MARISTELA GONÇALVES GOMES

OBSTÁCULOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

FLORIANÓPOLIS

2006

MARISTELA GONÇALVES GOMES

OBSTÁCULOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais

Tese apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal de Santa Catarina, como exigência parcial para obtenção do grau de Doutora em Educação Científica e Tecnológica, sob orientação do prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

FLORIANÓPOLIS

2006

TERMO DE APROVAÇÃO

MARISTELA GONÇALVES GOMES

OBSTÁCULOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais.

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutora em Educação Científica e Tecnológica no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti

Prof. Dr. Adriano Rodruiguez Ruiz

Profa Dra. Edda Curi

Prof. Dr. José Erno Taglieber

Profa Dra. Nadir Ferrari

Florianópolis, 12 de junho de 2006.

De tudo ficaram três coisas:

A certeza de que estamos sempre começando,

A certeza de que é preciso sempre continuar,

A certeza de que seremos sempre interrompidos antes de terminar.

Por isso devemos fazer da interrupção um novo caminho;

Da queda, um passo de dança,

Do medo, uma escada;

Do sonho, uma ponte;

Da procura, um encontro.

(Fernando Pessoa)

Aos meus pais, Lydio e Maria.

A vocês, meus anjos-da-guarda, por respeitarem, incentivarem e, sobretudo, possibilitarem a realização deste sonho, mesmo sem terem *muita clareza dos seus significados. Eu nunca esquecerei a paciência, dedicação, confiança e doação de vocês! Sei que a minha ausência jamais poderá ser preenchida, mas por tudo o que fizeram por mim, este trabalho é dedicado a vocês.*

Ter pais como vocês é um privilégio!

Eu os amo muito!

AGRADECIMENTOS

A Deus por sempre me conduzir e por me fazer sentir uma filha privilegiada.

Ao professor Dr Méricles Thadeu Moretti, meu orientador, pelos muitos momentos de convivência, de trocas, e, sobretudo, pela confiança e pelo respeito a minha produção

À professora Edda Curi, membro da banca, cujo profissionalismo e dedicação à formação de professores e à Educação Matemática é admirável! Obrigada pela forma carinhosa com que recebeu meu convite, mesmo sem me conhecer.

À professora Dra. Nadir Ferrari, amiga querida, companheira desde o processo seletivo, pela satisfação de tê-la como membro da banca, por suas valiosas sugestões e, sobretudo, pelo exemplo de competência profissional e comprometimento com a educação.

Ao professor Dr. José Erno Taglieber , pela prontidão ao atender o pedido de ajuda, pelas provocações valiosas que muito contribuiram para minha reflexão e pelo prazer de sua presença em minha banca.

Ao professor Dr. Demétrio Delizoicov, um dos maiores responsáveis pelas mudanças em meu projeto inicial, pelo prazer de chamá-lo de professor e, principalmente, pela PAIXÃO demonstrada pela vida e pela profissão. Você exala boas energias!

Ã professora Dra Sônia Maria Silva Correia de Souza Cruz, que apesar do pouco contato me fez sentir menos distante de casa pela quase “conterraneidade”. Sua simplicidade, gentileza, doçura e atenção jamais serão esquecidos. Você é encantadora!

Ao professor Dr. Saddo Almouloud, a quem aprendi a admirar ainda mais após um rico período de convivência, pela atenção, carinho e presteza com que me recebeu, mesmo sem me conhecer e especialmente pelo exemplo de seriedade, compromisso e competência profissional.

À professora Dra Cileda Coutinho, pelo entusiasmo contagiante, pelo brilhantismo de ideais e idéias, pelas "dicas" constantes do ser professor e pesquisador e, sobretudo, pelo amor à profissão. Conviver com pessoas assim é privilégio de poucos! Tê-la como professora foi uma experiência grandiosa!

Ao amigo e professor Dr. Dario Fiorentini a quem admiro e respeito, pela amizade, paciência e carinho que sempre me demonstrou e, sobretudo, pelo exemplo de seriedade e compromisso com a Formação de Professores e com a Educação Matemática.

Aos meus colegas e professores do curso, de quem sentirei muitas saudades, por facilitarem minha permanência em Florianópolis, pelos muitos momentos extra-classe que se eternizaram em minha memória e, especialmente, por me ajudarem a crescer. O apoio de vocês foi definitivo para que eu não desistisse. Já estou morrendo de saudades, do "clube da Luluzinha", dos churrascos, festas, enfim, das conversas "jogadas fora". À vocês meu eterno agradecimento.

Às grandes e queridas amigas Célia, Vera, Joanez e Marisol com quem pude dividir "dionoturnamente" minhas angústias, dores, dúvidas, choros desesperados, horas de estudo, SALADAS DE FRUTAS e muita, muita alegria. Nunca vou esquecer o que fez por mim, MÃEZONA Célia!

Às alunas queridas que se dispuseram a participar desta pesquisa, pelo envolvimento e espírito de solidariedade que me fizeram mais forte e segura. Pela amizade, disposição, pelos chás dos sábados à tarde, momentos de descontração, risos, troca de receitas e “gulodices” que nunca esquecerei. Sem vocês esse trabalho jamais teria se concretizado! A vocês, meu mais profundo e sincero MUITO OBRIGADA!

Ao Jorge, amigo e companheiro, que com suas horas de conversa por telefone, conseguia me manter firme, estimulando-me e encorajando-me diariamente além de amenizar os momentos de solidão. Suas conversas faziam-me sentir mais leve, mais tranqüila, pronta para uma nova batalha. Jamais esquecerei! Te amo!

À toda minha familia que mesmo sentindo a minha ausência, jamais demonstrou para que também me sentisse forte. O amor, o estímulo e o companheirismo, mesmo distante fisicamente, foram primordiais para o não esmorecimento.

À minha irmã Márcia G. G. dos Santos e minha cunhada Margarete F. Gomes, que não somente acompanharam meu trabalho, mas contribuíram e muito com apoio moral, leituras e sugestões desde a elaboração do projeto inicial, meu muitíssimo obrigada!

Aos amados amigos de todas as horas, Milka, André, Márcia, Venezuela, Mara, Jackeline e Letícia pela presença constante, pelo entusiasmo, pelas conversas descontraídas e, sobretudo, por serem tão especiais. Sou imensamente grata e feliz por poder contar com vocês! Vocês valem OURO!

Aos amigos do Centro Universitário Toledo, em especial à Marcia Baptistela, Neusinha, Lia Mara e Rosa pela amizade, carinho e “mão-de-obra especializada”. É um prazer trabalhar e contar com a amizade de vocês.

À minha eterna amiga Neusa Rodrigues por me acompanhar sempre, desde a graduação por me receber em sua casa e “dividir” sua familia ínumeras vezes. Obrigada pelo carinho e aconchego. Você é muito especial!

Aos queridos ex-alunos Ricardo e Priscila, sempre disponíveis, pela grande contribuição na formatação do texto. Trabalho aparentemente simples, mas que demanda tempo e paciência. Vocês são uma graça! Obrigada pelo carinho e presteza com que receberam meu pedido de socorro.

Ao querido amigo Maurício de Athayde, que com sua ternura, amizade e presença constante, desde o processo seletivo, fez-me sentir melhor e menos distante de casa. Sua disposição em ajudar, em fazer-me companhia e em apresentar-me Florianópolis foi louvável. Muitíssimo obrigada!

À querida professora e companheira de trabalho Ester Mian, pela cuidadosa correção textual, imprescindível para compreensão. Obrigada por atender meu pedido de ajuda e entender meu desespero em alguns momentos, mesmo estando acamada. Você foi brilhante!

Aos funcionários do PPGECT (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica) e dos departamentos de Física e Matemática, em especial à Sandra, Beth e Lucia pela dedicação, delicadeza, amorosidade e alegria com que sempre nos receberam.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

AGRADECIMENTO ESPECIAL

AO PROFESSOR DR. ADRIANO RODRIGUES RUIZ

Por muitas vezes tentei colocar no papel algo que pudesse expressar fielmente a influência e a responsabilidade que você teve em minha formação. Como não conseguia, pensei em presenteá-lo em um momento oportuno e particular, mas eu precisava dizer a todos que ainda existem pessoas como você! Queria falar do privilégio que foi e é conviver com você durante todos estes anos e de tê-lo em "minhas bancas", pois se sou o que sou hoje, devo a você: que me iniciou na pesquisa, que acreditou em mim mais que eu mesma, que me mostrou caminhos que poderiam me fazer melhor, que esteve ao meu lado em toda minha trajetória desde a graduação quando tive o prazer de conhecê-lo, me apoiando, me empurrando muitas vezes, e o mais importante: me ensinando a sonhar!

No entanto, ciente da impossibilidade e da minha limitação em expressar tudo o que sinto, resolvi pedir ajuda a um poeta. Assim, dedico a você este pequeno texto. Eu jamais conseguiria expressar com tanta verdade o papel que você exerce em minha vida.

A você, meu carinho, respeito, admiração e o mais profundo agradecimento!

> *Há alguém, todos o sabem, a quem admiro. Alguém para quem um dia olhei como quem olha um quadro. Na sua imagem busquei um exemplo de conduta: a ética da profissão, a estética do bem viver. E o que me mostrou, na face, foi um espelho: a imagem refletida e profética do que poderei ser. Encorajando-me é uma casa de espelhos num parque de diversões; espelhos que me fazem sentir maior ou melhor! Algo a mais do que sou.*
>
> *(José Miguel Wisnik)*

RESUMO

Este estudo buscou identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos que permearam a aprendizagem matemática dos futuros professores das séries iniciais – estudantes do curso de Pedagogia – com intuito de provocar desequilíbrio, de desestabilizar algumas crenças fortemente arraigadas e que comprometem a prática docente. Partimos do princípio de que a tomada de consciência dos obstáculos poderia se caracterizar como um primeiro passo para sua superação. Para tanto, sete estudantes do curso de Pedagogia foram submetidas a um pré-teste, a uma intervenção (um curso de 30 horas), um pós-teste e um pós-teste postergado realizado seis meses após o primeiro pós-teste. Os resultados obtidos comprovaram nossa hipótese de que a tomada de consciência e a compreensão dos conceitos elementares da matemática pelos futuros professores, constituem elementos primordiais na superação dos obstáculos e, conseqüentemente, promovem a mudança de concepção da Matemática dos futuros professores, o que reflete na sua prática docente. Em decorrência disso, apontamos a necessidade de uma formação que contemple em sua grade, momentos de trocas, de revisão e reconstrução de conceitos matemáticos, momentos estes que permitiriam aos futuros professores maior domínio e menos fobia em relação a esta ciência, o que contribuiria para a redução do analfabetismo matemático tão presente em nossos dias.

PALAVRAS–CHAVES: obstáculo epistemológico, obstáculo didático, formação de professores, ensino e aprendizagem da matemática.

ABSTRACT

This study was designed searched to identify the epistemological and didactical obstacles that permeated mathematical learning of the initial grades for future teachers – Pedagogy Course students – provoking imbalance, destabilizing some believes strongly rooted and that compromises the practical teaching. We considered that taking conscience of the obstacles could be characterized as a first step to overcome them. Because of this, seven Pedagogy Course students were submitted to a pre-test, an intervention (30 hrs course), a post-test and a postponed post-test carried out six months after the first post-test. The results proved our hypothesis that taking conscience of the mathematics elementary concepts understanding by the future teachers constitute primordial elements in the obstacles overcoming and, consequently, they promote the Mathematics conception change of the future teachers which reflects in its practical teaching. As a result, we pointed out a formation necessary that would consider in its program exchanging, revision and reconstruction moments of mathematical concepts. Moments these that would allow the future teacher a higher control and less phobia in relation to this science that would contribute for the illiteracy mathematical reductions so present in our days.

KEY–WORDS – epistemological obstacles, didactical obstacles, teacher education, mathematics teaching and learning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A idéia que norteou a elaboração deste estudo teve origem em minha experiência de aluna egressa do curso de Pedagogia e também na trajetória profissional de formadora de professores, em especial, como professora desse curso, uma vez que é notável a fobia pela matemática demonstrada pela maioria dos estudantes, haja vista que a inexistência dessa disciplina na grade curricular chega a determinar a opção pelo curso, denunciando a insuficiente contribuição da escola na formação matemática dos não-matemáticos.

Minha investigação de Mestrado, que envolveu a verificação da competência matemática de sujeitos com escolaridades distintas, fez emergir muitas indagações. Naquela época, preocupei-me com as dificuldades, as severas lacunas nos conceitos fundamentais e a concepção de matemática de estudantes do curso de Pedagogia – futuros professores e, mais que isso, responsáveis pela iniciação matemática de nossas crianças – uma vez que pareciam dominadas por uma espécie de paralisia, ou melhor, a maioria dos estudantes investigados tinha uma concepção formalista e reprodutivista da matemática, como se pensar de forma diferente da maioria constituísse uma heresia. Era evidente o analfabetismo matemático em grande parte daqueles estudantes.

Naquele momento, começou a me incomodar a idéia de como poderia “ensinar” matemática às crianças que estavam iniciando suas vidas escolares quem na verdade não tinha para si clareza, domínio e segurança em relação aos conceitos matemáticos básicos? Como poderiam estimular o gosto pela matemática, pessoas que se sentiam fóbicas em relação a esta Ciência? Como conseguiria transmitir a idéia de uma matemática não dogmática, mais humana e, sobretudo contextualizada quem não teve em sua formação a menor experiência nesse sentido?

A partir desses questionamentos decidi elaborar um projeto de pesquisa que pudesse apontar caminhos alternativos para lidar com essas situações em sala de aula nos cursos de formação de professores. Acreditava haver alguma maneira de se trabalhar com a matemática de forma menos traumática e que pudesse facilitar aos estudantes do curso de Pedagogia uma melhor compreensão desta Ciência, de modo a possibilitar uma revisão, uma re-elaboração dos conceitos fundamentais anteriormente adquiridos, em especial daqueles que seriam objetos de ensino e, principalmente, para tomarem consciência de suas limitações como um primeiro passo para promover as mudanças necessárias em suas concepções. Enfim, um projeto que promovesse um momento de reflexão e, conseqüentemente, fizesse emergir uma nova concepção de matemática.

Essa situação me conduziu a leituras que foram significativas e determinantes para a delimitação do problema de pesquisa, na medida que encontrei muitos trabalhos que tratavam da matemática nos cursos de formação de professores, mas poucos os que se dedicavam a explorar os conteúdos matemáticos durante a formação, particularmente os conteúdos que envolvem as estruturas multiplicativas apontadas por Gerard Vergnaud em sua Teoria dos Campos Conceituais como sendo fundamentais às crianças, se constituírem alicerce para outros conceitos mais elaborados. Além disso, as idéias de Gaston Bachelard sobre o obstáculo epistemológico foram primordiais na elaboração deste estudo.

