaret Masterman, em conferência proferida e publicada nos anais do Colóquio Internacional sobre Filosofia da Ciência, realizado em Londres em 1965, classifica e analisa vinte e um diferentes sentidos através dos quais a palavra paradigma é usada no ensaio supra citado do filósofo americano.

Sobre isso, Margaret Masterman escreve:

> "É evidente que nem todos os sentidos de 'paradigma' são incompatíveis entre si: alguns podem ser enunciações de outros. Sem embargo, dada a diversidade, é obviamente razoável perguntar: 'Haverá alguma coisa comum entre todos? Haverá, filosoficamente falando, alguma coisa definida ou geral acerca da noção de paradigma que Kuhn está tentando

> esclarecer? Ou ele não passa de um poeta-historiador que descreve sucessos diferentes ocorridos no decurso da história da ciência e a eles se refere empregando a mesma palavra paradigma?'" (Masterman; 1979: 79).

Na tentativa de responder a essas perguntas, Masterman (1979) classifica os diversos usos desse termo como pertencentes a três grupos principais denominados por ela de *paradigma metafísico*, *paradigma sociológico* e *paradigma de construção*. Nesta sua classificação, o primeiro deles — paradigma metafísico — refere-se ao conjunto de crenças teóricas gerais, aos modelos, aos princípios organizadores que governam a percepção sobre os fenômenos, enfim, se refere à especulação metafísica bem sucedida; o segundo emprego — de natureza sociológica — diz respeito às realizações científicas universalmente reconhecidas e às instituições políticas que governam essas realizações; e, finalmente, o terceiro emprego do termo paradigma é dado como indicador de manuais de instrução, de obras clássicas fornecedoras dos instrumentos de investigação e de análise científica.

De sua parte, Kuhn (1977), admitindo, por um lado, a necessidade de uma tal classificação e, por outro, o seu ceticismo — no que se refere ao entendimento — quanto aos resultados positivos de tal empreitada, afirma que, independentemente do número de diferentes usos do termo paradigma em sua obra principal, eles podem ser separados em dois conjuntos que exigem denominações diferentes e discussões separadas.

> "Um sentido de 'paradigma' é global, abarcando todos os empenhamentos partilhados por um grupo científico; outro isola um gênero particularmente importante de empenhamento, e é assim um subconjunto do primeiro." (Kuhn; 1977: 354).

Como se pode observar na formulação acima, o uso do termo "paradigma" proposto por Kuhn (1977) aparece logicamente vinculado à frase "grupo científico" — ou, então, ao termo "comunidade científica", como aparece na maior parte de sua obra sobre o assunto — em uma forma intrinsecamente circular.

Essa circularidade pode ser notada com mais evidência se observarmos as formulações dadas aos termos "paradigma" e "comunidade científica" e que aparecem como definições no posfácio de *A Estrutura das Revoluções Científicas* e no seu ensaio posterior, *A Tensão Essencial*, publicado em 1977.

Tomemos, a título de esclarecimento, a formulação apresentada por Kuhn em *A Tensão Essencial*:

> "Um paradigma é o que os membros de uma comunidade científica, e só eles, partilham. Reciprocamente, é a respectiva possessão de um paradigma comum que constitui uma comunidade científica formada, por sua vez, por um grupo de homens diferentes noutros aspectos."[17] (Kuhn; 1977: 355).

Em razão das duras críticas recebidas pela formulação logicamente circular que deu para o termo paradigma, Thomas S. Kuhn assume, em obras diferentes, duas posturas distintas diante dessa circularidade: uma preocupação que, no nosso modo de ver, conforme argumentaremos a seguir, era desnecessária.

Em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, embora os diferentes usos para o termo paradigma sejam evidentes, é preciso reconhecer que Kuhn não se prende à preocupação de formular, para esse termo, uma definição que seja a verdade da substância para o que ele entende como paradigma. A única definição explícita de paradigma[18] que Kuhn apresenta — e mesmo assim sem a amplitude necessária para abarcar todos os significados que ele produz para esse termo em seu ensaio — é sociológica e estreitamente relacionada ao que ele denomina "período de ciência normal". Em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, a noção de paradigma vai se construindo ao longo do texto, com base na sua concepção histórica do processo de desenvolvimento científico e na observação que faz das práticas e das realizações científicas concretas das comunidades científicas. É, pois, nesse processo, sem a preocupação explícita de formular conceitos, que tanto o termo paradigma como o termo comunidade científica passam a significar.

Por outro lado, no seu ensaio *A Tensão Essencial*, Kuhn assume o caráter problemático dessa circularidade, admitindo-a como geradora de "*algumas conseqüências viciosas*."[19] (Kuhn; 1977: 355). A partir daí, com o intuito de superar esse obstáculo

---

[17] A formulação de paradigma dada por Kuhn no posfácio de *A Estrutura das Revoluções Científicas*: "Um paradigma é aquilo que os membros de uma comunidade partilham *e*, inversamente, uma comunidade científica consiste de homens que partilham um paradigma." (Kuhn; 1982: 219).

[18] Ciência normal, para Kuhn (1982) significa a pesquisa firmemente baseada em realizações científicas passadas e que são, durante um período, reconhecidas por alguma comunidade científica específica como fornecedoras dos fundamentos para a sua prática posterior. Essas realizações são: (i). "suficientemente sem precedentes para atrair um grupo duradouro de partidários, afastando-os de outras formas de atividade científica dissimilares [...] [e, (ii),] suficientemente abertas para deixar toda a espécie de problemas para serem resolvidos pelo grupo redefinido de praticantes da ciência.

> Daqui por diante deverei referir-me às realizações que partilham essas duas características como 'paradigmas'" (Kuhn; 1982: 30) (grifos meus)

[19] "A conseqüência mais prejudicial resulta do meu uso do termo 'paradigma' para distinguir um período prévio de outro posterior no desenvolvimento de uma ciência individual. Durante o que chamei, na *Structure of Scientific Revolutions*, o 'período de pré-paradigma', os praticantes de uma ciência estão divididos em várias escolas rivais, cada uma delas reclamando competência para o mesmo tema, mas abordando-o de modos

epistemológico e promover, pelo entendimento, uma explicação conveniente para o uso do termo paradigma, Kuhn (1977) afirma que, com base em estudos sociológicos voltados à identificação do que sejam *comunidades*, os resultados preliminares desses estudos fornecem — ou já forneciam, ao seu tempo — fortes indícios de que *comunidades*, de diversos tipos, têm uma existência independente e "*podem e devem ser isoladas sem recurso prévio aos paradigmas.*" (Kuhn; 1982: 219).

Com esse pressuposto — e com base em estudos sociológicos que sugeriam a possibilidade de se classificar *comunidades* através de suas práticas empíricas —, Kuhn concebe a seguinte formulação para o termo comunidade científica:

> "... uma comunidade científica consiste nos praticantes de uma especialidade científica. Unidos por elementos comuns da respectiva educação e aprendizagem, vêem a si mesmos e são vistos pelos outros como os responsáveis pela prossecução de um conjunto de objetivos partilhados, incluindo a formação dos sucessores. Tais comunidades são caracterizadas pela relativa abundância de comunicação no interior do grupo e pela relativa unanimidade do juízo grupal em matérias profissionais. Numa dimensão notória, os membros de uma dada comunidade terão absorvido a mesma literatura e estruturado conclusões a partir dela. Dado que a atenção de comunidades diferentes se concentra em matérias diferentes, a comunicação profissional entre grupos é provavelmente árdua, muitas vezes origina incompreensão e pode, se prosseguida, criar um desacordo significativo." (Kuhn; 1977: 356).

Com essa concepção, Kuhn (1977) propõe uma classificação de comunidade científica de diversos níveis. Num nível mais alto, numa classificação feita através de uma malha de critérios menos fina, estariam, por exemplo, todos os cientistas naturais. Num nível ligeiramente mais baixo, classificados por uma malha de critérios ligeiramente mais fina que a anterior, estariam os principais grupos científicos profissionais como a comunidade dos físicos, a dos químicos, a dos astrônomos, a dos biólogos, etc. A tais comunidades não é difícil, segundo Kuhn (1977), instituir a qualidade de membro do grupo, exceto nas fronteiras e nas interfaces entre elas. Por exemplo, a participação em sociedades e em congressos

---

completamente diferentes. Este estádio de desenvolvimento é seguido de uma transição relativamente rápida, resultado em geral de uma realização científica notável, para um período chamado pós-paradigma, caracterizado pelo desaparecimento de todas ou quase todas as escolas, mudança que permite um comportamento profissional muito mais poderoso aos restantes membros da comunidade. Penso ainda que esse padrão é típico e importante, mas pode analisar-se sem referência à primeira realização de um paradigma. Seja o que for um paradigma, é património de uma comunidade científica, incluindo as escolas do período pré-paradigma. Claro que a minha incapacidade para ver esse ponto contribuiu para que o paradigma se parecesse com uma entidade ou propriedade quase mítica que, como o carisma, transforma os que são por ele atingidos. Existe uma transformação, mas não é introduzida pela aquisição de um paradigma." (Kuhn; 1977: 355) científicos, a leitura de periódicos e de revistas fornecem, em geral, indícios suficientemente claros para se estabelecer a qualidade de membro de um determinado grupo.

Através de procedimentos semelhantes, Kuhn (1977) admite, também, ser possível isolar os subgrupos principais de grupos científicos classificados por critérios como os acima apresentados. Teríamos, então, por exemplo, os físicos da mecânica clássica, os da mecânica relativista, os botânicos, os zoólogos, os químicos orgânicos e os inorgânicos, etc. A partir daí, quando se refina cada vez mais a malha de critérios para a classificação no interior de subgrupos de um grupo científico, a dificuldade para se estabelecer empiricamente a qualidade de membros de tais subgrupos secundários aumenta significativamente, como é o caso, por exemplo, daqueles subgrupos empenhados em pesquisas multidisciplinares como os bioquímicos e os físico-químicos, só para citar dois desses empenhamentos. Entretanto, mesmo frente a essa dificuldade de classificação empírica, critérios como citações em trabalhos científicos, participação em cursos de verão, conferências e seminários especiais, fornecem vestígios bastante evidentes aos propósitos dessa classificação.

Com tal procedimento, ou seja, através desse tipo de investigação empírica, Kuhn (1977) acredita que se é possível classificar comunidades científicas significativamente pequenas, mesmo aquelas constituídas por menos de uma centena de membros. Até mesmo os cientistas individuais, esses, de acordo com as suas capacidades e seus interesses, pertencerão, simultânea e sucessivamente, a mais de um dentre os grupos científicos identificados com as suas pesquisas. Sobre tais critérios de classificação de comunidades científicas de diversos tipos e níveis, Kuhn escreve:

> "Sem dúvida, existem [...] comunidades em numerosos níveis. Talvez todos os cientistas naturais formem uma comunidade. [...]. Só a um nível ligeiramente mais baixo é que os principais grupos profissionais científicos fornecem exemplos de comunidades: físicos, químicos, astrónomos, zoólogos, etc. Para estas comunidades principais, é fácil estabelecer a qualidade de membro do grupo, excepto nas fronteiras. Em relação ao mais alto grau, a participação em sociedades e as revistas lidas são em geral mais do que suficientes. Técnicas semelhantes também isolarão os subgrupos principais: entre eles os químicos orgânicos e talvez os químicos de proteínas, físicos do estado sólido e das altas energias, radioastrónomos, e assim por diante. Só no nível seguinte aparecem dificuldades empíricas. [...]. Para isso, deve-se recorrer às presenças em institutos de Verão e conferências especiais, a listas de distribuição preeditadas e, sobretudo, a redes de comunicação formais e informais, incluindo as ligações entre citações*.

* "E. Garfield, *The Use of Citation Data in Writing the History of Science* (Filadélfia: Institute for Scientific Information, 1964); M.M. Kessler, 'Comparison of the Results of Bibliographic Coupling and Analytic Subject Indexing', *American Documentation* 16 (1965): 223-33; D.J. Price, 'Networks of Scientific Papers', *Science* 149 (1965): 510-15." (Kuhn; 1977: 357)

> Creio que o trabalho pode fazer-se e será feito e que revelará tipicamente comunidades de talvez cem membros, algumas vezes significativamente menos. Os cientistas individuais, particularmente os mais capazes, pertencerão a vários desses grupos, tanto simultânea como sucessivamente. Embora ainda não seja claro até onde nos pode levar a análise empírica, há excelentes razões para supor que a actividade científica está distribuída e se leva a cabo entre comunidades deste gênero." (Kuhn; 1977: 357).

Desse modo, Kuhn (1977) acredita que se possa classificar, sem recurso prévio aos paradigmas, comunidades científicas de diversos tipos e que, portanto, a partir desses procedimentos, a circularidade lógica que aparece na sua definição de paradigma estaria, com isso, enfraquecida o suficiente para ser considerada como um obstáculo epistemológico ao desenvolvimento de sua teoria.

Entretanto, se analisarmos mais atentamente esses procedimentos técnicos propostos por Kuhn (1977) para se classificar, a partir das práticas de seus membros, as comunidades científicas de diversos tipos, veremos que estes mecanismos não evitam a circularidade lógica da definição sociológica de paradigma, que Thomas Kuhn tanto quis remover em *A Tensão Essencial*.

De fato, quando Kuhn (1982) estabelece, na atividade científica, a anterioridade temporal do paradigma em relação à teoria, fica obrigado a defini-lo sociologicamente como "realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência." (Kuhn; 1982:13). Em outras palavras, vê-se obrigado, no dizer de Masterman, a definir o termo paradigma "como realização científica concreta *já conhecida*, ou conjunto *já estabelecido* de hábitos." (Masterman; 1965: 84).

Diante disso, e sobre essa circularidade, Masterman comenta ainda:

> "Mas como poderá o próprio cientista, numa nova ciência, descobrir primeiro que está seguindo numa futura realização científica concreta, se não souber que está seguindo um paradigma? Há aqui claramente uma circularidade: primeiro definimos o paradigma como realização já conhecida; depois, de outro ponto de vista, descrevemos a realização como construída em torno de um paradigma já existente.
>
> Poder-se-ia argumentar, naturalmente, que, se empreendêssemos seriamente o estudo sociológico pormenorizado, através da observação, de novas ciências contemporâneas, em lugar de limitar-nos à análise histórica detalhada, através da percepção tardia, de passadas ciências rançosas, essa circularidade, para os propósitos práticos, poderia ser quebrada; visto que, se existissem, poderíamos descobrir paradigmas no processo de formação. Mas mesmo então, como saberíamos que estávamos

> procurando paradigmas, e não outras coisas, a não ser que já soubéssemos, não-sociologicamente, o que era um paradigma?" (Masterman; 1965: 84-5).

Esses comentários de Masterman sugerem que os mecanismos sociológicos estabelecidos por Thomas Kuhn para classificar comunidades científicas de diversos tipos, sem auxílio prévio da sua noção de paradigma, não evitam a circularidade que ele, Kuhn, tanto procurou remover em *A Tensão Essencial*.

Em que pese a pertinência de tais comentários elaborados por Masterman, de nossa parte, a circularidade evidencia uma possível transitoriedade da formulação definidora de um objeto e, portanto, essa é uma questão que, mesmo sob a ótica lógico-filosófica, nos é secundária; mais ainda, se pensarmos que não se pode mesmo pressupor os objetos como imediatamente dados, a circularidade é, não raro — para não se dizer, com freqüência —, naturalmente necessária.

Além do mais, "a liberdade tem por sua pressuposição a necessidade[20], e a contém como suprassumida dentro de si." (Hegel; 1995: 287). Nesse sentido, a definição logicamente circular — enquanto necessidade — pode ser assumida até que o conceito, como *verdade* da *substância*, se ponha.

Não é, pois, por outra razão, que não são poucas as formulações semânticas de objetos enunciadas com circularidade. Do mesmo modo que *comunidade científica* e *paradigma*, muitos são os conceitos que ainda estão se pondo no processo de desenvolvimento do *ser*: *Ciência*, *Matemática*, *História*, *Educação* — para ficarmos somente nesses — são alguns exemplos de objetos que não adquiriram, ainda, o status de conceito na formulação

---

[20] "Essa *verdade* da *necessidade* é, por conseguinte, a *liberdade*, e a *verdade* da *substância* é o *conceito* — a autonomia que é o repelir-se de si mesmo para [termos] autônomos diferentes, enquanto esse repelir é idêntico consigo, e esse movimento alternado, que permanece *junto a si* mesmo, o é somente *consigo*.
Adendo: Costuma-se chamar dura a necessidade; certamente com razão, enquanto se fica nela como tal, isto é, em sua figura imediata. Temos aqui uma situação, ou, em geral, um conteúdo que tem sua consistência para si, e na necessidade está contido, antes de tudo, que a esse conteúdo sobrevém alguma outra coisa pela qual ele parece. Eis o duro e o triste da necessidade imediata ou abstrata. A identidade dos dois [termos], que na necessidade aparecem como ligados um ao outro, e assim perdem sua autonomia, é apenas uma identidade interior, e ainda não presente para os que estão submetidos à necessidade. *Também a liberdade, desse ponto de vista*, é só a liberdade abstrata, que só é salva pela renúncia ao que se é e se tem imediatamente. Aliás, como até agora vimos, o processo da necessidade é de natureza que por ele é superada a necessidade rígida presente de início, e seu interior é revelado; pelo que se mostra então que os [termos] vinculados um ao outro não são, na realidade, mutuamente alheios, mas apenas momentos de *um* só todo; cada um deles, em sua relação para com o outro, está junto de si mesmo e consigo mesmo se reúne. Eis a transfiguração da necessidade em liberdade; liberdade essa que não é simplesmente a liberdade da negação abstrata, mas antes a concreta e positiva liberdade. Donde se pode também concluir como é absurdo considerar a liberdade e a necessidade como exclusivas uma da outra, reciprocamente. Sem dúvida, a necessidade enquanto tal ainda não é a liberdade; mas a liberdade tem por sua pressuposição a necessidade, e a contém como suprassumida dentro de si." (Hegel; 1995: 287)

hegeliana. Na ausência do conceito, a necessidade de tais objetos é que impõe, para eles, uma definição logicamente circular.

Portanto, para os objetivos do presente trabalho, o tratamento dado por Kuhn, em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, ao termo paradigma será admitido aqui, sem problemas, em que pesem as controvérsias que têm acompanhado o uso desse termo desde a sua enunciação.

Uma vez feitas essas considerações gerais acerca da circularidade lógica que aparece na definição sociológica de paradigma, apresentada por Thomas Kuhn, tanto em *A Tensão Essencial*, quanto no posfácio de *A Estrutura das Revoluções Científicas*, examinaremos, agora, com mais detalhes, os dois principais sentidos em que, segundo Kuhn (1977), o termo paradigma é usado no conjunto de sua obra sobre o assunto.

Com esse objetivo, leiamos o que o próprio Thomas Kuhn escreve sobre isso:

> "Percebe-se rapidamente que na maior parte do livro o termo 'paradigma' é usado em dois sentidos diferentes. De um lado, indica toda a constelação de crenças, valores, técnicas, etc..., partilhadas pelos membros de uma comunidade determinada. De outro, denota um tipo de elemento dessa constelação: as soluções concretas de quebra-cabeças que, empregadas como modelos ou exemplos, podem substituir regras específicas como base para a solução dos restantes quebra-cabeças da ciência normal. [...].
>
> Pelo menos filosoficamente, esse segundo sentido de 'paradigma' é o mais profundo dos dois." (Kuhn; 1982: 218).

Isso posto, analisaremos, separadamente, cada um desses dois sentidos de paradigma atribuídos por Kuhn (1977). Complementarmente, dirigiremos o foco de nossa análise à investigação sobre se esses sentidos de paradigmas se aplicam — e em que medida e de que maneira — na leitura do processo segundo o qual o conhecimento matemático é produzido ao longo da história.

Quanto ao primeiro sentido, ou seja, aquele que "indica toda a constelação de crenças, valores, técnicas, etc..., partilhadas pelos membros de uma comunidade determinada" e que "explicam o caráter relativamente não problemático da comunicação profissional e a unanimidade relativa do juízo profissional" (Kuhn;1977: 357), quanto a esse sentido, diferentemente do outro que analisaremos mais adiante, o uso do termo paradigma causa, segundo Kuhn (1977), inquietações e controvérsias, principalmente entre os positivistas da filosofia da ciência, pelo fato de que os próprios cientistas, quando argüidos, dizerem que, na sua atividade profissional, partilham de uma teoria ou, então, de um conjunto de teorias.

> "Contudo, o termo 'teoria', tal como é empregado presentemente na Filosofia da Ciência, conota uma estrutura bem mais limitada em natureza e alcance do que a exigida aqui [no uso do termo 'paradigma']. Até que o termo ['paradigma'] possa ser libertado de suas implicações atuais, evitaremos confusão adotando um outro. Para os nossos propósitos atuais, sugiro 'matriz disciplinar': 'disciplinar' porque se refere a uma posse comum aos praticantes de uma disciplina particular; 'matriz' porque é composta de elementos ordenados de várias espécies, cada um deles exigindo uma determinação mais pormenorizada." (Kuhn; 1982: 226).

Em continuidade, Kuhn (1982) esclarece, ainda, que os elementos constituintes de uma matriz disciplinar incluem — se não todos — a quase totalidade dos objetos de compromisso grupal descritos, no seu texto original sobre o assunto, como paradigmas, partes de paradigmas, ou paradigmáticos.

Feitas essas considerações, discutiremos, agora, separadamente, alguns elementos constituintes dessa matriz e que, segundo Kuhn (1982,1977), são exemplares na formulação de sua teoria, muito embora, como tais, esses elementos têm que ser pensados globalmente, funcionando como um todo, em conjunto.

Um tipo importante de componente do paradigma, ou seja, da matriz disciplinar, é o que Kuhn (1982) rotula de *generalizações simbólicas* e que são "aquelas expressões, empregadas sem discussão, ou dissensão pelos membros do grupo, que podem ser facilmente expressas numa forma lógica como

(x) (y) (z) ϕ(xyz)." (Kuhn; 1982: 227).

Em outras palavras, as generalizações simbólicas são, para Kuhn (1982), as componentes formais ou facilmente formalizáveis da matriz disciplinar e que aparecem tanto na forma simbólica como, por exemplo, $f = m \cdot a$ ou $\partial C / \partial t - D \cdot div[grad(C) = f]$ ou, ainda, através de enunciações pela língua materna: "a taxa de variação populacional numa dada espécie é diretamente proporcional ao número de indivíduos dessa espécie", ou, então, "a toda ação corresponde uma reação contrária e de mesma intensidade", etc.

As generalizações simbólicas, uma vez aceitas pelos membros de um grupo de especialistas, são empregadas sem justificação especial na rotina do trabalho científico e tornam-se — mais do que referências que se assemelham às leis da natureza — a base de apoio para a aplicação das técnicas de manipulação lógica e matemática na resolução dos problemas postos na investigação do fenômeno observado.

Sobre isso, Thomas Kuhn escreve:

> “Ninguém duvidará de que os membros de uma comunidade científica empregam rotineiramente expressões como estas nos respectivos trabalhos, e em geral fazem-no sem sentir a necessidade de uma justificação especial, e raramente são atacados nesses pontos por outros membros do seu grupo. Esse comportamento é importante, porque sem empenhamento partilhado num conjunto de generalizações simbólicas, a lógica e a matemática não podiam aplicar-se rotineiramente no trabalho da comunidade.” (Kuhn; 1977: 359).

Entretanto, o que interessa de fato no presente trabalho é saber se essa concepção kuhniana de generalizações simbólicas se aplica, se pode ser utilizada — e em que medida — como componente de uma matriz disciplinar partilhada pelos membros de uma comunidade de matemáticos.

O próprio Kuhn nos responde a essa pergunta quando escreve:

> “A analogia entre uma teoria científica e um sistema matemático puro tem sido amplamente explorada pela filosofia da ciência do século XX, e tem sido responsável por alguns resultados extremamente interessantes. Mas é apenas uma analogia e pode, por conseguinte, ser enganadora. Acredito que fomos vítimas disso em vários aspectos. [...].
>
> Quando uma expressão como $f = ma$ aparece num sistema matemático puro, está lá, por assim dizer, uma vez por todas. Quer dizer, se entra na solução de um problema matemático posto no interior do sistema, entra sempre sob a forma $f = ma$ ou sob uma forma redutível a essa pela substitutividade de identidades ou por qualquer outra regra substitutiva sintáctica. Nas ciências, as generalizações simbólicas comportam-se em geral de modo muito diferente. Elas não são tanto generalizações como esquemas de generalizações, formas esquemáticas cuja expressão simbólica pormenorizada varia de uma aplicação para a seguinte”. (Kuhn; 1977: 360).

Para exemplificar essa particularidade que diferencia as generalizações simbólicas nas teorias científicas daquelas do sistema matemático puro, Kuhn conclui:

> “Para o problema da queda livre, $f = m \cdot a$ torna-se $m \cdot g = m \cdot \left(d^2 s / dt^2\right)$. Para o pêndulo simples, torna-se $m \cdot g \cdot sen\theta = -m \cdot \left(d^2 s / dt^2\right)$. Para os osciladores harmônicos acoplados tornam-se duas equações, a primeira das quais pode escrever-se $m_1 \cdot \left(d^2 s_1 / dt^2\right) + k_1 s_1 = k_2 \cdot \left(d + s_2 - s_1\right)$. Problemas mecânicos mais interessantes, por exemplo, o movimento de um giroscópio, revelaria ainda maior disparidade entre $f = m \cdot a$ e a generalização simbólica real a que se aplicam a lógica e a matemática; mas o ponto já devia estar claro. Embora as expressões simbólicas não interpretadas sejam posse comum dos membros de uma comunidade científica, e embora tais expressões que fornecem ao grupo um ponto de entrada para a lógica e a matemática, não é à generalização partilhada que se aplicam estas ferramentas, mas a uma ou outra versão especial dela. Em certo sentido, cada uma dessas classes requer um novo formalismo.” (Kuhn; 1977: 360-1).

Como é possível observar na enunciação acima, ao comparar a forma de aparecimento de generalizações simbólicas nas teorias científicas e num sistema matemático puro, Thomas Kuhn não somente admite a existência de tais generalizações no ambiente da matemática pura, como também destaca, embora superficialmente, aquilo que, no seu modo de ver, diferencia essas generalizações daquelas tomadas no âmbito de uma teoria científica: para ele,, enquanto as generalizações simbólicas nas teorias científicas são, via de regra, formas esquemáticas cuja expressão simbólica pormenorizada se inscreve em — ou é redutível a — uma formulação matematizada particular da generalização e varia de uma aplicação para outra, num sistema matemático puro, as generalizações simbólicas, quando entram na solução de um problema matemático posto, não aparecem aí, segundo Kuhn (1977), como esquemas formais suscetíveis de interpretação que variam de uma aplicação à outra, de acordo com as exigências específicas de cada aplicação.

Obviamente, não precisaríamos recorrer a Kuhn (1977) para responder a essa pergunta. A matemática, tanto ou mais que as ciências experimentais, é pródiga em generalizações simbólicas. É certo que essas generalizações têm naturezas distintas quando observadas no âmbito das ciências experimentais em comparação àquelas que aparecem no ambiente da matemática pura. E nem poderia ser de outra forma: as ciências empíricas e a matemática pura são conhecimentos produzidos através de métodos e processos de investigação peculiares, que se identificam pelos procedimentos lógico-dedutivos, mas que se diferenciam pela natureza distinta do fenômeno (no caso das ciências) e do objeto (no da matemática pura) observados. Em outras palavras, enquanto as teorias científicas são elaboradas a partir da observação de fenômenos naturais por aquilo que chamaremos aqui “experiências materiais diretas” e que se expressam através de proposições adquiridas e articuladas na interação do homem com o mundo do qual é parte, num sistema matemático puro, as teorias são modos de produção de significados, com base na intuição, por experiências mentais simbólico-formais.

Embora a natureza das generalizações simbólicas na matemática seja mais geral do que àquela estabelecida pelas ciências experimentais, elas — as generalizações simbólicas — exercem um papel similar àquele estabelecido nas ciências, na construção das teorias matemáticas. As matemáticas, em geral, são densas de generalizações simbólicas. As mais extraordinárias generalizações simbólicas da Matemática talvez sejam as estruturas algébricas concebidas na forma de um sistema abstrato: um grupo $(G,*)$, um corpo $(F, \oplus,\otimes)$, etc.

Trataremos, agora, de um outro importante tipo de componente da matriz disciplinar, geralmente rotulado como “paradigmas metafísicos” ou “partes metafísicas dos paradigmas”. Ao considerar tais elementos, Kuhn (1977,1982) está se referindo aos compromissos coletivos com crenças que os membros de uma dada comunidade de especialistas têm em modelos que “fornecem ao grupo as analogias preferidas ou, quando profundamente defendidos, uma ontologia.” (Kuhn; 1977: 358). Além disso, Kuhn (1982) afirma, ainda, que tais modelos — como crenças de compromissos partilhados coletivamente — exercem um papel de suma importância no auxílio à determinação do que será aceito pelo grupo como uma explicação do fenômeno observado ou do objeto investigado e, nesse sentido, “ajudam a estabelecer a lista de quebra-cabeças não-solucionados [para o período de ciência normal] e a avaliar a importância de cada um deles.” (Kuhn; 1982: 229).

