PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

Manoel Lima Cruz Teixeira

# Ateliê de Matemática:
# Transdisciplinaridade e Educação Matemática

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2008

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**

**PUC/SP**

**Manoel Lima Cruz Teixeira**

# Ateliê de Matemática:
# Transdisciplinaridade e Educação Matemática

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob orientação do **Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio.**

**SÃO PAULO**

**2008**

Banca Examinadora

**AGRADECIMENTOS**



**AGRADECIMENTOS**

À família Teixeira, pelo apoio constante e por acreditar na superação das condições adversas do exercício da cidadania, das pessoas de classes populares.

Ao professor Dr. Omar Catunda, *in memoriam*, professor e orientador de Iniciação Científica e incentivador da Educação Matemática no Brasil.

Ao professor Dr. Mário Tourasse Teixeira, *in memoriam*, orientador da Dissertação de Mestrado, figura humana de compreensão e doação infinitas.

Ao professor Dr. Ubiratan D'Ambrosio, orientador da Tese de Doutorado, expoente da criação da Educação Matemática no Brasil. Incentivador dos grandes acontecimentos em nível pessoal e coletivo para toda a comunidade de educadores matemáticos.

**RESUMO**

A Matemática e seus conceitos têm natureza, essencialmente, abstrata e utilizam desconhecidos nomes para seus entes, usando uma linguagem de difícil apropriação pelo aprendiz. A alfabetização matemática é apresentada em uma dimensão mais ampla, de formação e conceito. São as variedades encontradas em outras áreas que fazem nascer esse conceito. Nas artes, em geral, o conhecimento matemático apresenta-se relacionado ao real. O concreto torna-se a matéria viva da superação do conhecimento matemático. Para que ocorra a compreensão dessa nova abordagem, a formação do professor deve ser continuada. Assim, a cada dia, na ação em sala de aula é que a pesquisa qualitativa deve acontecer. Os jogos, as histórias, os contos, as brincadeiras são algumas das possibilidades que promoverão a abertura de novos canais para a criação por meio do Ateliê de Matemática: espaço de realização de uma prática pedagógica de transformação.

**Palavras-Chave:** Matemática; Formação do Professor; Artes e Educação Matemática.

## ABSTRACT

Mathematics and its concepts have, essentially, abstract nature and utilize unknown names to its entities, using a difficult language in terms of the apprentice's appropriation. Mathematics Alphabetization is presented on wide-ranging dimension, of concept and formation. The varieties found in other areas create this concept. In arts, in general, mathematical knowledge presents itself related to the real world. Concrete becomes a living substance underlying mathematical knowledge. For the understanding of this new approach, teacher training should be continuous Thus, in every day practice, it is along classroom action that qualitative research must take place. Games, stories, tales, and jokes are some of the possibilities that will promote the opening of new channels for creation through the Mathematics Atelier: a space for a transformational pedagogical practice.



**Keywords:** Mathematics, Teacher's Formation, Arts and Mathematical Education.

## LISTA DE FIGURAS

## SUMÁRIO

# 1 - INTRODUÇÃO

A minha prática docente vem de longo tempo. Licenciando em Matemática, fui professor do ensino fundamental, médio e, atualmente, superior. Nesse tempo, tive oportunidade de dar aula para crianças da Educação Infantil e Séries Iniciais. Experiência que aconteceu devido à participação em projetos especiais no Município e Estado do Rio de Janeiro. Fundei o Ateliê de Matemática, instituição particular que funcionava num casarão antigo, numa rua perto do Largo do Machado, no Rio de Janeiro.

O Ateliê de Matemática, depois de 1996, quando comecei a trabalhar na Universidade Federal do Rio de Janeiro, mudou de endereço. Funciona nas salas da Faculdade de Educação, onde leciono atualmente. O Ateliê de Matemática se difunde através dos multiplicadores, alunos do curso de Pedagogia e Licenciatura em Matemática, nas escolas, públicas e particulares do ensino fundamental e médio.

Os objetivos do Ateliê têm três vertentes: criação de metodologia para a sala de aula, viabilidade da formação do professor e do aluno pesquisador no Ateliê de Matemática, transdisciplinaridade na construção dos conceitos Matemáticos.

A metodologia faz parte dos conceitos científicos. Nesse sentido, a crítica ao método formal de pesquisa permite superar o temor de produzir conhecimento que não seja por meio do linguajar formal. Acontece, também nesse resultado, a transdisciplinaridade entre as modalidades de pesquisas: histórica dialética, pesquisa ação, entre outras.

No Ateliê, o professor muda de função: jogador, pesquisador, orientador, aprendiz fazedor da sua arte. As produções engendradas a partir da prática e teoria são apresentadas nos congressos e similares. Teses de mestrado e doutorado, orientadas pelos professores da academia contemplam a formação de recursos humanos, desenvolvimento profissional e qualidade da educação.

Construção dos conceitos e as metodologias se intercambiam. A transdiscipinaridade leva ao novo, desconhecido que será perseguido e posto na essência do querer saber. Do concreto ao abstrato, a linguagem traduz o momento da superação do não saber. Conceito que existe independente da linguagem. Com esta, o conhecimento é historicamente socializado. A articulação entre objetivos e metodologia passa pela compreensão que estes termos podem ser ultrapassados pela transdiscipinaridade. Nessa formulação, deve surgir algo de novo.

Com estes objetivos, pretendemos construir uma argumentação para mostrar as múltiplas possibilidades para a realização do processo de alfabetização matemática, que vai além dos números, utilizando o Ateliê de Matemática na articulação entre os conhecimentos matemáticos, numa perspectiva transdisciplinar.

*Arte e Matemática* têm se constituído em campo promissor de pesquisas sobre o ensino aprendizagem. Os educadores matemáticos têm criado várias tendências da Educação Matemática. Essa linha, *Arte e Matemática*, abrange pesquisas envolvendo aspectos históricos, epistemológicos, éticos e sócio-culturais relacionados ao desenvolvimento científico, matemático e tecnológico, bem como a alfabetização matemática e a popularização da matemática em espaços formais e não formais da educação, incluindo a contribuição de museus interativos, clubes de ciências e mostras escolares.

Apresentamos proposta transdisciplinar para a Educação Matemática, com o olhar no mundo das artes plásticas. E, inversamente, as artes são pesquisadas para se entender os processos da criação do artista. Existe matemática subjacente ao trabalho do artista. Mostramos estas duas ciências interagindo, nas suas concepções científicas, a razão e a intuição, alargando a aplicação dos conceitos matemáticos, na perspectiva da obra de arte.

A matemática que buscamos destacar é aquela que tem seu conhecer impregnado nas formas, nas representações, nos símbolos, no imaginário e, de uma maneira geral, aquela utilizada pela sociedade. Visto de forma tridimensional, o conhecimento matemático dos conceitos é considerado, para efeito de formalização, como uma terna: < conceito, linguagem, matéria>. Acrescentamos à matéria, a bidimensionalidade da formação dos conceitos tradicionais: < conceito, linguagem>. Esta dupla está contida, na terna que representa a mudança na abordagem dos conceitos matemáticos. Analisamos, portanto, as possibilidades a partir destas duas maneiras de apresentar o estudo da formação de conceitos.

Muitas propostas metodológicas foram investigadas, para, a partir delas, organizar este espaço, dentre elas, as de Daniluky (1998), que faz pesquisa em sala de aula sobre os desempenhos de alunos na escrita e leitura dos números; Guérios (2002), que apresenta quinze anos de pesquisas no laboratório de matemática, envolvendo alunos da licenciatura de matemática e professores da rede de ensino de Curitiba. O Ateliê de Matemática se propõe a apresentar metodologia que vai além destas metodologias escolhidas. A apresentação destas metodologias não esgota todas as possibilidades.

A formação de professores acontece no Ateliê de Matemática, na perspectiva da pesquisa qualitativa, do professor pesquisador, e por extensão do aluno pesquisador. Esta modalidade de pesquisa envolvendo o professor e o aluno acontece com a participação de professores pesquisadores da Educação Matemática, das Universidades. Estes professores serão os futuros alunos da pós-graduação. Isto contemplaria a necessidade de desenvolvimento, no País, de educação competitiva e de qualidade.

O uso das metodologias, simultaneamente, incorpora a idéia dos conteúdos matemáticos a serem abordados numa perspectiva de alfabetização matemática. Esta alfabetização passa pela consideração de que os conceitos matemáticos precisam de extensão material, para fins de aprendizagem. Isto se concretizará aplicando, aos métodos, a transdisciplinaridade, e, também, os pares: Arte e Matemática, Matemática e Ciência, Arte e Ciências. Assim, um novo método de construção do conhecimento matemático surge com a trena: <conceito, linguagem, matéria>.

# 2 METODOLOGIAS PARA ORGANIZAR E TRABALHAR NO ATELIÊ

*A brisa corria solta no casarão, o garoto estava na varanda onde recebia o ar fresco e observava a grande plantação, que se descortinava até o perder das vistas. Com a sua chegada, os oficiais faziam a maior festa. Estava na idade da alegria e todos o reverenciavam, contando casos, perguntando das coisas feitas e se deleitando com tão inesperada visita. Como a sapataria ocupava os dois andares do casarão, só no sábado, ele aparecia por ali e, assim mesmo, na parte de cima, onde ficava a loja de vender os produtos fabricados pelos oficiais e pelo mestre, dono do negócio.*

*Essa foi uma das imagens que lhe ficou para sempre, como lembrança da primeira infância. A Tenda era uma das casas comerciais do vilarejo muito pequeno, embrenhado nos matos, que ficava numa serra. Gostava mais de se enfurnar pelos quintais à procura de não sei o quê. Dizia que era para ouvir os passarinhos e catar frutas no quintal da dona da única pensão do lugar. Tenda para aquele garoto era um casarão, onde o artesão professava seu ofício.*

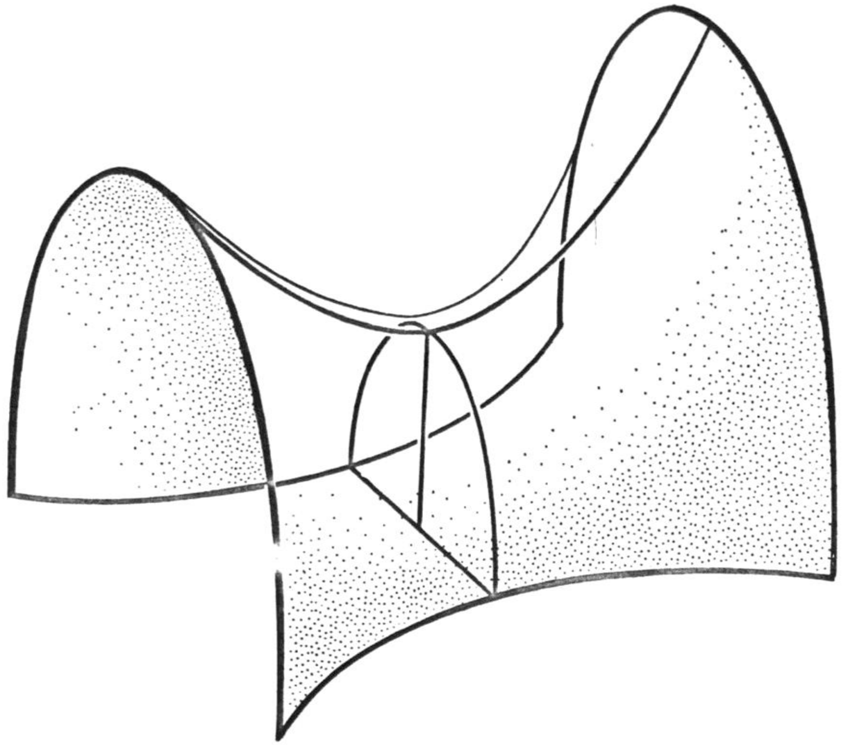


Figura 1: Sela de montar, cortada em seções longitudinais, forma curvas côncavas para cima, se cortada transversalmente produz curvas côncavas para baixo. Diz-se que a sela de montar tem curvatura negativa.

Fonte: Matemáticas en el mundo moderno, p. 147.

Existem tendas onde à parte da frente se destina à exposição dos objetos fabricados pelo artesão, seus oficiais e aprendizes. Um destes objetos é a cela que os matemáticos estudam no ramo chamado Topologia. Essa referência à cela mostra que desde a mais tenra idade a criança pode ter contato com o conhecimento matemático não formalizado.

Sapataria, Selaria é outra denominação mais restrita para a palavra Tenda, nome mais abrangente que designa um lugar, onde se pode encontrar vários tipos de fazeres, dependendo estes da demanda do comércio da cidade ou localidade da Tenda.

*A convivência na tenda lhe proporcionava as primeiras noções de espaço, afora àquelas que encontrou na rua, na sorveteria, no cinema. As mesas ou bancadas, eram, no seu topo, de forma retangular, quadrada. Ali, se colocavam as tachas, o prego, a cola, o martelo, de um tudo que se fizesse necessário à fabricação* *de um sapato, cinto ou carteira. As bancadas tinham o lugar para o serrote, o martelo, o cepo e mais o que fosse preciso para se fazer uma sela.*

*A matemática acontecia na tenda sem sistematizações, estava em toda parte, respirava-se o cheiro de couro cru, visualizava-se a madeira na cor do cedro, eram as retas paralelas, os cortes na pelica, no oleado, os sólidos mais diversos na madeira trabalhada. Tiravam-se comprimentos, contavam-se os dias para a entrega da encomenda.*

Hoje, a oficina, a tenda, o Ateliê de Matemática, transformam-se no sonho e na utopia de que a Matemática, presente nas teorias da ciência do mundo ocidental, possa ser vivenciada pelo aluno, com suas aplicações práticas que se apresentam no mundo empírico do cotidiano.

## 2.1 O lúdico e o jogo

Existem diferenças entre estas três modalidades de recursos didáticos: o lúdico, o jogo e o material concreto, que se complementam na ação didática. O lúdico é o brincar sem regras. A criatividade comanda as possibilidades que o ambiente, o material proporciona. O jogo estabelece a regra, a ordem, nos lances em cada rodada da partida. O material concreto é um jogo com regras, mas, diferente dos outros dois, por vincular cada jogada a um problema matemático.

Na sociedade moderna, o jogo, o lúdico, não tem um *"caráter produtivo",* em termos materiais na maioria das escolas. Quando há espaço para o lúdico nas escolas, são colocadas restrições como limites de horário ou limites de espaços, podendo ser permitido apenas como passa-tempo.

Segundo Vygotsky (1989), a brincadeira envolve desafios, desenvolve a imaginação, constrói relações reais e elabora regras de organização e convivência. Para os sócio-interacionistas, a aprendizagem se inicia a partir da interação com situações diversificadas, o que leva o aluno a atribuir e desenvolver seus próprios conceitos e significados. O fator social tem grande importância na formação da inteligência. No lúdico, o jogo dos papéis, através da interação e comunicação, cria uma situação imaginária em que o aluno incorpora elementos do seu contexto cultural, formando o pensamento. Vygotsky confirma a importância da imaginação, da criação de um mundo ilusório. “A ação na esfera imaginativa, numa situação imaginária, a criação das intenções voluntárias e a formação dos planos da vida real (...) tudo aparece no brinquedo, que se constitui assim no mais alto nível do desenvolvimento na educação infantil” (1996, p.117).

Vygotsky destaca as regras, afirmando que, em situações imaginárias, estas aparecem. As regras, que na vida parecem impossíveis, na brincadeira se tornam possíveis, permitem que a criança se comporte de maneira mais desenvolvida do que o esperado para sua idade.

Assim como Vygotsky, Piaget (1975) também entende que o lúdico tem grande importância no desenvolvimento da criança. Entretanto, existem algumas diferenças entre eles. Enquanto Vygotsky se refere ao lúdico como brincadeira, Piaget o menciona utilizando o termo “jogo”.

Jean Piaget, ao contrário de Vygotsky, acredita que a aprendizagem é fruto da interação entre sujeito e objeto. Nessa interação, dois processos se complementam – **assimilação e acomodação** – formando novas estruturas organizacionais. Na assimilação, o individuo incorpora novos objetos ou idéias dentro de formas de pensamento, que constituem as estruturas mentais organizadas. Na acomodação, as estruturas mentais são reformadas em resposta às demandas ambientais.

Piaget considera o jogo como uma janela para se observar o mecanismo de funcionamento da mente da criança, uma manifestação externa dos processos cognitivos. Afirma que o jogo começa desde o nascimento da criança, sendo, inicialmente, egocêntrico, se tornando, depois, uma atividade social, onde as realizações inter-individuais são fundamentais. Para Piaget, o jogo tem a função de aprendizagem dos conceitos, modelos utilizáveis de maneira não imediata. “O jogo evolui, pelo contrário, por relaxamento do esforço adaptativo e por manutenção ou exercício de atividades pelo prazer único de dominá-las e delas extrair como que um sentimento de eficácia e poder” (PIAGET, 1975, p. 118).

Por que não oferecer os conteúdos que abarquem a matemática, criando modelo capaz de interessar os estudantes? Para isso, a estratégia seria criar, *O Ateliê de Matemática*, que atrele os conteúdos às necessidades imediatas dos alunos e do professor.

A crítica ao construtivismo piagetiano acontece desde a segunda metade da década de noventa. A mobilização por mudanças no ensino e aprendizagem da Matemática, com a criação da SBEM, no final dos anos oitenta, teve, nessa tendência pedagógica, o referencial. Novas propostas para o ensino e aprendizagem de Matemática fizeram surgir a demanda pelo construtivismo. D'Ambrosio retrata a situação em outro País, mas a semelhança traduz o momento vivido pelos educadores matemáticos em 1987.

> A crise e os conflitos de opinião sobre as reformas da educação estimulam matemáticos, alguns pesquisadores de importância, outros também provavelmente preocupados como a educação dos filhos, a se interessarem pelo ensino da matemática. Esse é o caso do casal de ingleses Grace C. Young (1868-1944) e William H. Young (1879-1932), matemáticos de altíssimo nível, que escreveram, em 1904, o Beginner's Book of Geometry. Eles propõem trabalhos manuais, o concreto auxiliando o ensino da geometria abstrata. Seus filhos tornaram-se também grandes matemáticos (D'AMBROSIO, 2004, p.12).

Os investimentos maciços em tecnologia de ponta fizeram com que os jogos interativos, a internet e as mídias em geral tornassem-se o tempo real para muitos professores. A máquina assume o papel do concreto levando os professores e alunos ao novo momento globalizado, a cada dia, incorporando-se mais ao cotidiano da população. Fazer parte da realidade das pessoas significa que a máquina e o material concreto são coadjuvantes na ação educativa.

A crítica ao construtivismo piagetiano levou os teóricos dessa linha de pesquisa, a adotarem autores construtivistas sócio-interacionistas, como Vygotsky, Luria, Bakhtin, entre os principais. O fenômeno da comunicação extrapola o conhecimento em estruturas que Piaget usava. O social e o histórico são contingências da existência do ser humano, são os pilares teóricos do construtivismo interacionista.

Segundo Piaget, a vida social do sujeito não deve ser superestimada em detrimento da vida psicológica. A este respeito, Wallon, embora se correspondesse e mantivesse contatos constantes com Piaget, foi um dos críticos:

> Por conseqüência não é a vida social em bloco que a Psicologia deve invocar, mas uma série de relações que se estabelecem segundo todas as combinações possíveis, entre indivíduos distintos quanto ao desenvolvimento mental em função de diferentes tipos de interação. Em sua última obra Wallon censura-nos o fato de negligenciarmos o papel da vida social na gênese da representação. (PIAGET, 1975, p. 13)

O maior alvo da crítica recai sobre o material concreto. Fayol (1966) opina que o uso do material concreto por jovens ajuda na compreensão e resolução dos problemas aditivos.

As relações da epistemologia genética com a educação e, mais particularmente, com a educação matemática tem sido campo fértil de estudos de educadores, professores e pesquisadores na área. Moro (2007) faz diversas considerações sobre o tema.

Apresentando como proposta de investigação o surgimento e desdobramentos das críticas a teoria peagetiana, Moro (2007) se interroga sobre a situação. Piaget, sempre, Piaget, ainda? Por quê? Até os dias de hoje, ainda é importante conhecer, discutir as propostas da epistemologia genética em relação à educação matemática? Estas considerações são estudas pela autora e algumas respostas são apresentadas a estas questões.

As críticas assinaladas por Moro são originárias da Educação Matemática. Foram, devida ou indevidamente, alimentadas pela psicologia e pelas demais ciências da educação. As estruturas matemáticas de grupo de deslocamento, agrupamento e grupo, consideradas como modelo das estruturas da inteligência, foram as mais criticadas.

As críticas continuam em grande escala envolvendo vários construtos da teoria, entre eles o objeto, tomado como “coisa” fisicamente tangível, a ação vista como prática, não como ação mental. Não se esgotam aqui todas as criticas citadas por Moro.

Outras opções teórico-metolológicas fizeram contraponto à teoria piagetiana. MORO (2007, p. 4) destaca duas.

> - o cognitivismo de marca anglo-saxônica, com investigações de diversas teorias como as da aprendizagem significativa, do processamento da informação, da aprendizagem social, por exemplo, e com contribuições relevantes sobre: a elaboração de conceitos e de princípios matemáticos, e sua retenção (BRITO, 2001; STERNBERG, 2000, *e.g.* ).
> - a psicologia russa, com posições de cunho socio-histórico ou sociocultural, em grande parte originárias das hipóteses de Vygotsky sobre importância da aprendizagem escolar no processo de desenvolvimento das funções mentais superiores. Trabalhos nessa linha oferecem resultados sobre: o papel central do discurso na aquisição do conhecimento escolar o que, no caso da matemática, enfatiza a aquisição da linguagem matemática; dando margem a estudos sobre a “cognição situada” (BORNSTEIN & BRUNER, 1989; COLE, 1997; VYGOTSKY, 1986; WOSNIAK & FISCHER, 1993, *E. G.*).

Uma publicação de Piaget foi, sem sombra de dúvida, o marco entre as relações da educação matemática com a psicologia, no caminho do desenvolvimento do ensino-aprendizagem da ciência matemática. Moro citando a publicação do livro **A gênese do número na criança** de Jean Piaget e Alina Szeminzka, afirma que esta foi a publicação que marcou as relações entre a epistemologia genética e a educação matemática.

O conceito de número é apresentado por Piaget e Szeminzka de maneira inédita. Prevalece, até hoje, como opção ao modelo tradicional de ensino. Segundo, Moro, os conceitos utilizados na construção do número não se resumem a memorização da ordem e recitação da seqüência dos naturais.

**A gênese do número na criança** provocou, nas décadas de 40 e 50, vários trabalhos na educação infantil, mas essa não era a intenção de Piaget. Moro, ressalta que, no movimento mundial da chamada modernização do ensino da matemática, Zoltan Dienes teve destacada participação com os trabalhos com os blocos lógicos.

Piaget e seus seguidores continuam as pesquisas sobre o ensino-aprendizagem da matemática, enfatizando a importância dos estudos das estruturas operatórias. A objetivação das operações dos alunos é o que o ensino deve priorizar, pois é quando surge o papel da linguagem matemática.

Sobre a linguagem e o conhecimento matemático, Moro cita Vergnaud, (1990; 2005) afirmando. “Na perspectiva então de que a matemática é um conhecimento, não uma linguagem o autor argumenta que esse conhecimento se constrói a partir de problemas a resolver, jamais pelo treino de algoritmos” (2007, p. 9).

Outros autores que não seguem o pensamento de Vergnaud são abordados por Moro (2007). A autora enfatiza, porém, que, atualmente, existem várias perspectivas de construtivismos: os que são de tendência mais radical até os sócio-construtivistas, à psicogênese de vários conceitos das áreas da matemática, à elaboração dos sistemas de escrita matemática, entre outros.

*Epistemologia Genética e Educação Matemática,* título do artigo apresentado no, XI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática - EBRAPEM, tem seu desfecho com as palavras de Maria Lúcia Moro, depois de estudo sobre questão tão polêmica. Ressalta a dimensão da importância da obra de Jean Piaget.

> Por conseguinte, os resultados atualmente disponíveis provenientes do exame da teoria dos campos conceituais, mais o gênero de contribuições como as acima apontadas justificam, a nosso ver, respostas afirmativas às perguntas do título – ‘Sim, ainda Piaget, sempre Piaget...’ no terreno da educação matemática (MORO, 2007, p. 11).

A afirmação da continuidade dos estudos e pesquisas das teorias piagetianas nos processos de conhecimento humano, da matemática e da educação matemática nos leva a considerar a fertilidade desta teoria em se transformar a partir de seus pressupostos.

Usado nas propostas para a sala de aula, desde o I ENEM até as edições recentes, esta modalidade de metodologia, o construtivismo piagetiano, continua sendo reinventado de forma sistemática. Professores que apresentam Mini-Cursos e outras formas de comunicação estão interessados em promover mudanças no ensino-aprendizagem. Esse contingente de professores, a cada ano, aumenta nos mais distantes recantos do País.

Participei da coordenação de um projeto, que se chamava "Matemática Através dos Materiais Concretos", subsidiado pelo MEC e com a participação do Centro de Ciências do Estado do Rio de Janeiro. A formação do professor pela melhoria do ensino de Matemática era um dos objetivos. Nessa abordagem construtivista do fazer Matemático, os participantes do projeto também estavam em processo de saber mais. Discussões teóricas, leituras de textos, livros, revistas, etc faziam parte do cotidiano desses professores.

A obra de Piaget foi a descoberta da possibilidade de mudança da sala de aula. Leitura difícil, como dizem, mas se conseguirmos perceber o estilo da sua escrita, experimentamos mudanças na comunicação com os alunos, na fluência nos questionamentos que fazemos ao aluno, não dando resposta e esperando o tempo lógico das mesmas. Abordagem dos conceitos Matemáticos, diferente da conceituação tradicional. Porém essa abordagem dada por Piaget é única. Processo individual de construir conhecimento. O método clínico que usava não se aplicava aos trinta, quarenta alunos de uma turma. Mas o método piagetiano permite criar situações didáticas para turmas numerosas. Depende da descoberta da criatividade querer transcender a sala de aula modal. "Estudo de casos e método clínico surgem no cenário da pesquisa em educação. Jean Piaget teve grande influencia nessa mudança de perspectiva com relação à validação de uma pesquisa" (D'AMBRÓSIO, 2006, p.16).

O lúdico, a brincadeira, o jogo, essas formas de aprendizagem que não são usadas na escola são motivos para se ser construtivista. É na resistência à educação escolar tradicional que encontramos caminhos para se chegar ao novo. As críticas ao construtivismo são os propulsores de se ir além da pedagogia piagetiana. Fazer os conteúdos matemáticos assumirem nova identidade, como fez Piaget. A transdisciplinaridade fazendo a ligação entre o concreto e o abstrato, na Arte e Matemática, transformando o real em conceitos.

As metodologias devem ser as orientadoras das ações em sala de aula. Sala de aula, dinâmica, viva, participativa, construtivista formam um leque possibilitando a transdisciplinaridade entre os diversos métodos. A aprendizagem passa pela nossa constituição orgânica. As escolhas metodológicas encaminham para o processo criativo. Usar várias metodologias contribui para que o ensino-aprendizagem seja significativo.

## 2. 2 Modelos e Resolução de Problemas

O conhecimento científico se opõe ao conhecimento chamado de censo comum. Gascón (2003) cita o titulo de uma conferência de Humberto Eco, “A recepção da ciência por parte da opinião pública e dos meios de comunicação”, para fundamentar a criação de modelos na didática da matemática, para pesquisar as formas de organizar o ensino-aprendizagem da matemática.

As soluções que as pessoas criam para dar respostas aos problemas científicos são consideradas como mágicas. Estas soluções, a cada dia, estão em processo de desmagificação. Significações criadas pelos próprios professores, estas receitas mágicas, segundo Gascón (2003, p.14) “são problemas docentes genuínos e que, por tanto, merecem serem analisados com mais cuidado” (2003, p.14).

Uma lista, das receitas mágicas é apresentada por Gascón. Escolhemos algumas para ilustrar a idéia.

> - O ensino de matemática deve centrar-se na atividade de *resolução de problemas.*
>
> - *A motivação* do aluno deve ter importância crucial na aprendizagem. O professor deve propor problemas *concretos* relacionados à vida cotidiana (porque o *concreto* é motivador e fácil, frente ao *abstrato* que é enfadonho e difícil).
>
> - O *jogo* é um meio natural e eficaz para aprender matemática. (GASCÓN 2003, p.14)

A criação de, “receitas mágicas”, pelo professor, de uma maneira intuitiva deve ser levada em consideração, como diz Gascón. “Se levarmos a sério os problemas que estas receitas pretendem resolver veremos que cada um deles merece estudo científico e, por tanto, requer a *utilização de modelos* que deverá elaborar a didática da matemática” (GASCÓN 2003, p.14).

Neste artigo, Gascón elege dois objetivos a serem alcançados.

> 1) Que a didática da matemática, como toda ciência experimental constrói e utiliza *modelos da realidade* que estuda, não pretende manipular diretamente a realidade mesma, nem reproduzi-la fotograficamente.
>
> 2) Que o slogan “O ensino de matemática deve centra-se na atividade de resolução de problemas” é como todos, inútil por sua ambigüidade. Veremos que existem múltiplas maneiras de “centra-se na resolução de problema”, e que cada uma delas determinam funções diferentes e até contradições da atividade de resolução de problemas. (2003, p.15)

O estudo da “Teoria Antropológica do Didático” propõe um modelo epistemológico geral da matemática em termos da *organização matemática institucional.* O autor cita os trabalhos de Guy Brousssseau, que tratam da “epistemologia experimental” e suas publicações das décadas de setenta e noventa.

A TAD (teoria antropológica do didático) a OM (organização matemática) e a OD (organização didática) fazem parte de um modelo “funcional” da *atividade didática* (da matemática). Gascón (2003) diz que esse modelo funcional é chamado de teoria dos momentos didáticos.

Chevallard, citado por Gascón, propõe os seis momentos do processo de estudo. No primeiro momento, acontece o primeiro encontro com a organização. O segundo é a exploração do tipo de atividade e a elaboração de uma técnica. O terceiro é o estudo da constituição de um entorno tecnológico-teórico. No quarto momento, a técnica é melhorada, a fim de se tornar mais eficiente. O quinto é o da institucionalização, em que os elementos entram, de maneira definitiva, na organização matemática considerada. Por último, o momento da validação que se articula com o momento cinco.

As organizações didáticas são as maneiras de arrumar o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Devido à complexidade das práticas docentes, Gascón usa a teoria dos momentos didáticos, que é parte integrante da teoria antropológica do didata. Utiliza-se de um sistema de referência tridimensional para situar cada uma das organizações didáticas possíveis. Surgem, assim, as OD ideais teoricistas, tecnicistas e modernista.