Considerando que as estruturas multiplicativas envolvem inúmeros conceitos, em parceria com o orientador, decidimos elaborar um estudo piloto com intuito de verificar quais conceitos apresentavam-se mais problemáticos aos futuros professores. Por este motivo, nosso trabalho dedicou-se a investigar os obstáculos epistemológicos que dificultaram ou impediram os estudantes de Pedagogia de compreenderem os conceitos de contagem, multiplicação, divisão, proporcionalidade, probabilidade, fração, área, peso e volume.

Para uma melhor apresentação do trabalho desenvolvido, este foi dividido em 6 capítulos, a saber:

Capítulo 1– *Formação de professores: novas perspectivas* – discutimos a formação de professores das séries iniciais no Brasil. Para tanto, o recorte estabelecido foi a década de setenta do século recém findo, por ser a partir deste período que a formação de professores conquistou seu espaço como tema de discussões e pesquisas, ou seja, partimos da idéia do professor como um mero organizador de conteúdos, o qual deveria ter uma prática neutra para chegarmos a nossos dias com uma concepção do professor reflexivo e investigador de sua prática, concepção que tem inspirado vários trabalhos sobre a formação de professores atualmente.

No segundo capítulo – *Pesquisas sobre a formação de professores e a matemática* – buscamos apresentar trabalhos já desenvolvidos no Brasil e a problemática que esses estudos envolveram. Em seguida, situamos nosso trabalho e justificamos sua necessidade.

Já no terceiro capítulo – *Explicitando a base de estudo* – sintetizamos as idéias dos autores que fundamentaram este trabalho. Assim, falamos da Alfabetização Científica como uma necessidade na formação de professores; da noção de obstáculo epistemológico e de obstáculo didático, teorias desenvolvidas, respectivamente por Gaston Bachelard e

Guy Brousseau e como estas podem ser utilizadas nos trabalhos que envolvem a matemática, além da idéia de campos conceituais de Gerard Vergnaud, sobretudo do campo conceitual multiplicativo, por ser este primordial na aquisição da maioria dos conceitos fundamentais da matemática, o que torna imprescindível sua exploração nos cursos de formação, em especial nos cursos de Pedagogia, haja vista que a estes estudantes caberá a tarefa de iniciar crianças na matemática.

No capítulo 4, sob o título de *O Experimento*, apresentamos as alunas que se dispuseram a participar do trabalho, o problema de pesquisa e os procedimentos utilizados para a coleta de dados, bem como os dados coletados.

No quinto capítulo, intitulado *Tratamento dos Resultados,* fazemos a leitura e a análise dos resultados obtidos na aplicação dos testes, tendo como referência a idéia de obstáculo epistemológico de Bachelard e de obstáculo didático de Brousseau. Além disso, buscamos dialogar com os autores que fundamentaram esta pesquisa.

Por fim, apresentamos as *Considerações finais*. Levando em conta o objeto estudado, as informações coletadas e a análise dos resultados, propomos um caminho que assegure aos futuros professores um momento, durante sua formação, de reverem e repensarem seus conceitos e sua concepção de matemática, de tomarem consciência de suas limitações como um primeiro passo para a superação dos obstáculos, para que, a partir daí, possam desenvolver um trabalho de melhor qualidade e para sentirem-se mais seguros para romper com o reprodutivismo que tem servido apenas para disseminar a fobia e o analfabetismo matemático.

CAPÍTULO 1.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: NOVAS PERSPECTIVAS

Se a despeito de tudo não acreditássemos num futuro melhor, de que adiantaria freqüentar o dentista?
(Gianni Rodari)

Este capítulo tem por objetivo discutir a formação inicial dos professores das séries iniciais do ensino fundamental. Buscamos entender como esta formação foi se modificando ao longo dos tempos, na tentativa de compreender se essas mudanças foram significativas e se trouxeram benefícios para o professor em formação. Para que este não se tornasse cansativo ou extenso demais, optamos por fazer um recorte. Assim, discutiremos a formação a partir da década de 70 do século recém findo, por ter sido neste período que a formação de professores ganhou destaque enquanto tema de pesquisa.

1.1 Formação de professores no Brasil: algumas considerações

A formação de professores como tema de pesquisa e de discussões ganhou relevância a partir da década de 70 quando se discutia a reestruturação dos cursos de

Pedagogia. Nessa época, influenciada pela Psicologia Comportamental e pela Tecnologia Educacional, os trabalhos enfatizavam a dimensão técnica do processo de formação de professores (Pereira, 2000). Assim, o professor era concebido como um organizador dos componentes do processo de ensino-aprendizagem, embora sua prática devesse ser neutra.

A visão funcionalista da educação (que privilegiava a experimentação, a racionalização e a exatidão) tornou-se o eixo da formação docente. No entanto, essa visão começa a ser rejeitada no final da década de 70, por influência de estudos de caráter filosófico e sociológico, que indicavam que a prática docente deveria ser transformadora, uma vez que a educação passou a ser concebida como uma prática social intimamente ligada aos sistemas político e econômico.

Na década de 80, o debate sobre a formação volta-se para dois pontos básicos: *o caráter político da prática pedagógica e o compromisso do educador com as classes populares* (PEREIRA, 2000, p.18).

Para Candau (1987, p. 37), essa mudança de enfoque reflete o desejo da sociedade em superar o autoritarismo vigente desde o regime militar e de buscar novos caminhos para a redemocratização do país.

Apesar de algumas mudanças significativas, nessa época começam a surgir vários problemas, como os baixos salários, as más condições de trabalho, que, de acordo com Gadotti, (1987, p.12) são fruto do capitalismo desenfreado:

> A deteriorização da educação é conseqüência dessa política orientada pela tecnoburocracia a serviço do estado burguês, que não quer investir em qualidade, já que o lucro – a sua finalidade – provém da quantidade e não da qualidade. Ele transformou a "educação em mercadoria", sujeita à lei do capital, da oferta e da procura, como uma mercadoria qualquer. Incentivou a "privatização do ensino" e da cultura porque não interessa ao capital investir em educação através do Estado, visto

> que pode utilizar os eventuais recursos destinados à educação para empreendimentos de retorno mais imediato.

Os investimentos dirigidos à educação foram desproporcionais à expansão da rede de ensino. Assim, houve um aumento significativo no número de professores para uma população escolar igualmente crescente, o que provocou a criação indiscriminada de cursos de licenciatura em faculdades isoladas e a expansão do ensino superior privado, além da permissão do exercício profissional por pessoas não habilitadas (professores leigos). Houve uma grande desvalorização e descaracterização do magistério como profissão, expressas, de acordo com Balzan (1985, p.15), *na progressiva queda de salários reais dos professores,* responsável pela sobrecarga de trabalho e, conseqüentemente, pela queda da qualidade do ensino.

Além disso, para Cury (1982) a organização do trabalho no interior das escolas também foi responsável pela desvalorização profissional uma vez que fragmentando o conteúdo e parcelando o processo de ensino, retirou do professor o controle sobre a totalidade de sua prática. Cury (1982, p.59) salienta que o *professor foi sendo paulatinamente esvaziado dos seus instrumentos de trabalho: do conteúdo (saber), do método (saber fazer), restando-lhe agora, quando muito, uma técnica sem competência.*

Nesse período houve uma crítica ferrenha à lógica da empresa produtiva presente no sistema educativo, resultante do processo de *taylorização*[1] ao qual a educação havia sido submetida anteriormente. Teixeira (1985, p.442) afirma que:

---

[1] O termo utilizado diz respeito à idéia de gerenciamento científico criado por Taylor e que consiste em desenvolver o sistema de massa na educação e na produção. D'Ambrósio (1998, p.67) assegura que esse sistema na educação faz com que a educação seja concebida como uma fábrica de automóveis onde "o aluno é tratado como um automóvel em construção e que deverá sair pronto no final da esteira de montagem e esse é o 'objetivo' do processo; ele vai sendo conduzido e, em cada 'estação', que em educação quer dizer em cada série, são montadas certas 'partes', isto

> A organização burocrática do sistema de ensino e da escola e a fragmentação do trabalho pedagógico geraram uma escola autoritária, onde o controle é a única garantia para a sua manutenção e onde a impressão que se tem é que professores e especialistas de educação, alienados e descompromissados, perdem dia-a-dia a sua autonomia e o seu espaço de ação.

Deste modo, mudanças nos cursos de formação seriam insuficientes para levar a mudanças na prática do professor. Ao contrário, provocariam a deformação do professor e o conseqüente fracasso do trabalho docente. Por este motivo, Arroyo (1985, p.12) critica a ênfase atribuída à defesa da formação docente como uma maneira de garantir a melhoria da qualidade do ensino, uma vez que se formaria o profissional que seria deformado no próprio trabalho. Para este autor, *a desqualificação do mestre é apenas um dos aspectos da desqualificação da própria escola.* (p.7)

Com isso intensifica-se e amplia-se o debate sobre a formação do professor quando o contexto escolar, as condições de trabalho e a condição de assalariado do professor passam a ser concebidos como temas importantes para a discussão.

Inspirados nas idéias de autores como Saviani (1982) que, ao propor a reestruturação dos cursos de Licenciatura e o de Pedagogia preconizava a necessidade de se formar o educador e, na tentativa de romper com o tecnicismo ainda presente, os cursos de formação começam por distinguir o educador do professor sem ter muita clareza do que isso significava. Assim, o ato de educar torna-se primordial e deve substituir o ato de ensinar. O educador deveria preocupar-se com a modernização de seus métodos, com o uso da tecnologia e deveria se conscientizar de seu papel de agente sócio-político. No entanto, isso causou o descontentamento de muitos:

é, motor, carroceria, rodas, que correspondem na educação a 'conteúdos' programados; para isso o montador foi treinado para fazer aquilo no tempo determinado, isto é, seguindo 'métodos' préestabelecidos.

> Já vem causando um pouco de irritação o uso indiscriminado da palavra educador, porque neste país nem se forma o professor direito e já se julga que se deve, em lugar de professor, formar o educador. Outra palavra mágica esta, que já faz parte da linguagem comum sem que se saiba bem o que é o educador. (NAGLE, 1986, p.167)

Essa distinção passa a ser concebida como uma questão de menor importância a partir dos anos 90, embora ainda permaneça. E ainda hoje ouvimos mais o termo educador do que professor. Essa idéia parece ter entrado em um modismo sem fim...

Nóvoa (1996) argumenta que um dos primeiros problemas enfrentados diz respeito à identidade dos especialistas nas chamadas *Ciências da educação*:

> Como este deve considerar-se? Um cientista da educação? Um educador? Um historiador sociológico da educação? 1/3 matemático, 1/3 artista e 1/3 historiador? Pedagogo? Professor? Talvez a melhor resposta seja professor. *Mas se aparece alguém mais curioso e pergunta 'professor de que'? Então tudo recomeça.* (p.73)

De certo modo, este problema faz surgir a concepção de que nas Ciências da educação se encontram os piores profissionais, já que muitas vezes, esta é uma escolha de segunda opção de trabalho, uma *profissão-refúgio*, como definiu Nóvoa. Ou, como definem Gimeno Sacristán (1995) e Imbernón (2000) *uma semiprofissão* se compararmos com outras profissões liberais (tendo como referência uma análise sociológica).

Considerando os escritos de Nóvoa (1996), podemos afirmar que o que se tem visto é que a formação docente está pautada num esquema bastante ingênuo: fornecer uma habilidade para aplicação prática. Assim, muito longe de oferecerem soluções, apresentam mais questões, mais dúvidas.

Se considerarmos o professor como sendo aquele profissional que adquire uma formação científica especializada, é preciso mudar completamente os cursos de formação, já que a visão dicotômica da relação educação geral – educação específica continua fundamentando estes cursos manifestando-se como um conjunto de regras ou normas oficiais, num verdadeiro ritual.

A pouca familiaridade com ou total ausência de acesso às pesquisas que têm sido desenvolvidas, aliada a uma concepção simplista de educação, para o qual basta o domínio do conteúdo e de alguma experiência didática, contribui para uma atuação docente pouco comprometida e, na maioria das vezes, insuficiente. A falta de conhecimento científico justifica a dificuldade ou a resistência da maioria dos professores em se envolverem em propostas inovadoras.

Nóvoa (1994) salienta que o problema é ainda maior, pois a falta de conhecimento científico está ligada à falta de pesquisas que utilizem como base a prática, *os saberes da experiência* dos professores em exercício, o que contribui para a reprodução de práticas pré-existentes, inibindo a capacidade criadora e, conseqüentemente, o trabalho autônomo:

> Os saberes da experiência nunca foram objeto de um trabalho de elaboração conceitual, o que tem excluído os professores dos locais de produção científica. Os professores têm sido sempre dependentes dos saberes produzidos por outros grupos e em outros espaços sociais, o que torna quimérica toda ilusão de uma afirmação autônoma de sua profissão. (Idem, p.37)

Estas idéias suscitaram novas pesquisas, que partem das experiências dos professores, ou mais que isso, se utilizam destas como um rico material de estudos, uma fonte quase inesgotável de informações. Desta forma, as pesquisas voltam-se para a formação do professor como um pesquisador, característica considerada pela maioria dos pesquisadores como extremamente necessária para subsidiar a prática dos professores. É esta a idéia discutida a seguir.

1.2 Formação do professor-pesquisador

No final dos anos 80 e início dos anos 90, as Ciências Sociais, em especial a Educação, passaram pelo que se denominou *crise de paradigmas*, visto que as diferentes tentativas de superação dos problemas que envolviam a Educação se mantiveram apenas no nível do discurso, uma vez que, apesar de as propostas pregarem a necessidade de mudanças, tanto da concepção de educação, como da formação docente e do papel que o professor/educador deveria exercer permaneceram inalteradas, ou seja, ainda se acreditava que o professor deveria transmitir conhecimento. E a aprendizagem continuava sendo uma órfã acadêmica, como bem definiu Papert (1994).

De acordo Freire (2002), precisamos nos defender da concepção mecanicista, uma vez que sua ingenuidade e sua visão limitada tendem a tornar a educação rígida e burocrática. Em sua obra, *Comunicação e extensão, Freire* discorrre a respeito da relação que especialistas estabelecem com não-especialistas ao transmitirem seus conhecimentos teóricos, suas pesquisas, no caso específico citado por ele, entre agrônomos e produtores agrícolas.

> Falar a um tecnicista da necessidade de sociólogos, de antropólogos, de psicólogos sociais, de pedagogos, no processo de reforma agrária, é algo que já provoca um olhar de desconfiança. Falar-lhe da necessidade de estudos na área da antropologia filosófica e da lingüística já é então um escândalo que deve ser reprimido. (FREIRE, 2002, p.58)

Deste modo, os cursos de formação voltam-se para a compreensão de aspectos microsociais, destacando, sobretudo, a formação do professor-pesquisador; enfatizando a importância e a necessidade de se formar um profissional reflexivo: *que pensa-na-ação, cuja atividade profissional se alia à atividade de pesquisa.* (PEREIRA, 2000, p. 41). Mais do que fazer comunicados e dominar técnicas de ensino, esta nova concepção requer uma ação transformadora sobre a realidade e, por conseqüência, uma busca constante. Implica invenção e reinvenção.

