

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

TESE DE DOUTORADO

Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em  
matemática

Autor: Esther Pacheco de Almeida Prado  
Orientador: Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida por  
Esther Pacheco de Almeida Prado e aprovada pela Comissão  
Julgadora.

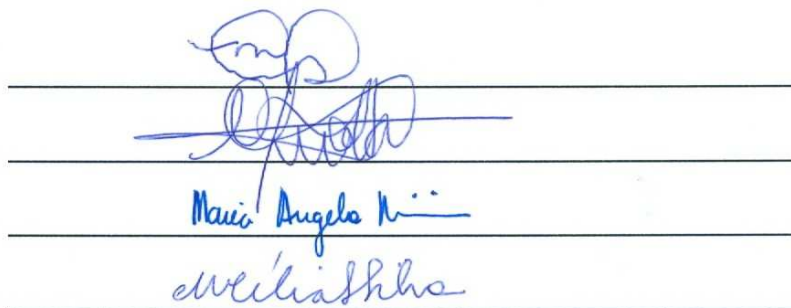
Data: 21/02/08

Assinatura:.....



Orientador

COMISSÃO JULGADORA:



Marcos Angelo N. ...  
Melissas

© by Esther Pacheco de Almeida Prado , 2008.

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca  
da Faculdade de Educação/UNICAMP**

P882d	Prado, Esther Pacheco de Almeida . Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática / Esther Pacheco de Almeida Prado. – Campinas, SP: [s.n.], 2008.
	Orientador : Anna Regina Lanner de Moura. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.
	1. Formação de professores. 2. Leitura. 3. Professores de matemática. 4. Educação matemática. 5. Números inteiros. I. Moura, Anna Regina Lanner de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.
	08-101/BFE

**Título em inglês :** How do mathematics students understand printed texts used for teaching whole numbers

**Keywords :** Teachers development; Reading; Mathematics teachers ; Mathematics Education ; Whole Numbers

**Área de concentração :** Educação Matemática

**Titulação :** Doutora em Educação

**Banca examinadora :** Profa. Dr<sup>a</sup>. Anna Regina Lanner de Moura (Orientadora)

Profa. Dr<sup>a</sup>. Maria do Carmo de Sousa

Prof. Dr. Nelson Antônio Pirola

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Célia Leme da Silva

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Ângela Miorim

**Data da defesa:** 21/02/2008

**Programa de Pós-Graduação :** Educação

**e-mail :** [estherprado2@gmail.com](mailto:estherprado2@gmail.com)

*Dedico*

*À minha mãe, Hortência Aguiar de Almeida Prado, minha  
companheira em todos os momentos, com todo meu amor.*

*Ao meu irmão, João Pacheco de Almeida Prado, Miriam,  
Joãozinho e Ana Martha, pelo que significam.*

*Aos tios Mário Ferreira e Maria do Carmo, João e Antonia,  
pela presença e carinhos constantes.*

*À Alberto Magno Simões Rodrigues pela dedicação  
carinhosa e infalível que tornou mais ameno este caminhar.*

*À saudade imensa de meu pai, João Pacheco de Almeida  
Prado Netto, de meu avô, Diógenes Bueno de Aguiar, de  
meu tio Ernesto R. B. Luna Freire e de minha tia Martha  
Maria de Aguiar Schreiber, por tudo.*

## AGRADECIMENTOS

*À minha dedicada orientadora Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura, pela amizade, carinho, compreensão, paciência e segurança com que orientou esta pesquisa.*

*Às Profa. Dra. Maria Ângela Miorim e Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa pelas sugestões no exame de qualificação que foram fundamentais para os novos rumos deste trabalho.*

*Ao Prof. Dr. Antonio Miguel pelas conversas informais que muito me auxiliaram para o encaminhamento deste estudo.*

*Aos professores do CEMPEM Dario Fiorentini, Dione Lucchesi de Carvalho, Antonio Miguel, Maria Ângela Miorim e Anna Regina Lanner de Moura pela oportunidade da convivência.*

*Ao Luciano Castro Lima pela amizade e por ter permitido compartilhar do seu conhecimento nestes anos de docência.*

*Ao Sr. Rubens Rodrigues por seu interesse e disposição em ouvir sobre esta pesquisa, auxílio precioso para minha reflexão.*

*Ao Prof. João Linneu do Amaral Prado agradeço pelas horas de conversa durante as quais abusei do seu conhecimento matemático e dos empréstimos de sua biblioteca.*

*Ao professores Dr. Vinício de Macedo Santos, FE/USP, Dr. Mauro Carlos Romanatto, UNESP/Araraquara e Dra. Regina Maria Simões Puccinelli Tancredi, UFSCar, pelo empréstimo dos materiais que foram fundamentais para esta pesquisa.*

*À minha prima Maria de Lourdes Martins de Almeida Prado pelo acompanhamento e incentivo amoroso durante a elaboração da pesquisa e pela leitura criteriosa de parte dela.*

*Aos meus primos Dr. Luiz Prado Rocchi, Dr. Jorge de Moraes Prado Filho e Dra Mariângela C.*

*S. de Almeida Prado, por todos os socorros físicos e familiares, pois mais que profissionais foram meus Anjos da Guarda.*

*A todos os tios e primos pela convivência familiar que influenciou este trabalho. E pelo interesse especial de: Tios Sônia e Sérgio de Almeida Prado Bruno, Liginha, Júnior, Fátima, Paulinha, José Mário, Inho, Sú e George; Henriquinho, Cecília e meninas; Aníbal, Maria Ângela e meninos João, Carolina e meninos; Scintilla e Manoel, Cidoca e Ciça.*

*Pelo incentivo e por todas as orações agradeço à D. Nádia, D. Jandira, D. Neide, D. Graciete, D. Neusa, D. Delminda e Marlene, do Grupo de Oração.*

*Aos colegas do CEMPEM e ao grupo da Educação Conceitual pelos incentivos durante estes anos de convivência.*

*A todos os funcionários do Programa de Pós-graduação da FE/UNICAMP pelas preciosas orientações técnicas.*

*À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, Projeto Bolsa Mestrado, pelo auxílio financeiro de parte deste trabalho e a todos os funcionários e amigos da Diretoria de Ensino Região de Jaú pela acolhida.*

*À Maria Teresa P. de Castro Fiorelli, Maria Elisa G. Roscani, Regina Célia D'Alessandro Bauer, M. Medianeira de A. P. Fraga e Silvana R. C. B. R. Branco pelo carinho e amizade.*

*Aos amigos: Ritinha, Galvão e meninas; Belzinha Teixeira; Ana Helena; Antonietinha, Aymée, Bel Sanzovo; Betty Gaeta, Leninha; Leila; Margot; Rosinei e Selma.*

*À Prof.<sup>a</sup> Danielle Sega pelas sugestões e criteriosa correção do texto.*

## RESUMO

Esta pesquisa investiga como licenciandos em matemática entendem textos impressos, de três categorias, para o ensino: (a) textos de aprendizagem, aqueles utilizados, simultaneamente, na sala de aula por professor e alunos, como os livros didáticos e textos alternativos; (b) os textos de apoio e aprofundamento, como Ruiz (2005), Glaeser (1985) e de autores da História da Matemática, como Boyer (1984) e outros e (c) textos oficiais de orientações curriculares e de formação de professores. A questão central de pesquisa consistiu em entender quais as contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos em matemática, para as idéias iniciais do conceito números inteiros. Esse entendimento foi realizado por meio de diálogos ocorridos num grupo de licenciandos ao desenvolver atividades nas aulas de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, em uma Universidade pública do interior do Estado de São Paulo. Recorremos a Olson (1997) para compreender a constituição do mundo do papel da matemática escolar, a Bohm&Peat (1989) para a compreensão das infra-estruturas tácitas do conhecimento, e a Lizcano (1993, 2006), para a compreensão dos imaginários dos números inteiros e as metáforas derivadas desses imaginários, que possibilitam a compreensão do significado de negatividade que precede o significado do número negativo. Como resultados verificamos que os licenciandos interagiram com os autores estudados, ao interpretar que objetivos tinham com eles, como seus leitores e com seus futuros alunos da educação básica; manifestaram entendimentos distintos para dois textos de aprendizagem: como interpretar o livro didático na perspectiva de seu uso em sala de aula; e o texto alternativo, na perspectiva de suas próprias aprendizagens. Esta pesquisa traz, também, contribuições sobre a importância das disciplinas de metodologia, prática de ensino e didática inserirem em suas atividades o estudo de textos impressos para que os futuros professores possam buscar em seus imaginários elementos que os possibilitem rever e ampliar suas idéias sobre conceitos da matemática escolar.

Palavras chaves: 1. Formação de Professores      2. Leitura e formação      3. Professores de matemática  
4. Educação Matemática      5. Números Inteiros – negatividade

## ABSTRACT

This research investigates how mathematics students understand three categories of printed texts used for teaching: (a) learning texts, those used in classrooms at the same time by teachers and students, such as textbooks and complementary texts; (b) support and deepening texts, such as Ruiz (2005), Glaeser (1985) and authors of the History of Mathematics, as Boyer (1984) and others, and (c) official texts containing curricular and teacher training guidelines. The central question of this research was to understand how such printed texts contributed to the initial ideas of mathematics students about the concept of whole number. This understanding has been achieved through dialogues occurring in a group of students who develop activities in the discipline of *Methodology and Practice of Teaching Mathematics in Basic Education*, offered in a Public University in the state of São Paulo, Brazil. We refer to Olson (1997) to understand how the world of the role of school mathematics is made up, to Bohm & Peat (1989) for the understanding of the tacit infrastructures of knowledge, and to Lizcano (1993, 2006) for understanding the imaginaries of the whole numbers and the metaphors derived from these imaginaries that make possible the understanding of the meaning of negativity that precedes the meaning of the negative number. Results reveal that the students interacted with the authors, interpreting their objectives from two perspectives: as readers and as future basic education teachers. They also manifested distinct understandings of the two learning texts studied during the research: the textbook from the point of view of its use in the classroom and the alternative text. This caused them to evaluate their own learning. This research also indicates the importance of including activities that involve printed texts as a part of methodology, teaching and practice disciplines, so that the future teachers can search in their imaginaries for elements that allow them to review and expand their ideas about concepts of school mathematics.

Keywords: 1. Teachers development      2. Reading and developing      3. Mathematics teachers  
4. Mathematics Education      5. Whole Numbers – negativity

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1 – O que instigou esta pesquisa. ....	5
1.1 Experiências que delinearão as questões desta pesquisa.....	5
1.2 Minhas experiências com textos impressos na matemática escolar.....	15
1.3 O caminho que percorremos.....	25
CAPITULO 2 – Idéias iniciais dos licenciandos sobre números inteiros, ao analisar textos impressos. ....	41
2.1. Primeiras percepções dos licenciandos sobre idéias iniciais do conceito números inteiros. ....	41
2.2. Entendimentos dos licenciandos sobre as idéias iniciais ao pesquisar textos impressos.....	54
2.3. Textos impressos oficiais da matemática escolar e as idéias iniciais do conceito números inteiros.....	67
2.4. Panorama dos textos impressos de aprendizagem na escola pública brasileira: o livro didático.....	77
CAPITULO 3 – Idéias dos licenciandos após a vivência de dois textos sobre o conceito números inteiros. ....	92
3.1 - Sobre O Projeto alternativo, análise orientada, discussão em grupo.....	97
3.2 - Sobre o Livro didático, análise orientada, discussão em grupo.....	117
3.3 - Análise comparativa de dois textos de aprendizagem, apresentação para a classe. ....	126
Considerações finais.....	143
Referências Bibliográficas.....	152
ANEXOS.....	157

## INTRODUÇÃO

Esta pesquisa discute as possíveis contribuições para a formação inicial do professor de matemática advindas do entendimento que licenciandos desenvolvem sobre textos impressos da matemática escolar, quando esses textos tratam as idéias iniciais para o desenvolvimento do conceito números inteiros na educação básica.

Para tanto, consideramos necessário pesquisar o *como* as idéias iniciais do conceito números inteiros, tratadas em determinados textos impressos, são entendidas pelos licenciandos em matemática, futuros professores.

Quando ministramos a disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, em uma Universidade pública do interior do Estado de São Paulo, durante um semestre de 2005, propusemos aos licenciandos um estudo sobre textos impressos para o ensino de matemática. Da análise das elaborações dos licenciandos, ocorridas no desenvolvimento das aulas e registradas, seja por escrito, seja em gravação em áudio, buscamos delinear o entendimento que construíram sobre um conjunto de textos impressos quando abordam as idéias iniciais do conceito números inteiros.

O estudo de textos impressos possibilitou aos licenciandos interagir com diferentes autores e textos, manifestar entendimentos distintos para dois textos para o ensino, atribuindo a um dos textos a perspectiva do uso em sala de aula e ao outro texto, a perspectiva de suas próprias aprendizagens. Outro ponto que nos atenta é sobre a importância das disciplinas de metodologia, prática de ensino e didática inserirem em suas atividades o estudo de textos impressos para que os futuros professores possam buscar nos imaginários escolar elementos que os possibilitem rever e ampliar suas idéias sobre conceitos da matemática escolar.



O material impresso com o objetivo de ser utilizado para o ensino de matemática, com referência a Olson (1997), é denominado nesta pesquisa como fazendo parte do “mundo de papel”, inclui livro didático, paradidático, apostilas, textos diversos, projetos de formação de professores, documentos oficiais de orientação curricular, e publicações diversas como Cadernos CAEM/IME/USP, etc.

A literatura, sobretudo a pesquisa, confere atenção maior e um cuidadoso tratamento de análise ao livro didático, deixando em segundo plano os outros tipos de textos que, também, mesmo que em pequena escala, estão presentes no cotidiano da sala de aula da educação básica.

Os futuros professores, de alguma forma, terão como referência e apoio didático algum texto impresso. Portanto, torna-se necessário, em sua formação inicial, tratar amplamente dos textos impressos.

Nos cursos de licenciatura, é de se esperar que as disciplinas de metodologia, didática ou prática de ensino, ou seja, as disciplinas voltadas para a formação dos licenciandos sob os aspectos teóricos e metodológicos proporcionem aos estudantes um estudo, usualmente, do livro didático ou textos impressos equivalentes.

Esta pesquisa propõe um estudo sobre o entendimento que licenciandos desenvolvem sobre textos impressos quando abordam as idéias iniciais do conceito números inteiros, aquelas que antecedem sua formalização.

A minha experiência como professora da educação básica e superior e as preocupações com o texto impresso para o ensino apontaram a necessidade de aprofundar este estudo.

As principais referências usadas para a análise da literatura apóiam-se nas considerações de Olson (1997) para compreender a constituição do mundo do papel da matemática escolar, a

sua leitura crítica e a prática de determinar a força e a estrutura dos textos; nas de Bohm&Peat (1989) sobre as infra-estruturas tácitas do conhecimento, e de Lizcano (1993, 2006, a e b), sobre como os imaginários dos números inteiros e as metáforas possibilitam a compreensão do significado de negatividade, que precede o significado do número negativo.

O nosso olhar para os textos impressos da matemática escolar procurou responder a questão *quais são as possíveis contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos de matemática para o conceito números inteiros?*

No Capítulo 1 – *O que instigou esta pesquisa?* apresentamos algumas experiências docentes e preocupações que nos levaram a discutir o tema desta pesquisa, a formulação da questão e como foi a proposta da pesquisa com um grupo de licenciandos em matemática, de uma Universidade pública do interior do estado de São Paulo.

No Capítulo 2 - *Idéias iniciais dos licenciandos sobre números inteiros, ao analisar textos impressos*, tratamos de três aspectos. O primeiro refere-se ao *como* os licenciandos entendem as idéias iniciais para o desenvolvimento do conceito números inteiros, sob o ponto de vista da matemática escolar. O segundo aspecto refere-se aos entendimentos dos licenciandos sobre as idéias iniciais do conceito números inteiros ao pesquisarem um conjunto de textos impressos. Esse conjunto de textos é constituído por textos impressos de três categorias: de orientações curriculares oficiais, de apoio e aprofundamento e de aprendizagem. O terceiro aspecto é o nosso entendimento de professora/pesquisadora para situar os textos impressos de matemática para o ensino a partir das políticas públicas brasileiras, suas orientações curriculares e seus projetos de formação de professores.

No Capítulo 3 – *Análises dos licenciandos de dois textos de aprendizagem sobre o conceito números inteiros*. Analisaremos o entendimento manifesto de um grupo de licenciandos

em dois momentos: (a) ao desenvolver, em sala de aula, as análises orientadas de dois textos de aprendizagem do conceito números inteiros, e (b) ao apresentar, para a classe, uma análise comparativa dos dois textos de aprendizagem.

## **CAPÍTULO 1 – O QUE INSTIGOU ESTA PESQUISA**

### **Experiências que delinearão as questões desta pesquisa**

A minha trajetória de 26 anos como professora de matemática, com desafios e aprendizagens, é responsável pelas inquietações que são formalizadas nesta pesquisa. Inquietações que têm origem nas análises e questionamentos da prática como professora efetiva da rede de ensino estadual de São Paulo desde 1980; da rede particular de 1985 a 2000; como professora substituta, no Departamento de Metodologia de uma Universidade pública do interior do Estado de São Paulo de 2003 a 2005; como coordenadora e formadora de professores da área de matemática e também de inquietações provenientes dos estudos realizados para a elaboração da dissertação de mestrado<sup>1</sup> sobre a aprendizagem no ensino de matemática. Essa trajetória gerou questionamentos e alguns aspectos serão discutidos a seguir.

Embora em cada nível que trabalhei as questões tivessem naturezas diferentes – as que focavam na mediação da aprendizagem do saber ensinar; as que focavam o conhecimento matemático para a matemática escolar; as que focavam o material impresso na mediação da aprendizagem do aluno - considero que o trabalho desenvolvido no mestrado tornou-se uma primeira sistematização dessas inquietações, mas não respondendo a questão que tratamos nesta pesquisa.

No mestrado, refletimos sobre as modificações que podem ocorrer na prática docente e na aprendizagem de Matemática dos alunos de 5<sup>a</sup> séries do ensino fundamental, a partir da reflexão contínua do professor sobre sua prática e sobre a (re)criação dos conceitos matemáticos, em particular a fração.

---

<sup>1</sup> Defendida em abril/2000. Programa de Educação Currículo, PUC/SP. Orientador Prof. Dr. Marcos Tarciso Masetto. Título: Uma reflexão sobre formação de professores no ensino da matemática.

Este trabalho indicou novas questões sobre a função do texto impresso, uma vez que o estudo de frações nele desenvolvido teve como base um texto impresso<sup>2</sup> que apresentava diferenças na abordagem comumente encontrada em livros didáticos<sup>3</sup>. Estes propõem questões fechadas relacionando idéias da divisão do inteiro em partes iguais com a divisão de um objeto em partes iguais. Como por exemplo, a divisão da pizza, ou da barra de chocolate, em partes iguais. (Prado (2000) e Catalani (2002)).

O texto impresso no qual fundamentei as atividades do mestrado, para a 5ª série do ensino fundamental, *A Fração, a repartição da terra* de Luciano C. Lima e Roberto P. Moisés (1999), propõe discussões que antecedem a formalização da divisão do inteiro em partes iguais como o único argumento para desenvolver as idéias de fração.

O texto de Lima&Moisés (1999) tem dois aspectos. Um relativo aos conceitos e subconceitos que colaboram para a constituição do pensamento de fração. Como os conceitos de grandeza, de medida de determinada grandeza (som, volume, peso, comprimento, etc.), como pensar as unidades no campo dos naturais e como pensar as unidades quando não são do campo dos naturais, estas podem ser divididas em partes menores que a unidade, as subunidades ou frações.

Os conceitos e subconceitos são discutidos na perspectiva da história do desenvolvimento do pensamento do homem. Discutem elementos de formação geral do conceito inseridos na cultura de diversas civilizações, como a egípcia, abordando aspectos geográficos e climáticos que influenciam nas cheias do Rio Nilo e conseqüentemente na agricultura, na divisão da terra e no pagamento de impostos, relacionando com o pensamento matemático da época. Aspectos que

---

<sup>2</sup> Lima&Moises - *A Fração, a repartição da terra*, CETEAC, São Paulo, 1999.

<sup>3</sup> “(...) no Brasil, (...) a denominação ‘livro didático’ é geralmente restrita a livros de uso escolar para o ensino básico (ensino fundamental e ensino médio)”. (Schubring, 2003, p. 4).

indicam possíveis indícios formadores do pensamento e do uso da fração. Os autores concedem, no texto impresso, a mesma atenção para formação geral e a específica desse conceito.

O outro aspecto refere-se à dinâmica do desenvolvimento das atividades em sala de aula, que propõem ser a dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe. Esse aspecto é proposto no próprio texto, compartilhado por alunos e professores, no desenvolvimento das atividades em sala de aula. Nas atividades sugeridas pelos autores, os alunos criam idéias individualmente, as discutem em pequenos grupos e elaboram uma síntese inicial que posteriormente é discutida com a classe, para elaborar a síntese final.

A abordagem textual impressa de Lima&Moisés (1999) não se restringe às definições ou exemplos de situações nos quais ocorrem a necessidade da divisão de um objeto em partes iguais. Proporciona a leitura e a análise de aspectos da natureza das unidades discretas e contínuas, a partir da percepção e observação desses aspectos presentes nas coisas das nossas relações com o mundo.

Como o aspecto discreto que atribuímos às coisas que já estão separadas naturalmente, como os animais, frutas, etc., e o contínuo, que atribuímos às coisas que a natureza não apresenta com essa separação, como a água, a terra, o peso, o som, etc. E *como* nos relacionamos com esses aspectos, o discreto e o contínuo, antes de pensarmos na divisão em partes iguais. Não são aplicações de definições do discreto e do contínuo, mas sim a percepção dessas duas naturezas que atribuímos ao mundo à nossa volta, que possibilita a leitura do mundo mais ampla do que aquela de dividir objetos, como a pizza, a barra de chocolate, etc., em partes iguais.

O foco do trabalho de mestrado era refletir sobre as modificações que podem ocorrer na prática docente e na aprendizagem dos alunos de 5ª série do ensino fundamental, e embora não sendo o foco central do estudo e da análise dos dados da pesquisa, alguns elementos tornaram-se

evidentes e fizeram parte da conclusão do trabalho de dissertação. São os elementos referentes à leitura, análise e discussão, simultânea, por alunos e professor de textos matemáticos impressos, utilizados no desenvolvimento das atividades de pesquisa.

A leitura, análise e discussão propostas no texto impresso indicaram que os aspectos do texto de Lima&Moisés (1999), a formação geral e específica do conceito de fração e a dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe, auxiliaram na relação aluno, professor e conhecimento matemático. (Prado, 2000).

A dinâmica relacional, indivíduo-grupo-classe, que a abordagem textual propõe, teve influência significativa nessa relação. A dinâmica relacional pode ser aplicada para qualquer abordagem de texto, mas combinada com uma abordagem textual impressa diferenciada do texto usual da matemática escolar, este circunstanciado em situações restritas ao conceito matemático formal, levantou questões a respeito da aprendizagem do conceito que pensamos exigir novos estudos a respeito.

A natureza da abordagem ou estrutura do texto impresso foi o elemento que nos chamou a atenção. A possibilidade de, a partir da leitura do texto impresso, discutir elementos que contribuem para a formação do conceito de fração e não participam do conceito matemático formal, mas que se espera que o aluno os adquira uma vez que o conceito matemático tenha sido caracterizado.

Ao concluir o mestrado, em 2000, reassumi meu cargo de professora da rede pública do Estado de São Paulo, com aulas na 5ª série do ensino fundamental. Como esse retorno foi no mês de setembro, entendi que deveria dar seqüência à proposta encaminhada pelo professor que havia me substituído desde o início do ano letivo. Havia também uma limitação para essa opção, a escola não dispunha de recursos físicos e financeiros para reproduzir todo ou parte do material da

pesquisa do mestrado para os alunos.

Isto significou que os textos impressos disponíveis eram os livros didáticos enviados pelo PNLD/FNDE/SEF/MEC<sup>4</sup>, que, nessa escola, era em quantidade suficiente para todos os alunos das 5<sup>a</sup> séries. O aspecto quantitativo, um livro para cada aluno, foi animador, pois todos poderiam participar da leitura dos textos e das atividades nele propostas.

Ao utilizar o livro didático, que desenvolvia o conceito de fração considerando os exemplos que circunstanciavam situações do dia-a-dia do aluno, propondo questões fechadas, como a divisão da pizza em partes iguais e a sua imediata representação numeral fracionária, não possibilitou a discussão de idéias além de pensar “daquele modo” como estava apresentado no texto.

A abordagem textual impressa dificultou a relação entre aluno, professor e o conhecimento matemático inclusive a proposta da dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe. Retomei a postura de professor como gerador e juiz do saber, expressos pela quase inevitável, explicação, exemplos e exercícios do livro didático ou complementando-o.

Mas, como podia encaminhar a aula de modo tão restrito aos aspectos formais da fração se havia defendido, recentemente, um trabalho de pesquisa que discutia justamente sobre as modificações que podem ocorrer na prática docente e na aprendizagem dos alunos, priorizando uma abordagem não tradicional de ensino? Como podia protagonizar um processo de retorno a um conjunto de práticas que havia criticado e proposto novos caminhos para a prática docente? O fato de alterar o texto impresso altera a perspectiva do trabalho docente?

No decorrer desse segundo semestre de 2000 os questionamentos foram sendo delineados.

---

<sup>4</sup> PNLD – Programa Nacional do Livro Didático. FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. SEF – Secretaria de Educação Fundamental. MEC – Ministério da Educação.



A cada tentativa de trazer, oralmente, ou de disponibilizar livros da Biblioteca Escolar<sup>5</sup>, ou trazer reproduções, mimeografadas ou escritas na lousa, dos aspectos de formação geral de diversos textos, inclusive os da atividade de pesquisa do mestrado, sobre a cultura dos egípcios para discussão nas 5<sup>a</sup> séries, fui percebendo a fragilidade desses encaminhamentos. A Biblioteca Escolar dispõem de muitas obras com poucos volumes, o que favorece a pesquisa diversificada, mas não proporciona a leitura compartilhada<sup>6</sup> por alunos e professores.

A reprodução mimeografada era de baixa qualidade e muito morosa, dependia da qualidade do stencil para a obtenção de cópias nem sempre legíveis. Os vídeos disponíveis na escola necessitavam de horário determinado para cada classe, o que restringia seu uso, e a reprodução na lousa de partes dos textos foi tornando-se inviável, pois era necessário resumi-los e as figuras acabavam sendo suprimidas, diminuindo sua qualidade. Essas dificuldades foram acentuando e restringindo as relações na sala de aula, a relação professor-fala e aluno-escuta, professor-escreve-na-lousa e aluno-copia-no-caderno.

Durante esse percurso o que mais me incomodou foi pensar que era a mesma professora da situação de pesquisa de mestrado, atuando na mesma série, com alunos da mesma faixa etária, com o mesmo conceito da pesquisa e dispondo de textos impressos em quantidade suficiente para que cada aluno os utilizasse simultaneamente na sala de aula. Então o que mudou para que o desenvolvimento do conceito de fração fosse tão insatisfatório no segundo semestre de 2000? Atribuo parte dessa insatisfação à estrutura textual impressa do livro didático adotado pela escola.

---

<sup>5</sup> Biblioteca Escolar: “O Ministério da Educação vem, desde 1997, incentivando o hábito da leitura e o acesso à cultura junto aos alunos, professores e a comunidade em geral mediante a execução do Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE). O programa consiste na aquisição e na distribuição de obras de literatura brasileira e estrangeira, infante-juvenil, de pesquisa, de referência além de outros materiais de apoio a professores e alunos, como Atlas, globos e mapas.”. Disponível em [http://www.fnnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=biblioteca\\_escola.html](http://www.fnnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=biblioteca_escola.html). Acessado em 25fev2006.

<sup>6</sup> Leitura compartilhada: utilizamos esta expressão no sentido de leitura orientada pelo professor com os alunos lendo trechos do texto em voz alta e a classe seguindo a leitura no seu texto.

Outra indicação proveniente da minha experiência de sala de aula ocorreu em 2002 nas 6<sup>a</sup> séries, A e B, da mesma escola estadual paulista, no desenvolvimento do conceito dos números inteiros. O texto utilizado foi *Números Inteiros, numerando quantidades contrárias*, de LIMA&MOISÉS<sup>7</sup> (1998), que tem as mesmas características indicadas para o texto sobre fração utilizado no mestrado, aspectos de formação geral e específica do conceito de números inteiros e a dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

Como atividade de finalização desse conceito solicitei aos alunos das 6<sup>a</sup> séries, A e B, que escrevessem uma carta a uma pessoa, da família, amiga ou fictícia, relatando como foi sua aprendizagem de matemática nesse semestre, explicando *o que* e *como* haviam aprendido matemática.

O objetivo era socializar os relatos com a própria classe e entre as duas 6<sup>a</sup> séries. Ao ouvir os relatos individuais me surpreendi com as indicações de uma aluna, explicando em sua carta, que “aquele” texto havia sido um “lugar” onde ela pode “falar” com os colegas, com o texto e com o professor.

A indicação de que o texto matemático impresso era um “lugar”, um espaço *na* sala de aula, foi intrigante. A maioria dos alunos explicou sua aprendizagem por meio de fatos isolados que mais lhe chamaram a atenção, como um exemplo ou atividade que gostaram, ou que de certo modo foi especial para a classe por alguma discussão com os alunos e/ou professor, ou algum aspecto particular do conceito desenvolvido, como por exemplo, “aprendi os números com sinais (+) e (-)”. Mas essa aluna explicou como havia sido sua aprendizagem não pelo conceito números inteiros e sim pelo que a estrutura textual impressa lhe proporcionou.

---

<sup>7</sup> Lima, L. C e Moisés, R. P. (1998). *Números Inteiros, numerando quantidades contrárias*. São Paulo: CETEAC. Capítulos 1, 2 e 3.

Essas experiências me instigaram para a questão da importância do texto impresso na matemática escolar e de determinadas qualidades textuais para viabilizar uma mediação entre ensino e aprendizagem de um espaço de significações intermediárias entre elaborações subjetivas e a elaboração formal do conceito.

Retornaram com maior ênfase os questionamentos sobre a utilização ou não do livro didático, como: o livro didático é apenas um material de apoio para o professor? Mas, se é para ser apoio, como pode significar tanto trabalho extra para complementar as idéias que estão parcialmente ou não estão discutidas no texto? A leitura do texto matemático se resume apenas à leitura da linguagem no seu aspecto simbólico, formal? A interpretação de textos matemáticos deve ficar restrita às situações que circunstanciam a definição formal? E a história da matemática fica restrita às informações colocadas em alguns capítulos, sem relacioná-las com a formação do conceito em estudo? O livro didático é o único material escrito que o professor usa em sala de aula?

Essas e outras questões apontaram para alguns aspectos que discutiremos nesta pesquisa. Como professora/pesquisadora, atuando na educação básica e no ensino superior com licenciandos em matemática, ficamos instigados a pesquisar os possíveis elementos de formação dos textos impressos que circulam na educação básica, e quais são os aspectos de formação manifestados por licenciandos em matemática quando analisam textos impressos da matemática escolar.

Para delinear o objeto texto impresso nos basearemos nas discussões de OLSON (1997, p. 14) sobre “como as tentativas de representar o mundo no papel alteraram a própria estrutura do conhecimento”. O autor analisa o que envolve o aprendizado da leitura e da escrita pelo indivíduo e a exploração dos recursos de uma cultura letrada.

Os mapas são, talvez, o meio mais evidente de nos colocar no papel, a nós e ao mundo. Não nos detivemos o suficiente no fato de que nossas representações têm como nos dizer, nos ditar, o que somos e onde estamos. Não estamos em parte alguma até que nossa localização seja identificada no mapa; se quisermos realmente saber onde estamos, teremos de encarar o mapa; ele nos dirá onde estamos – como se já não o soubéssemos (...). Não são só os mapas que nos colocam no papel, a nós e ao mundo. Em um sentido importante, nossa literatura, nossa ciência, nosso direito e nossa religião constituem artefatos da escrita. **Vemos a nós mesmos, mesmo nossas idéias e nosso mundo em termos desses artefatos. Em consequência, vivemos não tanto no mundo quanto no mundo tal como ele é representado por esses artefatos.** (Olson, 1997, p. 9-10). (grifos nossos).

Nossas preocupações e questionamentos sobre o *artefato* texto matemático impresso, que coloca no papel as idéias matemáticas na educação básica, são no sentido de entender como está constituído o mundo do papel do conceito números inteiros na matemática escolar. O que ele faz para a formação do licenciando de matemática? O *mundo do papel* da matemática escolar contribui para o pensamento do aluno? Nos apoiaremos na “contribuição particular” de Olson (1997).

Com efeito, se tenho uma contribuição particular para dar é mostrar que os conceitos que as crianças parecem adquirir de forma tão natural, no curso do seu desenvolvimento numa sociedade com escrita, foram elaborados a princípio num contexto histórico e cultural determinado por mais de dois milênios. (Olson, 1997, p.15).

Nesse sentido, entendemos que alguns conceitos matemáticos não são adquiridos de forma tão natural quanto julgamos acontecer. Em particular, o conceito números inteiros, acreditamos que não conseguimos entendê-lo “naturalmente” sem percorrermos um contexto cultural de vários milênios. Nossa hipótese inicial é que o conceito números inteiros é representado pelo artefato texto impresso, priorizando o aspecto de sua representação pelo uso de sua linguagem formal, os sinais (+) e (-).

Na Introdução indicamos as referências dos conceitos principais tratados nesta pesquisa, a seguir continuaremos essa indicação com mais detalhes. Recorremos a Olson (1997), para entender o mundo do papel e delinear o mundo do papel da matemática escolar, os aspectos que possibilitam a realização de uma leitura crítica dos textos impressos para o ensino e a

importância da prática de ler para reconhecer a força e a estrutura dos textos escolares; em Alzate P. (2000), Choppin (2004) e Bittencourt (2004) procuramos construir um entendimento do que consiste o texto impresso, na forma de livro didático, e as discussões sobre sua adoção ou não na educação básica.

Com Lopes (2000) e Cassiano (2005) procuramos entender como as políticas públicas brasileiras atuais caracterizam a aquisição de livros didáticos para as escolas públicas da educação básica.

Com Schubring (2003) analisaremos a constituição do livro texto escolar de matemática e com as pesquisas de Romanatto (1987 e 2004), Tancredi (1989), e Lemos (2003) as contribuições de suas análises sobre os livros didáticos de matemática.

Os autores acima indicam que não é apenas o livro didático, por meio de seus autores e editores, que determinam os elementos da abordagem textual impressa dos conceitos da matemática escolar. No Brasil, o Ministério da Educação, a partir de 1996, por meio do Programa Nacional do Livro Didático, PNLD, tem procurado estabelecer critérios para sua aquisição (Tancredi (1989), Lopes (2000) e Lemos (2003)). Um desses critérios é que os livros didáticos deverão estar de acordo com as orientações curriculares oficiais vigentes.

Portanto, consideramos os documentos oficiais de orientações curriculares uma referência para a elaboração dos livros didáticos. Discutiremos alguns aspectos desses documentos com base em Miorim (1998), Lopes (2000), Cid (2000) e Prado&Moura (2007a).

Consideraremos em Schubring (2000) e Eva Cid (2000 e 2001) que o problema dos números inteiros na educação básica é um problema da didática da matemática. Como fazer a passagem de grandeza para número? Partiremos das indicações desses autores para analisar quais

aspectos para essa passagem são propostos pelo conjunto de textos impressos da matemática escolar.

Quais proposições esses textos possibilitam? Como instigam o pensamento de quem os lê? Analisaremos como os licenciandos em matemática expressam suas infra-estruturas tácitas do conhecimento, no sentido de Bohm&Peat (1989), com Lizcano (1993, 2006) como são constituídos seus imaginários e as metáforas derivadas desses imaginários, e a possibilidade de compreensão do significado de negatividade que precede o significado do número inteiro.

O conceito números inteiros, para esta pesquisa, é constituído pelo estudo dos números positivos, negativos e o zero, para o ensino nas 6<sup>a</sup> séries do ensino fundamental, com alunos de 10 a 12 anos.

## **1.2 Minhas experiências com textos impressos da matemática escolar**

Particpei, em minha experiência docente, de vários projetos e propostas relacionadas a textos impressos que ora orientavam a sua utilização, ora solicitavam a sua elaboração.

Em 1984, durante a proposta de implantação do projeto Ciclo Básico, da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo - SEESP fui designada monitora de matemática na 4<sup>a</sup> DE-DRECAP 1<sup>8</sup>, São Paulo. A Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, CENP, era o órgão da SEESP responsável pela elaboração do projeto e pela capacitação de monitores para sua implantação. A capacitação envolvia alguns professores efetivos da rede estadual paulista que, afastados de suas atribuições docentes da unidade escolar, eram designados nas Delegacias de Ensino, atuais Diretorias de Ensino.

---

<sup>8</sup> 4<sup>a</sup> Delegacia de Ensino, da 1<sup>a</sup> Diretoria Regional da Capital, São Paulo/SP. Extintas a partir de 1997 e atuais Diretorias de Ensino.

As funções dos monitores consistiam, basicamente, em implementar as discussões para a formação de professores, por meio de orientações para aplicação das atividades elaboradas pelas equipes disciplinares da CENP; participar de reuniões nas Delegacias de Ensino e acompanhar a aplicação das atividades nas unidades escolares.

O material de matemática, Atividades Matemáticas para 1ª a 4ª séries, foi elaborado e inserido na rede pública paulista no período de 1982 a 1991. Considero que foi o meu primeiro contato com uma proposta de ensino de matemática que indicava, no texto impresso, as preocupações com o diálogo a ser estabelecido entre o aluno, o professor e o conhecimento matemático. Diferente dos livros didáticos que, normalmente, tinham como propostas as definições formais dos conceitos em estudo, e em sua maioria com orientação da Matemática moderna.

As Atividades Matemáticas, ou AMs como denominado pelos professores, foram elaborados para o professor e contém a descrição detalhada das atividades, indicações do seu Objetivo, do Material necessário, do Desenvolvimento, do Tema, da Meta e dos Comentários de cada atividade, estes com orientações e sugestões para a ação dos professores e as possíveis manifestações dos alunos; e folhas de atividades para a reprodução. O aluno não compartilhava o material, tinha acesso apenas às dinâmicas propostas e as folhas de atividades, individuais ou em grupo.

Durante a experiência como monitora, entrei em contato com as propostas de atividades para as 1ª e 2ª séries do ensino fundamental dos AMs (São Paulo, 1982 e 1983). Foi possível perceber qual a intenção dos autores, a estrutura proposta e as possíveis relações aluno-professor-conhecimento matemático. Contribuíram para esse entendimento as orientações da equipe elaboradora e principalmente o texto impresso para o professor, que era o ponto de apoio para o

desenvolvimento das ações da monitoria. A compreensão dessa proposta foi a base para análises de livros didáticos, projetos e outras publicações para a matemática escolar que realizei posteriormente.

A proposta de atividades dos AMs (São Paulo, 1982 e 1983) considero como uma das ações governamentais, neste caso estadual, que contribuiu para a constituição do mundo do papel da matemática escolar para as séries iniciais do educação básica<sup>9</sup>, na década de 80. Esse texto impresso continha uma proposta de organização dos temas de modo não linear, e, para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, propostas de atividades que não se restringiam às definições matemáticas formais, como jogos e o uso de materiais não estruturados, como folhetos de supermercados, sucatas, ábacos, etc.

Essa proposta configurou um gênero de texto matemático impresso para a matemática escolar inovador, no Brasil, do ponto de vista da aplicação na rede pública estadual, pois haviam outras propostas similares, sendo desenvolvidas em menor escala em escolas públicas e particulares.

Havia também críticas aos AMs apontadas por alguns professores, como por exemplo, a recursividade da abordagem dos conceitos, isto é, os mesmos conceitos apareciam no material das quatro séries e ao retomar conceitos já elaborados os alunos ficavam confusos, como as ordens do Sistema de Numeração Decimal, que geravam dificuldades ao serem retomadas e ampliadas nas séries posteriores. E o problema da reprodução das folhas de atividades foi agravando, poucas escolas propunham-se a arcar com os custos. O que isto quer dizer sobre o material impresso?

---

<sup>9</sup> Educação Básica: “é composta pela Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio”. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=715&Itemid=864>. Acessado em 10/10/2007.



Em 1983, 1985-1986 e posteriormente em 1993-1994, trabalhei como professora na Escola Estadual Experimental Dr. Edmundo de Carvalho, São Paulo, SP, conhecido como Experimental da Lapa. Em alguns períodos, também, acumulei a função de professora coordenadora da área de matemática.

Esta escola, da rede pública estadual paulista, dispunha em seu regimento de estruturas administrativa, pedagógica e docente não comuns às demais escolas da rede estadual, mantendo as estruturas comuns, como o Horário de Trabalho Pedagógico (HTP) e reuniões para conselho de classe e série. Suas estruturas não comuns – maior quantidade de horas atividades, Sábados de Trabalho, um coordenador por área - possibilitavam a formação de grupos de estudos das diversas áreas curriculares. (Salvador, 2000).

Nesses períodos, participei do grupo de estudos da área de matemática, formado pelo coordenador da área e professores de educação infantil, de 1ª a 8ª séries do ensino fundamental e supletivo. Uma das preocupações desse grupo de estudos era com a elaboração de material impresso a ser compartilhado por alunos e professores na sala de aula, em substituição ao livro didático.

O material elaborado e produzido pelo grupo baseava-se em estudos de autores de diversas áreas do conhecimento, como Brunner, Piaget, Caraça, Boyer, Dantzig, Ifrah, entre outros. As preocupações referiam-se às questões: como pensar o ensino e a aprendizagem de matemática que não fiquem restritos às estruturas operatórias formais da aritmética? Como desenvolver um ensino que signifique melhor aprendizagem dos alunos? Como escrever de modo que aluno e professores compartilhem o texto? Como propor dinâmicas para o desenvolvimento das atividades?