Nos planos bidimensionais, aparecem três tipos de OD ideais: clássicas, empiristas e construtivistas. Assim, para Gascón, as clássicas combinam os momentos, *tecnológico-teórico*, as empiristas integram os momentos *exploratórios*, e as construtivistas os momentos *tecnológico-teórico* e *exploratório.*

Cada uma destas organizações didáticas é analisada por Gascón na perspectiva epistemológica. O teoricismo identifica *‘ensinar e aprender matemática’* com *‘ensinar e aprender teorias’.*

Como o teoricismo, Gascón aponta o tecnisismo, com os mesmos problemas do ensino aprendizagem de teorias que usam o método euclidiano. Os tecnicistas identificam *‘ensinar e aprender matemática’* com ‘*ensinar e aprender técnicas (algorítmicas)’.*

As organizações didáticas que usam o método euclidiano, os teoricistas e os tecnicistas criaram, pela sua ineficácia em promover o ensino-aprendizagem com isenção e qualidade, a situação de busca de novos métodos. Gascón considera as OD *modernistas* como forma de considerar uma reação as limitações das OD clássicas.

Os problemas no modernismo são apontados pelo autor: “Pelo isolamento e descontextualização dos problemas que já eram preocupantes nas OD clássicas, se agravam mais no modernismo” (GASCÓN, 2003, p. 26).

O procedimentalismo, que apresenta uma diretriz heurística, é uma outra organização didática, que Gascón define como “...formas de organizar o estudo da matemática e tem como principal objetivo do processo educativo *o domínio de sistemas estruturados de técnicas heurísticas* (no sentido de não algorítmicas)” (2003, p. 27).

Mais duas ODs são analisadas por Gascón, que, por sustentarem-se na epistemologia construtivista, receberam os nomes de *construtivismo psicológico* e *construtivismo matemático*.

Segundo Gascón, “o construtivismo psicológico relaciona funcionalmente duas dimensões diferentes da atividade matemática: o *momento exploratório* e o *momento tecnológico-teórico*, dando grande importância ao papel da atividade de resolução de problemas, ainda que, só seja, como *instrumento da gênese dos conceitos”* (2003, p. 29).

A outra organização didática que tem seus pressupostos, na epistemologia construtivista, o construtivismo matemático, tem por base o uso da modelização, Gascón define-o como.

> Modelizacionismo são as formas de organizar o estudo da matemática que interpretam ‘aprender matemática’ como um processo de construção de conhecimentos matemáticos (relativos a um sistema matemático ou extramatemático) que se desenvolve mediante a utilização de um modelo matemático do dito sistema. (GASCÓN, 2003, p. 29).

A utilização da resolução de problema pela OD modelização é vista, pelo autor, como uma atividade mais ampla, denominada de atividade de modelização matemática. Esta atividade engloba quatro estágios, citados por Gascón, e creditados a Chevellard (1989). O primeiro estágio apresenta uma situação problemática. O segundo engloba a definição ou delimitação do problema. O terceiro inclui o trabalho técnico, a interpretação dos resultados dentro do sistema modelizado do problema selecionado. No quarto estágio, procura-se anunciar novos problemas, surgidos dos trabalhos nos estágios anteriores.

As organizações didáticas, propostas no modelo desenvolvido por Gascón, apresentam problemas estruturais. A clássica e a teoricista, por serem unidimensionais, são reducionistas, enfatizam um só aspecto da atividade matemática. As modernistas são bidimensionais, mas não dão suficiente valor à aprendizagem das técnicas matemáticas.

Com esse quadro de incompletude das organizações matemáticas, Gascón sugere que novas pesquisas são necessárias em educação matemática. O momento é oportuno para se empreender esforços, no sentido de acrescentar novas idéias e propostas que avancem nas pesquisas para a o ensino aprendizagem na sala de aula.

A mudança do método de ensino tem sido tema de discussão e produção de teses, artigos, livros e outras publicações. Hiratsuka (2003) investiga a mudança da prática de ensino do professor. Para fazer essa pesquisa, tomou, como ponto de apoio, a vivência do professor.

Os questionamentos de diversas origens, resultantes da insatisfação com sua prática profissional, são relatados pelos professores. “A percepção do descontentamento, ou mesmo até de angustia de alguns professores com suas práticas e a percepção que minha ação pouco ajuda na superação desses sentimentos, levou-me a questionar às minhas certezas” (HIRATSUKA, 2003, p.2).

O trabalho de tese de Hiratsuka (2003) usa a abordagem fenomenológica como método de pesquisa. Faz entrevistas com professores, e detalha as unidades de significado dos discursos. Segue-se a busca de convergências nas falas dos entrevistados. Antes destas fases, faz um estudo minucioso do método tradicional de ensino. “Finalmente entendi que a questão não era a melhoria de métodos de ensino de acordo com um modelo, mas sim de questionamento do próprio modelo. No caso desses, eles questionavam o ensino tradicional da Matemática, isto é, o modelo em que eles foram ensinados e que agora reproduzem” (HIRATSUKA, 2003, p.2).

Como Gascón (2003), Hiratsuka (2003) é critico em relação ao método clássico de se ensinar matemática. Este afirma que a prática matemática nas escolas abrange conhecimentos mais amplos do que imaginava.

> Estava, então, em torno de uma interrogação que solicitava, e portanto apontava uma leitura abrangente sobre o ensino de matemática, a qual me levou a compreender que nesse ensino estão envolvidos concepções de mundo, sociedade, homem, Educação, conhecimento, Matemática. Conseqüentemente, devia sair de uma visão pontual, em que só abordaria aspectos de métodos de ensino para uma visão mais ampla, onde estariam

> presentes aspectos antológicos, epistemológicos, éticos, sociais e históricos. (HIRATSUKA, 2003, p.3)

A pesquisa de novos métodos para se ensinar Matemática, estabelece uma ruptura epistemológica entre o que é o ensino de Matemática e o método que nasceria com base nesse corte. Hiratsuka qualificou sua investigação como sendo de mudança de paradigma. O significado dessa denominação, mudança de paradigma, seria obtida a partir dos estudos de alguns autores.

Os autores a que Hiratsuka (2003) se refere são: Mignonii (1994), Wigley (1978) e Kuhn (1978) - autores que respaldaram o desvendar da interrogação. A maneira como formularam a interrogação foi fundamentada na pesquisa qualitativa apoiada na Fenomenologia. *A vivência da experiência da mudança da prática de ensino de Matemática*, como opção de pesquisa mostrava-se como o caminho a seguir.

A fenomenologia é apresentada por Hiratsuka (2003), e seus principais teóricos são visitados: Husserl, Merleau-Ponty, entre outros.

Outros autores são citados por Hiratsuka (2003), que contribuem no esclarecimento do que seja o método tradicional ou clássico. Mizukami (1986) tem suas concepções sobre o método analisadas por Hiratsuka. Acha o ensino tradicional pronto e acabado: ensino centrado no professor, aluno passivo, ênfase no produto, autoritarismo. Outro autor citado foi Burigo (1989), que faz uma análise entre o ensino tradicional da Matemática e a Matemática Moderna. Para Burigo, a implantação da matemática moderna no Brasil não se deu pela inserção em um movimento internacional, mas, a partir da vontade de um grupo de educadores brasileiros.

No fim do movimento da matemática moderna, Hiratsuka destaca o movimento *Back to Basics,* originário nos Estados Unidos, quando se começou a perceber que, de fato, não houve movimento no sentido de mudança no ensino de matemática. Só os conteúdos do velho currículo foram modificados em algumas partes.

O estudo pormenorizado que o autor faz do ensino tradicional da matemática, teve o objetivo de analisar, com mais profundidade, as conseqüências das mudanças propostas pelos entrevistados e seus discursos. Assim, é mostrado o discurso articulado do professor A. “Compreende que está construindo uma trajetória que se iniciou pela sua insatisfação de ensinar dentro do método tradicional e que este percurso não terá um ponto final, pois a mudança nunca estará completa, já que sempre estará presente o desejo de melhorar o seu ensino” (HIRATSUKA, 2003, p. 115).

O professor B tem seu discurso resignificado. A percepção da necessidade de mudança acontece como ressalta Hiratsuka. O sujeito B foi formado no modelo tradicional de ensino. Quando começou a lecionar repetia esse modelo que aprendeu. A mudança de sua prática mudou quando percebeu que os alunos não aprendiam com esse modelo tradicional.

A analise feita por Hiratsuka (2003), a partir, dos sete discursos dos professores, mostra que a interrogação que norteou a tese - “o que é a mudança de paradigma no ensino de matemática?”- tem sua resposta nas articulações dos professores. Dos sete entrevistados, fiz o recorte das falas de dois deles: o A e o B, apontam o ensino tradicional da matemática como motivo da procura de novos cominhos para o ensino-aprendizagem da matemática. Isto acontece com os outros cinco professores.

As pesquisas sobre as tendências pedagógicas, do ensino-aprendizagem na Educação Matemática tem sido realizadas ao longo da existência deste campo cientifico. Educadores e Educadores Matemáticos têm se mostrados atentos aos métodos usados na sala de aula. Essa situação se coloca, hoje, como forma de superação dos métodos que usamos. Um método “ideal” não existe. A pesquisa é que vai, por meio da filosofia e outros suportes teóricos, fundamentar as mudanças necessárias, de uso de métodos mais antenados com a evolução do saber pedagógico.

## 2. 3 Fitas de Áudio e Vídeo

As Mídias hoje em dia tem penetração em todos os setores da comunicação. As tradicionais são: TV, rádio, *Outdoor,* jornal e revista. As alternativas, como são chamadas, são bastante numerosas: Internet, estandes em feiras e exposições, encartes, cartazes Internos, material audiovisual, fitas de áudio e vídeo e muitas outras.

A utilização desses recursos e a incorporação de profissional na área de Áudio Visual, na educação, consolidam a habilidade específica e mantém a transdisciplinaridade de pé, ao praticar uma "sala de aula dinâmica". O Vídeo tem sido objeto de pesquisas como recurso didático. Artur Powell et alli e Ricardo Nemirovsky e Álvaro Galvis são estudiosos do assunto.

Artur B. Powell, Jonh M. Francisco, Carolyn A. Maher são os autores do artigo, *Uma Abordagem á Análise de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento de Idéias e Raciocínios Matemáticos de Estudantes,* publicado na **Revista Bolema** (2004).

Powell et alli (2004) propõem modelo de análise de dados de videoteipes, descrição de cada fase do modelo, exemplos do modelo em ação. Descrevem a base teórica que é fundamentada num estudo transversal e longitudinal.

O projeto de pesquisa longitudinal tem vários objetivos, segundo os autores,

> investigar em detalhe o desenvolvimento de idéias matemáticas pelos estudantes; fornecer estudos de caso em profundidade sobre o desenvolvimento da capacidade de justificação e de proposição de demonstrações pelos estudantes; investigar o relacionamento de idéias e *insights* anteriores com justificação e produção de demonstrações posteriores; investigar a natureza da intervenção do pesquisador no desenvolvimento de idéias matemáticas do estudante; estudar a cognição individual no contexto do movimento de idéias dentro desta comunidade. (POWELL et alli, 2004 p. 83-84)

O modelo analítico para estudar o desenvolvimento do pensamento matemático emprega uma seqüência de sete fases interativas e não lineares. "Observar atentamente os dados do vídeo. Descrever os dados do vídeo. Transcrever, codificar, construir o enredo e compor narrativa" (POWELL et alli, 2004, p. 98).

Ilustra-se cada uma destas fases analíticas com exemplos baseados em um portfólio de vídeo (coleção de dados, como cortes no videotipe, etc) do projeto de pesquisa longitudinal.

Embora, no modelo dos autores, a fase da narrativa apareça por último, a narração e outras ações interpretativas começam, geralmente, no início da pesquisa. E é necessário, em algum lugar no interior do relatório de pesquisa, que os pesquisadores delineiem seus vieses teóricos.

Ricardo Nemirovsky e Álvaro Galvis, no artigo, “Facilitando interações em linha fundamentadas no vídeo-caixa-baseado do desenvolvimento profissional do professor”, tratam de questões sobre a utilização do vídeo. Argumentam sobre a viabilidade do vídeo em situações de ensino e aprendizagem. “O objetivo central é promover uma atitude reflexiva entre professores participando sobre seu próprio ensino e sua própria compreensão da matemática que ensinam” (NEMIROVSKY e GALVIS, 2004, pp. 67 e 79).

O objetivo do vídeo e das discussões da temática é promover uma reflexão das questões de sala de aula, observando o fazer do professor e dos colegas, para que haja uma compreensão da matemática que ensinam. A observação desses vídeos, por professores é seguida de outras etapas, como as interações, que objetivam as discussões que são feitas em reuniões, e *on-line.*

> Os exemplos de vídeo analisados de matemática fornecem um corpo comum de eventos da sala de aula, de reflexões dos professores, de interpretações dos coordenadores, e das atividades sugeridas pelo professor, que permitem que os participantes compartilhem histórias, perguntas, e de dados sobre matemática e idéias. Não são projetados para conduzir os participantes a uma conclusão ou a uma interpretação específica. (NEMIROVSKY & GALVIS, 2004, pp. 67 e 79)

A questão que se coloca para os professores é discutir a sua prática teórica a partir da observação da prática de outros professores mais experientes. Relatórios e narrativas a respeito do vídeo, questões provenientes da prática de cada participante são demandas decorrentes das discussões. Enquanto facilitadores do processo de desenvolvimento profissional, qual o papel desses formadores? Qual a garantia de que todos os participantes podem expor suas idéias, e ser contemplados com a discussão? Essas são situações sobre as quais os facilitadores se questionam e que constam das reuniões do grupo.

## 2. 4 Museus

Lugar de difusão da cultura dos povos, a tradição dos Museus faz parte da história viva das civilizações. A grandeza e imponência dependem da riqueza cultural de cada País. Pela importância, faz parte, da escolaridade de qualquer sujeito. Os museus, já há algum tempo, vem passando por mudanças. Os antigos continuam com seus modelos de funcionamento da mesma forma. Os novos surgem, com a preocupação de seus idealizadores, de torná-los interativos. Apresentamos abaixo, a titulo de exemplo, alguns museus. A participação do público, ao lidar com os acervos, nas visitas, é o mais importante - metodologia que contribui para que todos tenham conhecimento da cultura científica, de maneira ativa e prazerosa.

### O Museu da Língua Portuguesa

O Museu da Língua Portuguesa está localizado na Estação da Luz, que começou a ser restaurada em 2002 e terminou em 2006, ano da inauguração. São Paulo é a cidade de maior índice de falantes da Língua Portuguesa no Mundo, motivo mais do que suficiente para abrigar um museu desta natureza.

Inaugurado em 20 de Março de 2006, possui uma área com mais de quatro mil metros quadrados. Com três andares, com hall de entrada, auditório, e espaçosa Praça da Língua. Salas de exposições, e outros espaços compõem o design do Museu da Língua Portuguesa.

Os ambientes internos que compõem o museu são:

**Auditório.** Onde são projetados curtas-metragens sobre a origem, a história, a diversidade, a importância da linguagem e das línguas para o Homem.

**Praça da Língua**. Uma das principais áreas do Museu. São difundidos textos das obras clássicos da prosa e da poesia em Língua Portuguesa, em diversas mídias.

**Grande Galeria.** Lembra o corredor de uma estação de trem. Vídeos são projetados mostrando a presença e riqueza da Língua no quotidiano.

**Linha do Tempo ou História da Língua Portuguesa.** São mostradas as línguas românicas da antiguidade até a atualidade.

**Exposições Temporárias.** São apresentadas exposições de obras dos grandes literatos da Língua.

**Mapa dos Falares.** Os diversos falares do Brasil são apresentados em forma de um grande mapa.

**Beco das Palavras ou Jogo da Etimologia.** Multimídia interativa representando as línguas que influenciaram na formação do português brasileiro.

**Palavras Cruzadas.** Formado por ecrãs interativos para construir palavras da Língua Portuguesa.

Conforme citado no *website* do Museu*:*

> Trata-se de um museu vivo da língua, onde os brasileiros podem se reconhecer e se conhecer melhor; lugar que evoca a especificidade e a riqueza da língua portuguesa do Brasil e busca, assim, reforçar o sentimento de pertencimento e responsabilidade com o país. O objetivo maior é fazer com que as pessoas se surpreendam e descubram aspectos da língua que falam, lêem e escrevem, bem como da cultura do país em que vivem, nos quais nunca haviam pensado antes. Que se espantem ao descobrir que sua língua tem todos aqueles aspectos ocultos. Essas pessoas utilizam o português, como sua língua materna, das mais diversas maneiras: comunicam-se com muita criatividade, usam neologismos, inventam imagens, têm humor. ‘Deseja-se, que no museu, esse público tenha acesso, a novos conhecimentos e reflexões, de maneira intensa e prazerosa. (www.estaçãodaluz.org.br)

## A Casa da Ciência

A Casa da Ciência - Centro Cultural de Ciência e Tecnologia da UFRJ, situada no bairro de Botafogo – Rio de Janeiro, foi inaugurada em junho de 1995. Instalada no “Casarão”, foi restaurada para abrigar este centro carioca de cultura. Foi criada para ser um pólo permanente de educação e divulgação científica, lugar de transformações do rigor acadêmico dos livros e das salas de aula numa grande celebração interativa com o público.

Desde sua existência, a Casa da Ciência tornou-se centro de popularização da ciência. Explora as diversas áreas do conhecimento através de linguagens variadas teatro, exposições, música, oficinas, cursos, palestras, seminários e audiovisual.

A maneira de lidar com o público propondo desafios tem sido motivá-lo a fazer suas próprias descobertas, a partir de atividades que instiguem a buscar respostas e aguçar sua curiosidade.

O espaço possui cerca de 3.000 m² de área distribuídos entre:

**Salão de Exposição e Varanda**: abrigam eventos científicos e artísticos de médio porte. Desde a inauguração da Casa, esses espaços foram palcos dos mais variados temas, em grandes celebrações interativas.

**Auditório, áreas de apoio e lazer**: O *Auditório*, com 84 lugares e equipado com modernos recursos audiovisuais, é o espaço destinado a mostras de filmes, shows de música, seminários e debates abordando diferentes assuntos.

A estética da fachada e os jardins formam a *área externa*, onde se procurou aliar, à arquitetura original do velho casarão, uma ambientação aconchegante, dando, à Casa da Ciência, confortável clima domiciliar.

Na parte externa, o *Toldo* tem sido o local preferido para a realização de cursos, oficinas e apresentação de peças teatrais.

Continuando o caminho pela Casa, o visitante encontra, ainda, uma agradável cafeteria para um bate papo sem pressa, que já se tornou ponto de encontro nas exposições.

**Administração e Serviços:** responsável por toda a infra-estrutura da Casa da Ciência, envolve as atividades da instituição, principalmente a produção dos eventos, manutenção e segurança.

Como a Casa da Ciência e o Museu da Língua Portuguesa, o Ateliê de Matemática destina-se a mudar as relações entre a educação e a divulgação científica dos conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, o espaço de interação entre alunos, professores e público em geral, na sala de aula dinâmica, tem proximidade conceitual e espacial como as dos Museus: a concepção teórica que cada museu apresenta; o espaço onde acontece a interação e visitação do público; a logística das operações que viabilizam o funcionamento destes locais de difusão do saber. Essas condições, presentes na experiência dos Museus, serão os alicerces que tornarão o Ateliê de Matemática um lugar de encontro transdisciplinar.

Sibele Cazelli pesquisa a alfabetização científica. Os Museus são os espaços de aprendizagem dos conceitos das Ciências em geral. A ordem é interagir com as peças em exposição.

A *Alfabetização Científica,* mais abrangente, é um conceito relativamente novo, que promove mudanças com respeito à necessidade de tornar os conceitos científicos acessíveis à maioria da população. Ela se realiza na experienciação de uma série de atividades que despertam o interesse pela Ciência. O museu é o local onde essas atividades podem acontecer. A dimensão educativa das visitas aos museus é ressaltada por Cazelli: “Tudo o que vai ser exposto no museu é concebido e organizado com fins educacionais. A norma não tocar, rigorosa nos museus tradicionais, é abolida nesses centros” (1992, p. 99).

Na *Alfabetização Matemática*, em particular, nossos museus seriam as salas de aulas, o espaço escolar, a comunidade, locais onde os significados do conhecimento matemático (de indisfarçável estética e utilidade pública) possam ser captados na constante presença cotidiana, mesmo que escondidos aos olhos de muitos.

A necessidade de relacionar os conceitos científicos com a natureza e nosso dia-a-dia também ocorre na *Alfabetização Científica,* conforme ratifica Cazelli.

> Outro exemplo que ilustra essa preocupação em relacionar o assunto de uma exposição com alguns componentes do conceito de alfabetização científica é a exposição permanente do Museum of Science and Industry de Chicago intitulada Inquiry. Ela foi criada especialmente com o objetivo de levar ao conhecimento do público os processos da ciência, em vez de enfatizar seus produtos. Dentro desse objetivo central está o de desbancar alguns estereótipos comuns sobre a ciência e os cientistas. (CAZELLI, 1992, p.101)

## O Museu de Astronomia e Ciências Afins

O *MAST,* como é conhecido, é um espaço de múltiplas atividades: instituição pública federal inaugurada em 1985, no Rio de Janeiro, e que trabalha com a história científica e tecnológica do Brasil, ao mesmo tempo em que promove e estuda a divulgação e a educação em ciências.

**Exposições Permanentes:** Os espaços de exposição permanente se espalham pelo campus do MAST, abrangendo o prédio sede e os pavilhões das lunetas. Estas exposições foram montadas em momentos diversos e têm período de permanência longo - em torno de seis a dez anos.

**Exposições Temporárias:** Os locais de montagem dessas exposições são, normalmente, o Salão Nobre e seu entorno, podendo ocupar salas próximas, e corredores de acesso no prédio sede do museu. Permanecem em cartaz de três a seis meses, aproximadamente.

**Exposições Itinerantes:** São exposições que poderão ser solicitadas para serem montadas em outros locais.

O Museu de Astronomia e Ciências Afins – MAST - realiza estudos acadêmicos em História da Ciência, Educação em Ciência e preservação de acervos documentais e museológicos. Na condição de museu, detém a guarda de coleções de instrumentos, objetos e documentos ligados à atividade científica brasileira. O acervo abrange o prédio principal e outras instalações do MAST.

Nos campos da divulgação e da educação em ciências, o MAST tem muito a oferecer. Apresenta seu acervo em exposição permanente, abre sua biblioteca e videoteca ao público, realiza eventos como o Programa de Domingo, o Programa Observação do Céu e exposições temporárias. Promove, ainda, atividades itinerantes e desenvolve programas de atendimento escolar, que incluem visitação guiada para grupos de estudantes e cursos de capacitação docente.

A Coordenação de Educação procura estimular a relação do Museu com a Escola por meio de cursos de formação continuada de professores e visitas orientadas para estudantes. Quanto à pesquisa, está focada em contextos não formais de educação e é desenvolvida em duas linhas: 1) Comunicação e Cognição em Museus de Ciência e 2) Alfabetização Científica, Educação em Ciências e Avaliação Educacional.

**O Museu de Ciências e Tecnologia**

Em 14 de dezembro de 1998, a área de exposições do Museu de Ciências e Tecnologia – MCT - é entregue a comunidade, com cerca de 600 experimentos interativos, ocupando uma área de 12.500 m2.

O Museu de Ciências e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS - tem como objetivo despertar o espírito científico, a curiosidade e o gosto pelas ciências. Sua exposição permanente conta, hoje, com mais de 700 experimentos interativos, que oferecem ao visitante uma maneira de conhecer os fenômenos naturais e as relações do homem com o mundo. São mais de cinco milhões de peças à disposição dos visitantes.

São oferecidos, no museu, além das visitas, cursos de formação para professores e museu itinerante. Nesses diversos projetos, o museu tem como linha de atuação: estimular o questionamento, a argumentação e a comunicação das idéias, formas de se promover à autonomia e a superação do aprendizado por mera transmissão, passo decisivo para a formação de uma sociedade mais justa e participativa.

Hoje o espaço do Museu se expandiu: são 22 mil $m^2$ de área construída. Três pavimentos e dois mezaninos de exposições compõem a área interna. São vinte e três áreas temáticas, onde estão distribuídos os experimentos vivenciados pelos visitantes.

Dos museus apresentados, somente o da PUCRS tem exposição com objetos matemáticos. Garrafa de Klein, sólidos geométricos imensos, tangram, matemáticos famosos e suas histórias são alguns exemplos que promovem a interação entre o público e o concreto.

Foram quatro os museus visitados. A diversidade das propostas de cada um justifica-se pela opção transdisciplinar. O Museu da Língua Portuguesa e o Ateliê de Matemática teriam, no estudo das maneiras de se comunicar, o elo de ligação entre duas línguas. A Casa da Ciência, espaço plural onde arte e ciência convivem nas suas possibilidades de integração. Música, cinema, teatro são algumas das artes que o Ateliê e a Casa da Ciência dividem em termos de interesses. O Museu de Astronomia, nos anos oitenta, lançou a *alfabetização cientifica.* Este marco possibilitou mudanças na apresentação dos conceitos científicos e coincide com o inicio da alfabetização matemática no Brasil.

Como a Casa da Ciência, o Museu da Língua Portuguesa e O Museu de Astronomia, o Ateliê de Matemática destina-se a mudar as relações entre a educação e a divulgação científica dos conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, o espaço de interação entre alunos, professores e público em geral, na sala de aula dinâmica, tem proximidade conceitual e espacial como as dos Museus, a concepção teórica que cada museu apresenta, o espaço onde acontece a interação e visitação do público. A logística das operações que viabilizam o funcionamento deste local de difusão do saber será incorporada e adaptada na implantação do Ateliê de Matemática.

## 2.5 Fundamentação teórica

O Ateliê de Matemática é um espaço dinâmico para trabalhar de modo inter /transdisciplinar, arte/matemática. Também pode ser um ambiente de pesquisa para professores e alunos investigarem e refletirem sobre suas ações concernentes à construção do conhecimento matemático e do sentido que ele faz, desenvolvendo o conceito de alfabetização matemática do professor e, conseqüentemente, de seu aluno, em um processo de construção do professor e aluno pesquisadores. Visamos à implantação do Ateliê de Matemática em escolas, nas redes oficial e particular de ensino, ou espaços culturais. Para este fim, procuraríamos dar ao Ateliê de Matemática uma fundamentação teórica buscando um refinamento nos métodos e processos de trabalho, seja na criação e realização de situações a desenvolver, seja nas discussões teóricas que alicerçam os conteúdos matemáticos abordados e os conteúdos de áreas afins, tais como Psicologia, Filosofia, etc. Formulação de uma teoria que torne o Ateliê uma proposta par a educação básica.

Esta fundamentação é experienciada por professores, possibilitando a construção de uma prática docente crítica, que nos leve a refletir sobre essa prática e os valores subjacentes à atuação profissional. Utilizamos a pesquisa qualitativa e, como pressuposto, que construção do conhecimento, desenvolvimento pessoal e incidência sobre a realidade social não podem ser separados. Diferenciamos as categorias Ateliê de Matemática e Oficina de Matemática ou Laboratório de Matemática. A Oficina de Matemática, como habitualmente entendida, caracteriza-se pela divulgação dos conhecimentos matemáticos em uma perspectiva técnica e científica. Já o Ateliê de Matemática divulga os conhecimentos matemáticos em uma abordagem, além de técnica e científica, também artística e, sobretudo, preocupada em criar um professor-poeta, fazedor de sua arte, sua prática docente.

Esta condição, da profissão do ser *professor-poeta,* encontra, nas palavras de Martins, o significado mais pertinente. “Educação é *poesia.* O que estou tentando dizer é que na origem o termo ‘poesia’ é, de fato, ‘fazer’, produzir. Poesia refere-se, especificamente, ao ‘ato de poder e de fazer” (1992, p. 88).

Professor que comunica, cria suas maneiras de lidar com os estudantes extrapola a linguagem, trabalha com o imaginário, a consciência, tem que viver num mundo transcendente que ultrapasse as normas e costumes, para se aliar ao conhecimento novo que faz a diferença, percebendo *poíesis* nessa construção. Segundo Martins.

> Para os gregos esta construção, o fazer e o habitar o que foi construído, constitui a *poíesis.* Vendo-se poíesis como construção, criação, linguagem, símbolos e mitos, nós, poderíamos dizer que tudo o que constitui o falar cotidiano pode acontecer no mundo poético. Se a poíesis mostra o homem em conversação, então, o que é dado nas asserções poéticas constitui um relato escrito sobre alguma coisa, uma forma misteriosa que pode vir a formar um todo na conversação. (1992, p. 88)

As interrogações educacionais proporcionadas por uma matemática de difícil aprendizagem para o estudante e, como conseqüência, os problemas de auto-estima, reprovações, nos fizeram resgatar a matemática que aprendemos na infância e suas relações com a vida. A Tenda, nessa lembrança, era o espaço de construção dos conceitos matemáticos sem formalização. Isso nos levou a pensar em criar o Ateliê de Matemática.

A alfabetização matemática caracteriza-se pela aprendizagem dos conceitos matemáticos numa perspectiva inovadora. Os conceitos são introduzidos do concreto para a representação abstrata. Mediados pela linguagem, têm, como resultado, a idéia e sua existência material.

Como a pesquisa em sala de aula pode superar os problemas da alfabetização matemática? Esta é a pergunta que nos guiará. Entendemos como alfabetização matemática a leitura e escrita dos números e os significados que cada símbolo matemático encerra, pois, a escrita matemática é ideográfica. Por trás de cada signo, existe um significado, o que não ocorre com a escrita alfabética.

Discutir a linguagem matemática usada na construção dos conceitos e os diferentes significados que os mesmos têm: será possível criar uma linguagem para a alfabetização matemática? Qual lógica seria adequada para nossa proposta? Estas perguntas nos conduzem na investigação dos problemas, da alfabetização matemática.

A tendência alfabetização matemática da Educação Matemática é relativamente recente. No I ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática em 1987, Manoel L. C. Teixeira e Tânia Batista Cabral apresentaram a comunicação científica: *Alfabetização e Matemática*, publicada nos *Resumos dos Trabalhos* do ENEM.

> Na concepção dos autores a Alfabetização não deve ser apresentada separada da Matemática. Argumentam que essa ruptura tem contribuído para o baixo desempenho dos alunos. Essa contribuição se verifica na medida em que, atualmente, apenas se trabalha através de conteúdos, isto, tem levado a não considerar as estruturas cognitivas como meio de atingir a interdisciplinaridade. A Alfabetização (Linguagem) se relaciona com a Matemática (Linguagem e Conceito) dialeticamente, a linguagem adquire a sua totalidade na reflexão que deve ser feita diante de um conceito. (CABRAL e TEIXEIRA, 1987, s/n)

Ocsana Sônia Danyluki, participante da mesma mesa redonda que Manoel Teixeira e Tânia Cabral, no I ENEM em 1987; apresentou *Alfabetização Matemática.*

> O objetivo deste trabalho é elucidar o sentido da leitura da linguagem matemática, bem como o ato de ensinar tal leitura. Para isso, foi observada a classe de primeira, segunda e terceira série do 1º Grau. Foi preciso situar o contexto onde o fenômeno ocorre: uma escola Estadual de uma cidade do interior do Estado de São Paulo. A pesquisa realizada foi de cunho fenomenológico.
>
> Foram observadas as provas bimestrais dos alunos os seus cadernos, livros-texto, o que a professora escrevia no quadro. Tudo foi registrado, o objetivo é obter material para a análise da ação do professor ao ensinar matemática, ou seja, ensinar a ler a linguagem matemática, bem como ter algum conhecimento sobre a própria aprendizagem dos alunos. (DANILUKY, 1987, s/n)

As considerações que faremos sobre a Dissertação de Mestrado, posteriormente publicada (DANYLUKY, 1991) estão relatadas resumidamente, no primeiro capítulo da tese de sua doutorado. O caminho trilhado desde a comunicação, tese de mestrado e doutorado mostram as mudanças e aprofundamento da tendência alfabetização matemática.