Freire (2002) assegura ser necessário formar um sujeito (especialista) que possa dialogar com o não-especialista sem impor seu tecnicismo, suas teorias. Destaca a necessidade de fazermos comunicação e não extensão, o que seguramente vale para a Educação como um todo. Ao explicitar o termo extensão, Freire (2002) o associa com a idéia de transmissão, entrega, superioridade, mecanicismo, invasão cultural, manipulação, persuasão, entre outros. Assim, aponta para a necessidade de o educador se recusar à domesticação dos homens, uma vez que sua tarefa corresponde ao conceito de *comunicação*, o que exige a dialogicidade, a troca de pontos de vista etc.

Santos (1995, p.7) argumenta que *a formação do professor precisa ser analisada com base em teorias que estabeleçam relações entre o pessoal e o social, o coletivo e o individual ou entre agência e estrutura*, o que denota a preocupação em aliar as visões "micro" e "macro" na discussão sobre a formação docente.

Lüdke & André (1986) ressaltam a necessidade de se desmistificar a idéia de que a pesquisa é privilégio de poucos, de alguns eleitos, uma vez que para as autoras esta não se realiza fora do contexto em que atuamos e vivemos. Ao contrário, enfatizam que *como atividade humana e social, a pesquisa traz consigo, inevitavelmente, a carga de valores, preferências, interesses e princípios que orientam o pesquisador.* (Idem, p.03). Assim, ressaltam a importância da

> ... pesquisa bem dentro das atividades normais do profissional da educação, seja ele professor, administrador, orientador, supervisor, avaliador, etc. Não queremos com isso subestimar o trabalho da pesquisa como função que se exerce rotineiramente, para

> preencher expectativas legais. O que queremos é aproximá-la da vida diária do educador em qualquer âmbito em que ele atue, tornando-a um instrumento de enriquecimento de seu trabalho. Para isso é necessário desmistificar o conceito que a encara como privilégio de alguns seres dotados de poderes especiais, assim como é preciso entendê-la como atividade que requer habilidades e conhecimentos específicos (Idem, p.2-3)

Schön (2000) destaca o papel da reflexão na prática profissional. Para ele, o profissional que reflete na ação e sobre a ação torna-se um pesquisador no contexto prático.

Soares (1993), de maneira semelhante, aponta para a necessidade de, nos cursos de formação, haver uma interação entre ensino (socialização do conhecimento) e pesquisa (produção do conhecimento). Mais que isso, evidencia a importância do reconhecimento da indissociabilidade entre uma e outra. Para a autora,

> ...na formação de professores, ensinam-se (socializam-se) os "produtos" que serão por ele, por sua vez, ensinados (socializados), na área específica em que vai atuar; não se socializam os p*rocessos* que conduziram a esses produtos. A influência da pesquisa na formação do professor estará, assim, não apenas, e talvez até, nem, sobretudo, na presença, nessa formação, da pesquisa com finalidade de proporcionar acesso aos produtos mais recentes e atualizados da produção do conhecimento da área, mas na possibilidade de, através da convivência com a pesquisa e, mais que isso, da *vivência* dela, o professor apreender e aprender os processos de produção de conhecimento em sua área específica. Porque é apreendendo e aprendendo esses processos, mais que apreendendo e aprendendo os produtos do conhecimento em sua área específica, que o professor estará habilitado a ensinar, atividade que deve visar, fundamentalmente, aos processos de aquisição do conhecimento, não apenas aos produtos. (SOARES, 1993, p.114)

Nesse espírito, instaura-se a defesa da formação do professor investigador, pesquisador cujo intuito é de articular teoria e prática, pesquisa e ensino, reflexão e ação. No entanto, a separação explícita entre ensino e pesquisa que pode ser observada em disciplinas predominantemente teóricas, em estágios supervisionados que pouco contribuem para o verdadeiro exercício da profissão, uma vez que se caracterizam pela reprodução de práticas mecânicas e conservadoras e que geralmente apresentam-se como ameaças para os professores em exercício, na medida que se sentem vigiados ao invés de apresentarem-se como parceiros que poderiam contribuir para a formação do futuro professor, a pouca produção acadêmica de estudantes dos cursos de Pedagogia e o aparente preconceito no meio acadêmico (pesquisa não é para todos!) trouxe prejuízos enormes que somente agora começam a ser repensados, revistos.

Chegamos ao momento atual, e o que está em destaque nas discussões é a formação do professor como investigador da sua prática, num trabalho coletivo entre academia e escola básica, num trabalho colaborativo, como definem autores como Ponte (2002), por exemplo.

O que se pretende investigar são os saberes docentes, saberes escolares, saberes da prática com o objetivo de desmistificar a idéia de que compete ao pesquisador produzir conhecimento e ao professor apenas a reprodução deste. Pesquisas recentes, como a de Fiorentini et al (2003) e do Grupo de Trabalho sobre Investigação (GTI) da Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM), apontam para a melhoria na formação e, como conseqüência na prática docente, dos professores que se envolveram em trabalhos colaborativos, que se arriscaram em participar de projetos ousados e como resultado, produziram conhecimentos novos e fundamentais para a prática, o que culminou na publicação de um livro coletivo em cada um destes grupos de trabalho.[2]

Portanto a idéia de que a escola legitima um saber produzido fora dela, veicula uma concepção de professores centrada na transmissão de conhecimento (concepção bancária de educação) que começa a desmoronar. Ao contrário, a escola começa a ser concebida como um espaço privilegiado de reflexão na e sobre a prática, oferecendo oportunidades ao professor de se posicionar também como produtor de conhecimento, do

[2] FIORENTINI, Dario & JIMÉNEZ, Alfonso (orgs). **Histórias das aulas de matemática: compartilhando saberes profissionais.** Campinas: Unicamp -Gráfica F.E./CEMPEM, 2003
GTI (org). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002

saber escolar que possui uma identidade e não se constitui como um conhecimento derivado e transposto, inferiorizado em relação ao saber científico. Ao contrário é o próprio conhecimento científico elaborado num ambiente extremamente rico e propício. E é sobre isso que trataremos agora.

1.3 Século XXI: qual formação é desejável?

Apesar das discussões, da mudança no discurso e da ênfase dos cursos de formação ao longo dos anos, o profissional docente continuava sendo concebida como transmissor do conhecimento, com a tarefa de transmitir os saberes adquiridos ao longo de sua formação. Por isso, chegamos ao século XXI com muitas indagações, pois o que parecia ser uma tarefa simples num primeiro momento, transformou-se em uma série de questionamentos: os professores são apenas transmissores ou também são produtores de conhecimento? Que conhecimentos devem ser transmitidos? Quais critérios devem ser utilizados para selecioná-los? Quem deve selecioná-los? Quais características são desejáveis ao professor nos dias de hoje? Que conhecimentos o professor deve possuir? Que formação deve receber?

Questões como estas, de difícil resposta, merecem atenção especial. Por isso, procuramos fazer uma discussão considerando a visão de pesquisadores que se dedicam a estas questões, tais como Tardif (2002), Fiorentini (2003), Schön (2000), Ponte (2002), Serrazina (1999) e Garcia (1999).

Vários autores ressaltam que a formação docente como tema de pesquisa tem crescido muito e, por isso, tem sido alvo de inúmeras discussões, pois as perspectivas e enfoques que foram se utilizando evoluíram como se pôde observar anteriormente. Para uma visualização melhor, basta verificarmos o número de trabalhos inscritos nos Grupos de Trabalho (G.T.) de formação de professores dos congressos/seminários/encontros realizados nos últimos anos, tais como do SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) e do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) realizados respectivamente em Santos (2003) e Recife (2004).

Assim, se inicialmente nos questionávamos sobre que ensino era eficaz; agora as questões se voltam para: *o que os professores conhecem? Que conhecimento é essencial para o ensino? E quem produz conhecimento sobre ensino?* (FENSTERMACHER apud GARCIA, 1999, p. 51). Se o centro das discussões concentrava-se nos professores em formação, aos poucos estas preocupações atingiram também os professores em exercício, fossem eles iniciantesou com uma longa experiência docente.

Isto culminou em trabalhos de pesquisas que se voltam para o estudo do professor como investigador de sua prática, como por exemplo, os de Ponte (2002), Fiorentini (2003), Jimenes (2002). O foco de atenção nestes estudos está voltado para a possibilidade de o professor refletir sobre sua prática e alterá-la na medida do possível. Isso permitiu que os professores em exercício pudessem voltar aos estudos acadêmicos e também produzissem conhecimentos tanto a respeito dos conteúdos trabalhados quanto sobre o ensino. Nos trabalhos de Fiorentini (2003) pode-se observar que estes professores, além de melhorarem sua prática, resgataram sua auto-estima ao sentirem-se competentes, inclusive para publicar os trabalhos desenvolvidos em grupo.

Estes autores defendem que este trabalho realizado, a princípio com professores em exercício (formação continuada), pode ser realizado com professores em formação (formação inicial) através do estágio supervisionado, numa parceria entre as instituições de educação básica e de ensino superior. Nesta perspectiva, o professor poderá

> ... compreender o próprio processo de construção e produção do conhecimento escolar, entender as diferenças e semelhanças dos processos de produção do saber científico e do saber escolar, conhecer as características da cultura escolar, saberá história da ciência e a história do ensino da ciência com que trabalha e em que pontos elas se relacionam. Esses elementos constituem apenas uma das características do trabalho docente e, sem desconhecer as outras dimensões, já revelam e demonstram a sua complexidade. (PEREIRA, 2000, p.47)

Para Ponte (2002), o ensino é muito mais que uma atividade rotineira de aplicação de métodos previamente determinados. Ao contrário, é, ao mesmo tempo, uma atividade intelectual, política e de gestão de pessoas e recursos. Por isso, ressalta a necessidade de exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação. Para tanto, aponta a investigação como sendo um caminho bastante viável e interessante neste sentido:

> É preciso experimentar formas de trabalho que levem os seus alunos a obter os resultados desejados. Para isso é indispensável compreender bem os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos. Um ensino bem sucedido requer que os professores examinem continuamente a sua relação com os alunos, os colegas, os pais e o seu contexto de trabalho. Além disso, uma participação ativa e consistente na vida da escola requer que o professor tenha uma capacidade de argumentar suas propostas. A base natural para essa atuação tanto na sala de aula como na escola, é a atividade investigativa, no sentido de atividade inquiridora, questionadora e fundamentada. (PONTE, 2002, p. 5-6)

Segundo este autor, os professores geralmente realizam esta atividade inquiridora de uma maneira intuitiva e não com um caráter acadêmico. No entanto, argumenta que seria muito mais rica e interessante, com ganhos muito superiores, se os professores cultivassem uma abordagem mais cuidadosa na elaboração de suas questões e na maneira de conduzirem seus planos de trabalho, uma vez que a investigação sobre a sua prática constitui-se em um processo fundamental de construção de conhecimento sobre esta mesma prática, portanto, uma atividade que promoveria um melhor desenvolvimento profissional não apenas para os professores envolvidos, mas beneficiaria, também, as instituições, já que seus professores teriam a oportunidade de reformular suas estratégias de trabalho, sua cultura institucional, seu relacionamento, além de seus próprios objetivos.

Oliveira e Serrazina (2002) apontam para a importância da reflexão neste processo de investigação, uma vez que esta permite uma retrospectiva, uma maneira de rever acontecimentos e práticas anteriores. Argumentam que uma prática reflexiva oferece poder ao professor e lhe proporciona oportunidades para seu desenvolvimento. As autoras definem reflexão como sendo *um processo mental que acontece quando se olha para determinadas ações do passado* (p.30)

Resgatando as idéias de Dewey, elas afirmam:

> ... a capacidade para refletir emerge quando há o reconhecimento de um problema, de um dilema e a aceitação da incerteza. O pensamento crítico ou reflexivo tem subjacente uma avaliação contínua de crenças, de princípios e de hipóteses face a um conjunto de dados e de possíveis interpretações desses dados. (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2001, p.31)

Serrazina (1999) argumenta que a reflexão é uma condição necessária, mas não suficiente, isto é, somente a reflexão não basta, pois ela precisa ter a força para provocar ações, ou seja, levar seus envolvidos a repensarem seu ensino. Este processo pode ser potencializado se houver espaço adequado, ambiente propício, um grupo de estudos, uma *equipe colaborativa* como uma forma de enriquecer a reflexão individual; funcionando como um espaço onde se colocam idéias e se discutem questões resultantes da prática; onde os professores podem sentir novas necessidades e construir novos conhecimentos.

Oliveira e Serrazina (2002, p.34), fazendo referência às idéias de Zeichner, asseguram que *o importante é o tipo de reflexão que queremos incentivar nos nossos programas de formação de professores, entre nós, entre nós e os nossos estudantes e entre os estudantes.*.

Os professores que refletem na e sobre a ação, envolvem-se num processo investigativo buscando compreender não somente a si próprios como professores, mas, também, vão ao encontro de melhorias para sua prática docente, na tentativa de aprimorar a qualidade de seu ensino.

Stenhouse, apud Oliveira e Serrazina (2002, p. 34-35) salienta que o profissionalismo do professor investigador envolve:

- O empenho para o questionamento sistemático do próprio ensino como uma base para o desenvolvimento;
- O empenho e as competências para estudar o seu próprio ensino;
- A preocupação para questionar e testar teoria na prática fazendo uso dessas competências;
- A disponibilidade para permitir a outros professores observar o seu trabalho diretamente ou através de registros e discuti-los numa base de honestidade.

Esta perspectiva pressupõe, de acordo com Oliveira e Serrazina (2002), que ensinar é mais que uma arte. *É uma procura constante com o objetivo de criar condições para que aconteçam aprendizagens* (p.35)

Para Schön (2000), os professores reflexivos desenvolvem uma prática alicerçada na sua própria investigação-ação num determinado contexto ou sala de aula. A prática é ancorada pelas teorias educacionais sobre as quais os professores atuam com uma postura crítica. Assim, a prática está sujeita a um processo constante de ir e vir que conduz a transformações e investigações futuras. Este processo não é individualizado, mas coletivo, ou seja, os questionamentos, as interrogações aparecem num cenário de conversa coletiva que, segundo o autor, pode ser real ou com sentido metafórico.

Jimenes (2002), ao relatar o trabalho desenvolvido com um grupo de professores em exercício na região de Campinas, destaca que a reflexão e a narração de suas experiências e acontecimentos em sala de aula mobilizam e problematizam os saberes dos outros membros do grupo na medida que situações análogas são colocadas e discutidas a partir daquela relatada inicialmente. No momento em que essas histórias orais se transformam em histórias escritas, surge um segundo momento de reflexão tanto para o redator como para o grupo.