A experiência em participar da elaboração de material impresso, neste grupo de estudos,

foi outra etapa da minha formação. Entrei em contato com idéias e autores que não conhecia ou conhecia parcialmente, com discussões que indicaram e ampliaram as preocupações na elaboração de textos impressos de matemática, para serem utilizados em sala de aula por alunos e professores, simultaneamente. O grupo elaborava as atividades, com maior ou menor dificuldade em determinados aspectos dos conceitos, aplicava em sala de aula e retornávamos ao grupo para analisar sua aplicação e discutir a necessidade de alterações.

As características do material impresso que o grupo de estudos elaborava diferenciava-se dos AMs (São Paulo, 1982 e 1983) pela sua natureza, era destinado para o professor e aluno, simultaneamente, para a leitura compartilhada e resolução de atividades em sala de aula. Diferenciava-se dos livros didáticos pelo gênero que se procurava imprimir aos textos e atividades, tinha a sua base teórica em autores como Caraça (1984), Boyer (1974), Karlson (1961), Hogben (1958) e Ifrah (1992), e principalmente por tentar colocar na estrutura textual o encaminhamento didático-metodológico.

As dificuldades na reprodução do material eram grandes. A escola dispunha de um setor de multimídia que atendia a escola toda, com a tecnologia da época, mimeógrafos a álcool e à tinta. (Salvador, 2000). E apenas dois profissionais, uma datilógrafa e uma responsável pela reprodução do material. Nem sempre a produção do grupo conseguia ser reproduzida e distribuída no tempo necessário para seu desenvolvimento na sala de aula, ocasionando interrupções e alterações no desenvolvimento do conteúdo.

As experiências citadas, de monitoria de matemática e participação no grupo de estudos para elaboração de material didático para a sala de aula, contribuíram para as reflexões e preocupações atuais sobre o texto impresso da matemática escolar. Pois esse gênero de texto impresso procura aliar o conceito científico ao modo de aprender esse conceito.

Entendemos que a atuação do professor no ensino de matemática, deve procurar estabelecer uma cultura de aprendizagem matemática na sala de aula e para tal necessita de recursos além da fala, lousa e giz. Entendemos também que as tecnologias, como TV, Vídeo, DVD, Internet, softwares, etc., colaboram para a formação geral do aluno. E que o texto, quer no papel quer na forma digital, é fundamental como apoio na formação e na atuação do professor frente aos objetivos de determinação de uma cultura escolar que garanta não apenas a aprendizagem matemática formal e operatória, mas que signifique a preparação do indivíduo para a compreensão da cultura geral.

E é o texto impresso no papel, na forma de livro didático, que através das políticas públicas brasileiras, tem sido o artefato (Olson (1997)) ou a mídia mais acessível a alunos e professores na forma de apoio ou como único recurso nas escolas da educação básica. (Bittencourt (2004), Cassiano (2005), Lopes (2000), Romanatto (1987), Tancredi (1989) e Lemos (2003)).

O enfoque que queremos dar ao texto matemático impresso para a educação básica é mais abrangente, mas não deixa de incluir um dos aspectos presentes nas publicações atuais, o de ser um material de apoio na formação escolar. O texto matemático impresso não é apenas um material físico, é também, um espaço de formação que combina o material didático fisicamente constituído e a fluência da qualidade educacional que nele se quer imprimir, tanto para a educação básica como universitária.

Como a qualidade educacional muda constantemente conforme a visão de mundo, de homem e de conhecimento que autores e educadores desenvolvem em suas ações pedagógicas, há sempre um hiato, num grau considerável, entre o material impresso e a ação pedagógica possível de se constituir a partir deste mesmo material e que não é possível ser formatada integralmente no

texto impresso.

Como decorrência desta pesquisa, ao focalizar o espaço de formação que o estudo com licenciandos sobre o texto impresso, para o uso no ensino, pretende-se contribuir com os conteúdos de formação geral e específica a serem tratados nas disciplinas dos cursos de formação inicial.

Por formação geral entendemos que o texto matemático impresso, em toda modalidade e forma que apareça, quer como livro didático quer como projetos oficiais ou alternativos, deve ser pensado como um elemento integrador de várias áreas do conhecimento. E por formação específica, entendemos o conceito matemático propriamente dito.

São dois os motivos da nossa opção pela análise dos textos impressos. O primeiro é a sua forte presença na cultura escolar da educação básica e universitária brasileiras, na forma de orientações curriculares, projetos oficiais de formação de professores e livros didáticos, tornando o contato dos licenciandos com os textos impressos, inevitável, como indicado por Lopes (2000).

(...) o livro está presente na formação quase que da totalidade dos seres humanos. O primeiro contato com ele, de um modo geral, não ocorreu por iniciativa própria, mas por orientação das instituições de ensino onde o indivíduo iniciou a escrita e a leitura. Mesmo que a alfabetização se realize por outros meios, num determinado momento o livro didático se faz presente, principalmente pelas políticas públicas no ensino. (Lopes, 2000, p. 17).

O segundo é a indicação de Olson (1997) sobre como o mundo do papel estrutura o nosso pensamento, nos instigando a refletir sobre a cultura matemática escolar que o processo histórico, dos últimos vinte anos, colocou no papel e contribuiu para estruturar o nosso conhecimento na matemática escolar, hoje.

Olson (1997) não é o único autor a abordar esse tema, nos aproximamos de suas idéias, pois examina domínios de representação da pintura figurativa holandesa e das representações - cartográfica do mundo, do movimento por meio da notação matemática, das espécies botânicas e

dos eventos imaginários (ficção) - para entender o êxito dos artistas e escritores do século XVII na tentativa de colocar o mundo no papel. “Esses casos ilustram o forte impacto sofrido pela estrutura do conhecimento e conseqüentemente, pelas maneiras de pensar, à medida que se começou a examinar o mundo dando atenção explícita às maneiras de representá-lo”. (OLSON, 1997, p. 213). Para o autor, o princípio da escrita está em

(...) algum ponto da evolução dos sistemas de escrita, esta passou a preservar e, portanto, a fixar as formas orais no espaço e no tempo. A magia da escrita decorre não tanto do fato de que ela serve como um novo instrumento mnemônico, um auxílio da memória, como do fato de que pode desempenhar uma função epistemológica importante. A escrita não só nos ajuda a lembrar o que foi pensado e dito como nos convida a considerar um e outro de modo diferente. (...). O problema consiste na capacidade de ingressar nesse novo mundo – o mundo do papel – e, eventualmente, voltar a sair dele. (Olson, 1997, p.12).

Se existe a “magia da escrita”, queremos discutir como ela está configurada no mundo do papel da matemática escolar dos últimos vinte anos. E pelo “fato de que pode desempenhar uma função epistemológica importante” queremos analisar se os textos impressos da matemática escolar possibilitam-nos ingressar nesse novo mundo, o mundo do papel da matemática escolar, e como podemos sair dele por meio das manifestações de licenciandos ao analisarem propostas de textos impressos da matemática escolar para o conceito números inteiros.

Não podemos afirmar que um conjunto de textos impressos interfere na atuação dos professores de matemática, mas como são elementos que as políticas públicas disponibilizam nas escolas entendemos que são *artefatos* para a leitura de professores e alunos, e é importante

(...) observar que as distinções epistemológicas relevantes para o pensamento sistemático e o progresso do conhecimento são apropriadas à leitura de um texto, e na verdade derivam em parte dessa leitura. As interpretações de um texto estão sujeitas à mesma gama de atitudes, que vai da conjectura à crença, e podem ser revistas com base na evidência. Pensar sobre um texto exige que o leitor aprenda a tomar os textos de várias formas, julgando-as à luz da evidência existente. A leitura crítica consiste em reconhecer que um texto pode ser entendido de mais de uma forma; e então derivar as implicações de cada uma dessas formas; e em testar essas implicações, confrontando-as com as evidências disponíveis. (Olson, 1997, p. 297).

E considera que “ler e escrever oferecem oportunidades para corroborar a prática de determinar a força e estrutura dos textos, tanto quando elas são explícitas nesses textos como quando precisam ser inferidas.” (OLSON, 1997, p. 268), e observa que este aspecto não é muito discutido nem na teoria pedagógica nem nas orientações para a prática de ensino. E ilustra com a análise de duas proposições idênticas do ponto de vista gramatical.

- A caixa é leve porque está vazia.

- A caixa é leve porque eu posso levantá-la.

A primeira usa a conjunção “porque” para expressar uma relação causal; a segunda, para expressar uma relação de evidência (Donaldson, 1986; Feider, 1970). Espera-se que o leitor infira a construção apropriada com base no seu conhecimento prévio. Mas em qualquer campo avançado o conhecimento prévio da criança é muitas vezes limitado, de modo que ela não tem elementos para preencher, de forma automática, o tipo de relação que se pretende. Para isso as crianças precisam aprender a guiar-se por marcas explícitas dessas relações. “Porque” tem de sofrer restrições de sentido de modo a significar apenas “é causado por”; outro sentido precisa ser substituído por expressões tais como “eu sei que”, “é evidência de que”, “é razão de”, “segue-se logicamente que”, etc. Num certo sentido, nada é aprendido, porque as crianças compreendem essas relações em contextos simples como o de erguer caixas leves. Em outro sentido, porém, ao explicar essas relações, as crianças estão aprendendo a pensar de forma sistemática e a transmitir aos outros o que pensam, de forma também sistemática. (Olson, 1997, p. 268).

Consideramos que os textos impressos da matemática escolar podem contribuir na formação dos licenciandos em matemática, em particular, a prática de perceber a força e a estrutura, quer explícitas no texto ou não, sobre o conceito números inteiros, por meio de suas manifestações ao realizarem suas análises de textos da matemática escolar. Entendemos com Olson (1997) que

(...) parece haver pouca dúvida de que a escrita e a leitura tiveram o papel crucial de levarem do pensamento sobre as coisas para o pensamento sobre a representação dessas coisas, isto é, para o pensamento sobre o pensamento. Podemos dizer, assim, que a nossa concepção moderna do mundo e nossa concepção moderna de nós mesmos são subprodutos da invenção de um mundo que está no papel. (Olson, 1997, p. 298).

E como entendemos o pensamento sobre o pensamento dos licenciandos ao analisarem textos impressos sobre o conceito números inteiros? Será que esse pensamento fica restrito a relacionar determinadas situações cotidianas à sua representação pelos sinais (+) e (-)? Esse é um dos aspectos do pensamento sobre o pensamento do conceito números inteiros, o formal, que é importante, mas se partirmos apenas dessa relação deixaremos de fora todo o percurso da história

das idéias de vários milênios que colaboraram na sua formação.

O que necessita, segundo Bohm&Peat (1989), é um exame mais minucioso sobre o pensamento, pois este

(...) revela que, pela sua verdadeira natureza, o pensamento sempre se envolve em alguma forma de jogo, livre e criativo ou não, visto que até o pensamento excessivamente rígido, e por conseguinte não criativo, é ainda um jogo, ao pretender que algo é fixo quando na realidade não o é. Além disso, o pensamento rígido joga ainda quando pretende não ter nenhuma pretensão, que está completamente “sério” e a basear-se unicamente na verdade e nos factos (Bohm&Peat, 1989, p.75).

Nesse sentido, podemos supor que os textos impressos da matemática escolar levam o pensamento para a representação (Olson, 1997) das idéias formadoras dos conceitos, preocupam-se mais com a compreensão dessa representação do que com a compreensão do conjunto de idéias que contribuem para a formação de determinado conceito matemático. Podem não estar presos à prática de ler e escrever, mas estão subentendidos no discurso impresso e oral da educação básica por meio de suas orientações curriculares, projetos oficiais, livros didáticos, que podem enrijecer ou não o pensamento, ao pretender fixar relações “quando na realidade” não são fixas, (Bohm&Peat, 1989).

Como síntese das experiências e dos questionamentos que indicamos anteriormente, o nosso problema de investigação de pesquisa se constitui da questão e subquestões a seguir.

***Quais as possíveis contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos em matemática, para as idéias iniciais do conceito números inteiros?***

Subquestões:

- a. *Como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros?*

- b. *Como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros ao pesquisarem um conjunto de textos que constituem o mundo do papel da matemática escolar?*
- c. *Como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros ao estudarem dois textos impressos de matemática, para a 6ª séries?*
- d. *Como os licenciandos relacionam com suas futuras práticas de sala de aula as idéias iniciais do conceito números inteiros, a partir do estudo realizado na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica?*
- e. *Como a literatura discute as características dos textos impressos na abordagem das idéias iniciais do conceito?*

Os procedimentos desta pesquisa centram-se na elaboração e desenvolvimento de atividades<sup>10</sup> com textos impressos da matemática, em particular, sobre as idéias do conceito números inteiros, que antecedem sua formalização, que denominamos por idéias iniciais ou o núcleo central formador<sup>11</sup>.

### **1.3 O caminho que percorremos**

Este estudo é caracterizado por uma pesquisa de campo sobre textos impressos para o ensino de matemática e outros textos que constituem o mundo de papel neste ensino.

A pesquisadora é também a professora do grupo dos sujeitos pesquisados e responsável

---

<sup>10</sup> Utilizamos a expressão “atividade”, no sentido do senso comum, referindo-se às atividades propostas pelo professor para serem desenvolvidas na sala de aula. Não se refere a uma corrente teórica.

<sup>11</sup> As expressões “idéias iniciais” e “núcleo central formador”, consideramos equivalentes para delinear o campo das idéias que antecedem a formalização dos números inteiros.



pela elaboração e desenvolvimento das atividades, Anexo I, p. 160, para a disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, do curso de Licenciatura em Matemática, oferecida pelo Departamento de Metodologia de Ensino, de uma Universidade pública do interior do Estado de São Paulo, durante um semestre de 2005, com 32 aulas semestrais, e 33 alunos cursando o primeiro ou terceiro semestre de Licenciatura em Matemática.

Ao analisar, as linhas metodológicas da pesquisa qualitativa identificamos em Bogdan&Biklen (1994, p. 292) o aspecto investigativo que procurávamos, “a investigação é uma atitude – uma perspectiva que as pessoas tomam face a objectos e actividades”. Os autores indicam cinco características da investigação qualitativa (Bogdan&Biklen, 1994, p. 47-50),

1. (...) a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituído o investigador o instrumento principal. (...). Os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contacto directo. Além do mais, os materiais registrados mecanicamente são revisto na sua totalidade pelo investigador, sendo o entendimento que este tem deles o instrumento-chave de análise. ( p. 47).
2. A investigação qualitativa é descritiva. (...). A abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a idéia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objecto de estudo. (p. 48).
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. (...). (p. 49).
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. (...) as abstracções são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando. (p. 50).
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (...). Centram-se em questões (...) ao apreender as perspectivas dos participantes, a investigação qualitativa faz luz sobre a dinâmica interna das situações, dinâmica esta que é frequentemente invisível para o observador exterior. (p. 50).

No desenvolvimento da pesquisa nos aproximamos das características indicadas pelos autores, pois a nossa fonte de dados foi a sala de aula da disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, isto é, um “ambiente natural” da formação inicial dos licenciandos em matemática.

E, no desenvolvimento da disciplina, os principais procedimentos para a pesquisa foram

no sentido de organizar as ações que atendiam aos objetivos gerais do plano de ensino e que eram significativas para a coleta de dados da pesquisa. Nesse estudo, pesquisa e ensino se combinam e se complementam. Os dados empíricos da pesquisa têm suas fontes no trabalho de sala de aula. Por este motivo iremos detalhar os procedimentos que tivemos na disciplina, pois esses também se constituem em procedimentos da pesquisa.

Identificamos três momentos principais: (1) a manifestação dos licenciandos de suas idéias primeiras sobre como iniciar o desenvolvimento do conceito números inteiros na educação básica; (2) a análise pelos licenciandos de um conjunto de textos impressos sobre o conceito números inteiros; (3) a análise pelos licenciandos de dois textos impressos de matemática para o ensino do conceito números inteiros na educação básica.

Ao iniciar o planejamento da disciplina, analisamos os objetivos gerais do seu plano de ensino e o aspecto “(...) refletir criticamente sobre a organização dos programas de ensino de Matemática fundamentando-se em propostas curriculares atuais, textos didáticos e outros materiais ou fontes”, nos indicou a necessidade do contato dos licenciandos com o universo da matemática da educação básica, inclusive por meio de textos impressos da matemática escolar, disponibilizados nas escolas públicas pelos programas oficiais estadual e federal.

As propostas curriculares e os textos didáticos, indicados nos Objetivos Gerais, fazem parte da prática docente da educação básica e encontram-se disponíveis nas Bibliotecas Escolares das escolas da rede pública paulista e em outras instituições, como as Bibliotecas das Universidades e no Laboratório do Departamento de Matemática da Universidade.

As propostas curriculares que indicamos para estudo na disciplina foram a Proposta Curricular de Matemática: Ensino Fundamental (São Paulo, 1988) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998), ou PCNs como denominado pelos professores. E os textos didáticos

foram os projetos de formação de professores da SEESP<sup>12</sup>, como o Projeto Ypê (São Paulo, 1991), Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001), Ensinar e Aprender: Construindo uma proposta (São Paulo, 1999); publicações como Cadernos CAEM/IME/USP, livros didáticos e paradidáticos.

Consideramos que a indicação para análise dos textos acima e, também, o uso das bibliotecas escolares poderiam significar para os licenciandos, o primeiro contato com os textos impressos disponibilizados pelas políticas públicas nas suas futuras práticas docentes.

Entendemos que a prática docente proporciona aos professores em exercício a reflexão desses textos matemáticos baseada na sua experiência. Mas a reflexão dos mesmos textos tem outra dimensão para os licenciandos na sua formação inicial. Estes refletem enunciando uma prática, mas ainda não aplicam as ações enunciadas.

Bogdan&Biklen (1994) consideram um ganho quando a abordagem qualitativa é utilizada na formação de professores, entendem que, nesse caso, o objetivo

(...) não é o juízo de valor; mas, antes, o de compreender o mundo dos sujeitos e determinar como e com que critério *eles* o julgam. Esta abordagem é útil em programas de formação de professores porque oferece aos futuros professores a oportunidade de explorarem o ambiente complexo das escolas e simultaneamente tornarem-se mais autoconscientes acerca dos seus próprios valores e da forma como estes influenciam as suas atitudes face aos estudantes, directores e outras pessoas. (Bogdan&Biklen, 1994, p. 287).

E é o sentido “de compreender o mundo dos sujeitos e determinar como e com que critério *eles* o julgam” (BOGDAN&BIKLEN, 1994, p. 287) que mobiliza nossa atuação de professor/pesquisador para a elaboração e desenvolvimento de atividades, para a coleta e análise dos dados dos sujeitos pesquisados, para compreender como o texto impresso contribui para a sua formação.

Outro elemento que nos coloca no “ambiente natural” (BOGDAN&BIKLEN, 1994) da

---

<sup>12</sup> SEESP – Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

sala de aula com os licenciandos em matemática, é que as atividades foram elaboradas para atender aos objetivos gerais da disciplina e não, apenas, para esta pesquisa. As atividades foram propostas para todos os 33 alunos matriculados na disciplina e não para parte deles. Todos os grupos, com 5 ou 6 licenciandos, participaram das atividades e realizaram os registros escritos e em áudio.

O “contato direto” e “prolongado” com a situação a ser pesquisada e nossa preocupação estar mais voltada para o processo do que simplesmente para os resultados ou produtos, definem seu aspecto qualitativo. (Bogdan&Biklen, 1994, p. 47). Os dados foram coletados durante 14 aulas, das 32 aulas semestrais da disciplina, com um encontro semanal de 04 horas de duração. Utilizamos registros escritos, dos grupos e do professor/pesquisador, e em áudio, das discussões e apresentações de trabalhos dos licenciandos.

As atividades propostas tinham como objetivo possibilitar aos licenciandos refletir sobre a relação do conceito matemático com outras áreas de conhecimento, sobre o aspecto geral e específico do conceito números inteiros que indicassem, nas suas manifestações, os aspectos de sua formação ao analisarem textos matemáticos impressos da matemática escolar, em particular, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros.

Esses objetivos, além da “oportunidade de explorarem o ambiente complexo das escolas” (BOGDAN&BIKLEN, 1994, p. 287), pretendiam que a partir da análise dos vários textos matemáticos impressos, os licenciandos reunissem elementos teóricos e didático-metodológicos que contribuíssem para a elaboração de referenciais de avaliação de material didático, principalmente, na forma de textos impressos, com questões elaboradas “em torno do conteúdo particular deste curso” (BOGDAN&BIKLEN, 1994, p. 288).

No desenvolvimento das atividades procuramos possibilitar a discussão dos licenciandos

que, em grupo e com a classe, focalizaram o conceito números inteiros e tentaram organizar suas idéias, crenças e mitos, tendo como foco as idéias iniciais ou núcleo central que contribuem para o ensino desse conceito. Utilizamos as duas expressões, “idéias iniciais” ou “núcleo central formador”<sup>13</sup>, para delinear um conjunto de idéias, não formais, que possivelmente podem auxiliar os alunos da educação básica na compreensão do conceito números inteiros. São as idéias que antecedem a formalização do conceito.

Consideramos com Bogdan&Biklen (1994) que como pesquisadores qualitativos necessitamos questionar, continuamente

(...) os sujeitos de investigação, com o objectivo de perceber “aquilo que *eles* experimentam, o modo como *eles* interpretam as sua experiências e o modo como *eles* próprios estruturam o mundo social em que vivem” (Psathas, 1973). Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador. O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra. (Bogdan&Biklen, 1994, p. 50).

De fato, nossa forma de abordagem não é neutra, pois ao anunciarmos como objetivo a percepção de como os licenciandos “experimentam e estruturam o mundo social em que vivem” é necessário ouvi-los nas suas incompreensões e dúvidas, seus conhecimentos prévios e seus não-conhecimentos sobre as idéias iniciais do conceito números inteiros.

Como professora e pesquisadora, procuramos não interferir na condução das dúvidas e certezas dos licenciandos e quando o fizemos, tentamos evitar reorganizá-las para que se aproximassem das nossas convicções e/ou desejos de respostas. Nossas interferências foram no sentido de auxiliá-los nos registros escritos dos grupos, para que suas manifestações de dúvidas e certezas não se perdessem. E também na tentativa de conciliar o que os licenciandos sabem com o que não sabem sobre como aprender a ensinar o conceito números inteiros na educação básica.

---

<sup>13</sup> Os licenciandos empregam a expressão “núcleo central formador” na maior parte de suas manifestações. Empregaremos as duas, de modo indistinto.

O desenvolvimento de seis atividades, Anexo I, p. 160, propostas na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, sobre o conceito números inteiros, utilizou diferentes materiais impressos e se constituiu na construção do material empírico da pesquisa. Os licenciandos e a professora/pesquisadora elaboraram registros escritos e em áudio durante o desenvolvimento das atividades.

A princípio o material empírico da pesquisa foi constituído pelos registros escritos do professor/pesquisador e licenciandos e dos registros em áudio dos licenciandos.

O registro escrito da professora/pesquisadora foi o diário de campo. Os registros escritos dos licenciandos constituíram-se por (a) portfólios individuais, na forma de caderno utilizado para anotar aspectos de sua aprendizagem no desenvolvimento da disciplina; (b) Questões da Classe, Anexo I – Atividade 4, p. 160, elaboradas pelos licenciandos para nortear a análise de textos impressos de matemática e (c) mapas<sup>14</sup> do conceito números inteiros, representando as sínteses das idéias discutidas nos grupos durante as atividades e expressas na forma de um roteiro, desenho ou outra expressão escrita.

Durante o desenvolvimento das seis atividades mantivemos dois gravadores para o registro em áudio das discussões dos grupos e das apresentações dos grupos para a classe. Os registros em áudio das discussões dos grupos e suas transcrições foram propostos pela professora/pesquisadora como parte das atividades da disciplina. Todos os grupos realizaram um registro em áudio e foram os responsáveis pela sua transcrição e socialização com a classe por meio de correspondência eletrônica. As definições de quais grupos realizariam o registro em áudio eram feitas com a professora/pesquisadora e os grupos no início de cada aula. Os registros

---

<sup>14</sup> Mapa do conceito números inteiros, utilizamos esta expressão no sentido do senso comum não tendo vínculo com correntes teóricas, para nomear a síntese das idéias do grupo expressa por um registro escrito.

em áudio das apresentações dos grupos para a classe foram realizados sempre que as mesmas aconteceram.

Mantivemos esse procedimento de registros em áudio para a resolução das Atividades de 1 a 3, Anexo I, p. 160. Mas observamos que ocorria a determinados grupos a ausência de um ou mais participantes, sendo necessário que se reagrupassem com outro grupo na mesma situação. Para o desenvolvimento das Atividades 4, 5 e 6 definimos que um gravador seria mantido em um grupo onde a incidência de ausências tinha sido menor, até aquele momento. O outro gravador permaneceu em um grupo diferente a cada aula.

O grupo com menor incidência de ausências, no qual um dos gravadores permaneceu para o registro em áudio durante as atividades 4, 5 e 6, foi o grupo definido para esta pesquisa e denominado por Grupo 6. O Grupo 6 foi constituído por cinco licenciandos, quatro licenciandas e um licenciando. Serão considerados para esta pesquisa os seus registros escritos, como os mapas do conceito números inteiros, e os registros em áudio das discussões para a elaboração e das apresentações de suas análises dos textos impressos para a classe. Não serão incluídos os portfólios por conterem elementos que também estão presentes nos demais registros.

As fontes da pesquisa restringiram-se aos seguintes registros: (a) registros escritos definidos para a pesquisa, constituindo o material empírico, como o diário de campo elaborado pela professora/pesquisadora e os mapas do conceito números inteiros elaborados pelo Grupo 6, que representam as sínteses de suas discussões; (b) os registros em áudio das discussões do Grupo 6 durante a elaboração das atividades propostas e durante as apresentações do Grupo 6 para a classe. Os registros em áudio definidos para a pesquisa referem-se ao desenvolvimento das Atividades 1b, 4, 5 e 6, Anexo I, p. 160.

Nosso estudo constitui-se de um estudo qualitativo das reflexões e análises de

licenciandos da disciplina de Metodologia e Prática de Matemática na Educação Básica sobre material didático de matemática, na forma de textos impressos, previamente selecionados pela professora/pesquisadora, para que os licenciandos os analisassem segundo critérios elaborados pelos licenciandos da disciplina e reorganizados conjuntamente com a professora/pesquisadora, durante um semestre de 2005.

Os licenciandos, futuros professores, no seu processo de formação matemática do conceito números inteiros na educação básica e nos semestres iniciais da licenciatura em matemática, tiveram como uma das fontes de sua formação o mundo do papel (Olson, 1997) que circula nesses níveis de ensino. Para responder a questão principal desta pesquisa, *Quais as possíveis contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos em matemática, para as idéias iniciais do conceito números inteiros?*, pensamos ser necessário analisarmos suas reflexões sobre esse aspecto.

Durante 14 aulas, das 32 aulas da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, trabalhamos um conjunto de textos impressos que podem subsidiar a futura prática docente, selecionamos textos impressos com três características.

A primeira característica refere-se aos textos impressos de apoio e aprofundamento do tema indicados pela professora/pesquisadora, como de Ruiz (2005), *Matemática, matemática escolar e o nosso cotidiano*, que discute a matemática e a matemática escolar como construções diferentes; de Glaeser (1985) sobre o conceito números inteiros na visão da didática da matemática; e para a pesquisa na História da Matemática sugerimos autores como Aleksandrov et al (1994), Boyer (1974), Caraça (1984), Dantzig (1970), Struik (1989), Eves (1995), Glaeser (1985), Hogben (1958), Ifrah (1992), Karlson (1961), Morris Kline (1992), Ríbnikov (1987), Smith (1958); publicações Cadernos CAEM/IME/USP, livros paradidáticos e também autores e



obras que os licenciandos entendessem que contribuiriam para o estudo das idéias iniciais do conceito números inteiros.

A segunda característica refere-se aos textos impressos oficiais que circularam na educação básica, são os documentos oficiais de orientações curriculares, como a Proposta Curricular de Matemática: Ensino Fundamental (São Paulo, 1988) e PCNs (Brasil, 1998) e os projetos oficiais de formação de professores de matemática propostos pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, como o Projeto Ypê (São Paulo, 1991), Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001), Ensinar e Aprender: Construindo uma proposta (São Paulo, 1999). Estes textos impressos oficiais encontram-se acessíveis nas Bibliotecas Escolares das escolas da rede estadual paulista. Os licenciandos tiveram acesso as Bibliotecas Escolares por meio de carta elaborada pela professora/pesquisadora solicitando às escolas públicas o seu uso.

E a terceira característica refere-se aos textos impressos de aprendizagem para vivência e análise dos licenciandos sobre o desenvolvimento em sala de aula do conceito números inteiros, com alunos de 6ª série da educação básica. Esses textos impressos têm como função e objetivo, principais, a mediação aluno - professor – conhecimento matemático, em sala de aula, e possibilitar a leitura compartilhada do mesmo. Denominaremos por textos de aprendizagem. Pode incluir os livros didáticos elaborados pelas editoras e adquiridos pelas políticas públicas ou nos estabelecimentos comerciais; os materiais apostilados elaborados por instituições particulares e comercializados pelas mesmas e os materiais impressos elaborados pelos professores e disponibilizados aos alunos em forma de folhas ou apostilas para suas aulas, desde que desenvolvam pelo menos um conceito matemático e não apenas parte dele.

Para o desenvolvimento das seis atividades, Anexo I, p. 160, propusemos a dinâmica indivíduo-grupo-classe, constituída por três momentos. No primeiro, os licenciandos, individualmente, respondem a uma questão norteadora proposta pela professora/pesquisadora. No segundo, reúnem-se em grupos de cinco ou seis elementos, de sua escolha, para a discussão das respostas individuais e elaboram uma resposta que representa as idéias gerais do grupo. E no terceiro momento, os grupos apresentam a síntese de suas idéias para a classe, formando o que denominamos painel da classe. Esse painel tem por objetivo a socialização das idéias, objeto de reflexão, não nos propomos a buscar uma resposta única para a classe e sim a diversidade de respostas que podem ou não convergir para uma idéia central.

Foram propostas seis atividades, Anexo I, p. 160, para o desenvolvimento do conceito números inteiros que procuraram pelas manifestações, dos licenciandos, sobre suas idéias iniciais desse conceito e como entendem as idéias de autores de textos indicados na disciplina. As atividades selecionadas para a pesquisa tiveram como critérios: (a) tratar diretamente do conceito números inteiros, e (b) solicitar a elaboração da opinião dos licenciandos, que entendemos serem aspectos relevantes para o estudo do conceito números inteiros. As demais atividades que não envolvem esses dois aspectos não serão analisadas isoladamente.

A Atividade (1a), Anexo I, p. 160, solicitava que os licenciandos registrassem suas expectativas com a disciplina, na dinâmica indivíduo-grupo-classe.

A Atividade (1b), do Anexo I, p. 160 tem por objetivo entender as primeiras formas de expressões dos licenciandos sobre como iniciariam a primeira aula do conceito números inteiros ao refletirem questões como: *Na sua opinião, qual é o núcleo central formador do conceito de número inteiro? Quais os elementos que contribuem para a criação desse conceito e/ou tornam essa idéia necessária para a vida das pessoas e para o pensamento matemático?*

A Atividade (2), Anexo I, p. 160, propõe o contato com um texto impresso de apoio e aprofundamento, de Ruiz (2005), que aponta as diferenças essenciais entre os “espíritos” da matemática e da matemática escolar, enquanto o

(...) espírito contemporâneo da matemática é o da complexidade e da incerteza, cada vez mais ela ocupa-se de modelos não determinísticos, o espírito da matemática escolar é o da unicidade de caminhos e da exatidão, cultiva no interior da escola a crença de que os resultados matemáticos são sempre únicos e definitivos. (Ruiz, 2005).

Na Atividade (3), Anexo I, p. 160, propusemos uma pesquisa orientada pela questão: *O que os autores entendem como as idéias iniciais do conceito números inteiros?* em textos impressos das várias características. Esta proposta de atividade foi desenvolvida em forma de seminário dos grupos com objetivo de ser o primeiro contato dos licenciandos com textos impressos, propostos pela disciplina, sobre o conceito números inteiros, para pesquisa de caráter didático e da cultura geral do conceito. Aconteceu em duas etapas. A primeira etapa constituiu-se da pesquisa na História da Matemática; a segunda etapa, da pesquisa na didática da matemática para o conceito números inteiros em Glaeser (1985).

Na primeira etapa, pesquisa na História da Matemática solicitamos que os grupos pesquisassem em pelo menos um título da bibliografia indicada e acrescentassem outros que julgassem interessantes ou necessários. Os grupos apresentaram seus trabalhos para a classe e consideramos que esse estudo foi informativo sobre o conceito números inteiros. O mesmo ocorrendo na segunda etapa, com o texto de Glaeser (1985).

Na Atividade (4), Anexo I, p. 160, solicitamos aos licenciandos que elaborassem três questões que norteariam as futuras análises de materiais didáticos e textos impressos. Denominamos por Questões da Classe. As questões elaboradas pelos licenciandos foram reorganizadas pela professora/pesquisadora, algumas foram subdivididas e outras reagrupadas. A versão final foi analisada pelos licenciandos para que verificassem se todas as questões

individuais haviam sido contempladas e se havia necessidade de acrescentar outras. Estão descritas nos itens de 1 a 13, da Atividade 4, Anexo I, p. 160.

Norteados por estas questões os licenciandos analisaram um conjunto de textos impressos constituído por publicações como Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Ensinar e Aprender (São Paulo, 1999), Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001), Cadernos CAEM/IME/USP, Livros didáticos, Paradidáticos, Proposta Curricular de Matemática: Ensino Fundamental (São Paulo, 1988), PCNs (Brasil, 1998).

Na Atividade (5), Anexo I, p. 160, propusemos a vivência e análise orientada, pelas Questões da Classe, Anexo I, Atividade 4, p. 160, de dois textos impressos de aprendizagem sobre o conceito números inteiros para a matemática escolar. Restringimos-nos às idéias iniciais do conceito números inteiros propostos pelos autores. A análise orientada pelas questões da classe, denominaremos por análise orientada.

Propusemos a vivência e análise de dois textos de aprendizagem, um texto é um projeto alternativo<sup>15</sup> sobre o conceito números inteiros indicado pela professora/pesquisadora e o outro é um livro didático, com indicação do PNLD/2002 ou posteriores, indicado pelos licenciandos. Denominamos por “vivência” a leitura compartilhada, orientada pelo professor e a resolução das atividades/exercícios pelos licenciandos, na perspectiva de alunos da 6ª série da educação básica.

Após a vivência de cada texto de aprendizagem os licenciandos, em grupo, elaboraram as análises orientadas pelas Questões da Classe, Anexo I, Atividade 4, p.160, dos dois textos de aprendizagem.

---

<sup>15</sup> Nesta pesquisa, denominamos por projeto alternativo o texto de aprendizagem que desenvolve, pelo menos, um conceito matemático e não apenas parte dele, e não participa das indicações de livros didáticos do PNLD.

Na Atividade (6), Anexo I, p. 160, propusemos a elaboração de uma análise comparando os dois textos de aprendizagem vivenciados na atividade anterior, denominamos por análise comparativa. Foi sugerido que os licenciandos tomassem como referência os textos discutidos na disciplina, como Ruiz (2005), Glaeser (1985) e os autores da História da Matemática, o Grupo 6<sup>16</sup>. A análise dos grupos foi apresentada para a classe, formando o painel da classe. Solicitamos a elaboração de novos Mapas dos números inteiros.

Dentre essas atividades analisaremos as manifestações do Grupo 6, referentes as Atividades 1b, 4, 5 e 6, nos momentos que significaram indícios de elementos para responder nossa questão, *quais as possíveis contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos em matemática, para as idéias iniciais do conceito números inteiros?*

Os dados referem-se a dois momentos da dinâmica indivíduo-grupo-classe: as discussões no grupo e a apresentação do grupo para a classe. Não analisaremos os momentos individuais pois nossa preocupação é com os entendimentos gerais dos licenciandos sobre os textos impressos, quando abordam os conceito números inteiros e não com o processo do entendimento de cada licenciando.

As análises do estudo qualitativo terão como referências as discussões de Lizcano (1993, 2006) sobre as formas de negatividade advindas das práticas e saberes nem sempre circunscritas ao contexto matemático, que influenciam o desenvolvimento do conceito números inteiros; sobre o conceito de imaginário, os significados das imaginações coletivas que surgem da razão comum própria de cada época e de cada cultura; e das metáforas que cada imaginário possibilita.

O autor aponta que para a Grécia clássica, no imaginário tradicional, a metáfora da subtração é pensada por abstração e dedução, partindo de “coisas sensíveis”, configurando um

---

<sup>16</sup> O Grupo 6 tinha disponível a obra História da Matemática, de Boyer (1974).

modo de pensar que classifica a realidade e os saberes advindos dela em uma sucessão de gêneros e espécies. Para Lizcano (1993, 2006), esse modo de pensar faz com que a indagação ocidental sobre a negatividade se fundamente em termos de possibilidade e impossibilidade da subtração. A realidade se rompe em ser/não ser, sendo impossível pensar o “zero” e o “número negativo”.

Indica que na China, o imaginário proporciona a metáfora que pensa por oposição ou analogia, sob o complexo simbólico yin/yang/dao<sup>17</sup> que opera em termos de oposição e equivalência. Toda realidade é bipartida e essas duas partes se distinguem e articulam nos opostos yin/yang. Nos dois casos, estas são as estruturas pré-lógicas que constituem as matrizes fundamentais que organizam e ordenam o pensamento.

E na Grécia decadente ou do alexandrinismo a negatividade é pensada em termos das “formas que faltam” ou das grandezas que são “menos que nada”; e surge com Diofanto, o primeiro registro escrito de negatividade em língua grega, indicando a negatividade “no processo”, como um processo de cálculo, dinâmico e transitivo, e a negatividade “no produto”, como solução de certos problemas, estático.

Com Bohm&Peat (1989) analisaremos quais as infra-estruturas tácitas do conhecimento dos licenciandos, isto é, quais as suas destrezas e perícias com as quais desenvolvem determinadas ações solicitadas nos dados qualitativos.

Com Schubring (2000) analisaremos o problema da didática do desenvolvimento do conceito números inteiros e as possíveis conexões com suas bases históricas e com Cid (2000 e 2003) os modelos concretos ou situações do cotidiano que são propostos nos textos impressos da matemática escolar, com o intuito de construir contribuições a partir da pesquisa para a formação

---

<sup>17</sup> Em outra publicação (Lizcano, 2006a) [http://www.bajo-cero.org/ediciones/pdf/lizcano\\_web.pdf](http://www.bajo-cero.org/ediciones/pdf/lizcano_web.pdf), o autor utiliza a expressão yin/yang/tao.

inicial do futuro professor de matemática.

Com Olson (1997) analisaremos a leitura crítica e como a prática da leitura possibilita determinar a força e a estrutura dos textos quando estes indicam de modo explícito ou não o tipo de relação que se pretende.

Para efeito de análise separamos os diálogos transcritos em episódios assim definidos por encerrarem a discussão de uma ou mais idéias relacionadas ao conceito número inteiro. Nos diálogos T significa Turno de fala.

## **CAPÍTULO 2 – Idéias iniciais dos licenciandos sobre números inteiros, ao analisar textos impressos**

### **2.1. Primeiras percepções dos licenciandos sobre idéias iniciais do conceito números inteiros**

A Atividade (1b), Anexo I, p. 160, teve como objetivo perceber como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros, para o ensino na matemática escolar. Como professora/pesquisadora elaboramos questões norteadoras que foram respondidas na dinâmica indivíduo-grupo-classe, consistiram em: *Na sua opinião, qual é o núcleo central formador do conceito de número inteiro? Quais os elementos que contribuem para a criação desse conceito e/ou tornam essa idéia necessária para a vida das pessoas e para o pensamento matemático? Como você desenvolveria sua 1ª aula sobre o conceito de número inteiro na educação básica, 6ª série?(...)*. E solicitava a elaboração de um registro escrito como síntese das idéias discutidas pelo grupo representando-o na forma de um desenho, roteiro ou outra expressão escrita. Esse registro será denominado por Mapa 1 do conceito Número Inteiro.

Analisaremos o terceiro momento da dinâmica, durante a apresentação do Grupo 6, para a classe, de suas primeiras idéias para o desenvolvimento do conceito números inteiros na educação básica e o Mapa 1. O episódio 1 ocorreu em uma aula.

#### **Episódio 1: As primeiras idéias dos licenciandos para o ensino dos números inteiros**

Os licenciandos do Grupo 6 apresentam para a classe suas primeiras idéias para o desenvolvimento do conceito números inteiros na educação básica e ilustram com o Mapa 1.

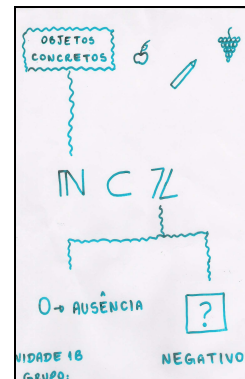


Manifestam expressões como “objetos concretos”, “números naturais”, “a menos”, “está faltando” e “números negativos”.

T04: *Paula<sup>18</sup>: Normalmente, a gente usa objetos concretos. Ah! Eu tenho 2 garrafas, por que eu tenho 1 bola. Então a gente começa a usar dentro do natural. ... por que a criança, não tem como, né? Psicologicamente não dá pra imaginar muitas coisas.*

T05: *Nádia: A gente começa a discutir aí, os números negativos, como que as crianças começam a perceber que existem outros números que não são aqueles: 3 cachorros, 3 gatos. E eles, a gente acha que eles começam a perceber quando eles têm alguns objetos que nem: se tem 3 maçãs e 5 amiguinhos e ele tem que dar 1 maçã para cada um. Cadê? Tem 2 maçãs a menos. Estão faltando 2 maçãs.*

T06: *Eloísa: Isso tá ligado com o negativo, fazendo bastante vezes .... surge na cabeça da criança a idéia de número negativo. Por que a gente acha que a criança, ela pensa: ah, tá faltando tanto. Tá faltando 2. Com quem tá esse menos 2 que tá faltando? Então, surge a idéia de número negativo. E ah, então o zero, a gente ..., funciona como uma ausência, né?*



Mapa 1

As manifestações dos licenciandos neste episódio, como a de Paula, em T04: [*Normalmente, a gente usa objetos concretos. Ah! Eu tenho 2 garrafas, por que eu tenho 1 bola.*], indicam que entendem que a mesma relação que realizam entre “objetos concretos” e os “números naturais” pode ser utilizada para os números inteiros, como também comenta Nádia em T05: [*A gente começa a discutir aí, os números negativos, (...) a gente acha que eles [os alunos] começam a perceber quando eles têm alguns objetos (...) que nem: se tem 3 maçãs e 5 amiguinhos e ele tem que dar 1 maçã para cada um.*].