Esses modelos são fundamentalmente de dois tipos principais, descritos por Kuhn como segue:

> “Por um lado, são modelos heurísticos: o circuito eléctrico pode considerar-se, de modo útil, como um sistema hidrodinâmico em estado estacionário, ou um gás comporta-se como uma colecção de bolas de bilhar microscópicas em movimento aleatório. Por outro, são objectos de empenhamento metafísico: o calor de um corpo é a energia cinética das suas partículas constituintes ou, mais claramente metafísico, todos os fenómenos perceptíveis se devem ao movimento e à interacção de átomos, qualitativamente neutrais, no vácuo.” (Kuhn; 1977: 358).

Feitas essas considerações acerca desse tipo importante de componente da matriz disciplinar, a resposta à questão de se saber se os membros de uma dada comunidade de matemáticos partilham crenças em modelos de representação no processo de produção do conhecimento matemático, a resposta a essa questão me parece óbvia o bastante para que se dedique a ela uma atenção especial: tanto em um sistema puro como — e com mais evidência ainda — no ambiente de suas aplicações, a matemática está repleta de representações modelares. Mais adiante, discutiremos alguns modelos exemplares no âmbito da matemática.

Entretanto, antes de ir além nessa questão, permito-me uma pequena digressão para retomar, ainda que de forma breve, o papel da crença na produção do conhecimento, concebido epistemologicamente enquanto processo de produção de significados, a partir do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS).

Sobre isso, Romulo Campos Lins — autor do modelo — escreve:

> "Conhecimento é entendido como uma *crença* — algo que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma *afirmação* — junto com o que o sujeito considera ser uma *justificação* para a sua *crença-afirmação*." (Lins; 1993:86)

Se retomamos essa questão, é para evidenciar, mais uma vez, que acreditamos em que, para que seja produzido o conhecimento, é preciso que o sujeito da enunciação creia naquilo que está afirmando e enuncie, nesse processo, justificação sobre a sua crença-afirmação.

Pois bem! Feita essa pequena digressão, e com base nos pressupostos aí apresentados, reafirmamos, agora, a nossa convicção já externada anteriormente de que, tanto quanto os membros de quaisquer outras comunidades de especialistas, os membros de uma dada comunidade de matemáticos também partilham — enquanto compromissos coletivos — crenças em modelos matemáticos de representação, sejam eles construídos empiricamente, sejam elaborados por construções simbólico-formais.

De fato, se olharmos para a história da matemática, podemos interpretar fatos que, no meu modo de ver, corroboram com essa nossa tese.

Coloquemos, primeiro, o foco das nossas observações no desenvolvimento da geometria. Os manuais de história da matemática atestam que, desde a antigüidade grega, por mais de vinte séculos, a *crença* na existência de uma única geometria foi tida como "a mais permanente das verdades intelectuais" (Hobsbawm; 2001: 306) de toda a história humana. Essa *crença* era tão fortemente estabelecida que acabou por influenciar, durante todos aqueles séculos, muitas gerações de brilhantes pensadores que, fundados nos pressupostos da "geometria de Euclides", elevaram o espaço euclidiano ao status de modelo único de espaço físico e elaboraram, com base nos significados produzidos sobre os postulados dessa geometria, teorias matemáticas, científicas e filosóficas que revolucionaram, de modo significativo as técnicas, as ciências e mesmo — e de forma contundente, como já vimos anteriormente — a filosofia. Uma evidência da intromissão dessa *crença* no mundo das idéias pode ser vista na teoria kantiana que "sustentava que o espaço é uma estrutura já existente no espírito humano, e que os postulados da geometria euclidiana são juízos *a priori* impostos ao espírito humano, e que sem esses postulados não é possível nenhum raciocínio consistente sobre o espaço." (Eves; 1997: 545).

Como sabemos, "num certo sentido a descoberta da geometria não-euclidiana (a de Lobachevsky e a de Bolyai, em meados da primeira metade do século XIX) vibrou um golpe devastador na filosofia Kantiana” (Boyer; 1999:360) e, por extensão, na *crença* de que a geometria euclidiana “era a ciência exata ou verdade absoluta que antes se supunha ser.” (Boyer; 1999: 360).

Outros dois entre os mais importantes modelos partilhados pela comunidade de matemáticos são a reta “real” como modelo do conjunto dos números reais e o plano “complexo” como modelo dos números complexos. Foi com o auxílio de uma teoria dos modelos, no contexto lógico-simbólico, que o matemático Abraham Robinson estabeleceu as bases de uma formulação considerada rigorosa à noção de infinitésimo.

Passemos, agora, a um terceiro grupo de elementos da matriz disciplinar descrito por Kuhn (1982) como constituído por valores. Comparativamente às generalizações simbólicas e aos modelos, os valores são, segundo Kuhn (1982), mais amplamente partilhados por comunidades científicas de diversos tipos e são elementos que contribuem significativamente para que os especialistas em ciências se sintam amparados como membros de uma comunidade global. Por outro lado, uma particular importância desses elementos — os valores — aparece quando os membros de uma dada comunidade precisam identificar uma crise paradigmática, ou então aparece quando, na tentativa de ajustar um paradigma em crise, é preciso escolher, entre maneiras incompatíveis de se praticar uma disciplina, aquela que melhor se ajusta à nova ordem paradigmática.

Um outro aspecto dos valores partilhados por um grupo, destacado por Kuhn (1982) como merecedor de uma menção especial, diz respeito às distintas maneiras como esses elementos são aplicados pelos membros do grupo: não raro, a aplicação dos valores é profundamente afetada pelas características da personalidade individual, bem como pela história de vida que diferencia os membros do grupo. Neste sentido, julgamentos de valores, como, por exemplo, a questão do rigor, coerência interna, plausibilidade, simplicidade, são aplicados, não poucas vezes, diferentemente, variando de grupo para grupo ou mesmo de indivíduo para indivíduo. Conseqüentemente, quando isso acontece, “nas situações onde os valores devem ser aplicados, valores diferentes, considerados isoladamente, ditariam com freqüência escolhas diferentes.” (Kuhn; 1982: 230).

Existem diversas espécies de valores.

> “Provavelmente os valores aos quais os cientistas aderem com mais intensidade são aqueles que dizem respeito a predições: devem ser acuradas; predições quantitativas são preferíveis às qualitativas; qualquer que seja a margem de erro permissível, deve ser respeitada regularmente numa área dada; e assim por diante. Contudo, existem também valores que devem

> ser usados para julgar teorias completas: estes precisam, antes de mais nada, permitir a formulação de quebra-cabeças e de soluções; quando possível, devem ser simples, dotados de coerência interna e plausíveis, vale dizer, compatíveis com outras teorias disseminadas no momento." (Kuhn; 1982:229).

Não é difícil observar outras espécies de valores: a questão a respeito da utilidade social de uma ciência e, nesse contexto, a questão de se determinar "para quê" e "para quem" o conhecimento científico deve ser produzido, são situações que envolvem definições de critérios de valores.

Assim como ocorre em toda comunidade científica, os matemáticos também partilham compromissos com valores de diversas espécies. Entre esses valores, provavelmente os que são partilhados com maior empenho pelos membros de uma dada comunidade de matemáticos, são aqueles que devem ser usados para o julgamento de teorias completas; neste caso, as demandas de rigor, a preocupação com a consistência lógica, a compatibilidade com outras teorias existentes e as perspectivas no âmbito das aplicações são, entre outras, algumas das exigências que, ao longo do tempo, já foram tratadas de maneiras distintas pelas comunidades de matemáticos.

Um acontecimento que ilustra exemplarmente o compromisso de uma comunidade de matemáticos com valores — neste caso, atribuídos à exigência de rigor como critério de justificação de teorias matemáticas — pode ser extraído da história da *Teoria Analítica do Calor*, um dos grandes clássicos da literatura matemática, escrita por Jean Baptista Joseph Fourier e publicada pela primeira vez em 1821.

De fato, preso à concepção corrente dos séculos XVII e XVIII de que a validação de uma teoria matemática se justificava pela sua aplicabilidade, Fourier, pesquisando o problema da propagação do calor em barras, superfícies laminares e em sólidos metálicos, produziu, em 1807, um artigo onde afirmava — numa formulação dos dias de hoje — que *toda* função y = f(x), definida no intervalo aberto (-π, π), pode ser representada, nesse intervalo, por uma série trigonométrica da forma

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \mathbf{cos}\, nx + b_n \mathbf{sen}\, nx\right),$$

onde os coeficientes são dados por

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx, \qquad a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathbf{cos}\, nx\ dx \quad \text{e} \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathbf{sen}\, nx\ dx,$$

Embora, já àquela época, fosse do conhecimento acadêmico que uma certa classe de funções[21] "mais ou menos bem comportadas" podiam ser representadas por meio de séries trigonométricas, a afirmação de Fourier, de que *toda* função definida no intervalo ($-\pi$, π) podia ter essa representação acima, causou constrangimentos no seio da academia, ao ponto de ser rejeitada a publicação do seu artigo nas *Mémories* da Academia de Ciências da França.

Sobre esse episódio, Eves escreve:

> "Os sábios da Academia encararam com muito ceticismo a afirmação de Fourier e o artigo, julgado por Lagrange, Laplace e Legendre, foi rejeitado. Todavia, para encorajar Fourier a desenvolver suas idéias *mais cuidadosamente*[22], a Academia instituiu um grande prêmio, tendo como tema a propagação do calor, a ser outorgado em 1812. Fourier submeteu um artigo revisado à Academia em 1811, artigo esse que, julgado por uma comissão que incluía, entre outros, os mesmos juízes da oportunidade anterior, acabou ganhando o prêmio mas, devido às *críticas recebidas pela falta de rigor*[23], não foi recomendado para publicação nas *Mémories* da Academia." (Eves; 1997:527).

Ainda, segundo Eves (1997), somente em 1824, dois anos após ter publicado o seu *Théorie Analytique de la Chaleur*, e então na condição de secretário da Academia de Ciências da França, "pôde fazer com que seu artigo de 1811 fosse publicado na forma original nas *Mémories* da Academia." (Eves; 1997: 527)

Exemplo como esse não é exceção na história da matemática.

Um outro episódio que, no nosso modo de ver, descreve bem os compromissos de uma comunidade de matemáticos com valores pré-estabelecidos no processo de julgamento de teorias matemáticas, pode ser observado, como veremos ainda neste capítulo, nas dificuldades encontradas por Évariste Galois em ver publicados os seus artigos que, posteriormente, vieram a se constituir em uma das pedras basilares da teoria que hoje carrega o seu nome. Esse caso será tratado com mais detalhes oportunamente, ainda neste capítulo.

Até agora discutimos três grupos de componentes cognitivas da matriz disciplinar: as generalizações simbólicas, os modelos e os valores. Embora existam muitos outros grupos, restringiremos a nossa análise, aqui nesse nosso trabalho, — do mesmo modo

---

[21] Àquela época, o conceito de função não era posto na formulação dada atualmente. Aliás, não existia uma formulação única, aceita universalmente para o termo função.

[22] Grifo nosso.

[23] Grifo nosso.

como o faz Kuhn (1977,1982) — a somente mais um dentre esses grupos de elementos presentes na matriz disciplinar: *os exemplares*.

Sobre esses elementos, Kuhn escreve:

> "Com essa expressão [exemplares] quero indicar, antes de mais nada, as soluções concretas de problemas que os estudantes encontram desde o início de sua educação científica, seja nos laboratórios, exames ou no fim dos capítulos dos manuais científicos. Contudo devem ser somados a esses exemplos partilhados pelo menos algumas das soluções técnicas de problemas encontráveis nas publicações periódicas que os cientistas encontram durante suas carreiras como investigadores. Tais soluções indicam, através de exemplos, como devem realizar seu trabalho." (Kuhn; 1982: 232)

Na tentativa de, pelo entendimento, construir argumentos que dêem sustentação à sua crença de que uma parte integrante do processo pelo qual os estudantes têm acesso às realizações cognitivas de seu grupo disciplinar é a aquisição de um número significativo de exemplares, Kuhn recorre ao seguinte fenômeno no processo de formação do futuro cientista que, segundo ele, é familiar aos estudantes de ciência e aos historiadores da ciência:

> "Os estudantes de física referem habitualmente que leram um capítulo do texto, tendo-o compreendido perfeitamente, mas que, não obstante, tiveram dificuldades em resolver os problemas no fim do capítulo. A dificuldade consiste quase invariavelmente em estabelecer as equações adequadas, em relacionar as palavras e os exemplos dados no texto com problemas particulares, cuja solução se lhe pede. Em geral, essas dificuldades também se desvanecem da mesma maneira. O estudante descobre uma maneira de ver o seu problema como um problema que já encontrou. Uma vez estabelecida essa semelhança ou analogia, só restam dificuldades de manipulação.
>
> O mesmo padrão aparece claramente na história da ciência. Os cientistas modelam uma solução de problemas com base noutra, muitas vezes apenas com o recurso mínimo a generalizações simbólicas." (Kuhn; 1977: 366-7).

No nosso modo de ver, a situação apresentada acima por Thomas Kuhn também se ajusta à história da matemática. Que matemático, seja ele como aluno que foi um dia, seja em sua prática docente e como pesquisador, não vivenciou uma situação similar a essa descrita por Kuhn? Quantos de nós, em cada uma dessas situações, não recorreu a problemas solucionados em busca de semelhanças e analogias — enfim, de exemplares — que nos trouxessem luz ao processo de solução de novos problemas?

Por outro lado, se direcionarmos o foco das nossas observações para a história da matemática, não teremos dificuldades para encontrar situações similares àquelas descritas acima por Kuhn quando se refere à história da ciência e que foram responsáveis pelo surgimento de uma quantidade significativa de conhecimento matemático.

De fato. Quando Boole, em 1854, publica o seu *Investigation of the Laws of Thought*, ao mesmo tempo em que estabelece a lógica formal, apresenta também uma nova álgebra que, hoje, recebe o seu nome: álgebra de Boole.

Boole usou letras x,y,z,... para representar subconjuntos de quaisquer espécies, onde seus elementos são tomados de um conjunto universo, cuja totalidade era representada pelo signo 1 e a ausência de elementos pelo signo 0. Tendo como exemplar a álgebra dos números reais estabelecida com as operações de adição e de multiplicação, Boole usou o sinal + para indicar $x + y$ como sendo a união dos subconjuntos x e y. Usou, ainda, o sinal $\times$ para representar $x\times y$ como sendo a intersecção de x e y e o signo = para a identidade. Embora nem todas as regras da álgebra ordinária permaneçam válidas na álgebra de Boole — por exemplo, na álgebra de Boole, $1 + 1 = 1$ e $x \times x = x$ — as cinco propriedades fundamentais da álgebra ordinária “permanecem” válidas ali.

Um outro exemplar na matemática é a teoria de Galois. Sophus Lie usou de procedimentos similares àqueles usados pelo algebrista francês para desenvolver um método de resolução de equações diferenciais. Um tratamento moderno desse método pode ser encontrado em Gilli Martins (2002).

Vejamos o que Mehrtens nos diz sobre exemplares na matemática:

> “Os mais restritos tipos de paradigmas, os quais chamarei ‘exemplares’, são soluções-problema ilustrativos. Um exemplo é a representação geométrica de números complexos funcionarem como um exemplar na procura por um sistema similar de análise de espaço resultando nos QUATÉRNIOS de Hamilton (cf. Crowe 1967, 5-12). O exemplo mostra um traço importante de exemplar: ele pode sugerir soluções de problemas muito diferentes do problema resolvido originalmente. No exemplo, o problema foi a ‘possibilidade’ de números imaginários, os mesmos receberam um substrato de material por representação geométrica. A representação é conversível, e o que foi procurado com os números complexos em mente foi uma representação algébrica de espaço tridimensional.

> Muitos exemplares mostram um importante traço de desenvolvimento matemático, especialmente o fato de o progresso em um campo agir em aspectos específicos como exemplares em um outro campo. Novamente a representação geométrica de números complexos é um exemplo. As diferentes interpretações dos números complexos tornou visível o processo abstrato de interpretação que foi iniciado por matemáticos ingleses em sua concepção de uma álgebra simbólica (Novy 1973, 194). Exemplares influenciam a maneira do matemático ver o seu assunto. Isto é ainda mais claro na aplicação dos conceitos da teoria dos números algébricos às funções algébricas. Após Dedekind ter elaborado quase que totalmente sua teoria de números algébricos observou a estrutura similar no domínio das funções algébricas. Em colaboração com H. Weber ele elaborou a teoria das funções algébricas estritamente de acordo com essas linhas (Dedekind 1930/32, 283-350).” (Mehrtens; 1992: 33).

Sobre o período de ciência normal

Feitas essas considerações acerca dos paradigmas ou, mais especificamente, acerca da matriz disciplinar norteadora e reguladora das realizações cognitivas de um grupo de especialistas, voltemos agora a nossa atenção para aquilo a que Kuhn (1977, 1982) denomina período de *ciência normal* ou de *pesquisa normal* e que constitui, no nosso modo de ver, um dos aspectos centrais que alimenta a polêmica gerada pela publicação de *A Estrutura das Revoluções Científicas* em contraposição à teoria da ciência de Karl Popper.

Entretanto, antes de discorrer sobre o significado kuhniano de ciência normal, nos parece oportuno situar, aqui, a título de esclarecimento, alguns aspectos que, no nosso modo de ver, evidenciam a incomensurabilidade entre as teorias da ciência de Thomas Kuhn e de Karl Popper.

Falando das duas teorias, Kuhn escreve:

> “Em quase todas as ocasiões em que nos voltamos explicitamente para os mesmos problemas, nossas opiniões sobre ciência são quase idênticas. Interessa-nos muito mais o processo dinâmico por meio do qual se adquire o conhecimento científico do que a estrutura lógica dos

> produtos de pesquisa científica. Em face desse interesse, ambos enfatizamos, como dados legítimos, os fatos e o espírito da vida científica real, e ambos voltamos com freqüência para a história no intuito de encontrá-los. Desse conjunto de dados partilhados, chegamos a muitas das mesmas conclusões. Ambos rejeitamos o parecer de que a ciência progride por acumulação; em lugar disso, enfatizamos o processo revolucionário pelo qual uma teoria mais antiga é rejeitada e substituída por uma nova teoria, incompatível com a anterior; e ambos sublinhamos enfaticamente o papel desempenhado nesse processo pelo fracasso ocasional da teoria mais antiga ao enfrentar desafios lançados pela lógica, experimentação ou observação. Finalmente, *Sir* Karl e eu estamos unidos na oposição a algumas das teses mais características do positivismo lógico clássico. Ambos enfatizamos, por exemplo, o embricamento íntimo e inevitável da observação com a teoria científica; conseqüentemente, somos céticos quanto aos esforços para produzir qualquer linguagem observacional neutra, e ambos insistimos em que os cientistas podem, com toda propriedade, procurar inventar teorias que expliquem os fenômenos observados, e que façam isso em termos de objetos reais, seja qual for o significado da última expressão." (Kuhn; 1979: 6).

Contudo, um olhar mais atento sobre as teorias da ciência de Kuhn e de Popper permite enxergar, como o próprio Kuhn (1979) reconhece, que elas são, quase sempre e em muitos aspectos, totalmente diversas, quando estão se referindo à mesma coisa.

Embora ambos rejeitem a concepção positivista de que o progresso científico se dá por acumulação contínua ao longo da história humana e, em contrapartida, enfatizem o processo revolucionário através do qual uma teoria mais antiga é total ou parcialmente substituída por uma nova teoria, existe, no dizer de Kuhn (1979), uma diferença, uma mudança de gestalt no enfoque dado quando ambos — Popper e Kuhn — olham para o desenvolvimento do conhecimento científico.

Sobre essa diferença, L. Pierce Williams escreve:

> "Eu gostaria de fazer um rapidíssimo comentário sobre a divergência entre Kuhn e Popper a respeito da natureza *essencial* da ciência e a gênese das revoluções científicas. Se bem entendi o pensamento de Sir Karl Popper, a ciência se acha, de um modo básico e constante, *potencialmente* à beira da revolução. Basta que uma refutação seja bastante grande para constituir uma revolução dessa ordem. Sustenta o Professor Kuhn, por outro lado, que a *maior parte* do tempo dedicado ao exercício da ciência é o que ele denomina ciência 'normal' — isto é, solucionamento de problemas ou resolução de cadeias de argumentos implícitos em trabalhos anteriores. Nessas condições, uma revolução científica, para Kuhn, leva muito tempo para ser construída e só ocorre de tempos em tempos porque a *maioria* das pessoas *não* tenta refutar as teorias vigentes." (Pierce Williams; 1979: 60).

Embora esclarecedor, esse comentário de Pierce Williams expõe somente o aspecto mais visível das diferenças teóricas entre Kuhn e Popper. No nosso modo de ver, a gênese das divergências teóricas de fundo entre esses dois filósofos, quando analisam o desenvolvimento do conhecimento científico, situa-se, antes de tudo, nos propósitos que cada um deles tem com suas teorias.

De fato, embora ambos argumentem com insistência que, para se analisar o desenvolvimento do conhecimento científico, é fundamental que se considere os modos pelos quais a ciência é realmente praticada, eles o fazem, sob a nossa ótica, olhando para direções diferentes ou, mais precisamente, com propósitos distintos.

Em *A Lógica da Descoberta Científica*, publicada em 1959, e no seu ensaio complementar *Conjecturas e Refutações*, de 1963, Popper, adotando o *critério de refutabilidade* para distinguir ciência de pseudo-ciência, tem como pressuposto que todo conhecimento científico progride por tentativa e erro, por conjecturas e refutações, e que, portanto, para se estabelecer como científica, uma teoria aceita tem que estar permanentemente submetida a testes — *critérios de refutabilidade, de demarcação* — que as exponham em suas limitações ou que, então, submetam-na a uma tensão máxima e permanente.

Fiel a esse pressuposto, quando Popper analisa o processo segundo o qual a ciência se desenvolve, ele está convencido de que esse desenvolvimento não se produz por acumulação contínua, mas sim, através de mudanças revolucionárias, onde uma teoria aceita é derrubada e substituída por outra teoria considerada melhor. No entanto, segundo Kuhn (1974), ao evidenciar em sua análise somente o caráter revolucionário que ocorre no desenvolvimento de uma ciência, Popper não se atenta para o período de pesquisa normal da atividade científica onde, existindo — como pressupõe — critérios de demarcação para se estabelecer a cientificidade de uma teoria, é esse período por ele ignorado que revela, simultaneamente, o que deve ser testado e a maneira de fazê-lo. Sobre isso, Kuhn escreve:

> "I suggest then that Sir Karl has characterized the entire scientific enterprise in terms that apply only to its occasional revolutionary parts. His emphasis is natural and common: the exploits of a Copernicus or Einstein make better reading than those of a Brahe or Lorentz; Sir Karl would not be the first if he mistook what I call normal science for an intrinsically uninteresting enterprise. Nevertheless, neither science nor the development of knowledge is likely to be understood if research in viewed exclusively through the revolution it occasionally produces. For example, though testing of basic commitments occurs only in extraordinary science, it is normal science that discloses both the points to test and the manner of testing. Or again, it is for the normal, not the extraordinary practice of science that professionals are trained; if they are nevertheless eminently

> successful in displacing and replacing the theories on which normal practice depends, that is an oddity which must be explained. Finally, and this is for now my main point, a careful look at the scientific enterprise suggests that is normal science, in which Sir Kark's sort of testing does not occur, rather than extraordinary science which most nearly distinguishes science from other enterprises. If a demarcation criterion exists (we most not, I think, seek a sharp or decisive one), it may lie just in that part of science which Sir Karl ignores."[24] (Kuhn; 1974: 6).

Diante dessas considerações, uma pergunta se faz necessária: a que se propunha Karl Popper quando enfatizava unicamente, e com tanta determinação, o caráter revolucionário das mudanças científicas, em contraposição à tese defendida por Thomas Kuhn de que entre duas revoluções científicas existe um período, denominado por ele de pesquisa normal, onde aí sim, a ciência se desenvolve por acumulação?

A resposta a essa questão nos parece evidente e não cremos que seja devido somente ao caráter "intrinsecamente desinteressante" das atividades da pesquisa normal, como aventa Thomas Kuhn nas suas considerações acima. A resposta a essa questão se encontra — como já expusemos anteriormente — no marco dos propósitos que distinguem as duas teorias da ciência.

Popper, diferentemente de Kuhn, empenhado em distinguir ciência e pseudo-ciência apresenta, para esse propósito, critérios de demarcação que desabrocharam em *programas de pesquisa* norteadores de toda atividade científica.

Uma evidência dessa nossa conjectura pode ser observada nas palavras de Magee(1974), referindo-se a declarações de renomados cientistas — alguns deles laureados com o prêmio Nobel como, por exemplo, Peter Medawar, Jacques Monod e John Eccles — onde anunciam publicamente a influência que receberam das obras filosóficas de Karl Popper. Entre essas declarações, destacaremos a que Eccles escreve em seu livro *Facing Reality*, publicado em 1970:

> " '... minha vida científica deve tanto à minha conversão, se assim posso denominá-la, abraçando os ensinamentos de Popper acerca da conduta da investigação científica ... que me empenhei em seguir Popper na formulação de problemas fundamentais da neurobiologia'. O conselho de Eccles aos demais cientistas é no sentido de que 'leiam e meditem acerca do que Popper escreve a propósito da filosofia da ciência, adotando suas idéias como base de operação na atividade científica'." (Magee; 1974: 15).

[24] Optamos por reproduzir esta citação na sua formulação original em língua inglesa em razão de a sua tradução, ao Português, em Kuhn (1979: 11), estar, no nosso modo de ver, mal elaborada.

Por seu turno, os propósitos de Thomas Kuhn, ao analisar o desenvolvimento do conhecimento científico, eram outros, distintos daqueles que mobilizavam Popper. Não lhe interessava elaborar programas de pesquisa que norteassem procedimentos das atividades científicas. Estava ele, com base na sociologia e na história da ciência, empenhado em descrever as práticas científicas e propor, com base nessas práticas, uma nova leitura para a historiografia da ciência. Justamente por isso, Kuhn enxerga, quando analisa o processo segundo o qual o conhecimento científico se põe, aquilo que a Popper é irrelevante: um período de pesquisa normal, de resolução de quebra-cabeças, de enigmas colocados pelo novo paradigma que se instala através de um processo revolucionário, através de uma revolução científica.

Neste sentido, as duas teorias da ciência são incomensuráveis, não podem ser postas lado a lado, analisadas uma contra a outra.

A essa altura, parece-nos necessária uma breve reflexão sobre algumas questões teóricas — as mais centrais aos interesses do nosso trabalho — que distinguem e identificam a teoria da ciência de Thomas Kuhn em relação àquela concebida pelo mais renomado entre os discípulos de *Sir* Karl Popper: Imre Lakatos.

Como preâmbulo, julgamos importante destacar que, embora Kuhn e Lakatos falem de posições antagônicas no que diz respeito ao entendimento quanto ao processo de desenvolvimento científico, é possível observar que as suas abordagens têm, em certa medida, algumas coisas em comum. Um aspecto especialmente comum que aproxima as abordagens filosóficas de ambos é a exigência que fazem aos seus ensaios: de que eles resistam à crítica da história da ciência. Além disso, ambos enfatizam, também, o processo revolucionário através do qual uma teoria científica mais antiga é refutada e substituída por outra teoria rival, incompatível com a anterior; muito embora, nesse processo, a visão de ambos do que seja uma revolução científica tenha singularidades próprias. E é nos marcos destas singularidades — daquelas que nos interessam, como já frisamos — que centraremos as nossas reflexões teóricas acerca dos relatos teóricos de Thomas Kuhn e Imre Lakatos.

Com o intuito de melhorar o falsificacionismo metodológico popperiano e superar as objeções a ele dirigidas, Lakatos desenvolve uma análise das teorias científicas — consideradas como estruturas organizadas — que objetiva, através de um programa de pesquisa, fornecer orientação para a pesquisa futura.

No entanto, diferentemente do que aconteceu com Popper, embora “alguns comentários de Lakatos sugerem que seu critério de racionalidade tinha a intenção de orientar a escolha de teorias [...], a metodologia de Lakatos não é capaz de fornecer conselhos aos cientistas, e Lakatos reconheceu isto[25].” (Chalmers; 1993: 143)

Grosso modo, um programa de pesquisa para Lakatos (1978) é uma estrutura cuja unidade básica não deve ser uma teoria isolada ou mesmo uma constelação de várias teorias, mas sim um *programa de investigação*, com um núcleo irredutível que o caracteriza e o define na forma de uma hipótese teórica bastante geral, com base no qual o programa deve se desenvolver. Esse núcleo irredutível, que compõe o que Lakatos denomina *heurística negativa*, envolve, *por convenção*, todas aquelas suposições basilares do programa que, uma vez admitidas, não devem ser refutadas ou mesmo modificadas pela decisão metodológica dos cientistas que as admitem[26].

Para Lakatos, esse núcleo irredutível do programa de pesquisas deve estar protegido da falsificação por uma *heurística positiva*, ou seja, por um cinturão protetor de hipóteses e teorias auxiliares, que definirá os problemas a serem investigados e suplementará a *heurística negativa* com suposições adicionais que permitam explicar os fenômenos anteriormente estabelecidos, prever fenômenos novos e resguardar o núcleo irredutível do programa de possíveis anomalias. Desse modo, qualquer anormalidade, que no processo de investigação contraponha os dados observados e um programa de pesquisa estruturado, deve ser atribuída a alguma parte da estrutura teórica ulteriormente formalizada, e não às pressuposições basilares que compõem o núcleo irredutível do programa de pesquisa.