Garcia (1999), destacando a idéia de Barnes sobre o conhecimento-base, assegura que o conhecimento que os professores em formação precisam adquirir devem provir da análise de experiências concretas, de observações de especialistas, de reflexões sobre a própria prática e de diálogos com bons professores.

Portanto, o professor reflexivo é aquele que busca o equilíbrio entre a ação, o pensamento e uma nova prática. Para Zeichner & Liston (apud Oliveira e Serrazina, 2002), há aspectos constituintes das práticas do professor reflexivo, tais como analisar e enfrentar os dilemas que surgem, assumir seus valores, atentar para os contextos culturais e institucionais, comprometer-se com a mudança e tornar-se agente de seu próprio desenvolvimento profissional. Contudo, estes autores nos alertam para a dificuldade de modificar certas rotinas presentes no processo de formação inicial pela quase inexistência de formação pedagógica de alguns formadores. Rotinas alimentadas por crenças como "o papel do professor consiste em transmitir conteúdo".

Compartilhando da idéia destes autores, Oliveira e Serrazina (2002) comentam:

> Podemos dizer que o ensino reflexivo requer uma permanente auto-análise por parte do professor, o que implica abertura de espírito, análise rigorosa e consciência social. Por exemplo, quando se fala em ensino de Matemática, o professor inserido na equipe de professores com que trabalha, tem de analisar a situação concreta, perceber os alunos com quem trabalha, o que se espera que eles aprendam em Matemática, o que entende hoje por aprender e ensinar Matemática e o seu papel na formação pessoal e social do aluno. É este processo investigativo realizado pelo professor, em termos individuais e coletivos, que o leva à ação. Para que este processo tenha lugar é necessário que o professor questione e reflita sobre situações de sala de aula e que o faça no contexto da sua equipe. (p. 36)

Assim, desenvolver-se profissionalmente implica estar atento a todos os aspectos da prática, o que só é possível em um trabalho coletivo, uma vez que a reflexão na e sobre a ação conduz a uma aprendizagem limitada se feita isoladamente. Além disso, pode haver limitações na maneira de analisar esta prática quando se está nela envolvido. O trabalho colaborativo oferece mais vantagens por proporcionar uma aprendizagem dinâmica, diversificada, mais rica em todos os aspectos.

Além disso, proporciona o aumento da capacidade de reflexão dos professores na medida em que promove o aumento de sua auto-estima, de sua auto-confiança. Serrazina[3] (apud Oliveira e Serrazina, 2002) comprovou isso ao trabalhar com um grupo de professores de Matemática em exercício. Esta autora afirma que a capacidade de reflexão das professoras envolvidas

> ... tornou-se mais profunda à medida que aumentavam a sua auto-confiança que, por sua vez, estava ligada ao aprofundamento dos seus conhecimentos de Matemática. Mas esta situação nem sempre é confortável para o professor reflexivo, pois as suas certezas são muitas vezes abaladas. Neste caso a existência de uma equipe colaborativa onde todos possam discutir pode ser muito útil. (p.39)

Portanto, as práticas reflexivas na medida que envolvem grupos de professores em trabalhos colaborativos podem se constituir em uma maneira muito eficaz de eles

[3] SERRAZINA, L. **Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal.** (Tese de doutoramento, Universidade de Londres). Lisboa: APM, 1998.

enfrentarem as dúvidas, lidarem com as incertezas, com as angústias e dissabores, encorajando-os a trabalharem de modo competente e, sobretudo, ético.

Além disso,

> os professores estão na melhor posição para colocar questões acerca da aprendizagem, para coletar dados e interpretá-los e tomar decisões em relação ao ensino. É importante que as salas de aula sejam investigadas e que sejam investigadas por professores. (SERRAZINA e OLIVEIRA, 2002, p.286)

Estas idéias nos conduzem a algumas reflexões: se a sala de aula é um espaço privilegiado e se as investigações devem ser conduzidas pelos professores, como preparar os futuros professores para esta atuação? Em que momento da vida, da sua formação, eles devem se iniciar na pesquisa? Como estimular o espírito investigativo? Como "convencê-los" de que este é o melhor caminho, considerando que a sua representação, que sua imagem de professor, construída desde o início de sua vida escolar, sempre o conduziu para outros caminhos?

Acreditamos ser de suma importância o desenvolvimento de um trabalho colaborativo durante os cursos de formação, tanto inicial como continuada. Mas como e por onde começar? Esta é a dúvida que ainda persiste em muitos formadores de professores.

Isto seria possível se houvesse um trabalho de parceria entre as instituições de ensino superior, formadoras de professores e as escolas do ensino básico, pois os alunos, futuros professores, se envolveriam em trabalhos colaborativos durante o estágio supervisionado. Os professores das escolas básicas, os licenciandos e os professores dos cursos superiores formando uma equipe de trabalho, poderiam encontrar soluções para a maioria dos problemas que ocorre no interior da sala de aula, onde, muitas vezes, seus professores sentem-se de mãos atadas por sentirem-se solitários, por não saberem onde procurar ajuda ou até mesmo, por medo de se mostrarem frágeis. Trabalhos assim têm sido desenvolvidos por Fiorentini, na Faculdade de Educação da Unicamp, com resultados significativos!

Garcia (1999) aponta para a necessidade de que os cursos de formação inicial capacitem os professores para um saber-fazer prático que favoreça o desenvolvimento de esquemas de ação, que adquiridos de maneira racional e fundamentada, permitirá aos professores agirem em situações complexas de ensino. O que só é possível pela pesquisa.

Por fim, a pesquisa em muito contribuiria para a melhoria da qualidade do ensino, uma vez que ampliaria a visão de mundo dos professores e a capacidade de olharem de várias maneiras para um mesmo problema, a fim de encontrar a melhor solução, garantindo segurança e, sobretudo, autoconfiança.

> A pesquisa é um modo de descrever a investigação dos professores nos seus ambientes de ensino e aprendizagem e implica o sentido de descoberta, a curiosidade e uma abertura a exploração de diferentes aspectos observados na sala de aula (...) Assim, a pesquisa valida o trabalho de sala de aula do professor e considera importante a interação professor aluno como fonte de informação da aprendizagem e do ensino. (SERRAZINA e OLIVEIRA, 2002, p.285).

Portanto, se quisermos mudar o que se passa nas escolas, é preciso mais que alterar currículos ou publicar materiais de apoio, é necessário investir na formação de professores, pois estes caracterizam-se como elemento-chave na mudança. Assim Serrazina (2003) identifica o papel crucial que os cursos de formação devem assumir:

> Como o ensino deve apontar para a construção do conhecimento das crianças, com vista a encorajá-las a um futuro desenvolvimento, a formação de professores deve desenvolver essas capacidades no futuro professor. (...) Assim, os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se quer que os seus alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual.
>
> Podemos afirmar que aprender matemática num curso de formação de professores é importante, mas desenvolver uma atitude de investigação e de constante

> questionamento em matemática é ainda mais importante. Pois o futuro professor deve desenvolver uma atitude de abertura em relação à experimentação e à inovação. Assim, não é a quantidade de matemática que deve interessar em primeiro lugar, mas sim a qualidade das atividades em que os futuros professores são envolvidos. (SERRAZINA, 2003, p. 68).

Neste sentido entendemos que a tarefa do educador consiste em *problematizar aos educandos o conteúdo que os mediatiza, e não a de dissertar sobre ele, de dá-lo, de estendê-lo, de entregá-lo, como se se tratasse de algo já feito, elaborado, acabado, terminado.* (FREIRE, 2002, p.81).

No entanto, para que isso ocorra é preciso que os professores tenham oportunidades semelhantes durante sua formação, pois será impossível estabelecer diálogo, comunicar-se com seus alunos quem jamais passou por situação semelhante. Problematização que deve girar em torno da relação homem-mundo, não em torno do *homem isolado do mundo nem deste sem ele, mas das relações indicotomizáveis que se estabelecem entre ambos.* (idem, p. 83)

1.4 O papel da pesquisa na formação de professores

Os cursos de formação inicial geralmente são criticados por não conferirem aos futuros professores uma preparação adequada para o exercício profissional. E afirmações tais como "é ensinando que se aprende a ensinar" e "é na prática que nos tornamos professores" são bastante comuns. No entanto, ao mesmo tempo existe uma dúvida constante acerca do conhecimento que os futuros professores devem adquirir para poder ensinar melhor. Se a investigação aponta para muitos problemas, como garantir uma formação com uma base científica sólida para que se possa resolvê-los com segurança? Como articular formação acadêmica e a prática docente?

Para Lampert e Ball[4] (apud Perez, 2002, p.216), *mais importante que identificar o que devem aprender os futuros professores para saberem ensinar, é como devem eles aprender*. Daí a importância da investigação durante o processo de formação, considerando que a aprendizagem originada da pesquisa é muito mais abrangente, significativa e rica.

De acordo com Raymond e Leinebach[5] (apud Perez, 2002, p.217), projetos de pesquisa-ação desenvolvidos em colaboração com professores da escola básica e pesquisadores das instituições de ensino superior têm obtido cada vez mais espaço e reconhecimento na Educação. Além disso, consideram que essa metodologia confere aos professores a possibilidade de olharem para os problemas com os quais se deparam diariamente, de forma sistemática e orientada.

Apoiado pelas idéias de Pereira[6], Perez (2002, p.216) argumenta que

> ... na investigação-ação, a partir da identificação de um problema concreto da prática educativa, são formuladas, postas em prática e avaliadas estratégias de atuação, voltando-se a analisar o problema de partida à luz dos dados obtidos, com vista a redefinição das estratégias de atuação e repetindo os mesmos passos tantas vezes quantas as necessárias, num processo cíclico sistematizado. "O objetivo (...) não é simplesmente resolver um problema prático da melhor forma, mas, pelo delineamento do problema (...) compreender e melhorar a atividade educativa".

Concordamos com o autor no que diz respeito ao papel da investigação-ação nos cursos de formação, uma vez que proporcionam processos de auto-reflexão, de análise

---

[4] LAMPERT, M. & BALL, D. L. **Teaching, multimedia, and mathematics.** New York: Teachers College Press, 1998.

[5] RAYMOND, A. M. & LEINENBACH, M. Collaborative action research on the learning and the teaching of álgebra: a story of on mathematics teacher development. **Educational Studies in Mahematics**. n. 41(3), p.283-307, 2000

[6] PEREIRA, E. M. Para além da divisão entre professor pesquisador e pesquisador acadêmico. In: GERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. (orgs). **Cartografias do trabalho docente.** Campinas: Mercado das Letras, 1998.

crítica e de práticas colaborativas efetivas, tendo em vista o desenvolvimento de projetos de interesse coletivo.

Por isso a necessidade de se integrar pesquisa e formação docente, considerando que aquela é imprescindível, uma das pedras angulares para que haja mudanças no sistema educativo. Além disso, é preciso que se disponibilizem aos futuros professores, reuniões, seminários, espaço para observações e participações em classes de professores em exercício, tudo isso sob a orientação de um professor "tutor".

Delizoicov (2005), ao discorrer sobre a necessidade de práticas que articulem a pesquisa e o trabalho docente, apresenta excertos de um documento produzido durante o evento *Formação continuada de professores de Ciências – no âmbito ibero-americano* promovido pela USP, CAPES e OEI (Organização dos Estados Ibero-Americanos para a Educação, a Ciência e a Cultura) em São Paulo e, fazendo referência a Menezes (1996), aponta algumas recomendações, à princípio, para a formação continuada, mas que também surtiriam efeito na formação inicial:

> - Ponto 1:
>
> Questionar as concepções prévias dos professores sobre o ensino e aprendizagem de Ciências; Apropriar-se do corpo de conhecimentos específicos em torno dos problemas de ensino/aprendizagem das Ciências; Adquirir a formação necessária para associar ensino e pesquisa à inovação didática.
>
> - Ponto 2:
>
> Uma concepção do professor como agente transformador...; Atividades de formações compreendidas como elaboração conjunta dos processos de mudança por parte de professores e formadores.
>
> - Ponto 3:
>
> A formação permanente deve ser parte integrante do trabalho docente; Envolver organicamente as instituições formadoras de professores, as administrações públicas dos sistemas escolares e as escolas nos programas de formação; Gerar mecanismos para garantir a continuidade dos programas de formação permanente. (MENEZES, apud DELIZOICOV, 2005, p. 368-369)

Ludke (1998), ao discutir a preparação dos professores para a pesquisa, argumenta que essa pode ser um instrumento valioso para produzir nas escolas sujeitos capazes de inventar um mundo diferente:

> Não tenho dúvidas de que a dimensão de pesquisa, uma vez superados os vários obstáculos em seu caminho, viria conferir ao professor um poderoso veículo para o exercício de uma atividade criativa e crítica, ao mesmo tempo questionando e propondo soluções para os problemas vindos do interior da escola e de fora dela. Espero que isso venha a acontecer em futuro não muito longínquo e que a pesquisa não corra o risco de ver substituído seu valor de uso, na escola, pelo valor de troca na carreira do professor.

Rodríguez[7] (apud Bunel 2000, p.229) salienta que a formação docente deve ser:

- Ativa e investigadora: deve possibilitar uma atitude crítica e utilizar processos de investigação para a aquisição de conhecimentos.
- Participativa: que o professor possa intervir ativamente tanto em aula como em grupos de discussão.
- Interdisciplinar: permitindo a colaboração e participação de professores de outras disciplinas.
- Criativa: superando a repetição e reprodução como forma de aprender, empregando processos criativos e críticos.

Esse tipo de formação é mais eficaz e rico na medida que proporciona uma interação maior e mais significativa, ou melhor, produz uma coesão entre os membros do grupo; pode tornar-se a mola propulsora para outras experiências; permite um maior aproveitamento dos recursos disponíveis; exige o envolvimento e o comprometimento de todos; além de fomentar a reflexão e a conexão teoria-prática, há tanto tempo criticada pela maioria dos estudantes que, insiste em dizer que o que vê durante a formação está muito distante da realidade com que se depara ao iniciar sua vida profissional. Portanto, a formação numa perspectiva colaborativa oferecerá ao professor, elementos e recursos

[7] RODRÍGUEZ, J. M. **Formación de profesores y prácticas de enseñanza:** um estúdio de caso. Huelva; Universidad de Huelva, servicio de publicaciones, 1995.

necessários que lhe permitirão, partindo da análise e da reflexão de sua prática, incorporar ou adaptar novos elementos a fim de enriquecê-la.