O ato da leitura, para Daniluky (1998), transforma o leitor em relação aos seus atos de pensar e agir. Isso se manifesta pelo desenvolvimento e novas maneiras de entender o mundo. Torna-se crítico e reflexivo nas suas interações com a sociedade e o cotidiano vivido. Essa maneira de compreender a leitura também se estende à leitura matemática.

O ato de ler e o ato de ler a linguagem matemática foram apresentados e discutidos por Daniluky (1998). Neste momento, o entendimento do que seja não só ler, mas o que é a alfabetização matemática, apresentada na Dissertação de Mestrado precisam ser explicitados para os encaminhamentos que se apresentam na tese de doutorado. Para a autora, o ler e escrever é o que chamam de alfabetização matemática, e compreende, também, a interpretação dos conteúdos matemáticos das séries iniciais.

O ir à frente à pesquisa de mestrado, para a de doutorado, Daniluky (1998) propõe nova abordagem no tratamento do tema "alfabetização matemática". Em vez de considerar o aspecto da leitura dos números, considera, na pesquisa do doutorado, além da leitura, a escrita matemática.

Os autores que fundamentam a leitura e escrita da linguagem matemática, escolhidos por Ocsana, são das áreas da Educação, Psicologia e Filosofia. Essas três áreas do conhecimento traduzem a interdisciplinaridade como opção teórica da autora.

De inicio, considera importante tomar ciência sobre o que se tem pesquisado sobre a escrita da criança. Emilia Ferreiro tem uma vasta produção sobre esse assunto, que Daniluky (1998) utiliza.

> Concebida como um código de transcrição, a escrita é vista por Ferreiro, como uma aquisição de técnica. A construção da escrita construída pela humanidade foi um processo histórico de construção de um sistema de representação, não de um processo de codificação. (FERREIRO *apud* DANILUKY, 1998)

A partir desta constatação, Ferreiro (*apud* DANILUKY, 1998) cria um método de alfabetização que tem, como principal característica, os níveis de desenvolvimento psicogenético: pré-silábico, silábico e alfabético.

Alexandre Luria trabalhou com Vigotsky na União Soviética. A aprendizagem para o grupo de Luria é concebida na dimensão histórico-social. “Luria em seus experimentos verificou que os atributos quantidade, tamanho e cor, quando utilizados em sentenças ditadas às crianças, as conduzem à pictografia, o que, para o pesquisador, tem efeito de traços de verdadeira escrita” (DANILUKY, 1998, p. 31).

Ocsana pesquisou também na filosofia tendo, estudado Ricoeur e Husserl. Ressalta que estes últimos autores não lidam com a aprendizagem da escrita de crianças, mas tem papel importante na compreensão da escrita matemática.

> Os estudos elaborados em filosofia levaram-me a ver o significado de discurso, de escrita, de texto e o significado da escrita matemática. Ricoeur e Husserl, em seus estudos, não buscam na criança, como se dá o ato de escrever. No entanto contribuem para o entendimento da escrita, possibilitando-me um caminho para compreender como a criança entra no mundo da escrita da linguagem matemática. (DANILUKY, 1998, p. 55)

Além desses autores citados e resenhados, vários outros foram consultados como referencial teórico por Danyluky: a saber, Yetta Goodman (1987), Garcia e Ramirez (1994), Rachel Cohen e Hélène Gilabert (1992), Anne Sinclair (1990), Nilson Machado (1990).

Outros autores nacionais, como Maria da Conceição Fonseca (2004), e publicações estrangeiras, como NCDE - National Council on Education and the Disciplines (2001, 2003), publicaram artigos sobre a alfabetização matemática e suas variantes.

O Instituto Paulo Montenegro, que trabalha com pesquisa de opinião pública, e a ONG Ação Educativa inovaram ao considerar, para efeito de avaliação dos conteúdos matemáticos, não só os alunos matriculados nas escolas do País, mas também a população em geral. Disso, resultou o livro, *Letramento no Brasil – habilidades matemáticas*, organizado por Maria da Conceição F. R. Fonseca, que nos orienta.

> Neste livro, reúnem-se estudos de educadores que se debruçaram sobre os resultados no INAF – Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional 2002 e, a partir deles, tecem reflexões sobre condições e repercussões das relações

> entre analfabetismo e habilidades matemáticas e, entre letramento e educação matemática. (FONSECA, 2004 p. 11)

A dificuldade, da Matemática, sair de si mesma tem prejudicado os interesses de uma educação para todos. Nisso, a Matemática tem influência capital. “Embora não levando em consideração a diversidade cultural, a matemática tem um caráter de universalidade. Ela está presente na ciência, na tecnologia e no modelo econômico”. (D’AMBRÓSIO *apud.* FONSECA, 2004, p.36).

Robert Orrill, em NCDE (2001), escreve que o Programa para avaliação Internacional do Estudante (PISA) 2002 chama, de letramento matemático, as competências exigidas do aluno: capacidade do indivíduo identificar e compreender o papel que a Matemática exerce no mundo, para fazer julgamentos matemáticos bem-sucedidos e para transferi-los à matemática, com a necessidade da vida atual e futura do indivíduo, como um cidadão construtivo, interessado e reflexivo.

As tendências pedagógicas para o Ensino de Matemática têm sido estudadas e apresentadas como possibilidades de mudar a precariedade do ensino de Matemática. Procura-se ir mais além. Letramento Quantitativo, Numeramento, Alfabetização Matemática, Analfabetismo Matemático, Letramento Matemático - palavras que enfocam a formação dos conceitos matemáticos, para desvendar os por quês da não aprendizagem Matemática.

A prioridade que os educadores matemáticos da América do Norte dão ao ensino-aprendizagem dos negócios e aplicações financeiras está enraizada nos interesses de expansão de suas posses.

*Quantitative Literacy - why numeracy matters for schools and colleges* é uma publicação do NCED (2003), em que Bernard L. Madison analisa diferentes autores e as faces que o Letramento Quantitativo (QL) assume. Primeiro, em sua visão, o Letramento Quantitativo é a habilidade de compreender e usar números e análise de dados na vida diária. Linda Rosen, (com Lindsay Weil e Claus Von Zastrow), consideram o Letramento Quantitativo como uma aliança nacional para o negócio. O mundo dos negócios reconheceria a necessidade dessa educação e as respostas que tal proposta acarretaria em beneficio dos investidores. Já Arnold argumenta que: Matemáticas todos devem saber e fazer. No caso do Letramento Quantitativo, as habilidades devem ser avaliadas nos termos de sua freqüência de uso e valor econômico da força de trabalho. Patrícia Cohen considera os aspectos sócio-históricos. Detalha o papel do Letramento Quantitativo na Constituição de 1789 dos Estados Unidos da América. Anthony Carnevale e Donna Desrochers consideram as demandas dos processos democráticos e as exigências da força de trabalho atual e futura. (NCED, 2003)

Na mesma publicação, Ubiratan D'Ambrósio (2003), no artigo - *The Role of Mathematics in Building a Democratic Society* - faz uma critica ao Letramento Quantitativo e posiciona-se favorável a uma Matemática mais criativa e não tanto cartesiana, como tão bem representam as propostas dos professores americanos. Para Ubiratan, a sobrevivência do gênero humano, com dignidade, é o mais urgente e um problema universal. Por conseguinte, nós, como matemáticos e pedagogos matemáticos, temos de refletir sobre nosso papel pessoal na inversão da situação mundial atual.

Em português, letramento tem significado de habilidade para uso de regras gramaticais. De acordo com Madison, letramento quantitativo é a habilidade para resolver problemas que envolvem dinheiro (NCED, 2003). Ambos enfatizam as técnicas que estruturam as duas linguagens. As ações sociais e políticas precisam dirigir-se ao desenvolvimento, em vez de ao comércio como tanto se apresenta nesse mundo globalizado.

A nossa intenção de construir uma teoria que dê respaldo ao surgimento do Ateliê de Matemática, como proposta pedagógica e didática para a implantação transdisciplinar do conhecimento matemático, nos leva a considerar estudos de autores em alfabetização matemática. Mas, precisamos considerar o espaço onde esta alfabetização vai acontecer e concretizar a possibilidade de funcionamento de tal empreendimento.

O suporte teórico será selecionado com base em pesquisas revisadas na bibliografia, e pela formulação de argumentação que dê fundamentação à existência do Ateliê de Matemática. As publicações sobre o tema são poucas. Na Internet, encontramos vários sites que trazem artigos e relatos de experiências. “Ateliê” está mais associado aos locais onde os artistas fazem suas esculturas, quadros e outras obras. É nesse sentido que entendemos os conceitos matemáticos. O concreto transformado em representações por meio da linguagem dos desenhos.

## Laboratório de Matemática

Ettiènne Cordeiro Guérios é professora da Universidade Federal do Paraná. Licenciada em Matemática, Pedagoga, tem sua atuação profissional voltada para formação de professores. Doutorou-se pela Faculdade de Educação da UNICAMP na área de Educação Matemática. Sua tese é um estudo sobre um trabalho que se estendeu por quinze anos, no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências.

> O objetivo desta pesquisa é compreender como professores se constituem profissionalmente em pensamentos, ações e saberes nos espaços de formação e prática docente em um contexto de trabalho coletivo e colaborativo. (GUÉRIOS, 2002, p.1)

Na década de oitenta, o MEC criou o Subprograma Educação para a Ciência. Orientava os participantes na implantação, de laboratórios de Matemática e Ciências, por meio de materiais concretos, conferências, bolsas, capacitação e outros serviços gerais. As Universidades e os Centros de Ciências eram as instituições que recebiam recursos do programa.

Guérios iniciou suas atividades no programa em mil novecentos e oitenta e cinco. O Centro de Ciências do Estado do Rio de Janeiro também fazia parte desse programa. Como Guérios, comecei em 1985, porém trabalhei só dois anos.

Em 1983, o governo do estado tinha, como secretario de educação, o professor Darcy Ribeiro. A educação era prioridade do governo. Foram criados os

Brizolões. Fui convidado a trabalhar no primeiro Brizolão, que não tinha a mesma estrutura da escola formal. Funcionavam no contra-turno. Esta experiência foi um dos motivos da transformação da minha prática educacional.

Os materiais concretos, as reuniões de equipe com todos os professores e a relação com os alunos marcaram. Sentimento e afetividade eram latentes na convivência com os estudantes do morro da Mangueira. A sala de “Jogos e Desafios” era bem freqüentada. A proposta do Brizolão era resgatar as várias necessidades do estudante. Diziam que a Matemática do Brizolão ajudava às crianças a se saírem bem na escola.

Dois anos depois, me transferir para o Centro de Ciências. A coincidência de atuação no mesmo projeto de Ettiène Guérios nos leva a pensar que este Laboratório da UFPR e o do Centro de Ciências são desdobramentos do que conseguimos aprender no sentido de propor mudanças para o ensino de Matemática. O tempo transforma a prática que, no Ateliê de Matemática, nos propomos a mostrar.

As produções dos professores, criadas na sua prática escolar, não devem ser consideradas como pertencentes somente à universidade. Esta é uma produção coletiva, como destaca Guérios (2002): a opção pela pesquisa em sala de aula e o uso do Laboratório de Matemática compõem o cenário da atuação do artista ao conceber suas aulas.

O grupo de professores com quem trabalhava estava interessado em criar espaços, de formação que possibilitassem a melhoria dos cursos de Licenciatura. Para que isso acontecesse, a Universidade deveria assumir um papel importante.

> Atento ao ensino de Ciências e Matemática nas escolas de primeiro e segundo graus, esse grupo entendia que a Universidade deveria olhar de frente para os problemas que emergiam no sistema educativo, pois a qualidade do ensino de Ciências e de Matemática nas escolas dependia fundamentalmente da formação do professor. (GUÉRIOS, 2002, p.6)

Para os professores do projeto, para que essa mudança se efetivasse, teria que acontecer, no Laboratório, um ambiente de pesquisa cientifica, além de se buscar alternativas metodológicas na vivência do processo de formação.

As melhorias no Ensino de Ciências e Matemática, dos estudantes da licenciatura e de professores do ensino básico, se transformavam numa questão de viver processos de qualificação nas disciplinas chaves do currículo. Para que acontecessem as idéias propostas pelo projeto, os objetivos marcariam os caminhos a seguir. “Este estudo tem como objetivo geral compreender como os sujeitos se constituem profissionalmente em pensamentos, ações e saberes, identificando elementos da sua formação que sejam significativos para compreender a prática pedagógica” (GUÉRIOS, 2002, p.6).

Teses, publicações em revistas, e outras formas de divulgação do conhecimento cientifico produzidas pela Academia, quando se referem à educação, pedagogia, psicologia, boa parte é relativa à atuação do professor de uma maneira geral, no seu ambiente profissional. Nesses casos, é o professor o pesquisado. Existe a aceitação de que o pesquisador da Academia é o detentor do poder daquele conhecimento. Essa suposição assumida pelo professor do ensino básico coloca-o numa situação de desvantagem. Guérios (2002) cita dois autores, Gauthier (1998) e Zeichner (1988), para localizar esta situação.

> Tensão, quando não conflito, entre segmentos da esfera educativa, em que a academia não valoriza a pesquisa dos professores em sua pratica, por considerá-la trivial e não fundamentada teoricamente, enquanto estes, por sua vez, apontam a irrelevância da pesquisa acadêmica para a prática escolar. (GUÉRIOS 2002, p.10)

Como afirmam várias teorias de aprendizagem, na ação educativa, o ator mais importante é o aluno. Outras focam a atenção não só no aluno, como também no professor: a história de vida como interpretação do que os professores e os formadores fazem de si mesmo, o que aparece no subliminar, na relação entre a prática e a teoria, tomando como eixo suas contradições, dúvidas, e certezas. Nas entrevistas feitas por Guérios (2002), apareciam as histórias de vida dos professores.

A virada no caminho metodológico de usar um atalho para expressar a identidade do professor, em vez de questionários, em cada momento do processo de formação, é explicitada pela autora. “A opção pela “textualização” teve portanto dois objetivos: permitir a esta pesquisadora atingir seus objetivos e permitir também múltiplas interpretações dos textos, de acordo com a experiência de vida e o arcabouço teórico de cada leitor” (GUÉRIOS, 2002, p. 32).

Fazendo uma retrospectiva do projeto CAPES/SPEC/UFPR desde 1985, para Guérios (2002), a experimentação e a transformação da formação dos conceitos matemáticos eram temas recorrentes. Nessa trajetória, a ação pedagógica estava empenhada na construção dos conceitos matemáticos e não da transmissão e repetição de conhecimentos acabados.

Como percebemos a produção num Laboratório de Matemática? Quais são as atividades, os jogos, filmes, mídias, a concepção do arranjo no espaço destinado aos encontros de professores, alunos e comunidade? O fazer nesta fábrica de interações apresenta nuances que só a prática esclarece. “Percebeu-se que oferecer recursos ou modelos prontos cooperava para uma aparente melhoria da prática escolar, que se esvaia no continuum do cotidiano e não garantia uma mudança efetiva na ação dos professores” (GUÉRIOS, 2002, p. 65)

Como mudar essa prática repetitiva? Professores de escolas públicas, alunos de Prática de Ensino e os professores da Universidade foram os mentores de nova estratégia de ação. Trabalhariam com temas específicos. Seria a pedagogia dos projetos muito usada hoje em dia. Temas escolhidos por Guérios (2002), como Modelagem Matemática, Matemática Ambiental e Matemática Escolar Existente nas Profissões, indicavam as possibilidade, de uma Matemática mais compartilhada.

O crescimento intelectual, moral, e ético são objetivos a serem alcançados pelos mestres que atuam na Educação, mais do que em qualquer outra profissão. O Laboratório de Matemática é o lugar onde essas condições de convivência e relações entre pessoas aconteceriam de forma progressiva até se chegar ao que Guérios (2002) chamou de um modo característico de trabalhar - com liberdade, criatividade - a fundamentação teórica e suas problematizações.

A mudança na metodologia de trabalho refletia a necessidade de mostrar como o laboratório apresentaria os resultados forjados na prática. Teria que ultrapassar algo que ainda não se conhecia, as ações da prática que se tornariam generalizadas em aplicações posteriores. A maneira de obter estes resultados pela pesquisadora foi usar os depoimentos de alguns dos professores. Esta atuação se expressa na procura de se desenvolver intelectualmente, seja fazendo especialização, mestrado ou doutorado.

A partir da divulgação das histórias de vida de cada um, podemos inseri-los para marcar a produção, discussão de uma prática pedagógica que transcende a prática conservadora de fazer educação. Primeiro, como modismo, ressalta a pesquisadora e uma professora Vilma, que fazia parte do projeto. Os Clubes de Ciências, os laboratórios, nas décadas de oitenta, eram modismos, tinham vida própria e competiam com os Centros de Física, Matemática e outros.

O dia a dia no laboratório, as atividades, experimentos, transcrição de dados e conseqüente argumentação científica levaram a perceber o que se entende por “alfabetização científica”, nas palavras de Guérios:

> Os alunos observavam, coletavam dados, faziam as fichas e, ao mesmo tempo em que eles estavam desenvolvendo as habilidades, eles aprendiam também a utilizar equipamentos, analisar os dados, estabelecer conclusões, generalizações, com ênfase no ensino daquela época, que era permitir a vivência do aluno em projetos de investigação científica. Era a época do “convite ao raciocínio”, da resolução de problemas, que agora voltou com um novo nome, “alfabetização científica”. A “alfabetização científica” nada mais é do que aquilo que fazíamos no início do Laboratório, porque enquanto você está desenvolvendo um projeto de pesquisa você está fazendo “alfabetização científica". (2002, p. 78)

A alfabetização científica está voltada para as áreas da Ciência e Tecnologia. A Matemática esta incluída nesse leque das Ciências. Mas, nos museus, nos centros de ciência e outros locais, a Matemática raramente aparece. A alfabetização Matemática está mais ligada à educação nas possibilidades de tornar o saber matemático acessível a muitos. No projeto que resultou na tese de Guérios (2002), tinha-se a preocupação de que as ciências acontecessem simultaneamente. O projeto que abrangia várias universidades e Centros de Ciências, em determinado momento, mudou para Projeto em Rede. Regiões próximas ou na mesma cidade trabalhavam em cooperação.

Sonia é outra professora que trabalhou no laboratório, e deu sua contribuição ao método textual empregado por Guérios. Sua concepção de laboratório é expressa da seguinte forma: “...mas, se eu conseguir que os professores entendam que a sala de aula é um laboratório de idéias, meu Deus, eu fico encantada: eles dão um banho de criatividade na gente!”. (2002, p. 87)

No laboratório, às mudanças, ocorriam muito rápido. Se algum método de aprendizagem não estava dando certo, se procurava, nas pesquisas e nas idéias novas, o que dava certo. No sistema tradicional de aulas, determinávamos o que eles fariam e como fariam. No laboratório, descobriram que estavam fazendo o mesmo. Virou rotina do mesmo jeito.

Mesmo quando a mudança não dava certo, o caminho era procurar novas formas de abordar o problema. A participação dos alunos nos diversos procedimentos das atividades criadas por Guérios (2002) e Sonia mudou o rumo das pesquisas no laboratório.

O relato da Tânia sobre sua participação no laboratório evidencia a tendência da luta do professor por melhores condições de trabalho, com isto, a qualidade e competitividade dos alunos ao encararem a vida futura se tornam a base do desenvolvimento pessoal. Assim, se expressa na condição de pesquisadora da sala de aula:

> Depois que comecei a participar do Laboratório como aluna do Curso de Licenciatura, nunca mais saí dele. Ao concluir a Licenciatura eu continuei vinculada ao Laboratório, ora como voluntária, ora como professora da comunidade, enquanto dava aulas da primeira a quarta séries. Criar, poder contar o que fazemos poder mostrar uma maneira diferente de se enxergar a matemática é o que me encantava. As atividades do Laboratório sempre me atraíram. (GUÉRIOS, 2002, p. 115-116)

A dinâmica da sala de aula, quando optamos por uma pedagogia crítica, muda o espaço de atuação do professor e do aluno, nessa versatilidade de ações, as diversidades metodológicas acontecem. Sonia e Guérios (2002) relatam que os alunos da Licenciatura que participavam do laboratório, ao serem sensibilizados, despertam para o mundo em sua volta, e, com isto, trazem muitas informações. Há os que não mudam suas posturas tradicionais.

Dar o passo adiante nas diversas escolhas metodológicas requer pesquisa e firmeza na proposta que se está querendo implantar. Caminho difícil, imaginando-se todo tipo de empecilhos encontrados para se chagar ao objetivo. A crítica ao uso do material concreto tem sido um dos baluartes dessas críticas aos métodos ativos. Falamos desse tema anteriormente e encontramos, nas palavras de Tânia, a confirmação das críticas. A autocrítica desta situação incomoda leva a pessoa a superar o imobilismo e buscar soluções que dêem conta de superar o problema. Questão a ser pesquisada: qual metodologia deve ser empregada? O método clínico deu inicio a esse processo de pesquisa, e a tendência é ampliar o processo, para mais alunos.

No laboratório, o ato de criação de cada aluno do professor era instigado a acontecer, seja pelas análises críticas, reflexões ou pelo jogar. O processo de desenvolver o aparecimento do novo marcava a atuação de cada sujeito. As metodologias surgiam na interação entre os jogadores, com os grupos, como na confecção dos materiais didáticos.

O encontro transdisciplinar entre diversas modalidades de pesquisa qualitativa e entre as diversas áreas do conhecimento, com o objetivo de construir os conteúdos matemáticos, nos leva a pensar a relação: linguagem e matéria em novas bases epistemológicas.

Para se fazer a passagem do concreto para a linguagem formal, a intermediação do professor com o grupo e individualmente se processa em termos da socialização do conhecimento em destaque em dado momento. O discurso científico de cada um é pressuposto como exercício da linguagem matemática em ação.

A professora Joceli fazia parte do grupo do Laboratório e trabalhava com material concreto e jogos. Comenta as possibilidades do uso do material concreto, e a defesa de uma metodologia dinâmica, situando as críticas a essa metodologia.

> O uso do jogo em sala de aula é, em si, muito discutido pelos profissionais de nossa área em todos os níveis. Talvez porque, muitas vezes, confundam o uso do jogo com recreação. Em momento algum penso em levar o jogo para a sala de aula como quem diz: *Ah, eu acabei meu conteúdo, e, como não tenho mais nada para fazer, vou então dar um joguinho para ele*s. Não! Há um objetivo por trás que é fazê-los pensar e aprender enquanto jogam. É muito divertido porque dependendo do jogo eles dizem: *a gente podia fazer assim, a gente podia fazer de tal maneira..*. ou seja, eles vão criando estratégias próprias e descobrindo caminhos que eu não tinha pensado. Pelo menos, não tinha pretendido que eles pensassem daquele modo naquele momento. Eles têm estas atitudes mesmo para jogos já conhecidos, mas quando criam jogos novos, aí, o desenvolvimento e as surpresas que temos com eles são ainda maiores. (GUÉRIOS, 2002, p. 125)

Seus encaminhamentos das propostas para a sala de aula evidenciavam a preocupação com a construção dos conceitos. Ultrapassa a fase da brincadeira, do jogo com regras e do concerto, até chegar à escrita Matemática. Para Joceli e Guérios (2002), os conceitos são construídos pelos alunos. Não se usa a linguagem formal imediatamente: é a linguagem que surge a partir deles que é importante nesta fase.

Na linha das mudanças da aprendizagem Matemática, são várias as possibilidades de que podemos usufruir. Modelagem matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Matemática nas Profissões, Projetos Pedagógicos, só para citar algumas. Mas esse olhar de criar novas maneiras de fazer matemática não deve ficar restrito à Matemática Acadêmica. No dia a dia, encontramos objetos matemáticos que nos auxiliam a compreender suas formas, frações, topologias e uma infinidade de conceitos distantes dos olhares incautos. Vera nos relata uma situação do olhar atento à Matemática.

> Os alunos se envolveram muito, e nas aulas que aconteceram no Jardim Botânico desenvolveram as atividades ao mesmo tempo em que brigavam para coletar as medidas mais exatas, se perdiam, se achavam... Um dos assuntos era simetria, e lá eles puderam perceber que os jardins e os canteiros eram simétricos. Só ao olhar, sem maiores explicações teóricas, perceberam o eixo de simetria que existia lá. Engraçado foi que eu já estivera lá e nunca havia percebido que existia aquela simetria no Jardim Botânico. Foi exatamente neste momento que acordei para o mundo matemático que está a minha volta. Foi um bimestre inteiro de atividades que culminou com a construção de uma maquete, que ficou muito bonita. Apesar de ter dado a maquete feita pelos meus alunos para ficar exposta na Universidade, fiquei com ciúmes dela e a pedi de volta. (GUÉRIOS, 2002, p. 134)

A maneira como o projeto era visto pelos professores, sua descrição, o cuidado na abordagem dos conteúdos matemáticos, a passagem do concreto para a escrita matemática, tudo Isto mostra uma prática escolar diferente, possível de ser construída.

Outras experiências vividas por Vera ratificavam sua maneira nova de descobrir matemática. “... adoro andar de ônibus hoje em dia, porque de carro eu não vejo as coisas. De carro eu não vejo a vida. No ônibus, ele vai andando e vou vendo as coisas, apreciando, vendo matemática em tudo. Eu aprendi a ver a vida”. (GUÉRIOS, 2002, p. 140)

A Matemática que existia de forma hermética pura, sisuda, rigorosa dá lugar à Matemática dos sonhos da transcendência.

Dos relatos dos professores que passaram pelo Laboratório e que Guérios (2002) usou na tese, o de Marcioney é o último, com sua opinião sobre a Tendência Tradicional: “Aula tradicional... quando se é aluno, nem a gente, que é professor, agüenta!” (GUÉRIOS, 2002, p. 143).

O trabalho no Laboratório, a formação acadêmica dos professores, dos alunos, suas práticas, não são suficientes para, por si só, justificar o referencial teórico que está subjacente a uma prática escolar e de formação. Construir um referencial a partir da experiência vivida não era uma questão a ser investigada. Além do mais, prática e teoria caminham juntas no processo de desenvolvimento intelectual.

Quais os sentidos e significados que os professores experimentam quando trabalham com a prática e a teoria em sua formação. Sentimentos, emoções e não só racionalidade e técnica. Essas razões das atuações profissionais são bem colocadas por Guérios (2002), mostrando que subjetividade e emoção são, ambas, consideradas no processo de construção profissional.

A idéia de Rede se forma pelas relações estabelecidas, sujeitos, saberes, suas conexões e interconexões. Na Rede, cada fio é tecido com o objetivo de formar o todo, passando pelas etapas das ligações e construção de uma configuração.

Em relação ao trabalho feito no concreto, existem os jogos para estudar frações, a dança para visualizar os movimentos do corpo. São infinitas as possibilidades de criações do dia a dia, que permitem vincular as Matemáticas aos objetos do real. Guérios (2002) acha que os professores das escolas deveriam fabricar seus recursos didáticos. Isto já é uma aprendizagem. Cuidado deve-se ter para que os professores não se descuidem e procurem estes locais de fabricação de materiais e solicitem atividades, jogos e outros. Essa imobilidade leva à procura de receitas pedagógicas.

A possibilidade da volta a uma situação de dependência, necessitando da receita, para aplicação em sala de aula é um estigma que o professor carrega dos seus anos de escolaridade bancária. Larrosa (*apud* GUÉRIOS, 2002) situa-os como espaços intersticiais, em que podem ocorrer recaídas e deslizes.

> Vimos também, que a ocorrência dessas experiências autênticas acontece, geralmente, nos espaços que Larrosa (1999) chama de *intersticiais* -, caracterizando-os como lugar do perigo, do risco, do imprevisto; um lugar *habitado pela diversidade caótica* - e que para nós se constituem em lugares de criação, autonomia e possibilitadores de transformações num caminhar evolutivo. (GUÉRIOS, 2002, p. 199)

Foram quinze anos de trabalho no, Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da UFRP, transformados, de maneira viva, numa tese de doutorado. Ettiène Cordeiro Guérios. Vilma, Sonia, Joceli, Marcioney, Tânia, Vera passaram pela convivência próxima. Isto motivou um sentimento, amplo e motivador. Ao contar a trajetória do Laboratório, o relato nos é transmitido de uma maneira profunda, que nos faz leitores participantes. Somos transportados para a cultura do professor e do aluno questionadores, reflexivos, instigados a procurar nas pesquisas e no movimento das comunidades, das cidades, a matemática que o transforme e aos seus alunos.

Essa leitura que transforma a nossa condição anterior, de não saber sobre Laboratório, Oficinas, estabelece a possibilidade de, a partir desses novos conhecimentos, criar teoria que justifique a existência do Ateliê de Matemática.

O referencial teórico descrito por Guérios está de acordo com as nossas intenções de, no Ateliê de Matemática, contemplar a formação contínua dos professores, na modalidade de professor pesquisador. Os exemplos estudados por Guérios mostraram viabilidade da qualidade de a educação acontecer com projetos deste porte.

Os alunos eram levados a pensar, refletir, criticar, criar ingredientes necessários para que a qualidade do ensino, no nível básico, acontecesse.

Do concreto, o jogo, a sala de aula, a rua, o jardim botânico, são exemplos que mostraram a preocupação dos professores com a questão da formação do conceito. Passar do concreto para a linguagem Matemática foi discutido e trabalhado exaustivamente.

Os três pontos, descritos nos parágrafos anteriores - criação de metodologia para a sala de aula; viabilidade da formação do professor e do aluno pesquisador no Ateliê de Matemática; transdisciplinaridade na construção dos conceitos Matemáticos - foram os que elegemos como objetivos a serem alcançados nesta tese. A possibilidade destes acontecerem no Ateliê de Matemática, fica garantida pelo respaldo teórico e metodológico que a tese de Ettiènne Cordeiro Guérios nos proporcionou, nas áreas de ciências.

> Se voltarmos nossa memória a narrativa da trajetória do Laboratório, lembraremos de manifestações tais quais: *os pais querem matemática mesmo, senão vem reclamar na escola!* E o que não dizer da resistência dos alunos de Vilma do Curso de Pós Graduação ao rejeitarem o teatro como possibilidade didática? Teatro? Imagine! (GUÉRIOS, 2002, p. 204)

O Teatro e as Artes em geral transcendem um currículo sólido, como o das áreas da ciência e tecnologia. As resistências às mudanças deste currículo surgem de todos os segmentos da sociedade. Inová-lo com a transdisciplinaridade, estabelecendo o novo, nos diversos métodos de aplicação prática e nas propostas educacionais, requer vontade. Nesse programa sobre investigação na escola, com alunos e professores pesquisando juntos na sala de aula, aconteceria a formação contínua do professor.