No Mapa 1, indicam a razão dessa transferência, é como se fizessem um raciocínio pressupondo uma propriedade transitiva que poderia ser expressa da seguinte forma: “se os ‘objetos concretos’  $\subset N$  e  $N \subset Z \Rightarrow$  ‘objetos concretos’  $\subset Z$ ”.

<sup>18</sup> Para preservar a identidade do grupo de licenciandos que participam desta pesquisa os nomes aqui expressos são fictícios.

Reconhecem que o número negativo é de natureza diferente dos números naturais em T05: [*Nádia (...) como que as crianças começam a perceber que existem outros números que não são aqueles: 3 cachorros, 3 gatos.*]. E manifestam que essa diferença reside na idéia da “falta”, em T05 [*(...) Cadê? Tem 2 maçãs a menos. Estão faltando 2 maçãs.*].

Expressam que a repetição da pergunta que indica a “falta” propicia o surgimento do número negativo, em T06 [*Eloísa: Isso tá ligado [a falta] com o negativo, fazendo bastante vezes ... surge na cabeça da criança a idéia de número negativo*].

Para esses licenciandos a repetição reforça a aprendizagem, entendemos que para eles a repetição aciona algum mecanismo interno ao pensamento que dispensa outro tipo de interferência de pessoas ou conhecimentos para o “surgimento” de um novo número. A resposta, por si só, é um novo tipo de número, o negativo. Parece que os licenciandos entendem que esse número já existe nas relações sociais e necessita ser localizado, como em T06 [*Eloísa: (...) Com quem tá esse menos 2 que tá faltando?(...)*].

Atribuem ao “zero” o sentido de “ausência” de algo, mesmo que não tenha sido resposta aos exemplos que manifestaram, mas expressam necessidade de discutir e dar sentido ao “zero”, como em T06 [*(...) E ah, então o zero, a gente ..., funciona como uma ausência, né?!*].

Não discutem os números positivos, talvez os identifiquem com os números naturais, já incluídos em  $\mathbb{Z}$ , pela relação  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ , como ilustrado no Mapa 1.

Entendemos que quando os licenciandos do Grupo 6 apontam como idéias iniciais do conceito números inteiros os elementos acima citados, expressam a infra-estrutura tácita do seu conhecimento (Bohm&Peat, 1989), advinda de suas experiências como aluno da educação básica, do seu conhecimento das estruturas matemáticas provenientes do contexto escolar do ensino

superior e da herança grega circunscrita ao imaginário do seu grupo social. (Lizcano, 1993, 2006). Herança esta também presente no ensino da educação básica.

Bohm&Peat (1989) indicam que as dificuldades que enfrentam as ciências de nossos dias são decorrentes “do modo fragmentário do estudo da natureza e da realidade” (BOHM&PEAT, 1989, p. 27). Para que ocorram mudanças sugerem que é necessário “a ênfase nas idéias, e não nas fórmulas, no todo, e não nos fragmentos, no sentido, e não nos mecanismos” (idem).

Algumas das nossas perícias e destrezas mais valiosas existem precisamente na forma dessa infra-estrutura tácita do conhecimento. Por exemplo, uma criança levará horas e horas com uma bicicleta até que subitamente aprende a andar nela, essa capacidade, uma vez adquirida, parece que nunca mais será perdida e assume uma forma subconsciente ou mesmo inconsciente, visto que ninguém na realidade ‘pensa’ em como conduzir uma bicicleta. Também escrever à máquina, velejar, passear, nadar, jogar tênis (...), tudo isto envolve a referida **infra-estrutura tácita do conhecimento e perícia**. (Bohm&Peat, 1989, p. 33-34) (grifos nossos).

E por conhecimento tácito Bohm (2005) entende o que Michael Polanyi considera como o conhecimento que

(..)não pode ser traduzido em palavras, mas que está lá. Sabemos andar de bicicleta, mas não sabemos explicar como o fazemos. Se uma bicicleta tende a cair, temos de voltá-la para a direção da queda para evitá-la. Existe uma equação matemática que mostra que o ângulo para o qual nos voltamos está de certo modo relacionado ao ângulo segundo o qual caímos. É isso que fazemos, *mas não pomos em prática a equação*. Nosso corpo executa incontáveis movimentos, que não podemos descrever, e faz com que o conjunto funcione. Esse é o conhecimento tácito. É um tipo de saber que adquirimos e sem o qual não podemos fazer nada. **É a continuação do que aprendemos no passado**. E assim temos a experiência, o conhecimento, o pensamento, a emoção e a prática – tudo num mesmo processo. (Bohm, 2005, 103). (grifos nossos).

Portanto as idéias manifestadas pelos licenciandos em T4-6: (a) a relação entre os objetos concretos e os números Naturais, (b) a diferença entre a natureza dos números negativos e dos números naturais, (c) o número negativo como a “falta” de algo, (d) a repetição de uma pergunta que provoca o surgimento do número negativo; (e) o zero como “ausência”, (f) a relação de inclusão  $N \subset Z$ ; e (g) a não discussão do positivo, são a “continuação” do que aprenderam “no passado”, é o seu conhecimento tácito para pensar como ensinar o conceito números inteiros, na matemática escolar. São suas infra-estruturas tácitas do conhecimento reunidas a partir das suas

experiências, conhecimentos, pensamentos, emoções e suas práticas. Consideramos que são os “fragmentos” reunidos para pensar a idéia do conceito números inteiros.

As idéias acima observadas nos atentam que a “falta”, expressa em T06, pode ser entendida como a nossa herança grega, do imaginário ocidental, regido pela metáfora da “falta”, como indicado por Lizcano (1993).

Na sua investigação sobre os imaginários do Ocidente e do Oriente, nos períodos da Grécia clássica, da Grécia helenística e da China antiga<sup>19</sup>, Lizcano (1993, 2006) discute elementos que podem contribuir para pensar o conceito números inteiros, como o de imaginário.

(...) el imaginario no existe; no hay ningún imaginario ahí fuera esperando ser descubierto o comprendido. Como los tipos ideales weberianos, el imaginario sólo está, como concepto o herramienta, en la mente de quien lo postula y lo usa como categoría de análisis. O, por decirlo de otro modo, la realidad del imaginario es imaginaria, como no podía ser de otra manera. (Lizcano, 2006, p. 60).<sup>20</sup>

Identificamos como “ferramentas” conceituais, desses licenciandos, os objetos concretos, a inclusão dos números naturais nos números inteiros, a idéia da falta, o zero como ausência e a não discussão da positividade. Consideramos sua “categoria de análise” inicial. Essas ferramentas circunscrevem o imaginário inicial para o conceito números inteiros desses licenciandos e é constituída pela a infra-estrutura tácita do seu conhecimento (Bohm&Peat, 1989).

Para Lizcano (2006), a história da matemática ocidental tem paradoxos e limites para vários instrumentos conceituais, como a metáfora para pensar o problema do mais e do menos ou a soma e resto em termos de adição e subtração de quantidades, manifestada por esses licenciandos em T06. Paradoxos e limites que o autor entende provenientes da herança grega.

---

<sup>19</sup> Em Lizcano (1993) o autor refere-se aos três períodos pesquisados, como “Grécia clássica, China dos Han e o último alexandrinismo”, e também como “a Grécia clássica, a Grécia decadente do helenismo e na China antiga” em Lizcano (2006).

<sup>20</sup> (...) o imaginário não existe, não há nenhum imaginário aí fora esperando ser descoberto ou compreendido. Como os tipos ideais weberianos, o imaginário somente está, como conceito ou ferramenta, na mente de quem o postula e o usa como categoria de análises. Ou, para dizer de outro modo, a realidade do imaginário é imaginária, como não poderia ser de outra maneira. . (Lizcano, 2006, p. 60). (tradução nossa).

La tradición matemática de herencia griega nos situó en un imaginario en el que la resta se pensaba (...) a la luz de la metáfora de la *sustracción*, y la incapacidad de pensarla bajo otra metáfora impuso durante siglos unos límites y paradojas insuperables al desarrollo de la aritmética. De donde hay —pongamos— 5 podemos restar/sustraer 1, también 2, o incluso 3 ó 4. Al sustraer o extraer 5 ya empiezan los problemas, el *resto* es nulo, no queda nada... pero “lo que no es, no es”, según sabemos todos y ya enseñaba el sabio Parménides. ¿Qué hacer entonces? Ahora bien, el problema se complica aún más si de donde hay 5 pretendemos seguir extrayendo aún más, por ejemplo 6, ya no hay modo, la operación se cortocircuita. (Lizcano, 2006, p. 117).<sup>21</sup>

Esse modo de pensar o resto, para o autor, é consequência de um imaginário particular e indica que as diferenças radicais nas sociedades que tem analisado, residem nos seus respectivos modos de pensamento formal, lógico e matemático. Para sua análise Lizcano (1993) considerou a “negatividade” como uma categoria.

La categoría de negatividad fue viendo ampliado paulatinamente su campo de referencia. En la matemática de inmediata tradición euclídea no hay ciertamente ‘rastros’ de números negativos, pero sí campos conceptuales (como el de la sustracción o diferencia, o el de ciertas técnicas ‘equivalentes a’ la resolución de ecuaciones) en cuyo ámbito la matemática de herencia euclídea va a construir sus formas de negatividad. (Lizcano, 1993, p.19).<sup>22</sup>

Entendemos que nossos licenciandos manifestaram no seu campo conceitual, suas formas de negatividade, ligadas à metáfora da subtração. Isto indica que esta metáfora faz parte de seu campo conceitual na acepção de Lizcano (1993), como subtração ou diferença.

Para o autor, a negatividade emerge de outra maneira na China.

En particular, o uso en los cálculos de unos palillos importados de saberes no matemáticos, como las artes adivinatorias, incorporan a su manipulación matemática unos presupuestos y unas posibilidades operatorias bien distintos de los que transportan los numerales alfabéticos o los segmentos numéricos de la matemática griega, y otro tanto ocurre con la construcción del espacio físico – el tablero de cálculo – sobre el que

---

<sup>21</sup> A tradição matemática de herança grega nos situou em um imaginário no qual o resto se pensava (...) à luz da metáfora da *subtração*, e a incapacidade de pensá-la sob outra metáfora impôs, durante séculos, limites e paradoxos insuperáveis ao desenvolvimento da aritmética. De onde há, por exemplo, 5 podemos diminuir/subtrair 1, também 2, inclusive 3 ou 4. Ao extrair 5 já começam os problemas, o resto é nulo, não *resta* nada... mas “o que não é, não é”, segundo sabemos todos e já ensinava o sábio Parmênides. Que fazer então? Agora, o problema se complica ainda mais se de 5 pretendemos continuar extraindo, por exemplo, 6, já não tem como, a operação se cortocircuita. (Lizcano, 2006, p. 117). (tradução nossa).

<sup>22</sup> A categoria de negatividade foi vendo ser ampliada paulatinamente seu campo de referência. Na matemática de imediata tradição euclidiana não há certamente “rastros” de números negativos, mas sim campos conceituais (como o da subtração ou diferença, ou de certas técnicas ‘equivalentes a’ resolução de equações) cujo âmbito a matemática de herança euclidiana vai construir suas formas de negatividade. (Lizcano, 1993, p.19). (tradução nossa).

se despliegan esas operaciones, que quedan condicionadas por él. (Lizcano, 1993, p. 62).<sup>23</sup>

Na China, emergem, de modo *natural*, uma pluralidade de *negatividades formais*, nem todas estritamente matemáticas, tanto na prática matemática como em construções cosmogônicas nas explicações místicas ou técnicas adivinatórias, que o autor entende ter quatro características.

- i) ciertos complejos simbólicos, como el que se anuda en torno de la terna yin/yang/dao, que dispone a su razón a operar en términos de oposiciones que pivotan sobre un ‘hueco’ que actúa como ‘quicio’ o ‘centro’ en torno al cual las oposiciones se equilibran;
- ii) una concepción cualitativa y simbólica del espacio de representación, que distingue *lugares* (lugares que así *significan*) y se hace solidario con el tiempo;
- iii) ciertos procesos de racionalización asociados a la singularidad de su lengua (evocación frente a definición, simetría e inversión frente a linealidad ...) y las connotaciones que los términos técnicos arrastran de su significado en el lenguaje ordinario;
- iv) un modo de pensar que descansa en los criterios pre-lógicos ‘de oposición’ y ‘de equivalencia’. (Lizcano, 1993, p. 265).<sup>24</sup>

Lizcano (1993, p. 20) releva que só “à luz das construções chinesas de negatividade” é que pôde perceber a “sombra” que a matemática grega constrói. A compreensão da negatividade no âmbito chinês revelou que

En el extremo oriente, sí encontramos desde épocas bien tempranas formas de «número negativos» bien semejantes a la que a Occidente tanto esfuerzo le llevaría ir construyendo. Formas de negatividad que no surgen propiamente de los campos antes acotados (refiriéndose a distinciones de género en Grecia) ni tampoco se derivan de un cierto concepto previo de número. Surgen directamente en un campo: el de unos

---

<sup>23</sup> Em particular, o uso nos cálculos de palitos provenientes de saberes não matemáticos, como das artes adivinatórias, incorporam em sua manipulação matemática pressupostos e possibilidades operatórias bem diferentes dos que transportam os numerais alfabéticos ou os segmentos numéricos da matemática grega, e por outro lado ocorre com a construção do espaço físico – o tabuleiro de cálculo – sobre o qual se desenrolam essas operações, que ficam condicionadas por ele. (Lizcano, 1993, p. 62). (tradução nossa).

<sup>24</sup> i) certos complexos simbólicos como os que se anulam em torno do trio yin/yang/dao, que dispõe a sua razão a operar em termos de oposições que giram sobre um “oco” que atua como “eixo” ou “centro” em torno do qual as oposições se equilibram;  
ii) uma concepção qualitativa e simbólica do espaço de representação, que distingue *lugares* (lugares que assim *significam*) e se fazem solidários com o tempo;  
iii) certos processos de racionalização associados a singularidade de sua língua (evocação frente a definição, simetria e inversão frente a linearidade ...) e as conotações que os termos técnicos trazem de seu significado na linguagem ordinária;  
iv) um modo de pensar que descansa em critérios pré-lógicos ‘de oposição’ e ‘de equivalência’. (Lizcano, 1993, p. 265). (tradução nossa).

nombres/números/palillos opuestos que se destruyen mutuamente cuando se está tratando de crear un vacío en un espacio de representación. (Lizcano, 1993, p. 19).<sup>25</sup>

E que agora, “à luz das construções chinesas” Lizcano (1993, p. 20) entende a “sombra” que passava despercebida na matemática grega.

(...) en Grecia sumergido en la *sombra* del edificio de su racionalidad: es el desorden que amenaza al orden de su razón y su mundo, la indefinición que se cierne sobre la identidad que parecen exigir sus cosas de ideas, la mera ausencia de una presencia que se reclama. La herencia de esta sombra, constituida ya en obstáculo epistemológico, forzarà a la matemática posterior a tener que pensar la *negatividad* en términos de insostenibles ‘formas que faltan’ (Diofanto) o de impensables magnitudes que fueran ‘menos que nada’. Nuestra historia de la *negatividad* engarza así en la historia de esa gran metáfora de la luz que, según vio Heidegger, atraviesa toda la metafísica occidental. Una metáfora omnipresente cuya exigencia de iluminación, desde el mito platónico de la caverna hasta los maestros de la que Ricoeur llamó escuela de la sospecha (Nietzsche, Freud, Marx), ha condenado a media realidad a no ser sino sombra, sombra indistinta, sombra de nada. (Lizcano, 1993, p.20).<sup>26</sup>

O autor caracteriza a Grécia clássica como oposta à China, quanto às construções de negatividade. Enquanto para a Grécia *subtrair* ou *diferenciar* sinaliza o limite para a negatividade, na China o “jogo de oposições” é o seu ponto de arranque.

La exigencia de un substrato del que sustraer o diferenciar pondrá así en la sustracción o *diferencia* el límite griego para la *negatividad*, como en China la exigencia de oposición lo que ponía era un punto de arranque. (Lizcano, 1993, p. 266).<sup>27</sup>

E ao analisar a Grécia do helenismo decadente ou alexandrinismo tardio, observa que

Las matemáticas alejandrinas – y, en particular, la de Diofanto – construye la que podríamos llamar propiamente primera forma occidental de *negatividad*. Y lo hace en un

---

<sup>25</sup> No extremo oriente, encontramos desde épocas antigas formas de «números negativos» muito semelhantes as que o Ocidente com tanto esforço levaria para construir. Formas de negatividade que não surgem propriamente dos campos antes demarcados (referindo-se as distinções de gênero na Grécia) nem tão pouco derivam de um certo conceito prévio de número. Surgem diretamente em um campo de nomes/números/palitos opostos que se destroem mutuamente quando se está tratando de criar um vazio em um espaço de representação. (Lizcano, 1993, p. 19). (tradução nossa).

<sup>26</sup> (...) na Grécia submerso na *sombra* do edifício de sua racionalidade: é a desordem que ameaça a ordem de sua razão e seu mundo, a indefinição que avança sobre sua identidade que parecem exigir suas coisas de idéias, a mera ausência de uma presença que se reclama. A herança desta sombra, constituída já em obstáculo epistemológico, forçarà a matemática posterior a ter que pensar a negatividade em termos de insustentáveis ‘formas que faltam’ (Diofanto) ou de impensáveis grandezas que foram ‘menos que nada’. Nossa história da *negatividade* se encadeia assim na história dessa grande metáfora da luz que, segundo Heidegger, atravessa toda a metafísica ocidental. Uma metáfora onipresente cuja exigência de iluminação, desde o mito platônico da caverna até os mestres daquela que Ricoeur chamou escola da suspeita (Nietzsche, Freud, Marx), tem condenado a metade da realidade a não ser senão sombra, sombra indistinta, sombra de nada. (Lizcano, 1993, p.20). (tradução nossa).

<sup>27</sup> A exigência de um substrato do qual subtrair ou diferenciar colocará assim na subtração ou *diferença* o limite grego para a *negatividad*, como na China a exigência de oposição é o que colocará um ponto de arranque. (Lizcano, 1993, p. 266). (tradução nossa).

momento de decadencia del ideal matemático aristotélico-euclídeo y de incorporación ecléctica de otras tradiciones matemáticas relegadas (egipcia, babilónica, pitagórica, logística). Su construcción de la *negatividad* en esos momento singular, tanto le permite emerger *contra* el anterior modelo dominante como le obliga a hacerlo *desde* él: antes que de la formalización, como en China, de un juego de oposiciones, surge de tratar de pensar matemáticamente una ‘ausencia’ (casi impensable en la tradición clásica) que no se deja sustantivar ni en los datos ni en los resultados de los problemas, sino tan sólo – casi como un *lapsus* – en el efímero discurrir de las operaciones intermedias. (Lizcano, 1993, p. 266).<sup>28</sup>

Embora, para Lizcano (1993), Diofanto tenha sido ambíguo, entende que sua obra tem dois aspectos, que denomina por negatividade “no processo” e negatividade “no produto”, que nos auxilia entender essa etapa da história do conceito números inteiros.

La primera [negatividade no processo] emerge en el momento, ciertamente efímero, del *proceso* de cálculo, pero también, como de pasada, en el escueto enunciado de la ‘regla de los signos’, que se pierde en el ‘Prefacio’ a la *Arithmetica* entre un mar de definiciones. (...). Esa *negatividad* [no produto] ‘como producto’ acaso cabría esperarla, bien formando parte de las soluciones de ciertos problemas, bien en la formalización de los datos de partida o en ciertos resultados provisionales de operaciones intermedias. Esta *negatividad* producida, construida, es rechazada de un modo u otro en los distintos problemas de la *Arithmetica* que estudiamos en detalle. (Lizcano, 1993, p. 209-210).<sup>29</sup>

Portanto, podemos considerar que dos três imaginários estudados por Lizcano (1993), dos três aspectos de negatividade: (a) Grécia clássica: campos conceituais nos quais a negatividade é pensada como subtração ou diferença; (b) China: surgem de um campo, de saberes não matemáticos, em torno de nomes/números/palitos opostos que se destroem mutuamente quando se trata de criar um espaço de representação; (c) Grécia do alexandrinismo: pensa a negatividade em termos de “formas que faltam” ou de grandezas “menores que nada”, “no processo” e “no

---

<sup>28</sup> As matemáticas alexandrinas – e, em particular, a de Diofanto - construíram o que poderíamos chamar propriamente primeira forma ocidental de *negatividade*. E o fizeram em um momento de decadência do ideal matemático aristotélico-euclidiano e de incorporação eclética de outras tradições matemáticas relegadas (egípcia, babilônica, pitagórica, logística). Sua construção da *negatividade* nesse momento singular, tanto o permite emergir *contra* o anterior modelo dominante como o obriga a fazê-lo *desde* ele: antes que a formalização, como na China, de um jogo de oposições, sugere pensar matematicamente uma ‘ausência’ (quase impensável na tradição clássica) que não se deixa substantivar nem nos dados nem nos resultados dos problemas, tão somente – quase como um *lapsus* – no efêmero decorrer das operações intermediárias. (Lizcano, 1993, p. 266). (tradução nossa).

<sup>29</sup> A primeira [negatividade no processo] emerge no momento, certamente efêmero, do *proceso* de cálculo, mas também, como de passagem, no enunciado da ‘regra de sinais’, que se perde no ‘Prefácio’ da *Arithmetica* entre um mar de definições. (...). Essa *negatividade* [no produto] ‘como produto’ talvez fosse esperá-la, formando parte das soluções de certos problemas, na formalização dos dados de partida ou em certos resultados fornecidos de operações intermediárias (...). Esta *negatividade* produzida, construída, é repelida de um modo ou de outro nos distintos problemas da *Arithmetica* que estudamos em detalhe. (Lizcano, 1993, p. 209-210). (tradução nossa).



produto” – identificamos nas manifestações do Grupo 6 expressões de negatividade pensadas como subtração ou diferenças e “formas que faltam”. De um modo ou de outro imersos na herança grega.

O que nos atenta para a opinião de Alonso (2004) sobre o desenvolvimento de a ciência acontecer no cenário social de cada cultura, e para o significado de *negatividade* de Lizcano, indica que esse cenário está fora do contexto matemático, é um cenário socio-cultural da antiga China e Grécia. Entende que

Al situarnos en un escenario sociocultural en el que los códigos de ausencia o vacío no están incorporados a la cosmogonía cultural, podremos encontrar dificultades para asimilar ciertos elementos de las conceptualizaciones originadas en otros momentos y contextos. Esta es una observación que aporta la perspectiva socioepistemológica en relación a la construcción del conocimiento, la cual sitúa al individuo como parte de un sistema cultural que comparte costumbres, creencias y tradiciones. (Alonso, 2004, p. 47-48).<sup>30</sup>

As manifestações dos licenciandos do Grupo 6 corroboram as considerações de Alonso (2004), pois é um grupo situado em um cenário sócio cultural que compartilha costumes, crenças e tradições no qual o significado de negatividade incorporado no seu contexto social está restrito à metáfora da falta.

Entendemos que esses licenciandos se depararam com os seus limites conceituais para pensar sua primeira aula sobre o conceito números inteiros [T05: *Tem 2 maçãs a menos* e T06: *Tá faltando duas*]. Acreditamos que as contribuições de outros momentos e contextos sociais podem sugerir, como determinadas idéias são percebidas e auxiliar a delinear novos aspectos para as idéias iniciais formadoras do conceito números inteiros, na matemática escolar, pois

En cada uno de los tres ámbitos culturales seleccionados (el de la Grecia clásica, el de la China de los Han y el del último alejandrismo), los respectivos imaginarios sociales

---

<sup>30</sup> Ao nos situar em um cenário socio-cultural nos quais os códigos de ausência ou vazio não estão incorporados à cosmogonia cultural, poderemos encontrar dificuldades para assimilar certos elementos das conceitualizações originadas em outros momentos e contextos. Esta é uma observação que aporta a perspectiva sócio-epistemológica em relação à construção do conhecimento, a qual situa o indivíduo como parte de um sistema cultural que compartilha costumes, crenças e tradições. (Alonso, 2004, p. 47-48). (tradução nossa).

orientan maneras de hacer matemáticas que son irreductibles entre sí y llegan a determinar radicalmente los propios contenidos del trabajo matemático. Sólo desde un **imaginario como el moderno imaginario ilustrado** puede, por tanto, hablarse de sucesivos grados de progreso en el descubrimiento o construcción de unos objetos matemáticos – como los supuestos ‘números negativos’, el ‘cero’ o el espacio de representación – que gozaran de alguna suerte de identidad previa o exterior. Hay tantas matemáticas como formas de pensar y de hablar en las que los diferentes imaginarios sociales se expresan y se comprenden a sí mismos. (Lizcano, 1993, p. 265). (grifos nossos).<sup>31</sup>

Na matemática escolar entendemos ser necessário considerar o “moderno imaginário ilustrado” (LIZCANO, 1993) para falar e pensar sobre o objeto matemático conceito números inteiros em todos os imaginários possíveis de serem considerados. Embora irredutíveis, mas que se “expressam e se compreendem entre si”. Por isso nos interessamos por todas as expressões ou formas de negatividade possíveis para a matemática escolar.

Neste momento, não podemos afirmar que os elementos indicados nas manifestações dos licenciandos constituem o moderno imaginário ilustrado do conceito números inteiros. Podemos considerar que o imaginário dos números inteiros dos licenciandos contém fragmentos (Bohm&Peat, 1989) de conhecimentos passados (idem).

O significado de “negatividade matemática” para Eva Cid (2000, p. 11-13), está relacionado, a outras noções matemáticas e não somente aos números negativos.

La conflictiva emergencia de los números negativos pone de manifiesto la existencia histórica de diferentes formas de negatividad matemática que, ni fueron, en su momento, entendidas como números, ni pueden interpretarse como un proceso continuo que desemboca, inevitablemente, en el número negativo actual. Esto nos lleva a utilizar, siguiendo a Lizcano [1993], los términos ‘negatividad’ o ‘formas de negatividad’ para indicar lo que habitualmente se consideran antecedentes históricos del número negativo. Por tanto, nosotros no hablamos de concepciones históricas de los ‘números negativos’ sino de concepciones históricas de la ‘negatividad matemática’, sin establecer a priori una identificación entre las formas de negatividad que esas concepciones revelan y los

---

<sup>31</sup> Em cada um dos três âmbitos culturais selecionados (o da Grécia clássica, da China dos Han e do último alexandrinismo), os respectivos imaginários sociais orientam maneiras de fazer matemáticas que são irredutíveis entre si e chegam a determinar radicalmente os próprios conteúdos do trabalho matemático. Somente a partir de um imaginário como o moderno imaginário ilustrado pode, portanto, falar-se de sucessivos graus de progresso no descobrimento ou construção dos objetos matemáticos – como os supostos ‘números negativos’, o ‘zero’ ou o espaço de representação – que gozaram de alguma sorte de identidade prévia ou exterior. Existem tantas matemáticas como formas de pensar e de falar nas quais os diferentes imaginários sociais se expressam e se compreendem entre si. (Lizcano, 1993, p. 265). (tradução nossa).

números negativos actuales. Esta precaución nos ha permitido darnos cuenta de que esos “antecedentes” no lo son sólo del número negativo, sino también de otras varias nociones de las matemáticas actuales: traslaciones, vectores, recta real, segmentos orientados, etc. (Cid, 2000, p. 11-12).<sup>32</sup>

Embora para Lizcano (1993) a negatividade não deva ser “definida *a priori* como um conceito que delimita um preciso campo de observação e reflexão (os supostos números negativos e seus supostos antecedentes) (...)” (p. 20) entendemos que na matemática escolar a análise de expressões de negatividade que considere elementos de saberes não matemáticos pode ampliar o campo de discussão dos números inteiros para além da metáfora da falta, favorecendo a compreensão do conceito números inteiros nesse nível de ensino.

A análise de negatividade ou formas de negatividade em vários contextos sociais pode auxiliar nas nossas preocupações com as dificuldades de aprendizagem e a impossibilidade de discutir objetos ou modelos empíricos para os números negativos (Schubring (2000) e Cid (2000 e 2003)).

As preocupações de Schubring (2000) com o desenvolvimento do conceito números inteiros na matemática escolar não são percebidas *à priori* pelos licenciandos do Grupo 6.

Como é sabido, enquanto é possível representar os números naturais por objetos ou por modelos empíricos, os números negativos não “existem”, no mesmo sentido, na vida cotidiana. Assim a didática não pode ignorar o caráter teórico desta noção matemática que quase todos os estudantes de ensino fundamental escolar devem agora aprender. Os números negativos apresentam, portanto, um desafio à didática. Como abordar a passagem das grandezas aos números no processo de aprendizagem escolar? (Schubring, 2000, p. 51).

Os licenciandos manifestaram que o conceito números inteiros surge do conceito anterior, os números naturais, quando acrescido do problema da falta, que não chega a constituir um

---

<sup>32</sup> A conflituosa emergência dos números negativos coloca de manifesto a existência histórica de diferentes formas de negatividade matemática que, nem foram, em seu momento, entendidas como números, nem se pode interpretar como um processo contínuo que desemboca, inevitavelmente, no número negativo atual. Isto nos leva a utilizar, segundo Lizcano (1993), os termos “negatividade” ou “formas de negatividade” para indicar o que habitualmente se consideram antecedentes históricos do número negativo. Portanto, nós não falamos de concepções históricas dos “números negativos”, sem estabelecer *a priori* uma identificação entre as formas de negatividade que essas concepções revelam e os números negativos atuais. Esta precaução nos permitiu dar conta que esses “antecedentes” não o são somente do número negativo, sendo também de outras várias noções das matemáticas atuais: transações, vetores, reta real, segmentos orientados, etc. (Cid, 2000, p. 11-12). (tradução nossa).

problema, pois a solução já existe, são os números negativos, *naturalmente*, então [*surge a idéia de número negativo*], como em T06.

Enquanto Schubring (2000, p. 53) considera que existe um “obstáculo” “(...) em passar da noção de grandeza, que é de natureza substancial, à de número, que é essencialmente teórica”, para os licenciandos essa passagem não apresenta problema. Consideram esse conceito tão real quanto o conceito números naturais, e pode ser relacionado com exemplos da vida cotidiana e à manipulação de objetos concretos.



Mapa 1

Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros são

- os objetos concretos,
- os números naturais,
- o zero como ausência,
- “falta”,
- relação hierárquica,  $N \subset Z$ ,
- não discussão dos positivos.

Consideramos que esses elementos se manifestam, na apresentação dos licenciandos para a classe, por constituírem a infra-estrutura tácita do seu conhecimento (Bohm&Peat, 1989), imersas no imaginário ocidental do seu grupo social (Lizcano (1993, 2006) e Alonso (2004)) que pensa sob a metáfora da subtração/“formas que faltam” (Lizcano, 1993, p. 20). É a expressão das suas idéias de negatividade que o substrato da metáfora da subtração permite neste momento.

A categoria de análise desses licenciandos é a metáfora da falta. Portanto, nos perguntamos se nos textos impressos da matemática escolar as idéias sugeridas para os objetivos, conteúdos e metodologia podem contribuir e ampliar seus campos conceituais com a multiplicidade de idéias culturais e sociológicas que sobejassem a um conceito matemático. Idéias essas proporcionadas pelo imaginário moderno que nos possibilita “o descobrimento ou

construção de objetos matemáticos – como os supostos ‘números negativos’, o ‘zero’, ou o espaço de representação.” (LIZCANO, 1993).

A seguir, vamos observar como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros ao analisarem textos impressos que constituem o mundo do papel da matemática escolar.

## **2.2 Entendimentos dos licenciandos sobre as idéias iniciais ao pesquisar textos**

Para responder a nossa subquestão, *como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros ao pesquisarem um conjunto de textos que constituem o mundo do papel da matemática escolar*, analisaremos a Atividade (4), o item (1), Anexo I, p. 160, que se refere ao momento da dinâmica da discussão no Grupo 6, em sala de aula.

A Atividade (4) foi desenvolvida após as atividades de pesquisa e reflexão sobre os textos de apoio e aprofundamento de Ruiz (2005), a respeito do espírito da matemática e da matemática escolar, da unicidade e exatidão; da História da Matemática com vários autores<sup>33</sup>; de Glaeser (1985) sobre a epistemologia dos números inteiros, e das questões elaboradas pela classe.

A atividade solicitou aos grupos que disponibilizassem, para a pesquisa em sala de aula, textos impressos das três características, oficiais, de aprendizagem e de apoio e aprofundamento.

O Grupo 6 tinha disponível dois livros didáticos, um projeto oficial de formação de professor – o Projeto Ypê (1991), e dois documentos de orientação curricular, a Proposta Curricular (São Paulo, 1988) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).

---

<sup>33</sup> como Aleksandrov et al (1994), Boyer (1974), Caraça (1984), Dantzig (1970), Struik (1989), Eves (1995), Glaeser (1985), Hogben (1958), Ifrah (1992), Karlson (1961), Morris Kline (1992), Ríbnikov (1987), Smith (1958).

A orientação da Atividade (4) consistiu em: *Pesquisa dos elementos formadores dos números inteiros que antecedem a operacionalidade, nos diversos textos impressos: Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Ensinar e Aprender (São Paulo, 1999), Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001), Cadernos CAEM/USP, Livros didáticos e paradidáticos posteriores a 1998, Proposta Curricular de Matemática: Ensino Fundamental (São Paulo, 1988) e Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).*

O item (1) da Atividade (4) propôs a discussão: *Como os autores estruturam o desenvolvimento dos elementos formadores dos números inteiros, aqueles que antecedem a operacionalidade? Qual é o núcleo central deste conceito nos textos analisados?* Parte das manifestações dos licenciandos, transcritas do trabalho em grupo, está reproduzida e comentada a seguir. Os episódios 1, 2 e 3 aconteceram em uma aula.

### **Episódio 1: Os licenciandos e os textos oficiais**

Os licenciandos, em grupo, pesquisam nos textos que disponibilizaram e expressam a dificuldade que têm para identificar elementos ou idéias do conceito números inteiros que antecedem a formalização ou a operacionalidade desse conceito.

T57: *Eloísa: O difícil dos números inteiros é que eles estão inteiramente ligados à operacionalidade. Dificilmente você acha uma parte falando de números inteiros sem falar da operacionalidade...*

T58: *Heitor: Atividades. Aulas teóricas, atividade.*

T59: *Eloísa: Aqui, ó, o que é que ele [PCNs] usa? Ele usa sentido, fala sobre números inteiros assim. Fala sobre direção e sentido.*

T60: *Paula: É, ele [PCNs] fala muito. Principalmente na hora de marcar o que falar sobre o zero. Zero é ponto de referência.*

T61: *Eloísa: Direção e sentido, temperatura, ele fala...*

T62: *Paula: Aqui ó... altitude. Orientação como referência no ganho de dois pontos.*

T63: *Nádia: No livro [livro didático] ele fala as diferenças sobre perdas e ganhos.*

T64: *Paula: Tem uma parte falando de economia. [livro didático]*

- T65: *Nádia: Orçamento, está aqui...* [livro didático]
- T66: *Eloísa: Perda e ganho, Nádia.*
- T67: *Nádia: Não, orçamento não é perda e ganho.*
- T68: *Heitor: É economia*
- T69: *Paula: Então, orçamento é perda e ganho.*
- T70: *Eloísa: É perda e ganho*
- T71: *Nádia: Perda e ganho de brincadeira. Orçamento é dinheiro.*
- T72: *Heitor: A historinha está marcada.*
- T73: *Paula: Os três principais exemplos que falam aqui [PCNs] é orientação, ponto de referência, distância...*
- T74: *Eloísa: Ah, então, aqui fala sobre a referência, temperatura, altitude e perda e ganho.*
- T75: *Paula: É isso*
- T76: *Nádia: Mas eles [PCNs] estão falando de dinheiro também... perda e ganho de brincar, dados, altitude*
- T77: *Eloísa: Então, fala aqui... a próxima então.*
- T78: *Heitor: Já, já tem coisa para a primeira*
- T79: *Eloísa: Ah, então. Colocamos assim, ó. É, né, quais são os elementos formadores do pensamento dos números negativos. Aí a gente simplificou aqui: direção e sentido, temperatura, altitude, perda e ganho...*
- T80: *Heitor: Elementos formadores, é...*
- T81: *Eloísa: Acho que é isso, não é?!*
- T82: *Heitor: Acho que sim*

Os licenciandos pesquisaram nos textos impressos, disponibilizados para a pesquisa em sala de aula, procurando pelos elementos formadores dos números inteiros, aqueles que antecedem a sua formalização ou operacionalidade.

A dificuldade que Eloísa manifesta, em T57, [*O difícil dos números inteiros é que eles estão inteiramente ligados à operacionalidade.(...)*] parece traduzir uma certa desconfiança em conseguir encontrar nos textos impressos disponíveis idéias relacionadas aos números inteiros sem que expressem imediatamente sua operacionalidade. Talvez porque seu imaginário pense imediatamente a metáfora da “falta” que está relacionada à operação de subtração, como eles mesmos expressaram anteriormente ao apresentar o Mapa 1 m T05. E nos textos pesquisados manifestam sua dificuldade em localizar, elementos alheios a essa metáfora, T57: [(...) *Difícilmente você acha uma parte falando de números inteiros sem falar da operacionalidade..*].

Em T59-78, localizam nos textos impressos, elementos como, direção e sentido, zero como ponto de referência, temperatura, altitude, pontos ganhos, diferenças sobre perdas e ganhos, orçamento, economia, perda e ganho, e dinheiro. Esses elementos não haviam sido indicados no Mapa 1 do Grupo 6.

Em T79 [(...) *Aí a gente simplificou aqui: direção e sentido, temperatura, altitude, perda e ganho (...)*], Eloísa aponta elementos distintos da metáfora da falta, que podem participar da formação do conceito na matemática escolar. Consideramos indícios de informações para a ampliação das idéias iniciais desse grupo. Idéias pesquisadas nos textos impressos, disponíveis para a análise e relacionados pelos licenciandos como possibilidades de discussão para o desenvolvimento do conceito números inteiros.

Não percebemos como os licenciandos entendem as possíveis relações entre os elementos citados, como direção e sentido e o conceito números inteiros, tão pouco identificam as situações cotidianas temperatura, altitude, perda e ganho, zero como ponto de referência, como sendo exemplos de neutralização ou de deslocamento, consideradas por Cid (2000).

Son muchos los modelos concretos que se utilizan o se proponen en la enseñanza de los números enteros (deudas y haberes, temperaturas, fichas de dos colores, móviles que recorren un camino, etc.). Básicamente, pueden clasificarse en dos tipos: modelos de neutralización en los que dos números enteros opuestos representan fuerzas que se neutralizan y modelos de desplazamiento en los que los números enteros representan desplazamientos a lo largo de un camino, en uno u otro sentido. (Cid, 2000, p. 9).<sup>34</sup>

Esses novos elementos, manifestados pelo grupo, não foram confrontados ou relacionados com os elementos indicados no seu Mapa 1. E tão pouco com os elementos que obtiveram das atividades com os textos discutidos anteriormente, como Ruiz (2005), História da Matemática e Glaeser (1985). Supomos que os nomes desses elementos ficaram “evidentes”, no sentido de

---

<sup>34</sup> São muitos os modelos concretos que se utilizam ou propõe no ensino dos números inteiros (dívidas e haveres, temperaturas, fichas de duas cores, corpos que percorrem um caminho, etc.). Basicamente, podem classificar-se em dois tipos: modelos de neutralização nos quais dois números inteiros opostos representam forças que se neutralizam e modelos de deslocamento nos quais os números inteiros representam deslocamentos ao longo de um caminho, em um ou outro sentido. (Cid, 2000 p. 9). (tradução nossa).



Olson (1997), durante a leitura dos textos impressos da matemática escolar, mas os licenciandos não preencheram com a relação pretendida pelos autores dos textos.

Expressam dificuldades ao discutir o exemplo relacionado com economia, orçamento, perda e ganho, em T62-72. Lizcano (1993) considera que autores, como Lay-Yong e Tian-Se (1987: 235), sugerem que algumas negatividades formais derivam de modo natural do modelo informal de perda/ganho. O autor discorda dessa idéia, pois determinadas estruturas do pensamento chinês

(...) se establecen para la adición y la sustracción pero no atienden a la multiplicación ni a la división, pues “es difícil imaginar cómo multiplicar o dividir dos pérdidas una por otra; ciertamente, está claro a qué correspondería una pérdida 3 veces mayor que otra, pero ¿qué decir de una pérdida multiplicada por otra? Sin manipulaciones formales de cálculo, que se aparten del marco concreto, el obstáculo es difícilmente franqueable”. Lamentablemente, es tan notable el rigor con que suelen estudiarse los formalismos matemáticos como la ligereza con que se pretende dar cuenta de sus fuentes informales. Si el supuesto modelo ganancias/pérdidas es tan simple y universal ¿por qué no alumbra por doquier modos de negatividad matemática con la misma naturalidad con que lo hace en China? Y si no lo es ¿por qué ocurre que se da en ciertas culturas, como la China y no en otras? (...). Además, hay otros modos de negatividad formal en China que tampoco se dejan reducir a esa interpretación: los pre-conceptos de simetría, tensiones opuestas, inversión, reversibilidad, etc., una de cuyas más acabadas elaboraciones aritméticas se explicita en el álgebra *zheng/fu*, tienen en China una raíz mucho más profunda que el modelo ‘ganancias/pérdidas’; arraigan, como intentaremos argumentar más adelante, en la dinámica desatada por las ancestrales categorías de *yin* y *yang*, que más que un modelo constituyen una matriz de modelos – astronómicos, físicos, éticos, estéticos, dietéticos, matemáticos ... – , entre los cuales el modelo económico/ético de ganancias/pérdidas no pasa de ser uno más entre otros muchos. (Lizcano, 1993, p. 97).<sup>35</sup>

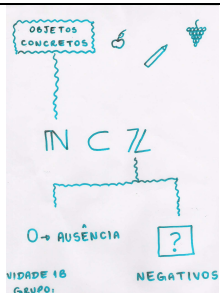
---

<sup>35</sup> (...) se estabelecem para a adição e subtração mas não atendem a multiplicação nem a divisão, pois “é difícil imaginar como multiplicar ou dividir duas perdas uma pela outra, certamente, está claro a que corresponderia uma perda 3 vezes maior que outra, mas que dizer de uma perda multiplicada por outra? Sem manipulações formais de cálculo, que se separem do marco concreto, o obstáculo é difícilmente franqueável”. Lamentavelmente é tão notável o rigor com que se costuma estudar os formalismos matemáticos como a ligeireza com que se pretende dar conta de suas fontes informais. Se o suposto modelo ganhos/perdas é tão simples e universal, por que não ilumina em qualquer parte modos de *negatividade* matemática com a mesma *naturalidade* com que se faz na China? E se não o é, por que ocorre que se dá em certas culturas, como a China e não em outras? (...). Ademais, existem outros modos de *negatividade* formal na china que também não se deixam reduzir a essa interpretação: os pré-conceitos de simetria, tensões opostas, inversão, reversibilidade, etc., uma das mais acabadas elaborações aritméticas se explicita na álgebra *zheng/fu*, têm na China raiz muito mais profunda que o modelo ‘ganho/perda’; arraigaram, como tentaremos argumentar mais adiante, na dinâmica desatada por ancestrais categorias de *yin* e *yang*, que mais que um modelo constituem uma matriz de modelos – astronômicos, físicos, éticos, estéticos, dietéticos, matemáticos ... –, entre os quais o modelo econômico/ético de ganhos/perdas não passa de mais um entre muitos. (Lizcano, 1993, p. 97). (tradução nossa).