Para Hargreaves (1998, p.277)

> A colaboração acabou por se transformar num *metaparadigma* da mudança educativa e organizacional da idade pós-moderna. (...) tanto pelo seu princípio articulador e integrador da ação, planejamento, da cultura, do desenvolvimento, da organização e da investigação (...) quanto como resposta produtiva a um mundo no qual os problemas são imprevisíveis, as soluções são pouco claras e as exigências e expectativas se intensificam.

Para o autor, o trabalho colaborativo incorpora diversos princípios:

- *Apoio moral* – fortalece a determinação, permite a partilha, o apoio do grupo para enfrentar frustrações e fracassos;
- *Eficiência acrescida* – elimina a duplicação e redundância de trabalho e disciplinas, uma vez que as atividades são partilhadas;
- *Eficácia melhorada* – encoraja a correr riscos, a diversificar estratégias e potencializa os sentimentos de sucesso, melhorando a qualidade do ensino e a aprendizagem dos alunos;
- *Sobrecarga de trabalho reduzida*[8] – apesar da aparente incoerência, o autor destaca a necessidade de haver a partilha de cargas pesadas e de pressões que decorrem da intensificação das exigências deste trabalho e da aceleração da mudança, ou seja, se houver uma distribuição dos trabalhos ninguém se sobrecarregará, por isso o autor usa a expressão sobrecarga reduzida;

[8] Lê-se redução da carga de trabalho. Para evitar interpretações equivocadas, mantivemos a escrita original apresentada no texto.

- *Perspectivas temporais sincronizadas* – a participação em atividades comuns e comunicativas cria expectativas partilhadas e realistas em relação aos prazos estabelecidos para a implementação da mudança;
- *Certeza situada* – a colaboração reduz a incerteza e limita os excessos de culpa que permeiam o ensino, estabelecendo limites comuns que definem o que pode ser realizado em qualquer lugar, além de gerar a confiança profissional coletiva; dificulta a dependência de falsas certezas científicas e promove as certezas situadas do saber profissional, coletadas em comunidades de professores reais, concretas;
- *Poder de afirmação política* – permite aos professores interagirem com mais confiança e poder de afirmação com os sistemas que os rodeiam e com a infinidade de reformas e inovações deles originadas; fortalece a segurança e o conhecimento para resistir ou aceitar o que está sendo proposto;
- *Capacidade de reflexão acrescida* – a colaboração fornece fontes de *feedback* e de comparação que instigam os professores a refletirem sobre sua própria prática conduzindo-os a uma reformulação;
- *Capacidade de resposta organizacional* – interliga conhecimentos e habilidades permitindo aos professores responder prontamente às mudanças às oportunidades que ocorrem no ambiente ao seu redor, bem como permitem analisar este ambiente;
- *Oportunidades de aprendizagem* – aumentam as oportunidades dos professores aprenderem uns com os outros seja em nível de sala de aula, de escola ou de área;

- *Aperfeiçoamento contínuo* – encoraja os professores a encarar mudanças, não como uma tarefa apenas, mas como um processo de aperfeiçoamento contínuo, sem volta; numa intensa procura pela excelência, na busca de soluções emergentes para problemas que rapidamente se transformam.

Enfim, a colaboração é um princípio crucial da aprendizagem em todos os sentidos: escolar, social, emocional, afetivo e organizacional. No entanto, ela pode se tornar nociva, tanto para os professores como para os alunos, se não for voluntária.

O trabalho colaborativo forçado pode conduzir à artificialidade e ao conformismo, ou seja, os envolvidos podem ser conduzidos ao pensamento dominado pelo grupo, suprimindo a individualidade, a criatividade o espírito de grupo e o desejo de colaborarem e se desenvolverem coletivamente. (Hargreaves, 1998).

1.5 Formação de professores e saberes docentes

Quais os saberes necessários ao professor nos dias de hoje para exercer sua função docente? Que saberes, habilidades estes mobilizam diariamente para realizar as diversas tarefas que lhes cabem? Qual a natureza destes saberes?

A busca de resposta para questões deste tipo tem mobilizado a comunidade acadêmica, uma vez que não é possível mais conceber o conhecimento adquirido durante o processo de escolarização como o único possível e necessário para a prática docente.

Tardif (2002, p.18-19) destaca que

> o saber do professor é plural, compósito, heterogêneo, porque envolve, no próprio exercício do trabalho, conhecimentos e um saber-fazer bastante diversos, provenientes de fontes variadas e, provavelmente, de natureza diferente. (...) o saber profissional está, de certo modo, na confluência de vários saberes oriundos da sociedade, da instituição escolar, dos outros atores educacionais, das universidades, etc.

Assim, segundo este autor, para falarmos dos saberes dos professores, precisamos considerar o que eles dizem a respeito de suas relações sociais com os grupos onde estão inseridos, instituições a qual pertencem, etc, pois a relação cognitiva com o trabalho é acompanhada de uma relação social, uma vez que os professores não utilizam o *"saber em si", mas sim saberes produzidos por esse ou aquele grupo, oriundos dessa ou daquela instituição, incorporados ao trabalho por meio desse ou daquele mecanismo social.* (TARDIF, 2002, p. 19).

Portanto, sendo os saberes profissionais dos professores plurais e heterogêneos, não formam uma teoria unificada em termos conceituais, em torno de uma concepção de ensino, mas apresentam uma relação pragmática, eclética, uma vez que o professor raramente possui uma única teoria ou concepção da prática*; ao contrário, os professores utilizam muitas teorias, concepções e técnicas, conforme a necessidade, mesmo que pareçam contraditórias para os pesquisadores universitários.* (TARDIF, 2002, p.263).

Tardif (2002, p. 23) critica a visão disciplinar e aplicacionista empregada nos cursos de formação, uma vez que atualmente esta visão perdeu seu sentido. Para ele, a formação docente esteve até agora dominada por conhecimentos produzidos numa *redoma de vidro sem nenhuma conexão com a ação profissional, devendo, em seguida, serem aplicados na prática por meio de estágios ou de outras atividades do gênero.*

Este autor salienta que a epistemologia da prática profissional se encontra no cerne do movimento de profissionalização que se observa em diferentes países. Por isso, argumenta que, no mundo do trabalho, o que diferencia as profissões das outras ocupações é a natureza dos conhecimentos que estão em jogo (p.247). Assim, destaca as características do conhecimento profissional, a saber:

* O apoio dos profissionais em conhecimentos especializados e formalizados através das disciplinas científicas que incluem as Ciências naturais, humanas, sociais e as da educação;
* Estes conhecimentos especializados devem ser adquiridos em uma formação de alto nível, na maioria das vezes, universitária, que garanta o acesso a um título profissional que protege o sujeito da invasão dos não-diplomados e dos outros profissionais;
* Embora baseados em disciplinas científicas, os conhecimentos profissionais são pragmáticos, ou seja, modelados e voltados para a solução de problemas concretos como, por exemplo, facilitar a aprendizagem de um aluno com dificuldades;
* Somente os profissionais possuem a competência e o direito de usar seus conhecimentos. Eles pertencem, a princípio, a um grupo seleto no que diz respeito ao domínio de conhecimentos;
* O profissionalismo garante uma autogestão dos conhecimentos pelo grupo e um autocontrole da prática. Somente o profissional é capaz de avaliar em plena consciência o trabalho de seus pares;
* Esses conhecimentos exigem autonomia e discernimento por parte dos profissionais. Exigem sempre uma parcela de improvisação e de adaptação a diferentes e novas situações que requerem reflexão e discernimento para

que além de compreenderem os problemas possam organizar e esclarecer os objetivos almejados e os meios para atingi-los;

* Tanto em suas bases teóricas quanto em suas conseqüências práticas, os conhecimentos profissionais são evolutivos e precisam de uma formação contínua. Por isso, os profissionais devem autoformarem-se por meio de distintos mecanismos;
* Os profissionais podem ser considerados responsáveis pelo mau uso de seus conhecimentos, por isso a necessidade de um "repertório de conhecimentos profissionais" às quais seja possível referir-se para julgar a importância do erro cometido. (TARDIF, 2002, p. 247-248).

Nesse espírito, o autor situa os saberes dos professores a partir de seis eixos:

- O saber do trabalho
- Diversidade do saber
- Temporalidade do saber
- Experiência do trabalho enquanto fundamento do saber
- Saberes humanos a respeito de saberes humanos
- Saberes e formação profissional

Além disso, destaca a existência de diferentes tipos de saberes e os classifica em: *saberes da formação profissional* (das Ciências da educação e da ideologia pedagógica), *saberes disciplinares, saberes curriculares e saberes experienciais.*

De maneira semelhante, Gauthier (1998) destaca em seus estudos a expressão *conhece-te a ti mesmo* para salientar que ainda se conhece muito pouco sobre os fenômenos inerentes ao ensino. Ressalta que diferentemente dos outros ofícios, *o ensino tarda a refletir sobre si mesmo*. Com o que concordamos plenamente.

Segundo o autor, avançar em pesquisas sobre o ensino permite um trabalho no sentido de superar dois obstáculos historicamente colocados à Pedagogia, que ele define como sendo: *ofício sem saberes* e *saberes sem ofício* (p.20)

O ofício sem saberes diz respeito à atividade docente exercida sem revelar os saberes que lhes são próprios. Afirma que apesar de o ensino ser uma atividade bastante antiga, ainda sabemos pouco sobre ele e convivemos com pré-concepções (como por exemplo a idéia de que basta dominarmos o conteúdo a ser ensinado para sermos bons professores) que auxiliam na manutenção do grande erro de manter o ensino numa *cegueira conceitual*. Tomarmos os saberes referentes ao conteúdo, à experiência e à cultura é fundamental para a prática docente, no entanto, concebê-los como exclusivos é fortalecer a manutenção do *ensino na ignorância*, contribuindo para a perpetuação de um ofício sem saberes.

Os saberes sem ofício implicam os conhecimentos produzidos pela academia, nas Ciências da Educação que desconsideram as condições e as particularidades da atividade docente. A busca pela formalização do ensino acabou por reduzir tanto a sua complexidade que não se encontra mais correspondente na realidade. Para o autor isso contribuiu para a desprofissionalização docente

> ao reforçar nos professores a idéia de que a pesquisa universitária não lhes podia fornecer nada de realmente útil, e que, conseqüentemente, era muito mais pertinente que uns continuassem se apoiando na experiência pessoal, outros na intuição, outros no bom senso, etc.. (GAUTHIER, 1998, p.27)

O desafio da profissionalização docente, consiste, segundo Gauthier (1998), em evitar o ofício sem saberes e os saberes sem ofício. Para este autor o ensino implica a mobilização de vários saberes que constituem um repertório utilizado para responder às situações concretas relacionadas ao ensino. E reconhecer a existência deste repertório requer um olhar ressignificativo para o professor que passa a ser concebido como

> profissional, ou seja, como aquele que, munido de saberes e confrontando a uma situação complexa que resiste à simples aplicação dos saberes para resolver a situação, deve deliberar, julgar e decidir com relação à ação a ser adotada, ao gesto a ser feito ou à palavra a ser pronunciada antes, durante e após o ato pedagógico. (idem, p.331)

Neste sentido, Gauthier (1998) aponta para a existência de diferentes saberes e os classifica como:

* disciplinares – relativos ao conhecimento dos conteúdos a serem ensinados;
* curriculares – dizem respeito à transformação da disciplina em programa de ensino;
* das Ciências da educação – envolve o saber profissional específico, porém, que não está diretamente ligado à ação pedagógica;
* da tradição pedagógica – relacionado ao saber da prática em sala de aula, que será remodelado pelo saber da experiência e validado pelo saber da ação pedagógica;
* da ação pedagógica – relativo ao saber da experiência testado e tornado público.

Shulman (1986), que também tem discutido os saberes docentes, aponta para a existência de três categorias presentes no desenvolvimento cognitivo do professor, a saber:

* Conhecimento do conteúdo a ser ensinado – que envolve a compreensão dos processos de sua produção, representação e validação epistemológica, o que implica saber o quê, como e o porquê de tudo.
* Conhecimento pedagógico da matéria – consiste na maneira de elaborar e apresentar o conteúdo de forma a torná-lo acessível, compreensível.
* Conhecimento curricular – conhecimento do currículo como conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos específicos, além da variedade de materiais pedagógicos disponíveis.

Chegamos, portanto, ao final deste capítulo com a idéia de que apesar de apresentarem definições e classificações distintas acerca dos saberes docentes, Tardif, Garthier e Shulman caminham na mesma direção, ou seja, buscam a instauração de uma nova "epistemologia da prática profissional" entendida como sendo

> o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas.
>
> Damos aqui à noção de "saber" um sentido amplo, que engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes, isto é, aquilo que muitas vezes foi chamado de saber, saber-fazer e saber-ser. Sublinhamos, (...) que esse sentido amplo reflete o que os próprios profissionais dizem a respeito de seus próprios saberes profissionais. (TARDIF, 2002, p.255).

Para Tardif (2002) o objetivo de uma epistemologia da prática consiste em revelar estes saberes, compreender como realmente se integram nas tarefas dos profissionais e como estes profissionais os incorporam, produzem, utilizam, aplicam e transformam em função dos limites e dos recursos que possuem.

Enfim, a formação de professores passou por mudanças significativas ao longo dos anos. Partimos de uma concepção do professor como um mero reprodutor de conteúdos elaborados por outras pessoas, muitas vezes incompreensíveis, para uma concepção mais aberta e dinâmica, que encara o professor como produtor de conhecimento, como investigador de sua prática, como alguém que, ao invés de se dedicar ao ensino (concebido como a sinônimo de transmissão de conhecimento) se coloca como companheiro do aluno no processo de construção de conhecimento.

Assim, nossa tarefa de formadores de professores deve estar voltada para o desenvolvimento das práticas colaborativas tratadas neste capítulo, pois estas podem constituir o alicerce para a implantação de uma nova epistemologia, almejada por muitos.

Acreditamos que para esta mudança investir somente na formação de professores é insuficiente, no entanto é necessário que este seja o fio condutor, pois se conseguirmos que nossos alunos, futuros professores, adentrem a sala de aula mais seguros, mais livres (autônomos), com o perfil de pesquisador, muitas outras mudanças acontecerão, em especial, mudanças na concepção de matemática tanto por parte destes futuros professores como de seus alunos.

Nesse espírito, fizemos um levantamento das pesquisas desenvolvidas no Brasil nos últimos anos, com o intuito de verificar se houve preocupação com a formação matemática desses futuros professores, e se as práticas colaborativas atualmente difundidas tanto para a formação inicial quanto para a formação continuada, aparecem como um mecanismo alternativo para a melhoria desta formação. Além disso, buscamos verificar se existe a preocupação de uma formação para a comunicação e não para a extensão na perspectiva defendida por Freire (2002) e ainda se os saberes docentes têm se constituído tema de pesquisa. O resultado do levantamento é o que discutimos no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2.