# 3. FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Apresentamos nossa história de vida como aluno e professor em cursos de capacitação das redes de ensino do Estado e do Município do Rio de Janeiro. Analisamos criticamente propostas curriculares para o ensino de Matemática, pois entendemos que a escola e o ensino precisam atualizar-se e produzir mudanças curriculares. Afirmamos que, nessas mudanças, a formação do professor deve ser associada à sua prática docente, orientada para a pesquisa em sala de aula.

Um dos cursos de formação de professores de que participei como aluno, foi o de Matemática através de materiais concretos, no segundo semestre de 1984, oferecido pelo Centro de Ciências da FAPERJ - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro. Em 1985, aceitei o convite de participar da coordenação do Projeto de implantação de núcleos do Centro de Ciências e Formação de Multiplicadores de Matemática - convênio CECI/FAPERJ - CAPES/MEC. Durante dois anos, atuei como docente dos cursos oferecidos por esse Centro, destinados a professores das redes pública e particular do Estado do Rio de Janeiro.

À medida que participava de congressos, encontros, cursos e palestras, aprimorava minha formação profissional e procurava socializar essas experiências com outros colegas, na capacitação de educadores em escolas públicas e privadas do Rio de Janeiro. Acreditava que minha prática deveria ser aprimorada a cada ano, para participar da formação de professores ou futuros professores, como acontece atualmente, nos Cursos de Pedagogia e de Formação Pedagógica da Faculdade de Educação da UFRJ. Foi um longo caminho na busca de melhorias significativas para o ensino de Matemática.

Iniciei meu trabalho profissional em 1969, como professor da Escola Técnica Federal da Bahia. Passados tantos anos, acumularam-se histórias vividas nesse processo de construção de filosofias que, a cada dia e a cada hora, nos estimulam a negar o imobilismo, incentivado por políticas de educação, muitas vezes, inadequadas. Continuamos nos enriquecendo, na esperança de que pudéssemos participar da construção de uma escola pública mais criativa, democrática e de fácil acesso às camadas menos favorecidas.

Nos cursos de formação de professores que ministrei, a carga horária oferecida era 12, 30 ou 48 horas, divididas em encontros de 3 a 4 horas semanais. Após esses cursos, não se tinha notícia desses professores. O que faziam em suas salas de aula? Quais mudanças metodológicas os cursos provocaram? Que modificações ocorreram na visão crítica desses profissionais sobre o processo de ensino aprendizagem?

Há uma infinidade de questionamentos que devem ser citados, discutidos, trocados com esses professores que convivem com a realidade educacional tão de perto, de modo a estabelecer ruptura entre formação esporádica e formação contínua.

História de vida do professor, seus relatos de experiências e o resgate de sua prática educativa podem contribuir na formação de sua identidade profissional, revelando seus valores e crenças, fazendo-o posicionar-se como ser humano, suscetível às mais complexas experiências com o público estudantil.

A partir desses relatos, vem à tona a reflexão sobre questões como: o que essas experiências significaram em minha vida? Como me sentia na época em que vivia estas experiências? Quais influências esses momentos tiveram em minhas escolhas pessoais e profissionais? Minhas memórias em situação de ensino.

> A identidade, não é dado adquirido, não é uma propriedade, não é um produto. A identidade é um lugar de lutas e de conflitos, é um espaço de construção de maneiras de ser e de estar na profissão. Por isso, é mais adequado falar de processo identitário, realçando a mescla dinâmica que caracteriza a maneira como cada um se sente e se diz **professor.** (NÓVOA,1995b, p.16)

A necessidade de mudanças na política de formação de educadores pode ser expressa pelo depoimento de uma aluna: *Vocês apontam as mudanças e depois puxam o nosso tapete*!

Nos cursos que ministrei havia, de fato, uma proposta de reverter a atuação convencional do educador na abordagem do ensino de Matemática. Trabalhávamos em pequenos grupos, com leitura de textos e promoção de discussões e reflexões críticas.

Quanto aos conteúdos abordados, alguns não estavam presentes nos currículos das escolas das redes oficial e particular de ensino. Classificação, seriação, topologia, numeração em diversas bases e redes lógicas eram alguns dos tópicos que compunham o programa, além das propostas pedagógicas e didáticas do *currículo oculto*[11] desses cursos de formação. Apesar da proposta "avançada", a ocorrência de mudanças na sala de aula não era de interesse da Coordenação do projeto; não se cogitava o "ir além" naquela pedagogia transformadora, proporcionando encontros sistemáticos de professores-pesquisadores em Educação Matemática com os professores regentes participantes do projeto. Mas não era essa a prioridade da Coordenação do projeto. Os encontros realizados eram anuais e desvinculados da prática pedagógica cotidiana do docente. Esta crítica não se refere a um determinado projeto. Trata-se de um procedimento de formação de professores que vem se repetindo de governo a governo.

O desabafo da aluna - *Vocês puxam o nosso tapete*! - era reflexo das limitações daquele projeto de formação de professores e de muitos outros. Temos comprovado que a capacitação de professores é sempre feita de forma passageira e eventual, não se priorizando a formação continuada. Estas assistências ao educador são sempre realizadas a toque de caixa, para compensar compromissos políticos assumidos em campanhas eleitorais, quando se promete que a educação vai mudar.

---

[1] A respeito deste conceito, consultar MOREIRA, A.F.B. & SILVA. T.T. (Orgs.). **Currículo, cultura e sociedade**. São Paulo: Cortez, 1994.

Sabemos que o investimento na educação é caro, mas os governantes não têm vontade política, sobretudo por se tratar de lucro incerto a longo prazo.

O professor reflexivo e crítico, pesquisador em suas escolhas de currículo, proporcionadas por suas ações pedagógicas, fundamenta-se na troca com parceiros orientadores de sua formação contínua, vivenciada em seu ambiente de trabalho, no local de sua capacitação docente e em outros espaços alternativos e culturais.

A prática do professor de Matemática em nossas escolas segue, geralmente, o modelo tradicional conservador que se perpetua por longo tempo. Esta pedagogia hegemônica em grande parte do sistema educacional nacional não muda já faz um bom tempo. Meira (1998, p. 2) enfatiza esses procedimentos didáticos: "os mecanismos tradicionais de ensino incentivam a apresentação e aquisição de fatos e procedimentos, em detrimento da aprendizagem conceitual e dos processos de construção do conhecimento".

Apontando para o fato de que é a comunidade científica que detém poder sobre o que deve ou não ser ensinado, este mesmo autor destaca ainda: "Além da formação inadequada de professores, é prática comum nessas reciclagens contemplar mais a transmissão de conteúdos bem estabelecidos na comunidade científica, que aqueles domínios emergentes de investigação nas diversas áreas do conhecimento" (MEIRA, 1998, p. 02).

A sala de aula do ensino tradicional sustenta-se, geralmente, em práticas empíricas do currículo e da pedagogia. O quadro dessa situação é assinalado por Appel, quando cita Kenneth A. Sorinik:

> A "sala de aula modal" exibe as seguintes características: muita fala do professor e muita escuta dos alunos, a não ser que os estudantes estejam respondendo às questões dos professores ou trabalhando em tarefas escritas; as questões são quase invariavelmente fechadas ou factuais; há pouca retroalimentação corretiva e nenhuma orientação; e predominam configurações pedagógicas dirigidas ao total da classe e orientadas para atividades tradicionais - tudo isto localizado dentro de um ambiente virtualmente desprovido de sentimento. (APPEL,1995, p. 111)

Tomando como guia os pressupostos de Fiorentini (1998, p. 03), ao afirmar que “vivemos numa era de transformações sociais e tecnológicas, entendemos que a escola e o ensino precisam atualizar-se e produzir mudanças curriculares”, elaboramos os pontos principais da formação contínua do professor, como forma de romper com o passado:

- Construção no Ateliê de Matemática, de propostas didáticas, baseadas em conceitos matemáticos para o ensino fundamental, tendo como pressuposto a pesquisa como elo de ligação entre teoria e prática.

- Formação contínua do professor, tendo sua turma como objeto de pesquisa, e a pesquisa como fator de desenvolvimento profissional e de construção de um profissional reflexivo e crítico.

Poucas são as reformas curriculares que aconteceram na Matemática neste século. São anos e anos de domínio das pedagogias clássica e tecnicista, conservando, em sua essência, quase todos os conteúdos e processos educativos. Poder-se-ia perguntar: e o movimento da Matemática Moderna, surgido na década de 1960, não conta? Não introduziu a *teoria dos conjuntos* e mais outros tópicos no currículo?

É importante lembramos de uma crítica dos professores: Por que o aluno tem que mostrar que 5 + 7 = 7 + 5? Isso não leva a nada, como preconizou o próprio fracasso da Matemática Moderna. Hoje em dia, há muito professor com saudade da velha Matemática. Tudo é motivo para se continuar no conservadorismo; a verdade é que o professor segue um outro currículo, aquele que não inclui as tais reformas dos anos de 1960.

Mesmo nos cursos de formação “a toque de caixa”, aqueles que, ao introduzirem nos novos conteúdos não previstos pelo currículo oficial, os professores não aceitam a *situação didática,* que, muitas vezes, acaba boicotada e desprezada, sofrendo críticas. Estas são as resistências às mudanças tão comuns no meio educacional.

Por outro lado, não acreditamos que propostas curriculares, como as dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), venham produzir as mudanças preconizadas pelos governantes. É necessário um plano nacional de formação de professores que contemple uma série de metas, tais como: salários dignos, pesquisas, recursos materiais, currículos elaborados com a participação do professor, entre outras. Essas são questões que passam ao largo dos PCN e, mais uma vez, adia-se a mudança do ensino no Brasil.

Precisamos inovar, seja no currículo ou nas propostas didáticas para a sala de aula, criando ações pedagógicas que promovam mudanças nesse estado em que se encontra a educação.

As mudanças curriculares devem começar desde a alfabetização. Nessa série, os alunos aprendem a ler e a escrever nosso idioma e muito mais. A linguagem matemática começa a esboçar as suas primeiras nuanças na leitura e escrita dos números. O entendimento da natureza do pensamento matemático se faz presente com sua complexidade psicogenética, necessitando de situações de aprendizagem que tornem a leitura e a escrita numérica mais significativa e acessível ao educando. Os aspectos geométricos, algébricos estão subjacentes, ao conceito da *Alfabetização Matemática* que diz respeito à conquista, pelo aluno, dos primeiros passos na construção do caminho matemático.

> A multiplicidade de papéis assumidos pelo ser humano como, por exemplo, o pai, a mãe, o motorista, o contador de histórias, o professor, etc., é função que se caracteriza na relação com o outro. Estas diferentes facetas são traços marcantes de nossa vida profissional. Segundo Sacristan, essa multiplicidade de papéis deve ser assumida pelo professor.

> No desenvolvimento profissional, há que realizar ações em âmbitos diferentes. Ações e programas de formação têm de incidir, nos contextos em que a prática se configura e em que se produzem determinações para as iniciativas dos professores. Trata-se de um programa com, pelo menos, quatro grandes campos:
>
> - O professor e a melhoria, ou mudança, das condições de aprendizagem e das relações sociais na sala de aula.
>
> - O professor participando ativamente no desenvolvimento curricular, deixando de ser um mero consumidor.
>
> - O professor participando e alterando as condições da escola.
>
> - O professor participando na mudança do contexto extra-escolar. (SACRISTAN, 1995, p. 77)

Na Educação Matemática, precisamos mudar o método, pois a "questão do método" precisa ser repensada. Desde Aristóteles, Platão e Descartes, nas suas devidas épocas, a situação não muda; esse é o pensamento ocidental. Ao fazermos pesquisa em Educação Matemática, não podemos usar os mecanismos ou procedimentos da pesquisa Matemática. Isto porque, o formalismo, o tradicional enraizado impede que novas propostas metodológicas surjam. Além disso, são reducionistas. Enfatizam um só aspecto da atividade matemática.

Pesquisar o novo não nos leva a admitir que qualquer coisa seja válida. Pelo contrário, este tipo de pesquisa, certamente, dá mais trabalho do que a antiga.

A formação do professor, a pesquisa em sala de aula e o currículo são alguns dos temas que o professor deve conhecer, pois são os organizadores de sua prática pedagógica. Nossa posição frente à pesquisa do ensino de Matemática não isola determinado tema com suas especificidades. Procuramos não só costurar os entrelaçamentos entre os temas estudados, como também tecer a rede onde cada fio pode ser identificado com os diversos conhecimentos dos quais fazemos uso em cada área envolvida, respaldados pelos estudos teóricos e práticos de autores de reconhecida competência.

## **3.1** UM POUCO DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Antes da realização do I ENEM, em 1987, houve reuniões em vários Estados para viabilizar a participação de um grande número de professores, e mais, fundar nesse evento a SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Muitas idéias foram trocadas e uma situação apresentava-se para todos. Estava na hora de tomarmos uma posição sobre a seguinte questão: por que a Educação Matemática e não a Matemática constituía-se, como objeto de pesquisa de nossas práticas docentes?

O assunto é tema de discussão nos círculos científicos de matemáticos e educadores matemáticos. Desde as décadas de 50 e 60, surgia, no Brasil, o movimento pelo ensino da Matemática. Além de São Paulo, onde foi criado o GEEM — Grupo de Estudo em Educação Matemática, o movimento repercutiu bastante, também, na Bahia e Rio Grande do Sul. Com o golpe militar de 1964, os congressos e encontros foram quase totalmente abolidos. Em 1978, eu já lecionava desde 1969 e, portanto, com dez anos de prática escolar, participei da V Conferência Interamericana de Educação Matemática, a única que tomei conhecimento no Brasil na época. Em 1955, havia sido realizado um Encontro de Professores de Matemática em Salvador, que se repetiu em 1957 em Porto Alegre, em São José dos Campos em 1959 e no Rio de Janeiro em 1961.

Com a volta da democracia, os movimentos sociais começam a acontecer, e não foi diferente na área do ensino de Matemática. A partir de um grupo de professores brasileiros que, em 1985, participou da Conferência Interamenricana de Educação Matemática no México, foi tirada uma proposta de realização do 1º ENEM.

Em fevereiro de 1987, esta articulação nacional culminou com o evento de São Paulo. Lembro-me da homenagem prestada ao professor Omar Catunda, na sessão de abertura do encontro, meu mestre na Universidade Federal da Bahia, batalhador nas questões do ensino da Matemática.

Aquele encontro foi um marco na história do desenvolvimento de novos grupos, novas propostas e organização da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - a fundação dessa sociedade era uma luta política e ideológica. Os matemáticos dos grandes centros acadêmicos não viam com bons olhos a autonomia e a rapidez com que o movimento alastrava-se pelo Brasil afora. Existia em jogo a questão do poder, mas o que nos fazia unidos e combativos era a questão que a Matemática que se praticava e produzia-se nos grandes centros, de “inteligência” brasileira, não dava conta da diversidade e complexidade das questões levantadas sobre o ensino da Matemática, quer fosse nas escolas públicas ou particulares. A aversão à Matemática não era uma das representações sociais só dos alunos, mas também da grande maioria dos educadores que, naquele momento, tomavam para si a responsabilidade de levar adiante aquela luta.

Depois de alguns anos, aqueles que iniciaram o processo de criação de uma Matemática mais compartilhada, inserida no meio cultural, estagnaram ou, quem sabe, ficaram lá no ano de 1987. Um indício, porém, de que esse movimento também produziu frutos, nós constatamos quando da realização do I Encontro Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro em julho de 1993. Ali, foi criada uma comissão para elaborar um dossiê da produção dos educadores matemáticos, por meio de encontros, congressos e, sobretudo, levantar o número de pessoas que faziam mestrado ou doutorado na área. O objetivo de tal dossiê foi encaminhar, aos órgãos financiadores, nosso histórico nesses últimos seis anos, o que havíamos feito e quais nossas perspectivas para o futuro. Mais ainda, pretendia-se mandar, a cada universidade, uma cópia desse relatório, como forma de sensibilizar autoridades e professores para o reconhecimento desse campo de estudo que estava surgindo e que tinha encontrado grandes dificuldades para se sedimentar. Reconhecemos que existia uma parte dos matemáticos, que lutavam no sentido contrário a essa autonomia. A estes adversários não interessava que a Educação Matemática se estabelecesse e tomasse seus rumos próprios, deferentes daqueles traçados pela Matemática pura. Os matemáticos puros não estavam interessados na construção do conhecimento, na psicologia do desenvolvimento, no contrato didático, nas representações sociais e culturais que o cidadão tem da Matemática, no ensino e pesquisa, na didática, na prática de ensino, na pedagogia, e muito menos, em participar de discussões sobre política educacional, e organização do trabalho educativo nas escolas. A neutralidade Matemática respalda a não participação desses matemáticos professores na construção democrática da formação e profissionalização do educador.

A chamada Educação Matemática está aberta a absorver, em função de seu desenvolvimento, outras áreas do conhecimento, tais como: a psicologia, a sociologia e a filosofia, etc.

A Educação Matemática, ao surgir no Brasil, não tinha a pretensão de ser mais uma área ou subárea do conhecimento. À medida que o movimento criou a SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, alastrava-se, pelo País, a necessidade de criar cursos de pós-graduação na área, além dos já existentes. Precisava-se, urgente, ter voz nos órgãos de fomento. Não se sabia quem eram nem para que vieram a maioria daqueles educadores.

Os matemáticos puros, em sua maioria doutores, embora existissem em pequeno número em sua área do conhecimento, em determinado momento, optaram pela Educação Matemática. Esses matemáticos iniciaram, em todo o País, a volta dos encontros, congressos, etc. e, também, com sua sensibilidade às questões da Educação vêm ajudando a sedimentar o campo da Educação Matemática brasileira.

É preciso ter muita sensibilidade e acreditar na Educação, como uma das forças de transformação e desenvolvimento da sociedade para abraçar essa causa, de pouca credibilidade junto com os governantes e à população, como um todo.

Nos últimos anos, a Educação Matemática tem conseguido apontar alguns caminhos nesse sentido. As tendências pedagógicas começaram a aflorar dentro e fora da escola na chamada educação informal.

## 3.2 O ATELIÊ DE MATEMÁTICA EM REVISTA

A investigação sobre a prática na formação contínua dos professores entendemos ser aplicada ao professor formador. Professor de sala de aula e professor formador são instâncias do mesmo processo vivido nestas duas situações.

O Ateliê de Matemática e o ensino-aprendizagem da Matemática acontecem no Ateliê, mediada pela formação de conceitos, numa abordagem transdisciplinar que traz a diferenciação entre conceito matemático e este conceito ampliado. Pensa-se que os conceitos são de natureza mental. O pensamento é gerado pelas idéias, a abstração dos conhecimentos matemáticos produz uma linguagem formalizada. Esta é representada em símbolos, desenhos, configurações. Isto, é que se chama de conceito matemático.

Passar o Ateliê de Matemática em revista é mostrar a nossa atuação profissional. Um pouco da nossa história de vida: após a formação como Bacharel, veio a Licenciatura e, depois, o Mestrado em Matemática. Desde jovem professor, a insatisfação com a prática, em sala de aula, marcava a busca pela pesquisa. Leituras na graduação sobre temas educativos e a iniciação cientifica eram o elo que se anunciava entre teoria e prática. Já, no segundo ano da Universidade, iniciava a trajetória de professor do ensino público. São mais de trinta e sete anos no ensino público, em todos os níveis de escolaridade.

Professor e professor formador, vivendo os problemas que afetam esta atuação profissional, cuidava de não parar no tempo. Participações em congressos e simpósios são muitas. Existe a compreensão de que, quanto mais longe formos, nos acontecimentos da Educação Matemática, mais condições teremos de educar a população.

Para se fazer a Matemática mais acessível à grande maioria dos alunos, é preciso que haja mudanças em sua maneira de ser apresentada ao educando. Para conseguir este objetivo, devem ser articuladas diversas áreas do conhecimento, entrelaçando as possíveis proximidades que possam nos levar à fundamentação teórica do Ateliê de Matemática.

Um dos jogos mais antigos que conhecemos é o ábaco, muito usado no comércio na China antiga. O valor cultural e prático desse jogo é, sem sombra de dúvida, da maior importância para a humanidade. As contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir, as chamadas operações, fundamentais, são feitas num abrir e fechar de olhos, como se estivéssemos brincando de jogar Matemática.

Por uma necessidade social, a prática do comércio, os chineses com sua criatividade milenar inventaram este jogo que se perpetua até nossos dias, como objeto de inestimável valor histórico e representativo, até como prova da necessidade de levar para a sala de aula o brincar matemático, o jogo com seus objetos e materiais concretos.

A criação, o fazer o objeto de trabalho, é resolver um problema que, por si mesmo, já é um jogo, é criar uma obra de arte. Geralmente, esta questão do jogo na sala de aula não é entendida por matemáticos e mesmo pelos alunos. Os primeiros são céticos, pois a seriedade da ciência matemática está sendo posta à prova. Os alunos acham que quando jogam, não estão aprendendo Matemática, estão simplesmente, brincando.

Investigações sobre a prática, que servem, para mostrar os resultados obtidos nos trabalhos realizados no Ateliê de Matemática, são atividades reflexivas e inquiridoras, realizadas de um modo não formal por professores e alunos, conforme veremos abaixo.

**Poesias sem genialidade**

A reverencia-se, aqui, o poeta, por ser aquele que escreve o sentido, o instante da ação imprevista, o cortador de palavras na minimalidade dos desenhos curtos, as letras, as palavras, as frases, nos livros cheios de expressões dos sentimentos guardados.

Ensina-se a alguém a ser poeta? Temos essa tradição na história da poesia brasileira? Como deve ser uma roda de criadores de poesia? E uma roda de leitores de poesia? Na poesia, tem Matemática. Os versos, as rimas, os lugares, os espaços percorridos e transformados em letras. Como captá-los no confronto com a ciência?

Usamos poesias em sala de aula nas comemorações de nascimento, em festas cívicas. São sempre poesias dos outros. E a poesia do professor, do aluno?

Os poemas da *Regina* e da *Casseária* foram escritos durante o projeto, “Alfabetização através da Matemática”, desenvolvido no presídio feminino Talavera Bruci – Bangu – Rio de Janeiro. Sempre afirmo que esses poemas foram escritos a dez mãos, pois éramos cinco pessoas envolvidas no projeto em 1989. Em março de 1990, as duas estavam alfabetizadas. Houve comemoração em homenagem ao dia da Mulher, oito de março.

*Manoel Teixeira*

*Um dia vivia na Bahia, uma menina de cor marrom, diziam uns, de cor de canela misturada com cravo que não se usa na lapela, diziam outros.*

*Crescia a menina com pernas grossas de pilão de madeira de lei, que também era de canela.*

*Menina, flor de canela, cheirosa e airosa, crescia nos seus anos, já querendo ser mulher.*

*Mulher da vida, nascida na Bahia... que vida! Rumou pro Rio, se fugida ou arrependida, de um mal maior que, por lá existia, não se sabia.*

*A água doce do rio caudaloso não trouxe alegria à menina de queixo para frente que sobressaía.*

*NOME*

*REGINA*

*No crime, entrou, porque o trabalho não se adaptou àquela cor diferente, que não foi feita para gente sem cor! Que horror!*

*Do crime e da delinqüência aproximou-se! Criou raízes, ficou sozinha, na hora do disse-me-disse.*

*Queria mais ver o filho que na Bahia deixou.*

*Saudades da Liberdade, bairro danado!*

*Saudades da Bahia, do Curuzu e Pero Vaz.*

*Saudades do filho, já crescido,*

*Que um dia vai ser alfabetizado*

*E criar coragem*

*Para viver em liberdade.*

***Cárceres***

*Manoel Teixeira*

*A minha rotina te comenta,*
*A minha dose te maltrata,*
*A minha dor não passa.*

*A tua presença me fascina,*
*A tua pele me alucina,*
*Ainda por cima tem gestos,*
*De menina.*

*Tua cara me deprime,*
*São caras iguais a outras,*
*Mas a minha cara,*
*Te azucrina.*

*A tua força me domina,*
*Somos de luta forte,*
*O luto das meninas.*

*Mas a nossa rotina,*
*Nos cárceres, na casa*
*Também oprime,*
*Sair de cadeias,*
*Casseária, me aponta,*
*Qual dos três está pior,*

*Eu cá fora, na cela a Regina*
*Você na solitária por rebeldia,*
*Se o sol da manhã,*
*Nos ilumina?*

**A construção do texto matemático através da MPB**

A música está enraizada em nossa cultura, sendo fator de diferenciação pela qualidade e diversidade. Desde criança, nosso ouvido acostumou-se a distinguir os diversos ritmos; na música, nos sons dos nossos dias, o rio que corre, o mar com suas ondas batendo na areia, uma infinidade de sons apresenta-se nas mais variadas situações.

Nos tempos de Pitágoras, a Música era considerada um ramo da Matemática, como a aritmética, geometria e a astronomia. Esta vinculação entre Matemática e Música perdeu-se durante os tempos. Podemos começar a fazer essa interdisciplinaridade com o pentagrama usado na música para representar as notas musicais.

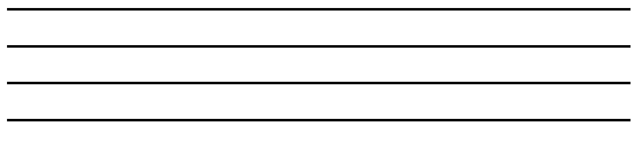


Figura 2: Pentagrama musical

Cinco retas paralelas são usadas para representar as notas musicais ou organizar o valor destas notas. Passamos da linguagem musical ao concreto, representado pelo braço do violão. Ao manusear o violão, encontramos cinco cordas, cada uma delas com nomes, de baixo para cima – Mi, Si, Sol, Ré, Lá, Mi, respectivamente, E, A, D, G, B, E, – este último o grave, o primeiro é agudo. Estas notas são representadas no pentagrama. Fazem lembrar as cordas soltas do violão.

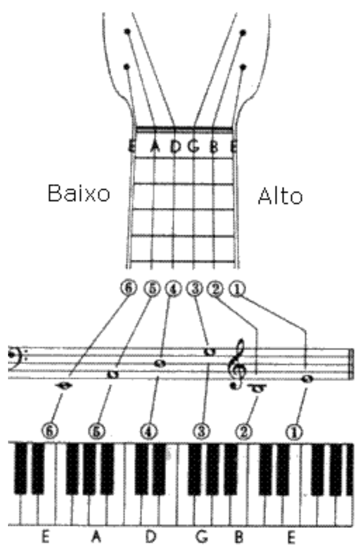



Figura 3: Braço do violão e teclado do piano

Fonte: members.tripod.com/caraipora/dimtrastes04.htm

A Figura 3 mostra o símbolo à esquerda do pentagrama, que é chamado de clave: primeiramente aparece a clave de Fá, e, em seguida, a clave de Sol, que vão imprimir valores diferenciados às notas na pauta: i.e., o que se lê “Lá” na clave de Fá, lê-se “Dó” na clave de sol. Observe-se que, no desenho do pentagrama, a clave de Fá começa na quarta linha de baixo para cima, enquanto a clave de Sol começa na segunda linha. Note-se, também, que os referenciais espaciais das notas no braço do violão e no teclado do piano têm relações diferenciadas.

A proximidade com pessoas da cultura popular, brasileira fez-me, de matemático, compositor de poucas músicas. Uma delas é esta.

***Tereza Cristina***

*Manoel Teixeira*

*Fui numa roda de samba*
Teresa Cristina
*Não apareceu.*
*Disse pra ela*
*Trocar aquele vestido*
*Parecia vestimenta de freira.*
*Teresa Cristina não resistiu,*
*Botou minissaia, rabo de cavalo*
*Foi pro Candongueiro cantar*
*Meu Deus, como canta bonito essa moça chamada*
Teresa Cristina, ai, ai, ai ... , não é.

A análise poética de letras de músicas permite que vislumbremos a Matemática presente nessas páginas musicais. Não só nas questões das rimas e da métrica (o ritmo) dos versos, mas também na análise das palavras com seus inúmeros significados. Estas são criações de um segmento importante da sociedade e da cultura, os compositores.

## Artes Plásticas e Matemática

Em julho de 1907, o pintor espanhol Pablo Picasso concluiu a tela *Les Demoiselles d'Avignon*, que rompe completamente com o impressionismo, estilo que ele adotava, até então, que nada tem em comum com as escolas então conhecidas de artes plásticas. O novo estilo é, assim, chamado de cubismo e adotado por outros artistas, como Georges Braque e André Lhote, que planejam uma exposição em Paris.

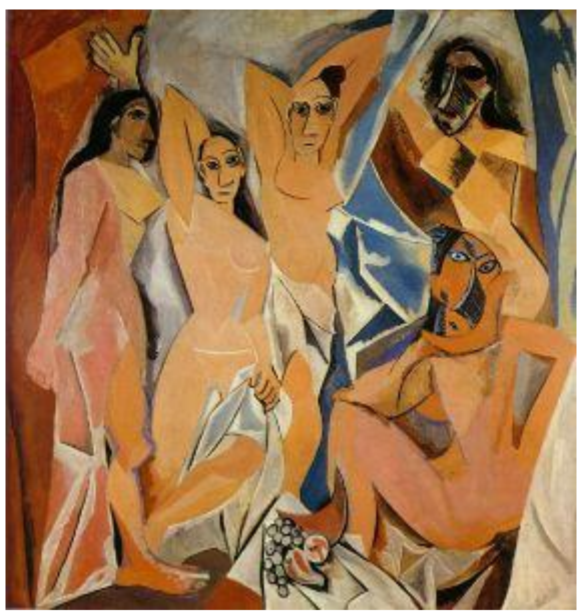


Figura 4: Demoiselles d'Avignon
Fonte: Exposition au Musée Picasso (Paris) du 28 septembre 2005 au 9 janvier 2006

O que surpreende no quadro, que retrata cinco mulheres nuas, é a decomposição das formas humanas naturais em traços de aparência geométrica e o rompimento com as leis da perspectiva. Ao contemplar-se a tela, percebemos que as figuras retratadas aparecem como se fossem observadas sob vários ângulos ao mesmo tempo.

Assim como na arte cubista, lidamos no dia-a-dia com as linhas, as retas e os planos. Em uma aula de Matemática, podemos criar um clima de interação com os alunos, fazendo-os vivenciar o processo de criação artística. Esta ação poderia romper com o preconceito de que a genialidade, na pintura ou nas artes, em geral, é um dom que poucos humanos são capazes de desenvolver. Acreditamos que se houvesse de fato propostas de implementação de ateliês nas escolas, estimularíamos a auto-estima, a liberdade criativa e o exercício de uma profissão. Além de estarmos contribuindo para minorar o preconceito em relação à vida e à profissão artística, conheceríamos mais detalhadamente a história das grandes tendências da arte mundial.

A idéia de uma escola com ateliês é mais abrangente e de difícil realização a curto prazo. Podemos propor, para nossa sala de aula, mudanças que sejam possíveis na atualidade. O Ateliê de Matemática vem ao encontro de nossos planos de mudanças no ensino dessa disciplina.

As artes plásticas são mais uma área pesquisada e praticada no Ateliê de Matemática, como linguagem essencialmente da individualidade. Nossa identidade posta em exposição traz em seus traços a topologia, a geometria e a projetiva, como na dança, nas pinturas, no cinema.