Por outro lado, para dirigir o trabalho no interior de um único programa de pesquisa, Lakatos (1978) propõe uma metodologia científica que orienta a proteção do núcleo

---

[25] “Eu, é claro, não indico ao cientista individual o que ele deve tentar fazer numa situação caracterizada por dois programas de pesquisa progressivos rivais ... O que quer que eles *tenham feito* eu posso julgar: sou capaz de dizer se fizeram ou não progresso. Mas não posso aconselhá-los — nem o desejo — a respeito de com que exatamente devem se preocupar e em que direção devem buscar o progresso.” I. Lakatos, “Replies to Critics”, *Boston Studies in the Philosophy of Science*, vol. 8, ed. R. C. Buck e , vol. 8, ed. R. C. .Buck e R. S. Cohen (Dordrecht: Reidel Publishing Co.,1971), p. 178, itálicos no original.

[26] Lakatos (1978) apresenta alguns exemplos de núcleos irredutíveis na pesquisa científica. Na mecânica newtoniana ele é constituído pelas suposições das leis do movimento de Newton junto com a sua lei da gravitação universal. O núcleo irredutível da astronomia copernicana é constituído pelas hipóteses gerais de que a Terra e os planetas orbitam um sol estacionário e a Terra gira em torno do seu eixo uma vez a cada vinte e quatro horas.

No âmbito da Matemática — que é o que interessa mais de perto ao presente trabalho — um exemplo bastante singular, que nos ocorre no momento, daquilo que por mais de 25 séculos constituiu-se em núcleo irredutível de um programa de pesquisa, são os cinco postulados basilares da geometria euclidiana.

irredutível, estipulando quais tipos de adições e de articulações de hipóteses devem ser permitidos para garantir a expansão e a modificação do cinturão protetor do referido núcleo.

> "Cientistas individuais ou grupos de cientistas são convidados a desenvolver o cinturão protetor de qualquer maneira que quiserem, contanto que seus passos ofereçam a oportunidade de novos testes e, portanto, a possibilidade de novas descobertas. [...]
>
> Dois tipos de movimentos são excluídos pela metodologia de Lakatos. Hipótese *ad hoc*[27], e hipóteses não-independentemente testáveis são excluídas." (Chalmers; 1993: 118)

Todavia, todos os programas de pesquisa, desde o seu nascedouro e em qualquer estágio de seu desenvolvimento, apresentam problemas não solucionados e anomalias próprias. Foi assim com a astronomia de Copérnico, com a mecânica newtoniana, com a teoria da relatividade de Einstein, com o marxismo, a psicanálise, com a mecânica, etc. Neste sentido, tanto Lakatos quanto Kuhn pensam da mesma maneira: toda a teoria traz consigo o germe da sua própria refutação futura. Toda teoria é boa até que outra rival, melhor que ela, seja apresentada.

Em razão disso, uma questão se evidencia como pertinente: frente a programas de pesquisa rivais em competição, como avaliá-los, como sabê-los *progressivos* — e, portanto, científicos — ou *degenerativos* — e, nesse caso, pseudocientíficos? Existem critérios universais (lógicos, racionais e normativos[28]) para uma tal escolha?

A outra vertente da metodologia científica de Lakatos está voltada a essa questão: à comparação de programas de pesquisa competitivos.

Lakatos acreditava piamente que o problema central da filosofia da ciência[29] está em se explicitar critérios universais que permitam julgar programas de pesquisa e, conseqüentemente, estabelecer a cientificidade de uma teoria: uma convicção que está intrinsecamente ligada à sua crença na racionalidade da ciência.

---

[27] Hipóteses ad hoc são aquelas formuladas fundamentalmente com o objetivo de explicar um fato que refutou uma teoria sem explicar qualquer outro fato novo. São hipóteses consideradas pelos popperianos como estratagemas condenáveis cujo único objetivo é descobrir falhas.

[28] O termo normativo usado por Lakatos é relativo a normas para avaliar soluções existentes, e não relativo a normas para obter soluções.

[29] "O problema central da filosofia da ciência é o problema da apreciação normativa de teorias científicas; e, em particular, o problema da enunciação de condições *universais* debaixo das quais uma teoria é científica. Esse último caso limitador do *problema da apreciação* é conhecido em filosofia como *problema da demarcação*..." (Lakatos; 1978: 77).

Atento ao princípio de que o objetivo da ciência é a verdade[30], Lakatos (1978) acreditava que a metodologia dos programas de pesquisa científica, mais que qualquer outra metodologia, era a que melhor se ajustava para aproximar-se dessa verdade. Lakatos via na competição entre programas de pesquisa, o mecanismo pelo qual o desenvolvimento científico se estabelece. Para ele, um programa de investigação científica é melhor que um programa rival se for mais progressivo e esse fato se mede pelo seu grau de coerência e por quão bem sucedidas tenham sido suas novas predições.

Sobre o processo de avaliação de programas de pesquisa que permite estabelecer o traço distintivo da ciência, Lakatos escreve:

> "De acordo com a minha metodologia, as grandes realizações científicas são programas de investigação que podem avaliar-se em termos de alterações progressivas e degenerativas de problemas; e as revoluções científicas consistem na substituição (ultrapassagem no progresso) de um programa de investigação por outro." (Lakatos; 1978: 31).

Muito embora a citação acima seja um mero recorte acerca de critérios de avaliação de programas de pesquisa científica referente à metodologia apresentada por Lakatos, ela parece-nos exemplar para os nossos propósitos. Primeiro, porque permite-nos ver um Lakatos lógico-positivista em conflito com essa doutrina filosófica[31]: ao mesmo tempo em que acredita que a substituição revolucionária de um programa de investigação por outro é *ultrapassagem no progresso*, pretende, igualmente, que o seu critério universal de cientificidade, logicamente estabelecido pela sua metodologia, *não seja somente uma conseqüência da lógica*, mas, sim, uma conjectura cuja adequação deveria ser testada, confrontando-a com a história da ciência realizada por ele e seus seguidores e elaborada a partir do desenvolvimento da Física.

Por outro lado, essa citação permite-nos, ainda, apresentar uma situação problemática da sua metodologia de avaliação para a qual o critério racionalista da ciência não apresenta uma solução.

---

[30] Diferentemente de Lakatos que, como racionalista da ciência, acredita que teorias que se ajustam às exigências de critérios universais lógico-normativos se aproximam da "verdade" em nosso "mundo real", Thomas Kuhn, ao contrário, embora assevere que, em algum sentido, ocorre o progresso da ciência, ele nega peremptoriamente, sem ambigüidade alguma, que se possa garantir que esse progresso ocorre em direção a uma "verdade", qualquer que seja o uso que se queira dar a esse termo.

[31] Embora Lakatos tivesse sempre se empenhado em criticar o positivismo em todas as suas vertentes filosóficas, assim como Popper, ele nunca conseguiu se livrar totalmente da tradição positivista da ciência. Um trabalho que expõe as contradições de Lakatos a esse respeito é apresentado por MIGUEL, A., BRITO, A. J. "A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática." Cadernos CEDES, nº 40/ 47-61, Campinas: Papirus, 1996.

Se não, vejamos!

Um aspecto da metodologia de programas de investigação de Lakatos, que tem sido alvo de objeções[32] de filósofos como Feyerabend, Masterman, Chalmers e do próprio Kuhn, entre outros, diz respeito ao fato de essa metodologia não estipular explicitamente como os cientistas, por *decreto* dela — da metodologia —, escolherão as hipóteses teóricas gerais infalsificáveis que constituirão o núcleo irredutível do programa de pesquisa. Ou, então, por não especificar como e em que momento — limite temporal — os critérios de avaliação passam a ser utilizados por um cientista, ou por um grupo de cientistas, para distinguir um programa de investigação degenerativo de um progressivo.

Diante dessas objeções, dessa situação problemática, embora a metodologia de Lakatos apresente a sua concepção sobre o que constitui o desenvolvimento científico, ela, segundo Chalmers (1993) não oferece orientação alguma à escolha de teorias para aqueles que têm como meta alcançar esse desenvolvimento e, portanto, para esses objetivos, ela "não nos terá dito coisa alguma." (Kuhn; 1979: 295).

Thomas Kuhn, por sua vez, não vê, na racionalidade da ciência, as condições universais que permitem estabelecer a cientificidade de uma teoria. Com base na sociologia, o que para ele distingue a ciência da não-ciência é a existência de um paradigma que, uma vez constituído, passa a garantir a tradição da ciência normal, isto é, passa a organizar, orientar e dirigir as atividades de resolução de quebra-cabeças para as quais os cientistas, no período de ciência normal, são preparados.

Sobre critérios de escolha — a questão de se saber se uma teoria é melhor do que outra rival — Kuhn (1982) é incisivo: afirma que não existem critérios de avaliação logicamente estabelecidos que sejam convincentes na orientação de uma escolha. Para ele, não existe algoritmo neutro algum, nenhum método sistematizado de decisões capazes de orientar cada indivíduo de uma comunidade científica à mesma decisão. Para Kuhn (1982), uma comunidade científica sanciona, com base em seus critérios, os seus próprios valores que orientarão as escolhas dos cientistas individuais.

Comentando os critérios de avaliação de teorias rivais adotados por Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas*, Chalmers escreve:

---

[32] Essas objeções são, em certa medida, reconhecidas por Lakatos quando ele as nega e escreve: "Tentarei explicar por que motivo essas objeções estão fora de questão." (Lakatos; 1978: 38).

> "Eles [os critérios] incluem 'precisão de previsão, especialmente da previsão quantitativa; o número de problemas diferentes resolvidos' e, também, embora não tão importantes, 'simplicidade, escopo e compatibilidade com outras especialidades'. Critérios como estes constituem os valores da comunidade científica. Os meios pelos quais são especificados estes valores 'devem, em última análise, ser psicológicos ou sociológicos. Isto é, devem ser uma descrição de um sistema de valores, de uma ideologia, juntamente com uma análise das instituições através das quais o sistema é transmitido e executado.' [...]. Se uma teoria é ou não melhor que outra é um assunto a ser julgado em relação aos padrões da comunidade apropriada, e os padrões variarão, tipicamente, com o cenário histórico e cultural da comunidade. [...]. 'O conhecimento científico, como a linguagem, é intrinsecamente a propriedade comum de um grupo ou então não é nada. Para compreendê-lo será necessário que saibamos as características especiais dos grupos que as criam e usam.'" (Chalmers; 1993: 145).

Com essas considerações, parece-nos evidente que, para Thomas Kuhn, o que caracteriza um campo ser ou não ciência é o fato de ele estar em conformidade ou não com o que diz sobre a ciência o seu ensaio *A Estrutura das Revoluções Científicas*. Para ele, como já destacamos, a característica mais importante que distingue a *ciência* da *não-ciência* é a existência de um paradigma capaz de garantir a tradição do período de pesquisa normal, isto é, está na extensão com que esse campo é capaz de sustentar as atividades de resolução de quebra-cabeças que caracterizam o período de pesquisa não-extraordinária.

Embora Kuhn e Lakatos, como já dissemos, imponham às suas reflexões filosóficas a exigência de sobreviverem à crítica da história da ciência, o relato de ambos fala de posições temporais distintas: em se tratando de *quando* um cientista, ou um grupo de cientistas, passa a se empenhar em torno de um *paradigma* — ou de seu correlato lakatosiano, a *metodologia de programa de pesquisa científica* — o relato sociológico-relativista[33] de Kuhn tem uma anterioridade que o relato de Lakatos não consegue abordar. As revoluções científicas, como veremos, se inscrevem nesse quadro de anterioridade.

Concluindo: se Lakatos (1978), pressupondo a racionalidade da ciência, procura explicar a gênese dos programas de investigação científica através de critérios universais lógico-normativos, Kuhn (1982), por sua vez, estabelece como pré-requisito para a gênese e o desenvolvimento da tradição da pesquisa normal a existência de um paradigma que garanta a unanimidade relativa ao juízo profissional de pesquisadores comprometidos com as mesmas regras e padrões para a prática científica. Para ele, é em torno desse comprometimento e do aparente consenso aí produzido que os valores de uma comunidade

---

[33] Embora Kuhn negue ser um relativista e tenha feito considerações nesse sentido, as suas argumentações não são, para nós, convincentes. Uma análise sobre o Kuhn relativista pode ser obtida em Chalmers: (1993: 145-8).

científica se constituem. Como já dissemos, o meio pelos quais esses valores são especificados devem ser, em última instância, sociológicos ou psicológicos, ou seja, devem ser um retrato dinâmico de um sistema de valores, de uma ideologia, juntamente com uma análise da forma institucional pelas quais esse sistema é transmitido e executado. Enfim, "a realização científica, como um lugar de comprometimento profissional, é anterior aos vários conceitos, leis, teorias e pontos de vista que dela podem ser abstraídos" (Kuhn; 1982: 31). Nesse sentido, um paradigma partilhado é tomado por Kuhn como uma unidade fundamental para a análise do desenvolvimento científico, "uma unidade que não pode ser totalmente reduzida a componentes atômicos lógicos que poderiam funcionar em seu lugar." (Kuhn; 1982: 31).

Feitas essas considerações, voltemos agora a nossa atenção para o que é, na concepção kuhniana, o período de ciência normal e em que medida pode-se trabalhar essa noção quando, com base nela, se propõe a interpretar a história da Matemática.

Para Kuhn (1982), *ciência normal* significa pesquisa firmemente baseada em paradigma, ou seja, pesquisa baseada e estruturada em uma ou mais realizações científicas anteriormente estabelecidas e que "são reconhecidas durante algum tempo por alguma comunidade científica específica como proporcionando os fundamentos para a sua prática posterior." (Kuhn; 1982: 29).

Para divulgar essas realizações são elaborados manuais científicos elementares e avançados que expõem o corpo da teoria aceita junto com as suas aplicações mais bem sucedidas. A *Física* de Aristóteles, o *Almagesto* de Ptolomeu, os *Principia* e a *Óptica* de Newton, a *Geologia* de Lyell e a *Química* de Lavoisier são, no dizer de Kuhn (1982), alguns entre muitos outros trabalhos que serviram, por algum período, para definir tacitamente como legítimos os problemas e métodos de um campo de investigação para as gerações futuras de praticantes da ciência. No âmbito da Matemática, só para ficarmos num exemplo clássico de um manual como esses, citamos *Os Elementos* de Euclides. Mais adiante, quando tratarmos mais especificamente estas questões no ambiente da Matemática, voltaremos com mais exemplos.

Referindo-se a trabalhos científicos como esses e ao papel que exerceram, seja enquanto definidores de problemas e métodos para a prática científica, seja enquanto "articuladores" de empenhamentos partilhados por cientistas em torno das realizações científicas nelas apresentadas, Kuhn escreve:

> "Puderam [esses trabalhos] fazer isso porque partilhavam duas características essenciais. Suas realizações foram suficientemente sem

> precedentes para atrair um grupo duradouro de partidários, afastando-os de outras formas de atividade científica dissimilares. Simultaneamente, suas realizações eram suficientemente abertas para deixar toda a espécie de problemas para serem resolvidos pelo grupo redefinido de praticantes da ciência." (Kuhn; 1982: 30).

Na maior parte de sua obra sobre o assunto, Kuhn (1982) refere-se a paradigmas como empenhamentos gerados pelas realizações científicas que partilham essas duas características. Para ele, uma comunidade científica, ao adquirir um paradigma, adquire, com ele, critérios que, enquanto o paradigma for aceito, permitem a escolha de problemas dotados de solução possível, cuja investigação constitui a ciência normal.

> "Numa larga medida, esses são os únicos problemas que a comunidade admitirá como científicos ou encorajará seus membros a resolver. Outros problemas, mesmo muitos dos que eram anteriormente aceitos, passam a ser rejeitados como metafísicos ou como sendo parte de outra disciplina. Podem ainda ser rejeitados como demasiado problemáticos para merecerem dispêndio de tempo. Assim um paradigma pode até mesmo afastar uma comunidade daqueles problemas sociais relevantes que não são redutíveis à forma de quebra-cabeça, pois não podem ser enunciados em termos compatíveis com os instrumentos e conceitos proporcionados pelo paradigma." (Kuhn; 1982: 60).

Durante o período em que a ciência é *normal*[34], a maioria dos cientistas e — como veremos — dos matemáticos emprega a maior parte do seu tempo na "atualização que se obtém ampliando-se o conhecimento daqueles fatos que o paradigma apresenta como particularmente relevantes" (Kuhn; 1982: 44), na formalização do corpo teórico com vista à operação de "limpeza" para que os fatos e os objetos teóricos mais significativos sejam melhor compreendidos e na resolução de quebra-cabeças, ou seja, na resolução dos novos problemas colocados como pertinentes pelo paradigma partilhado[35].

---

[34] Período em que, no dizer de Kuhn (1982), a pesquisa mais especializada e esotérica é permitida pela aceitação de um único paradigma por parte de um grupo de pesquisadores da ciência.

[35] Referindo-se, por exemplo, a métodos matemáticos necessários para estudar os movimentos simultâneos envolvendo dois ou mais corpos que se atraem mutuamente e, complementarmente, para analisar a estabilidade de suas órbitas perturbadas, Kuhn escreve: "Problemas dessa natureza preocuparam muitos dos melhores matemáticos europeus durante o século XVIII e o começo do século XIX. Euler, Lagrange, Laplace e Gauss, todos consagraram alguns de seus trabalhos mais brilhantes a problemas que visavam a aperfeiçoar a adequação entre o paradigma de Newton e a observação celeste. Muitas dessas figuras trabalharam simultaneamente para desenvolver a Matemática necessária a aplicações que nem mesmo Newton ou a escola de Mecânica européia, sua contemporânea, havia considerado. Produziram, por exemplo, uma imensa literatura e algumas técnicas matemáticas muito poderosas para a Hidrodinâmica e para as cordas vibratórias. Esses problemas de aplicação são responsáveis por aquilo que provavelmente é o trabalho científico mais brilhante e esgotante do século XVIII." (Kuhn; 1982: 53).

Neste sentido, a ciência normal não é um período de desabrochar de novas espécies de fenômenos, tampouco de novas teorias que não sejam previstas pelas realizações científicas ou, pelo seu correlato lakatosiano, o núcleo irredutível dos programas de pesquisa. Ao contrário — como já dissemos — esse é um não-problema para a pesquisa normal que se caracteriza por ser um período de desenvolvimento da ciência e da matemática altamente acumulativo e extraordinariamente bem sucedido naqueles objetivos previstos pelo paradigma estabelecido.

A ciência normal caracteriza-se, também, por ser o período de proteção ao paradigma estabelecido. Essa proteção fica evidente na preocupação permanente que a comunidade científica tem com a formação dos seus futuros pesquisadores. É nesse período que o estudante é escolhido e preparado para ser um futuro membro de uma determinada comunidade científica. E essa escolha tem critérios bastante claros e objetivos: o futuro membro de uma comunidade é geralmente escolhido não só porque se mostra mais capaz para resolver os quebra-cabeças à disposição no período de pesquisa normal como, também, porque se mostra, entre aqueles, os mais talhados para assimilar e aceitar, sem maiores questionamentos, o paradigma partilhado. Essa preparação é fundamental para que não haja desacordo sobre os pontos essenciais que garantem o compromisso paradigmático no que diz respeito às regras e padrões estipulados para a prática científica da comunidade. Sobre isso, Kuhn escreve:

> "O estudo dos paradigmas [...] é o que prepara basicamente o estudante para ser membro da comunidade científica determinada na qual atuará mais tarde. Uma vez que ali o estudante reúne-se a homens que aprenderam as bases de seu campo de estudo a partir dos mesmos modelos concretos, sua prática subseqüente raramente irá provocar desacordo declarado sobre pontos fundamentais. Homens cuja pesquisa está baseada em paradigmas compartilhados estão comprometidos com as mesmas regras e padrões para a prática científica. Esse comprometimento e o consenso aparente que produz são pré-requisitos para a ciência normal, isto é, para a gênese e a continuidade de uma tradição de pesquisa determinada." (Kuhn; 1982: 30-1).

Da pesquisa normal à crise e à revolução: um caso na matemática

Vejamos, agora, em que medida pode-se trabalhar as noções de período de pesquisa normal e de revolução científica quando, com base nelas, se propõe a interpretar a história da Matemática.

Em se tratando da Matemática, se deixarmos de lado o caráter periódico (delimitado no tempo) que Kuhn atribui à ciência normal, parece-nos que não há, entre os filósofos da Matemática — e mesmo entre os matemáticos —, maiores desacordos quanto à existência de um processo de produção de conhecimento matemático que se ajusta ao que Thomas Kuhn denominou pesquisa normal em seu ensaio *A Estrutura das Revoluções Científicas*.

> "Grande parte da matemática é desenvolvida em uma forma normal, seguindo as regras aprendidas nos livros textos usuais, resolvendo problemas padrão, preenchendo lacunas numa teoria, generalizando conceitos, configurando condições, e assim por diante. A elegante, compreensiva, bem definida versão final de uma teoria em um livro texto é obtida somente depois de um período de pesquisa normal sobre a teoria. Além do mais, esse tipo normal de pesquisa é um sinal de que uma disciplina ou teoria tornou-se uma parte aceita do trabalho matemático." (Mehrtens: 1992: 29).

Tanto quanto ocorre com os períodos de ciência normal, a matemática normal[36] também é fundada e estruturada em uma ou mais realizações científicas anteriormente estabelecidas. Essas realizações, uma vez reconhecidas pelas comunidades de matemáticos, proporcionam a ela os fundamentos para a sua prática posterior. Já citamos, anteriormente, *Os Elementos* de Euclides como uma de tais realizações no âmbito da Matemática. Falemos um pouco mais sobre essa obra.

Muito embora haja indícios de que na Antigüidade grega outros *Elementos*[37] tenham sido escritos em diferentes épocas, todas essas obras desapareceram ao longo do tempo, desde o surgimento dos *Elementos* de Euclides.

Mesmo desconhecendo-se qualquer cópia que date quando os *Elementos* de Euclides foram escritos, é forçoso reconhecer a importância dessa obra, como realização

[36] Ao longo deste trabalho, quando nos referirmos à pesquisa normal em Matemática, como o correlato de pesquisa normal nas ciências, usaremos, também, o termo matemática normal.

[37] Na Grécia Antiga, as obras nas quais se expunham a forma geométrica dos primeiros sistemas matemáticos eram chamadas Elementos. Proclos, em seu Sumário Eudemiano, acena para a possibilidade de Hipócrates de Quio ter escrito o primeiro Elementos, seguido de outro elaborado por Lêon no período compreendido entre Platão e Eudoxo. "Há informações de que o trabalho de Lêon continha uma coleção maior e mais cuidadosa de proposições do que a de Hipócrates e que essas proposições eram, inclusive, mais proveitosas. A Academia de Platão tinha também seus *Elementos* — uma coleção admirável e muito elogiada escrita por Teúdio de Magnésia. Ao que parece a geometria de Teúdio foi a precursora imediata do trabalho de Euclides, que sem dúvida nenhuma teve acesso a ela, especialmente se de fato estudou na escola de Platão. Euclides também estava a par dos trabalhos importantes de Teeteto e Eudoxo. Assim, é provável que os *Elementos* de Euclides sejam, na sua maior parte, uma compilação altamente bem sucedida e um arranjo sistemático de trabalhos anteriores. Não há dúvida de que Euclides teve de dar muitas demonstrações e aperfeiçoar outras tantas, mas o grande mérito de seu trabalho reside na seleção feliz de proposições e no seu arranjo numa seqüência lógica, presumidamente a partir de umas poucas suposições iniciais." (Eves; 1997:168-9).

matemática, desde o seu surgimento. O desaparecimento dos outros *Elementos* que o antecederam e os comentários de Proclos em seu Sumário Eudemiano[38] fornecem vestígios da importância dessa obra como norteadora de todo um período de pesquisa normal no âmbito da Matemática que, desde o seu aparecimento, e por mais de vinte séculos, serviu para definir e estabelecer como legítimos os problemas e métodos de investigação para as gerações futuras de pesquisadores nas mais diversas áreas do conhecimento.

Não é por outro motivo que, durante todos esses séculos, os *Elementos* permaneceram orientando os cursos regulares de geometria básica em universidades de todo o mundo, sendo, inclusive, não raro, modelo na exposição dos conteúdos dessa disciplina nos livros-texto adotados pelas academias. Referindo-se aos *Elementos*, Eves escreve:

> "Embora Euclides fosse autor de pelo menos dez trabalhos [...], sua fama repousa principalmente sobre seus *Elementos*. Parece que esse trabalho notável imediata e completamente superou todos os *Elementos* precedentes; de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e a de uma proposição de sua obra-prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos *Elementos* já apareceram desde a primeira delas em 1482; por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino da geometria." (Eves; 1999: 167-8).

Por outro lado, não foram poucas as realizações paradigmáticas estabelecidas com base nos *Elementos* de Euclides. Dentre essas muitas realizações, uma, em particular, merece ser citada com deferência especial: a forma postulacional de raciocínio com que o conteúdo dessa obra é apresentado.

De fato, muito embora essa forma de discurso lógico tenha se estabelecido como mecanismo de convencimento no decorrer dos três séculos que separaram Tales de Mileto e Euclides, é, no entanto, com os *Elementos*, enquanto realização matemática, que a forma postulacional de raciocínio é alçada ao status de método. O fato de um pequeno número

[38] O Sumário Eudemiano de Proclos, escrito no século V da nossa era, é — se não a maior — uma das mais importantes fontes de informação sobre o desabrochar da Matemática na antigüidade grega. "Esse sumário consiste nas páginas de abertura do Comentário sobre Euclides, Livro I, de Proclo e é um breve resumo do desenvolvimento da geometria grega desde os seus primeiros tempos até Euclides. Embora Proclo tivesse vivido no século V d.C., mais de um milênio depois do início da matemática grega, ele ainda teve acesso a muitos trabalhos históricos e críticos que de então para cá se perderam, salvo alguns fragmentos e alusões preservados por ele próprio e outros. Dentre esses trabalhos perdidos está um resumo de uma história aparentemente completa de geometria grega, já desaparecida à época de Proclos, cobrindo o período anterior a 335 a.C. e escrita por Eudemo, um discípulo de Aristóteles. O nome Sumário Eudemiano se deve a esse trabalho anterior." (Eves; 1999: 97).

de proposições, postuladas sem verificação de prova (axiomas e postulados), sustentar com a ajuda exclusiva dos princípios lógicos uma complexa trama de numerosas outras proposições deriváveis das primeiras, contribuiu para que o método lógico-dedutivo da geometria de Euclides tornasse, para muitas gerações de notáveis pensadores, padrão de rigor, referência de um novo fazer matemático.

> "Tão grande foi a impressão causada pelo aspecto formal dos *Elementos* de Euclides nas gerações seguintes que a obra se tornou um paradigma de demonstração matemática rigorosa. A despeito de um considerável abandono nos séculos XVII e XVIII, o método postulacional inspirado em Euclides penetrou quase todos os campos da matemática a ponto de alguns matemáticos defenderem a tese de que não só o raciocínio matemático é postulacional mas que também, no sentido inverso, raciocínio postulacional é raciocínio matemático. Um conseqüência relativamente moderna foi a criação de um campo de estudos chamado *axiomática*, dedicado ao exame das propriedades gerais dos conjuntos de postulados e do raciocínio postulacional." (Eves; 1999:179).

No entanto, *Os Elementos* não foi o único trabalho — embora possivelmente o primeiro — que serviu para definir e estabelecer como legítimos os problemas e os métodos de um campo de investigação para futuras gerações de pesquisadores matemáticos.

De fato, muito embora seja usualmente apresentada como sendo somente um texto primitivo de álgebra que, em relação à álgebra de Diofanto de Alexandria e às de seus predecessores chineses e hindus, não trazia consigo maiores novidades em termos de procedimentos técnicos para resolução de equações algébricas[39] — "um livro cujo único mérito parece, às vezes, estar na sua idade" (Lins; 1992: 107) —, a obra *Kitab al mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabalah*[40]*,* do astrônomo e matemático persa al-Khwarizmi, apresenta certas características próprias que, como veremos, permite-nos identificá-la como a principal realização matemática a nortear o surgimento do primeiro paradigma da álgebra na Europa e, em conseqüência, estabelecer como legítimos os objetos e os métodos de investigação, nessa disciplina, para as gerações futuras de matemáticos europeus que se seguiram, até o alvorecer do século XIX.

---

[39] Em sua obra *Pour l'honneur de l'esprit humain: les mathématiques aujourd'hui*, Dieudonné refere-se a al Khwarizmi e ao seu tratado de álgebra escrevendo: "AL KHWARIZMI, Abu Já'far Muhammad Ibn Musa (né avant 800, mort aprés 847). Né sans doute em Iran, membre d'une réunion de savants fondée par les califes Abbassides. Auteur d'ouvrages d'astronomie et d'un traité d'algèbre sans originalité, mais qui eut une très grande influence au Moyen Age."(Dieudonné; 1987: 267).

[40] Traduzido ao francês como "Le livre concis du calcul et d'al-muqabala." (Rashed; 1984: 17).

Não se sabe ao certo se al-Khwarizmi escreveu trabalhos próprios no âmbito da Álgebra. Independentemente disso, segundo Wussing (1998), al-Khwarizmi atuou — assim como Euclides — como destacado compilador da totalidade do saber matemático, posto até a sua época, nessa área do conhecimento. A sua álgebra, escrita possivelmente na segunda década do século IX da nossa era, exerceu, a partir de então, imediata influência não somente sobre os matemáticos do mundo islâmico como, também, passou a se constituir em texto padrão sobre álgebra para os matemáticos da Europa medieval[41], desde a sua tradução, ao Latim, em princípios do século XII.