Essa discussão nos, enquanto pesquisadora, coloca frente aos dois últimos documentos oficiais de orientações curriculares, Proposta Curricular (São Paulo, 1988) e PCNs (Brasil, 1988), que tomam as situações do cotidiano como o ponto inicial ou de partida para o desenvolvimento do conceito números inteiros na educação básica, considerando que são “noções intuitivas”.

A dificuldade dos licenciandos em tratar a situação de perda/ganho expressa em T63-72 nos atenta para a não “naturalidade” em pensar situações que consideramos do cotidiano como um exemplo que por si só já concretiza o conceito números inteiros.

Neste episódio, T57-84, consideramos que houve manifestação oral de informações de novos elementos para as idéias iniciais dos licenciandos, em relação ao Mapa 1 da análise anterior. Idéias que não estavam relacionadas com a infra-estrutura tácita do conhecimento e que foram observadas a partir da pesquisa nos textos impressos que o Grupo 6 disponibilizou para a Atividade 4, em sala de aula. Mas não manifestaram quais seriam as relações de evidência desses elementos com os números inteiros.



Mapa 1

Novos elementos, manifestados pelo Grupo 6, para o núcleo central formador das idéias iniciais do conceito números inteiros:

- direção e sentido
- zero como ponto de referência
- temperatura
- altitude
- perdas e ganhos

Os elementos que agora expressam, a princípio, nos pareceu constituírem novas idéias iniciais dos licenciandos, também nos indicaram dúvidas e limites conceituais, como manifestadas nos diálogos subseqüentes da atividade. Embora ao pesquisarem nos textos impressos disponíveis e manifestarem em T79 uma síntese dessa pesquisa, manifestaram em T97-115 suas incompreensões sobre o núcleo central ou idéias iniciais do conceito números inteiros.

## **Episódio 2: As dúvidas dos licenciandos sobre o que é o núcleo central ou idéias iniciais do conceito números inteiros**

Neste episódio os licenciandos expressam suas dificuldades para identificar as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros, oscilam entre “*talvez tenha um núcleo.*”, “*Pode identificar ou não*” no texto, “*central existe mas a gente não está percebendo*”. Este episódio ocorreu na mesma aula do episódio 1 (T57-82).

T97: *Heitor: Mas aí está falando que o núcleo central... acho que talvez tenha um núcleo.*

T98: *Nádia: Pode identificar ou não. Só não pode identificar no texto. Existe o núcleo central*

T99: *Heitor: Ah, é possível identificar, isto é verdade. É possível identificar. Talvez não possa.*

T100: *Nádia: Talvez não seja possível identificar*

T101: *Paula: É só pensar o que seria o núcleo central para a gente procurar...*

T102: *Eloísa: É isso que eu estou pensando...*

T103: *Heitor: É justamente*

T104: *Paula: Eu tava olhando que às vezes o núcleo central existe, mas a gente não está percebendo que o núcleo central existe...*

T105: *Nádia: O núcleo central é uma coisa central que começa a se formar*

T106: *Paula: Começa de lá e vai se expandir.*

T107: *Nádia: É só que não é só uma coisa. São várias coisas que fazem formar...*

T108: *Eloísa: Eu acho que são os objetos concretos, na minha opinião. A gente já tinha chegado à uma conclusão sobre os objetos concretos?*

T109: *Paula: É até que saiu um de... Ah, tem no portfólio<sup>36</sup>! Cadê o portfólio? Ah, aqui... tem um grupo que colocou passagem, números naturais, objetos concretos foi o nosso. Histórias produzidas e desenvolvimento científico, comércio... a maioria falou que era os números naturais.*

T110: *Nádia: Mas nem todos falaram que eram os números naturais*

T111: *Paula: Então, o grupo 2, 6 e 5.*

T112: *Eloísa: Acho que os números naturais vêm dos objetos concretos, não é?!*

T113: *Heitor: É verdade*

T114: *Paula: Defendendo a idéia que os objetos concretos são o núcleo central.*

T115: *Nádia: Ah, tá bom!*

A ausência de uma ou várias idéias que colaborem para a constituição das idéias iniciais do conceito números inteiros, manifestada pelos licenciandos em T97-107, entendemos que

---

<sup>36</sup> Portfólios, anotações escritas dos licenciandos sobre sua aprendizagem nas aulas da disciplina.

confirma a opinião de Lizcano (1993) sobre a “exigência de um substrato para dele subtrair ou diferenciar”. (LIZCANO, 1993, p. 266).

Esse “substrato para dele subtrair” não está “visível” nos novos elementos, que os licenciandos evidenciaram neste conjunto de textos, e eles não os vêem como “modelos de neutralização ou deslocamento” (CID, 2000), nem ao menos identificaram o “modelo de perda e ganho” que relacionaram a economia-orçamento-dinheiro, mas não explicitam a relação com os números inteiros.

Nessa discussão o grupo alternou entre existir um núcleo central de idéias , a possível existência de um núcleo central, em T97-107, mas não foi possível identificar, em T98, a dúvida de poder identificar ou não o texto, em T99-100, ter como finalidade chegar “no zero” (T94), não ter núcleo central (T94) e manter o elemento indicado no Mapa 1, (T114) “objetos concretos”.

Expressam em T114, a possibilidade de existir o núcleo central mas eles, os licenciandos, não estão percebendo. E tentam pensar o que seria em T105, [*uma coisa central que começa a se formar*], e em T106, [*vai se expandir*], e em T107, [*não é só uma coisa*].

Supomos que as marcas do texto, no sentido de Olson (1997), que evidenciam as relações pretendidas pelo autor não estão explícitas, favorecendo o retorno aos argumentos iniciais dos licenciandos, como “objetos concretos”, em T108, 112 e 114, pois é nele que sentem conforto e familiaridade (Bohm&Peat, 1989).

**Episódio 3: Os licenciandos argumentam sobre os “objetos concretos” para o exemplo da temperatura sugerido em um livro didático**

Neste episódio, os licenciandos reafirmam os “objetos concretos”, “cotidiano” e “temperatura” como participantes do núcleo central ou idéias iniciais do conceito. Este episódio ocorreu na mesma aula dos anteriores, episódio 1 (T57-82) e episódio 2 (T97-115), transcrito do registro dos diálogos durante o trabalho em grupo.

T116: *Paula: Tem que ver os objetos concretos. Por que, como começa esse[livro didático] daqui? Falando de exemplos, já...*

T117: *Eloísa: Então, a criança também? Tipo acho que a criança, o primeiro contato...*

T118: *Paula: Com o cotidiano*

T119: *Eloísa: É*

T120: *Paula: Isso é objeto concreto. Não exatamente objeto concreto. Para mim, objeto concreto é tipo figurinha essas coisas, mas...*

T121: *Eloísa: É, mas tipo, você tem que ter livros, alguma coisa.*

T122: *Paula: Então, isso é concreto? A temperatura não é algo concreto. Não dá para ver.*

T123: *Heitor: É, mas isso é mais abstrato.*

T124: *Paula: É coisa do cotidiano.*

T125: *Eloísa: Você associar um número a determinada temperatura.*

T126: *Eloísa: Mas tem isso também, né?!*

T127: *Eloísa: É*

T128: *Paula: Então é possível. Se isso for núcleo central, é possível identificar.*

T129: *Eloísa: Ah, então tá! É possível identificar sim. E são as... é... o que surge no cotidiano, né?!*

O grupo continua em dúvida sobre a existência ou não de um núcleo central para o conceito números inteiros e pesquisa no livro didático que tem em mãos, T116. O livro didático inicia com exemplos, como manifestam em T116, [*como começa esse [livro didático] daqui? Falando de exemplos*], que não evidenciam o elemento “objeto concreto”, que tem sido o modo básico do pensamento desse grupo. Em T118-121 essa não-evidência é discutida e novamente retornam aos objetos concretos indicados no Mapa 1, em T121 [*É, mas tipo, você tem que ter livros, alguma coisa*].

Parece-nos que a análise do texto impresso na forma de livro didático tem duas conseqüências para esses licenciandos. A primeira, em T116-122 relaciona-se com a discussão de

objetos concretos que se referem às suas ferramentas de análise (Lizcano, 2006, p. 60) que é confrontada com a situação proposta pelo texto impresso, a temperatura, [T122: Paula: *Então, isso é concreto?*]. Supomos que a licencianda entende que a temperatura não é um “objeto concreto”, portanto como associar um número a “algo” que não “vejo” e sem a metáfora da falta? Qual é a “conta” que deve ser feita para perguntar *Cadê? Onde está o que está faltando?*, tentando repetir a estrutura utilizada anteriormente, na elaboração do Mapa 1.

Durante a discussão, o grupo se vê frente a um elemento, a temperatura, [T122-124], que contribui para “abalar”, no sentido de Bohm&Peat (1989), sua infra-estrutura tácita do conhecimento. “O que é objeto concreto?” ficou estabelecido em T120-121, mas quando atentam para a temperatura, em T122: [*A temperatura não é algo concreto. Não dá para ver.*] ficam em dúvida quanto à definição anterior.

Concordamos novamente com Schubring (2000) que essa compreensão é um “desafio à didática” e entendemos que os licenciandos estão procurando por elementos da primeira das duas tendências indicadas pelo autor, aquela que “(...) nega o caráter teórico do conceito de número negativo e reduz esses conceitos às noções empíricas, diretamente acessíveis à experiência cotidiana (...)”. (SCHUBRING, 2000, p. 51)

A segunda consequência é a relação que estabelecem em T125-129, a associação de um número à determinada temperatura, tem como base a “aceitação”. Talvez por fazer parte do cotidiano, uma vez que a temperatura é anunciada em várias mídias e mesmo quem não entende de números inteiros entende o que é o positivo, negativo e zero na temperatura. Só então essa relação torna-se possível para o licenciando, T125: [Heitor: *Você associar um número a determinada temperatura.*], também confirmada por Paula em T128: [*Então é possível.*].

Talvez exista uma “mágica” que torna essa relação possível, mesmo que a justificativa não utilize a metáfora da subtração. O uso cotidiano da medida da temperatura é tido como suficiente para o surgimento do número negativo. O que corrobora a opinião de Schubring (2000)

Os números negativos constituem um exemplo instrutivo para os processos de desenvolvimento de conceitos matemáticos. A partir de noções empíricas, bem adaptadas à prática da vida cotidiana, foram formados conceitos teóricos nos quais não se nota mais uma conexão com as bases históricas e que constituem ferramentas científicas importantes. Mas esses conceitos apresentam grandes dificuldades de aprendizagem. (Schubring, p. 2000, p. 51).

Acreditamos que a relação “temperatura-número” tornou-se possível e entendida como verdadeira, para esses licenciandos, quando “viram” a “temperatura associada ao número inteiro no cotidiano”. O que confirma a análise de Lizcano (2006, p. 138) sobre uma das diferenças fundamentais entre o oriente e ocidente. O ocidente tem a primazia da visão, “do sentido da vista, que cega a maneira de pensar ocidental até extremos insuspeitados”. (J. ORTEGA Y GASSET, 1979 in LIZCANO, 2006, p. 138).

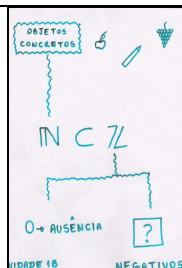
Hay un momento decisivo en la matemática griega que es el de la progresiva sustitución de las demostraciones directas por las indirectas (A. Szabó, 1960). Las primeras eran demostraciones en el sentido literal del término: exhibiciones ante la vista de la construcción de la prueba, dibujando figuras o manipulando guijarros se mostraba cómo podía hacerse lo que se proponía. Pero eso era demasiado evidente. Y, en particular, ponía en evidencia los límites de la deuda con la metáfora visual, las sombras que toda luz deja como residuo. El golpe de ilusionismo se dará con la incorporación de la demostración indirecta, o por reducción al absurdo. Ahí ya no se ve nada; la conclusión aparece de súbito ante los atónitos ojos de la mente, que no ha podido asistir al proceso de su construcción. Pero prescindir de ese método demostrativo conllevaría prescindir de la mitad de nuestras verdades matemáticas. (Lizcano, 2006, p. 139).<sup>37</sup>

Os licenciandos em T122-129 se apóiam na idéia de que das coisas do cotidiano “surgem” exemplos que podem ser o núcleo central formador ou idéias iniciais do conceito números

---

<sup>37</sup> Há um momento decisivo na matemática grega que é o da progressiva substituição das demonstrações diretas pelas indiretas (A. Szabó, 1960). As primeiras eram demonstrações no sentido literal do termo: exibições ante a vista da construção da prova, desenhando figuras ou manipulando pedras se mostrava como podia fazer-se o que se propunha. Mas isso era demasiado evidente. E, em particular, colocava em evidência os limites da dúvida com a metáfora visual, as sombras que toda luz deixa como residuo. O golpe de ilusionismo se dará com a incorporação da demonstração indireta, ou por redução ao absurdo. Aí já não se vê nada; a conclusão aparece de súbito ante os atónitos olhos da mente, que não tem podido assistir ao processo de sua construção. Mas prescindir desse método demonstrativo levaria prescindir da metade de nossas verdades matemáticas. (Lizcano, 2006, p. 139). (tradução nossa).

inteiros. Concordamos com Schubring (2000) que são “idéias externas ao processo didático”, que estão presentes nos textos impressos para o desenvolvimento de um conceito abstrato, por meio de algo familiar (Bohm&Peat, 1989), a temperatura que é “vista” pela sua medida por números inteiros.



Mapa 1

Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros são

- cotidiano
- associar um número a temperatura

Parece-nos que esse conjunto de textos impressos disponibilizados, em sala de aula, pelo Grupo 6, contribuiu para ampliar o campo conceitual, no sentido de Bohm&Peat (1989), para a discussão das idéias iniciais do conceito números inteiros como manifestado pelas idéias sugeridas de “cotidiano” e associar “número-temperatura”.

No conjunto de textos impressos que disponibilizaram em sala de aula, os licenciandos podem ter evidenciado (Olson, 1997) elementos como direção e sentido, zero como ponto de referência, e os exemplos sugeridos de temperatura, altitude, economia-orçamento-perdas e ganhos e associar um número a determinada temperatura, mas não percebemos que tenham preenchido, no sentido de Olson (1997, p. 268), as relações entre eles e os números inteiros.

Os exemplos de situações cotidianas manifestados pelos licenciandos entendemos que formam um família de exemplos, e, portanto deve ter uma característica que os una ou os relacione. Pelas manifestações dos licenciandos o que fica evidenciado é o uso da representação simbólica pelos sinais (+) e (-).



Entendemos que evidenciar o uso é projetar uma sombra, no sentido de Lizcano (1993), sobre outras características que podem proporcionar expressões de negatividades não estritamente matemáticas que auxiliaram na compreensão desse conceito para o ensino.

Quais são as características que nos interessam para o ensino do conceito números inteiros? Podemos considerar que elas estão presentes nas idéias de direção, sentido e zero como ponto de referência e também na família de exemplos que abrange a temperatura, a altitude e a economia e outros.

Por isso, sentimos necessidade de rever, como pesquisadora, os textos oficiais sobre a abordagem dos números inteiros, para observar se as formas de negatividade, de fato, são tratadas pela metáfora da visão (Lizcano, 2006) como manifestado em T125, com o exemplo da temperatura.

A seguir apresentamos a análise que fizemos sobre a abordagem números inteiros nos documentos oficiais. Queríamos saber se a sombra, no sentido de Lizcano (1993), baseada na “visão” da relação entre situação do cotidiano, temperatura e números inteiros, estaria presente nos outros textos impressos da matemática escolar, como os documentos de orientação curricular de 1988 a 1998, nos projetos oficiais de formação de professores do Estado de São Paulo, como Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001), Ensinar e Aprender (São Paulo, 1999), pois também podem projetar essa sombra nos livros didáticos. No próximo item discutiremos esse conjunto de textos impressos quando abordam as idéias iniciais do conceito números inteiros.

### **2.3 Textos impressos oficiais da matemática escolar e as idéias iniciais do conceito números inteiros**

Na década de 80 as críticas, ao movimento da Matemática moderna no ensino, em São Paulo, observadas por Lopes (2000), tiveram como consequência a formação de “vários grupos e desenvolveram-se vários debates com um único objetivo: discutir os problemas do ensino da Matemática à luz de um novo paradigma em educação” (LOPES, 2000, p. 30) que resultaram na elaboração da Proposta Curricular para o Ensino de Matemática do 1º grau (São Paulo, 1988) como crítica ao documento anterior, os Guias Curriculares (São Paulo, 1975).

A Proposta Curricular (São Paulo, 1988) rompe com a organização dos conteúdos curriculares da matemática do documento anterior de 1975 e propõe três temas geradores: números, geometria e medidas. Rompe também quanto à abordagem e optam por

(...) estudá-los acompanhando a evolução da noção de número a partir tanto de contagens como de medidas, sem ter ainda as propriedades estruturais claramente divisadas, deixando-se guiar pelo fio condutor que a História propicia e trocando assim uma sistematização prematura por uma abordagem mais rica em significados. (São Paulo, 1988, p. 11).

Para os números inteiros, em *Os conteúdos e observações de ordem metodológica*, a Proposta Curricular (São Paulo, 1988) sugere como “ponto de partida” as situações práticas para a discussão da noção de números inteiros. Considera essas situações como “corriqueiros do contato informal que a criança mantém com os números inteiros” (SÃO PAULO, 1988, p. 87), como parte da realidade do aluno.

As situações práticas sugeridas no documento de 1988 são consideradas, pelos elaboradores, como cotidianas. E partindo de suas análises sugerem a representação dessas situações pelo uso dos sinais (+) e (-).

O aluno se vê, diariamente, diante de situações que envolvem números inteiros: ao jogar figurinhas com os amigos, a criança infere o resultado a partir de perdas e ganhos, observa as variações de temperatura acima e abaixo de zero anunciadas pela televisão, acompanha as variações da conta bancária de seu pai, entra em contato com fatos históricos que ocorreram antes ou depois de seu nascimento, observa ainda a contagem regressiva por ocasião do lançamento de um foguete. Esses são alguns dos exemplos bastante corriqueiros do contato informal que a criança mantém com os números inteiros. Essa realidade deve constituir o ponto de partida do ensino de tal conceito. (São Paulo, 1988, p. 111).

O fato de estarmos imersos no mundo no qual essas situações nos são familiares pode não significar sabermos estabelecer relação entre os números inteiros e a representação dessas situações pelos sinais (+) e (-), como manifestado pelos licenciandos em T(82, 97-115 e 116-129). Não verificamos essa familiaridade nas manifestações dos licenciandos, também não as relacionaram com as três as idéias norteadoras dos exemplos de situações práticas: orientação (sentido), ponto de referência e distância entre dois pontos. (São Paulo, 1988, p. 87).

Prado&Moura (2007a) observam que os elaboradores da Proposta Curricular (São Paulo, 1988) restringiram o estudo do conceito números inteiros ao “uso da representação” (OLSON, 1997) de situações do cotidiano, preocupam-se com o “pensamento sobre a representação” dessas situações cotidianas e não sobre as idéias que formam o pensamento das representações.

Em 1996, a nova LDB 9394/96, atualmente em vigência, propõe novas orientações curriculares de abrangência nacional, são elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCNs (Brasil, 1998). Os conteúdos de Matemática são propostos em quatro “blocos”: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. (BRASIL, 1998, p. 50). Para os números inteiros sugerem seu desenvolvimento no terceiro ciclo do ensino fundamental, 5<sup>a</sup> ou 6 séries.

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do **campo aditivo**, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, “falta”, orientação e posições relativas. **As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações.** A resolução de situações-problema com números naturais, racionais e inteiros permite, neste ciclo, a ampliação do sentido operacional,

que se desenvolve simultaneamente à compreensão dos significados dos números. (Brasil, 1998, p. 66). (grifos nossos).

As situações do cotidiano sugeridas nos dois documentos curriculares de 1988 e 1998 consideramos que são familiares ao aluno, mas necessitam da metáfora da luz grega, da “visão” (Lizcano, 1993 e 2006), para serem “aceitas”, como manifestadas pelo Grupo 6 em T122-124. Pensar o conceito números inteiros pela metáfora da subtração ou falta é também reafirmada mais adiante, no documento de 1998.

A análise da evolução histórica dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio. O uso pioneiro dos números negativos é atribuído aos chineses e aos hindus, que conceberam símbolos para as **faltas e diferenças “impossíveis” (dívidas)**. A adoção do zero teve um papel-chave na construção dos inteiros, possibilitando operar com grandezas negativas, mudando o caráter de “zero-nada” para “zero-origem”, favorecendo, assim, a idéia de grandezas opostas ou simétricas. (...). Também na escola o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios. (Brasil, 1998, p. 97) (grifos nossos).

Será que as dificuldades de aprendizagem dos números inteiros no ensino fundamental, indicados pelos elaboradores dos PCNs (Brasil, 1998), não estão relacionadas ao fortalecimento da infraestrutura tácita do conhecimento mantida pela metáfora da subtração e da luz (Lizcano, 1993 e 2006), inerente ao imaginário a que está circunscrito?

Nossa hipótese é que utilizamos apenas as destrezas e perícias (Bohm&Peat, 1989) para representar situações familiares com os sinais (+) e (-) e não pensamos sobre as coisas que serão representadas, pensamos apenas a sua representação (Olson, 1997), como manifestado pelos licenciandos em T122-129. Podemos supor que esses elementos delineiam um modo básico, (Bohm&Peat, 1989), de pensar o conceito números inteiros na educação básica, configurando um imaginário, que denominamos por imaginário escolar, neste caso para os números inteiros.

Para este imaginário escolar os elaboradores dos documentos oficiais de orientações curriculares de 1988 e 1998 têm sugerido situações cotidianas muito semelhantes para o conceito

números inteiros, sintetizadas no Quadro A, a seguir.

**QUADRO A**

	Proposta Curricular (1988)	PCNs (1998)
	Recurso: Resolução de problemas, Fio condutor: História	Ponto de Partida: Resolução de problemas, Importância recursos: História e das Tecnologias da Comunicação  Jogos
	Ideias intuitivas de situações práticas e a atribuição dos sinais (+) e (-), idéias fundamentais: orientação, ponto referência e distância entre dois pontos (p. 87)	Ampliação do campo aditivo, representação da diferença, “falta”, orientação e posições relativas (p. 66 e 98)
Situações ou experiências práticas sugeridas	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Conta bancária: débitos e crédito; prejuízos e lucros</li> <li>b) Temperaturas: acima e abaixo de zero</li> <li>c) Jogo: pontos ganhos e perdidos</li> <li>d) Edifício: térreo acima e abaixo</li> <li>e) Fatos históricos: antes e depois</li> <li>f) Foguete: contagem regressiva</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Saldos negativos: débitos e créditos bancários; prejuízos/lucros</li> <li>b) Temperaturas: variações</li> <li>c) Jogo: perdas e ganhos</li> <li>d) Alturas</li> <li>e) Altitudes</li> </ul>

A tendência dos documentos oficiais de orientações curriculares de 1988 e 1998 em valorizar as situações práticas ou do cotidiano para o desenvolvimento das idéias iniciais do conceito números inteiros nos leva a uma situação análoga à crítica do “saber justificar”, indicada por Miorim (1998, p. 115), aos Guias Curriculares (São Paulo, 1975). Agora, parece ser suficiente saber atribuir os sinais (+) e (-) a determinadas situações consideradas do cotidiano ou do conhecimento do aluno, para a compreensão desse conceito.

Ou seja, a preocupação com as relações ou nexos conceituais (Lanner de Moura, 2003) entre aquelas situações práticas para as quais se atribuem os sinais (+) e (-), como medição da temperatura, de pontos do jogo, do saldo bancário, de altitudes etc, devem ser aceitas e inquestionáveis para o desenvolvimento das idéias iniciais do conceito números inteiros. E, nesse caso, nenhuma outra relação seria necessária para a matemática escolar.

Ao estabelecer atribuições dos sinais (+) e (-) à situações cotidianas podemos estar

fragmentando o estudo do conceito números inteiros, dando atenção apenas a sua representação simbólica formal. Restringindo a um contexto que circunstancia a definição formal. É uma maneira de isolar determinada característica que pode não considerar os “contextos mais vastos” e “ignorar conexões essenciais com o resto do mundo” (BOHM&PEAT, 1989).

“Isolar”, no sentido de Bohm&Peat (1989), entendemos que na matemática escolar, não deve ficar restrito, apenas, as situações consideradas do cotidiano do aluno, pois essas situações restringem e fragmentam o conceito números inteiros para esse nível de ensino. Permite apenas estabelecer “conexões” com situações que estão muito próximas da definição formal do conceito, ignorando as “conexões essenciais com o resto do mundo” (BOHM&PEAT, 1989, p. 28), inclusive com as “bases históricas” indicadas por Schubring (2000) fazendo o pensamento acreditar naquilo que não entendemos, mas que é de uso cotidiano, como em T125: [*Então é só associar um número a temperatura*].

O modo de pensar as idéias iniciais do conceito números inteiros na matemática escolar proposta nos documentos oficiais de 1988 e 1998, está presente em outros textos impressos, como os projetos oficiais? Discutiremos no próximo item.

### **Os Projetos Oficiais do Estado de São Paulo**

Analisamos três projetos oficiais de formação de professores da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, propostos pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, o Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), Ensinar e Aprender (São Paulo, 1999) e Transformando a prática das aulas de matemática (São Paulo, 2001).

O projeto Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), denominado pelos professores da

rede pública paulista por “EMs”, foi elaborado pela Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) da Secretaria da Educação de São Paulo e com a participação de dois professores convidados. (São Paulo, 1998, p. 5).

Para o conceito números inteiros é sugerida a “Atividade 4: Que números são os inteiros?” (SÃO PAULO, 1998, p. 49). Os objetivos da Atividade 4 são, “Construir a noção de número inteiro” e “Determinar somas algébricas” (idem).

Na Parte 1: Jogo do Vai-e-vem é proposto um jogo para os grupos de alunos. A regra do jogo é estabelecida em sete itens, sendo que dois deles sugerem noções de números inteiros. Envolvem a contagem simultânea de idéias contrárias, como avanços e recuos combinadas com ganhos e perdas de pontos no jogo.

(4) Na segunda e demais rodadas, estando numa casa branca, o jogador lança o dado e avança tantas casas quantas indicam os pontos obtidos; caso esteja numa casa escura, ele recua. (...)

(7) os pontos obtidos pelos jogadores em cada partida são distribuídos do seguinte modo:

1º Colocado – 5 pontos ganhos

2º Colocado – 3 pontos ganhos

3º Colocado – 1 pontos ganhos

4º Colocado – 1 pontos perdidos

5º Colocado – 2 pontos perdidos. (São Paulo, 1998, p. 49 e 50).

Dentre as questões propostas, observamos, na questão 3, a indicação da “eventual” criação de símbolos, pelos alunos, “para expressar pontos ganhos e perdidos, ao preencherem as tabelas. A seguir proponha aos alunos que discutam e escolham os símbolos mais convenientes.” (SÃO PAULO, 1998, p. 52).

Portanto, entendemos que o projeto considera a possibilidade de expressar os contrários no jogo, pontos ganhos ou perdidos, por símbolos não formais como os sinais (+) e (-), para a representação de uma situação não estritamente matemática. Podemos considerar que pensar e

contar os sentidos contrários no jogo, como uma forma de negatividade, não estritamente matemática. (Lizcano, 1993).

Consideramos que este projeto de formação propõe desenvolver: (a) pensar os dois sentidos contrários na situação de um jogo, avanços e recuos, combinado com os pontos ganhos ou perdidos; (b) contar cada um dos sentidos dos pontos obtidos pelos jogadores; (c) registrar os dois sentidos contrários utilizando palavras, abreviações, símbolos criados pelos alunos e posteriormente com os sinais (+) e (-); e (d) informações sobre fatos da história da matemática, sugeridos pela leitura de um texto informativo.

O projeto *Ensinar e aprender: construindo uma proposta* (São Paulo, 1999) foi elaborado pelo CENPEC<sup>38</sup>, proposto pela CENP, “busca trabalhar o aluno em uma perspectiva cognitiva, afetiva e social, numa dimensão de tempo diferente.” (SÃO PAULO, 1999, p. 3) e “visa subsidiar as propostas de atuação que têm como meta corrigir as defasagens idade/série.”. (idem).

No volume 2 – *Matemática* propõe o desenvolvimento dos Números inteiros e no texto introdutório para o professor, os elaboradores reafirmam as orientações curriculares de 1988 e 1998.

As situações do cotidiano nas quais estão presentes ou se utilizam os números inteiros relativos, são ponto de partida para qualquer introdução a este tema na escola. Porém, a constituição desse conjunto numérico necessita de algo mais que situações “concretas”, pois os números inteiros, surgem realmente de uma necessidade matemática relacionada à resolução de equações. (São Paulo, 1999, p. 28).

Declaram que não irão introduzir o conceito números inteiros, e indicam a bibliografia para pesquisa do professor.

Para introduzir o trabalho com essa temática, acreditamos que, em **qualquer das quatro coleções didáticas** indicadas para consulta, a abordagem dos números inteiros no volume dedicado à 6ª série está bastante adequada aos princípios que temos adotado para o trabalho com Matemática no Projeto de Correção de Fluxo. Você pode escolher um ou

---

<sup>38</sup> CENPEC: Centro de Estudos e Pesquisas em Educação, Cultura e Ação Comunitária, organização da sociedade civil, sem fins lucrativos, criada em 1987, [www.cenpec.org.br](http://www.cenpec.org.br).



dois deles, ou os quatro, e montar um trabalho para suas turmas. Para planejar as aulas, procure privilegiar: a comparação, ordenação e representação na reta numérica, a noção de oposto e as operações. Dê ênfase menor (pode mesmo omitir) ao estudo de subconjuntos de  $Z$ , à noção de módulo e às propriedades das operações. (São Paulo, 1999, p. 28). (grifos nossos).

Portanto, os elaboradores deste projeto não têm como objetivo discutir ou analisar o desenvolvimento das idéias iniciais do conceito números inteiros, pois “As sugestões de atividades que oferecemos referem-se às operações com números inteiros” (SÃO PAULO, 1999, p. 29). Consideram como “ponto de partida” as situações do cotidiano e transferem para outros textos impressos, as coleções didáticas, essa tarefa. Característica ausente no projeto anterior.

O terceiro projeto analisado, *Transformando a prática das aulas de matemática* (São Paulo, 2001), tem como público alvo os professores da rede de ensino público do Estado de São Paulo, elaborado pelo PROEM - Programas de Estudos e Pesquisas no Ensino em Matemática, PUC/SP.

No *Volume 1-Textos Preliminares* os elaboradores apresentam, em “A construção dos números inteiros: compreendendo as dificuldades dos alunos”, análises provenientes do trabalho de Teixeira (1994), Gonzales et al (1990) e Glaeser (1985), discutem quatro tipos de introdução para esse conceito no ensino: “Por extensão da aritmética”, “Por meio de situações concretas”, “Pela teoria de conjuntos” e “Por meio da reta numérica”.

No *Volume 3-6ª série* os elaboradores optam pela introdução “Por meio de situações concretas”, sugerindo cinco situações para o desenvolvimento do conceito números inteiros em sala de aula: (1) subir e descer uma escada, (2) fuso horário, (3) idade de pessoas, (4) mercadorias em um recipiente e (5) jogo de dados.

Nessas situações os elaboradores propõem pensar os sentidos contrários de cada situação, sendo que nas quatro primeiras é necessário pensar em um ponto de referência para contar os

seus dois sentidos. A criação da representação dos sentidos contrários não é solicitada ao aluno, os elaboradores definem o uso dos sinais (+) e (-).

Comparando os três projetos de formação de professores da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo uma das diferenças que observamos refere-se ao público alvo. Enquanto nos projetos Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998) e Transformando (São Paulo, 2001) foram propostos para todos os professores de matemática da rede estadual, o projeto Ensinar e Aprender (São Paulo, 1999) é destinado aos professores de matemática de classes/séries de defasagem de idade/série.

Consideramos que o projeto Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998) propõe um caminho didático, embora não possamos afirmar que resolve o problema da didática, indicado por Schubring (2000). Mas é possível identificar elementos que contribuem para a formação do professor, como (a) uma situação que “isola” (Bohm&Peat, 1989) as idéias a serem desenvolvidas - avanços e recuos e pontos ganhos e perdido, (b) contar nos dois sentidos dessa situação, (c) preocupação com as várias representações das idéias e ações, por meio de palavras, abreviações e símbolos matemáticos e também sua criação pelos alunos e (d) informações sobre a história dos números negativos. Nos itens a), b) e c), supomos presentes indícios de idéias ou formas de negatividade que antecedem a operacionalidade.

O projeto “Transformando a prática das aulas de matemática” (São Paulo, 2001) a situação sugerida para iniciar o estudo dos números inteiros é uma situação de subir e descer uma escada, portanto é possível pensar os dois sentidos dessa situação, mas contar esses dois sentidos só é possível com o ponto de referência estipulado pelos elaboradores, observamos também que não se preocupam com as diversas formas de registro, definem o uso dos sinais (+) e (-). Não observamos neste projeto, as formas de negatividade que antecedem o número inteiro, como

indicado por Cid (2000). Talvez possamos relacionar com as negatividades “no processo” e “no produto” como aponta Lizcano (1993), presentes na obra de Diofanto.

No projeto *Ensinar e Aprender* (São Paulo, 1999) fica explícito o afastamento das discussões sobre as idéias iniciais do conceito números inteiros quando os elaboradores indicam que concordam com o que as coleções didáticas propõem para esse desenvolvimento.

Nos últimos dez anos, os modelos concretos ou situações do cotidiano foram predominantes nos projetos de formação de professores da rede pública paulista. O que percebemos nos projetos de 1998 a 2001, é que houve uma supressão das idéias iniciais que podem ser identificadas com formas de negatividades que antecedem o número inteiro nas propostas de desenvolvimento do conceito números inteiros.

Esse modo de pensar tem reflexo na matemática escolar, pois circunscreve as idéias iniciais formadoras do conceito números inteiros a uma “família” de exemplos que é constantemente rerepresentada no início dos argumentos para o desenvolvimento do conceito números inteiros, como um mito ou tabu do atual contexto da matemática escolar, ou um “(...) conceito ou ferramenta, na mente de quem o postula e o usa como categoria de análise.”<sup>39</sup> (LIZCANO, 2006, p. 60). E projeta uma sombra sobre as formas de negatividades não formais.

Podemos considerar que essa família de exemplos também está presente nos textos de aprendizagem, na forma de livro didático? Os licenciandos manifestaram que, pelo menos em um dos dois livros didáticos que disponibilizaram para pesquisa em sala de aula, essa família de exemplos estava representada pelo exemplo da temperatura.

A seguir, apresentamos, como pesquisadora, um breve panorama da trajetória dos textos

---

<sup>39</sup> “(...) concepto o herramienta, en la mente de quien lo postula y lo usa como categoría de análisis.” (Lizcano, 2006, p. 60).

impressos de aprendizagem, na forma de livro didático, pois sua presença nas escolas públicas tem sido consolidada por meio das políticas governamentais e tem sido objeto de pesquisas acadêmicas. Consideramos necessário, nessa pesquisa, entendermos sua posição na educação pública e na formação dos professores para elaborarmos, enquanto pesquisadores, referenciais para interpretar as manifestações do licenciandos quando os analisarem.

#### **2.4 Panorama dos textos de aprendizagem na escola pública brasileira: o livro didático**

Denominamos por textos de aprendizagem aqueles destinados ao uso, simultâneo, por professor e alunos, em sala de aula, para o desenvolvimento de um ou vários conceitos das disciplinas da educação básica.

Incluimos nessa característica os livros didáticos publicados por editoras e adquiridos pelas políticas públicas; os textos impressos elaborados por instituições ou grupos particulares ou indivíduos e utilizados em escolas públicas ou particulares, mas não são reconhecidos como livros didáticos pelas políticas públicas e por isso têm publicação restrita; e os textos impressos elaborados pelos professores e disponibilizados aos alunos em forma de folhas ou apostilas para suas aulas.

Embora todos eles constituam o mundo do papel, no sentido de Olson (1997), da matemática escolar, são os livros didáticos que têm sido alvo das pesquisas acadêmicas, talvez por adquirirem um caráter “oficial” ao serem subsidiados pelo governo, para o ensino público. Enquanto os textos impressos, que não participam da lista dos livros didáticos reconhecidos como

tais, pelo PNLD<sup>40</sup>, com publicação restrita, têm sido pouco analisados pelas pesquisas acadêmicas. Estes também não são considerados livros paradidáticos<sup>41</sup>, contudo estão em sala de aula, mesmo que em menor escala.

Neste item, vamos discutir alguns aspectos dos livros didáticos, enquanto objeto de pesquisas acadêmicas, com Choppin (2004), Bittencourt (2004), Cassiano (2005), Lopes (2000), Romanatto (1987), Tancredi (1989) e Lemos (2003), pois é sobre eles que existem pesquisas e publicações em âmbito maior.

E a discussão sobre os textos de aprendizagem sobre o conceito números inteiros, na forma de livro didático e na forma de texto impresso com publicação restrita, utilizados para esta pesquisa, serão feitas pelos licenciandos, que participaram da pesquisa, por meio de suas falas sobre os dois textos selecionados. O texto de publicação restrita denominaremos por projeto alternativo, para evitar ser confundido com todos os outros para os quais empregamos a palavra “texto”.

A literatura pouco analisa os projetos alternativos, desta forma eles estão em sala de aula sem que o professor tenha um respaldo da pesquisa para adotá-los. Por este motivo, esta pesquisa o incluiu no mundo do papel da matemática escolar. E o proponho para o estudo dos licenciandos.

Nossa discussão tem início com a questão: O que é o objeto “livro didático”? Para Choppin (2004, p. 552) esse gênero de texto impresso assume, “conjuntamente ou não múltiplas funções: o estudo histórico mostra que os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que

---

<sup>40</sup> PNLD: Programa Nacional do Livro Didático.

<sup>41</sup> Dalcin (2002, pág. 20) aponta que o livro paradidático “caracteriza-se por um certo ‘tratamento’ dado aos livros clássicos com a intenção de torná-los mais acessíveis aos alunos”.

podem variar segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização.”.

1. *Função referencial*, também chamada de curricular ou programática, desde que existam programas de ensino: o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações.

2. *Função instrumental*: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc.

3. *Função ideológica e cultural*: é a função mais antiga. A partir do século XIX, com a constituição dos estados nacionais e com o desenvolvimento, nesse contexto, dos principais sistemas educativos, o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes. (...).

4. *Função documental*: acredita-se que o livro didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno. Essa função surgiu muito recentemente na literatura escolar e não é universal: só é encontrada — afirmação que pode ser feita com muitas reservas — em ambientes pedagógicos que privilegiam a iniciativa pessoal da criança e visam a favorecer sua autonomia; supõe, também, um nível de formação elevado dos professores. (Choppin, 2004, p. 552).

Independente das funções que podemos atribuir-lhe a definição do objeto “livro didático”, tem sido uma das dificuldades apontadas por Choppin (2004) e também por Bittencourt (2004), Cassiano (2005) e Schubring (2003). Choppin indica que

Na maioria das línguas, o “livro didático” é designado de inúmeras maneiras, e nem sempre é possível explicitar as características específicas que podem estar relacionadas a cada uma das denominações, tanto mais que as palavras quase sempre sobrevivem àquilo que elas designaram por um determinado tempo. Inversamente, a utilização de uma mesma palavra não se refere sempre a um mesmo objeto, e a perspectiva diacrônica (que se desenvolve concomitantemente à evolução do léxico) aumenta ainda mais essas ambigüidades. (Choppin, 2004, p. 1).

Para Circe Bittencourt (2004, p. 1), embora tenha sido entendido como uma “produção menor enquanto produto cultural, o livro didático começou a ser analisado sob várias perspectivas, destacando-se os aspectos educativos e seu papel na configuração da escola contemporânea.”. Também considera o livro didático um objeto contraditório gerador de polêmicas e críticas, mas “(...) tem sido sempre considerado como um instrumento fundamental no processo de escolarização.” (idem).

O livro didático provoca debates no interior da escola, entre educadores, alunos e suas famílias, assim como em encontros acadêmicos, em artigos de jornais, envolvendo autores, editores, autoridades políticas, intelectuais de diversas procedências. As discussões em torno do livro estão vinculadas ainda à sua importância econômica para um vasto setor ligado à produção de livros e também ao papel do Estado como agente de controle e como consumidor dessa produção. No caso brasileiro, os investimentos realizados pelas políticas públicas nos últimos anos transformaram o Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) no maior programa de livro didático do mundo. (Bittencourt, 2004, p.1).