Neste quadro de 1980, na Figura 5, a régua e o compasso servem de apoio ao pensamento matemático por excelência. As cores confirmam a combinação de suave escolha dos tons fracos em tonalidade.

Figura 5: Régua e compasso
Fonte: Manoel Teixeira (1980)

Na Figura 6, o mar aparece como se fosse um aquário: no fundo do mar, as visões manifestam-se, com sua beleza, nas cenas entre corais. Expressão do sonho infantil que não consegue ser adulto nos desenhos matemáticos.

Figura 6: Fundo do Mar
Fonte: Manoel Teixeira (1988)

Na Figura 7, a cor tem sua plenitude na tela de papelão, os contornos de difícil percepção são ligados por vizinhanças muito tênues. A analogia com a Escola de

Samba vem dos alabastros, das saias e vestimentas dos componentes das alegorias, como se estivessem num carro alegórico.


Figura 7: Escola de Samba
Fonte: Manoel Teixeira (1990)

Os textos, as poesias, os desenhos foram concebidos ao longo de nossa trajetória, como professor e pesquisador na área da Educação Matemática. Incluímos, também, trabalhos de alunas, como os dois mosaicos abaixo.


Figura 8: Mosaico da aluna Kátia

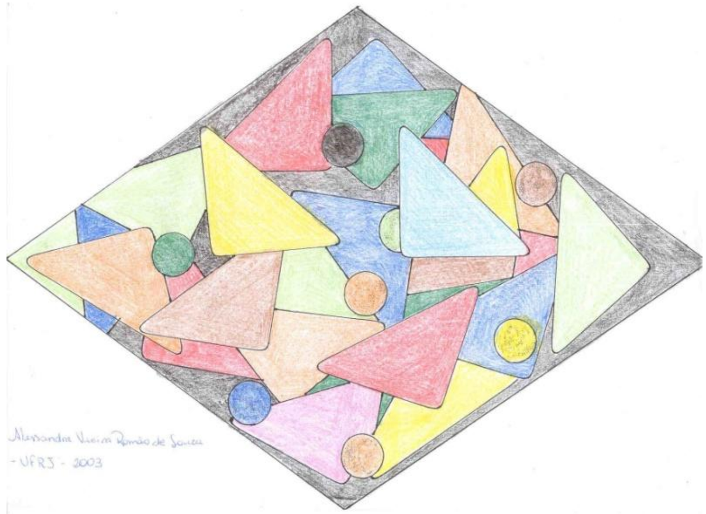


Figura 9: Mosaico da aluna Alessandra

## Dança e Matemática

O ensino da Matemática passa por grande crise no que diz respeito a seus métodos de ensino. A falta de pesquisa que promova a ligação entre teoria e prática pedagógica tem causado desinteresse dos alunos. A situação poderia ser revertida. Várias são as tentativas que atacam o problema de frente, embora tenham pouca inserção no ensino fundamental e médio.

É também do conhecimento de todos que a Matemática deve procurar estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, como forma de sair de si própria, trazer à escola a experiência vivida de cada aluno e, o mais importante, fazer a transposição dos conhecimentos matemáticos e de outras esferas do conhecimento, tentando, de forma integrada, criar atividades que tenham significado ao educando.

Procuramos relacionar a Matemática, também, com a dança folclórica, o balé, e outros tipos de manifestações que, de alguma forma, estejam ligadas ao movimento ao espaço, às estruturas dos movimentos corporais, aos números em sua aritmética, a ordem.

A Arte e as Matemáticas, instâncias da condição do ser humano, pouco têm sido estudadas em suas relações. No século XXI, essa barreira vem sendo quebrada e começam a surgir publicações que tratam da diversidade entre ciência e arte, de uma maneira geral.

A dança passa a ser olhada de maneira particular por estudiosos do corpo, por estar presente na cultura dos mais variados povos. Os índios usam o corpo, tanto para dançar como para expressar as artes plásticas com pinturas e adereços. O negro também usa a pintura e o corpo nos momentos de expressar sua arte. O branco tem sido influenciado pela sua origem européia e americana. Sua dança caracteriza-se somente pelos movimentos do corpo no balé clássico, na dança moderna, no jazz, entre outras.

Coreógrafa, Deborah Colker está apresentando novo espetáculo, “Dínamo”, inspirado nos movimentos dos jogadores de futebol. *“Em certo momento, eu junto quatro bailarinos e faço uma bola humana gigante” (*COLKER*,* 2006, p. 72-73).


Figura 10: Dínamo
Fontes: *http://www.folha.uol.com.br; http://www.fotolog.com*

A imagem da esquerda é uma configuração que será transformada em uma bola, “esfera” humana. Grosso modo de uma configuração não rigorosa. Esse é o sentimento, a percepção do artista.

Esta é uma cultura de um determinado extrato da sociedade. As misturas étnicas e sociais nos apresentam uma infinidade de possibilidades de presenciar os mais diversos espetáculos de arte dançante pelo mundo afora. Viajando nesse imenso planeta com a oportunidade de vivenciar os preparativos e as festas populares, visualizam-se espetáculos de real beleza na culminância desses festejos.

A matemática apresenta-se como o deslumbre de se ver móbiles feitos de gente. Esta é uma afirmação possível nos dias atuais. Artistas franceses encenaram a 40 m do solo no Anhangabaú, a performance "Mobile Homme" (móbile humano), lembrando os famosos móbiles de Calder (Vide Figura 11, abaixo). Os músicos, comediantes e trapezistas, integrantes da companhia Transe Express, encenaram o número, presos a um móbile, no alto de um guindaste giratório instalado na Rua Formosa, no centro de São Paulo.

Figura 11: "Viúva negra" (1948) de Calder
Fonte: Calder Foundation (http://www.calder.org/#)

A topologia trata do estudo de conjuntos de pontos no espaço. Este ramo da Matemática é chamado de geometria elástica ou retorcida. Existem objetos que podem se deformar sem alterar sua massa. É o caso de um punhado de massa de modelar que pode assumir vários formatos sem perder nenhum pouquinho de sua massa original. Um pedaço de borracha. Puxa-se pra lá, pra cá, sempre volta à forma original.

Ao descolar a perna, notamos ângulos de 90º, 135º os mais diversos. Marcando uma nova posição a cada movimento. As linhas, as figuras nas mais diferentes configurações são expressões de uma métrica marcada inconscientemente, mas ao olhar matemático, juntam-se ao passo e ao compasso da música e da dança.

As cadeias, os reticulados, as pirâmides humanas são algumas formas em espaço tridimensional ou mesmo espaços superiores que nos levam ao espaço projetivo. A Matemática relacionando-se com a dança em sua abstração reflexiva. Os movimentos compondo-se em surdina da música.

## Linguagem

Qual lógica o idioma português usa? A fala e a escrita estão intimamente ligadas pela correspondência quase sempre biunívoca entre sons e símbolos. Na palavra DOCE, os sons **/d/, /o/, /c/, /e/** correspondem, biunivocamente, aos símbolos, **d, o, c, e**. Esta composição é um dos pilares da construção do conhecimento dos idiomas português, mas também matemático. Esclarecemos que a notação simbólica que usamos para escrever os sons em forma de letras é uma tentativa de aproximação. A fonética usa notação própria, em que cada som, individualmente, tem uma representação única.

Nestes termos, ao fazer a correspondência entendemos a raiz que está por trás do nascer da comunicação entre o único, os pares e os outros.

Na língua portuguesa, aprendemos a escrever e ler. Na matemática, o ler e escrever também são instâncias da mesma aprendizagem. No sentido da formulação do entendimento do número, fazem-se presentes duas linguagens: a alfabética e a ideográfica. Estas duas formas de pensar e exprimir-se guardam a reversibilidade. Constrói-se uma com a versatilidade da outra. Complementam-se e são complementadas. Nesse jogo, quando uma se restringe ficando a outra momentaneamente esquecida, o cuidado de reter o todo é importante. As partes alfabetização e ideografia são inseparáveis.

A compreensão da estrutura da língua é, então, solidária à compreensão de qualquer número natural. No idioma português, cada som que emitimos, associamos a um símbolo. Esta é a estrutura, é uma correspondência quase sempre biunívoca. O número na concepção matemática vista como linguagem é uma propriedade dos conjuntos: só isso. Na concepção da alfabetização matemática, precisamos de duas linguagens: a alfabética e a ideográfica.

Ao pronunciar,

**dado**

por trás dessa palavra, doravante, tem-se uma ideografia: o significado do somatório dos sons correspondentes à cada letra.

Ao pronunciar o número

**4**

doravante, tem-se uma alfabetização. Esse símbolo não tem significado só ideográfico, mas também alfabético. Temos o ler e o escrever.

## Uma visão matemática do cinema

A *Sétima Arte* como é conhecido o cinema, tem poucos anos de vida. As câmaras escuras, os espelhos mágicos, a lanterna do medo, a fotografia, fantasmagoria, cosmorama, panorama foram as primeiras tentativas de físicos, artistas, matemáticos de produzir a luz e a sombra com o objetivo de projeção


Figura 12: Lanterna Mágica
Fonte: http://www.minirizotti/gears.Lanterna_tripla.jpg

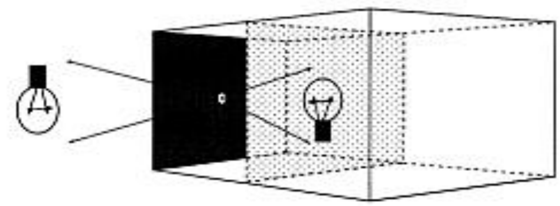


Figura 13: Câmara Pinhole
Fonte: http://eba.ufmg.br/cflieri/frame.html

Pesquisando os inventos no século XVII, podemos nos deleitar com as sensações, medos, bruxarias, prazeres que as pequenas platéias experimentavam no início da criação do cinema. No Brasil, tal arte foi lançada, pela primeira vez, no tempo da Independência. Assef Kfouri relata, na apresentação a edição brasileira de "*A Grande Arte da Luz e da Sombra":*

> Portanto, qualquer história que se queria contar sobre o pré-cinema no Brasil deve necessariamente começar por volta de nossa Independência entre 1822 e 1898, ano em que o italiano Afonso Segreto roda o primeiro filme no país (o cinematógrafo já era exibido desde 1896), tivemos, sim, fotografia, lanterna mágica, fantasmagoria, cosmorama, pandora e tudo o mais que se tinha nos grandes centros da Europa. (MANNOMI, 2003, p. 13)

O pioneirismo de Mário Peixoto ao rodar filmes em uma época pouco industrializada é reconhecido por todos. Seu filme "Limite" tornou-se um marco nessa caminhada do trabalho artesanal, considerado um dos mais bonitos filmes brasileiros. Rodado em 1930, por ser mudo, a força das imagens torna-se a beleza e a motivação do desfecho. Uma tempestade que se anuncia. As personagens vivem cárceres dentro de cárceres, - o infinito revela-se na imagem do mar adentro – como um limite onde não se pode alcançar. Imagens que por expressarem o não-verbal induzem ao pensar pessoal, à abstração, aos objetos matemáticos, à topologia. Nas imagens projetadas pelas máquinas, como na máquina cinematográfica, a

Matemática tem seu lugar. Por que não explorar essa vertente no ensino-aprendizagem?


Figura 14: Limite
Fonte: www.mariopeixoto.com/acervo.htm

Manoel Teixeira

O claro enigma.

O homem, o mar, o tempo.

Esse homem.

Homem e mulher?

Neste limite, de vida.

Um mar de fogo,

A imagem deslumbra

Tanto para o ouvinte e o não ouvinte.

Tanto faz o cinema era

Mudo.

Uma tábua a salvação da alma,

Da vida ou da morte?

Uma mulher agarrada.

Qual será a tua imagem sobre o, Limite.

Este temporal ardente sem fim.

Que tens a nos dizer, nessa sua especialidade.

Sou surdo, sou mudo, mas sou gente.

As tentativas de se fazer arte cinematográfica têm pouco mais de cem anos no Brasil. Pesquisa em cinema só aconteceu depois da década de 1960. Surgem os primeiros filmes importantes, **Rio 40 graus, Rio Zona Norte, Vidas Secas** de Nélson Pereira dos Santos. Alguns cineastas seguiram o caminho de Nélson, Glauber Rocha, Hector Babenco e muitos outros. As primeiras incursões na arte do cinema, mesmo fora do País, começaram a parecer com o cinema mudo, na primeira e segunda décadas do século XX. A evolução desde a *Lanterna do Medo,* até os nossos dias foi uma verdadeira aventura. Matemática, Física e Arquitetura são áreas que contribuíram para o avanço desta arte misteriosa. Seus truques, ilusionismo, magia, vontade de saber como se faz os efeitos especiais - tudo deslumbra nesse mundo que parece um grande circo. A Câmara Escura, outra invenção dos percussores do cinema, fazia a magia e as curiosidades dos filósofos.

> O fenômeno da projeção dos raios luminosos é conhecido desde a Antiguidade. O filósofo grego Aristóteles (384-322 a. C), entre outros, observou a passagem de um feixe de luz através de uma abertura qualquer. Ele não especificou que passagens, ou objetos teria contemplado. Observa apenas que a projeção dos raios solares através de uma abertura qualquer, redonda ou triangular produz sempre uma imagem circular. (MANNOMI, 2003, p.32)

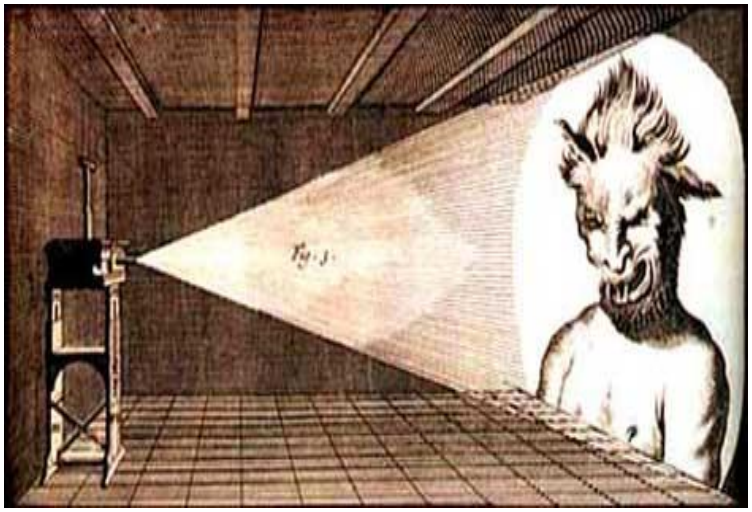


Figura 15: A Câmara Escura
Fonte: MANNOMI (2003)

Nessas complexidades de surpresas, a Matemática tem sua presença pouco estudada. A curiosidade dos matemáticos, ao que parece, está voltada aos pensamentos puros. A abstração faz as vezes desse não sei como explicar a magia do cinema. Explicar a magia da abstração no terreno muito alagadiço da Topologia, ramo da Matemática que foi criado pela curiosidade de matemáticos de não aceitarem a abstração de um certo axioma.

*O quinto axioma de Euclides:*

***Por um ponto fora de uma reta, só passa uma reta paralela à reta dada***

É o movimento que vai fazer o cinema sair da onda estática. A geometria euclidiana não podia fazer a câmera se mover e dar movimento à cena. Os planos de cena, antes filmados em seqüências ordenadas e justapostas, não poderiam seguir o fluxo dos movimentos das personagens. Tudo tinha que ser filmado em partes. Depois se fechava a cena.

No inicio do século XX, aconteceu essa preciosidade tecnológica que veio sedimentar a arte do cinema. Lobachevsky, Riemann e Leonhard Euler são alguns matemáticos que primeiro contribuíram para que a Topologia se tornasse objeto de estudo da matemática pura. No início, as investigações dos matemáticos sobre as questões topológicas eram intuitivas. As pontes de Königsberg, por onde Euler passeava, são um dos momentos criativos em que a invenção leva o concreto do mundo real a se transformar em linguagem matemática.

> Las Puentes de Koenigsberg constituyen um problema clásico de topologia. El problema consiste em tratar de atravessar los siete puentes que unian las dos islas y las riberas sin cruzar nigún puente dos vezes. El problema pudo resolverse positivamente sólo después de haber construído um nuevo puente. (SCIENTIFIC AMERICAN, 1974, p. 155)

As superfícies de Riemann são configurações estéticas de uma obra de arte. A criatividade matemática deve ser considerada na expansão do pensamento - são as realidades objetivas do mundo. A topologia promove a possibilidade de concretizar, o que já está presente no cotidiano, expandir-se na descoberta da arte feita com as mãos. A geometria elástica, geometria da folha de borracha, a geometria retorcida, geometria invariante dos movimentos. Muitas são as possibilidades da topologia, são várias geometrias em uma só. O momento de descoberta do campo topológico seguiu sua formalização. Henri Poincaré, matemático francês, foi um dos que mais contribuíram para a sistematização do novo campo.

A elasticidade do movimento é levada à intuição das configurações mais extravagantes possíveis. A arte de criar conjuga-se no pensamento e no concreto com as formas n-dimensionais.

## Topologia do movimento cênico

Hoje, quando vamos ao cinema e olhamos a sala de projeção, são verdadeiros cubículos. Antigamente, as máquinas de projetar eram imensas. Nem pareciam mais aquelas pequenas caixas enroladas, geralmente, em panos pretos. Nos tempos de hoje, a tecnologia avançada permite projetar um filme, pois nem nos damos conta de onde está vindo o foco de luz. Tudo escuro, silêncio no recinto, a sessão vai começar.

Começa com aquele caderno pequeno cheio de desenhos, que quando folheamos, o movimento provoca a sensação que estamos vendo os bonecos movimentarem-se! Já era cinema bem rudimentar, imagem em movimento. Como fazer uma máquina que produz movimento? A engenharia resolve, movimentando as rodas e a manivelas.

Com as cenas que guardamos na memória ou preservadas em fotografias, ou outras técnicas, os filmes, às vezes, não passam, mas, ficam na história: os de Marylin Monroe, James Dean, Fernanda Montenegro. Nos tempos remotos, não existia a noção de montagem. A ação acontecia dentro de um quadrado só. O filme não era cortado em unidades que chamamos de planos. Existia a dificuldade de o expectador olhar para o que interessava. Separar em quadros diferentes, em vez de um só quadro, foi à solução.

O espectador precisava olhar o que devia ver, decompor a ação em planos separados. Nasce a nova linguagem: a geometria elástica. Dá um close, um novo olhar, por uma nova linguagem.

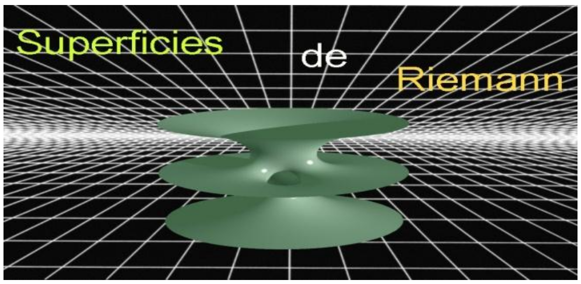
Como pode ser? Que história é essa de uma nova geometria, elástica? A geometria que existia, era estática, bem comportada. Exigia-se explicação para dar um close, uma seqüência, logicidade a nosso estranhamento com a nova arte, com a nova Matemática.

## Geometria elástica

Os matemáticos que se interessaram pela chamada geometria elástica têm seus nomes na mais alta conta dos feitos matemáticos. Leonard Euler, Henri Poncaré e muitos outros. A sistematização desse ramo da Matemática é recente, data de pouco mais de cem anos. A noção de espaço topológico, teoremas sobre continuidade de funções em espaços topológicos são alguns temas que compõem a parte axiomatizada da Topologia.

*Toda configuração do espaço pode ser transformada em uma esfera ou um toro.*

Esta conjectura de Poincaré só foi provada recentemente pelo matemático russo, Grigori Perelman. Durante anos, foram necessários estudos para se chegar à sua prova. Na época, a topologia estava nascendo em sua formalização.



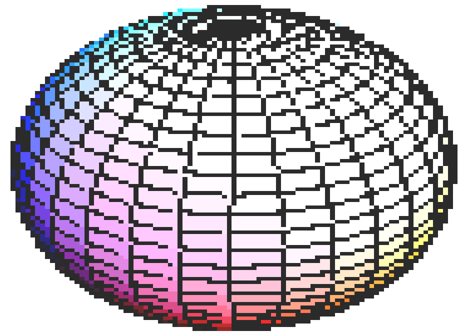



Figura 15: A Superfície de Riemann

Figura 16: Superfície de Riemann transformada em esfera

Fonte: http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/vitae/textos/04_Topologia_JPinto.pdf

As duas fotos dos bailarinos do item “Um pouco de Matemática e Dança” (Figura 10), mostram o que acontece nestas duas figuras acima (Figuras 15 e 16), a superfície de Riemann transformada em uma esfera. Naquela, os bailarinos em uma configuração de construção transformam-se em uma bola ou esfera tridimensional.

Na educação básica, a elasticidade da topologia não seduziu muito os professores. Mas como fazer a topologia accessível ao ensino desde a mais tenra idade? Deveria ser umas das prioridades do currículo oficial. Mas por que não é?

*Time que está ganhando não se muda, diz o ditado popular.*

O desenho da criança está cheio de informações topológicas, geométricas, que poderiam fazer a passagem da linguagem artística para a linguagem escrita.

Para definir rigorosamente os espaços topológicos, precisamos das noções da teoria dos conjuntos: uniões, interseções, conjunto vazio e outros. Nessa axiomática, define-se: conjunto, aberto, fechado, fechos e, assim por diante. Na educação elementar, estas noções podem ser bem exploradas com crianças que começam a perceber, com a topologia e a geometria, a configuração do mundo em que vivem. Os abertos, fechados, as fronteiras, os discretos, os contínuos - é mais que urgente considerá-los como estudo, desde a educação infantil - postulado este de uma educação que não foi pensada, ainda, pelos especialistas.

## O discurso matemático na compreensão da linguagem artística

A linguagem que intermediava as conexões, entre as duas artes tinha seu apogeu na compreensão das descobertas científicas. Thales, Euclides, Pitágoras, Aristóteles foram alguns dos pensadores gregos que construíram a chamada ciência Matemática na versão ocidental. Esse modelo matemático sustentado pela lógica formal é pautado nas representações que fazemos dos objetos do mundo que nos cercam. Esta afirmação pode parecer enganosa, mas as aplicações da Matemática, nas mais diversas áreas, nos levam a afirmar que, mesmo a topologia, ramo da Matemática, cada vez mais escondida e poupada das aplicações do cotidiano, tem suas configurações mais próximas do conhecimento das montagens representativas.

Em vários pontos do planeta, diversos matemáticos provocaram uma ruptura na linguagem matemática. As representações dos objetos matemáticos sofreriam profundas modificações. A linha reta não seria mais reta, depende do espaço e da representação que estamos fazendo de suas imagens. Quantos desenvolvimentos ocorreram na Matemática, causados pela nova fase lingüística da Matemática! O cinema, a dança são alguns exemplos nos quais a topologia se move de uma maneira solta, livre. Mas não percebemos essas representações ou não queremos mover o mundo Matemático de suas amarras tecnológicas.

## Sons, números e geometria

A experiência que Pitágoras fez com o monocórdio usou a linguagem dos números para criar a linguagem musical. O momento social vivido pela sociedade grega refletiu-se no trabalho do filósofo e matemático. Depois de mais de mil anos, físicos e músicos deram novos rumos ao que Pitágoras construiu. As figuras de

Thales de Mileto e Euclides foram fundamentais nessa mudança de paradigma. Surge a acústica e a música como arte autônoma.

> Numa tese de compilação, o estudante apenas demonstra haver compulsado criticamente a maior parte da `literatura'  existente (isto é, das publicações sobre aquele assunto) e ter sido capaz de expô-lo de modo claro, buscando harmonizar os vários pontos de vista e oferecendo assim uma visão panorâmica inteligente, talvez útil sob o aspecto informativo mesmo para um especialista do ramo, que, com respeito àquele problema específico,  jamais tenha efetuado estudos aprofundados. (ECO, 2005, p.2-3)

A música, ninguém sabe como e quando nasceu. A idade pré-histórica é tomada como marco da descoberta dos sons. Os sons e os ritmos encontram-se na natureza, nos timbres das ondas, na tempestade e nas vozes dos animais e humanas. A música tinha sentido religioso, associada à dança assumia caráter de ritual. Os pré-históricos agradeciam aos deuses, dançando, usavam as mãos e os pés. Depois rimavam as danças com pancadas na madeira, a percussão nascia com a descoberta do corpo, expresso nas palmas, uivos, pulos, batidas e berros. Esse início da música é o surgimento da trajetória musical do mundo ocidental.

Outros continentes têm outras histórias da música para ser contadas; mas destas sabemos pouco. Antes, a comunicação entre as civilizações era mais dificultada Hoje, mais de cinco mil anos depois, apesar dos avanços tecnológicos, continua-se engatinhado nesse aspecto. De vez em quando, aparecem algumas tradições, chinesas e japonesas no Brasil. A China, pela sua grandiosidade, tinha tradição na música. A diversidade contribui para a expressão musical e atinge rara perfeição. A musicalidade era influenciada em vários pontos do Oriente, como: Japão, Birmânia, Tailândia e Java.

**A democracia Grega**

Antes do ano zero, lá pelos seiscentos anos antes de Cristo, o povo grego vivia transformações profundas em sua sociedade, a música era uma delas. A democracia e a filosofia marcavam o avanço da civilização nos direitos humanos, na musicalidade e nos grandes pensamentos de filósofos que desencadearam uma série de situações que ferviam em mudanças para todos. Nessa nova ordem grega, o individualismo, as seitas e os privilégios estavam proibidos. A Grécia é considerada o berço da civilização ocidental.

É quase certo que Pitágoras foi filho de Mnesarco, e passou a primeira parte de sua vida em Samos, ilha que, provavelmente, abandonou alguns anos antes da execução de seu tirano Polícrates, em 522 a.C. Na Grécia, a palavra democracia não podia admitir um não democrata. Existem várias versões sobre o que aconteceu com Pitágoras e seu destino.

Santos (2000) cita a versão de que, depois dos atos revolucionários desencadeados pelo povo grego, o tirano Polícrates dava apoio financeiro à comunidade. Este foi o primeiro que morreu no ataque dos revoltosos. O palácio foi invadido e dentro dele estava o local onde Pitágoras e seus discípulos reuniam-se e em moravam. Tudo foi incendiado, muita gente escapou do fogo, mas Pitágoras foi queimado vivo.

Pitágoras tinha uma vida intensa nessa época: filosofo, matemático, músico, teve participação decisiva nos acontecimentos que movimentavam a sociedade grega. Nasceu na ilha de Samus, atual Grécia, em 572 a.C. Mudou-se para Metaponto, atual Itália, em 497 a.C., por questões políticas. Viajou muito pelo Oriente, Egito, Babilônia, Creta, o que lhe proporcionou uma bagagem cultural valiosa.

Outra versão é a que Singh (1997) conta: Pitágoras e os discípulos conseguiram escapar e ir para a Itália. O imperador italiano da cidade de Crota era musculoso e gostava dos esportes radicais. Mas tinha uma queda pelas artes e a filosofia, e deu abrigo a Pitágoras e seus seguidores e financiamento para manter a comunidade.

Mlodinow (2005) narra que, em mais ou menos 510 a.C., Telis tomou o poder em Crotona. Muitos fugiram do tirano, que algum tempo depois exigiu a volta dos fugitivos. Pitágoras foi mentor do movimento pela não deportação dos exilados. Uma guerra aconteceu e Crotona venceu. Atacaram o grupo de Pitágoras, que fugiu.

Alguns dizem que ele se suicidou depois desse episódio. Outros, que viveu tranqüilamente até os 100 anos, quando morreu.

A comunidade pitagórica manteve-se por algum tempo, até que em 460 a. C outro ataque dizimou quase todos, sobrando alguns que conseguiram preservar seus ensinamentos até 300 a.C. Esta é outra versão para o paradeiro de Pitágoras em vida. O pitagorismo parecia que não queria se acabar, sobrevivendo por mais nove séculos, até a *Idade das Trevas*, por volta de 600 d.C. Para outros, o pitagorismo resiste até nossos dias, embora não tenha tanta importância e Pitágoras não seja reconhecido como um dos maiores filósofos da humanidade.

**O número pitagórico**

O monocórdio consiste em uma caixa de ressonância sobre a qual se estende uma corda tencionada e apoiada em suas extremidades por dois cavaletes.


Figura 17: Monocórdio
Fonte: http://www.mat.ufg.br/bienal/2006/poster/daniellemingatos.pdf

A Figura 18, abaixo, nos permite visualizar como funciona o monocórdio. Ao puxar uma corda, ela vibra livremente gerando uma nota básica. Apertando com um dedo a corda no meio, a nota produzida é uma oitava mais alta e em harmonia com a nota original. Outras notas harmônicas podem ser produzidas apertando-se o dedo a 3/4, 2/4 e, etc.

Usar a Matemática para captar a ordem que está nos sons emitidos, estabelece a invariância entre números e leis matemáticas.

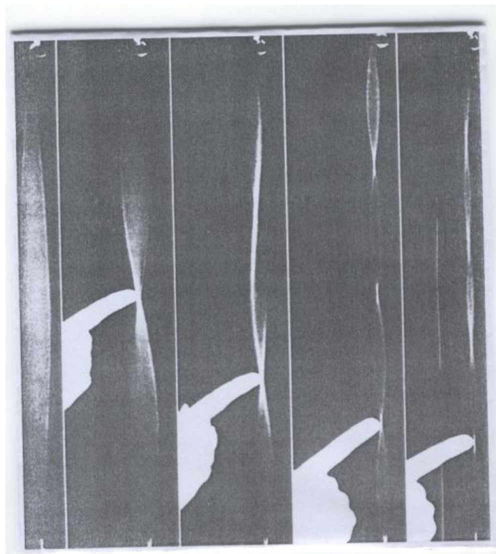
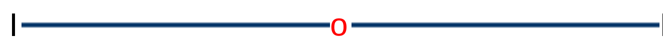


Figura 18: Funcionamento do monocórdio
Fonte: SINGH, Simon. *O último Teorema de Fermat.*

Esse duplo conhecimento nos leva a considerar o feito de Pitágoras como a essência da concretude matemática. Segundo Santos (2000, p.63), o filosofo terminou “Descobrindo a relação fundamental da altura dos sons, com a longitude das cordas que vibram, submeteu o fenômeno do som à invariabilidade de uma lei numérica”.

Hoje em dia, muitas pessoas conhecem as notas musicais: **Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si,** cada uma delas podendo ser representada por uma letra. **Dó** por **C, Ré** por **D**, **Mi** por **E**, **Fá** por **F**, **Sol** por **G**, **Lá** por **A** e o **Si** por **B**. Os intervalos musicais podem ser de vários tamanhos. A noção de intervalo musical está intimamente associada à noção de razão. Qual a razão entre os números 2 e 3? Prontamente, respondemos: é 2/3. Qual a razão entre os segmentos 4cm e 5cm? Opa, esse é fácil: 4cm/5cm = 4/5. O intervalo na teoria musical criada por Pitágoras tem importância crucial. Ao estender a corda na madeira, surge a relação da matemática com a música. A corda pode ser entendida, assim, como se fosse um segmento de reta, só para efeito de representação.