Referindo-se à influencia da álgebra de al-Khwarizmi sobre os matemáticos europeus que surgiram posteriormente, Ríbnikov escreve:

> "Os cientistas europeus começaram a conhecer a álgebra em princípios do século XII. A fonte de seus conhecimentos sobre álgebra foi a obra "Hisab al-jabr wa-al-muqabala" de Muhammad abn Musa al Khuwarizmi (mais adiante, abreviado, Khuwarizmi), que viveu na primeira metade do século IX. O título traduzido significa: livro sobre as operações jabr (restabelecimento) e qabala (redução). A primeira das operações cujo nome serviu de denominação para a álgebra, e serve ainda em nossa época, consiste na passagem de termos de uma equação de um lado a outro. A segunda é a operação de redução de termos semelhantes da equação. A redução da equação se considera uma ciência independente." (Ríbnikov; 1991: 113).

No entanto, se ficarmos somente naqueles aspectos referentes aos procedimentos técnicos de resolução de equações algébricas, isso, por si só, não é suficiente para garantir à álgebra de al-Khwarizmi o status de uma realização matemática, pelo menos não nos moldes da teoria da ciência de Thomas Kuhn: sob esses aspectos essa obra é — conforme já dissemos anteriormente — "un traité d'algèbre sans originalité" (Dieudonné; 1987: 267).

Diante disso, parece-nos, então, natural perguntar: que aspectos singulares são esses que emanam da álgebra de al-Khwarizmi, que a distingue da aritmética de Diofanto[42] e

---

[41] De acordo com Ifrah (1988), até o final do século IX os povos cristãos da Europa dispunham de um conhecimento matemático bastante elementar e vinculado às necessidades práticas relacionadas às atividades políticas, econômicas e aos processos de medida e de contagem. Esse conhecimento fundava-se na numeração romana e os processos de contagem eram corriqueiramente feitos utilizando-se geralmente os dedos das mãos. As operações mais trabalhosas eram realizadas com o auxílio de ábacos.

[42] "Diofanto escreveu ao menos três textos matemáticos. O mais importante é uma *Arithmetica* em 13 partes que se conservou em diferentes versões, algumas em grego, outras em árabe. (Wussing; 1998: 63).

daquelas de chineses e hindus e que nos obriga a afirmar o caráter paradigmático de realização matemática desse tratado?

De acordo com Lins (1992), pelo menos três são os aspectos característicos que distinguem a obra de al-Khwarizmi de todas as outras que a precederam.

Diferentemente da *Arithmetica* de Diofanto[43] e das álgebras de seus antecessores chineses e hindus, a álgebra de al-Khwarizmi não é apenas uma coleção de problemas resolvidos. "Ela começa com uma parte teórica, em duas seções, onde os conceitos fundamentais são introduzidos e as necessárias técnicas algébricas são apresentadas." (Lins; 1992: 106). Nessas duas seções, traça considerações preliminares acerca dos números e da necessidade de se operar com eles[44]; apresenta, de forma sucinta, a maneira como concebe a natureza da notação decimal[45], "define" a *raiz*[46] e o *quadrado*[47] de um número e apresenta o que denomina *número simples* como sendo aquele que pode ser enunciado sem referência a *raiz* e a *quadrado*.

No entanto, o mérito de al-Khwarizmi não se restringe apenas a essas considerações preliminares acerca dos números. Ele vai além. Ao mesmo tempo em que anuncia seis equações prototípicas[48] às quais todos os problemas da sua álgebra deverão ser

---

[43] Tanto a *Arithmetica* de Diofanto, quanto as álgebras hindu-chinesas que precederam o *al-jabr wa'l-muqabqlah* de al-Khwarizmi, eram coletâneas de problemas resolvidos sem justificação teórica prévia. Referindo-se à *Arithmetica* de Diofanto, Wussing escreve: "Trata-se de uma coleção de problemas determinados e indeterminados que avança desde os mais fáceis até os mais difíceis **sem oferecer em nenhum momento uma teoria geral**. Só no primeiro livro de *Arithmetica*, quando se dirige a um tal Dionísio, Diofanto explica um pouco o sentido e o método de seu trabalho." (Wussing; 1998: 63) (grifo e tradução nossos).

[44] Para al-Khwarizmi, todas as coisas das quais o homem necessita — seja na determinação de uma medida ou de uma quantidade, ou para se responder a "quanto", "quantos" ou "a quanto tempo", seja em assuntos relativos a negócios, heranças, etc — envolvem números, requerem cálculos.

[45] "Moreover, I found that any number, which may be expressed from one to ten, surpasses the proceding by one unit: afterwards the ten is doubled or tripled, just as before the units were: thus arise twenty, thirty, & c, until a hundred is doubled and tripled in the same manner as the units and the tens, up to a thousand: then the thousand can be thus repeated at any complex number, and so forth to be utmost limit of numeration." (al K., p 5), apud Lins (1992: 108).

[46] "... any quantity which is to be multiplied by itself, consisting of units, or numbers ascending, or fractions descending."(al K, p 6), apud Lins (1992: 108).

[47] Segundo Lins (1992), antes da álgebra de al-Khwarizmi, a definição de *quadrado* de um número era aritmética.

[48] Parece-nos evidente — e Lins (1992) sugere isto — que a existência de seis tipos de equações está ligada, principalmente, ao fato de al-Khwarizmi rejeitar os números negativos na sua matemática. As seis equações prototípicas às quais todas as equações algébricas devem reduzir-se são:

"Primeiro caso: 'quadrados iguais a raízes' (p6) $cx^2 = bx$

reduzidos, projeta também, somente através da generalidade das operações algébricas, o método pelo qual se pode reduzir um problema qualquer a uma forma de equação — de preferência, a um dos seis tipos canônicos enunciados — e estabelece o procedimento de resolução padrão para se deduzir as soluções particulares das equações — ou cânone — considerado por Rashed (1984) a noção chave na álgebra do matemático persa.

Ao projetar o método, a unidade do objeto algébrico[49] fica estabelecida: a *equação* passa a ser, claramente, o *objeto* central na álgebra de al-Khwarizmi. Como escreve Lins (1992), ela aparece, desde o início do livro, por ela mesma, encabeçando um problema, e não o seguindo: cada uma das seis equações prototípicas é a forma "reduzida" — a representante — de toda uma classe de problemas.

Estabelecidos o método e a unidade do objeto algébrico, a tensão entre eles — método e o objeto —, mais fraca, aqui, se comparada à matemática grega, é evidente. Segundo Lins (1992), embora essa tensão se dê em torno de cada uma das seis equações cujos procedimentos de resolução padrão estão organizados, é precisamente a generalidade do método de solução para cada uma das equações prototípicas que lhes fornece o caráter de objeto. Uma evidência disso está na maneira como al-Khwarizmi empreende o estudo do cálculo com expressões algébricas: enquanto em Diofanto as expressões algébricas eram manipuladas por elas mesmas de modo totalmente instrumental, na obra do matemático persa esse assunto é tratado separadamente, muito mais autonomamente.

Analisando os capítulos onde al-Khwarizmi dá tratamento teórico às equações algébricas, Rashed escreve:

> "Esses capítulos são bem mais importantes pela intenção que os motiva do que pelos resultados que eles contêm. Se se consideram de fato as declarações de al-Khwarizmi, o lugar que ele atribui a esses capítulos [...] e enfim, a autonomia que ele restitui a cada um deles, parece que o autor quis empreender por ele mesmo o estudo do cálculo algébrico, isto é, das

---

Segundo caso: 'quadrados iguais a números' (p7) $ax^2 = b$
Terceiro caso: 'raízes iguais a números' (p7) $ax = b$
Quarto caso: 'raízes e quadrados iguais a números' (p8) $ax^2 + bx = c$
Quinto caso: 'quadrados e números iguais a raízes' (p11) $ax^2 + b = cx$
Sexto caso: 'raízes e números iguais a quadrados' (p12) $ax^2 = bx + c$." (Lins; 1992: 108).

[49] "Devant la diversité des êtres mathématiques — geométriques, arithmétiques — l'unité de l'objet algébrique est fondée seulement par la généralité des opérations nécessaires pour ramaner un problème quelconque à une forme d'équations ou encore de préférence à l'un des six types canoniques énoncés par al-Khwarizmi ...d'une part, et par la généralité des opérations pour déduire des solutions particulières, c'est-à-dire un cânon, d'autre part." (Rashed; 1984: 249).

> propriedades dos binômios e trinômios associados às equações consideradas na parte precedente de seu livro.” (Rashed; 1984: 25).

Um outro aspecto que distingue a álgebra de al-Khwarizmi das outras que a antecederam diz respeito a um novo modo de produção de significado acerca dos números nessa obra. Se, de um lado, os números negativos não são considerados pelo matemático persa no tratamento das equações algébricas, de outro, “não somente um número irracional é admitido como solução de uma equação, como também encontramos indícios de um tratamento aritmético das expressões envolvendo radicais.” (Lins; 1992: 106).

O diferente entendimento dado aos números pela álgebra de al-Khwarizmi — entendimento esse que permitiu “mais liberdade para as operações aritméticas e, conseqüentemente, a extensão das possibilidades de um cálculo algébrico” (Lins; 1992: 114) — tem suas raízes na especificidade da matemática islâmica. Entre os fatores apontados por Lins (1992), e que explicam essa característica singular da álgebra árabe, está a ausência de uma “ilustração geométrica” das regras para se multiplicar binômios. No seu lugar, são apresentados exemplos numéricos que são, ao mesmo tempo, ilustrações de procedimentos e transmissores de solução geral de cada equação.

Outros fatores, apontados por Lins(1992), que contribuíram para que uma *álgebra algébrica* fosse antecipada em al-Khwarizmi, encontram-se nas regras para a multiplicação de radicais, onde são usados exemplos envolvendo números irracionais enquanto raízes de equações e, também, — e principalmente — na redução de toda sorte de problemas, em problemas com números.

Todos esses fatores apontados por Lins, ao permitirem maior liberdade para as operações aritméticas e, por extensão, ao ampliarem as possibilidades de um cálculo algébrico, estimularam, também, o processo de sistematização desse cálculo e o conseqüente desenvolvimento do conhecimento algébrico: se até então a exigência imediata da demonstração “numérica” na álgebra — em oposição a uma possível “insuficiência” da demonstração geométrica[50] — não estava colocada, a obra de al-Khwarizmi não somente precede, como motiva o desenvolvimento do conhecimento algébrico no sentido de estabelecer essa exigência que seria suprassumida nos trabalhos dos matemáticos que se seguiram. Em razão disso, Lins observa, com propriedade, que “no processo iniciado pela

---

[50] Para Lins (1992), uma demonstração “geométrica” em al-Khwarizmi é essencialmente uma prova combinatorial com o auxílio de linhas e áreas.

Álgebra de al-Khwarizmi, pensamento algébrico significa uma intenção que dirige o desenvolvimento dos meios necessários para completá-lo.” (Lins; 1992: 114).

Por sua vez, observando o mesmo processo e vendo que em al-Khwarizmi o desenvolvimento de um cálculo algébrico ia muito além da mera preocupação com uma aquisição técnica, Rashed escreve:

> “Os sucessores de al-Khwarizmi, todos envolvidos em suas pesquisas, reagiram contra a insuficiência de uma demonstração geométrica em álgebra. Entretanto, a necessidade urgente de uma demonstração numérica não era, ela mesma, possível senão ao fim de uma ampliação do cálculo algébrico e de seu domínio, depois da sua sistematização. Os sucessores imediatos de al-Khwarizmi lançaram-se nesse trabalho sem tardar... A ampliação e a sistematização do cálculo algébrico permitiu-lhes formular a idéia de demonstração algébrica na medida em que elas forneciam os elementos de uma realização possível. No início do século XI... al-Karaji (fim do século X), engaja-se em dar, além da demonstração geométrica, uma outra demonstração, a algébrica, dos problemas que ele investiga.” (Rashed; 1984: 250).

O terceiro aspecto característico apontado por Lins (1992) na álgebra de al-Khwarizmi — e, segundo ele, o mais importante — é o fato de que, a partir dessa obra, a Álgebra passa a ser tratada, por ela mesma, como uma disciplina autônoma na Matemática. Mais ainda, a Álgebra, desde então, passa a ser concebida pelas gerações futuras de matemáticos islâmicos e, posteriormente, pelos matemáticos europeus da Idade Média e da Renascença, “como um método que pode igualmente ser aplicado a problemas geométricos e aritméticos.”(Lins; 1992: 106).

Diante de tais considerações acerca dos aspectos característicos e singulares da álgebra de al-Khwarizmi, se se considera, então, que as realizações científicas — no nosso caso, e por analogia, as realizações matemáticas — são realizações “suficientemente sem precedentes para atrair um grupo duradouro de partidários, afastando-os de outras formas de atividade científica dissimilares... [e] suficientemente abertas para deixar toda espécie de problemas para serem resolvidos pelo grupo redefinido de praticante” (Kuhn; 1982: 30), então, nesse sentido, a *Hisab al-jabr wa'l-muqabalah* de al-Khwarizmi pode ser considerada a pedra fundamental de uma tal realização que, por um período de quase oito séculos, pôde orientar, paradigmaticamente, como legítimos, os programas de pesquisa que desabrocharam em Álgebra desde então.

No entanto, diante dessa afirmação, é preciso que se reconheça e se saliente que a álgebra de al-Khwarizmi, embora tratada no presente ensaio como a mais importante realização matemática a permitir o desenvolvimento de um período de pesquisa normal na Álgebra, ela, enquanto uma tal realização, não foi única[51].

De fato, embora já no século IX, matemáticos como, por exemplo, Banu Musa tenham recusado a interpretação geométrica das operações aritméticas, os trabalhos dos algebristas islâmicos durante os séculos IX e X foram, ainda, — como mostram as obras de Abu Kamil, de Ibn Qurra e de al-Buzjani — bastante ligados à geometria. Mesmo durante o século XI, ao lado da nova ordem aritmética que já se estabelecia para o tratamento das operações na álgebra, a tendência pela interpretação geométrica das operações aritméticas ainda resistia. Um dos mais importantes nomes entre os matemáticos islâmicos que trabalhavam dando às equações algébricas, tanto um tratamento aritmético quanto geométrico, destacou-se o de Omar Kayyam[52], que viveu cerca de setenta e cinco anos, entre a segunda metade do século XI e as duas décadas iniciais do século seguinte.

Aqui, parece-nos que uma pergunta se põe naturalmente: se a álgebra de al-Khwarizmi já apontava, desde o século IX, os caminhos de um tratamento aritmético para o cálculo algébrico, que fatores, então, teriam retardado o desabrochar definitivo do tratamento aritmético em contraposição ao geométrico?

No nosso modo de ver, a principal condição objetiva que retardou a eclosão do que era gestado na álgebra de al-Khwarizmi — um tratamento aritmético das operações algébricas pelos matemáticos do mundo islâmico — pode ser atribuída ao acesso que esses matemáticos tiveram aos trabalhos produzidos na antiguidade grega e que foram traduzidos ao árabe a partir do século IX.

De fato. *Os Elementos* de Euclides foi transposto ao árabe em meados do século IX pelo matemático al-Hajag. Embora al-Hajag tenha sido contemporâneo de al-Khwarizmi, "parece que [os *Elementos*] teve pouca ou nenhuma influência sobre a *Álgebra* [do matemático persa]."(Lins; 1992: 118).

---

[51] Do mesmo modo que para Thomas Kuhn, "'ciência normal' significa a pesquisa firmemente baseada em ***uma ou mais*** realizações científicas passadas." (Kuhn; 1982: 29) (grifo nosso), estaremos admitindo, também, que o período de pesquisa normal na matemática se baseia igualmente em ***uma ou mais*** realizações matemáticas passadas.

[52] Embora tenha sido importante filósofo e se destacado como brilhante astrônomo e matemático, Omar al-Khayyam ganhou notoriedade no mundo ocidental quase que exclusivamente como poeta, pela sua obra *Rubaiyat*, uma coleção de esplendorosos seiscentos pequenos poemas.

Posteriormente, no início do século X, a *Aritmética* de Diofanto é traduzida ao árabe pelo matemático Qusta Ibn Luqa e, no mesmo período, Thabit Ibn Qurra traduz, também ao árabe, os trabalhos de Arquimedes e de Ptolomeu, a *Introdução à Aritmética* de Nicomachus e a *Cônica* de Apolônio.

No entanto, mesmo influenciados pelas obras dos matemáticos gregos, desde o surgimento da *Hisab al-jabr wa΄l-muqabalah* de al-Khwarizmi "o estudo e o desenvolvimento da teoria das equações e do cálculo algébrico eram vivamente perseguidos [pelos matemáticos islâmicos]" (Lins; 1992: 117). Uma evidência disso são as várias transcrições dessa álgebra por matemáticos islâmicos desde o século IX. Dentre essas transcrições, destaca-se uma, comentada, de abu Kamil que, posteriormente, foi usada pelo matemático italiano Leonardo de Pisa — mais conhecido por Fibonacci — quando da sua incursão ao estudo das equações algébricas.

Porém, é somente na virada do século X para o século XI que o projeto de uma álgebra aritmeticamente estruturada começa a materializar-se enquanto realização matemática.

Escrita, nesse período, por al-Karaji, o *Fakhri*[53] é um tratado sobre álgebra, de qualidade matemática reconhecida, que, segundo Lins (1992), promove uma mudança nos modos de produção de significados sobre os objetos dessa disciplina.

São vários os aspectos que distinguem essa obra dos outros tratados sobre álgebra que a precederam. Um desses aspectos — o central, no nosso modo de ver — é o fato de o *Fakhri* começar a sua exposição apresentando uma teoria para um cálculo algébrico, onde fica evidente a intenção do autor em recusar a "interpretação geométrica", tanto a dos números quanto a das operações algébricas sobre esses objetos. Sobre isso, Rashed escreve:

> "Esta exposição tem por objetivo mais ou menos explícito o estudo dos meios de realizar a autonomia e a especificidade da álgebra, a fim de poder recusar, particularmente, a representação geométrica das operações algébricas." (Rashed; 1984: 32).

De acordo com Lins (1992), o objetivo perseguido por al-Karaji com o seu tratado — objetivo que, como já dissemos, fomenta uma mudança conceitual nos modos de se

[53] Esse tratado sobre álgebra, escrito por al-Karaji, tem uma edição resumida em língua francesa, elaborada por Woepcke (1982) em 1853, e reeditada em 1982.

tratar o conhecimento algébrico e nos meios de se promover o seu desenvolvimento — pode ser notado nos vários aspectos que distingue a sua álgebra das outras que a precederam.

Ainda que, nesse nosso ensaio, o objetivo não seja o de promover uma análise detalhada do *Fakhri*, destacaremos, aqui, outros aspectos singulares dessa obra que nos obrigam a asseverar o seu caráter de realização matemática.

Assim como seu antecessor Abu Kamil, al-Karaji introduz na sua teoria do cálculo algébrico o uso de uma segunda incógnita, mas, diferentemente daquele, utiliza uma notação — um nome — para ela. Em sua teoria, aparecem, possivelmente pela primeira vez enquanto tratamento algébrico, as definições de divisão e de "extração da raiz quadrada" (radiciação) como operações inversas da multiplicação e da potenciação respectivamente.

Para Lins (1992), no entanto, o avanço significativo, a realização interna maior promovida por esse manual é o fato de ele antecipar o primeiro tratado sistematizado de uma álgebra dos polinômios. Mas o extraordinário nisso tudo é que o cálculo algébrico, nessa obra, é tratado por ele mesmo, sem recurso algum de uma "ilustração geométrica": a "intenção aritmética" na álgebra de al-Karaji já não é implícita como em al-Khwarizmi.

Para mostrar que a intenção de al-Karaji em "aritmetizar" a álgebra é explicitamente evidente, Lins recorre a um comentário de Woepcke (1982), quando esse observa a preocupação do matemático em "organizar o entendimento das regras do cálculo algébrico... pelas regras da aritmética vulgar... (Woepcke, op. Cit. P7)" (apud Lins; 1992: 119).

Além do mais, al-Karaji estava bem mais interessado "em conhecer a estrutura operativa no domínio dos números [...] [do que em] construí-los rigorosamente." (Lins; 1992: 119): se para seu predecessor Abu Kamil, por exemplo, os números eram concebidos como objetos modelados pelas grandezas geométricas, para al-Karaji, o olhar sobre esses objetos era posto em uma outra direção: as grandezas geométricas é que eram "transportadas" em números.

Segundo Rashed (1984), a concepção de número de al-Karaji muito possivelmente esteja associada à noção de incomensurabilidade e irracionalidade que ele adotou do livro X de *Os Elementos* e que usou, inclusive, para mostrar "como essas quantidades [incomensurabilidade, irracionalidade] são transportadas em números." (Rashed; 1984: 36).

Esses aspectos singulares que observamos na obra de al-Karaji parecem-nos suficientes para mostrar o rompimento desse matemático com a tradição de uma álgebra denominada geométrica. Mais do que isso: ao promover uma mudança conceitual no tratamento do cálculo algébrico — mudança que encontrou adeptos entre os matemáticos islâmicos das gerações seguintes e entre os matemáticos europeus da Idade Média e da Renascença —, o *Fakhri*, como materialidade da intenção implícita no *al-jabr wa'l-muqabalah*, se desabrocha em uma realização matemática sobre a qual o primeiro paradigma da Álgebra, universalmente aceito na Europa, assentaria as suas bases.

No subseqüente desenvolvimento do processo de aritmetização da álgebra islâmica, um nome não pode, no nosso modo de ver, ser omitido: pouco reverenciado pelos historiadores do mundo ocidental, al-Samaw'al foi, possivelmente, o mais influente matemático islâmico do século XII. Entre as suas contribuições mais importantes, apresentadas em seu livro *al-Bahir*, está a utilização do zero como um número e um tratamento completo da "regra dos sinais" para a multiplicação.

No âmbito de suas reflexões matemáticas, propõe uma classificação das proposições na álgebra, distribuindo-as em três subclasses[54]: as *necessárias*, as *possíveis* e as *impossíveis*. Dentro da subclasse das *proposições necessárias* estão aquelas proposições que são demonstráveis — e, portanto, se aplicam — para todo número ou mesmo para um conjunto restrito de números; na subclasse das *proposições possíveis* estão as conjecturas, ou seja, aquelas proposições que são passíveis de serem aplicadas, ainda que não se possa encontrar uma demonstração de sua verdade ou de sua falsidade, e, finalmente, na subclasse das *proposições impossíveis* estão aquelas que não são *necessárias* nem *possíveis*. Para contornar os problemas postos nessa terceira subclasse, al-Samaw'al introduz a noção de "prova por absurdo".

De acordo com Wussing (1998), o processo de aritmetização da álgebra alcançou, nos séculos XI e XII, com as obras de al-Karaji e de al-Samaw'al, o seu ponto mais alto. Nesse período, foram sendo eliminados, pouco a pouco, nas técnicas de demonstração, os procedimentos geométricos e, em seu lugar, formulações e considerações de tipo algébrico foram sendo incorporadas. Naqueles casos em que se queriam renunciar completamente as considerações geométricas, utilizou-se, ainda segundo Wussing (1998), uma forma simples, mas incompleta, do *princípio da indução completa*.

---

[54] Uma análise mais completa dessa classificação pode ser encontrada em Rashed (1984: 51-52).

A afirmação de al-Samaw'al de que a álgebra é concebida "para operar sobre as incógnitas através de todos os instrumentos aritméticos, como a aritmética opera sobre as [grandezas] conhecidas" (Rashed; 1984: 27) nos dá uma mostra de quão comprometido ele estava com o novo paradigma da álgebra que se firmava. Esse comprometimento pode ser observado quando Lins escreve:

> "Em al-Samaw'al, temos uma indicação do nível de maturidade alcançado, no século XII, no desenvolvimento de um conhecimento algébrico que é dirigido e é obtido através de um novo modo de se pensar a álgebra." (Lins; 1992: 120).

Aquilo a que Lins se refere, acima, como "um novo modo de se pensar a álgebra" será tomado, no presente ensaio, como um novo paradigma para a Álgebra, ou mais precisamente, no caso particular dessa disciplina, como o primeiro paradigma da Álgebra universalmente aceito pelos matemáticos árabes e europeus da Idade Média e da Renascença.

Até o século XII da nossa era, o conhecimento matemático no continente europeu era muito pequeno, para não dizer insignificante, se comparado, por exemplo, àquele alcançado pela civilização islâmica. Podemos afirmar que a matemática européia somente alcançou um êxito considerável no fim da Idade Média e, especialmente, a partir do Renascimento. O surgimento das primeiras universidades como centros de ensino absolutamente subordinados aos desígnios da Igreja Romana está na gênese desse processo.

Com o surgimento dessas primeiras universidades, a maior parte do conhecimento científico adquirido na Europa é resultado das traduções, do árabe ao latim, de tratados da antigüidade grega, da Ásia Central e do Oriente Médio que a civilização islâmica era depositária. Por essa via, os matemáticos europeus[55] do início do século XII tomaram contato com obras como *Os Elementos* de Euclides, o *Almagesto* de Ptolomeu e a *Hisab al-jabr wa´l-muqabalah* de al-Khwarizmi.

De qualquer modo, é somente no século XIII que a Matemática na Europa começa a dar os seus primeiros grandes passos na direção daquilo que viria a tornar-se um dia, alguns séculos depois: um centro irradiador da cultura européia e do conhecimento matemático para todo o mundo.

---

[55] O trabalho dos tradutores europeus, nesse período, foi bastante profícuo. Somente na Espanha destacaram-se, como tradutores, Robert de Chester, Platão de Tívoli, Rudolph de Burges e Gerardo de Cremona, somente para citarmos alguns nomes. O mais conhecido entre esses — Gerardo de Cremona (1114 – 1187) — traduziu, do árabe ao latim, mais de oitenta obras entre tratados de astronomia, de álgebra e de geometria.

Se as condições objetivas para o desabrochar do conhecimento matemático na Europa podem ser explicadas pela divisão nas relações sociais do trabalho entre a cidade e o campo e pelo surgimento de uma burguesia mercantilista a controlar as relações sociais monetário-mercantilistas de produção e troca, para Ríbnikov (1991), duas são as condições subjetivas que animaram o surgimento do conhecimento científico no Velho Continente: a luta contra a escolástica e a teologia iniciada pelo filósofo e teólogo inglês de língua latina Roger Bacon (1214–1294), e os trabalhos desenvolvidos pelo matemático italiano Leonardo de Pisa (1175–1250), por volta do ano 1200.

Leonardo de Pisa — também conhecido por Leonardo Fibonacci — foi o mais talentoso matemático europeu da Idade Média. Filho de um abastado representante comercial da cidade italiana de Pisa, recebeu parte de sua educação tutelado por um professor muçulmano, em Bejaia — norte da África — onde seu pai desempenhava uma função alfandegária.

Muito possivelmente influenciado pelas atividades mercantis do pai, cedo ainda, o menino Leonardo começou a interessar-se pela aritmética. As freqüentes viagens, que as exigências comerciais impunham a sua família, obrigaram-no a completar seus estudos em diversos dos mais importantes centros culturais no norte da África, na Espanha e na Sicília. O resultado de uma formação como essa, em contato direto com as matemáticas desenvolvidas pelos povos árabes, hindus e chineses, tiveram seus reflexos na sua obra *Liber abaci* — *Livro sobre os ábacos* — escrita em Pisa, no ano de 1202.

Influenciado pelas álgebras de al-Khwarizmi e de Abu Kamil — e, portanto, no âmbito do paradigma da Álgebra estabelecido pela obra do primeiro desses dois autores —, Fibonacci, segundo Eves (1997), estava convencido da superioridade prática de se trabalhar com os métodos indo-arábicos, para o cálculo, apresentados pela matemática islâmica.

Muito embora a aritmética e a álgebra apresentadas no *Livro sobre os ábacos*[56] de Fibonacci não tenham, ao que parece, acrescentado contribuições teoricamente relevantes

---

[56] "No 'Livro sobre o ábaco' há 15 partes. Nas sete primeiras estão expostos o cálculo de números inteiros segundo o sistema decimal posicional e operações com frações comuns. As partes 8-11 contêm aplicações e cálculos comerciais: regra de três simples e composta, divisão proporcional, problemas sobre a determinação da quantidade de moedas. Uma coleção diversa de problemas resolúveis mediante os métodos da falsa posição simples e dupla, adição de progressões aritméticas e de quadrados de números naturais, a busca de soluções inteiras de equações indeterminadas de primeiro grau constituem as partes 12 e 13. A penúltima parte, a décima-quarta, está dedicada ao cálculo de raízes quadradas e cúbicas e operações com 'binômios', isto é, expressões da forma $a \pm \sqrt{b}$. Culmina o 'Livro sobre o ábaco' com a 15ª parte que contém uma breve exposição da álgebra e as almuqabalas, próximas à álgebra de Khuwarizmi, e além disso, problemas sobre as frações numéricas contínuas e problemas geométricos que se reduzem à aplicação do teorema de Pitágoras." (Ríbnikov; 1991: 121).

ao desenvolvimento da Álgebra naquele início de seu período de pesquisa normal, a importância maior dessa obra reside no fato de ela ter sido a principal responsável pela divulgação[57], na Europa, não só da notação indo-arábica para numerais como, também, de uma parte considerável do conhecimento algébrico posto em movimento, séculos antes, pela tradição matemática dos povos que habitavam o Extremo Oriente e as regiões que circundavam as costas do Mar Mediterrâneo.