A natureza contraditória do livro didático, considerada por Cassiano (2005), acrescenta elementos para delinear este objeto

(...) que tem sua totalidade de uso na escola, salvo raras exceções. Zilberman (1998, p. 59) corrobora com esta visão referindo-se ao livro didático como tendo forma de livro, mas não sendo literatura; que transmite o saber, mas que pode ser jogado fora; fala dos progressos da ciência e do conhecimento, mas logo se mostra obsoleto; na escola, é um parceiro do estudante que precisa dele para acompanhar os estudos, mas depois passa a ser companhia indesejável quando concluída a educação formal. (Cassiano, 2005, p. 3).

Indica também que o PNLD ao abranger as três categorias intrínsecas ao sistema escolar – gradualidade, simultaneidade e universalidade, nos colocam a dimensão do volume de livros didáticos adquiridos pelo governo brasileiro para as escolas públicas e o interesse das editoras em participar desse mercado.

Tais livros [didáticos] são trocados anualmente (gradualidade), isto é, o aluno muda de série e, conseqüentemente, muda de livro. Além disso, é próprio da forma escolar, voltada para o ensino de massas, o espaço e o tempo serem organizados de modo a atender simultaneamente todos os alunos, isto é, ensinar a muitos ao mesmo tempo (simultaneidade). Essas três categorias – gradualidade, simultaneidade e universalidade – intrínsecas ao sistema escolar contemporâneo, explicam o grande volume de livros didáticos que circula anualmente. (Cassiano, 2005, p. 2).

O volume de livros didáticos adquiridos, de fato, é expressivo, como indicado na tabela de 2007 do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, FNDE/MEC.

**Livros distribuídos para o ano letivo de 2007**

PNLD	102.521.965
PNLEM	9.175.439
PNBE	7.233.075
Alfabetização (Libras)	16.500
PNBE/Braille	11.360
PNLD/Braille	9.310

Dicionários-5ª a 8ª	1.721.055
<b>TOTAL</b>	<b>120.688.704</b>

[http://www.fnde.gov.br/home/livro\\_didatico/livros\\_anoletivo2007.pdf](http://www.fnde.gov.br/home/livro_didatico/livros_anoletivo2007.pdf). Acessado em 09/04/07.

Destacamos o volume de livros didáticos adquiridos para o ensino fundamental pelo PNLD/2007, no total de 102.521.965, que pela inserção governamental nas escolas públicas brasileiras torna os livros didáticos o texto de aprendizagem com forte presença e circulação na educação básica, em particular para a matemática.

Sua análise, nessa pesquisa, é importante, pois nos últimos vinte anos de vigência do PNLD, tem sido possível que parte significativa dos alunos das escolas públicas tenha um livro didático de matemática durante todo o ano letivo e o professor o acesso, gratuito, a várias coleções enviadas por parte das editoras.

Nossa hipótese é que o livro didático é um meio que veicula uma ou mais abordagem textual-impressa, e pode indicar a *infra-estrutura tácita do conhecimento* (Bohm&Peat, 1989) e, conseqüentemente, os indícios do *conhecimento tácito* (Bohm, 2005) que o mundo do papel (Olson, 1997) da matemática escolar propicia, e quais as possíveis expressões de negatividade (Lizcano, 1993, 2006) são delineadas para o desenvolvimento do conceito números inteiros. Esses elementos, ao participarem da constituição do *mundo do papel*, podem *estruturar o nosso pensamento* nesse conceito, no sentido de (Olson, 1997), para esse nível de ensino.

Transpondo o significado que Bohm&Peat (1989) atribuem à expressão *infra-estrutura tácita do conhecimento* (Bohm&Peat, 1989) e o que Bohm (2005) entende por *conhecimento tácito*, para o conhecimento sobre os números inteiros na matemática escolar, consideramos como conhecimento tácito aqueles conhecimentos relacionados à atribuição de um número, à situações consideradas do cotidiano, como a medição de temperatura, de níveis de altitude ou profundidade, em geral, de saldo bancário, de contagem de pontos em jogos etc. Pois esses



exemplos são reiteradamente utilizados pelos documentos oficiais, Proposta Curricular (São Paulo, 1988) e PCNs (Brasil, 1998) e livros didáticos, como sugerem Prado&Moura (2007b) e passam a fazer parte do imaginário número inteiro. Criam um conjunto de imagens e símbolos, que se pretende, imediatamente, relacionado aos números inteiros.

A discussão sobre a utilização ou não de textos de aprendizagem quer na forma de livro ou outro tipo de gênero impresso não é recente e nem restrita à situação do Brasil, nem da matemática, como sugere Alzate P. (2000) ao discutir o texto escolar como instrumento pedagógico na Colômbia.

(...) el libro de texto escolar es un producto de la modernización de los métodos didácticos, del saber pedagógico de los maestros, y encuentra su espacio en el ámbito de la escuela y el salón de clase en medio de un arduo debate entre sus partidarios y detractores. A partir de esta ubicación histórica, se ofrecen los argumentos de unos y otros, para concluir que el texto escolar permanece como "herramienta" pedagógica de uso de maestros, alumnos e instituciones, y de indagación para los estudiosos de la pedagogía, y de las ciencias sociales y humanas que se ocupan desde un punto de vista pedagógico de la educación. (Alzate P., 2000, p. 1).<sup>42</sup>

Na sua pesquisa sobre a história dos livros de matemática, Schubring (2003) busca o papel dos livros didáticos no desenvolvimento da matemática e considera que

O saber matemático é transmitido por dois caminhos privilegiados: pela comunicação pessoal ou oral e por textos escritos. Embora a matemática já exista desde pelo menos cinco mil anos, a forma que conhecemos do texto escrito – o livro impresso – só existe desde pouco mais de quinhentos anos. (Schubring, 2003, p. 3).

Para o autor, os textbooks<sup>43</sup> tornaram-se objetos de pesquisa histórica depois que Thomas Kuhn os discutiu longamente para a história da ciência. Anterior a Kuhn, foram tratados com certo

---

<sup>42</sup> (...) o livro de texto escolar é um produto da modernização dos métodos didáticos, do saber pedagógico dos professores, e encontra seu espaço no âmbito da escola e na sala de aula em meio a um árduo debate entre seus partidários e detratores. A partir desta situação histórica, se oferecem os argumentos de uns e outros, para concluir que o texto escolar permanece como “ferramenta” pedagógica de uso de professores, alunos e instituições, e de investigação para os estudiosos da pedagogia, e das ciências sociais e humanas que se ocupam de um ponto de vista pedagógico da educação. (Alzate P., 2000, p. 1) (tradução nossa).

<sup>43</sup> O termo textbook utilizado aqui é o termo genérico utilizado na discussão internacional e em particular por Thomas Kuhn. Em geral, neste livro, vamos adotar os termos em português (do Brasil) “livro-texto” e “livro didático”. (Schubring, 2003, p. 9). [Obs.: o autor emprega também a expressão “livros escolares”. ]

desdém e considerados “desinteressantes” ou até mesmo “entediantes”. (SCHUBRING, 2003, p. 7).

(...) cada texto escrito serviu como um texto de ensino: isso em razão da extensão ainda restrita da matemática, de um lado, e da falta de diferenciação do ensino em níveis, do outro lado. Deve-se saber que a diferenciação começou por cima, no nível “superior”, e que os níveis “inferiores” foram estabelecidos só muito mais tarde. A concepção de éléments ou de livres élémentaires, como elaborados na França na segunda metade do século XVIII, visa ao projeto de tornar elementar<sup>44</sup> o saber, de fazê-lo ensinável, sem privilegiar um determinado nível de ensino. (Schubring, 2003, p. 4).

A partir de 1962, com a publicação de “A estrutura das revoluções científicas”, Schubring (2003) entende que seu autor, Thomas Kuhn, modificou a visão e a análise dos textbooks ao introduzir, na visão da evolução da ciência, a diferenciação entre “períodos de ciência normal” e “períodos revolucionários”,<sup>45</sup> não como um processo cumulativo que progride tanto pelo esforço contínuo quanto por saltos consecutivos.

Kuhn vê os textbooks como introduções ao paradigma da ciência normal em questão, apresentando os princípios e os elementos – seus fundamentos e seu principal corpo de conhecimento. Atribui aos textbooks a separação entre “**conhecimento escolar**” e “**conhecimento científico**”, que surge da pesquisa e é essencial para ela. (Schubring, 2003, p. 8). (grifos nossos).

Observa que a diferenciação feita por Kuhn, entre os tipos de texto, livros-texto e artigos de pesquisa, estabelece uma segregação entre o público leigo e os profissionais. Ao atribuir aos livros-texto a função de “(...) ‘normalizar’ e transmitir a impressão de que o caráter da ciência é cumulativo e não-revolucionário” reforça a tendência de “(...) fazer a história da ciência parecer linear ou cumulativa, uma tendência que afeta até mesmo os cientistas que examinam retrospectivamente sua própria pesquisa” (KUHN, 1962, p. 140) (in Schubring, 2003, p. 9). Schubring considera que embora Kuhn tenha desmerecido os textbooks,

(...) seu trabalho abriu o caminho para aceitá-los como um tema de estudo compensador na história da ciência. Uma abordagem importante nesse estudo é o encontro das raízes

---

<sup>44</sup> “Vou utilizar neste estudo o termo “elementarizar” no sentido do projeto francês.”. (Schubring, 2003, p. 4).

<sup>45</sup> “(...) período normal caracteriza-se por um paradigma estável, em que os cientistas se ocupam em “resolver problemas” dentro da estrutura desse paradigma. Em contrapartida, um período revolucionário consiste em primeiro desafiar, e depois mudar, o paradigma dominante.” (Schubring, 2003, p. 8)

do novo dentro do antigo: esse enfoque ajuda a examinar tanto a educação e a formação dos cientistas “normais” como as dos cientistas “revolucionários” para estudar o novo, os textbooks são indispensáveis. (Schubring, 2003, p. 10).

Schubring (2003) aponta problemas, de natureza metodológica, para a análise dos livros escolares e indica que é necessário considerar as variáveis culturais e sociais, pois,

(...) já que não existe qualquer acesso direto a uma interpretação interna imediata de um textbook, é imperioso analisá-lo **como parte de um contexto social mais amplo**, como o da produção de conhecimento pela comunidade científica em geral. Essa abordagem é melhor, visto que “o” autor de um livro-texto usualmente consiste em um grupo muito maior que o indicado pelos nomes na folha de rosto; o autor mencionado representa uma “**coletividade**” ampliada de colaboradores. Tal coletividade é uma consequência do fato de que os livros-texto têm estado ligados, pelo menos a partir do final do século XVIII, a um **contexto institucional**, e foram assim moldados pelas **restrições** e **demandas sociais** das instituições em questão: por seus programas, suas tipologias de conhecimento e por suas tradições. Dessa forma, as instituições deveriam ser consideradas um fator determinante para a coletividade de autores de livros-texto. O quanto esses **fatores institucionais** e coletivos são decisivos pode ser ilustrado também pelo grande número de livros publicados sem qualquer indicação de autoria. (Schubring, 2003, p. 16 - 17) (grifos nossos).

No Brasil podemos verificar os momentos nos quais os “fatores institucionais”, por meio de políticas governamentais, foram estabelecendo “restrições”, “demandas” e interferindo no mercado do livro didático, gênero que se ocupa do “conhecimento escolar”, no sentido de Kuhn (in Schubring, 2003).

Desde a criação do Instituto Nacional do Livro, INL, em 1929, as políticas governamentais brasileiras, para o livro didático, vêm estabelecendo e ampliando sua abrangência por meio de Leis, Decretos e sucessivas constituições/dissoluções de comissões e programas, até o atual PNLD, Programa Nacional do Livro Didático, em vigência a partir de 1996, subordinado ao Ministério de Educação. (Bittencourt (2004), Cassiano (2005), Lopes (2000)).

Considerando os últimos vinte anos, situando o movimento educacional dos anos 80 e a política governamental que foi sendo configurada, verificamos intensas discussões sobre os livros didáticos, a partir da oficialização de sua obtenção em maior escala do que nos períodos anteriores. A rede pública necessitou discuti-los nas diversas áreas curriculares, por meio de

capacitação de seus professores, os responsáveis pelas indicações dos livros didáticos a serem adquiridos para as escolas. (Lopes, (2000), Tancredi (1989), Romanatto, (1987) e Cassiano (2005)).

As discussões repercutiram nas escolas que deveriam entender os critérios para as indicações de adoção e nas editoras que necessitaram modificar certos aspectos de suas publicações para se adequarem ao mercado governamental. (Lopes (2000), Tancredi (1989), Romanatto (1987) e Cassiano (2005)).

Esses aspectos são provenientes do “contexto institucional” (SCHUBRING, 2000), por meio de suas orientações curriculares baseadas nas Leis de Diretrizes e Bases, LDB, dos sucessivos governos, com revisões curriculares sugeridas pelos documentos oficiais como a Proposta Curricular (São Paulo, 1988) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).

Nestes últimos vinte anos, consideramos que os livros didáticos de matemática tiveram análises provenientes da pesquisa acadêmica, como os trabalhos de Romanatto (1987 e 2004), Tancredi (1989), Lopes (2000) e Lemos (2003), entre outros.

O trabalho de Romanatto (1987) entendemos que esteja inserido no período de transição entre os Guias Curriculares (São Paulo, 1975) e a Proposta Curricular (São Paulo, 1988), e tem como tema os números naturais. O autor considera sua presença “marcante na sala de aula” e sua função como “fonte de informações” e de “dependência dos professores”. (ROMANATTO, 1987, p. 74).

E sendo assim, o livro didático deve ser analisado, podendo com isso fornecer muitas informações sobre o ensino dessa disciplina no Brasil e, se necessário, possibilitar a sugestão de propostas alternativas. (Romanatto, 1987, p. 85).

Entendemos que o fator de dependência do professor ao que é proposto pelo livro didático continue a existir, uma vez que esse objeto material está na escola e o professor não pode ignorá-

lo. Mesmo que existam individualidades e diferenças entre os professores, é o livro didático que estabelece o que o professor necessita acrescentar, ampliar, aprofundar e/ou suprimir.

Discute a qualidade dos livros didáticos indicando “vários níveis de respostas: enquanto objeto material; enquanto meio de comunicação e enquanto instrumento capaz de levar o aluno à aprendizagem.” (ROMANATTO, 1987, p. 75).

Por outro lado, o autor atribui ao livro didático boa parte dos problemas do ensino de matemática, como “(...) no hábito de o professor utilizar o livro didático como único referencial para ensinar os conteúdos, sem elaborar uma crítica ao livro adotado, nem levar em conta as condições emocionais e as necessidades intelectuais dos alunos.” (ROMANATTO, 1987, p. 82).

Embora o autor critique os livros didáticos, considera que sua qualidade melhorou a partir das avaliações do Ministério da Educação e sua presença “não é um mero instrumento como qualquer outro em sala de aula e também não está desaparecendo diante dos modernos meios de comunicação”. (ROMANATTO, 2004). O que é confirmado pelo volume crescente de livros didáticos adquiridos pelo FNDE/MEC, em 2007, total de 120.688.704 volumes.

Romanatto (1987, p. 76 e 2004) entende que nas atividades escolares o livro didático acumula várias funções, como a de ser instrumento de intercâmbio e inter-relação social, permitindo a comunicação no tempo e no espaço, assim como constitui vasta fonte de informação.

Indica sugestões para os livros didáticos nas duas categorias de leitores, aluno e professor. Para o aluno sugere que os livros didáticos devem: (a) ser fontes de idéias; (b) tratar os conceitos por meio de sua história; (c) mostrar a matemática como uma ciência em desenvolvimento; (d) os

aspectos intuitivos devem anteceder os aspectos formais do conceito; e (e) sugerir a aplicação dos conceitos em situações matemáticas e em outras ciências. (Romanatto, 1987 e 2004).

E para o professor sugere algumas reformulações: a) indicações bibliográficas para a fundamentação dos conceitos-chave; b) atualização, aprimoramento e aprofundamento no conteúdo matemático; b) bibliografias sobre as contribuições pedagógicas e psicológicas; c) sugestões de procedimentos para com diferentes tipos de alunos; d) sugestões para avaliar ou aperfeiçoar o seu trabalho cotidiano; e) relatos ou indicações de experiências em Educação Matemática. (Romanatto, 1987 e 2004).

Algumas críticas e sugestões indicadas por Romanatto (1987 e 2004) também estão presentes no trabalho de Tancredi (1989), cujo tema é o conjunto dos números inteiros. Entendemos este trabalho como representativo da Proposta Curricular (São Paulo, 1988), pois embora o desenvolvimento do conceito números inteiros esteja proposto na organização curricular sugerida pelos Guias Curriculares de 1975, na 5ª série, a sua orientação tem como base a Proposta Curricular (São Paulo, 1988). (Tancredi, 1989, p. 135).

Tancredi (1989) tem por objetivo compreender o processo ensino-aprendizagem no desenvolvimento do conceito do conjunto dos números inteiros, na 5ª série do ensino fundamental. Procura evidenciar e enfatizar as relações existentes entre alguns aspectos dos procedimentos de ensino e aprendizagem significativa dos alunos, que considera ser a compreensão dos conceitos que precedem a aquisição da habilidade de aplicá-los a novas situações, afastando-se de uma aprendizagem restrita à repetição mecânica de exercícios de cálculo. Sua análise sobre o livro didático indica que

O livro didático, como outros materiais pedagógicos, pode exercer influência positiva sobre a aprendizagem dos alunos, desde que seja bem utilizado e se dê a ele a importância devida como instrumento de ensino. A opção pela adoção de um determinado livro didático deveria conciliar pensamentos de autores e professores sobre assuntos educacionais, pois certamente o livro retrata uma concepção de educação, de ensino e de escola. Além disso, seria importante manter estreito relacionamento com o contexto sócio-econômico onde será utilizado. É preciso questionar, entretanto, se o livro é realmente esse instrumento de ensino, quando em uso nas escolas. (Tancredi, 1989, p. 191-192).

Romanatto (1987 e 2004) e Tancredi (1989) entendem que o livro didático tem funções além de propor listas de exercícios, como por exemplo, colocar os limites do conteúdo que deve ser desenvolvido em determinado conceito matemático e definir a metodologia para o professor.

Concordamos que o livro didático deve ultrapassar essas funções, pois tem presença significativa na escola e deve ser entendido como um texto impresso de aprendizagem, que, muitas vezes, é o recurso acessível ao professor e aluno e sua principal fonte de informações impressas, inclusive para sua “pesquisa e estudo”, como indicado por Tancredi (1989).

Tanto Romanatto (1987) como Tancredi (1989) consideram importante que o livro didático expresse as idéias que antecedem a formalização do conceito matemático. Ambos colocam em dúvida que os livros didáticos contenham esses elementos. Em sua análise, Tancredi (1989, p. 198) verifica que não estão presentes.

Outro ponto levantado para a análise do livro diz respeito à atitude demonstrada pelos autores frente à Matemática. Durante o capítulo, transmite-se a visão de que os conceitos e idéias veiculadas existem e se perpetuam por si só, não admitindo questionamentos nem modificações. Não há indicações de que o Conjunto dos Números Inteiros tenha surgido da curiosidade humana ou de suas necessidades, e que por sua vez tenha propiciado novas indagações e avanços no conhecimento matemático. Há uma referência à necessidade de se operacionalizar  $(a - b)$  com  $a < b$ , sem contudo tocar na ampliação do conjunto  $N$  por  $Z$ , mantendo todas as propriedades anteriormente válidas. (Tancredi, 1989, p. 198).

Lopes (2000) considera que a preocupação em estudar o livro didático “deve-se ao fato”

(...) de que, dado o espaço que o livro ocupa no contexto escolar, ainda são poucas as pesquisas que, buscam investigar **algum aspecto** que poderia orientar autores, editoras e

---

<sup>46</sup> “Utiliza-se, neste trabalho, indiferentemente os termos livro didático ou livro texto, na medida em que contenham textos fundamentais para o ensino, de acordo com o currículo de uma série, e cujos dados sejam apresentados de forma sistemática, ordenada e simplificada, passíveis de serem aprendidos.”. (Tancredi, 1989, p. 191)

professores, na promoção de um ensino adequado aos novos tempos e à realidade brasileira. (Lopes, 2000, p. 224). (grifos nossos).

Qual seria esse aspecto? O autor considera que a promulgação da Lei 5692/7147 e o Parecer 45/72<sup>48</sup> proporcionaram a elaboração dos Guias Curriculares de 1975, que de certa forma interferiram nas publicações das editoras, fazendo com que considerassem certos critérios estabelecidos pela legislação. Mas só com a promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB 9394/96 de 20 de dezembro de 1996, a interferência governamental nas publicações das editoras se efetivou

(...) o ministro Paulo Renato Souza, intensificou a investigação sobre a qualidade do livro didático. A pedido do MEC, uma comissão de professores universitários analisou, durante um ano, 1.159 livros de 1ª a 8ª série inscritos para compor o catálogo da FAE<sup>49</sup> para 1997. Os livros foram categorizados em “recomendados” e “não recomendados”. A análise resultou na publicação, no ano seguinte, da seguinte decisão: “Os 339 (livros) reprovados **ficarão de fora do catálogo e não poderão ser usados pelas escolas públicas** e que a FAE é responsável pela compra e distribuição dos livros, à exceção de São Paulo e Minas Gerais”. (Lopes, 2000, p. 33) (grifos nossos).

Essas ameaças comerciais como, “ficarão de fora do catálogo (...)”, significaram perder grande quantidade de vendas e determinaram alterações nas editoras, como, a supressão ou inclusão de conceitos e conteúdos. Perguntamos-nos se essas alterações imprimiram ao livro didático, elementos subjetivos como os “formadores da intuição e da criatividade” (Romanatto, 1987), o “caráter de pesquisa e estudo” (Tancredi, 1989) ou “algum aspecto” (Lopes, 2000) que os diferenciasse dos anteriores.

A pesquisa de Lemos (2003) sugere outra perspectiva para a pesquisa do livro didático. A autora analisa os livros didáticos de matemática recomendados pelo MEC, PNLD/2002, e não tem a preocupação de discutir se o livro didático, para o ensino fundamental, deve ou não ser

---

<sup>47</sup> Em 11 de agosto de 1971, que além de reestruturar o ensino primário e médio (ginasial e colegial) passando a denominar-se de 1º e 2ª graus. (Lopes, 2000, p.28).

<sup>48</sup> O Conselho Federal de Educação, através do Parecer 45/72 deliberou que os Estados deveriam elaborar seus próprios Guias Curriculares. (Lopes, 2000).

<sup>49</sup> FAE – Fundação de Assistência ao Estudante: Órgão da Administração Indireta, com personalidade jurídica própria, criada pela Lei nº. 7.091, de 18/04/1983, vinculado ao Ministério da Educação e Cultura, atual Ministério da Educação. <http://www.fnede.gov.br/home/index.jsp?arquivo=/fnede/glossario.html>.



adotado, nem tão pouco as preocupações com suas características intrínsecas como Romanatto (1987) e Tancredi (1989).

Sua preocupação é investigar os critérios utilizados pelos professores para a escolha do livro didático de matemática e realizar uma análise dessas obras. O que nos atenta para a presença inquestionável do livro didático nas escolas públicas brasileiras, atualmente.

A autora discute o fato de coleções distintas, indicadas para adoção em 2002, serem adotadas por professores de escolas públicas do Paraná. Sua análise não se contrapõe ou questiona os critérios oficiais e indica que

(...) uma grande parte dos professores tem o livro didático como uma importante fonte de referência e suas atividades de ensino centram-se nesse material, tanto no aspecto teórico, quanto na proposição de exercícios. (Lemos, 2003, p. 105).

Aponta como um dos motivos da escolha ou recusa por um determinado tipo de livro didático alguns elementos da formação dos professores, como a recusa destes aos livros didáticos que propõem problemas em aberto:

(...) que se caracterizam por não terem necessariamente vínculo com os conteúdos estudados ou possuírem uma única solução, e fazem com que o aluno busque diferentes modos de resolvê-los. (...). Esse tipo de problema não é o preferido dos professores, pois dá margem à discussão e reflexão, e poucos foram preparados para trabalhar dessa forma, estando subsidiados em seu trabalho docente por uma formação que deu uma visão de uma matemática finalista, pronta e acabada. (Lemos, 2003, p.50).

Consideramos que embora o livro didático seja um objeto controverso, faz parte das pesquisas e da formação do professor e do aluno da educação básica. E, conseqüentemente, pode ser objeto de estudo na formação inicial de licenciandos em matemática, pois os futuros professores ao ingressarem no universo escolar entrarão em contato com os livros didáticos, que é um texto impresso presente no mundo do papel da matemática escolar.

Outro fator que nos leva a analisar o livro didático na formação inicial é a observação de Cassiano (2005) sobre o fato de ser o professor o responsável pela indicação do livro didático a

ser adotado nas disciplinas da educação básica, a partir de uma lista de recomendações elaborada pelas políticas públicas, independente da sua opção em adotá-lo ou não, isto é, mesmo o professor optando por não trabalhar com o livro didático, é ele quem deve fazer sua indicação.

A seguir, discutiremos as manifestações do entendimento dos licenciandos quando analisam dois textos impressos de aprendizagem, sobre o conceito números inteiros para a 6ª série da educação básica, após vivenciá-los.

### **CAPÍTULO 3 - Idéias dos licenciandos após a vivência de dois textos sobre o conceito números inteiros**

Consideramos nas análises anteriores, as idéias iniciais dos licenciandos para o desenvolvimento do conceito números inteiros, sintetizadas no Mapa 1, Anexo III, p. 165, e, após pesquisarem um conjunto de textos impressos das três características: orientações oficiais<sup>50</sup>; apoio e aprofundamento<sup>51</sup>; e aprendizagem<sup>52</sup>, consideramos, também, os novos elementos para o desenvolvimento do conceito números inteiros, observados por eles nesses textos.

Neste capítulo, analisaremos o entendimento manifesto dos licenciandos do Grupo 6 quando, após vivenciarem dois textos de aprendizagem, um projeto alternativo e um livro didático, (a) elaboram, em sala de aula, análises orientadas desses textos, e (b) apresentam para a classe uma análise comparativa dos dois textos e novos Mapas do conceito números inteiros.

A vivência e as análises restringiram-se às idéias iniciais propostas pelos autores, parte inicial do capítulo destinado ao conceito números inteiros, que antecede sua formalização.

Entendemos por vivência de um texto de aprendizagem, quando os licenciandos o tomam na perspectiva dos alunos da 6ª séries do ensino fundamental, com a orientação do professor realizaram a leitura compartilhada com a classe, e, em grupo, resolveram as atividades/exercícios propostos pelo texto em questão.

As análises de cada texto proposto foram orientadas pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, as denominamos por “análise orientada”. Foram elaboradas pelos grupos, em sala de aula, após a vivência de cada texto. Nosso objetivo foi que os licenciandos tomassem os textos de

---

<sup>50</sup> Documentos oficiais de orientações curriculares e projetos de formação de professores da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

<sup>51</sup> Ruiz (2005), Glaeser (1985) e autores da História da Matemática, para o Grupo 6, Boyer (1974).

<sup>52</sup> Livros didáticos e projetos alternativos.

aprendizagem em outra perspectiva, a de futuros professores. E também que os subsidiassem na atividade posterior, a análise comparativa desses textos de aprendizagem e a elaboração dos novos Mapas do conceito números inteiros. O Grupo 6 dispunha de um gravador para o registro em áudio, durante a elaboração das duas análises orientadas.

A análise comparativa e os novos Mapas foram elaborados pelos grupos, fora da sala de aula. Nosso objetivo foi que os licenciandos ao compararem os dois textos pudessem perceber as diferenças na estrutura textual impressa para o mesmo conceito matemático. Os Mapas são os registros escritos do grupo, que sintetizam como o grupo expressa seu entendimento quando comparam duas abordagens de textos de aprendizagem. A análise comparativa e os novos Mapas foram apresentados para a classe como parte da dinâmica indivíduo-grupo-classe. E gerou os registros em áudio, dos diálogos, e escritos dos Mapas do Projeto Alternativo e do Livro Didático.

O projeto alternativo e o livro didático são textos de aprendizagem que têm em comum o uso, simultâneo, em sala de aula por alunos e professor. Essa característica é fundamental para nossa pesquisa pois significa o acesso conjunto a um texto para leitura, discussão e realização das atividades e/ou exercícios propostos para a sala de aula. Característica que os diferencia dos textos oficiais e dos textos de apoio e aprofundamento, que são direcionados ao professor.

O projeto alternativo foi escolhido pela professora/pesquisadora por representar um texto de aprendizagem que se diferencia, dos livros didáticos, ao desenvolver apenas um conceito, o número inteiro, enquanto os livros didáticos desenvolvem os vários conceitos recomendados para as 6ª série pelos PCNs (Brasil, 1998), inclusive o de números inteiros. O projeto alternativo não participa da lista de indicação de livros didáticos aprovados pelo PNLD, tem publicação restrita.

Portanto, foi possível aos autores do projeto alternativo aprofundar a discussão de várias idéias, propondo textos para reflexão de elementos que estabelecem nexos entre a História da Matemática e a cultura geral, como a idéia de contrários e da contradição, não baseadas no pensamento aritmético ou nas estruturas matemáticas. Propõem a criação, pelos alunos, de várias representações para os contrários, e comparam-nas com os símbolos matemáticos (+) e (-). Também expressam, na abordagem textual, a metodologia com a dinâmica indivíduo-grupo-classe.

O objetivo geral expressos pelos autores, no texto, é que “o aluno conceba o mundo como um movimento dual permanente, que interprete todos os movimentos, todos os fenômenos, inclusive a própria vida, como resultantes da combinação de forças contrárias.” (LIMA&MOISÉS, 1998).

O projeto alternativo é constituído por quatro unidades<sup>53</sup>: *I. Os contrários; II. Contando quantidades contrárias; III. O conjunto Z e IV. As operações em Z*. Foram vivenciadas as duas primeiras unidades, pois as duas últimas referem-se a formalização lógica do conjunto Z, como a reta numérica, a comparação, o valor absoluto ou módulo, a expansão das operações fundamentais em Z com a criação do cálculo operatório e suas propriedades.

A Unidade I, *Os contrários*, é composta por seis capítulos: *I. Pensar em mão única; II. O nosso pensamento numérico em mão-única; III. Qual é o problema?; IV. Como apanhar todo o movimento?; V. Criando o pensamento dos contrários e VI. A contradição e os contrários*. Os autores indicam que “trata do movimento de criação da idéia que elabora o universo como uma unidade de contrários e da identidade contradição/movimento.” (LIMA&MOISÉS, 1998, p. 3).

---

<sup>53</sup> Expressão utilizada pelos autores. (N.A.).

A Unidade II, *Contando quantidades contrárias*, é composta por cinco capítulos: *I. Contar em “mão-única”*; *II. O nosso pensamento numérico em mão-única*; *III. Como pensar numericamente em Mão Dupla?*; *IV. O caminho da criação do Número com Contrários* e *V. O pensamento numérico dos contrários*. Os autores expressam seus objetivos tais como, “buscamos efetivar a criação da escrita numérica para quantidades contrárias. Nela fazemos a transição da unidade dos contrários da linguagem das palavras para a linguagem numérica.” (LIMA&MOISÉS, 1998, p. 3).

As idéias e atividades/exercícios propostos para a vivência propiciam: (a) a percepção do pensamento em mão-única em diversas situações, características que os autores atribuem aos números naturais, (b) a percepção de outro modo de pensar, pensar os contrários de diversas situações, que os autores denominam por mão dupla, característica que atribuem aos números inteiros, para posteriormente (c) contar esses dois modos de pensar, a contagem em mão única e em mão dupla, e (d) criar o registro das contagens em mão-dupla e compará-los com os símbolos matemáticos.

O segundo texto de aprendizagem é um livro didático, escolhido pelos licenciandos entre os vários livros didáticos disponibilizados por eles para a pesquisa em sala de aula. Para essa escolha, sugerimos o critério geral de o livro constar da relação do PNLD/2002 ou posteriores. Essa data foi fixada por considerarmos que as mudanças sugeridas pelos PCNs (Brasil, 1998) já estariam contempladas nos livros didáticos .

Os licenciandos verificaram que dentre os diversos livros didáticos disponibilizados pelos grupos, e que atendiam ao critério geral, um título possuía três exemplares na classe, e os demais apenas um. Definiram que o livro com três exemplares, seria o utilizado para a vivência e análises orientada e comparativa.

Para o conceito números inteiros, o autor do livro didático, escolhido pelos licenciandos, denomina o capítulo por *Números negativos*. Propõe inicialmente várias situações para desenvolver as idéias de números negativos e positivos e sua representação, seguido dos itens que tratam da formalização do conceito números inteiros, como: módulo, comparação, simetria, operações e reta numérica.

Não localizamos no volume da 6ª série os objetivos gerais e os relacionados aos números inteiros. A ausência desses objetivos atribuímos ao fato de termos disponível um exemplar destinado ao aluno e não ao professor.

Estudaremos a parte inicial, que não recebeu denominação especial, constituída por (a) situações, que podemos considerar do cotidiano, como: extrato bancário, medição de temperatura, altitudes e profundidades, pontos ganhos e perdidos em um jogo e peso e sua representação com número abstrato; (b) o uso da calculadora; (c) informações sobre a história da aceitação dos números negativos pelos nossos antepassados e (d) a representação dos números inteiros.

Nossa intenção foi vivenciar “um” livro, não determinamos qual o autor a ser vivenciado, pois tomamos esse livro, escolhido pelos licenciandos, como representante de uma lista de livros sugeridos pelo PNLD/2002 ou posteriores, para adoção nas escolas públicas. Por isso, não indicaremos a sua autoria, pois suas características atendem aos critérios das orientações curriculares oficiais.

O tempo para a vivência de cada um dos textos de aprendizagem não foi definido a priori, a definição se deu a partir da demanda dos licenciandos para vivenciar e elaborar a análise orientada de cada texto. O projeto alternativo necessitou de duas aulas, de 04 horas cada, e o livro didático necessitou de uma aula, de 04 horas.

Selecionamos três momentos para analisarmos *como os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros ao estudarem dois textos impressos de matemática, para a 6ª séries.*

Procuramos pelas manifestações, escritas e orais, que evidenciassem como eles, no sentido de Bogdan&Biklen, (1994), entendiam os textos de aprendizagem. Nossa intervenção, quando solicitada pelo grupo, procurou organizar suas idéias e dúvidas no sentido de que as registrassem e não para que se aproximassem das nossas preferências. Os momentos estão a seguir.

Primeiro momento: os licenciandos do Grupo 6, orientados pelas questões da classe (Anexo I, p. 160), elaboraram, em grupo, na sala de aula, a análise do projeto alternativo, na perspectiva de futuros professores.

Segundo momento: os licenciandos do Grupo 6, orientados pelas Questões da Classe (Anexo I, p. 160), elaboraram, em grupo, na sala de aula, a análise do livro didático, na perspectiva de futuros professores.

Terceiro momento: o Grupo 6 apresenta para a classe a análise comparativa dos dois textos de aprendizagem e os novos mapas do conceito números inteiros.

Nos três momentos analisaremos os diálogos transcritos do registro em áudio dos trabalhos em grupo.

### **3.1 Primeiro Momento: Análise Orientada do Projeto Alternativo, discussão do Grupo 6 em sala de aula**



Os licenciandos vivenciaram as unidades 1 e 2 do projeto alternativo, na perspectiva de alunos da 6ª série. Agora, em grupo, elaboram a análise do texto vivenciado, orientada pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, em sala de aula, denominada por análise orientada. O Grupo 6 dispunha de um gravador para o registro em áudio de sua discussão durante a elaboração da análise orientada.

Novamente, para efeito de pesquisa separamos os diálogos transcritos em episódios, assim definidos por encerrarem a discussão de uma ou mais idéias relacionadas ao conceito número inteiro. E nos diálogos, utilizamos T significando Turno de fala. Os episódios foram extraídos de uma seqüência de diálogos, ocorridos na segunda metade de uma aula, isto é, nas duas últimas horas do período de quatro horas.

Nossa interferência, quando solicitada, foi no sentido de auxiliar na realização da atividade proposta procurando organizar as dúvidas e certezas para que as registrassem e constituíssem elementos para a análise.

Neste momento os licenciandos, em grupos, na sala de aula, retomam o texto de aprendizagem vivenciado para analisá-lo na perspectiva de futuros professores.

### **Episódio 1: A mão única**

Ao retomarem o texto, os licenciandos mostram estar envolvidos com a expressão “pensar em mão única”. Observamos que se referem sempre a um autor para o projeto alternativo, embora sejam mais de um, e mantêm essa denominação nas demais ocasiões.

*T01 Paula: O texto começa explicando o que viria a ser pensar em mão-única. “O pensamento em mão-única é aquele que concebe o movimento sem oposição, acontecendo apenas em um só sentido.”.[leitura do texto]. Eu acho que aí ele [os autores] começa dando a idéia dos Naturais.*

- T02 *Heitor: Isso, dos Naturais, para depois a gente fazer coisas mais complexas.*
- T03 *Eloísa: Exatamente. Ele [os autores] coloca diversos exemplos. . Áh , ..., fala sobre a História.*
- T04 *Tânia: Em relação a mão dupla e mão única, é história não é?*
- T05 *Paula: Em que parte?*
- T06 *Eloísa: É.*
- T07 .....
- T08 *Paula: É. Nas primeiras civilizações, né?!?!? No caso os desenhos lá, dos egípcios, babilônicos. Arte e construção da civilização.*

Os licenciandos retomam o texto de aprendizagem vivenciado e realizam nova leitura, agora na perspectiva de futuros professores. As idéias do texto que colocam em discussão são as que eles interpretam como sendo as idéias iniciais do conceito números inteiros tratadas pelos autores.

Em T01, [Paula: *O texto começa explicando o que viria a ser pensar em mão-única. (...)*], Paula explica como entendeu o início da proposta do projeto alternativo, “*pensar em mão única*”, acreditamos que expressa as idéias iniciais que os autores propõem. E supõe que os autores a relacionam ao modo de pensar dos números naturais; [*Eu acho que aí ele [os autores] começa dando a idéia dos Naturais.*].

Em T02, Heitor entende que pode haver interação entre os autores deste texto e eles. Supõe que os autores propõem idéias iniciais para que eles, os leitores, posteriormente possam construir idéias mais complexas. [T02: *Isso, dos Naturais, para depois a gente fazer coisas mais complexas*].

Relacionam as expressões “*mão dupla e mão única*” à história das primeiras civilizações, em T04: [Tânia: *Em relação a mão dupla e mão única, é história não é?*] e em T08: [Paula: *É. Nas primeiras civilizações, né?!?!? No caso os desenhos lá, dos egípcios, babilônicos.*]. Como as primeiras civilizações, aqui citadas, Egito e Babilônia, pensavam os movimentos, os autores

relacionam o pensamento em mão-única, como suficiente para expressar as quantidades com as quais essas civilizações atuavam, inclusive na “*arte e construção*”.

As idéias numéricas estão relacionadas a uma concepção da realidade que pode ser interpretada ora sem contradição, como nas “*primeiras civilizações*”, ora movida pela contradição, como indica Lizcano (1993, 2006) para os imaginários ocidental e oriental.

O fato dos licenciandos reconhecerem, pela leitura do projeto alternativo, que se atribui à abordagem dos naturais, ou a sua própria natureza, uma idéia intrínseca de “mão única”, indica terem adquirido uma visão diferente desse campo numérico. Pois, no Mapa 1, anteriormente ao contato com o projeto alternativo, a idéia de número para eles poderia estar relacionada com os elementos “objetos concretos – números naturais”, “metáfora da falta – números inteiros”, e posteriormente acrescentados, no episódio 2 do Capítulo 2, p. 59, da relação “número-temperatura”, expressa por símbolos abstratos.

Observamos que os licenciandos estão se concentrando em “certas características com maior interesse” (Bohm&Peat, 1989), a partir da análise do texto. Isolaram, no texto, “as suas características principais em relação à infinita e flutuante complexidade que jaz por detrás.” (Bohm&Peat 1989, p. 29). Não isolaram uma característica matemática, como o pensamento aritmético, ou a correspondência biunívoca. E sim, o que entendem ser de seu interesse neste texto, um modo de pensar, “pensar em mão-única”, e interpretam que os autores atribuem aos números naturais.

Embora os autores ilustrem com imagens alguns conteúdos tratados, os licenciandos não se referem a elas como linguagem de comunicação das idéias matemáticas. Paula expressa em T08 [*No caso os desenhos lá (...)*], que são aspectos da história, mas não evidenciam relações com os números naturais. O não envolvimento com este aspecto de comunicação do conceito

supõe-se estar relacionado ao imaginário número inteiro, desses licenciandos, cujo conteúdo pode estar sendo trabalhado, na educação básica e na licenciatura, pela abordagem estritamente formal sob o status de número abstrato.

	<p>Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros manifestam</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pensar em mão única</li> <li>- Números naturais</li> <li>- História das civilizações</li> </ul>
--	--

Mapa 1

## Episódio 2: A harmonia dos contrários

Os elementos que lhes chama atenção é a idéia de “harmonia dos contrários” e a forma como os autores estruturam o texto. Este episódio aconteceu na mesma aula do episódio anterior (T1-8).

T14 *Eloísa: Aí também coloca [os autores] que “o mundo em permanente evolução e que tudo deve e pode ser compreendido como um movimento.” [leitura do texto]. E a partir daí ele [os autores] começa a falar sobre a harmonia dos contrários ...*

T15 *Tânia: É verdade*

T16 *Eloísa: ... que é onde surge, onde irá surgir, na verdade...*

T17 *Paula: a idéia de número inteiro*

T18 *Tânia: a idéia dos números negativos, ..., da quantidade negativa*

T19 .....

T20 .....

T21 *Paula: Isso... E aí novamente ele [os autores] cita a China, né?! Fala até sobre o clima da China, né?! , ..., num fala, né?! , ..., fala coisas além da Matemática.*

T22 *Heitor: Por que antes dele [os autores] falar da Matemática, ele vai, ..., ele vai introduzindo o tema de contrários, né?!*

T23 *Paula: vai situando o aluno*

T24 *Heitor: Ele [os autores] vai citando exemplos de onde estão os contrários, para depois, mais pra frente, éh, ..., colocar o que acontece com os números também.*

T25 .....