Nos tempos de hoje, as cordas dos violões são de náilon ou de ferro. Tocando-se a corda solta, a vibração produzida é chamada de nota básica, também conhecida como **tônica**, sua razão é 1:1.



Pressionando a corda ao meio, a nota produzida é uma oitava mais alta. Por exemplo, se apertamos a corda no **dó**, obteremos uma oitava, indo-se do **ré** até chegar ao **dó** novamente, completando-se o ciclo de oito notas musicais. O som é o mesmo, só com uma pequena diferença chamada de uma oitava mais alta. Em harmonia com a nota original.  A **oitava** tem como razão 1:2.

Pressionando a corda no ponto vermelho, reproduzimos o som da **quinta,** cuja razão é 2:3.

A **quarta** tem fração 3:4. Emite-se esse som pressionando a corda no ponto vermelho.

Estava criada, assim, a origem das escalas musicais. Pitágoras interpretou a música, definindo os intervalos musicais em termos matemáticos. Ao fazer essas experiências, os intervalos mencionados passaram a ser denominados de *consonâncias pitagóricas*.

Atualmente, a música é baseada nesse sistema. Criou-se o primeiro sistema de notação musical. Existem várias escalas musicais, a mais conhecida é a de **Dó Maior** ou **C**. Sua representação é dada por: **dó**, **ré**, **mi**, **fá**, **sol**, **lá**, **si**, **dó** (ou **C**, **D**, **E**, **F**, **G**, **A**, **B**, **C**).

Figura 19: O violão
Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Viol%C3%A3o

O monocórdio deu origem ao violão, que, em vez de uma corda, tem seis. De cima para baixo, as cordas têm os nomes:

| | |
|---|---|
| **Mi - 6ªcorda** | **Lá - 5ªcorda** |
| **Ré - 4ªcorda** | **Sol - 3ªcorda** |
| **Si - 2ªcorda** | **Mi - 1ªcorda** |

O **Mi** da 6ª corda é grave e o da 1ª é agudo. A técnica de tocar o violão e o monocórdio é a mesma. Sempre se tocando as cordas soltas ou pressionadas nos trastes. Os trastes funcionam com se fossem as marcas no braço do violão para os meios, terços, quartos, etc.

Platão, Sócrates, Aristóteles, Proclo, Parmênides são alguns dos filósofos pitagóricos, mas não podiam declarar esta ligação, visto que o pitagorismo estava proibido na Grécia democrática. A ligação com o sobrenatural e as divindades, a adoração por entidades imaginadas e com as religiões e seitas está na existência humana e com maior propriedade no filósofo de Samus.

.

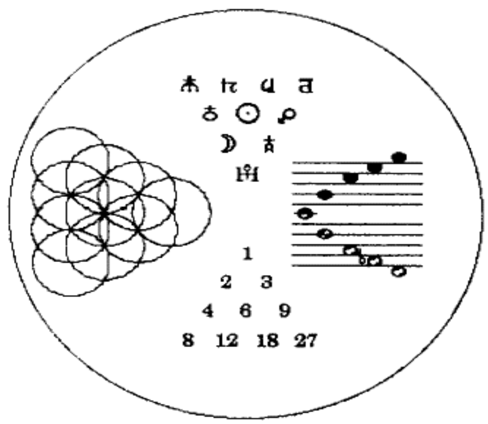



Figura 20: As quatro disciplinas do currículo matemático daquela época
Fonte: SANTOS (2000)

Os símbolos dos planetas na circunferência foram arrumados da seguinte maneira: n*a* tradicional ordem da Astronomia, na parte superior: Urano, Netuno, e Plutão estão posicionados nos três vértices do triângulo. A série harmônica e o meio tom para o acorde médio C (dó maior) no meio da circunferência à direita. As séries proporcionais de Platão*,* estão na parte inferior da circunferência; círculos arranjados na forma dos quartos círculos tangentes pitagóricos, no meio à esquerda. Ramos da matemática, que tempos depois deixou de existir, tornaram-se autônomos, ficando só a aritmética e a geometria.

Para Pitágoras, o número tem conotação transcendental. Afirmava: o *Número é Tudo*, *O Número Rege o Mundo*. Onde estaria essa força desse tal de número? O 1 tinha o sentido concreto de ser uma coisa, um homem, um animal, etc. O 1, nesse sentido, gera todos os outros números; o 2 é 1+ 1. O 3 = 1+1+1, e assim por diante.

## O número do outro lado

Os romanos, ao invadirem a Grécia, impuseram suas teorias, pois não estavam interessados nos ensinamentos que poderiam obter do povo mais intelectualizado da época. Questões filosóficas e estudos científicos, nas diversas áreas do conhecimento, foram substituídos pelas pesquisas em balística, estratégias de guerra e tudo que dizia respeito à arte de guerrear. A utilidade prática do conhecimento, na figura do artesão, tinha prioridade sobre a meditação e a arte da retórica.

A arquitetura mesmo que ainda na fase artesanal, desenvolveu-se bastante. Os monumentos, as artes das estátuas e uma série de atividades práticas careciam do cálculo para construção, às vezes, gigantes. No cálculo, o número precisa estar, exige a exatidão rigorosa do cálculo. Número base de toda beleza, quem sabe ainda possa encontrar sua expressão, que dê sentido à Arte e à Matemática! Esse número, que estava do lado da Música, agora passou para o lado da Arquitetura.

Chega o Renascimento, a filosofia iluminista e as artes, em geral, são retomadas. É o período do reflorescimento da alegria de viver, dos acontecimentos que marcariam a civilização para sempre. Chamada a *Idade da Luz,* em contraposição à *Idade das Trevas.*

## Ritmos e geometria

Uma música diferente surgia chamada de *Ars Nova*. O Bispo Filipe de Vitry foi o grande teórico dessa nova música que, com outros, deu precisão matemática às regras do canto coral, tornando conscientes certas combinações harmônicas.

Os cantos religiosos encerraram-se nas igrejas. Não conseguiam competir com as inovações da música profana. Isso não prejudicou o canto religioso, pelo contrário, ele desenvolveu-se em uma forma de expressão litúrgica: A Missa. Guillaume de Machaut (1310-1377) escreveu a Missa da Sagração, que é considerada, hoje, uma obra-prima. O verdadeiro espírito da *Ars Nova* do século XIV revela-se na fusão da música erudita com a música clássica.

No início do renascimento, um conceito bastante abstrato de música orientava a invenção dos mestres franco-flamengos. Chegavam a compor para 36 vozes paralelas, uma virtuosidade contrapontística.

O experimento de Pitágoras com o monocórdio estabeleceu relações matemáticas, entre o tamanho da corda e a nota emitida por ela, quando vibrada. No período renascentista, esse experimento especulativo adquiriu elementos de natureza matemática.

Alguns músicos teóricos, como: Gioseffe Zarlino, Vivenco Galilei, Benetti e o físico Galileu Galilei colaboraram para a aproximação da Música com a Matemática. Passou-se grande tempo do século VI a.C até o renascimento no século XVI, para que a Música e a Matemática caminhassem juntas novamente.

Desde Pitágoras, nada acontecia que pudesse dar continuidade aos experimentos com os sons. Segundo Abdounur (2003), Gioseffe Zarlino (1517-1590) formulou as noções básicas da *Tríade Tonal.* Estabeleceu que a tônica, a dominante e a subdominante seriam, respectivamente, a primeira a quinta e a quarta notas de um certo tipo de escala. Esta invenção teórica trouxe novos rumos à música. Zarlino inseriu novos intervalos consoantes aos descobertos por Pitágoras, cujos nomes podem ser representados:

| | |
|---|---|
| **Terça maior 4:5** | **Terça menor 5:6** |
| **Sexta Menor 5:8** | **Sexta Maior 3:5** |

Vivenco Galilei contestou o feito de como Pitágoras havia relacionado os intervalos musicais, por meio de razões de números inteiros. Os intervalos teriam de ser revistos e ajustados, para que a polifonia pudesse se estabelecer completamente. Para Pitágoras, o número dava a harmonia perfeita aos sons, não precisava de mais nada, para completar a ligação entre a matemática e a música.

Zarlino interessava-se pelos sentimentos e usou a proximidade com o povo para criar a Tríade Tonal. O recurso de usar várias vozes na música ajudou a compreender os mecanismos de combinação dos sons de maneira harmônica. Dar um salto em direção às mudanças apontadas por Zarlino e Vivenco Galilei, não foi fácil, já que a visão pitagórica dos intervalos musicais por razões de números naturais, embora tivesse passado tanto tempo, ainda dominava os experimentos.

Alguns músicos como Marin Mersene (1588-1648) e Zarlino deram sua contribuição para estreitar as relações entre Música e Matemática.. Mersene realizou experiências com uma corda esticada e reproduziu sons que determinavam como a freqüência diminui em relação aos parâmetros físicos da corda. Essa freqüência de vibração de uma corda depende de seu comprimento, densidade linear e tensão submetida. Zarlino criou um método de divisão do braço de um instrumento em 12 semitons iguais por meio de médias geométricas. É o chamado método geométrico de divisão de um segmento em partes iguais.

Galileu Galilei deixava isso patente ao escrever em 1638 que nem a tensão, nem o comprimento, nem a densidade linear de cordas apresentavam-se como razão direta e imediata subjacente a intervalos musicais, mas razões dos números de vibrações e impactos de ondas que atingem o tímpano.

Das descobertas proporcionadas em princípio pela vibração de uma corda, nasce a acústica, que estuda o fenômeno da propagação do som. Giovanni Batista Benedetti foi outro músico que contribuiu para a difusão da música no período renascentista. As idéias de Pitágoras não respondiam às indagações de físicos e músicos da época.

Os sons seriam vibrações no ar, geradas pelas oscilações da corda que mudariam, segundo a velocidade da vibração. O tamanho da corda influenciaria nesse experimento físico. Quanto menor o tamanho da corda, mais vibrações ela produziria em um mesmo intervalo de tempo. Quanto menor a corda, mais agudo o som emitido. A consonância seria estabelecida pela coincidência dessas vibrações.

O número subsidiava as primeiras experiências com a música. Nascente a partir de uma linguagem matemática tem seu desenvolvimento complementado pelas leis físicas das vibrações, densidade e composição do ar. Nessa etapa, a proporcionalidade e não mais as razões como usava Pitágoras, daria conta desse fenômeno mais complexo, de captação da essência do som.

Essa linguagem nasceu com Thales de Mileto (640-560 a.C), matemático, comerciante, astrônomo, geômetra e estadista. Thales estabeleceu contatos com o Egito e a Mesopotâmia com fins comerciais. Conheceu boa parte da matemática e astronomia babilônica.

No longo tempo que passou no Egito, aprendeu muita coisa de sua geometria e levou à Grécia. Trabalhou para o Faraó do Egito, na medição das pirâmides, aplicando o método das semelhanças entre razões, a chamada proporcionalidade.

A enunciação de cinco teoremas da geometria é atríbuída a Thales. Pouco para uma obra que revolucionaria o conhecimento matemático, *Os Elementos,* de Euclides.

Os cinco teoremas contribuíram para a edição do grande manual do pensamento axiomático. A geometria nasce no Ocidente, a partir das viagens de Thales por outros países, desenvolve-se com seu discípulo Pitágoras, até chegar ao auge na formalização feita por Euclides.

> Mas a geometria euclidiana é, de fato, uma matéria emocionante, e a criação de Euclides é uma bela obra cujo impacto rivaliza com o da Bíblia, e cujas idéias foram tão radicais quanto às de Marx e Engels. Com seu livro Os Elementos, Euclides abriu uma janela através da qual a natureza de nosso universo tem sido revelada. (MLODINOW, 2005, p.11)

A identidade de Euclides é contestada por muitos historiadores. Não se sabe ao certo se, de fato, Euclides existiu. Alguns afirmam que, em 300 a.C, viveu um homem em Alexandria, que pode ter sido Euclides. A abordagem que utilizou na geometria deu nova forma à filosofia e definiu a natureza da Matemática até o século XIX.

Thales e Euclides empreenderam uma linguagem própria à Matemática. O pensamento organiza-se nessa formalização dos conceitos. A sistemática de estruturação da linguagem matemática passa pelo entendimento de uma sintaxe, combinação de signos e da semântica que estuda as relações entre os signos. Os apontamentos gregos que originaram esta linguagem podem ter sido obra de vários autores, e não só de Euclides e Thales.

A música mudou com os estudos dos físicos e músicos. A teoria pitagórica das escalas musicais não explicava novos problemas surgidos com as descobertas de novas possibilidades de sons. Como dizia Pitágoras *Tudo é Número.* Essa afirmação talvez fosse percebida como uma profecia. Os ensinamentos de Pitágoras tiveram grande repercursão. O fato, mais a religiosidade da filosofia pitagórica, pode ter sido a causa da demora de acontecer o viés que a geometria proporcionaria com o Teorema da proporcionalidade entre segmentos.

***Teorema de Thales:*** *Quando um sistema de retas paralelas corta duas retas quaisquer em um plano, os segmentos determinados sobre uma delas são proporcionais aos segmentos homólogos obtidos sobre a outra reta.*

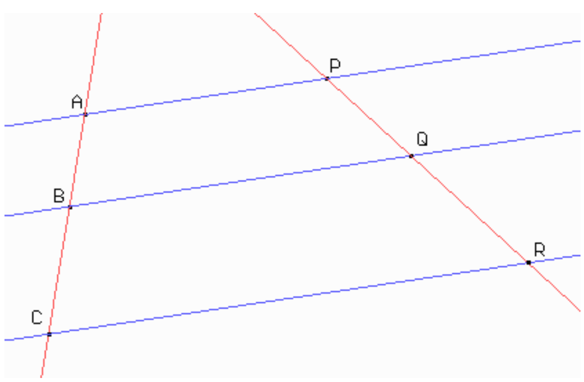



Figura 21: Representação geométrica do teorema de Thales

Desenha-se três retas paralelas e duas retas transversais a elas, chamando de *A*, *B*, *C* e *P*, *Q*, *R* as interseções, medindo os segmentos *AB*, *BC*, *PQ* e *QR*. O teorema de Thales diz que, nessas condições, pode-se comprovar a proporcionalidade, substituindo cada segmento pela sua medida.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

Galileu Galilei explicitou as propriedades acústicas dos intervalos musicais, tentando provar a proporcionalidade entre altura e freqüência. A esta conclusão, Benedetti já tinha chegado, embora sem prova científica. A geometria possibilitou, com o teorema de Thales, que físicos e músicos dessem novos contornos à Física, com o nascimento da acústica, e a música com a consonância e dissonância, escalas, temperamento e harmonia.

Os primórdios da música, mesmo que ainda de forma primitiva, representada pelos experimentos do monocórdio, e pelo filósofo e matemático Pitágoras, introduziram, na civilização Grega, as escalas musicais.

A transformação dessa arte em princípio experimental em uma dualidade de conhecimentos vai possibilitar o surgimento de novos conceitos, na música e na física. A acústica, a harmonia, o temperamento, são alguns desses conceitos que foram criados ou mesmo mudados.

Nossa pretensão foi introduzir o leitor na compreensão da lógica de formação dos acordes musicais. Música e Matemática mantêm uma relação de proximidade que foi apresentada de uma maneira ainda elementar. Do século VI a.C. até o renascimento, essa constatação nos leva a incorporar idéias mais avançadas que aprofundam essas relações, tomando-se, como ponto de partida, o século XVII até os dias atuais.

## UM HOMEM SEM H MAIÚSCULO

*“Nunca vi rastro de cobra*
*Nem couro de lobisomem*
*Se correr o bicho pega*
*Se ficar o bicho come*

*Porque eu sou é home,*
*Porque eu sou home*
*(...) com H e como sou".*

*Antonio Barros*

As representações sociais que criamos da sexualidade, as transformações que passamos desde a criação do Estado que determina os padrões de conduta e comportamento são reportadas à lógica aristotélica que concebe o homem com "H" maiúsculo, sem considerar o sexo oposto e suas variantes. Filosofia incorporada pelas diversas religiões que assumem atitudes intolerantes, preconceituosas contra diversos grupos sociais como os homossexuais, lésbicas, dentre outros. Nesse contexto de confrontação social, as transgressões praticadas por esses seres humanos marginalizados são nosso objeto de estudo e reflexão. O homem e a mulher são considerados em suas capacidades de mutações.

**A palavra e o corpo**

Antonio Barros (1997) autor da letra da música Homem com "H" sintetiza o momento de transposição entre aquele homem-padrão e aceito pela sociedade e outro ser que apanha é ridicularizado, enfrenta o pão que o diabo amassou para se tornar respeitado e admirado como Ney Matogrosso, como intérprete destas e de outras músicas do repertório internacional.

Este homem se transmuta seja pelos gestos ou pela transformação corporal. Não segue mais os padrões normais estabelecidos pela lógica do homem enquadrado nos moldes de uma sociedade que, em princípio, não se sente ameaçada por aqueles que se colocam em oposição ao status do homem com H maiúsculo.

A palavra tem sua compreensão estendida por meio das transformações por que passa o corpo. Nesse homem que traz em si marcas de incompreensão por parte da família e da sociedade como um todo. Assim, a palavra homem assume conotação ideológica, quando promove a desordem social saindo das amarras de uma sexualidade que tanto a família como a sociedade não quer se comprometer em esclarecer.

Nesse contexto, acontece situação semelhante com o palavrão. Geralmente, considerado como palavras de baixo calão, português não culto, quem o pronuncia é chamado de “boca porca”. Todas estas expressões e outras são juízos de valor que determinam o status social do palavrão em nossa sociedade.

As conotações e os significados dessas palavras trazem a questão da política de preservação de uma moral que se estabelece pela crença de que a ordem e a moral do estado de dominação política e de controle sobre o cidadão não podem ser questionadas.

Ao falar palavrões, existe uma série de razões que faz com que o indivíduo as pronuncie. Como no corpo dos transformistas e na pronúncia de uma palavra de baixo calão, as transgressões estão acontecendo, mesmo que seus atores não tenham essa consciência. A perspectiva do vir a ser transforma-se em um ato cotidiano de afirmação da pessoa: são aqueles que trazem, dentro de si, o germe da insatisfação e da condição precária de sobrevivência da espécie.

A linguagem assume aspectos de transparência arrependida. Fazemos uso desse recurso que nos foi legado, mas com o sabor de que estamos cometendo atos impróprios ou escondidos, contidos nas possibilidades de nos tornarmos frágeis frente aos esquemas coercitivos incorporados por toda a sociedade.

O processo repete-se em relação à linguagem matemática. Número, topologia e outras são palavras que possuem significados. Não costumamos transgredir a este estado da língua, mas aos malefícios que tais representações geram ou geraram para aqueles que, em seu caminho, tiveram de estudar Matemática. Reprovações, exposição a situações humilhantes e constrangedoras, baixa auto-estima.

Número, palavra que, para Pitágoras, significava a língua do universo, nasce com estigma de algo sobrenatural. O poder creditado a este conceito matemático impede que ultrapassemos as definições atuais de número preconizadas pela Matemática. Seria a transgressão como a que ocorre em relação ao homem e ao palavrão que daria partida a criação de uma nova concepção.

A substância dessa linguagem ampliada na Matemática estaria na raiz de se considerar o indivíduo e suas multiplicidades no todo e nas partes, as relações do indivíduo com a sociedade e mais o sentido e o significado da criação de cada um, como a linguagem essencialmente de criação das possibilidades e das transgressões das expressões e sensibilidades.

**Filosofar**

O mundo das idéias: o pensamento matemático é encarnado no conhecido raciocínio lógico, o positivismo, o idealismo, a descoberta de um novo conhecimento. São frases, palavras, que fazem parte da filosofia da Matemática e da filosofia Idealista.

A lógica maior na qual prevalecem questões espirituais, as religiões, as seitas e os fundamentalismos, cada uma com atuações próprias reitera a experiência transcendental, como forma de reflexão de estar no mundo. Adoração a divindades vivas, mortas, ou mesmo, a um símbolo, deuses, entidades criadas pela idéia que alguém ou grupos tiveram a esse respeito.

A lógica menor considerada como substrato da Lógica Maior que expõe o discurso formalista é como um substrato da filosofia da Matemática. O discurso da Lógica Maior é incorporado por várias Lógicas, como visão idealista de se estar no mundo.

Precisamos de uma linguagem que possa formalizar os pensamentos, os raciocínios que o mundo das idéias produz - produção que se estabelece pela consciência de que o conhecimento é tornado público pela descoberta, a- histórica e restrita aos poucos homens de mentes brilhantes.

A lógica menor dá o poder de fundamentar suas descobertas em proposições sem provas, que devem ser aceitas por todos, mas, geralmente, é criada por um só. Aqui se percebe o dogma da religião, apresentando-se aos iluminados: Sou Deus!

Esta é a linguagem de um pensamento solto no ar. As relações com a natureza e as construções históricas são desconsideradas nessas filosofias idealistas.

Na expressão da relação entre objetos ou indivíduos, a linguagem transforma a natureza sem mitos em suas verdades provadas e confirmadas. O repasse da linguagem formal utiliza aquilo que o significa, o que é e o que não é.

A Lógica Maior e a Lógica Menor tornam-se designações para linguagens, restritas. No caso da Lógica Menor, aplica-se a uma determinada filosofia. A Lógica Maior se estende também a uma filosofia, mas, com interseções de diferentes lógicas menores. Assim, acontece na filosofia da Matemática com sua linguagem instrumentada pela lógica formal. A filosofia idealista vale-se das lógicas menores da identidade ou transcendental, e da lógica formal.

## A lógica clássica

Aristóteles nos legou as condições de nos expressarmos cientificamente, mesmo que tenhamos pouco conhecimento de seus escritos e outras indagações filosóficas, já que os desenvolvimentos históricos dos conhecimentos científicos traduzem-se, em sua maior parte, nos ensinamentos do linguajar aristotélico. Viveu antes do nascimento do Cristianismo, mas seus pressupostos, a Igreja católica absorveu como nenhum outro sistema de poder.

A idéia de homem de Aristóteles propagou-se pelos tempos afora. Faremos algumas considerações sobre este homem aristotélico e como sua impregnação nas sociedades ocidentais marca as condições humanas, capitaneadas por grande parte dessa civilização. Está enraizada como um momento de afirmação do “macho”, aquele que representa a *força*, o *poder* e, mais, *o transcendental*, *o significante* de um orgulho cristão, representante maior de nossa humanidade.

Os outros gêneros que não são considerados, como portadores de humanidade são o homossexual, bissexual, travestis e muitos outros (note-se, aqui, que se preferiu não utilizar o artigo “o”, pois este já caracteriza a questão de gênero, no caso, masculino). Sem falar nos doentes mentais de toda espécie. A estes, não poderíamos afirmar ou classificar como portadores de gênero. Mas a diferenciação assemelha-se àqueles que são marginalizados por não fazerem parte do **Homem,** na acepção latente do termo. São minorias que, a cada ano, aumentam de forma contundente.

As passagens que comentaremos, servirão para estabelecimento das condições de transformação porque passa o *Homem* nos momentos atuais, confrontando-o com a idéia de **Homem** tomada do aristotelismo e da Igreja Católica. Assim, propomos uma nova dimensão do homem moderno. Esse homem mutante já não se pode definir como o **Homem** com “H” maiúsculo, ou seja, reificado por determinado espírito das coisas, proposto e difundido desde a Grécia Antiga e encontrado nas proposições de Hegel e Cia.

As proposições em destaque são tiradas do Organon, de Aristóteles. Nossa interpretação é livre e ressaltamos a importância de ter acesso a esse trabalho e sua relevância para fins de nossos encaminhamentos.

## As premissas de Aristóteles

*“Nenhuma substância é mais substância que outra”*

Um exemplo: “um determinado homem não é mais *substância* do que este ou aquele boi”

A comparação de animais de diferentes espécies, um racional (o homem) e o outro irracional (o boi) não seria a comparação possível, já que, por definição, existem duas características referenciadas ao gênero animal. Só é possível tal comparação quando nos referimos a “macho” *versus* “fêmea”, quadrúpede, bípede, etc. Contudo, Aristóteles nos deixa uma saída quando se trata de comparação entre espécies, quando racional, é possível se pensar, segundo Aristóteles, na possibilidade de um homem ser mais homem que outro, no sentido de ser o *moderno*, que não estabelece nenhuma sexualidade forçada àquela que não seja a dele própria. Isto significa dizer que comparações do tipo homossexual – heterossexual, nos tempos de Aristóteles, não se concebiam. Hoje em dia, fazem parte da discussão da alteridade e da identidade do próprio H*omem*, que transformou sua sexualidade em algo que *transcendeu* o conceito de sexualidade.

Na espécie mais próxima da *substância primeira*, um certo homem é comparado a outro qualquer pelas suas diferenças biológicas, de crenças, culturas, etc. Na espécie, é feita a diferenciação do homem, por definir este ou aquele homem individualmente. O gênero fica mais longe da *substância primeira,* por isso, é inviável usá-lo como processo de comparação. O homem, tomado nesta acepção, é a transmutação engendrada pelas novas concepções e realizações do homem que transcende sua identidade programada, estabelecida por milhões de anos da nossa existência.

*“Todo homem é mortal.*

*Sócrates é homem.*

*Logo, Sócrates é mortal”.*

Silogismo que expressa a universalidade da condição humana em sua finitude, mas colocada no próprio “caixão de defunto’, toda enquadrada, fechada entre as “quatro paredes” da escravidão. Santos (2000) cita, no prefácio, e alarga o conceito de silogismo definido na dialética*. “Todo fato é um silogismo para a dialética. E o processo silogístico é uma análise da concreção. Por isso, e para isso, é preciso nunca esquecer que a dialética é uma lógica da existência e não meramente formal”.*

É a própria morte não refletida sobre concepções de homem, diferenciações dentro da instância tão próxima em que está aquilo que se passa com o homem não-uno (não-universal), não tão positivo, pelo menos, nas concepções que têm validade e perpetuam-se desde a Antiguidade.

O homem transforma-se, seu corpo muda, somos a geometria elástica. Esta é a principal possibilidade para sua nova conceituação, o homem se feminiliza, a mulher se masculiniza, os protestos e atitudes contrárias a este estado do ser vêm de vários pontos.

Nossa evolução indica, nessa direção, uma transformação não desejada, repleta de incompletudes próprias, daqueles que não querem viver um tempo de novas condições do processo humanitário.

**O quanto e o número**

Quantos? Piaget fazia esta pergunta, quando da determinação de uma quantidade, o número. Pluralidade que se constitui de unidades isoladas. Um todo composto de várias partes que podem ser separadas, classificadas. Ao lidarmos com pessoas, bananas, sapatos, não estamos com a quantidade no pensamento que está sendo manuseado no concreto. Esse concreto nos permite, por meio de símbolos, objetivá-lo para efeito de contagem: 50 pessoas, 20 pares de sapatos, uma dúzia de bananas.

Será necessário criar símbolos e mais símbolos para tornar a idéia de número compreensível? Apresentamos o conceito de número em sua dimensão social e filosófica. Várias possibilidades para este conceito são possíveis. ”Em outros termos, o número, não está imune a interpretações (como um sinal que nada signifique) e não está ligado a uma interpretação única privilegiada, mas caracteriza-se pela possibilidade de interpretações diferentes” (ABBAGNANO, 2003, p. 720).

A escolha sobre qual interpretação optar vai depender do grau de escolaridade dos alunos. Estamos tomando, como parâmetro, o ensino-aprendizagem até o ensino médio e não a matemática superior. A construção do número proposta por Piaget teve mudanças feitas pelos pós-piagetianos: seria outro caminho a ser trilhado.

Seqüências de atividades que utilizem a sala de aula, a produção de objetos artísticos e divulgação desses conhecimentos; o Ateliê de Matemática, as feiras de ciências, os museus interativos são alguns exemplos nos quais a Matemática acontece de forma lúdica e criativa.

O número está no concreto, a matéria que tem vida ocupa um lugar no espaço, está sujeita as intempéries do tempo. Objetos formados por substâncias são matéria, o concreto. O número constitui-se com base nesse quanto. O quanto é um número, uma cadeira. Uma pessoa é um número representado pelo símbolo um; 1.347 pessoas outro número. Somos matéria, objeto com certas qualidades. Qualidade a que se junta, também, o quanto.

Inseparáveis, o quanto contínuo e o descontínuo. Se contínuo, uma, duas, três dimensões, 10m, 20m$^2$, 98m$^3$. Se partido em pequenos pedaços, 1 2, 3. . . Do mesmo modo, são números. Um pedaço de madeira, um contínuo. Se o transformamos em pedaços pequenos, um discreto apresenta-se. Dez canetas, um monte discreto. Uma caneta considerada como matéria, um discreto e um contínuo, ao mesmo tempo, o um.

Na criação dos objetos de arte, na dança, na música, no cinema, a construção do conceito de número está sendo concretizada. A abstração de dar sentido aos signos da linguagem matemática transforma-se. A linguagem que se quer é diferente. É a linguagem dos possíveis da produção do ser humano. Sai de cada um, a expressão que vai ser compartilhada, realizada em sua dimensão social, do entendimento das normas da comunicação entre pessoas.

Esta construção foi feita, sem dúvida, por filósofos matemáticos. As experiências de construção dessa forma de dizer as coisas são as produções de determinados seres humanos.

Aliciam milhões de seres humanos. Esse é, talvez, nosso problema de identidade. Sempre estamos a seguir este ou aquele caminho estabelecido pelas descobertas das grandes cabeças pensantes. Hoje em dia, pensar, filosofar está em baixa. A Grécia, que foi o berço da civilização ocidental, tinha, em seus pensadores, os guias dos acontecimentos políticos, religiosos e artísticos. A democracia grega fundou o ideal, a forma de governo dos povos, livres e soberanos.

# 4 ORGANIZAÇÃO TRANSDISCIPLINAR VISANDO CONSTRUIR CONCEITOS

Alfabetização Matemática é um tema relativamente recente nos meios da pesquisa em Educação Matemática. Recentemente, tornou-se uma Tendência Pedagógica da Educação Matemática. A Alfabetização Matemática tem, como objetivo, estudar o processo de aquisição dos conhecimentos matemáticos relativos aos números - escrita, leitura e compreensão dos signos matemáticos que usamos para entender a chamada língua matemática.

Para nossos propósitos, o entendimento do que seja Alfabetização Matemática vai além da leitura e escrita dos números. A Alfabetização Matemática se estende aos conceitos matemáticos em geral. Essa modalidade de aprendizagem da Matemática se concretizará fazendo a transdisciplinaridade da Matemática com outras áreas.

O conhecimento transdisciplinar tem sua característica fundamentada em numa nova ligação entre os conhecimentos. O sujeito deve qualificar-se para a utilização de conhecimentos que transcendem as fronteiras disciplinares.

Na Educação Matemática não existe uma única pedagogia de trabalho. As diversas tendências da Educação Matemática devem fazer parte do cotidiano do professor em qualquer nível de ensino. A diversidade de pensamentos filosóficos equilibra o saber fazer. Nas ações do cotidiano, na concretude dos fatos e objetos apuramos o que fazer. A mistura que possamos estabelecer entre um e outro, o concreto e a teoria, o papel em branco e nosso desejo de rabiscar, a música e o acompanhamento com os movimentos do corpo. São sempre duplas, que nos levam a novos conhecimentos.