Referindo-se ao *Liber abaci*, Ríbnikov escreve:

> "Este livro é uma extensa enciclopédia dos conhecimentos matemáticos dos povos que viviam nas costas do Mar Mediterrâneo. Durante mais de duzentos anos constituiu-se em um modelo insuperável de obras matemáticas para os europeus e preparou os novos êxitos das matemáticas na época do Renascimento."(Ríbnikov; 1991: 121).

Leonardo de Pisa escreveu, ainda, outros tratados matemáticos[58]. Porém, assim como *Liber abaci*, nenhum deles introduziu contribuições teóricas significativas ao desenvolvimento do cálculo algébrico, da aritmética ou da geometria. No entanto, é com o *Liber abaci* que o primeiro paradigma da álgebra, baseado nas realizações matemáticas de al-Khwarizmi e al-Karaji, instala-se na cultura ocidental.

Nos três séculos que separam a publicação do *Liber abaci* das primeiras luzes do Renascimento europeu não surgiram, ao que parece, grandes contribuições teóricas à história da matemática. Isso não significa, contudo, que aquele tenha sido um período insignificante, sem importância ao posterior desenvolvimento da Matemática na Europa. Muito pelo contrário: mesmo diante da tremenda opressão política e econômica exercida pelos governos da nobreza feudal e pelo clero, opressão essa que amordaçava o espírito criativo e ajudava a impedir, por todos os meios disponíveis — da excomunhão à destruição física e

---

[57] Enquanto divulgadora da numeração indo-arábica na Europa, a obra *Liber abaci*, de Leonardo de Pisa, não esteve sozinha nessa empreitada: segundo Boyer (1999), contribuíram, nesse processo, *Carmen de algorismos* de Alexandre de Villedieu — uma obra escrita na forma de poema, que trata o zero como um número e descreve as quatro operações fundamentais sobre os inteiros usando numerais indo-arábicos — e *Algorismus vulgaris*, do inglês John de Halifax, mais conhecido por Sacrobosco.

[58] Embora fosse, antes de tudo, um algebrista, Fibonacci publicou, na segunda década do século XIII, *Practica geometiae*, uma obra que, segundo Boyer (1999), parece ter sido baseada na versão árabe da *Divisão de figuras*, de Euclides, um trabalho que se perdeu ao longo do tempo. Na mesma década, publicou, ainda, duas outras obras — *Flos* e *Liber quadratorum* — onde apresenta uma gama de problemas, alguns dos quais haviam sido discutidos nas competições matemáticas promovidas na corte do imperador Frederico II.

moral —, o desenvolvimento das forças produtivas, mesmo assim, diante de tudo isso, o desenvolvimento das ciências e das matemáticas era posto em curso no continente europeu.

> "Sem dúvida, nestes séculos 'auxiliares' nas matemáticas transcorreu um processo interessante e pouco estudado de acumulação de premissas. Os conhecimentos matemáticos se difundiam entre círculos cada vez mais amplos de cientistas. As idéias e resultados acumulados nas obras de Leonardo e de outros matemáticos, o conteúdo dos livros traduzidos de autores antigos, a existência de um grande número de problemas teóricos e práticos colocados e aceitos, mas ainda não resolvidos, tudo isso conduziu a um novo Ascenso científico." (Ríbnikov; 1991: 122).

Para Ríbnikov (1991), no período compreendido entre o século XIII e as primeiras décadas do século XVI, o desenvolvimento das matemáticas avançou, fundamentalmente, na direção de duas realizações: na constituição da trigonometria, enquanto disciplina autônoma, separada da astronomia e, com menos êxito, no âmbito da Álgebra, na representação simbólica para números arbitrários.

Como o objetivo central deste tópico é apresentar a nossa leitura do processo segundo o qual a Álgebra se desenvolveu em seu primeiro período de pesquisa normal na Europa, não daremos, aqui, atenção especial ao desenvolvimento da trigonometria[59] nem, tampouco, ao processo de emancipação dessa disciplina enquanto área de interesse específico da Matemática. Assim, estaremos, neste tópico, com as nossas atenções voltadas à dinâmica através da qual a Álgebra foi sendo posta, na Europa, pelas gerações de matemáticos posteriores a Fibonacci.

Como já dissemos anteriormente, embora o período compreendido entre o século XIII e as décadas iniciais do século XVI contenha, de matemática, pouco de importante que não seja possível encontrar no *Liber abaci* de Fibonacci, aquele foi um período de "acumulação de premissas", um período em que o pensamento matemático europeu estava

[59] Segundo Ríbnikov, os êxitos da trigonometria "foram uma conseqüência do desenvolvimento da trigonometria. A trigonometria, em essência, foi durante quase toda a idade média parte da astronomia, desenvolvida não tanto em virtude do seu significado para as ciências naturais, como pela necessidade de confeccionar horóscopos astrológicos. Os conhecimentos da astronomia foram assimilados, como os demais conhecimentos matemáticos, em sua maioria através das traduções de trabalhos científicos do árabe. Assim, os matemáticos europeus tiveram para eles o produto dos astrônomos e dos matemáticos tanto da Grécia antiga, quanto da ciência árabe posterior." (Ríbnikov; 1991: 123).
Complementarmente, em meados do século XVI, Johann Müller publicou a obra *Cinco livros sobre triângulos de qualquer gênero*, onde a trigonometria foi tratada, possivelmente pela primeira vez, de uma forma autônoma, separada da astronomia, como uma disciplina específica da Matemática.

sendo gestado com base nas realizações matemáticas da Antigüidade Grega e dos povos de língua árabe.

Além de Fibonacci, muitos foram os matemáticos europeus que, naquele período, participaram desse processo. Nicola Oresme (1328-1382), Nicholas Cusa (1401-1464) e seu discípulo Georg Von Peurbach (1423-1463), o alemão Johann Müller (1436-1476) — o mais influente matemático europeu do século XV, conhecido pelo apelido de Regiomontanus —, o francês Nicolas Chuquet, morto por volta de 1500 e o italiano Luca Pacioli(1445-1509). Esses são alguns dentre os mais importantes nomes de matemáticos europeus que contribuíram na formação do pensamento algébrico na Europa.

Embora as álgebras escritas naquele período, assim como a dos árabes, eram uma álgebra retórica, em algumas delas — como em Regiomontanus, Chuquet e Pacioli, por exemplo — já aparece algum tipo de representação simbólica para números arbitrários e para indicar operações aritméticas.

É bom que se frise, contudo, que, nesse simbolismo, não há ainda símbolos especiais para as incógnitas e nem mesmo para as quantidades conhecidas: a maioria dos símbolos é formada por abreviaturas de palavras. Na verdade, ainda não há, nessas álgebras, uma unidade dos símbolos algébricos, nem mesmo — e não raras vezes — dentro de um mesmo livro ou de uma mesma obra. Os signos, ali, não formam — como na álgebra contemporânea — um sistema logicamente estruturado.

As álgebras de Regiomontanus, de Chuquet e de Pacioli, por exemplo, eram sincopadas, ou seja, eram álgebras onde os símbolos eram formados pela supressão de fonema ou fonemas no interior de uma palavra-chave onde, por exemplo, *p* (de *più*) era usado para indicar adição, *m* (de *meno*) indicava a subtração, *co* (de *cosa*) indicava uma incógnita, *ce* (de *censo*) substituía o que se representa hoje por x^2, *cu* (de *cuba*) representava o x^3 atual e no lugar do que hoje denotamos por x^4 era usado o símbolo *cece* (de *censo-censo*). Outros símbolos eram ainda utilizados por aquelas álgebras: a raiz quadrada e a raiz cúbica eram representadas, respectivamente, por R_x (de *radix*) e $R_x ucu$ (de *radix universalis cuba*) e para designar a igualdade usava-se o signo *ae* (de *aequalis*). Nas obras de Cardano, só para citarmos um exemplo, "a raiz da equação 'cubus 6 rebus aequalis 20' ($x^3 + 6x = 20$) se encontrava mediante a fórmula

$$R_x ucu R_x 108 p 10 \mid m R_x ucu R_x 108 m 10$$

$\sqrt[3]{\sqrt{108}+10}-\sqrt[3]{\sqrt{108}-10}$" (Ríbnikov; 1999: 132).

Conforme havíamos dito, no transcurso de tempo que marcou a Idade Média, o pensamento matemático europeu foi sendo moldado com base nas realizações matemáticas dos povos que habitavam o norte da África e as costas do Mar Mediterrâneo.

A partir do século XV, com o fim da Idade Média na Europa, tanto as matemáticas quanto as outras áreas do conhecimento e da cultura desenvolveram-se em uma atmosfera de profundas transformações sociais de ordem econômica, política e cultural: se por um lado, as antigas relações feudais de produção, de troca e de trabalho começavam a decompor-se, por outro, uma burguesia mercantilista, ávida de crescimento, estabelecia novas relações capitalistas.

Nas relações de produção surgem as manufaturas e, com elas, novos desafios, outras exigências: a introdução da máquina no processo produtivo exigia, a cada dia, o aperfeiçoamento da técnica e impunha uma nova divisão de trabalho.

Nas relações comerciais os avanços foram mais espetaculares ainda. As grandes navegações, além de expandir extraordinariamente as possibilidades de comércio e de acumulação de riquezas com a conquista e a exploração de *novos mundos*, trouxeram, também, exigências de novos conhecimentos, tanto para o aprimoramento das técnicas, quanto para a astronomia, para as ciências naturais e para as matemáticas.

Nas relações políticas, a mudança fundamental verifica-se no surgimento das grandes monarquias — o poder real — que, com o apoio da burguesia mercantilista que habitava principalmente as grandes cidades, subjugam a influência do poder feudal.

Como parte dessas transformações, o florescimento cultural nas artes, nas ciências, na economia e nas matemáticas veio determinar um outro nível totalmente novo de exigências intelectuais. Não há como negar que a invenção da imprensa de tipos móveis, em meados do século XV, e a conseqüente disseminação do conhecimento foram determinantes nesse processo.

É, pois, induzido por essas profundas transformações que o espírito matemático europeu, em formação desde o século XII, materializa-se entre os povos de cultura ocidental.

Desde o final da Idade Média e no início do Renascimento europeu, as atividades matemáticas no Velho Continente desenvolveram-se, com mais intensidade, nas cidades do norte da Itália — rota do comércio com o Oriente —, entre elas Veneza, Florença, Turim e Bolonha; nas cidades de Nuremberg, Viena e Praga, na Europa Central e, mais tarde, em Paris.

Como já havíamos frisado anteriormente, embora as atividades matemáticas na Europa tenham girado em torno da aritmética, da geometria, da trigonometria e da álgebra, foi nessa última que os avanços mais significativos foram alcançados nesse último período.

O primeiro grande tratado sobre Álgebra, escrito durante o Renascimento europeu, foi o *Ars Magna* de Gerônimo Cardano (1501-1576), publicado pela primeira vez em 1545. Nessa sua obra, como escreve Boyer:

> "Cardano usava pouca sincopação, sendo um verdadeiro discípulo de al-Khwarizmi, e, como os árabes, pensava em suas equações com coeficientes numéricos específicos como representantes de categorias gerais. Por exemplo, quando escrevia, 'seja o cubo e seis vezes o lado igual a 20' (ou $x^3 + 6x = 20$), ele evidentemente estava pensando nessa equação como típica de *todas* as que têm 'um cubo e coisa igual a um número' — isto é, da forma $x^3 + px = q$." (Boyer; 1999: 195).

Esse seu célebre trabalho testemunha que, no campo da Álgebra, os esforços dos matemáticos europeus eram, naquele tempo, direcionados às soluções algébricas das equações do 3º e 4º graus. Se não, vejamos o que Ríbnikov nos diz sobre ele:

> "Esta grande obra (40 capítulos) contém não só as regras das operações algébricas e os métodos de busca para equações dos primeiros três graus, como também os elementos da teoria geral das equações algébricas. Assim, Cardano introduziu um método regular de redução da equação cúbica geral $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ à forma à qual falta o termo quadrado da incógnita mediante a substituição $x = x_1 + h$ e o estendeu à equação de 4º grau. No 'Ars magna...' se expressam muitos teoremas sobre a inter-relação entre as raízes e os coeficientes: sobre as raízes positivas e negativas ('fictícias'), sobre suas somas e outros teoremas; por exemplo: se na equação todos os termos que estão na parte esquerda têm grau maior que os graus dos termos da parte direita, então a equação tem uma e somente uma raiz positiva. Finalmente, Cardano mostrou a divisibilidade do polinômio algébrico $P_n(x)$ por $(x - x_1)$, onde x_1 é uma raiz da equação $P_n(x) = 0$. Cardano também incluiu em seu livro o método de resolução de equações de 4º grau mediante a redução do problema a uma resolvente cúbica, descoberta por seu aluno L. Ferrari (1522-1565)." (Ríbnikov; 1991: 129).

Em sua tese, *A Framework for Understanding what Algebraic Thinking is,* Lins aborda dois aspectos na direção dos quais se é possível acompanhar o desenvolvimento da

Álgebra na cultura ocidental e, portanto, detectar, através desse desenvolvimento, as contribuições paradigmáticas que determinaram o crescimento cumulativo dessa disciplina, em seu primeiro período de pesquisa normal na Europa, até meados do século XIX: "a transformação da noção de número, e a mudança no entendimento de atividade algébrica." (Lins; 1992: 140).

Porém, antes de analisarmos, para os propósitos do presente trabalho, o desenvolvimento da Álgebra naquele período, a partir da abordagem proposta por Lins(1992), iremos expor, de maneira sucinta, os principais avanços obtidos pelos matemáticos do Renascimento europeu na resolução algébrica de equações cúbicas e quárticas.

Historiadores da Matemática geralmente concordam com que os avanços obtidos na resolução de equações algébricas de 3º e 4º graus pelo método dos radicais — essencialmente, uma conquista dos matemáticos italianos daquele período — foram, possivelmente, a mais extraordinária aquisição matemática do século XVI.

No curso dessa história, por volta de 1515, um professor da Universidade de Bolonha, chamado Scipione Del Ferro (1465-1526), "baseando seu trabalho possivelmente em fontes árabes" (Eves; 1997: 302), encontrou, através de procedimentos algébricos, uma fórmula para a determinação de uma raiz positiva para as equações que têm *cubo e coisa igual a número*. Conta-se que, por muito tempo, Scipione manteve segredo sobre sua "descoberta", possivelmente para tê-la como trunfo contra seus opositores, nas disputas científicas muito comuns por aquela época. Conta-se, ainda, que, embora não tenha publicado os resultados dessa sua aquisição, pouco antes de sua morte teria revelado o seu segredo a um discípulo de nome Antonio de Fiori.

Contemporâneo de Antonio de Fiori, um outro nome importante na história das equações algébricas é o de Nicolo Fontana de Brescia (1500-1557), mais conhecido como Tartaglia.

Em 1535, Tartaglia fora desafiado por Antonio de Fiore para uma disputa pública de resolução algébrica de equações cúbicas. Durante a disputa, possivelmente num inesperado *insight*, Tartaglia teria sido capaz de encontrar uma fórmula para encontrar uma raiz da equação cúbica desprovida do termo quadrático, escrita, hoje, da seguinte forma: $x^3 + px = q$.[60]

---

[60] O método de Tartaglia para encontrar, por redução, uma solução de $x^3 + px = q$ (p e q positivos) pode ser encontrado em muitos livros de história da matemática. A versão que daremos a seguir foi baseada em Ríbnikov (1991) e será expressa em uma notação atual. Ao que parece, o método de Tartaglia — assim como o de Ferro —

No dia marcado — segundo Ríbnikov (1991), em 12 de fevereiro de 1535 —, de posse de métodos para se determinar uma raiz das equações dos tipos *cubo e coisa igual a número* e *cubo igual a coisa e número*, Tartaglia teria sido declarado vencedor naquela disputa.

Quando, em 1545, Cardano publica na cidade de Nuremberg a sua grande obra *Ars Magna*, lá estavam as soluções das equações cúbicas que Tartaglia teria lhes confiado sob segredo juramentado. Em reação aos protestos de Tartaglia, Cardano, dando-lhe crédito, teria lhe justificado que já conhecia aquela equação através de trabalhos de Scipione Del Ferro.

No entanto, os desdobramento dos "fatos" relacionados a esse episódio carrega consigo muitas versões, contradições e intrigas que já foram, ao longo dos tempos, muito exploradas pelos historiadores da Matemática. A nós, no presente trabalho, somente interessam as contribuições — sejam elas de Tartaglia, de Cardano, ou de quem quer que seja — daqueles grandes matemáticos europeus ao desenvolvimento da Álgebra, contribuições que viriam mostrar que o primeiro paradigma da Álgebra na Europa, baseado nas realizações matemáticas de al-Khwarizmi e de al-Karaji, não se esgotariam, em todas as suas possibilidades até os anos finais do século XVIII e o desabrochar do século XIX.

Uma evidência de que o paradigma da Álgebra no século XVI estava longe de esgotar-se em todas as suas potencialidades pode ser observada na própria *Ars Magna*. Nessa obra, Cardano apresenta vinte e seis casos onde as equações de 4º grau são tratadas por

---

partia da escolha de uma forma adequada para a expressão da raiz procurada, uma escolha cuidadosa para se evitar, tanto os negativos, quanto as suas raízes quadradas.

Tartaglia teria escolhido $x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$. Substituindo essa expressão na equação em estudo e colocando $p = 3\sqrt[3]{uv}$, ele obteve o sistema

$$u - v = q$$
$$u.v = (p/3)^3$$

Interpretando u e v como raízes de um equação quadrática, Tartaglia encontrou:

$$u = \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2} + \frac{q}{2}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2} - \frac{q}{2}$$

Pouco tempo depois, escolhendo $x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v}$, Tartaglia teria encontrado uma raiz para a equação $x^3 = px + q$. Ainda, segundo Ríbnikov (1991), Tartaglia teria comunicado que as equações colocadas na forma $x^3 + q = px$ poderiam ser reduzidas ao caso anterior; no entanto, não divulgou o método de redução.

procedimentos algébricos. “Sobre a regra para resolver equações quárticas, Cardano escreveu na *Ars Magna* que ‘é devida a Luigi Ferrari[61], que a inventou a meu pedido.’” (Boyer; 1999: 196).

O surpreendente êxito alcançado por aquele paradigma da Álgebra na busca de soluções para equações cúbicas e quárticas colocou, à comunidade matemática, o problema de se encontrar, pelo método da redução, via radicais, soluções das equações algébricas de graus maiores do que quatro. Não foram poucas as tentativas e os esforços dos matemáticos nessa direção. Porém, como é sabido, todas essas tentativas, todos esses esforços não conduziram os matemáticos às soluções procuradas.

No âmbito do paradigma partilhado pelos matemáticos daquela época, a construção de uma teoria geral das equações algébricas se defrontava, segundo Ríbnikov (1991), com pelo menos dois grandes obstáculos: a laboriosa complexidade das fórmulas obtidas com os métodos algébricos empregados e a impossibilidade de se dar uma explicação teórica ao caso das equações algébricas consideradas irredutíveis diante da impossibilidade ontológica dos imaginários e dos negativos.

> “O primeiro [desses obstáculos] constituía um incômodo puramente prático. Cardano o elimina propondo encontrar raízes aproximadas da equação, mediante a regra das duas posições falsas, já conhecida pelos egípcios e, na essência, aplicada também em nossos dias na forma de interpolação simples ou linear. O segundo obstáculo tem raízes mais profundas e os esforços por sua superação tiveram conseqüências muito importantes.” (Ríbnikov; 1991:131).

Os problemas envolvendo os negativos e as suas raízes representaram, de fato, um desafio muito grande aos matemáticos daquele período. Nesse sentido, parece-nos pertinente — como sugere Lins (1992) em sua tese — analisarmos o desenvolvimento da Álgebra naquele seu primeiro período de pesquisa normal, focando nossa atenção na transformação da noção de número e na conseqüente mudança no entendimento de atividade algébrica.

Não é difícil constatar que, em *Ars Magna*, enquanto os irracionais são tratados sem dificuldades, as quantidades imaginárias são cuidadosamente evitadas e os negativos são tratados como números fictícios em oposição aos números verdadeiros, os positivos. Por outro

[61] Luigi Ferrari, nascido em Bolonha, foi possivelmente o mais famoso entre os discípulos de Cardano. A regra que teria inventado para equações quárticas pode ser vista em Boyer (1999: 196-197).

lado, já é possível observar, nesse tratado de Cardano, os primeiros sinais, tênues ainda, mas os primeiros indícios de um tratamento *internalista* às quantidades negativas e às imaginárias enquanto entidades simbolicamente constituídas.

Julgamos importante frisar, entretanto, que esses vestígios do simbólico a que nos referimos não estão, como pode parecer a um olhar menos atento, no simples uso dos signos para representar quantidades numéricas, sejam elas conhecidas ou desconhecidas. Os vestígios a que nos referimos, aqui, são de outro tipo e dizem respeito, como veremos, a modos de produção de significados.

De fato: diante da impossibilidade ontológica das quantidades imaginárias, Cardano as evita cuidadosamente. Mas evitá-las não basta, não é suficiente para que elas não mais apareçam: a sua existência já está posta no ato de evitá-las. No entanto, a tensão entre essa impossibilidade ontológica e a possibilidade de se operar concretamente com essas quantidades, através de procedimentos *aritméticos*, fez com que Cardano não somente reconhecesse a legitimidade delas, mencionado-as em sua *Ars Magna* como, também, produzisse, *internamente* em sua álgebra, um significado para o até então ininteligível significante $\sqrt{-1}$. Com isso, Cardano declara, de fato, a utilidade dos imaginários, ainda que — a menos de uma rara exceção[62] — não tenha trabalhado com eles no restante de sua obra máxima.

Analisando o caráter simbólico que Cardano atribui aos imaginários no *interior* de sua álgebra, Lins escreve:

> "Nenhuma ontologia das quantidades imaginárias estava disponível, e a manipulação dessas 'coisas', de fato, seguia simplesmente as regras da aritmética dos números reais, ie, elas tinham um *caráter puramente simbólico*. É interessante observar que seu direito de existência, em Bombelli e Cardano, por exemplo, está ligado ao método algébrico, do mesmo modo como os negativos estavam ligados ao método *fang cheng* na matemática chinesa. No entanto, enquanto os *fang cheng* eram introduzidos somente como um *elemento necessário do método*, no caso dos números complexos, eles são, ao mesmo tempo, um elemento necessário do método e o resultado da exploração das possibilidades do método, ie, *um resultado teórico*." (Lins; 1992: 139).

[62] O único momento em que Cardano trabalha com os imaginários no *Ars Magna* é na resolução do problema de se dividir 10 em duas partes de modo que o produto dessas partes seja 40. Diante desse problema ele reage dizendo: "é claro que esse caso é impossível." No entanto, mesmo assim, debruçou-se sobre o problema e obteve, como solução, as expressões $5+\sqrt{-15}$ e $5-\sqrt{-15}$. Para verificar se essas expressões atendiam os dados do problema, Cardano simplesmente multiplicou-as aritmeticamente para obter 40. É interessante — e mais do que isso: é sintomático — o fato de Cardano não ter feito a verificação de prova somando as duas expressões para se obter 10.

Num quadro desses, de inconsistência ontológica dos imaginários, uma situação densa surge no trabalho do matemático e engenheiro italiano Raphael Bombelli (cerca de 1526-1573). Em sua obra *Algebra*, publicada em 1572, ele discute o problema de se resolver a equação[63]:

$$x^3 = 15x + 4 \qquad \text{(I)}$$

Usando a fórmula de Cardano-Tartaglia, Bombelli teria obtido:

$$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}} \qquad \text{(II)}$$

Porém, por verificação direta, Bombelli sabia que x = 4 era uma solução da equação (I).

Por outro lado, ele saberia ainda, possivelmente através do *Ars Magna* que se o grau de todos os termos situados em um dos membros de uma equação for maior que o grau dos termos situados no outro membro, então, a equação tem uma e somente uma raiz positiva, que, no caso em questão, é x = 4.

Um outro aspecto do Ars Magna que ajuda a explicar o procedimento de Bombelli na resolução dessa equação, é dado por Lins quando ele escreve:

> "Cardano certamente tinha alguma idéia da relação entre o grau de uma equação polinomial e o número de raízes que ela tinha; essa idéia, entretanto, não fora inteiramente explorada por ele. Primeiro, porque necessitava do total conhecimento acerca das raízes complexas mas, também, porque necessitava saber que o zero era uma raiz possível. Segundo, e mais importante [...] existia o obstáculo das raízes múltiplas." (Lins; 1992: 139).

Certamente Bombelli, que conhecia a obra de Cardano, tivesse também a mesma idéia sobre essa relação entre o grau de uma equação polinomial e o número de suas raízes. Não fosse isso, o que teria levado Bombelli a atribuir, *por dentro* da sua álgebra um significado para a raiz cúbica de um número complexo, identificando $\sqrt[3]{2 \pm \sqrt{-121}}$ com $p \pm \sqrt{-q}$?

[63] A apresentação do problema será feita usando-se a simbologia da Álgebra Moderna.

A partir dessa identificação, fazendo $x = (p+\sqrt{-q}) + (p-\sqrt{-q}) = 4$ e utilizando-se de procedimentos aritméticos sobre os imaginários, Bombelli teria obtido p = 2.

Assim, $(2+\sqrt{-q})$ e $(2-\sqrt{-q})$ seriam as duas raízes "inteligíveis" que faltavam, desde que se encontrasse um valor para "q". Porém, usando novamente procedimentos aritméticos, teria concluído que $\sqrt{-121} = 11\sqrt{-1}$. Além do mais, pelos mesmos procedimentos, se um número da forma $2+q\sqrt{-1}$ é raiz cúbica de $2+11\sqrt{-1}$, então q = –1.

Desse modo, Bombelli teria concluído que as duas raízes "ininteligíveis" da equação dada eram:

$$x = 2 \pm \sqrt{-1}. \qquad \text{(III)}$$

O tratamento dado por Bombelli a esse problema colocava os matemáticos daquele período diante de uma situação no mínimo inusitada. Se não, vejamos: diante da equação de primeiro grau $x + a = b$, com $a>b$, se alguém daquele tempo não admitisse a existência de número negativo, seria perfeitamente admissível uma reação do tipo: "é claro que esse caso é impossível". A mesma reação seria admitida, caso um matemático, que não concebesse a existência da raiz quadrada de números negativos, fosse colocado frente a uma equação do segundo grau cujo discriminante fosse negativo.

No entanto, a situação defrontada por Bombelli era bem diferente e profundamente embaraçosa: se por um lado ele sabia, por verificação direta, que a equação em estudo admitia um número real como solução — e, portanto: "é claro que esse caso *é possível*" — por outro, usando a fórmula de Cardano-Tartaglia, obteve, como solução, as duas expressões, dadas em (III), contendo raízes quadradas de números negativos.

Vejamos o que Lins nos diz sobre o caminho escolhido por Bombelli para "escapar" dessa situação insólita:

> "A solução do dilema por Bombelli é paradigmática do caminho pelo qual a álgebra se desenvolveu na Europa, e ele envolve dois importantes passos: (i) assumir o método de solução como um *invariante*, ie, postular que o método, de fato, produz uma solução, se ela existe; e, (ii) quando uma solução existe, e o método é correto, a *expressão* obtida deve ser transformável em uma forma 'reconhecível'. Em ambos os aspectos, é necessário que o raciocínio seja conduzido *internamente* — quando é a aplicação do método que produz a 'discrepância' — e *aritmeticamente* — quando se está tentando preservar a consistência de um método baseado nas propriedades de operações aritméticas. Finalmente, o processo pelo qual são produzidos significados para as expressões em (II) é *analítico*, quando se

> inicia com a pressuposição de duas *articulações aritméticas* serem iguais, e daí derivarem as condições que tornam a igualdade verdadeira. Acima de tudo, é a preservação do *significado* que é almejado.
>
> É claro que o conceito de igualdade tem que passar por uma mudança substancial se esse processo vai ser praticado. A noção de *cálculo* não pode ser mais aquela da possibilidade de se aplicar algoritmo que produz uma *resposta*; ao invés disso, é aquela que produz uma outra expressão que tem uma *articulação aritmética* diferente, mas que pode ser *substituída* pela original em todos os casos para os quais diz respeito. Em Bombelli e em Cardano, esse entendimento é somente antecipado, e não foi introduzido como um paradigma para a álgebra." (Lins; 1992: 143).

Todavia, o caminho a ser trilhado até a aceitação definitiva dos números complexos e dos negativos estava, à época de Cardano e Bombelli, longe de ser concluído.

Descartes, por exemplo, se, por um lado, não concebia os números complexos, por outro, admitia os números negativos como raízes de equações algébricas argumentando que, mediante uma adequada transformação na equação por mudança de coordenada, era possível torná-los positivos.

Como se pode observar, embora no tratamento dado por Bombelli às equações algébricas ele disponibilizasse procedimentos técnicos para tratar quantidades imaginárias, a situação estava longe de ser considerada satisfatória pelos matemáticos daquela época: a impossibilidade ontológica de se produzir significados para esses objetos e a falta de uma "explicação lógica" para essas quantidades dificultaram tremendamente a aceitação delas enquanto objetos da matemática.

Por outro lado, essa impossibilidade ontológica dos imaginários e a ausência de uma justificativa lógica para eles deixavam evidentes uma anomalia no processo pelo qual era conduzido o tratamento das equações algébricas. A saída para a superação dessa anomalia já era, entretanto, antecipada, como mostrou Lins (1992), em Cardano e em Bombelli.