PESQUISAS SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E A MATEMÁTICA

A formação matemática não deve correr sobre o binário forçado da habilidade técnica e da eficiência, mas deve partir do reconhecimento que a conceituação é uma função livre e criativa da nossa mente...

(Gianni Rodari)

Este capítulo visa apresentar pesquisas desenvolvidas no Brasil acerca da formação matemática dos futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental – alunos dos cursos de Pedagogia e Normal Superior – com intuito de verificar se esta formação constitui tema de pesquisa, considerando que a bibliografia especializada é rica em demonstrar exemplos acerca do analfabetismo matemático presente nestes cursos de formação, embora pouco saibamos acerca do que tem sido feito no sentido de reverter esse processo.

2.1 . O que dizem as pesquisas acerca do conhecimento matemático dos futuros professores das séries iniciais?

Relacionar a formação de professores à matemática não constitui tarefa fácil, haja vista que, na maioria das vezes, a inexistência desta Ciência nos cursos de formação, em especial das séries iniciais do ensino fundamental, chega a determinar a opção pelo curso, denunciando a insuficiente contribuição da escola na formação matemática dos não-matemáticos.

Vários trabalhos (como o de Naracato et al., 2004) mostram que alunos dos cursos de Pedagogia não costumam usar estratégias exploratórias para resolver problemas, nem explicitar seus raciocínios. E se queremos mudar o que se passa nas escolas, temos que começar mudando a formação dos professores. No entanto, a mudança não deve ocorrer apenas em torno do currículo, de materiais de apoio, mas, sobretudo, sobre o modo de entender e conceber a matemática. É preciso alterar a relação que os estudantes, futuros professores, estabelecem com a matemática.

Se o ensino deve voltar-se para a construção de conhecimento de modo que as crianças sejam encorajadas a solucionar diferentes situações-problemas, é antes necessário que se dê oportunidade aos futuros professores de fazerem o mesmo, pois como poderão encorajar e estimular seus alunos quem nunca teve esta oportunidade em toda sua trajetória escolar? Sabemos que a experiência vivida pelos estudantes e suas histórias de aprendizagem têm influência significativa em sua prática, em sua filosofia de ensino. Como amplamente divulgado, os professores ensinam da maneira como foram ensinados. Se aprenderam a detestar a matemática, farão uma nova geração detestá-la; se aprenderam a aplicar fórmulas e técnicas, é assim que seus alunos também aprenderão... Por isso, aprender matemática nos cursos de formação é importante, mas desenvolver o espírito investigativo, de constante questionamento, de reflexão e de abertura em relação à experimentação e à inovação é primordial, pois:

> O professor precisa se sentir à vontade na matemática que ensina. Para isso tem de conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm neste nível de escolaridade. Necessita ter uma boa noção do que são as grandes idéias da matemática e qual o seu papel no mundo de hoje (...) o futuro professor necessita ter uma profunda compreensão da matemática que não se limite a um conhecimento tácito do tipo saber fazer, mas se traduza em conhecimento explícito. Este envolve ser capaz de conversar sobre a matemática, não apenas descrever os passos para seguir um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos. (SERRAZINA, 2002, p.11)

Nesse sentido, vários são os trabalhos que se dedicaram a investigar a concepção de matemática dos futuros professores com intuito de aperfeiçoar esta concepção, ou melhor, de ampliá-la, seja através de pesquisas relacionadas a conteúdos específicos, seja através de pesquisas que se voltaram para a questão epistemológica, seja para estudos sobre a fobia ou o analfabetismo.

Ao iniciarmos nossas buscas, com intuito de levantarmos os estudos que relacionavam a formação de professores e a matemática encontramos inúmeros trabalhos, dentre eles os de Lovell (1988, p.127), que ao identificar caminhos para uma melhoria da aprendizagem matemática nas escolas, declara que se pode *esperar um entendimento melhor dos conceitos matemáticos à medida que melhoram os conhecimentos matemáticos de nossos professores.*

Nesse espírito encontramos também as pesquisas de Oliveira e Ponte (1996, p.10), que, apesar de não serem brasileiras, têm exercido influência significativa nas pesquisas nacionais. Neste trabalho, os autores destacam que os conhecimentos que os futuros professores possuem sobre os conceitos matemáticos e sobre a aprendizagem desta Ciência são bastante limitados e geralmente cercados por incompreensões e equívocos, o que ocorre também no âmbito nacional. Afirmam os autores que *parece haver lacunas no conhecimento de base dos professores acerca dos assuntos que ensinam e do modo como eles podem ser aprendidos.*

Também nos deparamos com autores como Brousseau (2003) que assegura que a principal meta do ensino consiste no tratamento didático dos obstáculos. Por isso, enfatiza a necessidade de novas formas de intervenção que possam contribuir para que os alunos superem seus obstáculos.

Becker (1993), apesar de não se referir à matemática, destaca a necessidade de mudanças nos cursos de formação, assegurando que mais que uma mudança em nível de conteúdo, metodologia, etc, é urgente a necessidade de uma mudança epistemológica, o que não podemos ignorar em relação à matemática.

Em sua investigação, Martins (1990) assegura que o bom professor deve possuir além da competência científica, ou seja, domínio do conteúdo a ser ensinado, uma competência didática. Por isso afirma que *a História da Ciência pode contribuir para estes dois aspectos da formação de um professor, de modo significativo. (*p.02).

De maneira semelhante, Gonzales (1991) referindo-se à necessidade e importância da História da Matemática para o professor, argumenta que esta pode lhe servir como fonte de inspiração, de auto-formação contínua e de orientação da atividade docente, uma vez que provoca no professor uma nova atitude em relação à matemática, a saber: a) permite uma visão maior dos conteúdos facilitando a melhor articulação dentro do contexto disciplinar. b) Favorece uma profunda compreensão dos conceitos e das dificuldades a eles relacionadas através do conhecimento de sua origem, contexto em que surgem, das idéias que os permeiam, das questões que resolvem, das reformulações pelos quais passaram. c) Pode oferecer contribuições significativas para uma proposta de aprendizagem ativa, considerando que poderá resgatar a problemática que conduziu os pesquisadores a desenvolverem tal conhecimento que, apresentada aos alunos oferecer-lhes-ia a oportunidade de por meio da pesquisa, redescobrirem conceitos tradicionalmente transmitidos como conhecimentos prontos. Deste modo estaria se incentivando a produção científica. d) Possibilita a ruptura com alguns mitos difundidos, como por exemplo, a idéia da matemática como uma linguagem a serviço das Ciências Experimentais.

Taboas (1993) reconhecendo as deficiências nos cursos de formação e a maneira como os livros didáticos apresentam a matemática, ressalta a importância de os futuros professores compreenderem a matemática como uma Ciência em desenvolvimento para romper com o dogmatismo. Para tanto, utiliza a construção do número e sua história cultural como sendo fundamento necessário na formação docente. Neste sentido, seu trabalho estabelece uma ênfase histórico-cultural para a análise da evolução dos conceitos da Aritmética, de modo especial, o conceito de número e sua representação. Assegura que a pesquisa sobre o número e sua história cultural contribui para uma maior compreensão da matemática e, como conseqüência, para uma melhor percepção do seu papel no currículo.

Souza (1996), em sua pesquisa, buscou resposta para as seguintes questões: Como futuros professores entendem que devem ensinar a noção de número natural? Por que, aparentemente, determinadas opiniões impõem-se com maior freqüência que outras atingindo grande parte das pessoas? Por que essas opiniões adquirem muitas vezes o poder de sedução de uma crença? Em que medida as concepções de ensino-aprendizagem do conceito de número natural dos futuros professores se relacionam com as concepções dominantes que se manifestaram ao longo da história da Educação Matemática? Assim, buscou configurar e classificar as crenças referentes ao processo de ensino-aprendizagem do número natural mediante a leitura do imaginário pedagógico de alunas do último ano do curso de Magistério.

Trindade (1996) desenvolve uma reflexão epistemológica acerca dos processos de gênese, desenvolvimento, estruturação e articulação do conhecimento matemático tendo em vista que estas influenciam diretamente a prática do professor. Assim, destaca alguns aspectos que precisam ser considerados nos cursos de formação inicial e continuada. Em sua fundamentação destaca a contribuição do epistemólogo Gaston Bachelard e seu trabalho sobre os obstáculos epistemológicos.

Moron (1998) dedicou-se a identificar as atitudes (positivas e negativas) dos professores de educação infantil em relação à matemática e a verificar se estas atitudes interferem na concepção de Matemática destes professores.

Bonete (2000) discutiu o ensino das geometrias não-euclidianas nos cursos de formação de professores do ensino fundamental e médio com intuito de contribuir para a mudança de concepção de espaço e do que denominou *verdade matemática* destes futuros professores. Além disso, proporcionou-lhes o acesso a práticas pedagógicas inovadoras que pudessem contribuir para o aumento de qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

Dambros (2001) investigou o conhecimento dos professores das séries iniciais acerca da história da matemática e mais especificamente da história do sistema de numeração decimal e como este (ou a sua ausência) influencia a prática pedagógica dos professores investigados.

Chieus Junior (2002) investigou, através de um estudo de caso, as contribuições da etnomatmática para a formação docente.

Bragagnolo (2003) buscou identificar a interlocução entre o conteúdo de matemática das séries iniciais e as questões da realidade social na formação dos estudantes de Pedagogia. Para tanto, buscou sua fundamentação nas propostas curriculares do estado de Santa Catarina e do município de Florianópolis, dos Parâmetros Curriculares Nacionais, além dos estudos de Karl Marx e de alguns dos seus interlocutores mais atuais.

Curi (2004) dedicou-se a fazer um levantamento acerca do que as pesquisas já existentes, em especial na área de Educação Matemática, revelam sobre o conhecimento matemático do professor polivalente – alunos dos cursos de Pedagogia e Normal Superior. A autora apresenta alguns questionamentos iniciais que se configuraram como questões chaves: Como os cursos de formação trataram ao longo da história a formação deste profissional para ensinar matemática? De que maneira estes professores estão sendo preparados para compreenderem a matemática como área de conhecimento e como disciplina escolar? Como são contemplados os conteúdos dessa disciplina, o conhecimento pedagógico dessa disciplina e o conhecimento sobre seu currículo? Para uma melhor compreensão, categorizou as pesquisas encontradas em: as que focalizam o conhecimento do conteúdo da disciplina matemática; as que focalizam o conhecimento didático do conteúdo da disciplina matemática e as que focalizam o conhecimento do currículo da disciplina Matemática.

Para além da formação inicial ou continuada, já começam surgir trabalhos que levantam a problemática "quem forma os formadores?" Nessa direção encontramos o trabalho de Gonçalves (2000), cuja pesquisa esteve direcionada para a formação e o desenvolvimento profissional de professores formadores de professores da Universidade Federal do Pará.

Naracato et al (2004) discutiram as filosofias pessoais que os estudantes de Pedagogia trazem de sua formação matemática na Educação Básica como uma maneira de compreender como elas interferem nas relações que estabelecem com essa Ciência e com seu ensino. O trabalho consistiu em apresentar para os estudantes um caso de ensino de matemática para que estes fizessem reflexões pessoais acerca das questões propostas. Os resultados encontrados apontam para a presença da tradição pedagógica como o único caminho para a resolução de problemas. Por isso as autoras defendem a necessidade de que em cursos de formação – sejam de formação inicial ou continuada – estas filosofias sejam explicitadas e trabalhadas. Indicam que estas filosofias possivelmente tenham origem social e que podem tornar-se obstáculos para a promoção de um *ensino e de uma aprendizagem da matemática críticos, reflexivos e problematizadores.* (p.30)

Enfim, muitos são os trabalhos desenvolvidos nos últimos anos sobre a matemática e a formação de professores. No entanto, poucos se voltaram para o estudo e/ou discussão de conteúdos específicos, porém fundamentais, da matemática que serão objetos de ensino destes futuros professores[9]. Constata-se que a maioria deles identificam a história da matemática como sendo fundamental para o trabalho docente.

Reconhecemos sua importância, no entanto, sabemos que apenas a história ainda é insuficiente para a formação do professor, pois conhecer a história não garante que os futuros professores modifiquem sua concepção de matemática, menos ainda que possam dominar os conteúdos necessários para iniciarem as crianças na aprendizagem matemática.

[9] Para uma visão mais ampla dos trabalhos desenvolvidos no Brasil, consultar a revista Zetetiké, v.12, n.21, jan/jun de 2004 onde foi publicada a listagem de dissertações e teses defendidas entre os anos de 2000 a 2003.

Em relação a preocupação inicial com a formação para a comunicação, todos os trabalhos, direta ou indiretamente, apontam para este caminho, ao denunciarem a insuficiência da transmissão. Já em relação aos saberes docentes constituírem temas de pesquisas, grande parte dos trabalhos apresenta as heurísticas de pensamento do professor e discorre sobre elas. Entretanto, discute com seus portadores as idéias relacionadas a um objeto específico de pesquisa, mas os saberes docentes não aparecem, especificamente, como tema de pesquisa. Quanto as práticas colaborativas, os únicos trabalhos encontrados são os do Grupo de pesquisa-Ação em Álgebra Elementar (2001) e de Fiorentini e Jimenez (2003).

Interessante notar que nestes trabalhos, que se dedicaram às práticas colaborativas, os saberes docentes aparecem como sendo inerentes à pesquisa, ou seja, não se pode avançar, não se pode trabalhar colaborativamente, se não houver clareza acerca da minha prática, das próprias idéias e concepções, da contribuição que se possa dar ao grupo ou vice-versa. É exatamente neste ponto que reside o trabalho colaborativo: permite reelaborar conceitos, rever idéias, conhecer limitações, enfim, permite ampliar o conhecimento sobre o conteúdo, sobre a prática docente, sobre a profissão e sobre o "eu" profissional. Portanto, podemos observar que, apesar das inúmeras pesquisas desenvolvidas, muitas ainda se fazem necessárias, pois as descobertas, as contribuições apesar de significativas, surgem aos poucos, cada pesquisa constitui um tijolinho nesta imensa construção chamada Educação.

Assim, imbuído deste espírito, esse trabalho buscou identificar os obstáculos epistemológicos que impediram ou limitaram a aprendizagem matemática dos futuros professores das séries iniciais (estudantes de Pedagogia) com intuito de que estes, tomando consciência de suas limitações, tenham a oportunidade de reconstruir os conceitos fundamentais, sobretudo aqueles que serão objetos de ensino, de forma a sentirem-se mais seguros no trabalho efetivo com seus alunos; além de provocar uma mudança em sua concepção de matemática.

Isto porque acreditamos que o professor deve ser um profissional que, diante de uma proposta curricular, tenha condições de interpretá-la, adaptar e planejar os conteúdos de uma maneira mais tranqüila, menos fóbica, menos dogmática. Ao contrário, que se sinta seguro de sua prática e que ouse arriscar algo diferente do que temos experimentado a tantas décadas.