T26 *Eloísa: Ele coloca exercícios durante ... todo o texto. Cada ... cada texto tem ....*

Os licenciandos interpretam, em T14-18, que os autores relacionam a “harmonia dos contrários” com as idéias de número inteiro. Supõem que a partir do entendimento de “*harmonia dos contrários*”, “*surge*”, a “*idéia de números inteiros*”, de “*número negativo*”, e da “*quantidade negativa*”. Interpretam que os autores consideram ser este, “*harmonia dos contrários*”, o aspecto novo desse conceito que o diferencia do conceito anterior, os naturais.

E em T21-26, enunciam como os autores estruturam essas relações, indicando os elementos que localizam em um contexto não estritamente matemático, como quando “*cita a China*” e o “*clima da China*”, em T21, “*fala coisas além da Matemática (...) antes dele [os autores] falar da Matemática*”.

Este contexto, o de “harmonia de contrários”, que posteriormente os licenciandos denominam apenas por “contrários”, supomos que entendem não estar expresso por números abstratos. Acreditamos que os licenciandos ao indicarem que os autores propõem a discussão de temas da cultura geral, para ir “*introduzindo o tema de contrários*”, em T21, supõem que esta é uma idéia inicial característica do conceito números inteiros.

E como consequência, consideram que os autores desenvolvem essa idéia em mais de uma ocasião, como por exemplo, ao irem “*situando o aluno*”, em T23, nessa idéia que não é estritamente matemática, com o recurso de “*exemplos de onde estão os contrários*”, em T24. Anunciam que essas são idéias mais gerais, pois, “*depois, mais pra frente*”, em T24, os autores irão relacioná-las com “*o que acontece com os números também*”, em T24, supomos que se referem ao número abstrato.

O encaminhamento que os licenciandos dizem ser feito pelos autores, contém também “*exercícios durante ... todo o texto*”, em T26, acreditamos que se referem ao modo como os autores ilustram as idéias teóricas com atividades/exercícios. Presumimos que eles consideram

que aos elementos não estritamente matemáticos, os autores também propõem atividades/exercícios.

Em T21, Paula interpreta que discutir idéias, como o “*clima da China*”, pode parecer que não tenha significado para a matemática, [*fala coisas além da Matemática.*]. Consideramos que os licenciandos imaginam que a abordagem dessas idéias é uma forma dos autores situarem o leitor na idéia inicial de número inteiro relacionada ao “*tema dos contrários*”, não expresso por numerais abstratos, e em T22, Heitor entende que não estão tratando de matemática, [*Por que antes dele [os autores] falar da Matemática.*].

Talvez possamos considerar nas manifestações desses licenciandos, o modo de pensar com contrários, como formas de negatividade não estritamente matemáticas, no sentido de Lizcano (1993).

Também nos atenta o fato dos licenciandos atribuírem a este texto uma conotação de interatividade que está quase ausente na discussão da literatura sobre o texto impresso, como Heitor, em T24: “*para depois, mais pra frente...*”.

Os elementos acima manifestados pelos licenciandos delineiam a idéia de contrários não relacionada à metáfora da subtração e aos instrumentos de medidas, como o termômetro e outros. Os números inteiros passam a ser caracterizados, a partir deste estudo, pelo pensamento de “harmonia dos contrários”, que é diferente do pensamento em mão-única dos números naturais.

Entendemos que atende às indicações de Romanatto (1987) quanto aos “aspectos intuitivos antecedem os aspectos formais” e de Tancredi (1989) “a compreensão dos conceitos que precede a aquisição da habilidade de aplicá-los a novas situações, afastando-se de uma aprendizagem restrita à repetição mecânica de exercícios de cálculo.”

No atual imaginário moderno (Lizcano, 1993), no qual predomina a herança grega, nos parece que as formas de negatividade podem ser discutidas em um contexto não matemático, desde que isolemos algumas características, no sentido de Bohm&Peat, (1989), como o modo de pensar em mão-única para os naturais e com contrários para os inteiros, como supõem os licenciandos ao analisarem o projeto alternativo.

Para as idéias iniciais do conceito números inteiros a não fixação rígida da situação da metáfora da falta ou da medida da temperatura, mas sim do pensar os contrários que nela atuam, o frio e o quente, pode proporcionar o que Bohm&Peat (1989) consideram como fluidez das fronteiras de experiência ou conceito.

O ideal é nunca fixar rigidamente as **áreas de especialização**, porque, pelo contrário, elas devem evoluir dinamicamente, como um fluxo, subdividindo-se agora em **regiões de especialização mais restrita** para depois se tornarem mais gerais. Contanto que as fronteiras se mantenham fluidas e os cientistas não se esqueçam do contexto mais vasto de cada experiência ou conceito, os problemas da fragmentação nunca chegam a aparecer. (Bohm&Peat, 1989, p. 31-32). (grifos nossos).

Podemos dizer que as idéias de “mão única” e “harmonia dos contrários” pelas falas dos licenciandos, não lhes são familiares, tanto que alguns se surpreendem, outros manifestam uma atitude cética perante essas expressões, outros, ainda, as consideram “*coisas além da Matemática*” ou anteriores a ela, “*antes dele [os autores] falar da Matemática*”. Talvez essas idéias apareçam como elemento surpresa pelo fato de no imaginário número inteiro, desses licenciandos, predominarem idéias relacionadas estritamente à metáfora da subtração, dos objetos concretos, posteriormente acrescidas da relação temperatura-número, expressa por números abstratos.

	<p>Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros manifestam</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- harmonia de contrários</li> <li>- idéia de número inteiro</li> <li>- idéia de número negativo</li> <li>- quantidade negativa</li> <li>- como os autores estruturam o texto</li> </ul>
--	--

Mapa 1

### Episódio 3: As contagens

Os licenciandos expressam uma nova idéia, a da contagem. A cada modo de pensar expressam um modo de contar. Assim, ao pensamento em mão-única relacionam a contagem em mão-única, e ao pensamento dos contrários a contagem desses contrários, em mão - dupla. Este episódio aconteceu na mesma aula dos dois episódios anteriores, episódio 1(T1-8) e episódio 2 (T14-26).

T27 *Eloísa: Pera aí, que chega um momento, a contagem de mão dupla, né?!*

T28 *Paula: É por que antes da mão-dupla, fala [os autores] sobre a mão-única.*

T29 *Tânia: É.*

T30 *Paula: Isso situa a gente na ... , no cotidiano, sobre viagem [referência às situações sugeridas no texto]...*

T31 *Tânia: E pra gente pensar em mão-única ou dupla. Não só assim pra quem tá estudando, fica mais fácil contar mão única ou dupla*

T32 *Eloísa: Hum, Hum*

T33 *Tânia: (inaudível).*

T34 *Paula: Aí a mão dupla é o começo do assunto ... Que vê a idéia ...*

As três licenciandas, neste diálogo, mostram ter-se apropriado de diferentes idéias como pensar e contar, tanto em mão-única como em mão-dupla. Seja como forma de situar-se “no cotidiano”, em T30, seja como forma de tornar mais fácil o estudo dos inteiros ou seu uso no



cotidiano, pois em T31 expressam “*Não só assim pra quem tá estudando, fica mais fácil contar mão única ou dupla*”, em T31.

Podemos considerar que o processo da interatividade expresso por “*Isso situa a gente*”, em T30, introduz novos elementos no conteúdo do imaginário número inteiro dessas três licenciandas.

Talvez se sintam, agora, mais identificadas com os elementos propostos no texto, pois discutem um elemento mais próximo do pensamento matemático formal, a contagem.

E por isso, a “visão” grega, que interpretamos manifesta, em T40 [*Que vê a idéia*], se dá pela compreensão da idéia de pensar os contrários combinada com a contagem em mão dupla, diferente da manifestação anterior da situação do termômetro, em T125: [*HEITOR: Você associar um número a determinada temperatura.*] do Capítulo 2, 2.2, episódio 3, p. 61. Este é um contexto específico que a “luz” é dada pelo que é veiculado na mídia, e aquele é proveniente da compreensão de idéias, como pensar e contar em mão dupla.

	<p>Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros manifestam</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- contar em mão única</li> <li>- contar em mão dupla</li> <li>- ver a idéia</li> </ul>
--	---

#### **Episódio 4 - A Mão dupla no comércio**

Neste episódio os licenciandos evidenciam as idéias que perceberam na situação do comércio, proposto por este texto, pensar e contar os contrários ou a mão-dupla no comércio e no

cotidiano. Este episódio ocorreu na mesma aula dos dois episódios anteriores, episódio 1 (T1-8), episódio 2 (T14-26) e episódio 3 (T27-34).

- T43 *Paula: Quando a gente fala sobre mão dupla,..., ele [os autores] fala muito sobre o comércio. E aí começa a falar sobre o comércio...*
- T44 *Eloísa: e aí começa analisar o cotidiano*
- T45 *Paula: É*
- T46 .....
- T47 .....
- T48 *Paula: Vai dando Mercantilismo, Brancaléone, né?!*
- T49 *Eloísa: Ah é, ele fala também sobre o feudalismo, sobre, né?!, a transição do feudalismo para o mercantilismo*
- T50 .....
- T51 *Paula: Ah, ele também fala agora, no capítulo 4, “o caminho de criação dos números com contrários”. Que vai falar sobre a parte verbalista, não, eh, ..*
- T52 *Eloísa: É, ele tenta, ele não é preocupado com a parte quantitativa do movimento, mas com as qualidades do movimento. Não do número, né?!.*
- T53 *Paula: Isso... fala como, por exemplo, né?! Hoje vendi muitos alimentos e comprei poucos. Não situa uma relação numérica clara.*
- T54 *Eloísa: Isso*
- T55 .....
- T56 *Paula: E aqui tem uma parte super curiosa que o + e o – não vieram dos matemáticos mais famosos. Vieram das notações dos comerciantes, né?! O + indicava, ..., éh vinho, coisas em excesso, dinheiro que entrava e –, falta, dívida, essas coisas, né?!.*

A interpretação que os licenciandos fazem das idéias iniciais dos autores, como por exemplo, relacionar as idéias de pensar e contar em mão de dupla, usual do comércio, manifestada em T43, possibilita a esta relação um conteúdo de *cotidiano*, em T44.

Enunciam um contexto geral, que identificamos como não estritamente matemático, ao apontarem o mercantilismo e o comerciante, na figura de Brancaléone<sup>54</sup>, em T48, a transição do feudalismo para o mercantilismo, em T49, a parte verbalista, em T51, a parte qualitativa, em T52, que acreditamos ser do conhecimento dos licenciandos advindos de outras disciplinas, como a História.

---

<sup>54</sup> Brancaléone, personagem que os autores do projeto alternativo ilustram na transição da Europa Medieval para o Renascimento.

Os autores ilustram a relação entre pensar e contar em mão dupla com as formas de comércio da Idade Média, onde existia o hábito de descrever qualitativamente as quantidades, que é indicado em T52: [*com as qualidades do movimento. Não do número, né?!*], mas causa certa estranheza manifesta em T53: [*Hoje vendi muitos alimentos e comprei poucos. Não situa uma relação numérica clara.*], pois é expressa por palavras e não pelo número abstrato.

Percebemos que Paula se surpreende em T56: [*E aqui tem uma parte super curiosa que o + e o – não vieram dos matemáticos mais famosos.*], ou seja, esse fato não fez parte do seu imaginário escolar, até a leitura do projeto alternativo, mesmo tendo pesquisado nos textos oficiais e de apoio e aprofundamento, não localizaram essa informação ou não ficou evidente naquele momento.

Outro aspecto intrigante dessas manifestações é a naturalidade com que os licenciandos relacionam as idéias de pensar e contar os contrários com o número abstrato nas situações de comércio. Inclusive na discussão da ausência de [*uma relação numérica clara*], como expresso em T53.

Essa naturalidade não ocorreu nos contextos anteriores propostos pelos textos analisados no Capítulo 2, como as situações de medição da temperatura, altitudes e profundidades, etc., que estabeleciam a relação com o número abstrato.

Na tentativa de entender a identificação dos licenciandos, do contexto do comerciante medieval com o seu cotidiano atual, buscamos elementos em Lizcano (1993), Radford (2004) e Crosby (1999).

Lizcano (1993) observa que enquanto o imaginário chinês pensava o yin/yang/dao, *naturalmente*, a Europa, sob o imaginário ocidental, demorou aproximadamente 1500 anos para entender a necessidade dos números negativos, tanto “no processo” como “no produto”.

Lizcano (1993, p. 98) considera que o modelo perda/ganho tem raízes mais profundas no imaginário chinês do que no imaginário ocidental, pois são provenientes da dinâmica de categorias, ancestrais, de yin e yang, “que mais que um modelo constituem uma matriz de modelos – astronômicos, físicos, éticos, estéticos, dietéticos, matemáticos ...- entre os quais o modelo econômico/ético de perda/ganho não passa de mais um entre muitos outros”, no imaginário grego existiam dificuldades para pensar em termos de opostos que se reduzam ou compenetrem mutuamente. (idem).

Tanto Lizcano (1993) como Cid (2000) indicam dificuldades do modelo de perda/ganho quando é necessário pensar as operações matemáticas dos inteiros. Pode ser um modelo bem adaptado para a adição e subtração, mas apresenta problemas para a multiplicação e divisão. Mas consideramos, pelas manifestações dos licenciandos, que pode ser usado, como mais um dos contextos para pensar os contrários no conceito números inteiros.

A importância do contexto do comércio é discutida por Radford (2004, p. 12), em “Semiótica cultural e cognição”, ao considerar que o conhecimento, na perspectiva da semiótica cultural, resulta

(...) anclado en la cultura exactamente en el sentido que pensar es considerado como *reflexión cognitiva del mundo de acuerdo con las formas culturales de significación que enmarcan la actividad humana*. (...). Fue necesaria la actividad comercial que sostuvo al Renacimiento, su gran difusión de la moneda y la concepción de ésta en tanto que medida *homogénea* de productos naturales y manufacturados para que el número negativo pudiese ser conceptualizado como *deuda* (ver Gallardo, 1996). En general, es la actividad humana práctica, con sus categorías ontológicas propias, la que naturaliza los conceptos matemáticos, científicos, artísticos y otros. ¿Qué podemos entender por concepto dentro de esta aproximación semiótica cultural? Los conceptos son concebidos como *reflexiones* que reflejan el mundo de acuerdo con cristalizaciones conceptuales

(científicas, éticas, estéticas, etc.) que son disponibles a los individuos en cierta época y cultura. (Radford, 2004, p. 12).<sup>55</sup>

Essas “reflexões disponíveis em certa época e cultura”, como caracterizadas por Crosby (1999), com a mudança de mentalidade que ocorreu na Europa Medieval e sua transição para o Renascimento, são significativas para entendermos o caminho da compreensão dos números inteiros no imaginário ocidental e certa identificação dos licenciandos com o texto sobre o comércio abordado no projeto alternativo.

Crosby (1999) discute que a Europa Medieval, “em direção ao capitalismo” (p. 187) necessitou “racionalizar seus negócios” (idem) e ensinou “a humanidade a ser metodicamente organizada” (idem). Para o autor, *ser metódico*, “significa cuidadoso e meticuloso e é, na prática, uma questão de números”. (p. 188).

Foi uma das trilhas que conduziram à ciência e à tecnologia, na medida em que seus praticantes eram adeptos da quantificação, em sua percepção e manipulação do máximo da experiência que pudesse ser descrito em unidades de medida. Em seu caso, as unidades eram moedas – florins, ducados, libras, libras esterlinas, e assim por diante. “A moeda”, como disse Paul Bohannon, “é uma das idéias mais arrasadoramente simplificadoras de todos os tempos e, como qualquer outra idéia nova e instigante, cria sua própria revolução”. (Crosby, 1999, p. 188).

O que corrobora a opinião de Radford (2004) sobre o que foi necessário para o conhecimento do número negativo pela Europa. Consideramos que abordar na matemática escolar o contexto do comércio é mais amplo que atribuir os sinais (+) e (-) a determinadas ações dos comerciantes, como dinheiro que devo ou o crédito que tenho, pois envolve ser perceptivo, cuidadoso e meticuloso com os números. (Crosby, 1999).

---

<sup>55</sup> (...) ancorado na cultura no sentido de que pensar é considerado como *reflexão cognitiva do mundo de acordo com as formas culturais de significação que moldam a atividade humana*. (...). Foi necessária a atividade comercial que sustentou o Renascimento, sua grande difusão da moeda e a concepção de que esta enquanto medida *homogênea* de produtos naturais e manufaturados para que o número negativo pudesse ser conceituado como *dívida* (ver Gallardo, 1996). Em geral, é a atividade humana prática, com suas categorias ontológicas próprias, a que naturaliza os conceitos matemáticos, científicos, artísticos e outros. O que podemos entender por conceito dentro desta aproximação semiótica cultural? Os conceitos são concebidos como *reflexões* que refletem o mundo de acordo com cristalizações conceituais (científicas, éticas, estéticas, etc.) que são disponíveis aos indivíduos em certa época e cultura. (Radford, 2004, p. 12). (tradução nossa).

Os elementos apontados pelos licenciandos, em T43-52, a relação da mão dupla com o comércio; a transição do feudalismo para o mercantilismo; Brancaleone, personagem que os autores do projeto alternativo situam como representante da transição da Europa Medieval para o Renascimento são também considerados por Crosby (1999), quando este afirma que “(...) os comerciantes, por definição, quantificavam seus negócios e, no intuito de sobreviver, tornavam-nos *visíveis* em pergaminho e papel.” (CROSBY, 1999, p. 188). Mas essa *visibilidade* nem sempre existiu, como observa o autor e indica Paula, em T53, [*Hoje vendi muitos alimentos e comprei poucos. Não situa uma relação numérica clara.*].

Os mercadores do Ocidente, no fim da Idade Média e no Renascimento, viviam numa nevasca de transações. As balsas, navios e caravanas de mulas faziam a ligação entre as maiores cidades européias e, em última instância, entre cada cidade da Europa e todas as demais, além de outras na Ásia, na África e na América, no século XVI. As letras de câmbio, os vários tipos de notas promissórias e a prática do crédito em geral embaralhavam a seqüência normal dos acontecimentos: a produção sempre precedia a entrega, mas o pagamento podia anteceder a entrega ou até a produção. E o pagamento era um assunto que se podia chamar de ondulatório, com as moedas e as letras de câmbio dando saltos e despencando de valor em relação umas às outras. (Crosby, 1999, p. 189).

Praticar o “mercado” envolve ações simultâneas e “ondulatórias” de notas promissórias, moedas e letras de câmbio, juntamente com o controle da produção, pagamento e entrega, nem sempre nessa ordem. Ações que envolvem um amplo e complexo contexto e a necessidade de pensar e contar os contrários dessas situações, de perceber a “*as qualidades do movimento*”, em T52, antes de ver o número, mas “*ver a idéia*”, em T34 do episódio 3 (T27-34), p. 107.

As idéias, em T51, [*caminho para a criação dos contrários*], [*parte verbalista*], em T58 a [*parte qualitativa do número*], em T52 [*as qualidades do movimento. Não do número, né?!*] e em T53 [*Hoje vendi muitos alimentos e comprei poucos*], destacadas do texto pelos licenciandos têm correspondência, sob o ponto de vista de Crosby (1999), com as informações necessárias aos comerciantes para sua sobrevivência e bem como a visibilidade que o registro contábil

possibilitou como a “escrituração por partidas dobradas (...), reconhecendo em seu fechamento um lucro ou prejuízo final.” (CROSBY, 1999, p. 194).

Ou seja, pensar e contar os dois sentidos da mão dupla dos vários movimentos comerciais, e, principalmente, elaborar registros, “(...) concisos e exatos”, como observado por Crosby (1999, p. 193) pode ser um contexto significativo para as idéias iniciais dos números negativos.

O modo de pensar, contar e tornar “visível” por meio de registros “concisos e exatos” indica a importância da escrituração por partidas dobradas que “(...) permitiu aos negociantes europeus, através de registros dispostos de maneira precisa e clara, escriturados em termos de quantidades, chegar à compreensão e, através dela, ao controle da cansativa multiplicidade de detalhes de sua vida econômica.” (CROSBY, 1999, p. 195). A “vida econômica” existe com o pensamento e a contagem dos dois sentidos dos movimentos comerciais, comprar e vender, ganhar e perder, receber e entregar, etc.

O autor observa que Luca Pacioli “foi o primeiro contador a combinar seus conhecimentos com a tecnologia de Johann Gutenberg, a fim de instruir o mundo sobre esse assunto no texto impresso.” (CROSBY, 1999, p. 197).

E a instrução sobre “a boa contabilidade”, de Pacioli, deveria permitir ao comerciante discernir “num só olhar seus lucros e perdas”. (CROSBY, 1999, p. 202). Pacioli considerava que eram necessários, ao negociante, três livros de registro: o de apontamentos, o diário e o razão. Em todos eles o que se buscava era verificar as “entradas e saídas”, “débitos e créditos”, “bem ou mal-sucedido”, “ganhar alguma coisa em troca de algo a ser fornecido”, isto é, pensar, contar e registrar as mãos-duplas das atividades comerciais. Proposta que também identificamos nos projetos Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998) e alternativo.

Para Crosby, a “escrituração por partidas dobradas não mudou o mundo. Não foi nem mesmo essencial para o capitalismo.” (CROSBY, 1999, p. 205), pois os comerciantes que não recorreram a ela também ganharam dinheiro. Observa que também “Não foi uma obra prima intelectual como o modelo copernicano de um universo heliocêntrico” (idem), ou como as contribuições de Montigne e de Galileu. Mas pondera que essas obras primas nos afetaram menos do que a contabilidade que “(...) teve influência maciça e disseminada em nosso modo de pensar.” (CROSBY, 1999, p. 205).

Talvez por essa “influência maciça e disseminada em nosso modo de pensar” os licenciandos tenham relacionado, com certa naturalidade, o modo de pensar e contar do comércio com o seu cotidiano atual. Embora os autores do projeto alternativo ilustrassem o comércio medieval, que está separado por, aproximadamente, 500 anos do cotidiano desses licenciandos.

Como já mencionamos a metáfora do comerciante, não é a metáfora da falta, e sim a metáfora que permite controlar vários movimentos contrários, que ocorrem simultaneamente, como a entrada e a saída de mercadorias, de dinheiro, etc., na ordem em que acontece. Entendemos que os licenciandos identificaram o modo de pensar e contar em mão-dupla com sua “prática”. Mesmo que esse modelo possa ser caracterizado por Cid (2003) como de neutralização ou como aponta Lizcano (1993), “opostos que se reduzem ou compenentrem mutuamente” (p. 98).

Embora Struik (1998) nos atente em seu “aviso final” que

(...) devemos estar sempre conscientes que uma descoberta matemática, um estado de espírito em relação à matemática, ou um sistema de ensino, nunca são explicados por uma única causa. A vida é complexa e mesmo o mais modesto ou o mais sutil ato, reflete, de uma forma ou de outra, uma infinidade de aspectos do mundo real. Não podemos afirmar que um fator particular foi responsável por uma ocorrência particular ou estado mental. Temos de descobrir como todos os fatores – sociológicos, lógicos, artísticos, e pessoais – tiveram um papel no assunto sob investigação, nunca esquecendo, no entanto, que o homem é um ser social mesmo quando se preocupa com linhas retas em hipercones num espaço de dimensão sete. (Struik, 1998, p. 29)

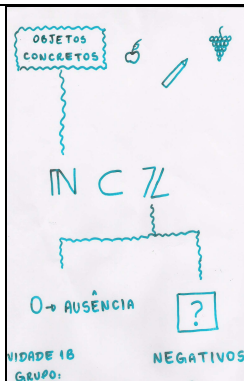


Consideramos que o comércio não foi o único fator que levou a Europa Medieval a pensar o conceito números inteiros, mas o mercador de Crosby (1999), com sua necessidade de sobrevivência, ilustrado no mundo do papel da matemática escolar, é um elemento do pensamento fora das estruturas matemáticas, como manifestado pelo Grupo 6, como em T52, [*Não do número, né!*], que os coloca frente a relação de contrários que o imaginário ocidental conhece e pratica, naturalmente.

E esse aspecto da cultura geral envolve a história e as formas de negatividade, não estritamente matemática, no sentido de Lizcano (1993), e nos auxilia a pensar e contar os contrários, a “ver a idéia”. Pensar o conceito números inteiros e a forma de aprender esse conceito.

Pelas manifestações do Grupo 6 entendemos a leitura do projeto alternativo como a de um “texto científico” (Tancredi, 1989) da matemática escolar que possibilitou aos licenciandos “conexões essenciais com o resto do mundo” (BOHM&PEAT, 1989). E não identificamos nessas manifestações o emprego, pelos autores, de “(...) uma linguagem matemática, mais árida que a comum, (...)” (TANCREDI, 1989, p. 211).

A inserção do comércio no estudo do conceito números inteiros na matemática escolar é um elemento novo para os licenciandos, não o haviam indicado no Mapa 1, no qual ilustraram suas idéias primeiras sobre esse conceito, considerando os “objetos concretos - números naturais” e a “metáfora da falta - números inteiros”.



Mapa 1

Neste momento, para o Grupo 6, as idéias iniciais ou o núcleo central formador do conceito números inteiros manifestam

- comércio
- cotidiano
- feudalismo, mercantilismo, comerciante
- parte verbalista, parte quantitativa
- qualidades do movimento
- relação numérica
- origem dos sinais (+) e (-)

### Considerações do Primeiro Momento

Nestes quatro episódios observamos que os licenciandos evidenciaram seu entendimento do projeto alternativo pelas idéias propostas pelos autores, que supomos verbalizaram como “mão única”, “harmonia dos contrários” ou apenas “contrários”, “mão dupla”, “pensar” e “contar”. Entendemos que expressaram os nomes que os autores designaram as idéias que queriam ressaltar neste texto, que consideramos serem as idéias iniciais do conceito números inteiros.

Identificamos que os licenciandos expressaram que essas idéias participam de um contexto mais vasto, no sentido de Bohm&Peat (1989), “coisas além da matemática”, “antes dele falar de matemática” e “*para mais para a frente*”, se tornarem “áreas de especialização mais restritas” (idem).

Um dos aspectos que supomos ter contribuído para esse entendimento é o fato dos autores nomearem as idéias discutidas no texto. Os licenciandos verbalizaram os nomes das idéias quando se referiram tanto ao pensamento quanto a contagem, em mão única ou mão dupla. E foi a idéia da contagem em mão dupla que identificaram com o seu conhecimento da representação com os números inteiros, na sua forma abstrata. “Que vê a idéia.”, em [T34].

Bohm&Peat (1989) entendem que a fragmentação do conhecimento surge quando “(...) se tenta impor divisões de modo arbitrário, sem se dar nenhuma atenção a contextos mais vastos, até ao ponto de se ignorarem conexões essenciais com o resto do mundo.” (p. 28).

Consideramos que essa forma de isolar uma idéia, a de mão única dos naturais e a mão dupla dos inteiros, evita a fragmentação, pois ao considerarem um “contexto mais vasto” (BOHM&PEAT, 1989, p. 28), não ignoram as “conexões essenciais com o resto do mundo” (idem), como por exemplo, as conexões entre o pensamento em mão única com a história das primeiras civilizações, sua relação com sua localização geográfica, as profissões, a arte e a cultura de determinado momento histórico.

A divisão proposta pelos autores não é arbitrária, é proveniente de um modo de pensar. É uma outra dimensão dos campos numéricos, não estritamente matemática.

Ressaltamos como elemento novo, possível de se perceber dos diálogos, a interatividade dos licenciandos com os autores, continua presente. A referência que fazem em todas as interpretações aos autores “ele”. Embora, como já observamos, sejam dois autores.

Embora os licenciandos se atenham a interpretar a abordagem dos autores do projeto alternativo, há momentos que indicam se apropriarem das idéias iniciais do conceito números inteiros introduzidas por esses autores, como a harmonia dos contrários, o pensamento e a contagem em mão-única e em mão-dupla. Bem como a referência dessas idéias à história das civilizações e ao comércio medieval. Entendemos que essas interpretações foram possíveis pela “força e estrutura no texto” (OLSON, 1997, p. 268).

As relações pretendidas pelos autores ficaram evidentes para os licenciandos por meio das “marcas” (Olson, 1997) presentes no texto. Os licenciandos não recorreram as suas infra-

estrutura tácita do conhecimento (Bohm&Peat, 1989) como os “objetos concretos-números naturais” e “metáfora da falta-números inteiros”.

Esses novos elementos supõem-se estarem ampliando o conteúdo do imaginário do conceito números inteiros desses licenciandos, ou seja, como eles mesmo observam, contribuindo para uma “*elaboração mais complexa*” e relacionadas a aspectos “*além da matemática*”. Neste sentido traz novos elementos à sua formação inicial.

### **3.2 Segundo Momento: Análise Orientada de um Livro Didático: discussão do Grupo 6 em sala de aula**

Os licenciandos, em grupo, elaboram a análise orientada pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, do texto de aprendizagem na forma de livro didático, após vivenciarem parte do capítulo denominado por *Números negativos*.

Como já acenamos anteriormente, o critério geral para a escolha do livro didático foram as indicações do PNLD/2002 ou posteriores. O livro didático, escolhido pelos licenciandos, é aqui considerado como o representante das indicações oficiais.

A vivência, na perspectiva de aluno da 6ª série, e a análise orientada, na perspectiva de futuro professor, do trecho selecionado do livro didático demandaram uma aula de 04 horas, organizada da seguinte maneira: a vivência com a orientação do professor e a resolução das atividades/exercícios pelos licenciandos necessitou da primeira parte da aula; e a análise orientada, a segunda parte da aula, isto é, as duas horas finais.

Para o conceito números inteiros, o autor denomina o capítulo por *Números negativos*. Propõe inicialmente várias situações para desenvolver as idéias de números negativos e positivos

e sua representação, seguido dos itens que tratam da formalização do conceito números inteiros, como: módulo, comparação, simetria, operações e reta numérica.

Estudaremos a parte inicial, que não recebeu denominação especial, constituída por: (a) situações que podemos considerar do cotidiano, como extrato bancário, medição de temperatura, altitudes e profundidades, pontos ganhos e perdidos em um jogo e peso e sua representação com número abstrato; (b) o uso da calculadora; (c) informações sobre a história da aceitação dos números negativos pelos nossos antepassados e (d) a representação dos números inteiros.

Neste momento os licenciandos, em grupos, na sala de aula, retomam o texto de aprendizagem vivenciado, anteriormente, para iniciar a análise orientada, na perspectiva de futuros professores. Dos cinco integrantes do Grupo 6, um está ausente.

Discutiremos as manifestações orais do Grupo 6 durante a elaboração da análise orientada pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160. Os episódios aqui transcritos ocorreram em uma aula. O Grupo 6 dispunha de um gravador para o registro em áudio.

### **Episódio 1: A análise de um exercício proposto no livro didático**

Os licenciandos, em grupo, retomam o trecho do livro didático selecionado para a análise orientada pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, e iniciam sua análise pelo primeiro exercício proposto em “Atividades”, que no total apresentava quatro exercícios. Ao ler o exercício, relacionam com alguns aspectos dos textos de apoio e aprofundamento, como o de Glaeser (1985) e de Ruiz (2005).

*T(26) Paula: Ele [o autor] começa a misturar os números com as operações. Aqueles obstáculos, lá [do Glaeser], ele não conseguiu superar metade.*

*T(27) Tânia: As questões norteadoras?*

*T(28) Paula: Vamos começar a analisando os exercícios do livro didático.....*

- T(29) *Eloísa*: “Pressione as teclas indicadas a seguir e observe os resultados no visor” [leitura do exercício]
- T(30) *Nádia*: *É pra resolver os exercícios?*
- T(31) *Paula*: *Não, já tá tudo resolvido!!!!!!*
- T(32) *Eloísa*: *Deixa eu dar uma olhada*
- T(33) *Nádia*: [leitura do exercício]
- $$\begin{array}{r} 6 - 1 = \\ 5 - 1 = \\ 4 - 1 = \\ 3 - 1 = \\ 2 - 1 = \\ 1 - 1 = \\ 0 - 1 = \\ -1 - 1 = \\ -2 - 1 = \end{array}$$
- T(34) *Eloísa*: *Tem alguma coisa errada! É tudo igual?*
- T(35) *Nádia*: *É tudo igual.*
- T(36) *Eloísa*: *Tá*
- T(37) *Paula*: *É sempre menos?*
- T(38) *Nádia*: *Na 3ª linha é tudo um*
- T(39) *Paula*: *Tudo menos um?*
- T(40) *Nádia*: *Tudo menos: -1-1, -2-1*
- T(41) *Tânia*: *É muito mecanicista este texto.*
- T(42) *Tânia*: *Esse texto é igual o texto da Matemática Escolar.*

Os licenciandos, em grupo, retomam o texto selecionado para a análise orientada e manifestam os elementos que podem organizá-la, como em T27: [*As questões norteadoras?*] e os textos de apoio e aprofundamento como em T26: [*Aqueles obstáculos*] de Glaeser (1985), e em T42: [*é igual o texto da Matemática Escolar*] de Ruiz (2005).

E manifestam, em T28, que irão [*começar a analisando os exercícios do Livro didático*]. Não manifestam por que este foi o critério escolhido para o início da análise. Supomos que por constituir um dos itens sugeridos nas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, questão 12.

Retomam o texto e relêem a primeira atividade deste capítulo, de uma lista de quatro atividade/exercício, proposta pelo autor, denominada “Atividades”, e escolhida pelo grupo. Em

T30, é questionado se precisa [resolver os exercícios] e a resposta em T31, [Não, já tá tudo resolvido!] é contestada em T32, [Deixa eu dar uma olhada].

De fato o exercício não está resolvido, mas parece que há certa tendência à supô-lo como tal. Também nos parece que os licenciandos realizam a leitura e a resolução de modo superficial, particular.

O exercício propõe que à medida que se pressionam as teclas da calculadora devem ser observados os resultados que aparecem no visor. E sugere uma seqüência de subtrações, que a partir do resultado da primeira subtração “ $27-21 = 6$ ”, sempre se subtrai 1. Teríamos  $6-1=5$ ,  $5-1=4$ ,  $4-1=3$ ,  $3-1=2$ ,  $2-1=1$  e  $1-1=0$ . A partir deste resultado  $1-1=0$ , os demais seriam números negativos, como em  $0-1=-1$ ,  $-1-1=-2$ ,  $-2-1=-3$ . A leitura dos números que aparecem no visor pode indicar números sem sinal, o zero e números com sinal negativo.

Como proposta de exercício entendemos que, além de indicar a representação para subtrações do tipo  $a-b$  para  $a > b$ ,  $a = b$  e  $a < b$ , podemos também interpretar que é um exemplo do esgotamento do pensamento aritmético ou das possibilidades da subtração em  $\mathbb{N}$  que agora podem ser realizadas e têm como resultado os números negativos, quando em  $a-b$ ,  $a < b$ .

Talvez o autor pretendesse aguçar a percepção, por quem manipula a calculadora, de que quando de zero subtraio 1,  $0-1$ , o resultado que aparece no visor é, o número negativo,  $-1$ . E ao continuar subtraindo 1,  $-1-1=-2$ ,  $-2-1=-3$ , o resultado é sempre um número com sinal negativo, visualizando a seqüência dos números negativos.

Outro aspecto que pode contribuir para as manifestações é que o autor não acrescenta nenhum comentário sobre *o que* e *o como* observar o visor, talvez por isso os licenciandos interpretem como em T34: [Tem alguma coisa errada! É tudo igual.]. “Tudo igual” quanto ao

subtraendo que é sempre 1, mas não quanto ao resultado. Os licenciandos não preencheram de forma automática, no sentido de Olson (1997, p. 268), o tipo de relação pretendida pelo autor.

Também nos atenta, nesses argumentos, a possibilidade de tornar “visíveis”, sem necessidade de explicações pormenorizadas, como indicamos no parágrafo anterior, o pensamento aritmético ou sobre a possibilidade da subtração em  $N$  ser ampliada a partir de resultados que expressam novos números, os negativos.

No capítulo 2, p. 39, observamos que ao elaborar o Mapa 1 os licenciandos manifestaram que o conceito números inteiros vem do conceito anterior, os números naturais, acrescido do problema da falta, que não chega a constituir um problema, pois a solução já existe, são os números negativos, *naturalmente*, então, como em T06, [*surge a idéia de número negativo*]. O argumento número natural não é utilizado pelo autor do livro didático.

Neste texto, talvez os licenciandos não tenham identificado durante a vivência e a análise as suas infra-estruturas tácitas do conhecimento, (Bohm&Peat, 1989), e por isso não as evidenciaram nas idéias do autor.

Podemos supor que os argumentos do autor são aritméticos, expressos pela metáfora da falta ou resto, Lizcano (1993 e 2006). Essa metáfora também foi utilizada por esses licenciandos ao elaborarem o Mapa 1, [*Tem 2 maçãs a menos. Estão faltando 2 maçãs.*] no capítulo 2 – Episódio 1, que podemos corresponder com o exercício do livro como “1 a menos” com “faltando 1”. Esse era o modo básico inicial de pensamento dos licenciandos, manifestado na apresentação do Mapa 1. Mas eles não o relacionaram com o exercício do livro didático que analisaram.



Entendemos também que a análise dos licenciandos sobre o exercício do livro didático se estende para as demais propostas do texto, como em T41: [*Tânia: É muito mecanicista este texto.*], sem refazer a releitura mais atenta como fizeram com o projeto alternativo.

No Capítulo 1, apontamos que OLSON (1997) nos atenta que “Pensar sobre um texto exige que o leitor aprenda a tomar os textos de várias formas, julgando-as à luz da evidência existente.” (p. 297). Portanto, entendemos que esses licenciandos, neste momento, não pensaram sobre o texto, pois não o tomaram de “várias formas”.

## **Episódio 2: Analisando o livro didático**

Neste episódio os licenciandos, em grupo, relacionam o texto do livro didático com os argumentos de Ruiz (2005), sobre as diferenças entre a Matemática e a Matemática Escolar. Este episódio ocorreu na mesma aula que o anterior, episódio 1 (T34-42).

T(43) *Paula: Decoreba. Ele [o autor] não fala, não induz o aluno a pensar, ele [o autor] fala, o aluno não responde...*

T(44) *Eloísa: Pronto.*

T(45) *Paula: A gente comparou agora a pouco com o texto da Matemática Escolar. É escolar, né?!*

T(46) *Nádia: É que o Ruiz fala que é Matemática e Matemática Escolar*

T(47) *Paula: Parece que ele [o texto] tem todos os defeitos da matemática escolar*

T(48) *Eloísa: É, mas que defeitos são esses?*

T(49) *Paula: Ele não propõe que o aluno pense.*

T(50) *Nádia: É que ele dá tudo dado,*

T(51) *Paula: Ele faz a proposta e já manda a resposta. Não conduz o aluno a pensar.*

T(52) *Eloísa: Então deixa eu escrever, não conduz o aluno a pensar.*

T(53) *Nádia: Os exercícios são repetição.*

T(54) *Paula: Aprendizagem pela repetição.*

T(55) *Eloísa: Aguarda um pouco... aprendizagem através da repetição.*

T(56) *Tânia: Vocês querem que leia o Ruiz? “Agora – mudando de tom e de horizontes – vamos focalizar a matemática escolar. Vemos que ela tem preservado, de forma secular, fortes laços com idéias de fracasso, de sacrifício, de punição . (...)” [leitura de um trecho do texto do Ruiz (2005)]*

T(57) *Eloísa: Deixa eu falar uma coisa, a gente tem que colocar também, que ele [o autor] coloca exemplos realmente, assim, quebrados, sem nenhuma ligação um com o outro. Que não levam o aluno a...*

Os licenciandos relacionam a estrutura do livro didático com os argumentos de Ruiz (2005), principalmente no que se refere a condução que o autor imprime ao texto, T43: [*Ele [o autor] não fala, não induz o aluno a pensar, ele [o autor] fala, o aluno não responde...*].

E atribuem esse tipo de abordagem textual, em T47: [*Parece que ele [o texto] tem todos os defeitos da matemática escolar*] que é contestado em T48: [*É, mas que defeitos são esses?*]. Os “defeitos” do livro supomos que se referem aos aspectos da argumentação textual utilizada pelo autor, isto é, como o autor propõe as idéias para o aluno, em T 49: [*Paula: Ele não propõe que o aluno pense.*]; T 50: [*Nádia: É que ele dá tudo dado.*]; T 51: [*Paula: Ele faz a proposta e já manda a resposta. Não conduz o aluno a pensar.*] e T 53: [*Os exercícios são repetição*].

Um dos fatores que podem ter originado essas manifestações é que a abordagem textual impressa não evidencia o modo de pensar que o autor pretende, não nomeia as idéias que incidem nesse pensamento. Acreditamos que a não evidência contribuiu para esta análise dos licenciandos o que corrobora a indicação de Olson (1997) de que “(...) os conceitos que as crianças parecem adquirir de forma tão natural, no curso do seu desenvolvimento numa sociedade com escrita, (...)” (p.15). Ler e inferir o que o autor pretende não é “tão natural” como pretendem os documentos oficiais de orientações curriculares.

O que confirma nossa hipótese de que alguns conceitos matemáticos não são adquiridos de forma tão natural quanto julgamos acontecer, em particular, o conceito números inteiros.

A lacuna entre expressar os modos de pensar e usar esses modos em diversas situações pode provocar a opinião de Eloísa, como em T57: [(...) *exemplos realmente, assim, quebrados,*

*sem nenhuma ligação um com o outro*]. Os exemplos citados pela licencianda, supomos que se referem às situações do cotidiano que o autor ilustrou na parte inicial do capítulo *Números Negativos* - extrato bancário; medição de temperatura, de altitudes e profundidades, de pontos ganhos e perdidos em um jogo e de peso. E Eloísa interpretou como não tendo ligação um com o outro.

Mas como não ter relação um com o outro se todos os exemplos ou situações podem ser representados pelo mesmo conjunto numérico? Supomos que alguma “ligação” entre eles deve existir. Neste momento, o Grupo 6 não tomou esse aspecto como uma evidência, (Olson, 1997).

Aqui também observamos o mesmo tipo de dificuldade que temos apontado desde o Capítulo 2, quando os licenciandos analisaram um conjunto de textos impressos, dentre eles um livro didático, e tiveram dificuldades para perceber a relação temperatura-número, em T125: [Heitor: *Você associar um número a determinada temperatura.*], (p. 61).