Contudo, o fato de a "saída" encontrada por Cardano e Bombelli não ser paradigmática, ou seja, não ser um procedimento colocado pelo paradigma partilhado pelos matemáticos de então, fez com que o uso dos números complexos não encontrasse entendimento no interior da comunidade matemática daquele período. No entanto, mesmo diante dessas dificuldades, a praticidade do trabalho *aritmético* com essas quantidades, somada à possibilidade de se produzir *internamente* um significado para elas fizeram com que aqueles homens não pudessem recusá-las simplesmente, com o argumento de que elas não correspondiam a nada do "mundo real"; recusá-las com esse argumento tornou-se, como escreve Lins (1992), uma causa perdida: e, assim, a semente estava lançada.

Com os objetivos que já havíamos estabelecido, olhemos agora para o processo pelo qual a noção de número negativo foi desenvolvida no interior do paradigma da Álgebra, em curso naquela época, na cultura ocidental.

O desenvolvimento da noção de número negativo está longe de ter sido linear: Cardano referia-se a eles chamando-os de números "fictícios". Por sua vez, o seu conterrâneo Bombelli, ao contrário, não somente produziu um entendimento sobre os números negativos como, também, criou regras para se operar com eles, por eles mesmos. Não muito separados pelo tempo e, menos ainda, pelo conhecimento, enquanto o célebre algebrista francês François Viète (1540-1603) rejeitava completamente os números negativos, o seu contemporâneo Thomas Harriot (1560-1621), nascido na Inglaterra, os aceitava, desde que estivessem sozinhos em um dos membros de uma equação. De modo análogo, René Descartes (1596-1650) admitia trabalhar com os números negativos nos procedimentos de se reduzir uma equação algébrica.

Mesmo cerca de duzentos anos depois, quando, no decorrer do século XIX, eram intensos os debates sobre se os negativos poderiam ou não ser números reais, mesmo nesse período de efervescência cultural na Europa, nenhuma decisão conclusiva havia sido estabelecida acerca da aceitação — ou não — dos negativos enquanto objetos da matemática.

À luz do conhecimento posto, hoje, acerca do assunto, os argumentos que se contrapunham entre os séculos XVI e XIX à aceitação dos negativos, enquanto números reais, podem parecer, na melhor das hipóteses, simplórios.

Se não, vejamos! Uma objeção muito comum aos números negativos, àquele tempo, era: "como pode uma quantidade ser menor do que zero?" Segundo Lins (1992), uma outra argumentação mais sofisticada foi formulada pelo teólogo e matemático francês Antoine Arnauld (1612-1694): para objetar aos negativos teria se utilizado da proporção $-1:1::1:-1$ com o argumento de que -1 é menor do que 1 e, portanto, como poderia *um menor* estar para *um maior* assim como *um maior* estar para *um menor*?

Uma pessoa que analisasse tais justificativas somente sob a ótica da matemática "bourbakiana" do século XX em diante, poderia dizer, quem sabe, que Arnauld pecara em seus argumentos por ter uma compreensão incorreta da estrutura dos números reais. No entanto, se considerarmos que Arnauld viveu durante o século XVII, período em que aos números era exigida uma consistência ontológica, e quando a *ordem* sobre eles era dada pela relação natural "*ser menor que*" num contexto que não era o de "*ser parte de*", então, diante disso, não há como atribuir à argumentação de Arnauld uma inconsistência teórica desabonadora. Tanto é assim que, segundo Kleine (1990), em 1712, Leibniz (1646-1716) — a quem é dada a honra de dividir com Newton (1642-1727) a "paternidade" do cálculo — concordava que as objeções de Arnaud eram válidas; no entanto, ao mesmo tempo em que concordava com as argumentações do matemático francês, defendia o direito de envolver números negativos nos processos operatórios, mesmo quando se tratasse de operá-los com proporcionalidades. A argumentação de Leibniz era a de que, eles simplesmente funcionavam.

Para não nos alongarmos mais nas considerações acerca do desenvolvimento da noção de número negativo na cultura ocidental, parece-nos claro que, assim como ocorreu com os números imaginários, a tensão existente entre a impossibilidade ontológica dos números negativos e a possibilidade aritmética de realização de cálculos formais com eles também esteve na base do processo que marcou o desenvolvimento desses números.

Portanto, também no desenvolvimento da noção de número negativo, as necessidades concretas de se operar com esses números — a maior parte delas imposta pelas demandas decorrentes das investigações científicas — e, mais, a possibilidade de realização de operações aritméticas com elas, é que foram determinantes para que o significado, primeiro, *interno* — o simbólico — e, depois, *externo* — o geométrico — fosse produzido e atribuído a esses objetos da matemática.

Viète e o desenvolvimento da Álgebra na Europa

Na pequena incursão que faremos à obra de Viète, estaremos interessados em observar as suas contribuições ao desenvolvimento da Álgebra na Europa, com o objetivo central de construir as argumentações em defesa do nosso entendimento de que o seu mais importante tratado, *In artem analyticam iagoge*, não pode ser considerado — como querem alguns historiadores — a obra precursora da álgebra abstrata de nossos dias.

Não há, contudo, como negar que as contribuições de Viète ao desenvolvimento da Álgebra foram relevantes. Entretanto, como haveremos de mostrar, os princípios teóricos que foram determinantes, para que as suas idéias viessem à tona, estavam profundamente comprometidas com as realizações dos matemáticos que o antecederam e, portanto, com o paradigma da Álgebra, em curso na Europa desde o século XII.

De fato: embora os matemáticos europeus e, principalmente, os italianos tivessem conseguido grandes êxitos na resolução algébrica das equações cúbicas e quárticas, a forma como essas equações eram tratadas geraram um grande número de equações prototípicas, cada uma delas exigindo um tratamento especial: no *Ars Magna* de Cardano, por exemplo, aparecem sessenta e seis equações desse tipo.

Diante disso, a necessidade de desenvolver métodos gerais — preferencialmente, um método geral — para encontrar as soluções dessas equações estava posta pela evidência. Além do mais, com base na tradição paradigmática, "era necessário conjugar a efetividade dos métodos algébricos com o rigor das construções geométricas, bastante conhecidas por Viète e que representavam, segundo sua opinião, modelos de autêntica análise científica."(Ríbnikov; 1991: 133).

Para responder a essas exigências, Viète realiza uma obra, sob muitos aspectos, original, onde está resumido o que de mais importante foi produzido no Renascimento europeu.

Em sua álgebra, Viète opera tanto com números quanto com letras. Os procedimentos computacionais com números — a *logistica numeralis* — tem como pressuposto a aritmética; por outro lado, o cálculo com letras recebe o nome de *logistica speciosa*, referindo-se à palavra latina *species*, que era usada para denotar o termo de uma expressão matemática.

A álgebra de Viète está dividida em três *artem analyticam*: a *Zeteticque*, ou seja, a arte de resolver equações, a *Porifticque*, ou a arte de demonstrar a exatidão das soluções obtidas e, por fim, a *Exegeticque*, onde está desenvolvida a sua teoria geral das equações algébricas.

No âmbito das contribuições gerais de Viète, os historiadores da matemática geralmente concordam que o grande legado desse matemático francês à Álgebra foi o uso de letra para representar, tanto grandezas que "aparecem", quanto aquelas que se "escondem" em uma equação algébrica.

O uso da notação literal para número e grandeza representou, realmente, um grande avanço técnico da matemática. Ao reduzir "o esforço cognitivo de manter acessível toda informação relevante [sobre a equação]"(Skemp; 1987:79), o uso dessa notação permitiu que, pela primeira vez, fosse possível expressar equações algébricas e suas propriedades através de fórmulas gerais. Antes de Viète, quando o uso dos signos não considerava nem mesmo a distinção entre número e grandeza, era muito comum o uso de diferentes signos para denotar as várias potências de uma mesma quantidade. Viète, ao contrário, passou a usar, para essas representações, o mesmo símbolo.

Parece-nos, nesse momento, que uma pergunta se apresenta naturalmente: o que teria levado Viète a usar em sua obra a representação literal, tanto para os números quanto para as grandezas?

Para Lins, uma resposta a essa pergunta é dada, implicitamente, pelo próprio Viète quando ele escreve:

> "'Diofanto, naqueles livros que diziam respeito à aritmética, empregou o zeteticque mais sutilmente do que todo mundo. Mas ele o empregou como se fosse estabelecido por meio de número e não como se fosse estabelecido também por species, (que ele, entretanto, empregou) para que sua sutileza e habilidade pudessem ser admiradas; considerando que aquelas coisas que parecem mais sutis e mais escondidas para ele que usa o cálculo por números são muito comuns e imediatamente óbvias para ele que usa o cálculo por species (logística speciosa).'(Vieta, 1968)." (apud Lins; 1992: 148),

ou seja, para Lins — respondendo, em poucas palavras, a essa pergunta — a *intenção* de Viète com a sua *Artem analyticam* é apresentar um método algébrico e assegurar a sua transparência contra a ilusão do virtuosismo que Viète comenta no seu texto acima.

Diante da mesma pergunta, van der Waerden se pronuncia escrevendo que "o objetivo [o de Viète] foi reviver o método de análise explanado por Papus em seu grande '*Collection*' e para combiná-lo com o método de Diofantus." (van der Waerden; 1985: 62).

É interessante notar, entretanto, que o uso de letras para representar número e grandeza não tenha causado, entre os contemporâneos de Viète, a mesma impressão de notável avanço técnico na matemática que causou — se não em todos — na maioria de nós, nos dias de hoje.

Esse fato pode ser observado quando Kleine escreve que:

> "...tanto quanto se possa julgar, a introdução de letras para classes de números foi aceita como um movimento menor no desenvolvimento do simbolismo. A idéia de coeficiente literal surgiu quase que casualmente na matemática. ....Melhoramentos no uso de letras de Vieta são devidos a Descartes ... Entretanto, como Vieta, Descartes usava letras somente para

> números positivos ... Só depois, com John Hudde (1633-1704), em 1657, a letra foi usada para números positivos e negativos.” (Kline; 1990: 262).

Se, nos dias de hoje, a maioria de nós vê nas representações simbólicas um extraordinário avanço técnico da Matemática, por que o uso de letras para representar número e grandeza teria sido considerado, pelos contemporâneos de Viète, como um movimento menor dentro da matemática?

Se olharmos o desenvolvimento da Matemática sob a ótica de *A Estrutura das Revoluções Científicas,* não teremos grandes dificuldades em responder a essa pergunta.

De fato: a *Artem Analyticam*, enquanto uma teoria geral das equações algébricas, apresentava uma característica *sui generis* se comparada a todos os outros tratados de álgebra escritos até então: no lugar de uma obra — com uma parte teórica — voltada a procedimentos técnicos para a resolução de equações algébricas, surgia outra que apresentava e discutia os métodos de resolução dessas equações. No contexto daquela época, é significativo “que nem mesmo um único problema fosse resolvido ou mesmo mencionado no Artem Analyticam.” (Lins; 1992: 149).

Diante disso, a “invenção” de Viète tinha muito pouco — para não dizer, praticamente nada — a ver com aqueles homens, com aqueles matemáticos de seu tempo, a maioria deles preocupados em seguir as orientações que o paradigma da Álgebra estabelecia para todos, uma orientação voltada, fundamentalmente, à resolução de problemas. Não é por outro motivo, pensamos nós, que o uso de letras, à maneira de Viète, demorou algum tempo para ser assimilado pelos matemáticos.

No entanto, em que pese o caráter inovador da sua obra, Viète, tanto quanto todos os matemáticos de sua geração, estavam profundamente comprometidos com as orientações estabelecidas pelo paradigma da álgebra àquele tempo.

O que poderia distinguir Viète de seus contemporâneos e, em certa medida, dos matemáticos que o antecederam, é que ele, diferentemente daqueles, teria, durante período de pesquisa normal, se empenhado, *prioritariamente*, em melhorar o paradigma do qual era refém, atualizando e ampliando o conhecimento daqueles fatos paradigmaticamente mais relevantes.

Para verificarmos se um dos objetivos de Viète era realmente esse, acompanhemos o que ele próprio nos diz sobre isso:

> "Así es también el arte que ahora propongo, un nuevo y, sin embargo, a la vez tan viejo y desfigurado por bárbaros, que considero necesario eliminar todas sus falsedades para que no quede en él ni la más insignificante impureza, y que no huela por ello a podrido, y para darle una forma completamente nueva, además de inventar e introducir también nuevas expresiones. […]. En verdad que todos los matemáticos coincidían en que su álgebra o almacábala, que tanto valoraban y como un gran arte tenían, ocultaba un tesoro incomparable, pero no lo encontraron. Entonces […] preparaban sacrificios a Apolo para el caso de que uno y sólo uno u otro de los problemas fuera resuelto, siendo éstos del tipo de los que yo explico diez o viente sin más, pues mi técnica me permite hallar las soluciones de todos los problemas matemáticos con la mayor seguridad.[L6.18, pp.34-35]" (Wussing; 1998: 113).

Esse trecho selecionado por Wussing é um depoimento de Viète, escrito na apresentação que ele faz da sua obra *Artem Analyticam*. Apesar da forma escrita um tanto arcaica pela qual o texto nos chega, não há maiores dificuldades em se perceber que, nele, o autor começa a alinhavar os seus objetivos com a sua obra: com base em antigos textos desfigurados pelos "bárbaros" — estaria ele referindo-se aos "depositários" da cultura grega? — Viète estaria empenhado em apresentar uma álgebra isenta de erros, com novos problemas e com uma técnica que nos permitisse solucionar com segurança *todos* os problemas da Matemática.

O recorte da apresentação que François Viète faz de seu tratado parece-nos bastante esclarecedor no sentido de mostrar-nos que ele — Viète — estava profundamente comprometido com o objetivo central da Álgebra àquele tempo: com "a arte de reduzir e resolver equações [algébricas]" (Gauss; 1986: xvii). Esse seu comprometimento, como sugere o recorte, era prioritariamente dirigido à melhoria do paradigma da Álgebra, através da elaboração de uma teoria geral das equações algébricas que possibilitasse "hallar las soluciones de todos los problemas matemáticos con la mayor seguridad".

Vejamos o que Thomas Kuhn nos diz a respeito da tarefa a que Viète se lhe impôs:

> "De início, o sucesso de um paradigma [...] é, em grande parte, uma promessa de sucesso [...]. A ciência normal consiste na atualização dessa promessa, atualização que se obtém ampliando-se o conhecimento daqueles fatos que o paradigma apresenta como

> particularmente relevantes, aumentando-se a correlação entre esses fatos e as predições do paradigma e articulando-se ainda mais o paradigma.
>
> Poucos dos que não trabalham realmente com uma ciência amadurecida dão-se conta de quanto trabalho de limpeza desse tipo resta por fazer depois do estabelecimento do paradigma...”(Kuhn; 1982: 44).

Parece-nos claro, portanto, que as contribuições de Viète — assim como as de Cardano e Bombelli, por exemplo — se encaixam perfeitamente bem nesse quadro de exigências paradigmáticas atribuídas por Kuhn. Todos eles estavam profundamente empenhados — cada um a seu modo, com a sua contribuição — na redução e resolução das equações algébricas pelo método de radicais.

Pois bem! Se nós estamos certos quando afirmamos que Viète, com a sua *Artem Analyticam*, estava comprometido com o paradigma da Álgebra de seu tempo, o que então poderia explicar a ênfase colocada sobre ele como fundador da álgebra abstrata?

Para a maioria dos historiadores da Matemática que advogam essa tese, teria sido o uso de letras para representar tanto números quanto grandezas. Jacob Klein, por exemplo, consagra o seu livro Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra, publicado em 1968, “para mostrar que a invenção de Viète, o uso de letras para valores conhecidos e desconhecidos de uma equação — completamente estabelecido em 1591, [...] — é a cristalização de um novo conceito de número, a saber, o *número simbólico*.” (Lins; 1992: 147).

No entanto, se considerarmos — como Klein(1968) considera — que aquilo que caracteriza um número simbólico é a ausência total de uma ontologia e que um tal número somente adquire significado nas relações com as propriedades das operações a que está submetido, então parece-nos que essa tese não se sustenta.

De fato, embora Viète usasse letras para denotar as incógnitas e os valores conhecidos de uma equação e, mais ainda, adotasse também os símbolos “+”, de adição, e “–”, de subtração, bastante difundidos entre os matemáticos daquele tempo, o fato de ele rejeitar completamente os negativos pela impossibilidade ontológica desses, levou a adotar dois signos distintos para a subtração: “–”, que era usado quando estava seguro do primeiro número ser maior do que o segundo e, “=”, quando não estava seguro disso.

Ora, se o uso de letras, para representar números conhecidos e desconhecidos, é a cristalização de número simbólico enquanto conceito de um novo número em Viète, como explicar, então, a sua rejeição aos números negativos? Ou então, por que ele não teria sugerido uma forma de representação simbólica para esses números?

A resposta a essa questão é que o uso de letras por Viète não era tão geral assim quanto se quer fazer crer: para ele, os números tinham que possuir uma consistência ontológica, e os números negativos não podiam ser interpretados ontologicamente. Uma prova disso pode ser observada no próprio Klein quando ele escreve que o "objetivo último de Viète [...] é de fato encontrar construções geométricas e números; nesse último caso, isso significa números 'possíveis', isto é, [...] números com uma interpretação geométrica direta." (Klein; 1968: 158).

Diante disso, se entendermos que um número simbólico é um número sem ontologia alguma, como defender a tese de que, em Viète, o uso de letras para representar números "é a cristalização de um novo conceito de número, a saber, o de *número simbólico*?

A chave para estas "inconsistências" está em que Klein usa o termo "simbólico" não de forma plena, como o faríamos hoje. Mesmo com a rejeição ontológica dos negativos, os positivos são tratados de forma "simbólica", no sentido de Klein. Esta dualidade, embora cause uma tensão, já contém uma possibilidade nova, e nisto reside, sem dúvida, uma inovação em Viète, uma inovação que não nos autoriza, no entanto, a ver ali um indício da álgebra abstrata.

Assim, em que pese a álgebra de Viète ter, em relação às suas predecessoras, avançado no aspecto da representação literal dos números, ela era — assim como aquelas — uma álgebra essencialmente sincopada. Por exemplo, para designar a igualdade usava a palavra *aequalis*, a multiplicação, por seu turno, era representada pela palavra latina *in*. Do mesmo modo, a representação simbólica de Viète para as potências de números não trazia novos aportes simbólicos: a título de exemplo, para representar a terceira potência de uma grandeza desconhecida escrevia *A cubus*, e não A^3, como em nossos dias ou, mesmo, *AAA*, que já era usado por seu contemporâneo bretão Michael Stifel (1487-1567); por fim, a primeira e a segunda potências de uma incógnita eram representadas, respectivamente, por *A planum* e *A quadratus*. Se Viète, por exemplo, fosse representar a equação que, na notação atual, é escrita por $A^3 + 5BA^2 - 3CA = D$, ele escreveria:

$$A\ cubus + B\ quadratus\ in\ A_5 - C\ planum\ in\ A_3\ aequalis\ D\ solido.$$

Analisemos, agora, por uma outra perspectiva, se Viète é — ou não — o fundador da álgebra abstrata: não, pela perspectiva, analisada até agora, de que Viète — assim como Cardano, Bombelli, Stifel e tantos outros — era refém do paradigma algébrico fundado nas realizações matemáticas de al-Khwarizmi e de al-Karaji. Discutiremos essa questão pela ótica de que a álgebra de Viète, muito embora fizesse uso da notação literal para números, estava muito longe, ainda, daquilo que viria a ser chamada Álgebra Moderna, muito distante daquilo a que chamamos um *sistema algébrico abstrato*.

Pois bem! Um aspecto importante relacionado ao uso de letras para representar quantidades numéricas na álgebra, e que pode desempenhar um papel importante no desenvolvimento de uma compreensão mais ampla acerca daquilo a que denominamos *sistema algébrico abstrato*, pode ser observado quando Lins escreve:

> "Como [o uso de letras] não está relacionado com o cálculo efetivo, a questão de que se letras estão representando números inteiros, irracionais, negativos ou quantidades imaginárias torna-se secundária, e são as propriedades das operações aritméticas que desempenham o papel principal na natureza das próprias manipulações algébricas. Em outras palavras, diferentes tipos de números, cada um com sua particularidade ontológica ou modelo fundamental, são *colapsados* em um único objeto, NÚMERO, cujo significado é dado internamente..." (Lins; 1992:150).

A noção de um objeto *colapsado* é, segundo Lins (1992), fundamental para que tenhamos uma compreensão mais ampla do processo pelo qual a Álgebra deixou de ser tratada como um sistema algébrico com consistência ontológica para ser concebida como um sistema algébrico abstrato, separado da aritmética.

Para esclarecermos a importância dessa noção nos processos onde elementos como números complexos, matrizes, polinômios, permutações, etc puderam tornar-se *objetos* de uma álgebra, recorramos à seguinte situação descrita, por Lins (1992), em seu *A Framework for understanding ...*: consideremos o conjunto das matrizes quadradas de ordem 2, inversíveis, munido das operações de adição e multiplicação com as propriedades básicas que conhecemos dessas operações. Isso estabelecido, nada nos impede, hoje, de a partir daí, lidarmos com as matrizes desse conjunto como *objetos colapsados*, ou seja, como se nada soubéssemos que aqueles elementos eram tabelas de números reais dispostos em duas linhas e duas colunas, e que aquelas operações tenham esse ou aquele efeito sobre aquelas tabelas.

O que distingue um sistema algébrico ontologicamente consistente de um sistema algébrico abstrato é que, nesse último, nós, enquanto comunidade matemática, renunciamos totalmente e para sempre a qualquer ontologia, interpretação extra-sistêmica ou modelo fundamental, e consideramos somente as propriedades de um dado sistema algébrico, ou seja, " *o único significado disponível para os elementos de um sistema algébrico abstrato é o significado intra-sistêmico, o significado fornecido pelas propriedades das operações estabelecidas sobre eles.*" (Lins; 1992: 151).

Assim, o que define o caráter simbólico dos objetos em um dado sistema algébrico — e, portanto, o que define, em última instância, um sistema algébrico abstrato — é a vontade dos matemáticos de *colapsar* esses objetos, de desconsiderar as suas estruturas internas e toda interpretação extra-sistêmica que possivelmente tenham. Para Lins (1992), foi dessa maneira que tanto os negativos, quanto os imaginários — e, posteriormente, as permutações — passaram a ser operadas como se fossem números.

Essa breve exposição acerca de como um sistema algébrico abstrato é constituído parece-nos suficiente para mostrar que Viète estava longe de ser um algebrista "moderno". Diríamos mais, ainda, não há evidência alguma de que ele tivesse se aproveitado do uso que fazia das letras em sua álgebra para representar objetos *colapsados*. Não era objetivo de Viète *colapsar* objetos da matemática e, muito menos, estabelecer existência simbólica aos números sem consistência ontológica. O uso de símbolo por Viète era uma mera representação formal para aqueles números — e somente para aqueles — ontologicamente constituídos. Nesse sentido, Viète não pode, no nosso modo de ver, ser considerado o pai da Álgebra Moderna.

Finalmente, quanto ao que teria levado historiadores da matemática a declarar Viète o precursor da Álgebra Moderna, a nós satisfaz a seguinte conjectura: o desejo de esconder que a matemática do século XX em diante abdicou da procura pela "real" natureza dos números reais e, também, *colapsar* o fato de que a Álgebra Abstrata é uma decisão constitutiva da comunidade matemática.

Como o objetivo do presente trabalho não é o de apresentar uma história da Álgebra por aqueles aspectos que dizem respeito ao seu desenvolvimento normal, não extraordinário, no interior de um paradigma, não iremos nos estender nesses aspectos que, para os objetivos do presente trabalho, são secundários.

No entanto, julgamos importante destacar, que a Álgebra continuaria sendo, depois de Viète, por mais de duzentos anos, voltada à resolução de equações algébricas.

Duas declarações que são uma prova insuspeita de que, durante todos esses anos, o objetivo paradigmático central da Álgebra continuou sendo o tratamento das equações algébricas por radicais foram dadas por Euler (1707-1783) e Gauss (1777-1855). Em 1770 —

e, portanto, cerca de 180 anos depois da publicação do *Artem Analyticam* — Euler escreveu que:

> "O principal objetivo da Álgebra [...] é determinar o valor de quantidades que eram antes desconhecidas; e isso é obtido considerando-se atentamente as condições dadas, que são sempre expressas em números conhecidos. Por essa razão, Álgebra tem sido definida, *A ciência que ensina como determinar quantidades desconhecidas por meio daquelas que são conhecidas.*" (Euler; 1840: 186).

Gauss, por sua vez, foi mais sucinto sem, no entanto, deixar de ser claro, quando, em 1801 — e, portanto, 210 anos depois de Viète ter publicado sua obra — escreveu, no prefácio do seu célebre *Disquisitiones Arithmeticae*, que a Álgebra é "a arte de reduzir e resolver equações." (Gauss; 1986: xvii).

Como já havíamos dito anteriormente, durante esses dois séculos que se seguiram depois de Viète, não foram poucas as tentativas e nem escassos os esforços de brilhantes matemáticos no sentido de encontrar, pelo método da redução, via radicais, soluções de equações algébricas de grau maiores do que quatro. Porém, como é sabido, todas essas tentativas, todos os esforços produzidos nessa direção não conduziram matemáticos do quilate de um Descartes (1596-1650), de um Fermat (1601?-1665), de um Euler (1707-1783), de um D'Alembert (1717-1783), de um Lagrange (1736-1813) e, mesmo de um Gauss (1777-1855) às soluções procuradas.

Até antes do descortinar do século XIX, o resultado mais importante alcançado pelos matemáticos governados pelo primeiro paradigma da Álgebra na Europa, foi a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra. Segundo Eves (1997), antes que Gauss desse a primeira demonstração inteiramente satisfatória desse teorema, outros matemáticos, como Newton (1642-1727), Euler, D'Alembert e Lagrange, haviam se lançado em tentativas frustradas de prová-lo.

A primeira das quatro demonstrações dadas por Gauss a esse teorema encontra-se em sua tese de doutorado, apresentada na Universidade de Helmstädt, escrita quando esse brilhante matemático tinha 20 anos.

> "A idéia por trás da demonstração de Gauss é a substituição de z na equação polinomial $f(z) = 0$ por $x + iy$. A separação a seguir das partes real e imaginária na equação resultante fornece duas equações gerais

> $g(x,y) = 0$ e $h(x,y) = 0$ nas variáveis reais x e y. Gauss demonstrou que os gráficos cartesianos de $g(x,y) = 0$ e $h(x,y) = 0$ sempre têm um ponto real comum (a,b). Segue-se que $a + bi$ é uma raiz complexa de $f(z) = 0$." (Eves; 1997: 520).

Essa demonstração dada por Gauss envolvia a consideração geométrica, tida como *evidente* àquela época, de que as curvas $g(x,y) = 0$ e $h(x,y) = 0$ deveriam interceptar-se em pelo menos um ponto z do círculo $|z| < R$, para algum R tomado suficientemente grande.

Para escapar dessa consideração geométrica tida como evidente — mas sem uma demonstração analítica satisfatória para a nova tendência que se abria à "aritmetização" do cálculo — Gauss publicou ainda outras três demonstrações para o Teorema Fundamental da Álgebra: duas delas em torno de 1816, e a outra, em 1850, onde os esforços de se encontrar uma demonstração inteiramente algébrica são bastante evidentes.

A demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra foi decisiva nos desdobramentos posteriores da história das equações algébricas. De fato, se esse teorema garantia que toda equação polinomial de grau n > 0, com coeficientes complexos, admitia pelo menos uma raiz complexa, o que, então, estaria impedindo que se encontrasse, por métodos algébricos, pelo menos uma raiz da equação de 5º grau, por exemplo?

A resposta a essa pergunta começaria a ser costurada nos anos finais da segunda década do século XIX.

Desde muito cedo, estudante secundarista ainda, Niels Henrik Abel (1802-1829) já se interessava pelos problemas de resolubilidade de equações algébricas por radicais. Por volta de 1820, estudando esses problemas, Abel, governado que estava pelo paradigma da Álgebra em curso na Europa, pensou ter dado uma demonstração que garantia a resolubilidade das equações de 5º grau. Ele próprio, no entanto, descobriu que sua demonstração continha um erro. Quatro anos depois, apresenta uma nova demonstração considerada não satisfatória para esse problema. Finalmente, em 1826, Abel publica um trabalho *Sobre a resolução algébrica de equações* onde apresenta, pela primeira na história da matemática, uma demonstração considerada inteiramente satisfatória acerca da não resolubilidade das equações de grau cinco[64].

Muito mais do que um resultado a mais no âmbito de uma teoria geral das equações algébricas, a demonstração desse teorema — a impossibilidade de se encontrar uma

---

[64] Em 1799, Paolo Ruffini (1765-1822) apresentou uma demonstração da não resolubilidade da equação de grau cinco que foi considerada não satisfatória.

fórmula geral para expressar as soluções das equações de grau maior que quatro, através de operações algébricas explicitadas sobre os coeficientes de tais equações — trouxe à luz, na forma de um fato[65], de maneira nua e crua, uma anomalia[66] irresolúvel do primeiro paradigma da Álgebra na Europa: no período de pesquisa normal surgira um problema para o qual o paradigma que governava aquele período não estava preparado para resolver, qual seja, ao mesmo tempo em que o paradigma, através do Teorema Fundamental da Álgebra, garantia a existência de pelo menos uma raiz complexa para uma equação algébrica de grau $n>0$ a coeficientes complexos, essa raiz não podia ser obtida através dos procedimentos disponibilizados pelo paradigma.