Como assegura Serrazina (2002) o professor deve ser um profissional capaz de:

> − Ter em conta, a todo o momento da atividade matemática, o conhecimento matemático previamente adquirido pelos seus alunos;
>
> − Priorizar as experiências dos alunos, procurando que desenvolvam uma aprendizagem da matemática baseada na ação e na reflexão;
>
> − Contextualizar as atividades de aprendizagem da matemática de modo que os conhecimentos que pretende que os alunos adquiram sejam significativos;
>
> − Incluir atividades de ensino-aprendizagem da matemática em situações educativas mais amplas que lhes dêem significado e onde as explicações do professor façam sentido;
>
> − Apresentar os conteúdos matemáticos de forma relacionada, integrada e recorrente em diferentes níveis de elaboração, pois na verdade não se aprende de uma vez por todas.

Por este motivo, uma alfabetização científica e mais especificamente uma alfabetização matemática torna-se imprescindível, pois pouco poderão fazer se não tiverem domínio dos conceitos matemáticos que deverão explorar com seus alunos e também, noções de como poderão fazer este trabalho. Além disso, é preciso que superem os obstáculos que carregam de suas experiências com a matemática, para que também possam contribuir para a superação dos obstáculos que porventura seus alunos apresentarem e, consequentemente, conceberem a matemática de uma maneira diferenciada, menos fóbica. Para uma maior compreensão acerca da alfabetização científica e dos obstáculos epistemológicos e didáticos, buscamos explicitá-los melhor no próximo capítulo.

CAPÍTULO 3.

EXPLICITANDO A BASE DE ESTUDO

Em educação, como de resto em muitas atividades humanas, o grande erro, a grande armadilha, é que freqüentemente, na preocupação de fazer-se um belo trabalho, perde-se de vista nossos verdadeiros objetivos.
E o objetivo do verdadeiro educador deve ser um só: educar pessoas que possam mudar esse mundo, tão voltado para coisas sem importância, tão esquecido da felicidade de todos, tão cheio de injustiças!
(Ruth Rocha)

3.1 Alfabetização científica: uma necessidade nos cursos de formação docente

A expressão alfabetização científica é relativamente nova, embora sua proposta não o seja, uma vez que a idéia da contextualização dos conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula já existe há um bom tempo como sendo crucial para atribuir significado ao conhecimento escolar. No entanto, um alerta se faz necessário: o contexto deve ser considerado como ponto de partida, mas a elaboração do pensamento e o desenvolvimento da capacidade de abstração são fundamentais para a apreensão do conhecimento sistematizado.

Tradicionalmente, o termo alfabetização tem sido associado à apropriação da linguagem escrita, do “letramento”, do saber ler e escrever a língua materna. De maneira semelhante, o termo Ciência geralmente denota o conhecimento verdadeiro, absoluto, imutável. Muitas vezes o cientificismo presente na maioria das salas de aula contribui para a perpetuação da idéia de uma Ciência dogmática, cuja compreensão é acessível a poucos. Assim sendo, tornar-se um cientista e fazer Ciência é pra quase ninguém, ou, ao contrário, a demasiada simplificação dos conhecimentos científicos com o intuito de torná-los acessíveis conduz à elaboração de idéias errôneas, representações equivocadas ou limitadas para a compreensão da realidade, permitindo que os alunos concebam a existência de uma continuidade e de uma equivalência entre o conhecimento cotidiano e o conhecimento científico, e de que seja possível passar de um para o outro sem rupturas.

O maior desafio consiste em levar o aluno a ter consciência dos seus modelos de explicação e compreensão da realidade, reconhecê-los como equivocados ou limitados a determinados contextos, colocá-los em xeque num processo de desconstrução de conceitos e reconstrução/apropriação de outros.

Neste sentido, a alfabetização científica teria duas tarefas essenciais: a) desfazer a concepção de Ciência como verdade absoluta na medida que esta fosse apresentada como uma linguagem criada pelo homem para facilitar nossa leitura de mundo, sendo, portanto mutável e falível. b) Socializar este conjunto de conhecimentos facilitadores para a leitura de mundo e, deste modo, estimular em nossos alunos o desejo de transformá-lo.

Esta necessidade surge em função da carência no que diz respeito à compreensão dos conceitos elementares das diferentes Ciências encontrada, na maioria dos estudantes, sobretudo, nos futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental.

Para Chassot (2004) os alunos ingressam no curso de Pedagogia com poucas noções do conhecimento científico, o que torna difícil um trabalho sistemático com conteúdos de Ciências, por isso sugere que este se inicie por tópicos que tenham algum significado para os alunos, ou seja, que os estudantes demonstrem algum conhecimento acerca do conteúdo a ser trabalhado, como, por exemplo, os saberes populares.

Carvalho e Gil-Perez (2000) salientam que quando solicitamos dos professores que opinem sobre o que os professores de Ciências devem conhecer no sentido de desempenharem sua função da melhor maneira e serem capazes de resolver os problemas com que se deparam de maneira satisfatória, as respostas geralmente são pobres e não incluem muitos dos conhecimentos que as pesquisas apontam como sendo fundamentais.

Tobin e Espinet[10], apud Carvalho e Gil-Perez (2000, p.21), compartilham dessa idéia ao afirmarem que a falta de conhecimentos científicos constitui a principal dificuldade para que os professores afetados se envolvam em atividades inovadoras.

Chassot (2003, p. 41) fazendo referência aos seus alunos do curso de Ciências Econômicas (embora aponte para as demais áreas) argumenta ser impressionante como eles conhecem pouco de Ciências, mesmo após inúmeras aulas de disciplinas científicas no ensino médio e estudos na área de Ciências no ensino fundamental. Assim, destaca que nosso ensino é literalmente (in)útil.

Este autor afirma que não temos idéia da quantidade de pessoas que são analfabetas científicas, uma vez que não existem testes para isto. Para ele é fácil verificar a

[10] TOBIN, K. ; ESPINET, M. Impediments to change: applications of coaching in high school science teaching. **European Journal of Science Education**. n. 26 (2), 1989. (p. 105-120)

alfabetização na língua materna, mas verificar o quanto alguém sabe ler as coisas do mundo natural é mais complexo. (CHASSOT, 2003, p.40).

> Poderia ser considerado alfabetizado cientificamente quem não soubesse explicar algumas situações triviais de nosso cotidiano? Por exemplo: o fato de o leite derramar ao ferver e a água não; por que o sabão remove a sujeira ou por que este não faz espuma em água salobra; por que uma pedra é atraída para a terra de maneira diferente de uma pluma; por que no inverno as horas de sol são menores do que no verão ou por que quando é primavera no hemisfério sul é outono no hemisfério norte; por que quando produzimos uma muda de violeta a partir de uma folha estamos fazendo clonagem. (idem p.40)

Ao relatar o trabalho que vem desenvolvendo junto aos alunos do curso de Pedagogia, no sentido de proporcionar-lhes uma alfabetização científica, Chassot (2004) argumenta que este tem possibilitado uma melhor preparação, uma grande satisfação ao sentirem-se pesquisadores, além de promover uma maior segurança nestes alunos que já são ou que serão responsáveis por apresentar as primeiras noções de Ciências no ensino fundamental. E mais que isso, contribui para melhorar a qualidade das aulas desses alunos-professores no ensino fundamental.

O trabalho constitui-se de pesquisas realizadas por estudantes de Pedagogia que procuram maneiras de transformar os saberes populares em saberes escolares. Para coletar estes saberes populares, os estudantes realizam entrevistas com pessoas mais velhas e com pessoas não letradas além de pesquisas bibliográficas. Chassot (2004) ainda ressalta o fato de os entrevistados sentirem-se valorizados por poderem contribuir para a disseminação do que sabem; aponta para o avivamento de laços afetivos nas famílias dos estudantes ao descobrirem no seu interior saberes até então totalmente ignorados além da descoberta de pessoas que, mesmo não tendo escolarização formal, demonstram um conhecimento muito rico e que merece ser aproveitado.

Em relação à matemática, é comum encontrarmos concepções falhas. Como exemplo basta verificarmos a idéia bastante presente de que quando multiplico, aumento o meu todo e quando divido diminuo, ou seja, pessoas que pensam desta maneira demonstram não ter clareza do significado das operações com decimais e um desconhecimento sobre os tipos de problemas que envolvem tais conceitos e as estratégias a eles associadas. E esta idéia é bastante comum entre professores das primeiras séries do ensino fundamental que as utilizam freqüentemente sem nenhum questionamento, ao contrário, demonstram segurança e tranqüilidade ao transmitirem isso aos seus alunos.

Simon[11], apud Contreras e Blanco (2001), assinala que os futuros professores possuem um conhecimento apropriado sobre os algoritmos e símbolos em relação à divisão, mas não estabelecem conexões significativas. Afirma que, neste sentido, o conhecimento dos futuros professores é pouco organizado e útil.

Gutiérrez e Jaime[12] ,apud Contreras e Blanco (2001), em relação ao conceito de altura de um triângulo, encontraram nos futuros professores idéias e raciocínios muito semelhantes aos alunos das séries iniciais do ensino fundamental. Baturo e Nason[13], apud Contreras e Blanco (2001), mostram que o conhecimento sobre o conceito de área apresentado pelos futuros professores é muito pobre e, por isso, pouco contribui para os seus alunos desenvolverem uma compreensão significativa e integrada de conceitos e processos.

---

[11] SIMON, M.. Prospective elementary teachers' knowledge of division. In: **Journal for Research in Mathematics Education.** n. 24 (3), 1993. (p. 233-254)

[12] GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A.. Uso de definiciones e imágines de conceptos geométricos por los estudiantes de magistério. In: GIMÉNEZ, J.; LLINARES,S. y SANCHES, M.V. (eds). **El processo de elegar a ser um profesor de primaria:** cuestiones desde la educación matemática. 1996. (p.143-170)

[13] BATURO, N. y NASON, R.. Student teachers'subject matter knowledge within the domain of area measurement. In: **Studies in Mathematics.** n. 31 (3), 1996. (p.235-268)

Gomes e Ruiz (2001) destacam uma grande lacuna no domínio dos conceitos de proporcionalidade, área e volume que pessoas com diferentes níveis de escolaridade possuem. Muitas delas apresentaram um desconforto ao se depararem com questões que envolviam tais conceitos, mesmo entre os mais escolarizados. Os erros encontrados geralmente se assemelham aos cometidos pelas crianças, ou seja, são erros que carregam desde que aprenderam na infância. Os mais escolarizados procuram lembrar as fórmulas, as técnicas, o algoritmo aprendido na escola e que em muitos casos, também não implica compreensão, mas algo que apenas memorizaram, decoraram.

Sobre isso, Ruiz e Bellini (2001, p.2) asseguram que a matemática (concebida como Ciência, Arte, Filosofia e Técnica) é algo muito distinto da matemática escolar que tem desempenhado o papel de "impostora e farsante" ao se apresentar, na maioria das vezes, como a própria matemática. Asseguram que os adultos ao apresentarem a matemática às crianças *dizem para elas, por exemplo, que 'escrever números de 1 a 200' ou 'fazer a tabuada do 2 ao 9' são tarefas matemáticas. É a partir dessa farsa que se inicia a (re)produção do analfabetismo matemático e, também, o desapreço pela matemática.*

Neste sentido, uma alfabetização científica se faz urgente e necessária. Como nosso foco de atenção para este trabalho é a matemática, falaremos então de uma alfabetização matemática, embora tenhamos clareza da urgência e da necessidade de as outras Ciências serem igualmente exploradas nos cursos de formação docente.

3.1.1 Alfabetização matemática

A concepção de matemática presente na maioria das escolas ainda é absolutista, ou seja, ainda se acredita que o conhecimento matemático é constituído de verdades absolutas e inquestionáveis, cabendo ao professor a tarefa de transmiti-lo tal qual aparece nos livros, sem espaço para questionamentos ou estudos mais aprofundados, para uma maior exploração e compreensão dos conceitos. Nesta perspectiva os conceitos não são desenvolvidos ou construídos pelos alunos, mas descobertos e provocam a sensação de que sempre existiram e sua estrutura é imutável.

A aprendizagem escolar segundo Becker (2003, p.17), com raras exceções, baseia-se numa prática de ensino de resultados de pesquisas científicas ou tecnológicas e não na metodologia de pesquisa que conduziu a estes resultados; *resultados de cálculo e não no processo de confecção desse cálculo; em uma palavra, resultados em forma de notas ou conceitos e não do processo de aprendizagem que levou a esses resultados. Para a nova compreensão do processo de aprendizagem, é preciso ir além.* Constata-se, portanto, que a prática existente ainda se caracteriza como empirista e esta

> mostrou-se sempre incapaz de dar uma explicação satisfatória para o conhecimento matemático. Incapaz, porque o empirismo parte do pressuposto de que a verdade matemática – como aliás qualquer verdade – está inscrita nos objetos, e é retirada destes por uma abstração simples ou empírica. A explicação piagetiana, ao contrário, entende que o conhecimento matemático é eminentemente uma construção efetuada na interação sujeito-objeto, e originária de um processo de abstração reflexionante, abstração que implica tomada de consciência ou apropriação pelo sujeito dos mecanismos da própria ação humana e de suas coordenações, assim que se tornam conscientes. (BECKER, 1993, p.61)

Para este autor é preciso compreender o processo de construção do conhecimento como condição prévia (conteúdo entendido como meio e não como objetivo), em cada patamar, de qualquer aprendizagem. Citando Piaget, Becker (2003, p.17) assegura que *nada é mais útil para formar os homens do que ensinar a conhecer as leis dessa formação*.

Nesta concepção de ensino de resultados, talvez resida o primeiro grande problema das escolas e a origem dos obstáculos epistemológicos que impedem o aluno de desenvolver uma boa concepção de matemática e, como conseqüência, produz analfabetos matemáticos.

Paulos (1994), um dos autores que se dedica ao estudo do analfabetismo matemático, aponta em seus trabalhos para o fato de que nossa falta de habilidade com os números e probabilidades a eles associadas provocam decisões confusas, respostas equivocadas e uma imensa susceptibilidade para aceitarmos como corretas, informações absurdas, raciocínios tortuosos e pseudociências. Um exemplo claro de como isso ocorre é por ele apresentado na introdução de seu livro intitulado *Analfabetismo em matemática e suas conseqüências*:

> (...) Mais tarde, naquela mesma noite, estávamos vendo o noticiário na tevê, e o serviço de previsão do tempo anunciou que havia probabilidade de 50% de chover no sábado e uma probabilidade de 50% de chover no domingo, concluindo que havia, portanto, 100% de probabilidade de chover no fim de semana. (PAULOS, 1994, p.1)

Sobre este exemplo, Paulos (1994) argumenta que foi bem aceito por um gramático que, mesmo depois de ter-lhe sido explicado o erro, não apresentou nenhuma indignação, o que não teria ocorrido se o apresentador do noticiário tivesse cometido algum erro gramatical, por exemplo.