## 4. 1 A MATEMÁTICA CONCRETA: UMA ARTE POSSÍVEL

O professor que participou do movimento da Educação Matemática no País, e que continua a acompanhá-lo, tem conhecimento sobre os matemáticos, psicólogos, filósofos e outros profissionais que contribuíram para o desenvolvimento dessa área emergente. Zolton Dienes é, certamente, um desses matemáticos e tem uma coleção de livros editados sobre assuntos que vão desde a educação infantil até o ensino médio. É muito conhecido pelos blocos lógicos, que se tornaram ponto de referência quando o assunto é material concreto. Visitando a obra de Jean Piaget, podemos construir caixas e mais caixas de jogos e materiais concretos para abrilhantar as aulas de Matemática em qualquer nível de ensino.

A arte de Lygia Clark foi mostrada no MAM – Museu de Arte Moderna do Rio de Janeiro – no segundo semestre de 2000, em uma exposição chamada *Objetos Sensoriais*. O público manipula as obras, experimentando muitas outras formas de contato com os objetos, assim como os matemáticos que, utilizando sua criatividade, criam objetos, jogos com os quais os alunos interagem para aprender a lidar com a Matemática de forma lúdica.

Os matemáticos, por acaso, não serão artistas como Lygia Clark? Quando poderemos experimentar a criatividade possibilitada pelo conhecimento matemático, com o intuito de transformar a condição do estudante? Os alunos criando suas obras de arte com os professores podem passar pelo prazer de criar jogos e quadros, e, assim, fazer a ligação entre Arte e Matemática.

## 4. 2 A ARTE DE HÉLIO OITICICA

Hélio Oiticica nasceu no Rio de Janeiro, pintor, escultor, artista plástico e performático. Nos anos cinqüenta, estudou com Ivan Serpa, integrou o Grupo Frente, depois se engajou no Movimento Neoconcreto. Exposições em várias cidades brasileiras aconteceram nesta época. Salvador Rio de Janeiro e São Paulo foram algumas delas.

Até mil novecentos e cinqüenta e nove, Oiticica conservou os veículos e suportes tradicionais da pintura. Nos primeiros quadros, via-se, nitidamente, a tendência do artista em superar o plano bidimensional, pela utilização da cor com claras intenções espaciais.

Na década de sessenta, envereda por novos domínios, a arte ambiental. Surgem, em 1965, *manifestações ambientais,* com capas, estandartes, tendas (parangolés) e outras criações.

Expõe em Londres e Nova York, onde morou durante algum tempo. Estas mudanças levaram-no a escrever um texto, que a impressa publicou.

> Se há gente interessada em minha obra não vou expô-la ou ficar repetindo *ad infinitum* as mesmas coisas; não estou aqui para fazer retrospectivas, como um artista acabado; estou no inicio de algo maior; quem não entender que se dane; procurem-se informar melhor e respeitar idéias e trabalho feito. (www.pitoresco.com.br/brasil/oiticica/oiticica.htm)

Seus irmãos, César e Cláudio, criaram o Projeto Oiticica um ano após sua morte, em 1981. Nascido em 1937, Oiticica teve uma vida muito curta. A galeria São Paulo, em 1986, apresentou a exposição *O q faço é música*. Este título retoma um texto do artista. “Descobrir que o que eu faço é MÚSICA e que MÚSICA não é ‘uma das artes’, mas a síntese da conseqüência da *descoberta do corpo*.” (www.pitoresco.com.br/brasil/oiticica/oiticica.htm)

O Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) tinha sua sede em um casarão antigo e muito charmoso na Rua Luís de Camões, 68, no centro da cidade do Rio de Janeiro. Por lá, passaram cientistas e professores famosos que fizeram a Matemática florescer, no Brasil, como ramo do conhecimento de importância vital no desenvolvimento e sedimentação do saber científico, desde o início da era moderna até os dias de hoje. Naquele casarão do século passado, os sábios matemáticos pesquisavam as áreas de Análise Real, Análise Funcional, Equações Diferenciais, Geometria Diferencial, Topologia e muitas outras.

O movimento modernista de 22 aconteceu em uma época de grandes avanços nas áreas técnica e científica. A revolução industrial estava em andamento, a invenção de máquinas para substituir os trabalhadores nas fábricas e produzir bens materiais garantia o lucro do investidor. A lei era minimizar os custos e maximizar os ganhos.

O movimento modernista no Brasil, assim como a Revolução Industrial iniciada no início do século passado na Europa, foram os berços das transformações socioculturais que marcaram a sociedade e continuam desdobrando-se em novos movimentos e manifestações.

Atualmente, o IMPA não existe mais na Luís de Camões, com suas salas de aulas e boxes onde trabalhavam os pesquisadores. O local entrou em reforma e agora abriga o *Centro de Arte Hélio Oiticica*, inaugurado em setembro 1996.

Grande parte dos trabalhos desse grande artista brasileiro ficou em exposição nos anos de 1996 e 1997. Suas obras, assim como o *cubismo, o construtivismo e o abstracionismo,* têm suas bases na Matemática. Os labirintos, os parangolés e outros objetos são criados com a intenção de fazer o público interagir com a produção artística. O dentro, o fora, a fronteira, o ato de rolar em superfícies sem sair dela são contingências de uma arte que se propõe a abolir padrões preestabelecidos ou ideais de uma obra.

Como Lygia Clark, Hélio Oiticica tem sua arte valorizada pela presença dinâmica do público. A contemplação é substituída pela interação, suas obras apontam os diversos caminhos matemáticos que podemos experimentar. A roupagem usada por atores, no caso da obra de Hélio Oiticica, remete-nos a questões topológicas. Vestindo mangas, coletes, camisas e panos coloridos, vamos dos parangolés aos conteúdos topológicos. Nos labirintos percorridos no Centro de Arte Hélio Oiticica, estamos sempre na parte, no deserto, estamos sempre no todo. Essas comparações nos remetem à questão abordada no texto *Geometria e Topologia, qual arte produzir ou levar ao cidadão?*

*"Todo homem é um artista"*

Esta é uma frase cunhada por Joseph Beuys, mas, segundo o artista plástico Nuno Ramos, Hélio Oiticica assinaria embaixo. Como podemos tomar aquela afirmação ao pé da letra, se as condições dessa realidade forem deslumbradas e estiverem longe de acontecer? Nossa participação no processo de formação de professores e alunos nos direciona para a tarefa de construir um saber que pode considerar os pares, arte e ciência, linguagem artística e Matemática, diálogo e ação, contemplação e concretude, entre outros, sendo todos esses pares os alicerces do homem em transformação.

Todos podem ser artistas? Alguns são gênios da pintura e das artes, em geral, e outros, não! A relação entre, a parte, e o todo é estabelecida pela diferença, pela desigualdade. A diferenciação entre os gênios e não gênio é fortalecida por relações de poder, assim como o mercado e os leilões de obras de arte, com todas as implicações sociais e históricas que marcaram a produção artística.

## 4.3 ENCONTRO ENTRE ARTE E CIÊNCIA

Todos podem ser matemáticos? Qual a relação que existe entre os artistas e os matemáticos? Como disse Joseph Beuys, *todo homem é um artista*. E, em relação à matemática, todo *homem é um matemático*?

> Falamos muito de geometria, mas convém colocarmo-nos de acordo sobre o que entendemos por isto. Porque há duas espécies de geometria: uma intuitiva, podemos, dizer espiritual; e a outra, feita com a régua e o compasso. A primeira é a que nos serve, não a segunda. Ao traçar a estrutura de um objeto, é a intuição que nos deve guiar a mão. (Garcia, 1978, p. 5)

Intuição, régua e compasso, vocabulário próprio da matemática que o artista Garcia (1978) usa para expressar duas artes. Quais artes? Será que podemos considerar a Matemática e Artes Plásticas? As evidências das proximidades entre estas duas ciências começou há muito tempo.

Joaquim Torres Garcia nasceu em Montevidéu, no Uruguai, em 1845. Morou em Barcelona, onde freqüentou a Academia Baixa. Participou do Ciclo dos Artistas de Saint Lluc, sob orientação católica.

Em 1930, junto com Michel Seuphor, fundou a revista "Circulo e quadrado", nome do quadro de Joaquim Torres Garcia, onde aparece um quadrado preto com fundo branco. Era o inicio de um pensamento estético denominado *Universalismo Construtivo*, sustentado pelos valores derivados do neoplasticismo, além de uma carga simbólica de motivos escolhidos a partir de suas preocupações espirituais e filosóficas.

O Construtivismo constitui-se em uma tendência universal e permanente na Arte. Movimento anti-naturalista, gera formas segundo uma ordem matemática, propondo uma arte abstrata, geométrica e autônoma. Corresponde a uma ruptura total com a tradição da mimese ou da representação da realidade visível.

A transparência das proximidades entre Matemática e Arte vai aos pouco se delineando. Luiz Barco (*apud* SERENATO, 2007, p. 1) .afirma: “O homem fez arte usando matemática. O homem construiu Matemática observando as artes, o senso estético”.

Serenato (2007) leva o leitor a descobrir que tanto há matemática na arte, como arte na matemática, percebendo a estética que há na racionalidade Matemática e a racionalidade que existe na estética artística.

As artes, de um modo geral, não se resumem somente aos quadros pendurados nas paredes. Dança, Música, Teatro e Artes Visuais são expressões que o ser humano cria, e são chamados de artes. As artes plásticas são as obras dos artistas que englobam a pintura, a escultura e o desenho. Estas são as chamadas

Artes Visuais. Nossa opção de estudo é com as artes plásticas. O que vamos apresentar sobre as artes plásticas e a Matemática poderia ser feito com as outras artes - as fronteiras podem ser alargadas.

Joaquim Torres Garcia, Luiz Barco e Denis R. C. são artistas, professores que tiveram seus trabalhos publicados no século XX. Neste século, ocorreram as Vanguardas Artísticas. Serenato cita Denis R. C. para comentar estas vanguardas. “É interessante notar que os principais movimentos vanguardistas (com exceção parcial do Surrealismo) tenham abraçado como valores estéticos: as máquinas e os objetos industrializados, a abstração formal e a geometria euclidiana, a ordem matemática e a racionalidade...” ( 2007, p. 4).

São intelectuais de áreas diferentes que têm em comum, em algumas de suas produções, colocar os objetos matemáticos e artísticos em interação. Como se processa o pensamento destes profissionais? Qual a ligação entre a arte a matemática e o criar objetos? Estas afirmações podem nos levar a interpretar a produção, associação da arte e da matemática, para fins de desenvolvimento do sujeito. Este é o processo ensino-aprendizagem desencadeado pelo fazer matemático e artístico.

A representação, o desenho são práticas culturais que materializam valores inerentes à sociedade, transformando-os em produtos. Não devem ser considerados apenas como uma atividade ou um plano voltado para desenvolver produtos industriais, pois, mais do que um objeto, o desenho, a representação produzem signos a partir da percepção do imaginário social.

A cultura material surge a partir da representação, do desenho, dos artesãos ou quaisquer outros profissionais que contribuam para a materialização do universo simbólico humano. Considerar a representação, o desenho numa perspectiva cultural é importante, porque é uma atividade criadora de signos que, por sua vez, está intimamente vinculado à produção baseada no valor intangível do produto.

Procuramos os caminhos entre, arte e matemática, como forma de superar problemas, de ordem, didático-metodológica.

Serenato (2007) cita Paul Cézane, como um artista que incorpora a Matemática à sua pintura. No inicio, era impressionista, e depois deu outro rumo à sua pintura. A geometria presente na natureza foi o motivo da mudança deste pintor francês. Serenato, citando Pereira (1998), confirma esta afirmação. “Não lhe bastava apenas imitar esta natureza ou captar os efeitos voláteis da luz sobre os objetos. Pelo contrário, ele suprime cada vez mais todo o acidental, e procura acentuar os elementos construtivos, que estabilizam o esqueleto estrutural da obra” (2007, p. 4).

Os elementos constitutivos a que Pereira se refere são o cilindro, a esfera e o cone: a estrutura da obra, segundo Serenato - esta alicerçada na geometria intrínseca aos objetos e forma naturais.

Matemática do concreto, no real da natureza, nas relações com o homem. Nasce a Matemática das formas, das retas, dos ângulos. Descoberta da intuição no querer ver. Representações na tela do artista, matemático nos traços em segunda, terceira e infinitas dimensões. O século XX possibilitou mudanças em diversas áreas, cada uma influenciando a outra. Com a matemática e arte, isto também acontece.

Vários movimentos nas ates plásticas aconteceram neste século. O abstracionismo foi um deles. Muitos artistas participaram desses movimentos. No abstracionismo foram vários tipos de correntes que surgiram. Serenato (2007) escolheu Wassily Kandinsky (1866-1944), Piet Mondrian (1872-1944) e Kasimir Malevich (1878-1935) por eles terem a percepção de que a arte não é somente fruto da intuição, como também do intelecto, e a matemática, especialmente a geometria, como participante da obra artística.

O movimento abstracionista teve outros participantes, um deles foi Max Bill, pintor, escultor, arquiteto e designer industrial.

> Em artigo intitulado *O Pensamento Matemático na Arte de Nosso Tempo,* Max Bill define bem a essência do movimento quando diz que a matemática traz novas e inauditas proposições. Seus limites perderam sua primitiva clareza e já soa, irreconhecíveis. Mas o pensamento humano em geral (e o matemático em particular) necessitam, diante do ilimitado, um apoio visual. É então que a arte intervém ainda nas palavras do próprio Bill, é possível desenvolver uma arte de ampla base matemática, porque a arte precisa, ao mesmo tempo, do sentimento e do pensamento. O elemento de toda obra plástica é a geometria, relação de posições sobre o plano e no espaço. Portanto, uma das premissas dos artistas concretos era executar com extremo rigor todas as construções geométricas com os instrumentos de desenho. (SERENATO, 2007, p. 6)

A matemática, presente de forma contundente na arte, nos leva a concluir que o artista é um matemático. Matemático da intuição, das formas, linhas, desenhos e representações. Matemático que cria o que não é matemática, sem se expressar na linguagem formal. É Arte, mas tem Matemática. O estilo de expressão do artista tem um componente que suaviza a matemática, formal, rigorosa, é a beleza das formas, expressa em linguagem do sentimento, da pintura, das cores. Junção de componentes que traduzem uma matemática artística, presente em nossas vidas.

O belo traz a discussão sobre como devemos ver a Matemática para considerá-la como Arte. A beleza é referenciada por muitos, e até por outras Ciências.

> Outro autor importantíssimo para esta discussão é Lê Lionnais, que considera a existência de uma beleza intrínseca na matemática, assim como em outras ciências, nas artes, na vida e na natureza, beleza esta, capaz de despertar emoções comparáveis às despertadas pela música, pela pintura e pela poesia. Salienta ainda que a "estética da matemática deve ser diferenciada da aplicação da matemática na arte" (LE LIONNAIS, *apud* SERENATO, 2007, p. 6).

As configurações espaciais, jogos, materiais concretos, sites, *software* são alguns exemplos onde a estética matemática tem seu lugar.

A intuição e a razão são os termos usados para fazer a distinção entre a Matemática e as Artes. Esse é, em geral, o senso comum. A Matemática considerada ciência do rigor, formal e abstrata, passa esta idéia que se enraizou na população. Serenato (2007) cita Cifuentes para desfazer essa qualidade de ser rigorosa, formal e abstrata que a Matemática carrega. “No entanto, uma questão chave para entendermos a beleza e, por conseguinte a arte presente na matemática, centra-se no fato de que esta ciência, embora racional, comporta também características emocionais, as quais estão intimamente ligadas com a intuição e a experiência estética”. (CIFUENTES *apud* SERENATO, 2007, p.7).

Razão e intuição são termos que permitem levar-nos ao conhecimento das possíveis interações entre matemática e arte. Revertendo o quadro de dicotomia entre ambas, razão e intuição assumem nova abordagem. Existe complementaridade entre ambas.

Abstracionismo, concretismo, neoconcretismo, construtivismo, surrealismo são vários os movimentas nas artes plásticas que surgiram no século XX. No século XXIII, o neoclassicismo e o romantismo dominaram a cena artística - século de grandes mudanças na política, na econômica e em todas as áreas. As revoluções Industrial, Francesa e Americana foram as mais importantes. Antes, no século XVII, o Iluminismo antecipou estas mudanças. Serenato (2007) cita Janson para caracterizar o pensamento iluminista. “Todas as atividades humanas deveriam ser dirigidas pela razão e pelo bem comum, mais que pela tradição e pela autoridade estabelecida” (JANSON *apud* SERENATO, 2007, p. 9).

As artes também foram influenciadas pelas mudanças do século XVIII, quando do surgimento do neoclassicismo. Segundo Serenato (2007), este foi um movimento racionalista. Os neoclássicos utilizavam a arte greco-romana como modelo de equilíbrio, proporção, clareza e beleza, usavam a racionalidade como base em substituição à emoção.

O rigor, as retas, o desenho e o formal, representantes da tendência neoclássica, são criticados por artistas que pensavam a arte de um outro ponto de vista. Serenato (2007) interpreta essa crítica da seguinte forma:

> Na arte, por outro lado, diante do domínio do desenho, fruto dos dogmas rígidos e dos valores estéticos do neoclassicismo (razão, lógica, simetria, ordem, proporção, nitidez...) surgem alguns artistas (Delacroix, Géricault, Turner, Constable, entre outros) que reclamam para a arte uma revalorização dos sentimentos, da imaginação e da intuição: nasce o Romantismo, calcado, sobretudo no modelo gótico e na adoração à natureza. E, ao contrapor-se ao racionalismo e à objetividade neoclássicos, os românticos aproximam-se dos seus opostos, ou seja, da emoção e da subjetividade. (SERENATO, 2007, p. 10)

Este programa, desenvolvido e posto em prática pelos românticos do século XVIII, é revelado por Argon (*apud* SERENATO, 2007):

> ...seu ideal é a interpretação da natureza como partícipe dos impulsos espirituais, da sensibilidade, do dinamismo da sociedade moderna. A pintura romântica quer ser expressão do sentimento; o sentimento é um estado de espírito frente à realidade; sendo individual, é a única ligação possível entre o indivíduo e a natureza, o particular e o universal; assim, sendo o sentimento o que há de mais natural no homem, não existe sentimento que não seja sentimento de valorização da natureza. (SERENATO, 2007, p. 10-11)

O rigor, o formal, o racional e a lógica predominam nas correntes da filosofia da matemática logicista e formalista. A corrente intucionista pensa de maneira diferente. Como nos afirma Serenato (2007), existe, na matemática, uma corrente que defende ser a intuição uma componente do pensamento matemático. A escola intucionista, criada por por Luitzen E.J. Brouwer (1888-1966), considera que as idéias matemáticas não repousam na razão, e sim na intuição.

A existência de um romantismo matemático possibilitou aos intucionistas usar o termo construção. São métodos que nos levam a resolver problemas matemáticos, por meio de passos ou estágio de desenvolvimento dos conceitos abordados. Serenato (2007), citando Eves, explica o construtivismo matemático:

> A tese do intuicionismo é que a matemática tem de ser desenvolvida por métodos construtivos finitos sobre a seqüência dos números naturais, dada intuitivamente. Logo, por essa visão, a base última da matemática jaz sobre uma intuição primitiva. A partir dessa base intuitiva (a seqüência dos números naturais), a elaboração de qualquer outro objeto matemático deve ser feita necessariamente por processos construtivos, mediante um número finito de passos ou operações. (SERENATO, 2007, p. 11)

Muitos matemáticos consideravam, ou ainda consideram, a intuição como parte integrante do campo de ação do saber matemático. Henri Poincaré, matemático francês, teve atuação destacada na defesa da intuição matemática. Serenato (2007) destaca esta participação, por conta de o último universalista da matemática ter sido astrônomo, engenheiro, físico e filósofo, poliglota e escritor. Defende a interação entre a lógica e a intuição como opção de acesso à matemática.

A defesa da intuição por POINCARÉ mostra sua preocupação com a aceitação da matemática pelos jovens. Serenato (2007) cita Poincaré também como educador.

> Isto nos mostra que a lógica não basta; que a ciência da demonstração não é a ciência inteira, e que a intuição deve conservar seu papel de complemento, quase se poderia dizer como contrapeso ou como antídoto da lógica.
> Já tive a oportunidade de insistir sobre o lugar que a intuição deve guardar no ensino das ciências matemáticas. Sem ela, os jovens espíritos não poderiam iniciar-se na inteligência matemática; não aprenderiam a amá-la, e só veriam nela uma vã logomania; sem a intuição, sobretudo, jamais se tornariam capazes de aplicá-la. (POINCARÉ *apud* SERENATO, 2007, p. 12)

Matemática na Arte - custa a se acreditar em tal afirmação. Mas, a evidência de matemáticos artistas está presente nos dias atuais. Esta nova percepção da ciência e do matemático se liga aos conhecimentos, de um e de outro, são familiares ao mundo real. A ciência matemática foi criada pelo matemático, que trabalha com representação, objetos, formas e outros.

Abstração e intuição são ambas de natureza humana. Distingue-se mais o matemático pela abstração e o artista pela intuição. Os dois são portadores das duas. Na visão de Serenato (2007), existem outras possibilidades de comparação entre estes dois profissionais. Foi mostrada a presença do neoclassicismo e do romantismo na matemática. Estas são escolas das artes plásticas. O que diferencia uma escola da outra é que o neoclassicismo apóia-se no rigor e na razão, o romantismo na sensibilidade e na intuição.

O neoclassicismo e o romantismo na matemática antecipam a diferenciação entre as correntes filosóficas do pensamento matemático. De um lado, os logicistas e formalistas que se identificam com os neoclassicistas, de outro, os intucionistas com os românticos. Esta é uma associação livre que usamos para mostrar o lado artístico do matemático e o lado matemático do artista. Estes são domínios sobre os quais Almeida, in Teresa Vergani (2003), se pronunciou de forma geral.

> Deixar de remendar ou justapor domínios da realidade para religá-los a partir de propriedades comuns e diversas é um ponto importante na agenda da ciência neste inicio de século. As investidas nessa direção são diversificadas: a reconstrução do método cientifico, a interrogação epistemológica, a experimentação de novas estratégias de pesquisas e a modelização de conceitos e matrizes interpretativas são algumas delas. (p. 12)

Os conceitos Matemáticos não induzem a nenhuma expressão estética, se não considerarmos estas formas representações, objetos e símbolos fazendo parte das vidas das pessoas. Vergani (2003) cita Korzybski para descreve os conceitos matemáticos de forma diferente. Os conceitos são multiplicidades e necessitam um olhar aberto as suas dimensões. A lógica do "verdadeiro" e "falso" não deve aprisionar o professor. O conceito permite que a liberdade metafórica tome consciência de si mesma, eliminando a possibilidade que a mente se imobilize intelectualmente.

O construtivismo piagetiano guarda interações com o construtivismo matemático. A intuição, sensibilidade, emoção leva-nos a imaginar objetos, sua representação e construção. A Matemática se encontra, de forma embrionária, em quase todas as atividades que o ser humano desempenha. Esta seria a razão do uso sistemático do pensamento matemático estar na própria natureza do sujeito. Segundo Vergani (2003), "a matemática não é uma disposição da natureza nem um dom dos deuses. É feita de um querer a partir do qual uma coisa nova começa", (p. 46).

Tendência emergente da Educação Matemática, *Arte e Matemática* propõe que surja um conjunto de obras semelhantes, mas com diferenças quanto a sua origem, parte delas oriundas da desconstrução e reconstrução geometrizada de formas naturais. Outras anti-naturalistas resultam de uma ordem matemática com uma linguagem de formas e cores autônomas em relação à natureza, ao real. De outro lado, existe a percepção desse concreto artístico como imaginário produzindo signos.

Os conceitos matemáticos, em todos os níveis de escolaridade, são construídos na perspectiva da aquisição de uma linguagem. A alfabetização matemática e o Ateliê de Matemática se apresentam como o cenário para reverter conteúdos. A alfabetização matemática, considerada como tendência da Educação Matemática, tem sua concepção ampliada. Não só a construção dos números naturais é considerada, vai além dos números. Os conceitos assumem nova abordagem, são representações e objetos ao mesmo tempo. Os conceitos matemáticos existem independentemente de nosso pensamento. O homem pensa, intui na realidade em que vive. Os conceitos não nascem na nossa cabeça, estão na natureza. Esta é a arte matemática do olhar, pensar, transformar o concreto/matéria em representação, em linguagem.

Vergani (2003) cita Russel e Popper para explicar as diferenças de pensamento sobre as representações do mundo. Para Russel, a matéria não é parte da substância do mundo. È um meio de reunir os acontecimentos em feixes estáveis.

Para Popper, não exista a separação entre o mental e o material.

*Arte e Matemática*, contribuindo, por meio da transdisciplinaridade e da alfabetização matemática, no Ateliê de Matemática, para a construção de conceitos, revertendo o tradicional. Sempre a Matemática esteve restrita aos Institutos, ao formalismo, de pouca relação com o mundo lá fora. Vergani amplia estas considerações para revelar uma matemática existente nas pessoas.

> As matemáticas não são ciências de certezas, mas de *coerências constantemente interpeladas.* Nelas se exprimem as duvidas, os desejos, as lutas humanas em busca de sentidos e de valores. É neste campo humano que se situam as matemáticas como ciências simbólicas, e não nos sinais convencionais das linguagens formalizadas que utiliza. (VERGANI, 2003, p. 31)

As interações entre, Matemática, Arte, Dança, Teatro, Música, Cinema e as ciências, em geral, conhecida como transdisciplinaridade, comprova a peculiaridade da matemática de estar em várias esferas do conhecimento. O olhar para este processo de complementaride, com o intuito de aprender, ameniza a certeza dos matemáticos serem apenas neoclassisitas. Românticos, ingênuos, intuitivos, sensíveis, contrapõe-se ao sujeito formal, lógico, racional. Seguindo a comparação feita entre as tendências das artes plásticas e da Educação Matemática, estas interações se aplicam às idéias transdisciplinares. Vergani (2003) analisa a penetração da matemática em outras áreas, citando Amnès (1994). Os aspectos estéticos e simbólicos são admitidos pelas comunidades de matemáticos, mas não são sensíveis à presença da matemática em outros campos científicos.

Apresentamos diversas possibilidades de se trabalhar no Ateliê de Matemática. O lúdico e o jogo, Modelos e Resolução de Problemas, Fitas de Áudio e Vídeo, Museus Interativos - a lista é extensa. No Ateliê, como nos Museus Interativos, usamos as diferentes metodologias simultaneamente ou combinadas em menor número. Acrescenta-se a estas metodologias, a que apresentamos: fazer matemática nos domínios não matemáticos. As artes plásticas, representadas pela pintura, escultura e o desenho foram as escolhidas. Afirmamos ser possível usar as outras artes para tornar o ensino aprendizagem mais significativo e prazeroso para o estudante. A pluralidade de experimentos de ensino aprendizagem reflete na formação do professor, na capacidade de compreender e viver os processos imaginários das nossas relações com o mundo. Vergani (2003) cita Terré-Fornacciari para discorrer sobre o imaginário e o real.

> O real e imaginário entretecem-se mutuamente e o relativismo epistemológico nega a validade do fosso (big divide) que tem separado a racionalidade das outras formas do saber. As *fronteiras entre objeto/ciência e sujeito/símbolo* apagam-se para dar origem a uma filosofia da compreensão (no sentido de “entendimento” e de “inclusão”) que abrange ciências, letras e artes. A aparente descontinuidade da natureza parece desaguar na afirmação de uma continuidade onde o *pluralismo* se unifica. (VERGANI, 2003, p. 37)

A obra de arte que o artista e o matemático, com suas devidas particularidades expõem para alunos e o público em geral, marca o momento de cada sujeito criar, e isto está na capacidade de transcender o que existe - criatividade que pode ser construída e posta em prática, fazendo matemática em outras bases.

A linguagem Matemática clássica é aceita como formadora de conceitos. Existe dificuldade, por parte do estudioso, em transcendê-la. Mas, sem percebermos, estamos convivendo com situações desconhecidas. É o caso, quando acontece da matéria descontrolar a forma, como na ginástica rítmica, parangolés, penetráveis, sobrepor um par de luvas, etc. Quando a matéria é percebida como descontrole da forma, não somente das formas estudadas na Matemática, estamos religando conhecimentos.

O formal existente é aquele que se apresenta fora dos compêndios de Matemática Superior. Isto é, um Ateliê no Tempo, o imaginário, o misterioso, o inconsciente religados, num espaço novo, existindo para provocar os processos criativos que não estão em uma história, em um tempo passado. É o imediato que surge da visualização, contemplação de algo novo, faz emergir, em um tempo que nunca tínhamos percebido. Este movimento interior avança na busca da tansdisciplinaridade, funciona como o caminhar que nos capacita a sair das formas estabelecidas para a transcendência do vir a se criar.

Essa transformação do sujeito acontece no artista de modo continuo. Vergani nos fala sobre a vida do artista. Diz que a inadaptação dos artistas é uma qualidade. “Os artistas são aqueles que ‘falando por imagens originais, exprimem-se através de milhares de vozes’. No caso da criatividade científica é o entusiasmo imaginal que toma conta do intelecto ou, como diz Jung, ‘é a vida quem toma o leme’ (VERGANI, 2003, p. 73).

No laboratório e nas oficinas, trabalha-se com materiais concretos. Zoltan Paul Dienes, Maria Montessori, entre outros, criaram material concreto que tiveram divulgação no Brasil, na época da Matemática Moderna. Com o surgimento da Educação Matemática, as pesquisas e trabalhos nesta área começam a surgir.

Sergio Lorenzato, Rômulo Rego, Ana Kallef, (2006) e Esther Grossi (s/d, 1990) são alguns autores que pesquisam o material concreto.

Ana Kallef (2007), inclusive, dá uma receita para construção de sólidos geométricos.

> Outro aspecto que julgo interessante: por que não levar os alunos a construírem os modelos e não somente lhes mostrar tudo pronto? O processo de construção faz parte do treinamento da habilidade da visualização. A mais importante habilidade mental a ser desenvolvida pela escola e, principalmente, pela geometria, na busca da capacitação do aluno para lidar com as necessidades de uma sociedade visual e virtual como a que temos hoje em dia.
> Se me permite, aconselho-o a construir modelos com canudos de plástico rígido. É como orientamos os nossos licenciandos aqui na UFF a fazer. (Sbem-l@listas.rc.unesp.br)

Vergani (2003) cita Schiller, para destacar o papel do jogo no desempenho da criatividade dos estudantes. Jogo e material concreto se distinguem por ser, este último, regido por regras matemáticas. As regras variam, mas o jogo, em sentido lato, continua.