Já havíamos dito, anteriormente, que a consciência da anomalia, isto é, que o reconhecimento de que uma dada situação ou fato viola as expectativas paradigmáticas que orientam a pesquisa normal, faz com que os membros da comunidade governada pelo paradigma anômalo concentrem-se na inspeção da área problematizada, até que se ajuste a teoria do paradigma para que aquilo que se apresenta como anômalo converta-se em previsto.

Dissemos, ainda, que quando esse ajuste não se realiza, a ciência entra em estado de crise e que uma crise pode terminar de três maneiras: em alguns casos, o próprio paradigma, através da pesquisa normal, acaba mostrando-se capaz de resolver o problema que provocou a crise — e, nesse caso, aquilo que se apresentava como anômalo converte-se em previsto —; em outras ocasiões, o problema resiste a todo o tipo de abordagem e, com isso, os pesquisadores decidem qualificá-lo como sem solução e ele é deixado de lado para que as futuras gerações de pesquisadores, com novas técnicas e outras teorias, possam solucioná-lo; e a terceira maneira: "uma crise pode terminar com a emergência de um novo candidato a paradigma e com uma subseqüente batalha por sua aceitação." (Kuhn; 1982: 116).

No presente caso, a leitura que fazemos é a de que, com a publicação da demonstração do teorema de Abel sobre as equações de 5º grau, no Journal de Crelle, evidencia-se uma anomalia que o paradigma vigente não pode solucioná-la e, portanto, uma crise revolucionária sem precedente na história das equações algébricas instala-se no interior do primeiro paradigma da Álgebra na Europa. Abre-se, então, para os matemáticos daquela época, um período de indefinição nos modos de se conceber a Álgebra, de solucionar os

[65] Para os objetos do presente trabalho, consideraremos *fatos* da matemática como sendo *proposições* que podem ser demonstradas no interior de uma teoria matemática.

[66] Relembremos: um paradigma quando falha nos seus objetivos ou, mais especificamente, quando um cientista ou um grupo de cientistas se defronta com uma situação para a qual o paradigma não o preparara, com uma situação que não podia sequer ser formulada como questão pelo paradigma partilhado, nestas condições, emerge com poder de inquietação, o que Kuhn (1982) denomina *anomalia* de um paradigma.

velhos problemas dessa disciplina e de compreender as novas questões que emergiam do turbilhão da crise: um período de transição onde o juízo que conduz a decisão de se rejeitar um paradigma conduz, simultaneamente, a decisão de aceitar um outro. Para Thomas Kuhn:

> "A transição de um paradigma em crise para um novo, do qual pode surgir uma nova tradição de ciência normal, está longe de ser um processo cumulativo obtido através de uma articulação do velho paradigma. É antes uma reconstrução da área de estudos a partir de novos princípios, reconstrução que altera algumas das generalizações teóricas mais elementares do paradigma, bem como muitos dos seus métodos e aplicações. Durante o período de transição haverá uma grande coincidência (embora nunca completa) entre os problemas que podem ser resolvidos pelo antigo paradigma e os que podem ser resolvidos pelo novo. Haverá igualmente uma diferença decisiva no tocante aos modos de solucionar os problemas. Completada a transição, os cientistas terão modificado a sua concepção da área de estudos, de seus métodos e de seus objetivos." (Kuhn; 1982: 116).

Parece-nos que era uma situação como essa a vivida pelos matemáticos que, àquele tempo, governados pelo paradigma anômalo, estavam empenhados na construção de uma teoria geral das equações algébricas.

Se não, vejamos! Na parte continental da Europa, ao mesmo tempo em que ocorria — por força da frustração que o paradigma anômalo causava — um aparente refluxo nas atividades ligadas ao tratamento das equações algébricas, a maioria dos matemáticos dirigiam os seus esforços no desenvolvimento de um outro processo no âmbito da Matemática e que viria se estender por todo o século XIX: o processo de dar fundamentação ao cálculo.

As atividades algébricas dos matemáticos do Continente estavam voltadas, ainda que aparentemente com parcos resultados, ao estudo, com os métodos existentes bem sucedidos, de problemas não resolvidos e ao desenvolvimento de novos conceitos, "mesmo que o significado completo de algum conceito novo ali contido não fosse percebido" (Boyer; 1999: 399), como não fora percebido o germe do novo paradigma emergindo das entranhas do paradigma vigente.

Um exemplo disso é que, no bojo de todas aquelas indefinições do período, Évariste Galois (1811-1832) teria, por três vezes, apresentado, à Academia de Ciência de seu país, artigos onde dava um tratamento nada convencional ao estudo das equações algébricas, se comparado com aquele dado pela tradição do paradigma anômalo: o primeiro desses artigos fora aparentemente perdido por Cauchy; o segundo, apresentado em 1830 a Fourier — então secretário geral da Academia de Ciência — também teria se perdido com a morte do eminente matemático, antes que qualquer parecer sobre ele fosse apresentado; na terceira vez que apresentara um artigo, Poisson (1777-1859), em 1831, teria rejeitado a sua publicação com a seguinte argumento: "Fizemos o possível para entender a demonstração do sr. Galois. Seus raciocínios não são nem bastante claros, nem bastante desenvolvidos para que pudéssemos julgar sua exatidão, e nem sequer estaríamos em condições de dar uma idéia deles no parecer..." (Guej; 1999: 312).

Diante de uma situação como essa vivida por Galois, não emitiremos, aqui, juízos de valores, colocando em suspeição — como fazem muitos historiadores da matemática — o caráter e a postura ética de Cauchy, Fourier e Poisson: ao contrário, entendemos que os trabalhos de Galois não tiveram pareceres favoráveis da Academia de Ciência porque os pareceristas, governados que estavam pelo velho paradigma vigente da Álgebra, não podiam — porque não tinham como — dimensionar a importância daqueles artigos que traziam com eles, em fase germinal, o método do novo paradigma que somente viria se instalar décadas depois.

Como é sabido, na noite que antecedeu o duelo que o levaria à morte, Galois redigiu, numa carta endereçada a um amigo de nome Chavalier, algumas notas sobre a sua teoria, com o pedido de que a carta fosse publicada na *Revue Encyclopédique* e com a expectativa declarada de que Gauss ou Jacobi comentassem publicamente sobre a importância de seus teoremas. Na manhã de 30 de maio de 1832, Galois morria vítima de um duelo, antes de completar 21 anos de idade.

Uma síntese esclarecedora do que está por trás da teoria de Galois é apresentada por Boyer, quando ele escreve:

> "Galois começou suas investigações com algum trabalho de Lagrange sobre permutações das raízes de uma equação polinomial. Toda mudança na ordenação de n objetos chama-se uma permutação desses objetos. Se, por exemplo, a ordem das letras a,b,c é mudada para c,a,b esta permutação é escrita sucintamente como (acb), uma notação em que cada letra é levada na imediatamente seguinte e entende-se que a primeira é sucessora da última. Assim a é levada em c, c por sua vez é levado em b e b vai em a. A notação (ac) ou (ac, b), porém, significa que a vai em c, c vai em a e b vai em si mesmo. Se duas permutações são efetuadas sucessivamente a permutação resultante é chamada o produto das duas transformações. Assim o produto de (acb) e (ac,b), escrito como $(acb)(ac, b)$ é a permutação (a, bc). A permutação idêntica I leva cada letra em si mesma — isto é, deixa inalterada a ordem a,b,c. O conjunto de todas as permutações sobre as letras a,b,c claramente satisfaz a definição de grupo dada [em Boyer(1999: 379)]...; esse grupo contendo seis permutações, é chamado o grupo simétrico sobre a,b,c . No caso de n elementos distintos, $x_1, x_2,..., x_n$, o grupo simétrico sobre

> eles contém $n!$ permutações. Se estes elementos são as raízes de uma equação irredutível, as propriedades do grupo simétrico fornecem condições necessárias e suficientes para que a equação possa ser resolvida por radicais. Inspirado pela prova de Abel da insolubilidade por radicais da equação qüíntica, Galois descobriu que uma equação algébrica e irredutível é resolúvel por radicais se e só se seu grupo — isto é, o grupo simétrico sobre suas raízes — é resolúvel. A descrição de um grupo resolúvel é bastante complicada, envolvendo relações entre o grupo e seus subgrupos. As três permutações (abc), $(abc)^2$ e $(abc)^3 = 1$ formam um subgrupo do grupo simétrico sobre a,b e c. Lagrange já tinha mostrado que a ordem de um subgrupo deve ser um fator da ordem do grupo; mas Galois foi mais fundo e achou relações entre a fatorabilidade do grupo de uma equação e a resolubilidade da equação. Além disso devemos a ele o uso em 1830 da palavra grupo no sentido técnico em matemática." (Boyer; 1999: 366).

Antes de analisarmos a maneira pela qual os matemáticos ingleses responderam à crise do velho paradigma da álgebra, queremos destacar, aqui, um aspecto da álgebra de Galois que viria a ser uma característica singular do novo modo de se pensar a atividade algébrica pela ótica do paradigma emergente: muito embora a teoria de Galois permita procedimentos para se encontrar efetivamente as raízes de uma dada equação algébrica, o aspecto singular de sua teoria está no tratamento que Galois dispensa a essas equações enfocando, não a relação individual de cada raiz com os coeficientes da equação, mas a estrutura algébrica das soluções quando submetidas a um "grupo" de transformações.

Na velha Inglaterra, por sua vez, procurava-se, por outros meios, uma saída para a crise paradigmática que se instalara na Álgebra. Diante da falência do antigo paradigma algébrico que se desenvolvera em estreita relação com a aritmética, George Peacock (1791-1858) propõe, em 1830, com o seu *Treatise on Algebra*, revisar essa relação para dar à Álgebra um tratamento lógico equiparável ao dos *Elementos* de Euclides. "Em vez de ser vista como um fundamento da álgebra, a aritmética 'só pode ser considerada como Ciência de Sugestão, a quem se adaptam os princípios e operações da Álgebra, mas pelos quais não são nem limitados nem determinados'." (Boyer; 1999: 399). Peacock estabelecia, ainda, uma distinção entre o que chamava *álgebra aritmética* e *álgebra simbólica*: "A 'álgebra simbólica' de Peacock é uma 'álgebra aritmética' universal cujas operações são determinadas pelas da 'álgebra aritmética', enquanto as duas álgebras caminham juntas, e pelo princípio da permanência das formas[67] com todos os outros casos." (Eves; 1997: 547).

---

[67] Princípio da permanência de formas equivalentes:
"Qualquer forma equivalente a outra quando expressa em símbolos gerais deve continuar equivalente seja o que for que esses símbolos denotem.
Reciprocamente:

Entre os mais importantes matemáticos contemporâneos de Peacock, e que levaram adiante os seus estudos, estão Duncan F. Gregory (1813-1844) e Augustus De Morgan (1806-1871). No entanto, a contribuição mais expressiva vinda do Reino Unido e que foi um passo decisivo para que a Álgebra se libertasse definitivamente da aritmética — e fosse concebida como um sistema algébrico abstrato — foi dada pelo matemático irlandês William Rowan Hamilton (1805-1865) quando, depois de dar o clássico tratamento aos números complexos como pares ordenados de números reais, com base nesse tratamento, inventou os quatérnios.

Como já havíamos dito, com a emergência da anomalia e o estabelecimento de uma crise revolucionária, abre-se um período de transição — um período de pesquisa extraordinária — onde o velho paradigma já não governa absolutamente os modos de produção do conhecimento algébrico, um período de inquietações e de indefinições em que "a percepção da anomalia — isto é, de um fenômeno para o qual o paradigma não preparara o investigador — desempenhou um papel essencial na preparação do caminho que permitiu a percepção da novidade." (Kuhn; 1982:84): Galois e seu escritos, na França, e Peacock e seu *Treatise on Algebra*, na Inglaterra, vistos hoje, exprimem — mais do que a percepção — a emergência do novo, do novo paradigma da álgebra estruturado na forma de um sistema algébrico abstrato, onde o único significado disponível para os elementos desse sistema é fornecido pelas propriedades das operações algébricas estabelecidas sobre eles.

Para Kuhn (1982), o período de transição em que um paradigma anômalo é total ou parcialmente substituído por um novo é uma revolução científica. Nesse sentido, o período de transição, isto é, o período de pesquisa extraordinária inaugurado com a publicação por Abel, do seu teorema sobre a não resolubilidade de equações quínticas é uma revolução matemática no sentido clássico dado por Thomas Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas*.

Essa revolução na Álgebra só terminaria anos mais tarde com a emergência de novas realizações matemáticas que viriam governar um novo período de pesquisa normal estruturado paradigmaticamente. No nosso modo de ver, os trabalhos de Galois e o *Treatise on Algebra* de Peacock são as tais realizações matemáticas que puseram em marcha a álgebra moderna de nossos dias, uma álgebra estruturada na forma de um sistema algébrico abstrato.

Qualquer forma equivalente que pode ser descoberta na álgebra aritmética considerada como ciência da sugestão quando os símbolos são gerais em sua forma, embora específicos em valor, continuará a ser uma forma equivalente quando os símbolos sejam gerais em natureza assim como em forma." (Boyer; 1999: 400).

Comentário adicional

A título de esclarecimento, faremos, agora, algumas considerações acerca da aplicabilidade de *A Estrutura das Revoluções Científicas* quando se trata, como no presente trabalho, de estudar o processo pelo qual o conhecimento matemático foi produzido ao longo da história.

Primeiramente, queremos enfatizar que o objetivo central dos nossos argumentos nesta tese era o de mostrar que, na história da matemática, é possível formular seus elementos em acordo com a forma como Thomas Kuhn formula os elementos na história das outras ciências. Acreditamos ter feito isso em nossa argumentação até o presente momento.

No entanto, é preciso destacar dois pontos cruciais neste argumento. O primeiro diz respeito à questão da cumulatividade de *fatos* na Matemática ao longo da história. Quanto a isso, é preciso reconhecer que, em realidade, ao longo dos tempos, a história da matemática parece revelar uma cumulatividade de *fatos* muito maior do que a de outras ciências. Pensamos ter resolvido essa questão quando conceituamos *fatos* na matemática como sendo as proposições e os teoremas enquanto enunciados demonstráveis. Com esse conceito em mãos, o *corpus* dos *fatos* na matemática é altamente acumulativo, muito mais do que nas outras ciências: o *fato* de que quanto mais aproximamos a mão de uma vela acesa maior é a intensidade de calor percebida, este *fato* não mudou nunca, assim como nunca mudou o *fato* de que uma função, soma de duas funções contínuas em um dado domínio, é também contínua nesse domínio.

É devido à natureza dos procedimentos matemáticos — fundada no método axiomático aplicado a sistemas formais bem estruturados —, associada à ausência quase absoluta de atividade empírica, que poucos *fatos* vieram a ser rejeitados *a posteriori*. Mesmo assim, a falibilidade na matemática não pode, de maneira alguma, como bem escreveu Lakatos (1978b), ser descartada: a intuição, parceira dileta da lógica na produção do conhecimento matemático, é altamente falível, e isso já é, em si, suficiente para colocar em suspeição qualquer tentativa de se dar à matemática um atestado de infalibilidade.

No entanto — e este é o segundo ponto crucial de nosso argumento —, da mesma forma que aquilo que a teoria flogística acreditava ser a causa da combustão mudou com Lavoiser, mudou, também, aquilo que para Euler, por exemplo, era uma função contínua. Isto atesta que, muito embora haja uma cumulatividade forte de *fatos* na matemática, não há, como escreve Lins (1992), a permanência dos significados nesses fatos, e isto está no centro do nosso argumento quando tratamos de aplicar as teses de *A Estrutura das Revoluções Científicas* ao estudo do desenvolvimento da Matemática.

O que estamos querendo dizer aqui, diz respeito à necessidade de se entender que a cumulatividade forte no *corpus* de *fatos* da matemática não se identifica com a permanência dos *modos de produção de significados* — e, portanto, dos *objetos* — na Matemática. Nesse sentido acreditamos ter mostrado que as revoluções matemáticas ocorreram realmente. No entanto, o que é preciso que fique claro é que a brutalidade de sua ação (da revolução) não pode ser procurada e tampouco é vista nos *fatos* da matemática — como ocorre com mais freqüência nas ciências experimentais — e, sim, nos *modos de produção de significados*, o que equivale dizer, nos *objetos* da Matemática. Nesse sentido, não se deve esperar, portanto, que uma revolução matemática possa, um dia, mostrar que o Teorema Fundamental da Álgebra estava errado ou, ainda, que as equações algébricas de grau maior do que quatro podem ser resolvidas por radicais.

Com essas considerações finais, queremos enfatizar que os nossos argumentos, com base nos *modos de produção de significado*, têm por objetivo mostrar que as idéias de Thomas S. Kuhn apresentadas em *A Estrutura das Revoluções Científicas* se aplicam, com toda a propriedade, ao estudo da história da matemática. Diante disso, queremos enfatizar, ainda, a nossa convicção de que, embora não se possa descortinar qual será a próxima revolução matemática no sentido da teoria da ciência de Kuhn — de dentro de um paradigma nunca se pode ver com clareza o novo que virá —, a possibilidade de ocorrerem, no futuro, outras revoluções na Álgebra está posta, não pode ser, de modo algum, descartada.

Para concluir, um reconhecimento: embora não tenhamos explorado esta possibilidade no trabalho, acreditamos que um entendimento da atividade matemática, em seu movimento histórico, apoiado no estudo dos processos de produção de significados, pode, sim, dar uma contribuição efetiva para a produção matemática presente.

BIBLIOGRAFIA

BOYER, C.B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1999.

CAVAILLÉS, J. **Oeuvres Complètes de Philosophie des Sciences**. Paris: Hermann Éditeurs des Sciences et des Arts, 1994.

-CHALMERS, A. F. **O que é ciência, afinal?** Trad. Raul Fiker. São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

DIEUDONNÉ, J. **Pour l'Honneur de l'Esprit Humain.** Paris : Hachette, 1987.

____ **Abrégé d'histoire des mathématiques: 1700-1900.** Paris: Hermann. Éditeurs des Sciences et des Arts, 1996.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

GAUSS, C.F. **Disquisitiones Arithmeticae.** New York: Springer-Verlag, 1986.

GILLES, D. (ed.) **Revolutions in Mathematics.** New York: Oxford Science Publications, 1995.

GILLI MARTINS, A. C. **Simetrias de Lie e Soluções Exatas de Equações Diferenciais Quaselineares.** Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, 2002.

GISPERT, H. **Sur les fondements de l'analyse em France (à partir de lettres inédites de G. Darboux et de l'éstude des différentes éditions du « Cours d'analyse » de C. Jordan).** Archive for History of Exact Sciences, v. 28, p. 37-106, 1983.

GUEDJ, D. **O teorema do papagaio.** Trad. Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.

HALMOS, P. **Teoria ingênua dos conjuntos.** Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo e Editora Polígono, 1970.

HEGEL, G. W. F. **Enciclopédia das ciências filosóficas em compêndio: 1830.** Trad. Paulo Menezes et al. São Paulo: Edições Loyola,1995.

HOBSBAWM, E. J. **A Era das revoluções: Europa 1789-1848.** Trad. Maria Tereza Lopes Teixeira e Marcos Penchel. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2001.

IFRAH, G. **Las cifras. Historia de una gran invención**. Madrid: Alianza Editorial, 1988.

KLEIN, J. **Greek Mathematical Thought and the Origins of Algebra.** Cambridge, MA: The M.I.T. Press, 1968.

KLINE, M. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.** New York: Oxford University Press, Inc., 1990.

KUHN, T. S. In LAKATOS, I. and MUSGRAVE, A. (orgs.), 1974.

____ **A tensão essencial.** Trad. R. Pacheco. Lisboa: Edições 70, Ltda, 1977.

____ **" Lógica da Descoberta ou Psicologia da Pesquisa?"** In Lakatos, I. e Musgrave, A. (orgs.) **A crítica e o desenvolvimento do conhecimento.** Trad. Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Cultrix: Ed. Da Universidade de São Paulo, 1979.

____ **A Estrutura das Revoluções Científicas.** Trad. Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Editora Perspectiva, 1982.

LAKATOS, I. **História da Ciência e suas reconstruções racionais.** Lisboa: Edições 70, 1978a.

____ **A lógica do descobrimento matemático: Provas e refutações.** Organizado por John Worrall e Elie Zahar. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978b.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebric thinking is.** 330p. Thesis (Phd). University of Nottingham, Nottingham, 1992.

____ **Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases de pesquisa.** Revista da SBEM – São Paulo, Campinas, v.1(1), p.75-91, set, 1993.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Ed. Da FURB, 1999.

MAGEE, B. **As idéias de Popper.** Trad. Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Editora Cultrix: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

MASTERMAN, M. **A Natureza do Paradigma.** in LAKATOS, I. e MUSGRAVE, A.(orgs.) **A crítica e o desenvolvimento do conhecimento.** Trad. Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Cultrix: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.

MEHRTENS, H. "**T.S.Kuhn's theories and mathematics: a discussion paper on the 'new historiography' of mathematics (1976)**".in GILLIES, D. (ed.) **Revolutions in Mathematics.** Oxford Science Publications, Oxford: Clarendon Press, 1992.

MILIES, C. P. **História da Matemática, Ciência Normal e Revoluções Científicas.**

PEARCE WILLIAMS, L. **"Ciência Normal, Revoluções Científicas e a História da Ciência".** In LAKATOS, I. e MUSGRAVE, A. (orgs.) **A crítica e o desenvolvimento do conhecimento.** Trad. Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Cultrix: Editora da Universidade de São Paulo, 1979.

RASHED, R. **Entre Arithmétique et Algèbre: recherches sur l'historie des mathématiques arabes.** Paris : Société d'Edition Les Belles Lettres, 1984.

RÍBNIKOV, K. **Historia de las matemáticas.** Moscú: Editorial Mir, 1991.

SKEMP, R. **The Psychology of Learning Mathematics.** New York: Penguin Books, 1987.

Van der WAERDEN, B. L. **A History of Algebra: from al-Khwarizmi to Emmy Noether.** Belim: Springer-Verlag.

WOEPCKE, F. **Extrait du Fakhri.** Hildesheim : Georg Olms Verlag, 1982.

WUSSING, H. **Lecciones de Historia de las matemáticas.** Madrid: Siglo XXI de España Editores, 1998.

Capítulo 5

> "... as grandes mutações científicas podem talvez ser lidas, às vezes, como conseqüências de uma descoberta, mas podem também ser lidas como a aparição de novas formas de verdade." (Foucault; 2000: 16).

Outras leituras e um confronto necessário

Introdução

O objetivo central deste capítulo é discutir alguns artigos de filósofos e historiadores da ciência e da matemática onde argumentam que as teses apresentadas por Thomas S. Kuhn, em seu ensaio A Estrutura das Revoluções Científicas, embora se apliquem à historiografia das ciências experimentais, não regem os mecanismos que determinam as descobertas matemáticas.

Para que esta discussão não fique no vago e formal confronto de opiniões díspares, procuraremos nos colocar no mesmo *espaço comunicativo* daqueles autores com os quais debateremos.

Começaremos este capítulo discutindo o artigo *Ten "laws" concerning patterns of change in the history of mathematics*, de Michael Crowe, editado por Gillies (1992) no livro *Revolutions in Mathematics*.

As dez "leis" de Crowe referentes aos padrões de mudança na história da matemática

Com o objetivo declarado de estimular uma discussão acerca da historiografia da matemática, Michael Crowe publicou pela primeira vez, em 1975, *Ten"laws" concerning patterns of change in the history of mathematics*. Nesse artigo, tendo como referentes teóricos os filósofos Thomas S. Kuhn, Raymond Wilder e Timothy Le Noir, Crowe apresenta e discute dez "leis" que ele acredita poderem tornar-se pressupostos através dos quais é possível analisar o processo pelo qual a produção matemática se dá.

Embora o nosso objetivo, aqui, seja o de discutir somente três dessas dez "leis", transcreveremos, a seguir, todas elas, no idioma em que foram publicadas por Gillies (1992), para que o leitor possa ter uma dimensão do todo da proposição do autor com esse artigo.

Crowe (1992) enunciou assim as suas dez "leis":

> I. New mathematical concepts frequently come forth not at the bidding, but against the efforts, at times strenuous efforts, of the mathematicians who create them.
>
> II. Many new mathematical concepts, even though logically acceptable, meet forceful resistance after their appearance and achieve acceptance only after an extended period of time.
>
> III. Although the demands of logic, consistency, and rigour have at times urged the rejection of some concepts now accepted, the usefulness of these concepts has repeatedly forced mathematicians to accept and to tolerate them, even in the face of strong feelings of discomfort.
>
> IV. The rigour that permeates the textbook presentations of many areas of mathematics was frequently a late acquisition in the historical development of those areas, and was frequently forced upon, rather than actively sought by, the pioneers in those fields.
>
> V. The "knowledge" possessed by mathematicians concerning mathematics at any point in time is multilayered. A "metaphysics" of mathematics, frequently invisible to the mathematician yet expressed in his writings and teaching in ways more subtle than simple declarative sentences, has existed and can be uncovered in historical research or becomes apparent in mathematical controversy.
>
> VI. The fame of the creator of a new mathematical concept has a powerful, almost a controlling, role in the acceptance of that mathematical concept, at least if the new concept breaks with tradition.
>
> VII. New mathematical creations frequently arise within, and depend in the mind of their creator upon, contexts far larger than the preserved content of these creations; yet these contexts, for all their original importance, may impede or even prohibit the acceptance of the creations until they are removed by the mathematical community.
>
> VIII. Multiple independent discoveries of mathematical concepts are the rule, not the exception.
>
> IX. Mathematicians have always possessed a vast repertoire of tecniques for dissolving or avoiding the problems produced by apparent logical contradictions, and thereby preventing crises in mathematics.
>
> X. Revolutions never occur in mathematics.

De início, o que nos chamou a atenção nesse artigo, tanto quanto as dez "leis" sugeridas como critérios para se analisar as mudanças na história da matemática, foi a intenção que nos pareceu ter o autor em mostrar que o processo pelo qual o saber matemático é produzido difere substancialmente do processo através do qual ocorrem, segundo filósofos contemporâneos da ciência — como Kuhn, Feyerabend e Popper, por exemplo — as descobertas nas ciências experimentais em geral.

Para nos atermos, por ora, a somente duas dessas diferenças — as mais fundamentais, no nosso modo de ver — observemos as seguintes duas "leis", de números V e X, apresentadas no artigo e que, abaixo, foram por nós traduzidas:

> V. O "conhecimento" possuído pelos matemáticos, referente à matemática, em qualquer momento, é acumulativo. Uma "metafísica" da matemática, freqüentemente invisível ao matemático, ainda que expressa em seus escritos e conferências, de forma mais sutil do que simples sentenças decorativas, tem existido e pode ser descoberta na pesquisa histórica ou torna-se aparente na controvérsia matemática. [Crowe;1975:17].
>
> X. Revoluções nunca ocorrem na matemática. [Crowe;1975:19].

Consideremos agora, para efeito de comparação, a citação feita por Kuhn na sua conferência, *Lógica da Descoberta ou Psicologia da Pesquisa?*, apresentada no Seminário Internacional sobre Filosofia, realizado em Londres, no ano de 1965. Referindo-se às suas semelhanças com Popper, Kuhn afirma:

> "Ambos [Kuhn e Popper] rejeitamos o parecer de que a ciência progride por acumulação; em lugar disso, enfatizamos o processo revolucionário pelo qual uma teoria mais antiga é rejeitada e substituída por uma nova teoria, incompatível com a anterior" (Kuhn; 1965: 6).

Observa-se, sem grande esforço, que Crowe diz exatamente o contrário quando se refere ao processo através do qual o saber matemático é produzido; para ele, esse saber possuído pelos matemáticos, ao longo de toda a história, é acumulativo, mais do que isso, é continuamente acumulativo, sem rupturas, sem revoluções.

Foram justamente essas duas propriedades sugeridas por Crowe — que distinguem profundamente o processo de produção matemática do processo de produção das outras ciências — aquilo que nos instigou a elaborar o presente texto.

De antemão queremos esclarecer que, em contraposição àquilo que julgamos ser o objetivo central de Crowe com esse seu artigo, procuraremos mostrar, neste nosso trabalho, que os conceitos de revolução científica e de paradigma, apresentados por Thomas Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas* e em *A Tensão Essencial*, se aplicam, nas suas essencialidades, quando se trata de utilizá-los na análise e na elaboração de uma história da matemática.

Em busca de um significado

Ao declarar que o seu objetivo com o artigo é estimular uma discussão acerca da historiografia da matemática, Michael Crowe sugere que as *Dez "Leis" Referentes aos Padrões de Mudança na História da Matemática* (1975), por ele apresentadas, sejam analisadas com vistas à justificação ou à refutação.

Foi, pois, com esse espírito que analisamos esse seu ensaio.

Com o objetivo deliberado de conduzir o leitor diretamente à conclusão geral a que chegamos, após analisar cada uma das dez "leis" de Crowe, antecipamos o que é, no nosso modo de ver, o objeto do desejo do autor, o que ele está a nos dizer, ainda que implicitamente, com esse seu artigo. A conclusão a que chegamos é a de que Crowe, apoiando-se nas obras *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*, de Lakatos (1978) e em *Evolution of Mathematical Concepts*, de Wilder (1968), elaborou essas dez "leis" tendo como objetivo principal mostrar que as teses apresentadas por Kuhn no seu ensaio *A Estrutura das Revoluções Científicas*, embora se apliquem ao estudo e ao entendimento dos processos das descobertas nas ciências em geral, não regem os mecanismos que determinam as descobertas matemáticas. Em síntese, essa nos parece ser a tese central de Crowe nesse seu artigo.