Entendemos que as situações consideradas do cotidiano, como extrato bancário; medição de temperatura, de altitudes e profundidades, de pontos ganhos e perdidos em um jogo, de peso e outras, formam “uma família” de exemplos que podem ser relacionados a vários campos numéricos. Mas a “visão grega” (Lizcano, 1993, 2006), pode não ser estabelecida se não estiver “evidente”, no sentido de Olson (1997), para o leitor, qual é a relação que está sendo considerada para um determinado campo numérico.

Essa dificuldade dos licenciandos, em tratar a família de situações cotidianas como relacionadas ao conceito números inteiros, contradiz os documentos oficiais de orientações curriculares, Proposta Curricular (SÃO PAULO, 1988, p. 111) – “exemplos bastante corriqueiros do contato informal que a criança mantém com os números inteiros” e PCNs (BRASIL, 1998, p. 66) - “As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já

têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações”.

Embora os exemplos sejam “corriqueiros” e os licenciandos “vivenciem” cotidianamente as “situações de perdas e ganhos”, consideramos que esses elementos não trouxeram a “luz” para esses licenciandos, neste momento.

### **Considerações do Segundo Momento**

Questionamos-nos se o modo como o Grupo 6 analisou o trecho do livro didático poderia ter tido como critério a procura pelos mesmos elementos que lhes chamaram a atenção no projeto alternativo, como pensar e representar a idéia. Não encontrando esses elementos, manifestaram esta ausência como no diálogo de T49: [*Ele não propõe que o aluno pense*], não possibilitando a leitura crítica, no sentido de Olson (1997), que “consiste em reconhecer que um texto pode ser entendido de mais de uma forma”, o que os licenciandos não fizeram, nesse momento.

Observamos que, nas interpretações, os licenciandos se referem sempre a condução que o autor faz com a aprendizagem do aluno do ensino fundamental, em T08: [*Ele [o autor] não fala, não induz o aluno a pensar, ele fala, o aluno não responde*], à diferença da análise do projeto alternativo onde se referem com mais frequência a condução que o autor faz a aprendizagem deles próprios, como Heitor [*para depois a gente fazer coisas mais complexas*].

Entendemos que os licenciandos, na análise do livro didático não retomaram a parte inicial do texto selecionado, de modo cuidadoso, na qual o autor propõe discussões de situações consideradas do cotidiano, como: extrato bancário; medição de temperatura, de altitudes e profundidades, de pontos ganhos e perdidos em um jogo e de peso.

A linguagem utilizada pelo autor não foi objeto de manifestação dos licenciandos, supomos que não representou dificuldade para o entendimento do texto pelos licenciandos.

Consideramos que a análise orientada do livro didático, elaborada pelo Grupo 6, foi “ligeira”. Essa ligeireza “com que se pretende dar conta de suas fontes informais” (LIZCANO, 1993, p. 97) nos intriga pois os licenciandos poderiam ter relacionado as situações propostas pelo autor com as idéias de pensar e contar os contrários, por eles manifestados na análise do projeto alternativo. As situações do livro didático também estão presentes no projeto alternativo, quer como atividade/exercícios ou para ilustrar idéias propostas para discussões.

Outro elemento que nos atentou para essa brevidade é que o autor do livro didático não destaca as idéias que pretende desenvolver, não as nomeia nas situações propostas. Talvez por isso não tenham sido tomadas como evidência pelos licenciandos, neste momento. Embora o capítulo seja denominado *Números Negativos*, as situações propostas ou não recebem denominação ou a denominação atribuída pelo autor não a relaciona com as idéias em questão. Este pode ter sido um dos aspectos que, nesse momento contribuiu para a condução da análise orientada do livro didático pelos licenciandos.

### **3.3 Terceiro Momento: Análise comparativa dos dois textos de aprendizagem baseados nos textos oficiais e de apoio e aprofundamento de Ruiz (2005), Glaeser (1985), e da História da Matemática**

Após a elaboração das análises orientadas pelas Questões da Classe, Anexo I, p. 160, a Atividade 6 solicitou aos grupos que elaborassem uma análise comparativa dos dois textos de aprendizagem vivenciados, como também novos mapas para o conceito números inteiros.

A análise comparativa foi elaborada pelos grupos como atividade externa à sala de aula, deveria incluir as considerações dos textos oficiais, de apoio e aprofundamento discutidos na disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica, como Ruiz (2005), Glaeser (1985) e a pesquisa nos autores da História da Matemática<sup>56</sup>, norteada pelas Questões da Classe.

As apresentações orais das análises comparativas de todos os grupos da disciplina ocorreram durante uma aula, de 4 horas. Os grupos dispunham de um gravador para os registros em áudio.

Discutiremos a análise comparativa do Grupo 6 que nos atentou para novos elementos sobre os dois textos de aprendizagem, projeto alternativo e livro didático, sendo possível perceber que os licenciandos desse grupo os tomaram de forma crítica, no sentido de Olson (1997), mantendo alguns elementos das análises orientadas e modificando outros.

Enquanto nas análises orientadas os licenciandos manifestaram certa disposição para identificar-se com o projeto alternativo e certa distância para o livro didático, agora, na análise comparativa essas disposições se alternam. Restringiremos nossas observações aos momentos que significaram alterações em relação às disposições anteriores, durante a apresentação do Grupo 6 de sua análise comparativa para a classe.

O Grupo 6 estruturou sua apresentação em três etapas, dois licenciandos apresentaram a análise do projeto alternativo, outros dois, o do livro didático e o quinto licenciando comparou os dois textos. A seguir discutiremos suas manifestações durante a apresentação para a classe.

---

<sup>56</sup> O Grupo 6 pesquisou em Boyer (1974).

Para discutirmos as manifestações dos licenciandos durante a apresentação do grupo para a classe, selecionamos fragmentos das manifestações que entendemos como indícios significativos de alternâncias ou mudanças em relação às manifestações anteriores.

### **Episódio 1: Sobre as dificuldades com o texto do projeto alternativo**

A opinião manifestada por Heitor, embora não sendo unânime no Grupo 6, é formalizada durante a apresentação do Grupo 6 para a classe quando o licenciando em T03 “(...) *talvez eu não vou ser tão bonzinho com o Lima.*”, expressa sua disposição em apontar elementos de sua insatisfação com o texto do projeto alternativo. Esta é uma das mudanças em relação ao projeto alternativo.

*T03: Heitor: Bom, acho que agora eu fiz a minha parte, eu vou, talvez eu não vou ser tão bonzinho com o Lima. Bom, a 1ª coisa que a gente nota no livro, no texto, né, é que ele, todo conceito de número negativo e número positivo ele é construído a partir do momento em que eu consiga intuir no aluno esta questão de mão única e mão-dupla. Ela não é necessariamente já é conhecida do aluno, mas é uma coisa que o texto, ele cita e dá bastante ênfase. Ele busca com que o aluno crie e fique bastante familiarizado com esse conceito de mão única e de mão-dupla. Pensar, éh, em mão única, pensar em mão-dupla. Porque é a partir disso que o texto vai trabalhar os números positivos e negativos. Ele conduz o aluno a ter a necessidade. Ele, ele vai levando o aluno através do texto a tudo aquilo que ele acha importante saber, o aluno saber para que ele possa progredir, né?! Então, essa é uma parte legal: ele revela, os números negativos, como consequência, como uma consequência histórica natural. Ele vai mostrando através da História, né, como, é, foi necessário, necessária a existência, o surgimento, ao ser tratado dos números negativos. A necessidade de existir uma coisa negativa, a representação de valores negativos, a prática pelo comércio utilizada para (INAUDÍVEL) verificar números inteiros e sua rentabilidade. Essa, essa, acho que é o grande lance. Como vou falar? É uma parte muito boa deste texto. Interessante, né, é você notar, justamente o que foi falado, né, você ensinar através da História. Só que, só que de repente, não é tão fácil o aluno, você, você, tratar de comércio com ele. Mas os exemplos do livro facilita. Os exemplos e exercícios são desenvolvidos sem muitas dificuldades, (INAUDÍVEL).*

Consideramos que este licenciando distingue em sua análise dois aspectos: (a) os conhecimentos novos que o projeto alternativo possibilita, e (b) o modo como os autores estruturam o texto.

O licenciando inicia sua análise indicando o núcleo central do projeto alternativo [(...) *todo conceito de número negativo e número positivo ele é construído a partir do momento em que eu consiga intuir no aluno esta questão de mão única e mão-dupla.*] que considera não [(...) *necessariamente já é conhecida do aluno, (...)*]. De fato a mão única e mão dupla não são do conhecimento do aluno, foram os autores do texto impresso que isolaram essas características, no sentido de Bohm&Peat (1989, p. 29), de todas as outras, também presentes nessas situações. Mão única e mão dupla, os autores consideram como propriedades de “maior interesse” (idem) para o estudo do conceito números inteiros.

Heitor manifesta concordância com a relação entre a história e os números negativos, como proposto no texto: [*Então, essa é uma parte legal: ele revela, os números negativos, como consequência, como uma consequência histórica natural.*]. Bem como com o fato de “*existir uma coisa negativa*”, e ser possível sua “*representação*”, sua prática no comércio e “*verificar números inteiros e sua rentabilidade*”.

Supomos que para o licenciando o texto contém “*marcas explícitas*” (Olson, 1997) sobre o conhecimento dos números inteiros que o possibilitaram relacionar as idéias de mão única, mão dupla, história, números negativos, sua representação e prática no comércio. Entendemos que esses novos elementos manifestos por Heitor são as contribuições do texto de aprendizagem para o seu conhecimento desse conceito.



Heitor também manifesta elementos da estrutura do texto, como o que se refere à “construção” do conceito, [(...) *ele é construído a partir do momento em que eu consigo intuir no aluno esta questão de mão única e mão-dupla.*].

Reconhece momentos que favorecem essa “construção” nos quais o texto [*busca com que o aluno crie e fique bastante familiarizado com esse conceito de mão única e de mão-dupla*].

Aponta que a História contribui na compreensão da necessidade, da existência e do surgimento do número negativo [*Ele vai mostrando através da História, né, como, é, foi necessário, necessária a existência, o surgimento, ao ser tratado dos números negativos*], essa nos parece não ser uma informação isolada, mas um elemento que fortalece o texto, como expressa Heitor: [*Essa, essa, acho que é o grande lance.(...) você ensinar através da História*].

Embora considere o encaminhamento pela História como [*uma parte muito boa deste texto*], ao projetar no ensino da 6ª série, manifesta dúvidas se seria acessível ao aluno, [*Só que, só que de repente, não é tão fácil o aluno, você, você, tratar de comércio com ele.*]. Talvez Heitor possa estar se referindo aos aspectos não estritamente matemáticos, que os autores propõem para o contexto do comércio na Idade Média, como em T53: [*Hoje vendi muitos alimentos e comprei poucos. Não situa uma relação numérica clara*], do Episódio 4 (T37-56), p.1069. Talvez essas formas de negatividade não estritamente matemáticas, que consideramos anteceder o número inteiro, o licenciando não entende como participante desse conceito e por isso considera que possa ser uma dificuldade para seu desenvolvimento pelo aluno.

Observamos que para esse licenciando a estrutura do texto do projeto alternativo tem pontos que o deixam em dúvida se é melhor ou não serem discutidos com os alunos em sala de aula, talvez a discussão no “contexto mais vasto”, no sentido de Bohm&Peat (1989), que a abordagem do projeto alternativo possibilita, dificulta seu desenvolvimento em sala de aula frente

a outras abordagens, como a do livro didático que propõe a análise de situações muito próximas da definição formal, isto é, um contexto restrito ao *uso* do conceito números inteiros.

A posição do Heitor indica desconforto com a estrutura do texto, não havia sido indicado nas análises anteriores, essa é uma das alterações em relação à análise orientada.

## **Episódio 2: Sobre os exercícios e atividades do projeto alternativo**

Neste episódio Heitor manifesta sua opinião sobre os exercícios e atividades propostos no projeto alternativo, como “*sem muita dificuldade*”, “*não são tão óbvios*”, “*necessidade de uma notação específica*”, “*vai mostrando na história*”. Este episódio ocorreu na mesma aula que o anterior, episódio 1, T03, durante a apresentação do grupo para a classe.

T07: *Heitor: São desenvolvidos [os exercícios] sem muita dificuldade, né?! O que acontece é que os exercícios, eles não são, não são simples, né, não são tão óbvios. Isso acaba estimulando o aluno a pensar, a pensar sobre o assunto mas ... sempre, sempre necessitando dos conceitos que o livro texto, é, coloca pro aluno, né?! Ele leva o aluno a uma necessidade de uma notação específica para os números negativos, é como um novo modo de representá-los. Ele vai mostrando na história, vai contando historinha, historinha ..., (INAUDÍVEL) o aluno na História e em certo momento é pedido pro aluno, é, um jeito de resolver as situações, né. Como agora, que, eu posso representar um número que tá faltando? Como eu vou deixar claro esse número real que tá faltando e esse número real que tá sobrando, né?! Os outros referentes ao conceito estudado é o período histórico, né?! Eu vou ilustrar pra explicar (INAUDÍVEL): muito bom o número de exercícios mas o aluno poderá apresentar algumas dificuldades com problemas que não estão relacionados aos mínimos (INAUDÍVEL) conhecido. É aquilo que eu tava falando, né?! Pelo menos até o fim do texto. Se não for muito trabalhado pelo professor acho que, acho que ... o aluno pode não entender, (INAUDÍVEL), pode não se adaptar a resolver problemas que cuidam de assuntos contrários, de mão única, de mão-dupla. (INAUDÍVEL).*

Embora considere que os exercícios propostos no projeto alternativo possam ser resolvidos “(...) *sem muita dificuldade* (...)” afirma que “*não são simples*”, considera “*muito bom*

*o número de exercícios mas o aluno poderá apresentar algumas dificuldades com problemas que não estão relacionados aos mínimos (INAUDÍVEL) conhecido.”.*

O licenciando não esclarece o que seriam os “mínimos conhecidos”, mas supomos que poderia ser a metáfora da falta, indicada no Mapa 1, e talvez a relação temperatura – número, manifestada pelo licenciando em T125, [*Você associar um número a determinada temperatura*], que é supostamente do conhecimento do aluno, podendo ser um conhecimento prévio (Olson, 1997), uma vez que é tratado em várias mídias e os alunos o conhecesse anterior ao conceito números inteiros.

Talvez por isso, o licenciando atribua à abordagem do projeto alternativo tanto o estímulo como a dependência em relação ao texto, como expressa em [*Isso acaba estimulando o aluno a pensar, a pensar sobre o assunto mas ... sempre, sempre necessitando dos conceitos que o livro texto, é, coloca pro aluno, né*’]. Talvez Heitor entenda que como as idéias iniciais de mão única e mão dupla não são do conhecimento prévio do aluno, ou do senso comum, as demais relações também não o são, sendo assim, os exercícios propostos só serão resolvidos com a dependência ao texto.

Entendemos que para este licenciando o texto é desconfortável na medida em que discute idéias que para ele não são familiares, o que leva à dependência do texto para o seu desenvolvimento em sala de aula. E supomos que deduz que tal desconforto poderá ocorrer com o aluno da 6ª série e também com o professor [*Se não for muito trabalhado pelo professor acho que, acho que ... o aluno pode não entender, (INAUDÍVEL), pode não se adaptar a resolver problemas que cuidam de assuntos contrários, de mão única, de mão-dupla.*].

Supomos que seu estranhamento se dá com os elementos apresentados no projeto alternativo como mão única e mão dupla, que não é do seu conhecimento prévio, portanto este

não preenche “de forma automática, o tipo de relação que se pretende.” (OLSON, 1997, p. 268) é a estrutura do texto que realiza esse preenchimento, pois sugere “marcas”, como nomeia as idéias de mão única e mão dupla, que explicitam as relações entre as situações e exemplos com os números inteiros.

Mas o que ele entende como não sendo diretamente matemática e também não atribui a história como o pensamento de mão única e mão dupla ele considera como ponto negativo do texto.

### **Episódio 3: Alterações sobre as idéias iniciais do livro didático**

Neste episódio percebemos que o Grupo 6 reviu sua análise orientada sobre o mesmo livro didático que analisaram em grupo e modificaram alguns aspectos, manifestando “*A gente viu que*”, “*hoje, a gente acha que*”. Este episódio ocorreu na mesma aula dos episódios 1 (T03) e 2 (T07), transcritos da gravação em áudio, durante a apresentação para a classe.

T12: *Paula: Bom, aí, sobre o núcleo central formador dos números inteiros, que a gente pesquisou no começo do curso, né?! A gente viu que o Livro didático fez tá certo, que a gente tinha analisado nos seminários anteriores, falava sobre contagem, números naturais, objetos concretos, História dos números antigos, sobre o sinal negativo, comércio, e mais um monte de coisa que (INAUDÍVEL), hoje, a gente acha que o Livro didático respeitava as idéias. Porém, acho que foi de uma forma, assim, que foi mecânica, assim. O aluno não foi induzido a pensar a respeito, ele só foi passando, sabe? Daí a gente acha que ... , daí a gente achou que não convinha, assim. Tinha, podia falar de outra forma, assim, né?!*

T13: .....

T14: *Paula: Ele não induziu o aluno a pensar sobre os números inteiros, só foi jogando a matéria.*

Diferente da análise anterior, que indicava que este livro didático não explicitava o núcleo central, essa opinião é, agora, revista por Paula, em T12: [*A gente viu que o Livro didático fez tá certo*]. Paula reconhece no livro didático elementos do núcleo central ou idéias iniciais do

conceito números inteiros provenientes da [*contagem, números naturais, objetos concretos, História dos números antigos, sobre o sinal negativo, comércio, e mais um monte de coisa que (INAUDÍVEL), hoje, a gente acha que o Livro didático respeitava as idéias.*], que também são tratadas nos diferentes materiais de apoio que estudaram.

A retomada deste texto possibilitou que evidenciassem esses elementos. Entendemos que agora estão realizando uma leitura crítica, no sentido de Olson (1997) revendo suas conjunturas anteriores com base na evidência (p. 297).

Manifestam a “ligeireza”, indicada por Lizcano (1993, p. 97), quando o texto procura relacionar as situações cotidianas aos sinais (+) e (-), em T12: [*Porém, acho que foi de uma forma, assim, que foi mecânica, assim.*] e em T14: [*Ele não induziu o aluno a pensar sobre os números inteiros, só foi jogando a matéria.*].

Parece que a forma mecânica de apresentar o conceito, de não induzir o aluno a pensar, que manifestam em T12 e T14, consiste, na proposição de Olson (1997, p. 268), em supor que para esses licenciandos, essa proposição não é preenchida de forma automática, pelo tipo de relação que se pretende. (idem).

Como já observaram, anteriormente na análise orientada, os licenciandos supõem que o autor começa pela operacionalidade do conceito número inteiro e não desenvolve as idéias que o constituem, o que para essas licenciandas, neste momento, podia ser de outra forma, como em T14: [*Ele não induziu o aluno a pensar sobre os números Inteiros*]. Parece-nos que não identificam nesta leitura a presença de “marcas”, (Olson, 1997, p. 268), das relações pretendidas pelo autor, por estarem implícitas no texto.

#### **Episódio 4: Análise comparativa dos dois textos de aprendizagem baseada nos elementos dos textos oficiais e de apoio e aprofundamento**

As manifestações orais em T26-40 da análise comparativa dos dois textos de aprendizagem elaborada pelo Grupo 6, ficaram sob responsabilidade de uma licencianda, Tânia, inicialmente, essa opção do grupo se manteve, mas a partir de T32 observamos a participação dos outros elementos do Grupo 6. Este episódio ocorreu na mesma aula dos episódios 1 (T03), 2 (T07) e 3 (T12-14), transcritos da gravação em áudio, durante a apresentação para a classe.

Analisaremos as manifestações de Tânia em T26-30, indicando elementos de Ruiz (2005), Glaeser (1985), dos documentos oficiais de orientações curriculares e das Questões da Classe, Anexo I, p. 160. Essas manifestações estão indicadas parcialmente no Quadro B, a manifestação completa está transcrita no Anexo IV, p. 167.

**Quadro B**

Referência textual	Projeto Alternativo	Livro Didático
Ruiz (2005) – Sobre a “execução de tarefas mecanicamente”	T26: <i>“mostra-se completamente oposto dessa idéia”</i>	T26: <i>“parece que foi feito a exemplo do que foi feito nesse texto”</i>
Glaeser (1985)– Sobre a reta numérica	T28: <i>“não insere a reta numérica, mas que trata do assunto de forma muito mais ampla e muito mais bem colocada”</i> .	T28: <i>“introduz a reta numérica, de maneira errônea, mas utiliza.”</i>
Documentos oficiais de orientações curriculares  Sobre os exemplos ou situações do cotidiano.	T28: <i>“é usado com evidência”</i>	T28: <i>“é usado com evidência”, “é uma coisa muito mais dispersa, mais mecânica. Ele fala muito das coisas mecanicamente, eh, sem criar um vínculo, assim, real com o cotidiano do aluno. Ele fala muito sobre jogos e tudo mais. Mas é bem aproveitada a idéia.”</i>
Sobre os exemplos e exercícios	T28: <i>“é ótima. Ele estimula o aluno a criar o modo de representar os números,</i>	T28: <i>“é aquela coisa mecânica, né?! Tem exemplo faça igual.”</i>

	<i>tanto nos exemplos, quanto nos exercícios.”</i>	<i>“Não atribui muitos exercícios... mas faz boas relações com figuras”</i>
História da Matemática	T30: <i>“tem excelentes referências”</i>	T30: <i>“para não dizer nenhuma, é ínfima, né?!”</i>
Papel do professor	T30: <i>“dá um leque enorme, assim, de possibilidades para o professor, é, ..., trabalhar com a relação de ensino-aprendizagem. Quando a relação de ensino-aprendizagem é boa, a relação com os alunos tende a ser também.”</i>	T30: <i>“imagino o professor dando aula com o Livro didático: você pega faz isso aqui, entendeu? Sem o menor estímulo e, ..., completamente vazio.”</i>
“Busca” do conhecimento em outras áreas	T30: <i>“se o aluno não gostar da matemática, ele vai aprender a gostar de história, de arte e de física. porque tem muita coisa a respeito do assunto. É, então quanto a busca do conhecimento fica bem claro, que o Moisés se preocupa muito com isso”</i>	T30: <i>“não se preocupa, ele se preocupa em realizar o conteúdo programático”.</i>
Núcleo Central	T30: <i>“trata o texto de uma forma que tem uma excelente formação do núcleo central formador.”.</i>	T30: <i>“deixa a desejar em todos os aspectos. E a gente, assim, acha que ele não tem o núcleo central formador”.</i>

Os elementos indicados em T26, 28 e 30 pela Tânia, são os mesmos destacados na análise orientada do livro didático, nos episódios do 3.2 Segundo Momento: Análise Orientada de um Livro Didático, p. 120-124. A licencianda não considerou que o grupo havia revisto sua opinião sobre a presença do núcleo central no livro didático, no episódio 3 (T12-14) deste Terceiro Momento, p. 130. Entendemos que esse é um indício da disposição da distância deste grupo em relação ao livro didático. Embora manifestada pela opinião da maioria do Grupo 6, não é unânime.

Consideramos que o conjunto de textos, propostos na disciplina, contribuiu para que a análise desta licencianda fosse elaborada a partir dos argumentos de Ruiz (2005), sobre o aspecto mecânico da matemática escolar; de Glaeser (1985), sobre os obstáculos à compreensão dos números inteiros; dos documentos oficiais, sobre o “ponto de partida” nas situações do cotidiano e das referências a História da Matemática; e também a partir dos aspectos das Questões da Classe, Anexo I, p. 160, como o papel do professor, a relação do conhecimento matemático com outras áreas do conhecimento e o núcleo central formador do conceito.

Os argumentos utilizados pelos licenciandos entendemos que são os elementos teóricos e didático-metodológicos que definiram como referenciais para a sua avaliação dos textos de aprendizagem.

A Atividade (6), Anexo I, p. 160, orientava sobre a necessidade de ter como base os textos estudados na disciplina, mas não determinava como deveria ser constituída essa base. Foram os licenciandos que determinaram os argumentos que utilizariam de cada texto.

### **Episódio 5: As alterações em relação aos dois textos de aprendizagem quando projetam o seu uso na sala de aula.**

Este episódio aconteceu na mesma aula dos episódios 1-4, quando ao final da análise comparativa os participantes do Grupo 6 manifestam sua opinião sobre os dois textos de aprendizagem. Foi transcrito das gravações em áudio, durante a apresentação para a classe.

*T41 Paula: É assim, eu acho que ele [livro didático] até fala, até cita o núcleo formador. O problema é que ele [livro didático] não faz com que o aluno consiga absorver isso...*

*T42 Tânia: É, ele constrói muito, mas de forma, assim, deficiente. O aluno nunca pode (INAUDÍVEL). Igual o Moisés, né, por que o Livro didático ... Nunca vi livros tão bem fundamentados. Embora completamente diferentes.*



T43 *Paula: ... Moisés, então, embora ele faz um trabalho bacana. Ele trabalha bastante sobre o núcleo formador, e também a gente viu muita coisa. Então é um pouco cansativo, pro aluno e pro professor, acho. Mas de resto, o conteúdo do Moisés é bem superior ao Livro didático.*

T44 .....

T45 *Tânia: (INAUDÍVEL) o aluno poderá apresentar alguma dificuldade que ....*

T46 *Heitor: O que eu queria falar prá vocês, é no sentido que, ..., que talvez o aluno, ... ele [o professor] não vai ter, ..., tanta habilidade de tratar com o assunto que não foi construído com o aluno no texto [projeto alternativo]. Por que, por que, a necessidade de apenas ter o texto, fazer com isso uma coisa que o aluno (INAUDÍVEL) Por que o texto, ele, é meio auto-explicativo, ele trata as coisas dele por ele mesmo. Ele começa a construir sobre um conceito nele, e os exercícios basicamente são, ..., são baseados no aprendizado que você teve no texto. Então se você quiser fazer uma coisa muito fora daquilo que está pedindo talvez ele [professor] não tenha tanta habilidade.*

T47 *Tânia: Na verdade seria estimular, né?! O próprio estímulo da criatividade e do, o que ela falou,*

T48 *Eloísa: Eu acho assim, Moisés e Livro didático, né. Olhando os dois, É que a gente está muito acostumado, assim, (INAUDÍVEL) a ter uns textos maçantes, sempre são muitos parecidos. E o Moisés ele traz uma coisa muito diferente. O nosso grupo ficou muito deslumbrado com o texto. Por que o texto é muito diferente do que a gente já tinha visto antes. E por isso a gente conseguiu também apontar também tantos aspectos positivos nele.*

T49 .....

T50 *Heitor: Agora com relação à falta de, que acontece com o Livro didático, é que vai depender muito do professor, expandir conceitos. É a mesma coisa que o livro trás, né?! Ele se propõe a dar uma base, uma coisa mais básica, se o professor quiser, ele vai ter por ele mesmo baseado no livro, tomando por base o que o livro oferece, eh, propor atividades novas, diferentes. Enquanto que no Moisés já se dispôs a fazer toda uma base e envolver o aluno na história. Eu acredito que essa é escolha mais pessoal, que por minoria, não foi colocada no texto final. Mas eu acredito que o texto do Livro didático por causa disso, ele é mais acessível. Você pode tornar sua aula mais dinâmica com o livro do Livro didático, por que com o livro do Moisés você tem que tratar exatamente do que ele está falando. Com o livro do Moisés você pode, se você se interessar por isso, desenvolver a necessidade do aluno, da classe, dessa classe.*

Nas manifestações T41-50, entendemos que a posição do Grupo 6 fica equilibrada entre os dois textos. Anteriormente, apenas um dos componentes do grupo manifestou que o projeto alternativo possa trazer dificuldades para o desenvolvimento em sala de aula e sua preferência pelo livro didático o que observamos em T[03 e 07], do Terceiro momento, e que esta opinião por não expressar a da maioria do Grupo 6, [*que por minoria [no Grupo 6], não foi colocada no texto final*], em T50.

Os demais participantes tinham críticas positivas ao projeto alternativo e negativas ao livro didático. Os argumentos que expressam dificuldades no desenvolvimento do projeto alternativo em sala de aula são retomados em T[41-50], pela maioria dos licenciandos.

Consideram, em T48, o conteúdo do projeto alternativo superior ao do livro didático e *[o texto é muito diferente do que a gente já tinha visto antes. E por isso a gente conseguiu também apontar também tantos aspectos positivos nele.]*, mantendo a identificação com o projeto alternativo, mas também manifestam alterações com essa identificação ao indicarem que o projeto alternativo

- *“... é cansativo para o aluno e professor...”*, em T43.

- *“...o aluno poderá apresentar alguma dificuldade...”*, em T45.

- *“...ele [o professor] não vai ter, ..., tanta habilidade de tratar com o assunto que não foi construído com o aluno no texto.”*, em T46.

E quanto ao livro didático, em T50, Heitor mantém seus argumentos anteriores, expressos em T03 e T07

- *“...vai depender muito do professor, expandir conceitos”*, em T50.

- *“[o livro didático] se propõe a dar uma base, uma coisa mais básica, se o professor quiser, ele vai ter por ele mesmo baseado no livro, (...) propor atividades novas, diferentes.”*, em T50.

- *“é escolha mais pessoal, que por minoria [no Grupo 6], não foi colocada no texto final.”*, em T50.

- *“... [o livro didático] é mais acessível. Você pode tornar sua aula mais dinâmica com o livro do Livro didático, por que com o livro do Moisés você tem que tratar exatamente do que ele está falando.”*, em T50.

Ou seja, manifestam que a discussão das idéias iniciais no projeto alternativo é feita pelos autores durante o texto todo, portanto o professor fica preso a elas. Enquanto no livro didático a discussão é ligeira (Lizcano, 1993), ficando a critério de o professor expandir ou não a discussão.

O que corrobora a indicação de Lemos (2003, p. 50) sobre as indicações dos professores com os livros didáticos que apresentam questões em aberto “não é o preferido dos professores,

pois dá margem à discussão e reflexão.”. Embora os licenciandos ainda estejam no processo de formação também se aproximam da opção dos professores, analisados por Lemos (2003).

Os licenciandos interpretaram os “textos de várias formas” (OLSON, 1997, p. 297) e os julgaram “à luz da evidência existente” (idem) que consideramos serem duas. A primeira foi que tomaram o projeto alternativo para sua aprendizagem. E a segunda evidência, ao apresentarem sua análise comparativa para a classe tomaram o livro didático como um texto para ensinar em sala de aula.

Na primeira posição a interatividade dos licenciandos com os textos se manifesta quando eles supõem que os autores solicitam a eles, leitores, aprender e na segunda posição a interatividade com os textos é sobre o que o aluno irá aprender a partir dos textos estudados. O que corrobora a consideração de Olson (1997), “As interpretações de um texto estão sujeitas à mesma gama de atitudes, que vai da conjectura à crença, e podem ser revistas com base na evidência.” (p. 297). Ao reverem as evidências disponíveis nos textos as confrontaram e, neste momento, acreditamos que foi possível aos licenciandos compararem os dois textos de aprendizagem de mais de uma forma, considerando as suas características explícitas e implícitas para a sua aprendizagem e para sua futura prática docente.

Supomos que os licenciandos evidenciam que os aspectos de sua aprendizagem estão mais presentes no projeto alternativo e os aspectos do como ensinar são os apontados no livro didático.

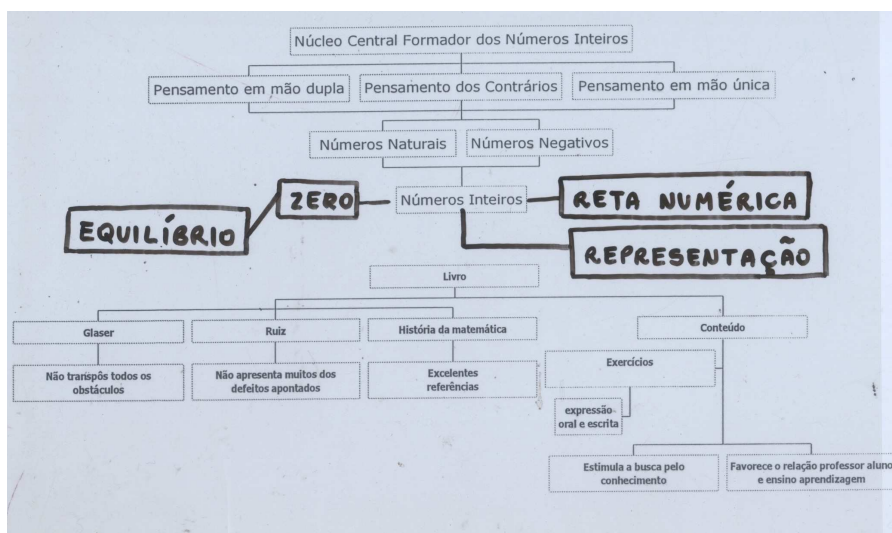
**Considerações sobre o Terceiro Momento e os mapas do projeto alternativo e do livro didático sobre o conceito números inteiros**

A Atividade 6, Anexo I, p. 160, também solicitou aos licenciandos a elaboração de um novo Mapa do conceito números inteiros, após o estudo do conjunto de textos impressos propostos pela disciplina.

Os licenciandos do Grupo 6 optaram por elaborar dois mapas do conceito números inteiros, um para cada texto de aprendizagem analisado, reproduzidos a seguir que denominaremos por Mapa do Projeto Alternativo e Mapa do Livro Didático.

Em cada mapa supomos que os licenciandos registraram as “marcas” que entenderam como evidentes nos textos de aprendizagem.

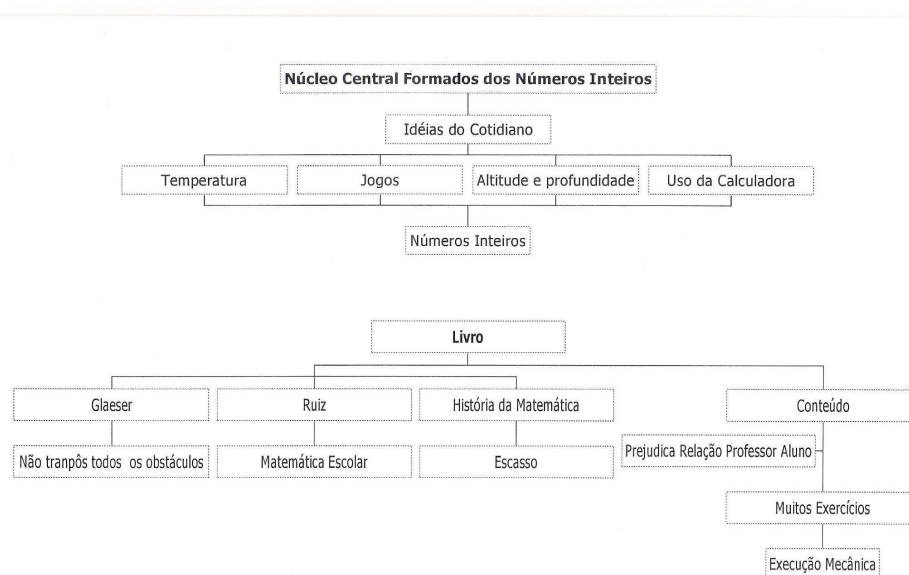
No Mapa do projeto alternativo, indicado a seguir, indicaram o núcleo central formador do conceito números inteiros constituído pelos diferentes modos de pensar, a relação dos modos de pensar com os campos numéricos dos naturais e dos números negativos e esses com o campo numérico dos números inteiros.



E aos números inteiros acrescentam o zero, agora significando “equilíbrio” e não como “ausência” como indicado no Mapa 1, Anexo II, p. 164, a reta numérica e a representação, que

supomos referirem-se as várias representações sugeridas pelos autores que antecedem a representação formal pelos sinais (+) e (-).

No Mapa do Livro Didático, a seguir, as indicações para o núcleo central formador do conceito números inteiros indicam este constituído pelas “idéias do cotidiano” constituídas pelas situações da temperatura, jogos, altitude e profundidade e o uso da calculadora.



Pelos novos mapas do conceito números inteiros observamos que os licenciandos entendem que as idéias iniciais ou núcleo central formador são diferentes nos dois textos de aprendizagem. Enquanto para o projeto alternativo discutem o “pensamento” de mão dupla – dos contrários – mão única, no livro didático discute as “idéias do cotidiano”. E diferentes também do Mapa 1, elaborado a partir de suas crenças e experiências anteriores a esse estudo.

Os elementos indicados nos dois últimos mapas do conceito números inteiros estão presentes no mundo do papel da matemática escolar, mas não constituíam a infra-estrutura tácita do conhecimento desses licenciandos em matemática. Acreditamos que é um acréscimo ao imaginário inicial dos licenciandos que os textos impressos possibilitaram. Nos dois novos

mapas, os licenciandos também indicam como a referência textual e os argumentos que utilizaram para a elaboração dos mapas coincidem com as indicações do Quadro B, p. 140.

Consideramos que os textos das três características trouxeram contribuições para a formação inicial desses licenciandos como a prática de determinar a força e a estrutura dos textos de aprendizagem, elaborando critérios teóricos e didático-metodológicos que entenderam como necessários para essa análise.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O percurso que fizemos nesta pesquisa foi incentivado pelas inquietações que viemos acumulando de nossa prática docente de matemática, sobretudo após a conclusão do mestrado. Em nossa prática usamos diferentes textos impressos para o ensino de matemática. As reflexões que fazíamos sobre a repercussão desses no trabalho de sala de aula foram contribuindo para que intuitivamente fizéssemos adaptações a fim de conseguirmos melhores resultados em nosso trabalho docente. Não deixa de ser este um caminho árduo e de alguns insucessos.

Duas preocupações acompanhavam este processo, uma a de aprofundar teoricamente o papel dos textos impressos no ensino de matemática e a outra a de como problematizar esta questão para licenciandos, futuros professores de matemática, para que fossem instigados, já na formação inicial, a uma análise criteriosa do material disponível e que possivelmente usarão em suas práticas futuras. Portanto, nosso propósito foi entender quais as contribuições do texto impresso na formação inicial dos licenciandos de matemática.

Propusemos aos licenciandos a pesquisa de um conjunto de textos impressos de três características, de apoio e aprofundamento, de orientações curriculares oficiais e de

aprendizagem, ao tentarmos “perceber ‘aquilo que *eles* experimentam, o modo como *eles* interpretam as suas experiências”<sup>57</sup> e como essa sua experiência com os textos impressos contribuiu para a formação desses licenciandos, pudemos considerar que as experiências desse grupo de licenciandos, com os textos impressos da matemática escolar, possibilitaram refletir a sua formação geral e específica do conceito números inteiros e também sobre como aprender a ensinar esse conceito.

Mais que exercitar a leitura e análise de textos impressos esses licenciandos manifestaram que basearam seus argumentos nas suas emoções e lembranças provenientes de experiências anteriores. Experiências que registraram no Mapa 1. A este Mapa, posteriormente, acrescentaram elementos que tiveram origem nas reflexões com os textos impressos propostos pela disciplina, como expresso nos Mapas do Projeto Alternativo e do Livro Didático.

Ao propormos atividades de leitura e análise de textos de aprendizagem consideramos três formas de leitura. A primeira forma consistiu que vivenciassem os textos de aprendizagem, na perspectiva de alunos da 6ª série da educação básica. A segunda, na perspectiva de futuros professores ao realizarem a análise orientada desses textos, na perspectiva de futuros professores. E a terceira forma de leitura deveria consistir em base para a elaboração e apresentação da análise comparativa.

Constatamos que nesta última análise os licenciandos alteraram algumas de suas manifestações das análises anteriores e mantiveram outras, sendo possível aos licenciandos interpretar os “textos de várias formas”<sup>58</sup> e os julgarem “à luz da evidência existente”<sup>59</sup> que consideramos serem duas. A primeira foi que tomaram o projeto alternativo para sua

---

<sup>57</sup> Bogdan&Biklen (1994).

<sup>58</sup> Olson (1997, p. 297).

<sup>59</sup> Idem.

aprendizagem. E a segunda evidência, ao apresentarem sua análise comparativa para a classe, tomaram o livro didático analisado como um texto apropriado para ensinar em sala de aula, apresentando, porém, segundo eles, algumas limitações.

Na trajetória desta pesquisa, pudemos acompanhar como as reflexões dos licenciandos como leitores e intérpretes da abordagem dos números inteiros nos diferentes textos impressos foram se aguçando e se preenchendo de argumentos, de novas idéias e de uma capacidade de análise que consideramos como uma contribuição singular em sua formação inicial.

Nas primeiras manifestações constatamos que *os licenciandos entendem as idéias iniciais do conceito números inteiros*, partindo dos objetos concretos, da inclusão dos números naturais nos números inteiros, da idéia da falta, do zero como ausência e da não-discussão da positividade. Em nossa análise esses conhecimentos estão circunscritos aos seus imaginários iniciais sobre o conceito números inteiros que têm como modo básico de pensamento os “objetos concretos – números naturais” e a “metáfora da falta – números inteiros”.

Esta infra-estrutura tácita do conhecimento<sup>60</sup> dos licenciandos, constituída pelos objetos concretos e pela metáfora da falta, manifestadas no Mapa 1, não é equivocada, pois faz parte da nossa estrutura de pensamento, do conhecimento tácito<sup>61</sup>, circunscrito ao imaginário escolar ocidental que não analisa as formas de negatividade<sup>62</sup> como antecedentes históricos do número negativo<sup>63</sup>. Isto é possível afirmar desde que outros imaginários, como o oriental, pensam a realidade como forma combinada de opostos que se destroem mutuamente.

---

<sup>60</sup> Bohm&Peat (1989).

<sup>61</sup> Bohm (2005, 103).

<sup>62</sup> Lizcano (1993, p. 193)

<sup>63</sup> Idem.



Na seqüência da pesquisa, a esse imaginário inicial, ilustrado no Mapa 1, foram sendo acrescentadas outras idéias ao pesquisarem *um conjunto de textos que constituem o mundo do papel da matemática escolar*. O Mapa é refeito com o acréscimo das abordagens de situações do cotidiano, como na associação de um número à determinada temperatura. Observamos que essa relação “número-temperatura” não foi “preenchida” automaticamente<sup>64</sup> pelos licenciandos, o que não confirmou as indicações de naturalidade para essa relação, pretendida pelos documentos oficiais de orientações curriculares de 1988 e 1998 para o desenvolvimento do conceito números inteiros.