> Sempre que uma atividade lúdica produz 'coisas vivas e duráveis', realiza um trabalho criativo. Para SCHILLER, o homem só é plenamente ele próprio quando joga. O ato criador processa-se através do jogo vivo que se instaura entre o homem e sua imaginação.
> A importância da autonomia psicológica individual entende-se, a nível, da arte, num plano superior. (VERGANI, 2003, p. 74)

Ateliê de Matemática, transdisciplinaridade e formação de professores. Professores pesquisam, seus alunos também. Os professores crescem, vão ser Mestres e Doutores. Os alunos ganham com isto, na competência e qualidade da educação. No Ateliê, a transdisciplinaridade é um exercício de cidadania, o conhecimento garante a condição de se exercer a sabedoria. Arte e Matemática são os alicerces da transcendência, da mudança. O acontecer matemático se fundamenta em reverter conteúdos. Na matéria e na linguagem, se processa o ato criativo. Vejamos o que Vergani diz a respeito.

> A ruptura com o mundo normatizado/cotidianizado/convencionado tem sido operada de três formas: através do *transe*, através da *arte* e através da

> *criatividade*. A nossa civilização há muito tempo proíbe o transe. Certas formas de arte perderam o vigor da significação ao enlear-se nos meandros do elitismo e do marketing. Resta-nos apenas a esperança difusa daquilo que designamos por criatividade... (VERGANI, 2003, p. 94)

A estranheza que os artistas experimentam ao conviver com outras pessoas tem significado na individualidade criativa. Ao que parece, não estão neste mundo. Tudo é desconforto na hora da participação social. Nem todos são assim... Mas, na devida proporção, o matemático carrega este estigma de pouco dado ao social. De onde vêm essas idiossincrasias? Aspectos da vida do artista e do matemático criativo. Vergani comenta.

> Ao manifestar-se o ato criativo suscita – tal como o exercício da imaginação – desconfiança, dúvidas, temores. O *insight* iluminante tende a ser olhado como ameaça de desordem ou de desestabilização, antes de ser reconhecido como contributo válido no sentido do crescimento da pluralidade singular d(s) homens(s)" (VERGANI, 2003, p. 94)

Os conceitos fazem parte do discurso que proferimos nas reuniões especializadas. Ao falar de conceito, tenho, na memória, a bagagem que construí durante os tempos. Precisamos saber da condição filosófica, social e outros que o conceito carrega. A interpretação matemática da formação dos conceitos, em geral, tem, como nas artes, sua porção formalista, abstrata e é na linguagem que se objetiva. Esta concepção de conceito está fundamentada no pensamento, na idéia, para ser formada. Estamos, com isto, dizendo que o conceito tem esse viés idealista. Assim, passamos, ensinamos a matemática que conhecemos.

Os conceitos são formadores de opinião de relações sociais e, principalmente, de guia espiritual e cientifico. Com a introdução da matéria, a perspectiva de ser um conceito se amplia. Estamos indo além na relação, <matemática, conceito, linguagem>. Intermediamos essa abordagem com a matéria que se apresenta na vida. Esta matéria se reverte em objeto de estudo na relação, <matemática, conceito, linguagem, matéria>. Afirmamos que o conceito se processa num nível quadrimensional e não tridimensional.

A concepção dos conceitos matemáticos com suas implicações sociais e religiosas é descrita por Vergani. A magia é muito pouco falada. Isto leva à negação entre o mundo físico e a vontade humana. Para a matemática, é complicado aceitar o olhar interpretativo e o objeto. Os universos são habitados por entidades que resistem a um discernimento entre modelo e matéria.

O Ateliê de Matemática, transdisciplinaridade, formação de professores, e alfabetização matemática. Outra quarta dimensão que tem a formação do conceito, como elo de ligação entre a teoria matemática e a prática pedagógica, concreta, transformadora, viva, rumo a uma educação matemática que tenha a criatividade como destino.

Articulando projetos de pesquisas com participação de alunos e professores, apresentações de desempenhos, resenhas de livros, círculo de leituras, o contador de histórias e interações com outras ciências. São numerosas as possibilidades de procedimentos didáticos. O prazer em pensar o que fazer com os alunos estabelece o clima de cooperação consentida. Este andamento das atividades em sala de aula desencadeia o senso de responsabilidade.

Nessa perspectiva de trabalho, no Ateliê de Matemática, a avaliação muda, a avaliação formal dá lugar à avaliação dos trabalhos desenvolvidos em sala de aula. O acompanhamento, pelo professor, de cada aluno, durante o semestre, em cada dia de alua, e as tarefas que cada um tem que assumir são, em sua maioria, visando a avaliação em várias etapas do curso. A presença é fundamental, pois a participação depende de todos. Não há atividade individualizada, como referencial para conceituação no curso. O conjunto de todas as atividades vai proporcionar a nota final. As reprovações são poucas, as aprovações coroam os trabalhos, o desempenho e a participação efetiva durante o semestre, ou ano letivo.

# 5 CONCLUSÃO

Trabalhos de anos na trajetória em direção da alfabetização Matemática, área tão problemática e pouco pesquisada. Abarcar os conhecimentos necessários aos conteúdos, números, geometria, topologia, e outros. A formação do professor, que conjuga com a necessidade de mudança a formação continuada e a pesquisa qualitativa em sala de aula. Produção de material didático, implantação do Ateliê de Matemática, entre outras atuações, além de promover o ofício da criatividade.

Nesse emaranhado de diversidades, juntar essas maneiras de ousar é muito forte. Do encontro com os conhecimentos produzidos, sonhados e realizações vem sempre o real. Onde está a ordem? Nessa procura, o real sobressai nas ações dos novos indivíduos. Não estamos querendo a formalização, como reguladora do fazer matemático. Formalização, ordem, métodos axiomáticos, todos servem para um determinado tipo de fazer. A ciência, a tecnologia, os pensamentos formatados, repetidos servem para caracterizar o homem moderno. Longe está esse homem, das proximidades de sua própria raça. Enjaulados, arriscados e arriscando-se, são eles próprios, os deuses desse mundo, o homem com H maiúsculo. Tudo pode nesse mundo de poder de poucos.

A nossa prática docente tem se caracterizado por considerar a formação contínua do professor, uma das razões da riqueza desta profissão. O movimento em busca de novos métodos, linguagens, didáticas e outros ingredientes fazem do professor a mudança em pessoa. Cada dia é um novo livro que lê. Congressos, feiras, reflexões fazem parte da sua trajetória cultural.

A efervescência pedagógica cultural leva o professor a trocar experiências com colegas, com estudantes e, principalmente, levar este espírito para a escola e para a sala de aula. Aos poucos, mudam-se as práticas escolares e podem-se conduzir as formações continuadas do professor, que ocorre mediante diálogo com outros pesquisadores da Educação Matemática, Arte, Música, etc.

O Ateliê de Matemática é o lugar de encontro destas pesquisas transdisciplinares. O conhecimento matemático é construído, articulando-se os conteúdos visualizados nos objetos, artefatos ou outras formas onde existem matemáticas subjacentes, por isso mesmo, passíveis de serem pesquisadas.

Tornar os conceitos matemáticos, não só acessível ao aluno, mas também mostrar a matemática como ciência que está na vida das pessoas, foi tarefa que culminou com nossas interações com as artes em geral. Com o intuito de formalizar como essa interação de processa, introduzimos a matéria, suas extensões, os objetos, o concreto, os artefatos, aos termos, linguagem, conceitos que a matemática usa para expressar suas idéias.

Este é o trabalho que sintetiza os anos de pesquisas, nascidas na relação intensa entre teoria e prática. Na maioria das vezes, produto da aproximação entre professor e alunos de escolas da rede pública de ensino.

Queremos que pesquisas realizadas por professores, sobre sua prática escolar, tenham respaldo e sejam aceitas como modelo de pesquisa qualitativa, na comunidade de educadores matemáticos. Este trabalho teve, como primeira concepção, trazer as produções de anos, de uma vida profissional intensa e de transformação contínua na luta por melhores resultados na Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N**.** *Dicionário de Filosofia***.** 3ª ed**.** (trad. Alfredo Bosi, pub. orig. 1971). São Paulo: Geração Editoria, 2003.

ABDOUNUR O. J. *Matemática e Música. O pensamento analógico na construção de significados.* 3ª ed. São Paulo: Escrituras, 2003.

APPEL, Michel W. *Trabalho docente e textos: economia política das relações de classe e de gênero em educação*. (trad. Thomaz Tadeu da Silva, Tina Amado, Vera Maria Moreira, ed. orig. 1986). Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

CABRAL, T. B. & TEIXEIRA, M. L. C. *Alfabetização e Matemática***.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, Resumo dos Trabalhos, São Paulo: SBEM, 1987.

CAZELLI, Sibele. *Alfabetização científica e processos educativos*. Perspicillum, vol. 6 No 1, 58-75. Rio de Janeiro: novembro, 1992.

COLKER, Débora. *Folha de São Paulo; guia da folha***.** São Paulo de 15 a 21 dez. 2006, p. 72-73.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *The Role of Mathematics in Building a Democratic Society.* National Council on Education and the Disciplinas. Quantitative literacy – why numeracy matters for schools and colleges. New Jersey: Princeton, 2003.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática.* Apud. Fonseca. São Paulo: Global, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In. Marcelo de C. Borba e Jussara de L. Araújo (orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 2. ed. São Paulo: Autêntica, 2006.

DANILUKY, Ocsana. *Alfabetização Matemática*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Resumo dos Trabalhos. São Paulo: SBEM, 1987.

DANILUKY, Ocsana. *Alfabetização Matemática***.** O cotidiano da vida escolar. Caxias do Sul: EDUCS, 1991.

DANILUKY, Ocsana. *Alfabetização Matemática* – as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina & EDIUPF, 1998.

ECO, Umberto.. *Como se faz uma tese*. (trad. Gilson Cesar Cardoso de Souza, ed. orig. 1977). São Paulo: Perspectiva, 2005.

FAYOL, Michel. *A criança e o número*: *da contagem à resolução de problemas*. Tradução Rosana Severino de Leoni. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

FIORENTINI, Dario. *O Papel da Pesquisa e da Reflexão no Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática.* Palestra Proferida no Encontro Nacional de Educação Matemática - VI ENEM de 21 a 27 de julho de 1998 em São Leopoldo - RS.

FONSECA, M. da C. R. F. (org.). *Letramento no Brasil* – habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

GARCIA, J.T**.** *Recuperaçion del objeto (1949)*. Jornal do Brasil. Rio de Janeiro, 13 abr. 1978. Caderno B, p.5.

GARCIA, J.T. *Allaboutarts*
http://www.allaboutarts.com.br/dv/showpage.asp?code=0403P3&version=portugues&name. Acesso em: 15 out. 2007.

GASCÓN, J. "A necessidade de utilizar modelos em didática das matemáticas" *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo: PPGA/EDM/PUCSP, v. 5 – n.2 – 2003.

GUÈRIOS, Ettiène. *Espaços oficiais e intersticiais da formação docente***.** Histórias de um grupo de professores na área de Ciências e Matemática. Tese (Doutorado, Educação) – Faculdade de Educação. Campinas: UNICAMP, 2002.

HIRATSUKA, Paulo. *A vivência da experiência da mudança da prática de ensino de Matemática***.** Tese (Doutorado, Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro: 2003

KALEF, A. M. Sbem-l@listas.rc.unesp.br. Acesso em: 15 mai. 2007.

MANNONI, Laurent. *A Grande arte da Luz e da sombra – arqueologia do cinema.* (trad. Assef Kfouri, ed. orig. 1995). São Paulo: SENAC: UNESP, 2003.

MARTINS, J. *Um enfoque fenomenológico do currículo*. Educação como *poíesis.* São Paulo: Cortez, 1992.

MEIRA, L.R.L. *Psicologia da Educação Matemática:* A Pesquisa em Sala de Aula. Palestra proferida no V Encontro Nacional de Educação Matemática - VI ENEM de 21 a 24 de julho de l998 em São Leopoldo - RS.

MLODINOW L. *A janela de Euclides. A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*. (trad. Enézio de Almeida, pub. orig. 2001), 3ª ed. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MOREIRA, A.F.B. & SILVA. T.T. (Orgs.). *Currículo, cultura e sociedade*. São Paulo: Cortez, 1994.

MORO, Maria. *Epistemologia Genética e Educação Matemática.* Piaget, sempre? Piaget, ainda? Por quê? In. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós- Graduação em Educação Matemática, 11, 2007, Curitiba. *Anais do XI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós - Graduação em Educação Matemática - Trilhas, Caminhos e*

*Perspectivas na Pesquisa em Educação Matemática.* Curitiba: compact disk, Setor de Educação – UFPR, 2007.

NEMIROVSKY, R & GALVIS, A. *Facilitating Grounded Online Interactions in Video-Case-Based Teacher Professional Development*. Journal of Science Education and Technology, Vol. 13, nº 1, March 2004, p.67, p. 79.

NÓVOA, Antonio. *Os Professores e as Histórias de suas Vidas***.** Porto Editor, 1995b.

National Council on Education and the Diisciplines. *Mathematics and democracy* – the case for quantitative literacy. United States of América: NCDE, 2001.

National Council on Education and the Disciplines. Quantitative literacy – why numeracy matters for schools and colleges. New Jersey: Princeton, 2003.

POINCARÉ, Henri. *O valor da ciência***.** Tradução de Maria Helena Franco Martins. 2 ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2000.

PIAGET, Jean. *A formação do símbolo na criança.* Imitação, Jogo e Sonho, Imagem e Representação. 2. ed. Tradução Álvaro Cabral; Christiano Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

POWELL, B. A, FRANCISCO, M. J e MAHER, A. C. *Uma abordagem á analise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes*. Bolema, Rio Claro, n. 21 e, 2004 p. 81- 140, 2004.

SACRISTÁN, J. G*. Consciência e Ação sobre a Prática como Libertação Profissional dos Professores***,** Apud. Nóvoa. Porto: Porto Editor, 1995.

SANTOS, F.M. *Pitágoras e o tema do número*. São Paulo: IBRASA, 2000.

SCIENTIFIC, American. *Matemáticas en el mundo moderno*. Tradução Miguel de Guzman Ozamiz. Madrid: Editorial Blume, 1974.

SINGH, Simon. *O último Teorema de Fermat. A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos*. 4ª ed. **(** trad. Jorge Luiz Calife, pub. orig. 1997). Rio de Janeiro: Record 1999.

*500 Anos da Pintura Brasileira*. Fonte: CD- Rom.

www.pitoresco.com.br/brasil/oiticica/oiticica.htm. Acesso em: 18 out. 2007.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Régua e Compasso***,** 1980.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Fundo do Mar***,** 1988.

TEIXEIRA, Manoel L.C*. Escola de Samba,* 1990.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Nome Regina,* 1989.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Cárceres***,** 1989.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Os inteiros e os naturais - construção de Jogos - oficina de sucata.* Monografia. Porto Alegre: GEEMPA, 1992.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *O gênio***,** 2000.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Laços***,** 2000.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Tereza Cristina*, 2003.

TEIXEIRA, Manoel L.C. *Limite***,** 2006.

VERGANI, T. *A surpresa do mundo – Ensaios sobre cognição, cultura e educação.* Carlos Aldemir SILVA e Iran Abreu MENDES (Org.). Natal: Editorial Flecha do Tempo, 2003.

VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente***.** (trad. Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche, José Cipolla Neto, ed. orig. 1960). São Paulo: Martins Fontes, 1989.

# BIBLIOGRAFIA

APPEL, Michel W. *Trabalho docente e textos:* economia política das relações de classe e de gênero em educação. Tradução Thomaz Tadeu da Silva; Tina Amado; Vera Maria Moreira. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Tradução Hygino H. Domingues. 3. ed. São Paulo: Campinas: Unicamp, 2000.

ALVES, Nilda (Org.). *Formação de professores.* Pensar e fazer. São Paulo: Cortez, 1992.

BACHELARD, G**.** *Epistemologia:* trechos escolhidos. 2 ed. Tradução Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

BACHELARD, G*.O Novo Espírito Científico*. Tradução. Juvenal Hahne Júnior Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1968.

BAKHTIN, Mikhail. *Marxismo e Filosofia da Linguagem.* Tradução Michel Lahud; Yara Fratechi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1992.

BENJAMIN, Walter. *Reflexões: A Criança, O Brinquedo, A Educação*. Tradução Marcus Vinicius Mazzari. São Paulo: Summus, 1984.

BICUDO, Maria A. V. (org). *Filosofia da Educação Matemática.* Concepções e Movimento. Brasília: Editora Plano, 2003.

BICUDO, Maria A. V. *A Pesquisa em Educação Matemática***:** Realidade e Perspectiva, a Fenomenologia. BOLEMA 3(4): 17-31. IGCE-UNESP; Rio Claro,1988.

BICUDO, Maria A. V. *Pesquisa em Educação Matemática.* Pró-Posições, vol. 4, nº 1(10),18-23. São Paulo, 1993.

BICUDO, Maria A. V .*Algumas Pesquisas em Educação Matemática realizadas no Programa de Mestrado em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP, Campos de Rio Claro*. BOLEMA 3(6), 45-47, IGCE-UNESP. Rio Claro, 1990.

BICUDO, Maria A. V .*Educação Matemática*. São Paulo: Moraes, s/d.

BORBA, M.C. *Etnomatemática e a Cultura da Sala de Aula*. Educação Matemática em Revista. SBEM, 1(1), 34-58. Blumenau, 1993.

BOURDIER, Pierre; PASSERON, J.C. *A reprodução* - elementos para uma teoria do sistema de ensino. Tradução Reynaldo Bairão. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1982.

BREJON, Moysés (org.). *Estrutura e Funcionamento do Ensino de 1º e 2º Graus.* 7. ed**.** São Paulo: Pioneira, 1976.

CANDAU, V; LELIS, I.A. *A Relação Teoria-Prática na Formação do Educador.* In. Tecnologia Educacional, Ano XII, n.55, nov./dez. 83.

CARRAHER, T.N; Sehliemann, A; Carraher, D. *Na Vida Dez, Na Escola Zero.* São Paulo: Cortez,1988

CHARLES, C, M. *Piaget ao alcance dos professores*. Tradução Ingeborg Strake. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1984.

COSTA, Cláudio. *Filosofia da Linguagem*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

D’AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação* - reflexões sobre Educação e Matemática. Campinas: Summus/Ed. UNICAMP, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *A Educação Matemática e a reincorporação da Matemática à História e à Filosofia.* Anais do I Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, UFRJ, 25 Anos do Instituto de Matemática. Rio de Janeiro: 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática, um programa. Educação Matemática em Revista.* SBEM, 1(11), 5 -11. Blumenau: 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Formação de professores de matemática para o Século XXI: O Grande Desafio.* Pro-Posições, v. 4, n.1, março de 1993.

D'AMORE, Bruno. *Epistemologia e didática da Matemática***.** Tradução Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Editora, 2005.

DEHEINZELIN, Monique. *A Fome com a vontade de comer. U*ma proposta curricular de educação infantil. Petrópolis: Vozes, 1994.

DESCARTÉS, René. *Discurso sobre o método.* Tradução de Márcio Pugliesi; Norberto de Paula Lima. São Paulo: Hemmus, s/d.

DIENES, Z. P. *A Matemática Moderna no ensino Primário***.** Rio de janeiro: Fundo de Cultura, 1967.

DIENES, Z. P. *As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática.* Tradução de Maria Pia Brito de Macedo Charlier; René François Joseph Charlier. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, 1975.

DIENES-GOLDING. *Lógica e jogos lógicos***.** 3 ed. Tradução de Euclides José Dotto. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, v.1, 1969.

DIENES-GOLDING. *Conjunto, números e potências.* 2 ed. Tradução de Euclides José Dotto. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, v. II, 1974.

DIENES-GOLDING. *Exploração do espaço.* 2 ed. Tradução de Euclides José Dotto. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, v. III, 1974.

DUARTE, N. *O ensino de matemática na educação de adultos.* São Paulo: Cortez, 1986.

ECO, Umberto. *Como se faz uma tese*. Tradução. Gilson Cesar Cardoso de Souza. São Paulo: Perspectiva, 2005.

EDUARDO, Castro. *Filosofia da Matemática.* Divulgação e Filosofia da Ciência na obra de Henri Poincaré**.** Tese (Doutorado, Faculdade de Ciências e Tecnologia) – Universidade Nova de Lisboa. Lisboa: 2001.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA. São Paulo: PPGA/EDM/PUCSP, v. 5 – n.2 – 2003.

FARIA, Ana L. G. *Ideologia do Livro Didático.* São Paulo: Cortez, 1989.

FERNANDES, M. Dárida. *Educação Matemática no primeiro ciclo do ensino básico -* aspectos inovadores*.* Porto: Porto Editor, 1994.

FERREIRA, Mariana K. L. *Madikauku os dez dedos das mãos* - Matemática e povos indígenas no Brasil. MEC, 1988.

FERREIRO, Emília. *Alfabetização em processo.* Tradução Sara Cunha Lima; Marisa do Nascimento Poro. São Paulo: Cortez, 1986.

FERREIRO, Emília, TEBEROSKY, Ana. *Psicogênese da língua escrita.* Traduçao Diana Myriam Lichtenstein; Liana de Marco; Mário Corso. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

FIORENTINI, Dario; Lorenzato Sergio. *Investigação em Educação Matemática.* Percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, Dario. *Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática* – o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Campinas: UNICAMP, 1994.

FLATO, Moshé. *O poder da Matemática.* Tradução. Alice Nicolau. Lisboa: Terramar, 1994.

FORQUIN, Cloude J. *Escola e cultura* - as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar. Tradução Guacira Lopes Louro. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

FOSSA, John A. *Teoria Intuicionista da Educação Matemática.* Tradução. Alberta M. R. B. Ladchumananandasivam. Natal: Editora UFRN, 1998.

FOUCAULT, Michel. *As Palavras e as Coisas:* Uma arqueologia das ciências humanas. Tradução. Salma Tannos Muchail. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

FOUCAULT, Michel. *Vigiar e Punir.* Tradução Roberto Machado. In, Microfísica do Poder. Rio de Janeiro: Graal, 1985.

FRÉDÉRIQUE. *Les enfants et la Mathématique.* Paris: Didier, 1970.

FREGE, Gottlob. *Lógica e filosofia da linguagem*. Tradução. Paulo Alcoforado. São Paulo: Cultrix, 1978.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido.* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1975.

FREITAG, Bárbara. *Piaget - encontros e desencontros*. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1985.

GÖDEL, Kurt. *O Teorema de Gödel e a Hipótese do Contínuo.* Tradução Manuel Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1979.

GRANON-LAFONT, Jeanne. *La topología básica de Jacques Lacan.* Tradução Irene Agoff. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión, 1987.

GROSSI, Ester Pillar. *Numeração em diversas bases.* Sugestões de atividades, s/d.

GROSSI, Ester Pillar. *Didática do nível pré-silábico.* Rio de Janeiro: Paz e Terra , 1990.

GROSSI, Ester Pillar. *Didática do nível silábico*. Rio de Janeiro: Paz e Terra , 1990.

GROSSI, Ester Pillar. *Didática do nível alfabético.* Rio de Janeiro: Paz e Terra , 1990.

GTI, Grupo de Trabalho sobre Investigação. *Refletir e Investigar sobre a Prática Profissional.* Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 2002

HABERMAS, Jurgen. *Consciência moral e agir comunicativo*. Tradução Guido Antonio de Almeida. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro,1989.

HABERMAS, Jurgen. *Passado como futuro*. Tradução Flávio Beno Siebeneicher, Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1993.

HABERMAS, Jurgen. *Pensamento pós-metafísico -* estudos filosóficos. Tradução Flávio Beno Siebeneicher. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1990.

HALL, Stuart. *Identidades Culturais na Pós-Modernidade*. Ttradução Tomaz Tadeu da Silva; Guacira Lopes Loouro. Rio de Janeiro: DP&A, 1997.

HOLLOWAY, G, E, T. *Concepción del espacio en el nino segun Piaget.* Tradução Ariel Bignami. Buenos Aires: Editorial Paidos, 1969.

IFRAH, Georges. *Os números, a história de uma grande invenção*. 2. ed. Tradução Stella M. de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 1989.

KAMII, C. *A Criança e o número.* Tradução Regina de Assis. Campinas: Papirus, 1986.

KAMII, C. Josepf, C. L. *Aritmética novas perspectivas.* Implicações da teoria de Piaget. Tradução Marcelo Cesteri T. Lellis; Marta Rabíoglio; Jorge José de Oliveira. Campinas: Papirus, 1996.

KAMII, C. & DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética***.** Implicações da teoria de Piaget. Tradução Elenira Curt; Marina Célia Morais Dias; Maria do Carmo Domith D. Mendonça. Campinas: Papirus, 1986.

KAMII, C. & DECLARK, Georgia. *Jogos em grupo na educação infantil*. Implicações da teoria de Piaget. Tradução Marina Célia Dias Carrasqueira. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991

KASNER, Edward, Newman James. *Matemática e Imaginação*. 2. ed. Tradução Jorge Fortes. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

KRAMER, Sônia. *Com a pré-escola nas mãos*. Uma alternativa curricular para a educação infantil. São Paulo: Ática, 1993.

KUHN, Thomas S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 3. ed. Tradução. Beatriz Vianna Boeira; Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva, 1992.

LORENZATO, Sergio (org.). O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

LAUAND, L, JEAN. *Educação, teatro e matemáticas medievais*. 2 ed. São Paulo: Perspectiva, 1986.

LÉVI, Pierre. *As Tecnologias da inteligência*. O futuro do pensamento na era da informática. Tradução Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIDSTONE John. *Construções com papelão.* Tradução de Alice Strazza. Buenos Aires: Kapelusz, 1976.

LIMA, Adriana Flávia Santos de Oliveira. *Pré-escola e alfabetização.*Uma proposta baseada em P. Freire e J. Piaget. Petrópolis: Vozes, 1986.

LOTMAN, Y.M. *Universe of the mind, a semiotic theory of culture*. Bloomington & Indianópolis: Indiana University Press, 1990.

LURIA, A. R. *Desenvolvimento cognitivo* - seus fundamentos culturais e sociais. Tradução Luis Mena Barreto et alli. São Paulo: Ícone, 1990.

McLAREN, Peter. *Rituais na escola* - em direção a uma economia política de símbolos e gestos na educação. Tradução Juracy C. Marques; Ângela M. G. Biaggio. Petrópolis: Vozes, 1991.

MACHADO, Nilton José. *Matemática e língua materna* - análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1993.

MEC - Secretaria de Educação Fundamental - *Parâmetros Curriculares Nacionais* - PCN - Matemática - Educação Infantil, 1ª a 4ª série e 5ª a 8ª série. 1988.

MIORIM, Ângela M. *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MIREDIEU, Florence. *O desenho infantil*. Tradução Álvaro Loreneini; Sandra M. Nitrini. São Paulo: Cultrix, 1974.

MLODINOW L. *A janela de Euclides.* A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. Trad. Enézio de Almeida. 3. ed. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MOYSÉS, Lúcia. *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.* Campinas: Papirus, 2000.

NCDE. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Simon & Schuster Macmilan, 1992, p. 03-38.

NIQUINI, P. Débora. *Informática na educação.* Implicações didáticas pedagógicas e construção do conhecimento. Brasília: Universa, 1995.

NÓVOA, Antonio (org.). *Profissão Professor*. Porto: Porto Editor, 1995a.

NÓVOA, Antonio (org.). *Os professores como intelectuais:* rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem. Artes Médicas, Porto Alegre: 1997.

PEROUDI, D. J. Tronca, Z, F., Tronca, S, D. *Grafismo infantil* - processo de alfabetização e desenvolvimento. Caxias do Sul: EDIUCS, 2001.

PERRENOUD, P. *Práticas pedagógicas, profissão docente e formação.* Perspectivas Sociológicas. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1993.

PERRENOUD, P. *Pedagogia Diferenciada.* Das Intenções à Ação. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PIAGET, Jean & INHELDER, Barbel. *Gênese das estruturas lógicas elementares.* Tradução Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, Jean & SZMINSKA, A. *A Gênese do número na criança.* Tradução. Christiano Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, Jean. *Tratado de lógica operatória*. Tradução M. M. Prelooker. Buenos Aires: Paidos, 1979.

PIAGET, Jean. *Tratado de lógica e conhecimento científico.* Tradução. Maria Ângela V. de Almeida. Porto alegre: Globo, 1976.

PROJETO NUFFIELD DE MATEMÁTICA. *Se eu faço, eu compreendo***.** Tradução de Maria Alice Gomes da Fonseca. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1978.

RANGEL, Ana Cristina de Souza. *Educação Matemática e a construção do número pela criança.* Uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

REVUZ, André. *Matemática Moderna.* Matemática viva. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1967.

RUSSELL, Bertrand***.*** *Introdução à Filosofia Matemática.* Tradução Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

SACRISTÁN, J. G. Consciência e Ação sobre a Prática como Libertação Profissional dos Professores**,** Apud. Nóvoa. Porto: Porto Editor, 1995.

SAMPAIO, L.S. *Filosofia da cultura. Brasil:* Luxo ou originalidade. Rio de Janeiro: Ágora da Ilha, 2002.

SANTOS, F.M. *Pitágoras e o tema do número.* São Paulo: IBRASA, 2000.

SAVIANE, Dermeval. *Escola e democracia.* São Paulo: Cortez, 1986.

SINCLAIR, Hermine (org.). *A Produção de Notações na Criança.* Linguagem, Número, Ritmos e Melodias. São Paulo: Cortez, 1990.

SINGH, Simon. *O último Teorema de Fermat.* A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 4. ed. Tradução Jorge Luiz Calife. Rio de Janeiro: Record, 1999

SMITH, Frank. *Compreendendo a leitura***.** Uma análise psicolingüística da leitura e do aprender a ler. Tradução Daíse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.

SOUZA, Eliane Reame de et all. *A Matemática das Sete Peças do Tangram.* 2 ed. São Paulo: CAEM - Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática - IME - Instituto de Matemática e Estatística da USP, 1997.

TEBEROSKY, Ana, Toleleinsky, L**.** *Além da alfabetização.* A aprendizagem, fonológica, ortográfica, textual e matemática. Tradução Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1999.

TEMAS & DEBATES. *Formação de professores de matemática,* ano VIII, n.7, 1995-SBEM.

UPINSKY, Arnaud Aaton. *A perversão Matemática*. Tradução Antônio Ribeiro de Oliveira. Rio de Janeiro. Francisco Alves, 1989.

VERGNOUD, Gérard. *A formação de competências profissionais*. Revista do GEEMPA, nº 4 (63-76). Porto Alegre: julho, 1996.

VERGNOUD, Gérard. *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* Revista do GEEMPA, nº 4 (9-20). Porto Alegre: julho, 1996.

VERGNOUD, Gérard. *Teoria dos campos conceituais.* Resumo, CNRS-Université René Descartes, Texto mimeografado, s/d.

VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente.* Tradução Luis Silveira Menna Barreto; Solange Castro Afeche; José Cipolla Neto. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem.* Tradução Jéferson Luiz Camargo. Lisboa: Moraes, 1970.

WALLON, Henri. *Do acto ao pensamento.* Ensaio de psicologia comparada. Tradução J. Seabra Dinis. Lisboa: Moraes Editores, 1979.

WALLON, Henri. *Psicologia e educação na infância***.** Tradução Ana Rabaça Lisboa. Editorial Estampa, 1975.

ZETETIKÉ. *Revista do CEMPEM* da FE/UNICAMP, v. 4, n.5, 1996.

ZETETIKÉ. *Revista do CEMPEM* da FE\UNICAMP, vol. 5, n.7, 1997.