Ater-nos-emos aqui, portanto, somente à análise das "leis" I, V e X.

Consideremos, primeiramente, a "lei" de número I cuja tradução segue abaixo:

> I. Novos conceitos matemáticos freqüentemente aparecem não como resultado de uma procura direcionada, mas contra o esforço, às vezes vigorosos esforços, dos matemáticos que os criam. (Crowe;1975:16)

Uma investigação mais detalhada dessa sua primeira lei, bem como dos argumentos utilizados para justificá-la, já expõe, no nosso modo de ver, as intenções do autor na defesa de sua tese central. Quando Crowe escreve: "novos conceitos matemáticos freqüentemente aparecem não como resultado de uma procura direcionada, mas contra o esforço, às vezes vigorosos esforços dos matemáticos que os criam", parece-nos evidente a preocupação do autor em afirmar que tais novos conceitos matemáticos *freqüentemente* são descobertas à revelia da vontade, dos esforços de seus criadores.

Para dar consistência e legitimidade às suas argumentações, na defesa dessa sua "lei", Crowe recorre à história. Reporta-nos, primeiramente, ao jesuíta e matemático italiano

Girolano Saccheri (1667-1733) “cujos valentes esforços para provar que nenhuma geometria, exceto a de Euclides, era possível, resultou no primeiro sistema não-Euclidiano” (Crowe; 1975: 16).

Entretanto, se analisarmos mais atentamente o exemplo supracitado, veremos que ele traz, em si, algumas questões a serem respondidas antes que se possa considerá-lo nos objetivos a que foi posto.

Se não, vejamos: Crowe afirma que os esforços de Saccheri para provar que a geometria euclidiana era única, “resultou no primeiro sistema não-Euclidiano”.

Então perguntamos: Resultou quando?

Saccheri morreu acreditando “ter derrubado as possibilidades de que a soma dos ângulos de um triângulo fosse maior ou menor que dois ângulos retos” (Boyer; 1999: 319). Cinqüenta anos após a morte de Saccheri, o matemático suíço Johann Heinrich Lambert (1728-1777),

> “tentando completar o que Saccheri pensara fazer — uma prova de que negar o postulado das paralelas de Euclides leva a uma contradição — [...], especulou que a hipótese do ângulo poderia corresponder a uma geometria sobre uma superfície nova, tal como uma esfera de raio imaginário.” (Boyer; 1999: 319,320).

Contudo, mesmo tendo especulado sobre essa hipótese, não se conhece nenhum registro histórico garantindo que Lambert tenha dirigido esforços na verificação da mesma.

É importante que se reconheça, aqui, — mais que isso — que se relacione essa percepção de Lambert com aquilo a que Kuhn denomina *anomalia* de um paradigma. Ou seja, Lambert se defrontara com uma questão para o qual o paradigma — no caso, o euclidiano — não o preparara; mais que isso, se defrontara com uma situação que não poderia ser formulada, como questão, no marco do paradigma que partilhava. Cumpre ressaltar, ainda, o papel de importância essencial que a percepção de tal anomalia desempenhou na preparação do caminho que permitiu a Lobachevsky publicar, em 1829, o artigo *Sobre os Princípios da Geometria*, “que marca o nascimento oficial da geometria não-euclidiana.” (Boyer; 1999: 360).

A título de reconhecimento histórico, vale lembrar que

> “em 1868 Eugênio Beltrami (1835-1900) mostrou que Lambert estava certo em sua conjectura sobre a existência de uma superfície assim. Mas tal superfície não é uma esfera de raio imaginário e sim uma superfície real

> chamada pseudo esfera — uma superfície de curvatura constante negativa gerada revolvendo uma tratiz sobre seu eixo" (Boyer; 1999: 320).

Como se vê, foi somente quase um século após a morte de Saccheri, através de trabalhos de Lobachevsky, e depois de Riemann e de outros matemáticos, que "resultaram" os primeiros sistemas geométricos não-euclidianos.

Ora, se Saccheri chegou a resultados que vieram a ser, quase cem anos depois, utilizados na formulação teórica de geometrias não-euclidianas, mais ainda, se Saccheri — e mesmo Lambert — estiveram tão perto da descoberta dessas geometrias, então por que não as teriam descoberto? O que impediu que eles as descobrissem?

A essas questões, *A Estrutura das Revoluções Científicas* responde: um paradigma.

Tanto Saccheri quanto Lambert eram reféns do paradigma euclidiano. E isso, tão somente esse empenhamento partilhado por todos os matemáticos daquela época, em torno e na defesa do modelo euclidiano, é que impediu que eles avançassem na construção de uma nova geometria.

Nesse sentido, esse exemplo dado por Crowe, antes de dar consistência e legitimidade à sua primeira "lei", presta, muito mais, um desserviço à defesa da sua conjectura.

Portanto, antes de pensarmos na "lei do acaso" para explicar as "descobertas" matemáticas, não vemos qualquer razão para deixar de considerá-las como o resultado de todos os empenhamentos partilhados por grupos de matemáticos, numa determinada época, em um determinado contexto.

Faremos, agora, algumas considerações preliminares e gerais acerca das outras duas "leis" de Crowe, as quais nos propusemos analisar nesse trabalho.

Temos por conta que essas duas "leis" — as de números V e X — estão a nos dizer, por seu conteúdo, as mesmas coisas; mais precisamente, têm, em si, o mesmo objeto de discurso. Dizemos isso por entender que, quando Crowe escreve que "o 'conhecimento' possuído pelos matemáticos, referente à matemática, em qualquer momento, é acumulativo" (Crowe;1975:17), aparece, implícito no conteúdo desse discurso, a tese segundo a qual os paradigmas na matemática, em qualquer momento ao longo de sua história, são perenes e estáveis, ou seja, aparece implícito, aí, que "as revoluções nunca ocorrem na matemática" (Crowe;1975:19).

Na forma como estão escritas, a distinção entre essas duas "leis" aparece no fato de a "lei" V — diferentemente da X — carregar consigo o germe de uma possível argumentação na defesa do objeto de discurso que aparece em ambas.

Isso posto, não distinguiremos doravante, em termos de conteúdo, uma "lei" da outra; estaremos expondo, concomitantemente, o resultado de nossa análise sobre ambas, sem distingui-las nas suas essencialidades.

Para construir argumentos que dêem sustentação à sua tese de que "*revoluções nunca ocorrem na matemática"*, Crowe chama pelo testemunho de eminentes matemáticos de gerações distintas, como Fourier (1768-1830), Hankel (1839-1873) e Truesdell (?-?), todos eles resgatando um caráter acumulativo do processo através do qual o conhecimento matemático é construído.

Não considerando aqui, por ora, as conclusões a que chegamos no capítulo anterior deste trabalho, vejamos o que Davis e Hersh dizem a respeito desse processo:

> "... embora haja muita verdade nesta visão da matemática como ciência cumulativa, essa visão, como apresentada, é algo ingênua. Ao mesmo tempo em que os tecidos matemáticos são construídos, há outros processos concomitantes que tendem a desfazê-los. Descobre-se que fatos individuais estão errados ou incompletos. Teorias se tornam impopulares e são desprezadas. Trabalhos caem no olvido, e se tornam úteis aos antiquários (como, por exemplo, a multiplicação prostaferésica). Outras teorias se tornam saturadas e não são mais desenvolvidas. Trabalhos mais antigos são encarados sob perspectivas modernas e são reformulados, refundidos, enquanto que a formulação antiga pode mesmo tornar-se ininteligível (os escritos originais de Newton podem ser interpretados hoje somente por especialistas). Aplicações se tornam irrelevantes e são esquecidas (a aerodinâmica dos Zepelins). Métodos superiores são descobertos e substituem outros inferiores (grandes tábuas para cálculo com funções especiais são substituídas pelas aproximações do computador digital)." (Davis&Hersh;1989:44,45).

Entretanto, temos plena convicção de que não é no nível formal do entendimento, no vago e indeterminado confronto de opiniões díspares, que esse obstáculo epistemológico para compreensão da história pode ser superado. Se *A Estrutura das Revoluções Científicas* lança luzes sobre o processo através do qual as ciências naturais progridem, somente uma análise criteriosa sobre o que distingue, quanto a sua natureza, a matemática das demais ciências experimentais, será capaz de esclarecer se o método das revoluções científicas de Kuhn também se aplica — e de que maneira — à matemática.

Neste sentido, apresentaremos, aqui, uma abordagem onde consideramos como pressuposto básico para as argumentações que “os conhecimentos” se expressam através de proposições adquiridas e articuladas fundamentalmente por dois tipos de interações do homem com o mundo do qual é parte: Por “experiências materiais diretas” e por “construções mentais socialmente elaboradas”.

Por experiências materiais diretas é que os paradigmas, ou conjunto de paradigmas, são criados, partilhados e, quando fracassam nos seus objetivos, são total ou parcialmente substituídos por um novo, incompatível com o anterior. O processo segundo o qual ocorrem as mudanças de paradigmas é chamado, como já dissemos, revolução científica.

Conforme já discutimos, dentre os objetos de empenhamento de um grupo — e que aqui são descritos como paradigma — destacam-se, por serem centrais para a operação cognitiva do grupo que os adotam, as formas lógicas de representação (generalizações simbólicas), as soluções de problemas concretos (exemplares) e os modelos teóricos (modelos). São esses modelos que fornecem ao grupo de cientistas que os compartilham “as analogias preferidas ou, quando profundamente defendidas, uma ontologia” [Kuhn;1977:358]. Importante ressaltar, também, que esses modelos são obtidos, por abstração, a partir das proposições advindas das experiências materiais diretas. Através dessas abstrações, variáveis, muitas delas essenciais no fenômeno observado, são, em nome do entendimento, desconsideradas na elaboração do modelo teórico. E é, justamente aí, como filho bastardo desse entendimento — que procura conferir ao conteúdo do modelo a forma universal abstrata — que é gestado o germe da instabilidade dos paradigmas, e nesse caso específico, dos paradigmas das ciências experimentais, como a Física e a Química, por exemplo.

Diferentemente das ciências experimentais, cujos teoremas são acolhidos por estarem em concordância com as experiências materiais diretas, na geometria elementar o tratamento dado aos teoremas obedece a um outro método: o ***lógico-dedutivo***.

Esse método, cuja gênese remonta a antiguidade grega, consiste em, num sistema formal, postular, sem verificação de prova, certas proposições como axiomas e derivar, desses axiomas, com a ajuda exclusiva dos princípios lógicos, todas as proposições do sistema como teoremas.

Porém, o número relativamente pequeno de axiomas, sustentando uma imensa trama de numerosas proposições deles deriváveis, fez com que o método lógico-dedutivo da geometria se colocasse, a muitas gerações de notáveis pensadores, como o modelo de conhecimento científico por excelência.

Isso, naturalmente, suscitou questionamentos e demandas sobre se seria possível, em bases seguras, fundamentar axiomaticamente outros ramos do pensamento.

Foi na matemática, a partir das últimas décadas do século XIX, que o método lógico-dedutivo — ou ***método axiomático***, como passou a ser chamado — veio a ser explorado na sua plenitude.

> “Novos ramos da matemática assim como velhos, inclusive a familiar aritmética dos números cardinais (ou ‘inteiros’), foram dotados com o que pareciam ser conjuntos adequados de axiomas. Gerou-se assim uma opinião em que era tacitamente pressuposto que todo o setor do pensamento matemático pode ser dotado de um conjunto de axiomas suficiente para desenvolver sistematicamente a totalidade infinita de verdadeiras proposições acerca da área dada de investigação.
>
> O artigo de Gödel mostra que tal pressuposição é insustentável. Ele colocou os matemáticos diante da espantosa e melancólica conclusão de que o método axiomático tem certas limitações inerentes que eliminam a possibilidade de que mesmo a aritmética comum dos inteiros possa ser plenamente axiomatizada. Mais ainda, ele provou que é impossível estabelecer a consistência lógica interna de uma amplíssima classe de sistemas dedutivos — aritmética elementar, por exemplo — a menos que adotemos princípios de raciocínios tão complexos que sua consistência interna fica tão aberta à dúvida quanto a dos próprios sistemas. À luz destas conclusões, é inatingível qualquer sistematização final de numerosas áreas importantes da matemática e é impossível dar garantia absolutamente impecável de que muitos ramos significativos do pensamento matemático estejam inteiramente livres de contradição interna.” (Nagel & Newman; 1998: 15,16).

O Teorema da Inconsistência do austríaco Kurt Gödel coloca, no nosso modo de ver, uma pá de cal sobre qualquer tentativa de se atribuir, hoje, uma “metafísica” redentora escondida nas dobras da Matemática como a responsável por um possível caráter não falibilista da Matemática.

A par disso, a intuição sempre foi companheira dileta da lógica. Ainda que à primeira vista possa não parecer tão evidente, a intuição e a lógica sempre participaram, ainda que muitas vezes em épocas diferentes, do mesmo processo através do qual a matemática foi sendo construída. E nesse processo,

> "a lógica inteiramente pura só nos levaria sempre a tautologias; não poderia criar coisas novas; não é dela sozinha que se pode originar qualquer ciência. [...]; para fazer aritmética, assim como para fazer geometria, ..., é preciso algo mais que a lógica pura. Para designar essa outra coisa, não temos outra palavra senão intuição." [Poincaré;1995:18].

No seu recomendável ensaio *O Valor da Ciência* (1995), Poincaré (1854-1912) enfatiza o papel vitorioso dessa parceria no cenário da produção matemática e descreve sucintamente como eminentes matemáticos, cada um à sua maneira — pela intuição ou pela lógica — contribuíram no cenário dessa produção.

Contudo, por originar-se ora de experiências mentais, ora de experiências materiais diretas, a intuição é falível e não pode nos dar a certeza do objeto intuído e muito menos atender à demanda de rigor tão presente na matemática.

Se a intuição — e tão somente ela — fosse tomada como método para a construção de paradigmas na matemática, esses seriam, sem dúvida, tão ou mais instáveis que os paradigmas das ciências experimentais. O que torna os paradigmas da matemática altamente — ***mas não absolutamente*** — estáveis é, pois, o método axiomático aplicado a sistemas formais bem estruturados.

Portanto, a instabilidade desses paradigmas e a conseqüente evidência de revoluções na matemática são decorrentes, por um lado, da impossibilidade de, como já escrevemos acima, se *estabelecer a consistência lógica interna de uma amplíssima classe de sistemas dedutivos*... e, por outro lado, da impossibilidade de a intuição matemática nos fornecer certeza desejada sobre o objeto intuído.

Conclusão

Como já havia anunciado previamente, a conclusão geral a que chegamos após analisar *Ten "laws" concerning patterns of change in the history of mathematics* [1975] é a de que Michael Crowe, apoiando-se principalmente em *Evolution of Mathematical Concepts* [1968], de Raymond Wilder, conjectura, através dessas "leis", que as teses apresentadas por Thomas Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas* [1978] não se aplicam à analise dos mecanismos segundo os quais o conhecimento matemático é construído.

Entretanto, esse não é o entendimento que temos sobre o mesmo processo. Um entendimento político, é verdade, mas que se funda na concepção de história que partilhamos.

Uma concepção que observa o trabalho intelectual — como qualquer outro — submetido às relações sociais mais amplas de produção, de troca e de trabalho. Relações contraditórias decorrentes de interesses antagônicos. Portanto, relações não estáveis, sujeitas a crises, a processos revolucionários.

Porém, antes de encerrar esse capítulo, faremos uma breve incursão à história da matemática para focar, ainda que superficialmente, três dentre os processos que, segundo o nosso entendimento, são processos revolucionários similares àqueles apresentados por Thomas Kuhn quando ele analisa a história das ciências experimentais.

Com esse objetivo, exporemos primeiramente as bases sobre as quais construímos a concepção de revolução científica que usamos para desenvolver esse trabalho. Recordemos que, de acordo com Kuhn:

> "Revoluções científicas [são] aqueles episódios de desenvolvimento não-cumulativo, nos quais um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, incompatível com o anterior. [...]. De forma muito semelhante [às revoluções políticas], as revoluções científicas iniciam-se com um sentimento crescente, também seguidamente restrito a uma pequena subdivisão da comunidade científica, de que o paradigma existente deixou de funcionar adequadamente na exploração de um aspecto da natureza, cuja exploração fora anteriormente dirigida pelo paradigma. Tanto no desenvolvimento político como no científico, o sentimento de funcionamento defeituoso, que pode levar à crise, é um pré-requisito para a revolução." (Kuhn;1978:125,126).

Feito esse esclarecimento, vamos à história.

Um processo que qualificamos como revolucionário na história da matemática diz respeito à substituição do modelo computacional mecânico através do ábaco (do grego, *abax*) pelo cálculo efetuado por escrito, utilizando-se o sistema de numeração posicional indo-arábico. Especula-se que esse sistema de numeração indo-arábico entrou na Europa Ocidental fundamentalmente por duas vias: levados pelos comerciantes e viajantes pelas costas do Mediterrâneo e através dos árabes que invadiram a Península Ibérica em 711 d.c e ali permaneceram até o ano 1492. É importante destacar a contribuição dada por uma tradução latina do tratado de al-Khwarizmi feita no século XII, para a disseminação desse sistema por toda Europa Ocidental.

Todavia, o que se viu por quase quatro séculos foi

> "uma verdadeira batalha entre abacistas e algoristas, como eram chamados os defensores do novo sistema, mas em torno do ano 1500 as atuais regras de computação acabaram se impondo. Mais um século e os abacistas haviam

> sido quase esquecidos, sendo que perto do século XVIII não restava mais nenhum traço do ábaco na Europa Ocidental.” (Eves;1997:40).

Olhemos, agora, para um outro episódio da história da matemática.

Há pelo menos vinte e três séculos, desde a antiguidade grega, a idéia de infinitésimo é conhecida e trabalhada. Para muitos, a importância mais significativa dos infinitésimos, no passado, está vinculada fundamentalmente à sua utilização nos processos que originaram a descoberta e o desenvolvimento do Cálculo, um dos mais importantes marcos na história do pensamento matemático.

Durante o século XVIII e parte do século XIX a utilização das concepções infinitesimais em problemas relacionados ao Cálculo foi intensa e profícua. Matemáticos notáveis como L’Hospital (1661-1704), os irmãos Jakob Bernoulli (1654-1705) e Johann Bernoulli (1667-1748), Eüler (1707-1783), D’Alembert (1717-1790), Lagrange (1736-1813), Bolzano (1781-1848) e Cauchy (1789-1857), só para citar alguns nomes, não somente obtiveram importantes resultados usando as concepções infinitesimais, como também se empenharam, sem contudo obter êxito, na fundamentação lógica dessas concepções. No entanto,

> “... apesar dos sucessos obtidos, a noção de ‘infinitésimo’ nunca foi devidamente clarificada e o seu uso imoderado conduziu o desenvolvimento do cálculo a sérias inconsistências e dificuldades que não puderam ser ultrapassadas. No século XIX, Karl Weierstrass (1815-1897) logrou finalmente obter uma formulação completa e rigorosa para os fundamentos do cálculo baseada na atual definição de limite.” (Sousa Pinto;2000:27).

Com isso, e desde então, as concepções infinitesimais foram banidas dos textos dos matemáticos. Seu reaparecimento em 1966, recebido quase como uma curiosidade pela comunidade dos matemáticos, deveu-se a Abraham Robinson (1918-1974) que, com auxílio da Lógica Moderna, em particular da Teoria dos Modelos, estabeleceu uma formulação rigorosa à noção de infinitésimo. Entretanto, é a noção de limite que continua, soberanamente, reinando nos textos e nas aulas de Cálculo e de Análise.

Importante notar, aqui, que a noção de *limite* não tem sua gênese (ou nem sua origem) nas concepções infinitesimais, não se constituindo, assim, em “conhecimento” adquirido por acumulação. No nosso modo de ver, a substituição das concepções infinitesimais pela noção de limite constitui, de fato, uma mudança de paradigma na matemática.

Uma terceira situação que, segundo o nosso ponto de vista, constitui outra mudança de paradigma na matemática se refere a uma mudança de método na forma como se escrevia a matemática até o século XIX e como ela é escrita desde então. O método axiomático das definições constitutivas da matemática de hoje e o método genético das definições descritivas que se produzia até o século XIX constituem dois paradigmas distintos da matemática.

Finalmente, encerramos esse trabalho reafirmando a nossa convicção plena de que a matemática não se desenvolve, como deseja Crowe, por acumulação contínua de descobrimentos e inventos individuais em qualquer momento mas, ao contrário, como o resultado de um trabalho coletivo, socializado e realizado por comunidades de matemáticos, com base em conceitos, métodos e valores partilhados que, de conjunto, Kuhn os chamou de paradigmas.

Acreditamos, ainda, que, por sua natureza, a matemática se distingue das ciências experimentais e, como resultado dessa distinção, os paradigmas e as revoluções nesses dois ramos do conhecimento têm características próprias e, sob certos aspectos, distintas.

Finalmente — e como conseqüência dessa nossa convicção — reafirmamos, ainda, a nossa crença de que na história da matemática existem épocas de pesquisa normal onde, aí sim, a Matemática se produz por acumulação e reformas, e épocas de revoluções, onde um paradigma mais antigo é total ou parcialmente substituído por um novo, não raras vezes incompatível com o anterior, como foi o caso da Álgebra que estudamos no capítulo 4.

BIBLIOGRAFIA:

AYER, A. J. **The Problem of Knowledge**. Harmonds, Middlesex: Penguin Books Ltd, 1956.

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Trad. L. Hegenberg e O. S. Mota. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1969.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. E. F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1999.

BUNGE, M. **Epistemologia: curso de atualização**. Trad. C. Navarra, São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1980.

DAVID, P. J. & HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Trad. J. B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S. A., 1989.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. H. H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**. Trad. L.F. de Almeida Sampaio. São Paulo: Edições Loyola, 2000.

GILLIES, D. **Revolutions in Mathematics**. New York: Oxford University Press, 1992.

HADAMARD, J. **Psicologia de la Invención en el Campo Matemático**. Trad. L. A. S. Sors. Buenos Aires: Editora Espasa-Calpe Argentina S. A., 1947.

HEGEL, G. W. F. **A Ciência da Lógica.** Trad. P. Meneses. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

HERSH, R. **What is Mathematics, Really?** New York: Oxford University Press, 1997.

HIRSCH, G. "**Les Mathèmatiques et les 'Révolutions Scientifiques'**". Bulletin de La Société Mathématique de Belgique, t. XXXVII, 1985.

KITCHER, P. **The Nature of Mathematical Knowledge**. New York: Oxford University Press, 1984.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Trad. B. V. Boeira. & N. Boeira. São Paulo: Editora Perspectiva S.A., 1982.

____ **A Tensão essencial**. Trad. R. Pacheco. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1977.

____ "**Lógica da Descoberta ou Psicologia da Pesquisa?**" In: LAKATOS, I. MUSGRAVE, A. (orgs.) **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento** Trad. O. M. Cajado. São Paulo: Cultrix: Ed. da Universidade de São Paulo.

LAKATOS, I. **A Lógica do Descobrimento Matemático: provas e refutações.** Trad. N. C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

____ **História da Ciência e suas Reconstruções Racionais.** Trad. E. P. T. M. Mendes. Lisboa: Edições 70 Ltda, 1978.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**. São Paulo: Cortez Editora, 1997.

NAGEL, E. & NEWMAN, J.R. **Prova de Gödel**. Trad. G. K. Guinsburg. São Paulo: Editora Perspectiva S. A., 1998.

POINCARÉ, H. **O Valor da Ciência.** Trad. M. H. F. Martins. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

RUSSELL, B. **Introdução à Filosofia da Matemática.** Trad. G. Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.

SOHN-RETHEL, A. **Intellectual and Manual Labor: a critique of epistemology.** New Jersey: Humanities Press, 1978.

SOUSA PINTO, J. J. M. **Métodos Infinitesimais de Análise Matemática**. Lisboa: Edição da Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

WUSSING, H. **Lecciones de Historia de las Matematicas.** Trad. M. Hormigon et all. Madrid: Siglo XXI de Espanha Editores, S. A., 1998.

Conclusão

Embora fosse objetivo deste nosso trabalho, enquanto primeiro projeto, analisar o desenvolvimento das três grandes áreas da Matemática — a Álgebra, a Geometria e a Análise — sob a ótica da teoria da ciência de Thomas S. Kuhn, com o andar da carruagem essa tarefa mostrou-se hercúlea, fora de propósito para uma pesquisa marcada pela delimitação do tempo.

Diante disso, uma primeira conclusão: o presente trabalho se inscreve no quadro de uma primeira abordagem, de uma abordagem parcial para quem objetiva ir adiante na tarefa de analisar o processo segundo o qual o conhecimento matemático é produzido em suas diversas áreas. Esta tarefa define, portanto, a continuidade de nossas pesquisas.

Entretanto, se os objetivos previstos pelo projeto inicial eram maiores que as possibilidades de alcançá-los, restou-nos, então, a opção de reduzir as aspirações previstas inicialmente e de centrar o foco da nossa análise no desenvolvimento de uma daquelas três grandes áreas da Matemática. A opção pela Álgebra não teve razão especial alguma, a não ser pelo fato de termos, no início da pesquisa, um volume maior de dados pesquisados nessa área.

O primeiro momento da nossa análise foi o de delimitar o espaço de tempo onde iríamos focar as nossas investigações. A escolha pelo período compreendido entre a publicação da obra de al-Khwarizmi e meados do século XIX deu-se, fundamentalmente, por duas razões: primeiro, porque esse foi um período amplamente estudado pelos historiadores da matemática, o que nos disponibiliza acesso a um acervo fartamente documentado e, segundo, por acreditarmos que, durante esse transcurso de tempo, o primeiro paradigma da Álgebra estabelecera-se na Europa, desenvolvera-se em toda a sua potencialidade e fora substituído por um novo paradigma, por força de alguma anomalia que ele — o velho paradigma — não estava preparado para torná-la em previsto.

Para investigarmos se essa nossa crença inicial era plausível de fundamentação teórica à luz de *A Estrutura das Revoluções Científicas*, fomos às teses centrais estabelecidas por Kuhn (1982) para o desenvolvimento científico, para analisar a aplicabilidade delas aos processos que regeram o desenvolvimento da álgebra naquele período estipulado.

Uma das exigências de Kuhn (1982) para que um paradigma se instale é a existência de uma ou mais realizações científicas estruturadas por um paradigma e norteadoras do período de pesquisa normal. No caso específico da nossa pesquisa, pudemos constatar que as álgebras de al-Khwarizmi e de al-Karaji exerceram o papel de realizações matemáticas sobre as quais o primeiro paradigma da Álgebra foi edificado na Europa e pelas quais foi governado o primeiro período de pesquisa normal da álgebra no Velho Continente.

Uma outra exigência estabelecida por Kuhn (1982) é que, durante o período de pesquisa normal o desenvolvimento científico se dá através de um processo contínuo e extraordinariamente cumulativo. Também nesse aspecto nós pudemos constatar que o desenvolvimento da Álgebra, nos seis séculos que separaram Fibonacci de Gauss e de Abel, foi contínuo e altamente cumulativo: nesse período foram solucionadas, por métodos algébricos de redução a radicais, as equações cúbicas e quárticas; as técnicas para se investigar as equações algébricas foram aprimoradas com a representação simbólica dos números possíveis, e as demonstrações do Teorema Fundamental da Álgebra e da não resolubilidade, via radicais, das equações quínticas são somente algumas poucas entre as grandes conquistas promovidas pelo primeiro paradigma da Álgebra na Europa.

Uma outra marca do desenvolvimento paradigmático de uma ciência ou disciplina é, segundo Kuhn (1982), a emergência de anomalias que o paradigma traz escondido em suas entranhas desde que ele se estabelece. Como vimos em nossa pesquisa, a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra garantindo que toda equação algébrica de grau $n>0$ a coeficientes complexos admitia pelo menos uma raiz complexa e a demonstração de que as equações de grau maiores do que quatro não eram resolúveis pelo método estabelecido pela pesquisa normal, a conjunção desses dois fatos punha em evidência que o velho paradigma não era capaz de solucionar os problemas que ele próprio estabelecera como importantes. Com isso, a anomalia — antes escondida nas entranhas do paradigma — veio à tona com toda força e crueza.

Estabelecida a crise revolucionária, abre-se o período de pesquisa extraordinária e, com ela, as inquietações e as indefinições foram, como vimos, a marca daquele período de transição. No entanto, se nesse período de crise a percepção da anomalia é muito mais evidente, essa “percepção [...] desempenhou um papel essencial na preparação do caminho que permitiu a percepção da novidade” (Kuhn; 1982: 84): Como já havíamos dito, tanto Galois com a sua teoria, quanto Peacock com o seu tratado sobre álgebra, vistos de hoje, expressavam — mais do que a percepção — a emergência do novo paradigma da Álgebra, um paradigma estruturado na forma de um sistema algébrico abstrato.

Como conclusão do nosso trabalho, queremos reafirmar, mais uma vez, a nossa convicção de que aquilo que no início das nossas investigações era simplesmente uma crença, cristalizou-se — depois de concluído o trabalho — como uma verdade possível, ou seja, o processo pelo qual o conhecimento algébrico foi construído pode ser analisado pela ótica de *A Estrutura das Revoluções Científicas*.