As orientações curriculares propõem como modo básico de pensamento a relação entre situações do cotidiano e o número, o que nos parece ser acatada pelos textos de aprendizagem, na forma de livro didático. Observamos que este modo básico de pensamento presente nos dois livros didáticos disponibilizados pelos licenciandos para a pesquisa, de certa forma estabelece um imaginário escolar para o conceito números inteiros. E entendemos que projeta uma sombra<sup>65</sup> que obscurece outros modos de pensamento, como pensar os contrários das situações cotidianas, que auxiliariam a compreensão da relação “número-situação do cotidiano”.

Consideramos que os licenciandos *ao estudarem dois textos impressos de matemática, para a 6ª série* manifestaram terem vivenciado momentos para sua aprendizagem no projeto alternativo e para o ensino no livro didático. Nossa intenção não foi encaminhar a opção por esse ou aquele texto de aprendizagem, mas que percebessem como cada texto propõe a discussão inicial do mesmo conceito matemático, para seu desenvolvimento em sala de aula.

---

<sup>64</sup> Olson (1997, p. 268).

<sup>65</sup> Lizcano (1993).

Observamos que os licenciandos entendem ser de seu interesse, no texto do projeto alternativo, os diferentes modos de pensar e contar, em mão-única e em mão dupla. Expressam características que entendem que colaboram para a compreensão desses modos de pensar e contar. Como pensar em mão única e a história das civilizações antigas para os números naturais. E pensar a harmonia de contrários, a mão dupla e a história das civilizações gregas e da Europa Medieval e do Renascimento para os números inteiros. Consideram também etapas para as contagens, como, contar em mão única e contar em mão dupla e diferentes modos de representação, criando uma linguagem numérica para os números inteiros. Atribuem à contagem em mão dupla a possibilidade de “ver a idéia” dos números inteiros.

Consideramos que ao interpretarem a estrutura textual dos autores do projeto alternativo, indicam que se apropriaram das idéias iniciais do conceito números inteiros introduzidas por esses autores, como a harmonia dos contrários, o pensamento e a contagem em mão-única e em mão-dupla. Esses novos elementos ampliaram o conteúdo do imaginário do conceito números inteiros desses licenciandos, ou seja, como eles mesmos observam, contribuindo para uma “*elaboração mais complexa*” e relacionada aos aspectos “*além da matemática*”. Neste sentido traz novos elementos à sua formação inicial.

As referências às idéias de pensar e contar em mão dupla no comércio foram entendidas como do cotidiano dos licenciandos durante o contato com o projeto alternativo, anterior a ele as situações de economia-orçamento-perda e ganho, lhes causaram estranheza. Atribuímos essa familiaridade à situação do comércio do projeto alternativo, a estrutura textual do mesmo, a explicitação das idéias de contrários, da necessidade de sua contagem e representação escrita. E a ausência desses elementos no livro didático.

Pensar os contrários nas situações do cotidiano é também pensar nas formas de negatividade que antecedem os números inteiros. Como no caso da temperatura, pensar o quente e o frio, para posteriormente, contar cada um desses contrários, não exclui pensar sob a metáfora da falta ou subtração do imaginário grego como não exclui pensar a oposição, ou opostos que se destroem mutuamente, dos chineses. Esses aspectos do projeto alternativo que incluem elementos da história do pensamento números inteiros foram relevantes para os licenciandos, pois estes manifestaram que oportunizam ao aluno da educação básica pensar sobre o conceito e sobre o desenvolvimento de idéias mais gerais do conceito, como o, “clima na China”, “antes da matemática”, “além da matemática” mais do que apenas usar e exercitar o conceito na abordagem mecânica do livro didático.

Consideramos que a interpretação dos licenciandos sobre o livro didático quanto à estrutura textual, indicou que o autor apresenta elementos sugeridos nos documentos oficiais de orientações curriculares, como o uso da calculadora e as situações do cotidiano. Mas a ausência da explicitação, no texto, das relações que o autor pretende que seu leitor faça e a ausência de elementos da história e de formação mais geral como encontraram no projeto alternativo não os fizeram se sentir aprendendo com o texto, mas destacá-lo como um texto mais simples para ensinar a seus futuros alunos.

Consideramos que quando as relações pretendidas não estão explícitas no texto e é necessário o leitor inferir aquilo que o autor quis dizer, projeta uma sombra<sup>66</sup> nessas relações. Essa sombra não está presente quando o autor explicita o que pretende, com o desenvolvimento das idéias como, pensar e contar em mão única e mão dupla. Ou, como as propostas no projeto

---

<sup>66</sup> Lizcano (1993).

Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), os “avanços e recuos” e os pontos “ganhos e perdidos” em um jogo.

Da análise comparativa do Grupo 6, foi possível observar a ocorrência de novos elementos para *suas futuras práticas de sala de aula, a partir do estudo realizado na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica*. Percebemos que tomaram o conjunto de textos de forma crítica<sup>67</sup>, basearam seus argumentos teóricos didático-metodológicos nos autores propostos pela disciplina, e definiram os aspectos que julgaram ser relevantes para sua análise comparativa do livro didático e projeto alternativo, como a “execução de tarefas, mecanicamente” em Ruiz (2005); os obstáculos epistemológicos em Glaeser (1985); os exemplos ou situações do cotidiano, nos documentos oficiais de orientações curriculares; os aspectos da História da Matemática; o papel do professor, a “Busca” do conhecimento em outras áreas e o núcleo central solicitado pelas Questões elaboradas pela classe. Supomos serem esses, elementos que permaneçam como referência para suas análises dos textos impressos que usarão em suas futuras práticas docentes.

O contexto cultural proposto pelo projeto alternativo possibilitou aos licenciandos depreender um modo de aprender o conceito números inteiros bem como perceber as limitações que o texto, segundo eles, pode apresentar para o desenvolvimento em sala de aula, na educação básica. Entendemos que esses licenciandos ampliaram o seu “campo conceitual”, incluindo nesse campo o pensamento dos contrários associáveis aos números inteiros.

Um elemento novo aparece na comparação entre o projeto alternativo e o livro didático, na análise dos licenciandos, este último tem como prioridade desenvolver o conteúdo programático o que dizem não encontrar no projeto alternativo. Enquanto o projeto alternativo

---

<sup>67</sup> Olson (1997, 297).

tem preocupação com as relações com outras áreas do conhecimento, o livro didático tem a preocupação com “o mais básico” ficando a critério do professor ampliar ou não para outros conhecimentos.

Os estudos desta pesquisa nos evidenciaram *que a literatura* presente no mundo do papel da matemática escolar, restringe o contexto cultural dos textos impressos ao conceito científico, não possibilitando ao modo de aprender esse conceito a presença de aspectos das diferentes culturas numéricas, da história das civilizações e se possibilitam alguma relação não estritamente matemática do conceito, reduzem-na aos aspectos do suposto conhecimento do cotidiano do aluno ou do senso comum que circunscrevem o conceito formal. A análise da Proposta Curricular (São Paulo, 1988) confirma esta evidência com a indicação dos modelos concretos ou situações do cotidiano que são reafirmados nos PCNs (Brasil, 1998), e por sua vez, predominam nos projetos de formação de professores da rede pública paulista.

Percebemos, também, que nos projetos de formação de professores de São Paulo, de 1998 a 2001, houve uma supressão na proposta de desenvolvimento das idéias iniciais do conceito números inteiros, que se mantém, também, no livro didático analisado pelos licenciandos. Preocupações com a discussão e compreensão de pensamentos simultâneos de contrários, acontecendo em uma situação cotidiana, como os “avanços ou recuos”, os pontos “ganhos ou perdidos” em um jogo, sua contagem e representação, foram sendo sucessivamente desconsideradas como um campo de significações que antecede a formalização do conceito números inteiros e sendo substituídas por exercícios que enfocam a operacionalidade desse conceito.

Estarmos imersos no mundo no qual essas situações nos são familiares não significa sabermos estabelecer a relação entre os números inteiros e a representação dessas situações pelos

sinais (+) e (-), como manifestado pelos licenciandos.

Ao dar evidência ao processo de análise dos licenciandos, envolvidos nesta pesquisa, e às contribuições deste para sua formação inicial, este estudo pretendeu, também, contribuir com referências teóricas para a compreensão do papel e da importância do texto impresso na matemática escolar e de suas qualidades para viabilizar uma mediação entre ensino e aprendizagem que favoreça um espaço de significações entre elaborações subjetivas e a elaboração formal do conceito.

Ressalta-se entre as qualidades do texto a abordagem de contextos relacionados a outras áreas de conhecimento e à História como elementos formadores de uma cultura mais geral do aluno e não desvinculada da formação do conceito.

O trabalho desenvolvido na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica que deu suporte a este estudo, dado seus resultados para a formação do licenciando em matemática, reforça a necessidade de se incluir nas disciplinas de formação, como metodologia, didática e prática de ensino, a leitura de diversos textos, inclusive de textos de aprendizagem, como livros didáticos e projetos alternativos, de modo a complementar e ampliar a visão dos licenciandos sobre a matemática escolar.

## Referências bibliográficas

ALONSO, Apolo Castañeda (2004) Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión. Tesis que para obtener el grado de Doctor en Matemática Educativa. Director de la tesis: Dr. Ricardo Cantoral Uriza. Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México, D.F., marzo de 2004.

ALZATE P., M. V. (2000) El texto escolar como instrumento pedagógico Partidarios y detractores. Revista Nº. 21. Ciências Humanas. Página 1 de 10.  
<http://utp.edu.co/%7Echumanas/revistas/revistas/rev21/alzate.htm>. Acessado em 27/06/05.

BITTENCOURT, Circe M. F. (2004) Apresentação. Educ. Pesquisa., Set/Dec. vol.30, no.3, p.471-473. ISSN 1517-9702. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a07v30n3.pdf>. Acessado em 15 de julho de 2006.

BOGDAN, Roberto C., BIKLEEN, Sari Knopp (1994) Investigação qualitativa em educação, trad. Maria J. Alvarez, Sara B. dos Santos e Teomo M. Baptista, Porto, Porto Editora.

BOHM, David (2005) Diálogos: comunicação e rede de convivência/ (editado por Lee Nichol); tradução Humberto Mariotti. São Paulo: Palas Athena.

BOHM, David e PEAT, F. David (1989). Ciência, ordem e criatividade. Ciência Aberta. Trad. Jorge da Silva Branco. ,Lisboa. Gradiva – Publicações, L.<sup>da</sup>.

BOYER, Carl (1974) História da Matemática, trad. Elza S. Gomide. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda.

BRASIL (1998) Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF/FNDE/CENPEC, Brasília, 1998.

BRASIL. FNDE (2006) Biblioteca da Escola. MEC/SEF/FNDE, Brasília, disponível em [http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=biblioteca\\_escola/biblioteca.html](http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=biblioteca_escola/biblioteca.html). Acesso em 10 de fevereiro de 2007.

CASSIANO, Célia C F(2005) Reconfiguração do mercado editorial brasileiro de livros didáticos no início do século XXI: histórias das principais editoras e suas práticas comerciais. I Em Questão, Porto Alegre, v11, n. 2, p. 281-312, jul./dez. 2005. Disponível em <http://www.seer.ufrgs.br/index.php/EmQuestao/issue/view/6> , acessado em 31/07/2006.

CATALANI, Érica Maria Toledo (2002) A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Dissertação de Mestrado.

CID, E. (2000) Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos, Actas de las XV Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Boletín del SI-IDM, 10. Disponível em

<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/boletin10.htm>. Acessado em 03 outubro 2005.

CID, E. (2003) La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión, pre-publicaciones del seminario matemático García de Galeano 2003, n. 25, Universidad de Zaragoza. Disponível em <http://www.unizar.es/galdeano/preprints/2003/preprint25.pdf>, acessado em 07junho2007.

CROSBY, Alfred W. (1999) A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental, 1250 - 1600. Tradução Vera Ribeiro. São Paulo: Editora UNESP. (UNESP/Cambridge).

CHOPPIN, Alain. (2004) História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Educ. Pesquisa., São Paulo, v. 30, n. 3, 2004 . Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_pdf&pid=S1517-97022004000300012&lng=en&nrm=iso&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_pdf&pid=S1517-97022004000300012&lng=en&nrm=iso&tlng=pt). Acesso em: 11 Jan 2006. doi: 10.1590/S1517-97022004000300012.

GLAESER, Georges. (1985) Epistemologia dos números relativos. Trad. Lauro Tinoco. RJ: Revista GEPEM, nº 17.

LEMONS, Kátia Regina Figueiredo Lemos (2003) Livro didático: o dito e o não dito nos livros didáticos de Matemática. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Brasil. Orientador: Vinício Macedo dos Santos. Ano de Obtenção: 2003.

LIMA. L. C e MOISÉS, R. P. (1998) Números Inteiros, numerando quantidades contrárias. São Paulo: CETEAC.

LIMA. L. C E MOISÉS, R. P. (1999) A Fração, a repartição da terra. São Paulo. CETEAC.

LIZCANO, Emmánuel (1993) Imaginario Colectivo y Creación Matemática (La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y Grecia), Barcelona, Gedisa.

LIZCANO, Emmánuel. (2006) Metáforas que nos piensan, Sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones. Disponível em [http://www.bajo-cero.org/ediciones/pdf/lizcano\\_web.pdf](http://www.bajo-cero.org/ediciones/pdf/lizcano_web.pdf). Acessado em 07/08/2006.

LOPES. Jairo de Araújo (2000) Livro didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análises e tendências em Educação Matemática. Tese (doutorado). Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.

MIORIM, M. Ângela (1998) Introdução à história da educação matemática. São Paulo: Atual.

MOURA, A. R. Lanner de et al. (2003). Movimento conceitual em sala de aula. in Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Blumenau/SC, 13-17 de julho de 2003.

OLSON, David R. (1997) O mundo no papel. Implicações conceituais e cognitivas da leitura e da escrita. Trad. Sérgio Bath. São Paulo. Editora Ática. Coleção múltiplas escritas.



PRADO, Esther P. de A. (2000) Uma reflexão sobre formação de professores no ensino da matemática. Dissertação de Mestrado. Programa de Educação Currículo, PUC/SP. Orientador Prof. Dr. Marcos Tarciso Masetto.

PRADO, Esther P. de A. e MOURA, Anna Regina Lanner (2007a) O conceito números inteiros nos textos impressos de orientações curriculares de matemática de 1975 a 1998. In: II Encontro Iberoamericano de Educação, 2007, Araraquara. Anais II EIDE. Araraquara : Fundação para o Desenvolvimento da Unesp, 2007.

PRADO, Esther P. de A. e MOURA, Anna Regina Lanner (2007b) O conceito números inteiros nos livros didáticos. in: Simpósio Internacional Livro Didático: Educação e História, 2007, São Paulo. Livro Didático: Educação e História. São Paulo, 2007. p. 1406-1422.

RADFORD, L. (2004). Semiótica cultural y cognición. Conferencia plenaria dada en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez, México, Julio 2004. Disponible em <http://laurentian.ca/educ/lradford/PUBLIC.HTML>. Acessado em 24 de julho de 2006.

ROMANATTO, Mauro Carlos (1987) A noção de número natural em livros didáticos de Matemática: comparação entre textos tradicionais e modernos. UFSCar, dissertação de Mestrado.

ROMANATTO, Mauro Carlos (2004) O Livro Didático: alcances e limites. Disponível em [http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr19-Mauro.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc). Acessado em 02/04/2006.

RUIZ, Adriano Rodrigues (2005) Matemática, matemática escolar e o nosso cotidiano. [www.pedagogia.pro.br/matematica.htm](http://www.pedagogia.pro.br/matematica.htm). Acessado em 02/03/2005.

SALVADOR, Cristina M. (2000) Dissertação de Mestrado. Programa Educação: Currículo, PUC SP. 2000.

SÃO PAULO (ESTADO) (1982) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP). Atividades Matemáticas; 1ª série do 1º grau. Coord. Lydia Conde Lamparelli. São Paulo, SE/CENP. 293p.

SÃO PAULO (ESTADO) (1988) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) Proposta Curricular para o ensino de matemática; 1º grau, 3ª ed., São Paulo, SE/CENP. 156 p.

SÃO PAULO (Estado) (1998) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências Matemáticas: 6ª série. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP. 411 p. (4ª reimpressão).

SÃO PAULO (ESTADO) (1999) Secretaria Estadual de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Ensinar e Aprender: Construindo uma proposta. São Paulo: SE/CENP. Volume 2. Matemática. 60 pgs.

SÃO PAULO (ESTADO) (2001) Secretaria Estadual de Educação. Coordenadoria de Estudos e

Normas Pedagógicas. Transformando a prática das aulas de matemática. São Paulo: SE/CENP - PROEM. Volume 1 e 6ª série. Matemática.

SCHUBRING, Gert (2000) Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos. Trad. Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 37. 51 – 64.

SCHUBRING, Gert (2001) Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos. (continuação do artigo, de mesmo título, publicado no Boletim do GEPEM nº 37.) Trad. José Paulo Q. Carneiro e Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 38. p. 73 - 93.

SCHUBRING, Gert (2003) Análise histórica de livros de matemática: notas de aula. Trad Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas. SP: Autores Associados.

STRUIK, Dirk J. (1998) Sobre a sociologia da matemática. Org. GruPo TEM. Série Cadernos de Educação e Matemática, número 3. Associação de Professores de Matemática. Portugal. Outubro 1998.

TANCREDI, Regina M S P. (1990) O ensino dos números inteiros no 1º grau: realidade e possibilidades. Dissertação de Mestrado. São Paulo, UFSCar/CECH/PPGE.

## **ANEXOS**

## ANEXO I

### Roteiro de Atividades da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica

Profa. Esther Pacheco de Almeida Prado

#### Atividade (1a)

- Quais são suas expectativas de aprendizagem nesta disciplina?
- Na sua opinião, deve existir ou não diferenças na abordagem dos conceitos matemáticos, nas disciplinas de formação de professor de matemática da Educação Básica e nas específicas do curso de Licenciatura em Matemática (Fundamentos de Matemática, Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Geometria Euclidiana, ...)? Justifique.
- Painel da classe

#### Atividade (1b)

- Na sua opinião, qual é o núcleo central formador do conceito de número inteiro? Quais os elementos que contribuem para a criação desse conceito e/ou tornam essa idéia necessária para a vida das pessoas e para o pensamento matemático?
- Como você desenvolveria sua 1ª aula sobre o conceito de número inteiro na educação básica, 6ª série?
- Indique o que você conhece/estudou e considera necessário e o que você não conhece/estudou e também considera necessário para iniciar o ensino de número inteiro na educação básica.
- Quais são as ações humanas que podem contribuir para estruturar as idéias formadoras do conceito de número inteiro?
- Elabore um registro das idéias discutidas no grupo representando-o na forma de um desenho, roteiro ou outra forma de expressão. Esse registro será denominado Mapa 1 do conceito de Número Inteiro.
- Painel da classe

**Atividade (2):** Texto apoio: Ruiz, Adriano Rodrigues. Matemática, matemática escolar e o nosso cotidiano. <http://www.pedagogia.pro.br/matematica.htm> Levantamento das idéias/teses do autor sobre o “Espírito da matemática contemporânea”.

#### Atividade (3): O conceito números inteiros

##### Atividade (3a): Pesquisa: o número negativo na História da Matemática:

1) Indicações para pesquisa:

ALEKSANDROV, A. D. et al *La matemática: su contenido, métodos y significado*. 10ª ed. Versión española de Manuel López Rodríguez, Madrid, Alianza Editorial, 1994.

BOYER, Carl *História da Matemática*. Trad. Elza S. Gomide. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda., 1974.

CARAÇA, Bento de Jesus *Conceitos Fundamentais de Matemática*. 1ª Edição, Lisboa, Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

DANTZIG, Tobias *Números: a linguagem da ciência*. 4ª ed., Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1970.

DIRK, J. Struik *História Concisa das Matemáticas*. 4ª edição, trad. João C. S. Guerreiro, Lisboa, Gradiva Publicações Ltda, 1989.

EVES, Howard *Introdução à história da matemática*. Trad. Higinio H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP. 1995.

HGBEN, Lancelot. *Maravilhas da Matemática*. Trad. Paulo M. da Silva, Roberto Bins e Henrique C. Pfeifer, Rio de Janeiro, Editora Globo, 1958.

IFRAH, Georges. *Os números: A história de uma grande invenção*, trad. Stella M. de Freitas Senra, 4ª edição, São Paulo, SP, Editora Globo, 1992.

KARLSON, Paul. *A magia dos números: a matemática ao alcance de todos*. Trad. Henrique C. Pfeifer, Eugênio Brito, Frederico Porta. Porto Alegre. Globo. 1961.

KLEIN, Morris *Matemáticas para los estudiantes de humanidades*. Trad. Roberto Helier. 2ª ed. México: Fondo de Cultura Económica, S. A. de C. V. 1992.

RÍBNIKOV, K. *Historia de las Matemáticas*. Trad. del ruso por Concepción Valdés Castro. Editora Mir, Moscou 1987.

SMITH, David Eugene *History of Mathematics*. Dover Publications, Inc., New York. 1958. Vol. II.

STRUJK, D. J. *História concisa da matemática*. Trad. João C. S. Guerreiro. Portugal: Gradiva – Publicações Ltda. 1989.

ENCICLOPÉDIAS: Barsa, Labor (Tomo VI: Lenguaje y Matemáticas: La matemática y el hombre)

2) Painei da classe.

**Atividade (3b): Seminário do texto do Glaeser** (GLAESER, Georges *Epistemologia dos números relativos*. Trad. Lauro Tinoco, Revista GEPEM, Rio de Janeiro, nº 17: 127-124, 1985.).

**Atividade (4):** Você e seu grupo devem a partir da análise dos vários textos matemáticos impressos, obter elementos para elaborar referenciais de avaliação de material didático sob diversos pontos de vista:

- a. Sob o aspecto da educação como futuro professor de um sujeito que *pensa sobre* o que está aprendendo;
- b. Sob o aspecto do futuro professor de matemática participar da elaboração de uma cultura mais geral e para isso necessita de relações com outras áreas de conhecimento, como a filosofia, a história, a psicologia de aprendizagem, a arte, a antropologia, sociologia, etc.
- c. Sob o aspecto do conceito, propriamente, dito: a participação do desenvolvimento conceitual e não apenas ser o transmissor de determinado conceito matemático;
- d. Sob o aspecto de o aluno aprender a ler e escrever um texto matemático, participando das primeiras idéias de sua geração e de seu processo de formação até sua forma mais abstrata, representada pela linguagem matemática formal, com seu caráter operacional.

**Pesquisa** dos elementos formadores dos números inteiros **que antecedem a operacionalidade**, nos diversos textos impressos: Experiências Matemáticas (EMs), Ensinar e Aprender, Transformando a prática das aulas de matemática, IME-USP, Livros didáticos, Paradidáticos, Proposta Curricular de Matemática: Ensino Fundamental. São Paulo, SE/CENP(1988.), PCNs (1998).

#### **Questões norteadoras da pesquisa elaboradas por licenciandos e professora/pesquisadora**

- 1) Como os autores estruturam o desenvolvimento dos elementos formadores dos números inteiros, aqueles que antecedem a operacionalidade? Qual é o núcleo central deste conceito nos textos analisados?
- 2) Como esses textos matemáticos tratam as questões referentes a:
  - a. Movimentos da vida das várias culturas?
  - b. Números negativos: quais os elementos que formam o núcleo central do pensamento dos números negativos propostos pelas várias publicações? Exemplifique.
  - c. Textos e questões propostos: qual é o papel do aluno? E do professor? Quais são as relações possíveis aluno/professor/texto nas publicações analisadas? Permitem o diálogo com outras áreas do conhecimento?
  - d. Leitura: nos textos analisados, a leitura, auxilia a compreensão do pensamento dos números inteiros? Que tipo de leitor é possível formar a partir dos textos propostos?
  - e. Abordagem: história da matemática, resolução de problemas, situações do mundo real, ética, valores, relações com o cotidiano, conexões com outros conteúdos da matemática e de outras áreas, tecnologias da comunicação, jogos, cidadania, orientação sexual, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural, trabalho e consumo, estão presentes nestes textos, como?
- 3) Na sua opinião, quais os aspectos dessas publicações que poderiam significar dificuldades do professor para explicar aos alunos? Quais os que facilitariam?
- 4) Quais aspectos não foram suficientes/satisfatoriamente esclarecidos para a sua atuação como professor?
- 5) Quais as características comuns na abordagem do conceito Número Inteiro, dos livros didáticos, paradidáticos EMs, Ensinar e Aprender, Transformando a prática das aulas de matemática, IME-USP? E as não comuns?
- 6) Como são propostos os exemplos e atividades? São em quantidade necessária e/ou suficiente?
- 7) As publicações analisadas possibilitam aos alunos:
  - a. A compreensão das primeiras percepções das necessidades da idéia de números negativos?
  - b. As discussões sobre essas necessidades através de diálogos com os colegas e professores?
  - c. A criação de registros próprios tendo como base o imaginário e o conhecimento do aluno anterior à escola?
  - d. A compreensão do processo das diversas maneiras de registrar números inteiros que podem ter antecedido os símbolos atuais?
- 8) Como o material impresso trata as duas necessidades, do homem prático e do matemático, na criação dos números negativos?
- 9) É possível, a partir das abordagens analisadas, o aluno:
  - a. ter uma visão sobre o desenvolvimento do conceito números negativos?
  - b. relacionar o conceito números negativos com
    - outros campos numéricos?

- outras áreas do conhecimento?
  - o mundo real?
- 10) Quais as formas de expressão propostas aos alunos nos textos analisados?
- a. É proposto ao aluno que expresse suas idéias na forma oral e escrita?
  - b. Qual a preocupação dos textos em propor atividades que possibilitem ao aluno expressar-se matematicamente de formas diferentes da formal, isto é, da linguagem matemática simbólica?
  - c. Ao aprender matemática, orientado pelos textos analisados, é possível o aluno aprender a se expressar na sua língua materna?
  - d. É possível ao aluno elaborar uma definição conceitual, mesmo que provisória, para os números inteiros que não seja a formal?
- 11) A partir desses textos o aluno se torna um bom *resolvedor* de problemas? O que falta para isto?
- 12) Ilustrações, figuras, desenhos, mapas, tabelas, quadros, etc., apresentadas nas publicações analisadas:
- a. fazem referência ao conceito estudado?
  - b. estão relacionadas a quais aspectos do conceito número inteiro?
  - c. qual é a função das ilustrações, figuras, etc.: contribuem para compreensão ampla do conceito ou colabora na sua fragmentação?
  - d. apenas chamam a atenção do aluno e estão distantes do conceito?
  - e. são analisadas durante no texto proposto?
- 13) As atividades/exercícios propostos no texto:
- a. fazem referências ao texto apresentado anteriormente?
  - b. como instigam os alunos?
  - c. quantos são?
  - d. Como são estruturados?
- 14) Painel da classe

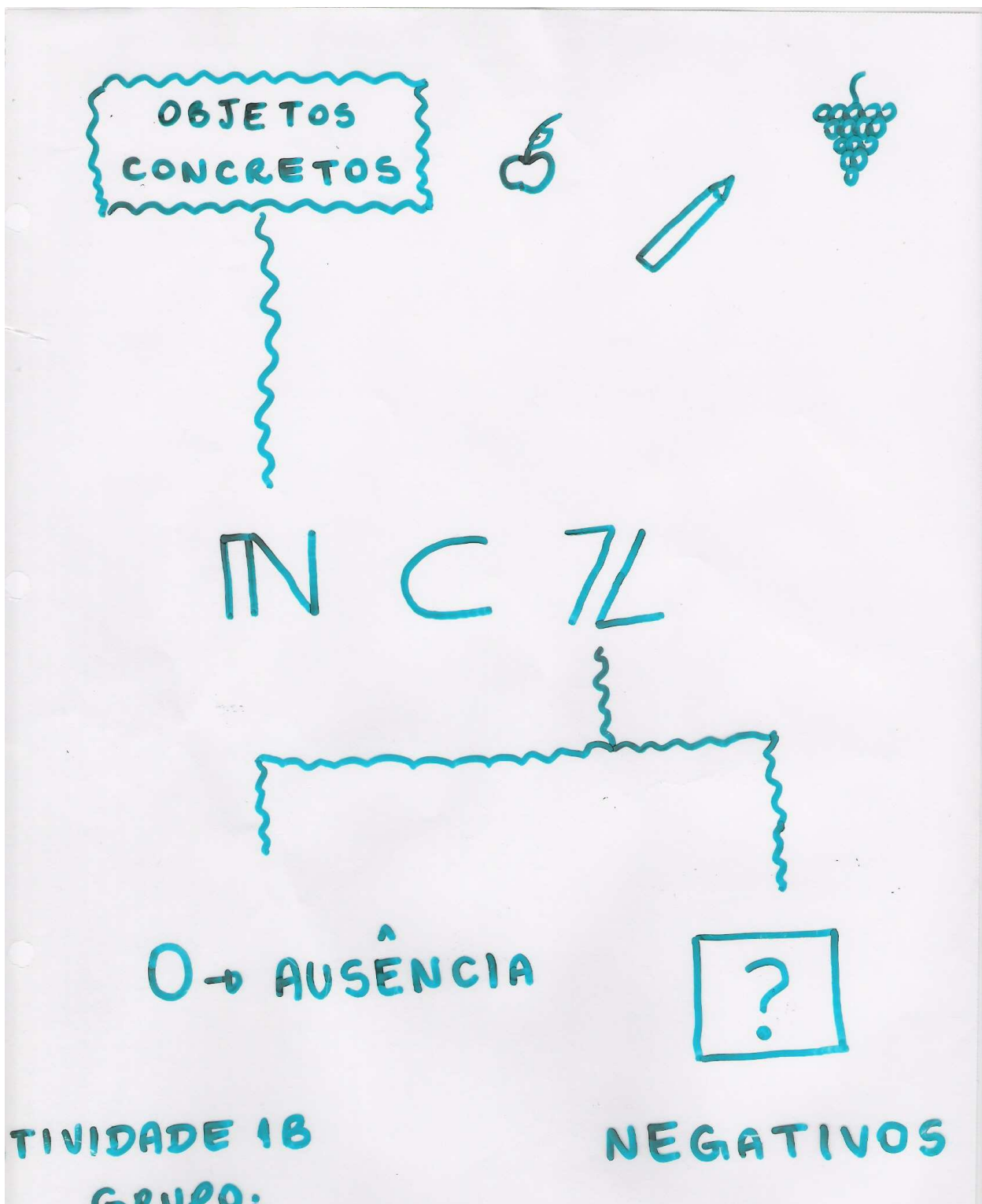
**Atividade (5)** – Vivências e análises orientadas

- a) Vivência e análise do capítulo *Os contrários*, do livro *O número inteiro, a harmonia dos contrários*, de Luciano Lima e Roberto P. Moisés, capítulos 1,2 e 3, SP, CETEAC, 1999. Considerando as questões das Atividades anteriores.
- b) Vivência e análise do capítulo inicial do conceito números inteiros de um livro didático, indicado no PNLD/2002 ou posteriores.

**Atividade (6)** – Análise comparativa dos dois textos vivenciados tendo como referência os textos discutidos na disciplina. Apresentação dos grupos para a classe, formando o painel da classe. Elaborar o **Mapa Z** dos números inteiros com as idéias que ampliam e aprofundam o Mapa 1.

ANEXO II

MAPA 1 DO CONCEITO NÚMEROS INTEIROS

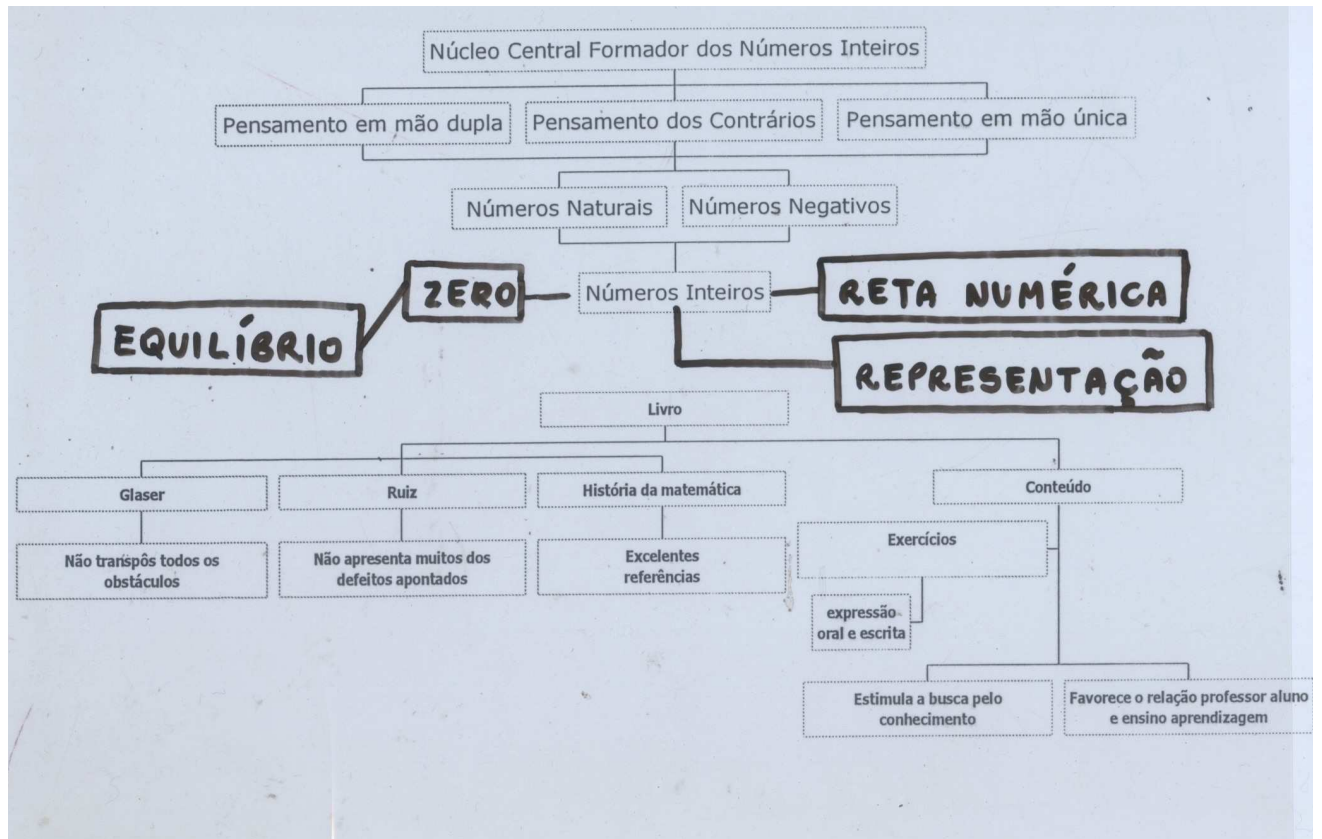


## **ANEXO III**

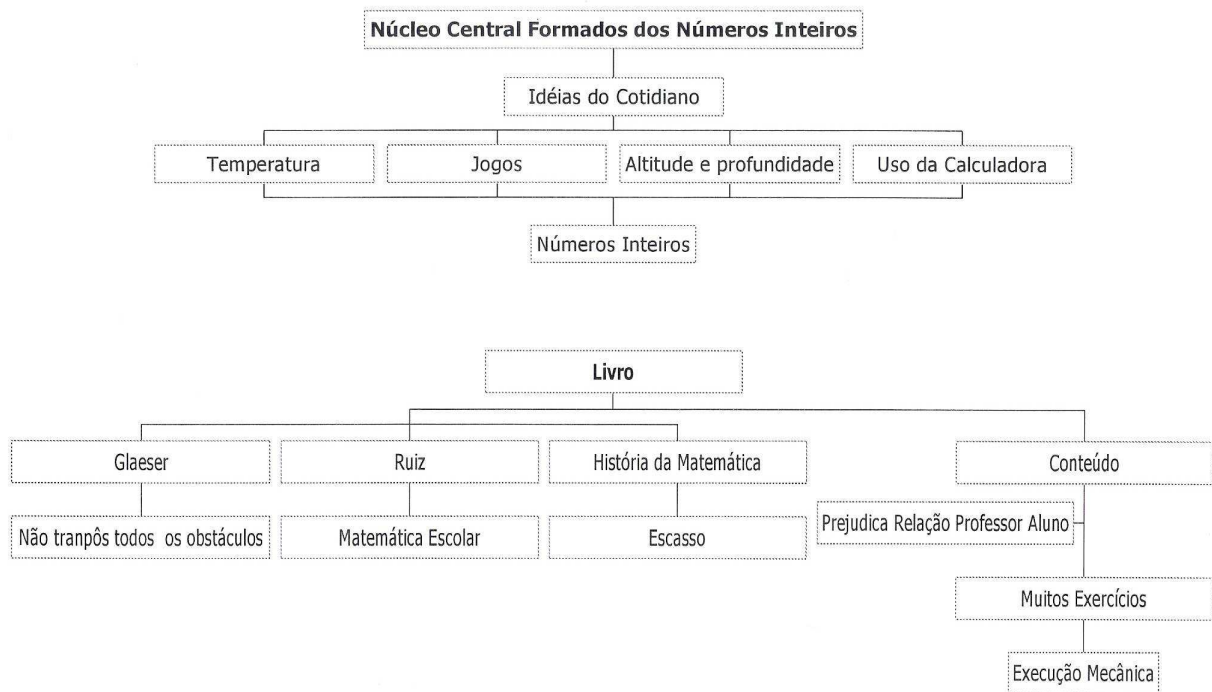
### **MAPAS FINAIS DO CONCEITO NÚMEROS INTEIROS**



# MAPA DO CONCEITO NÚMEROS INTEIROS - PROJETO ALTERNATIVO



## MAPA DO CONCEITO NÚMEROS INTEIROS – LIVRO DIDÁTICO



## ANEXO IV

### TRANSCRIÇÃO DE PARTE DA APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE COMPARATIVA PELO GRUPO 6

T26: *Tânia: Bom, eu vou falar um pouco sobre ... uma comparação dos dois textos. Falar sobre os aspectos bons e ruins de cada um. Bom, em relação à Matemática escolar do Ruiz. O Ruiz falou o seguinte, a respeito, sobre a matemática escolar: Ter a concepção, a possibilidade de conhecimento com um tom de precisão, com unicidade de caminhos, assim, não raras vezes, constitui-se mais em controle do conhecimento do que em área de conhecimento. Que é a coisa da execução das tarefas mecanicamente. Bom, o Moisés mostra-se completamente oposto dessa idéia. O Moisés, a gente enxerga, ele trabalha o texto de uma maneira, pra que ... o aluno não fique, não tenha aquele trauma da matemática. Se eles não gostam da matemática, ele se interessa por outros tópicos, como História, Física e Arte. Ele realmente é muito complicado pra uma 6ª série. Já o Livro Didático, como elas acabaram de falar, é, simplesmente, parece que foi feito a exemplo do que foi feito nesse texto.*

T27: *Comentários: (INAUDÍVEL) da matemática escolar, vamos lá...*

T28: *Tânia: Bom, sobre os obstáculos apresentados pelo Glaeser. A gente se baseou muito nos obstáculos simplesmente porque nosso seminário foi a respeito dos obstáculos. Mas a gente tem que deixar bem claro aqui é que os obstáculos não qualificam o texto, eles apenas quantificam. Porque, por exemplo, o Livro Didático introduz a reta numérica, de maneira errônea, mas utiliza. Isso não qualifica o texto dele em relação ao texto do Moisés, que não insere a reta numérica, mas que trata do assunto de forma muito mais ampla e muito mais bem colocada. Bom, sobre os exemplos do cotidiano é usado com evidência, no Livro Didático, eh, no Moisés. No Livro Didático também é só que é uma coisa muito mais dispersa, mais mecânica. Ele fala muito das coisas mecanicamente, eh, sem criar um vínculo, assim, real com o cotidiano do aluno. Ele fala muito sobre jogos e tudo mais. Mas é bem aproveitada a idéia. A qualidade dos exercícios do Moisés é ótima. Ele estimula o aluno a criar o modo de representar os números, tanto nos exemplos, quanto nos exercícios. Já o Livro Didático é aquela coisa mecânica, né?! Tem exemplo faça igual. Tanto é que no exemplo da calculadora invés dele colocar ..., ele nem escreve, assim, por exemplo, some 6+1 na calculadora. Ele não, ele coloca o botão que tem que apertar a calculadora. É uma coisa absolutamente mecânica.*

T29: *(INAUDÍVEL)*

T30: *Tânia: Bom, é ... Quanto à História da Matemática, tem excelentes referências no Moisés. E no Livro Didático, para não dizer nenhuma, é ínfima, né?! Bom, quanto ao papel do professor é assim: eu vou falar do meu ponto de vista, vou ser bem sincera. Porque eu acho assim: o texto do Moisés ele, ele, dá um leque enorme, assim, de possibilidades para o professor, é, ..., trabalhar com a relação de ensino-aprendizagem. Quando a relação de ensino-aprendizagem é boa, a relação com os alunos tende a ser também. Já o Livro Didático, imagino o professor dando aula com o Livro Didático: você pega faz isso aqui, entendeu? Sem o menor estímulo e, ..., completamente vazio. Como já falei. O Moisés é, se o aluno não gostar da matemática, ele vai aprender a gostar de história, de arte e de física. porque tem muita coisa a respeito do assunto. É, então quanto a busca do conhecimento fica bem claro, que o Moisés se preocupa muito com isso, né?! Ele foi extremamente estimulante e o Livro Didático não se preocupa, ele se preocupa em realizar o conteúdo programático. Bom, ..., então sobre o núcleo central formador dos 2 textos. É... a gente acredita que o Moisés trata o texto de uma forma que tem uma excelente formação do núcleo central formador. Apesar de se ter falado, como você falou, das figuras que são preto e branco e tudo mais, esse detalhe fica praticamente obscuro. Porque o texto é muito bem colocado, muito bem feito e tudo mais. Já o Livro Didático, deixa a desejar em todos os aspectos. E a gente, assim, acha que ele não tem o núcleo central formador. E se tiver é muito ...*