Para Paulos (1994), ao contrário das outras áreas, as conseqüências do analfabetismo em matemática não são tão evidentes. Por isso, o autor acredita que as pessoas reagem melhor a detalhes ilustrativos do que a uma exposição geral.

Referindo-se à matemática como espaço próprio de exercício do pensamento, Paulos (1996, p.16) afirma ser a hora de revelar o segredo: *a função principal da matemática não é organizar cifras em fórmulas e fazer cálculos endiabrados. É uma forma de pensar e de fazer perguntas que sem dúvida é estranha a muitos cidadãos, porém que está aberta a quase todos*.

Isto porque a matemática não é somente cálculos, como presumem nossas escolas. É preciso estimular em nossos alunos outras capacidades, de níveis superiores. É preciso contribuir para a superação do analfabetismo matemático uma vez que a matemática se caracteriza por *pensar sobre números e probabilidades, acerca de relação e lógica, ou sobre gráficos e variações – porém, acima de tudo, pensar*. (PAULOS, 1993, p. 42)

A essência da matemática reside em sistemas de pensamentos: é um território onde se joga com a coordenação de idéias. Sobre isso, Stewart (1996, p. 14) destaca:

> A matemática não é sobre símbolos e contas. Estas são apenas ferramentas do ofício – semifusas, e colcheias e exercícios para cinco dedos. A matemática é sobre idéias. Em particular, é sobre a forma como diferentes idéias relacionam entre si. Dada uma certa informação, que mais necessariamente se segue?

Papert (1986, p.73) alerta-nos para a necessidade de uma distinção entre a matemática (*um vasto domínio de investigações cuja beleza raramente é avaliada pela maioria dos não-matemáticos)* e a matemática escolar. De forma mais contundente, Hoyles & Noss (1987, p. 584) afirmam que a matemática escolar é tratada como um assunto fora da própria matemática: *O conhecimento matemático é transformado em uma paródia de si próprio para se adequar aos objetivos de aprendizagem da escola básica: fragmentado, passo-a-passo e, muitas vezes, sem pensamento.*

Por isso, quando falamos da matemática escolar, falamos de um conhecimento secular que ainda resiste, que permanece quase intacto e que já não faz mais sentido. Como afirma Caraça (1984, p.xxiii), *A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens.*

A matemática escolar com suas preocupações de natureza didática enveredou pelo caminho da simplificação, da rigorosa seqüência de fragmentos a serem transmitidos. Por esse caminho, ela perdeu o contato com o espírito da matemática e isso tem implicações determinantes nas aulas de matemática: a criação de analfabetos matemáticos e a instituição de grandes obstáculos epistemológicos e didáticos de que trataremos a seguir.

3.2. Obstáculos epistemológicos: algumas considerações

A noção de obstáculo epistemológico foi desenvolvida por Gaston Bachelard, filósofo francês que viveu num período de construções revolucionárias na Ciência. Para ele, o conhecimento científico não podia ser concebido como o aperfeiçoamento, como um refinamento do conhecimento comum, ao contrário, pregava que aquele só era possível pela ruptura com este. Assim, estabeleceu-se como um filósofo do descontinuísmo, fornecendo subsídios para questionarmos o dogmatismo e o continuísmo científicos, presentes ainda em nossos dias.

Bachelard introduz sua concepção de descontinuidade na cultura científica através da recorrência histórica, de racionalismos setoriais e da concepção de ruptura. Por isso sua epistemologia é histórica. A*través do conhecimento do passado*, *percorremos o caminho da ciência, mas é a partir do presente, da atualidade da ciência, que podemos compreender o passado de maneira claramente progressiva.* (LOPES, 1996, p.257)

A idéia de ruptura parte do princípio de que é preciso romper com a concepção da Ciência como um corpo de conhecimentos fechado a ser incorporado pelos estudantes. Aao contrário, a aprendizagem ocorre a partir da ruptura, da desconstrução dessa idéia. O aluno aprenderá à medida que sentir necessidade, que houver razões que o obriguem a mudar sua razão, havendo então uma substituição de um saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico. Por isso Bachelard (1996) afirma que a aprendizagem se dá contra um conhecimento anterior, a partir da desconstrução deste, colocando em choque a idéia do aluno como *tabula rasa*, até então defendida por muitos filósofos empiristas. Afirma que o aluno possui conhecimentos empíricos já constituídos a partir do senso comum que podem impedí-lo de alcançar o conhecimento científico. *A mudança de cultura é que, dialeticamente, determina e é determinada pela destruição dos obstáculos epistemológicos advindos do cotidiano, promovendo assim a aprendizagem*. (LOPES, 1993, p.325).

Para Bachelard a aprendizagem não tem início, é contínua e nunca se esgota, sempre destrói um conhecimento para construir outro. Por isso assegura que ensinar é a melhor maneira de aprender, que só aprende quem ensina. *Saber é ser capaz de ensinar*.

No entanto, para o aluno se capacitar a ensinar, é preciso a reconstrução do conceito a ser transmitido, o que só é possível através da organização coerente do pensamento, o que não ocorre por mera reprodução do dito. Só existe ensino onde houve aprendizagem. *Na atividade de receber e transmitir conhecimento, o pensamento se vitaliza, há a formação de espíritos dinâmicos e auto-críticos. Não mais se adquire um conceito por mera constatação.* (LOPES, 1993, p.325).

Além disso, Bachelard também revoluciona no que diz respeito ao papel do erro ao afirmar que este é necessário à Ciência, pois o conhecimento científico é construído a partir da retificação desses erros. Esta foi, de acordo com Lopes (1996, p. 252), uma das maiores contribuições da epistemologia histórica de Bachelard, uma vez que o erro era concebido como heresia, como uma anomalia que deveria ser combatida até então. Bachelard justificava sua opinião afirmando que o real não é o que pensamos ser, o que nos é apresentado pelos sentidos, ao contrário, é preciso romper com este conhecimento comum para avançarmos. Destaca que um fato mal interpretado torna-se obstáculo, um *contra-pensamento*, podendo, inclusive, barrar o avanço do conhecimento. Deste modo, argumenta que o conhecimento científico desenvolve-se a partir da ruptura com a cultura primeira, com o conhecimento popular.

Portanto, para Bachelard (1996), a formação do espírito científico depende das rupturas com os conhecimentos vulgares, do senso comum. Por isso afirma:

> Quando se procuram condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que é em termos de obstáculos epistemológicos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. O conhecimento do real é luz

> que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é 'o que se poderia achar' mas é sempre o que se deveria ter pensado. O pensamento empírico torna-se claro depois, quando o conjunto de argumentos fica estabelecido. Ao retomar um passado cheio de erros, encontra-se a verdade num autêntico arrependimento intelectual. No fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização. (BACHELARD, 1996, p. 17).

No entanto, a noção de obstáculo epistemológico em Matemática ainda é discutível entre seus estudiosos e, por este motivo, é importante não generalizar, mas fazer estudos de caso. Cada erro deve ser objeto de análise por não ser casual, mas por estar ligado a um conhecimento anterior que apresentava um significado, que fazia sentido. Segundo Vergnaud (1989) existem dificuldades inerentes aos conceitos e às operações que não podem ser concebidas como obstáculos. Para ele, esta distinção é fundamental, pois irá direcionar o trabalho do professor, visto que o tratamento didático deverá ser diferente, ou seja, a estratégia didática adotada para lidar com os verdadeiros obstáculos não poderá ser a mesma no tratamento das dificuldades conceituais.

Assim, se o conhecimento científico constrói-se a partir da ruptura com os conhecimentos elaborados anteriormente e que se apresentam frágeis, é preciso, segundo Bachelard (1996, p. 18), *aceitar uma brusca mutação que contradiz o passado*. No entanto, é impossível destruir todos os conhecimentos habituais de uma só vez, mas é preciso destruí-lo, pois o que pensamos ser correto e verdadeiro, na maioria das vezes, impede-nos de conhecer o que realmente deveríamos saber. *Diante do real, aquilo que cremos saber com clareza ofusca o que deveríamos saber.*

Deste modo, Bachelard (1996) assegura que o primeiro obstáculo a ser superado é o conhecimento do senso comum, que definiu como sendo obstáculo da *opinião,* já que esta pode ser enganosa, por isso deve ser destruída. O autor é taxativo ao afirmar que:

> A opinião pensa mal; não pensa: traduz necessidades em conhecimentos. Ao designarmos os objetos pela utilidade, ela se impede de conhecê-los. Não se pode basear nada na opinião: antes de tudo, é preciso destruí-la. Ela é o primeiro obstáculo a ser superado. Não basta, por exemplo, corrigi-la em determinados pontos, mantendo, como uma espécie de moral provisória, um conhecimento vulgar provisório. O espírito científico proíbe que tenhamos uma opinião sobre questões que não compreendemos, sobre questões que não sabemos formular com clareza. (Idem, p.18)

Segundo Bachelard (1996) é o sentido de problema que caracteriza o espírito científico. Se não há problema, se não há questionamentos, perguntas, não pode haver conhecimento científico. Por outro lado, hábitos intelectuais que foram úteis e sadios podem, com o tempo, entravar a pesquisa, uma vez que *nosso espírito tem a tendência irresistível de considerar como mais clara a idéia que costuma utilizar com freqüência.* (Bergson apud Bachelard, 1996, p.19). Um exemplo claro disso foi dado anteriormente ao falarmos das concepções de multiplicação e divisão que, ao serem assim concebidas, provocarão nos alunos grandes dúvidas ao trabalharem com os números decimais, ou melhor, o professor criará um grande obstáculo para sua aprendizagem. Eis a idéia do *obstáculo pedagógico* de que fala Bachelard (1996).

Para este autor, os professores acreditam que o espírito científico começa a ser desenvolvido na sala de aula, que é sempre possível reconstruir alguma idéia errônea pela justaposição de uma outra idéia, pela repetição da lição. Desconsideram que o aluno quando ingressa na escola apresenta conhecimentos empíricos já constituídos.

> (...) uma aprendizagem não parte do zero, quer dizer que a formação de um novo hábito consiste sempre em uma diferenciação a partir de esquemas anteriores; mais ainda, se essa diferenciação é função de todo o passado desses esquemas, isso significa que o conhecimento adquirido por aprendizagem não é jamais nem puro registro, nem cópia, mas resultado de uma organização na qual intervém em graus diversos o sistema total dos esquemas que o sujeito dispõe. (PIAGET, apud BECKER, 2003, p.19)

Nesse espírito, Bachelard (1996) argumenta que a tarefa do professor não é transmitir uma nova cultura, mas contribuir para a mudança desta cultura, ou seja, de auxiliar na superação de obstáculos sedimentados pelo dia-a-dia. Essa mudança ocorre através da psicanálise dos erros iniciais, da recorrência histórica, enfim, pelo que Bachelard (1996) definiu como

> catarse intelectual e afetiva, que implica colocar a cultura científica em estado de mobilização permanente, substituir o saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico, dialetizar todas as variáveis experimentais, oferecer enfim, à razão razões para evoluir. (Idem, p. 24).

Neste contexto, Bachelard discute a necessidade de se instaurar uma nova epistemologia que definiu como sendo

> (...) uma filosofia das ciências que, em matéria de teoria do conhecimento, não propõe mais soluções filosóficas para problemas científicos já superados. Trata-se de uma filosofia aberta, que não encontra mais em si mesma as 'verdades primeiras', nem tampouco vê na identidade do espírito a certeza que garante um método permanente e definitivo. O que deve ser abandonado é uma filosofia que coloca seus princípios como intangíveis e que afirma suas verdades primeiras como totais e acabadas. (JAPIASSU, 1992, p.73-74).

Deste modo, a concepção de matemática como uma Ciência dogmática, infalível seria substituída por uma concepção mais aberta, falível e dinâmica, em que o erro ao invés de ser concebido como heresia, fosse encarado como parte do processo de construção do conhecimento.

Delizoicov (1991), partindo dos conceitos de "ruptura" e "obstáculo epistemológico" de Bachelard, do modelo de desenvolvimento científico de Khun, das idéias acerca do desenvolvimento cognitivo de Piaget e da concepção de educação de Paulo Freire, sugere um modelo didático-pedagógico que pode facilitar a superação dos obstáculos. Este modelo tem no diálogo o seu elemento central e deve ser organizado no sentido de possibilitar:

- O levantamento do conhecimento vulgar do aluno para se obter o que Bachelard denomina de'perfil epistemológico'desse conhecimento e a sua apreensão e compreensão pelo professor;
- A problematização desse conhecimento e do seu 'perfil' ao longo do processo educativo de modo que dialógica e problematizadoramente se faça a tradução e introdução dos paradigmas. (DELIZOICOV, 1991, p. 122. – grifos do autor)

Portanto, essa *dialogicidade tradutora* como definiu Delizoicov (1991) deverá ser utilizada de forma a garantir que no decorrer do processo educativo sejam apreendidos valores e "filosofias", sejam estes do aluno ou do professor. Trata-se de um diálogo comprometido com a tradução dos modelos de compreensão usados pelo educador e pelo educando num processo dinâmico, assim representado pelo autor:

(processo-produto) conhecimento do educando $\rightleftarrows$ (processo-produto) conhecimento científico

Para Trindade (1996), uma grande contribuição para a prática docente deste modelo proposto por Delizoicov diz respeito à metodologia, uma vez que esta sinaliza para a necessidade de que o ato educativo transforme-se em ato de comunicação entre educador e educando. Por isso assegura que

> É por meio do diálogo que o educador tem a oportunidade de apreender a subjetividade do educando e utilizá-la de modo que o conhecimento científico (cultura elaborada) seja visto pelo educando não como uma imposição, mas como um conhecimento que possa nascer da superação das suas representações alternativas (cultura primeira). Para esta superação é preciso (...) problematizar esse conhecimento já construído pelo aluno, estabelecer a dúvida, o conflito; aguçar as contradições, localizar as limitações desse conhecimento, quando confrontado com o conhecimento científico, com a finalidade de propiciar um distanciamento crítico do educando ao se defrontar com o conhecimento que ele possui e, ao mesmo tempo, propiciar a alternativa de apreensão do conhecimento científico. (TRINDADE, 1996, p.70)

3.2.1. Obstáculos epistemológicos e a matemática

Embora Bachelard tenha tratado dos obstáculos nas diversas Ciências, em momento algum se referiu à matemática, alegando que esta, apesar de conhecer períodos de pausa, não conheceu períodos de estagnação, de erro. Ao contrário, *a história da matemática é maravilhosamente regular*, afirma. (BACHELARD, 1996, p.28).

O primeiro autor a falar de obstáculos epistemológicos na matemática foi Guy Brousseau, argumentando que, ao contrário da afirmação de Bachelard, é possível encontrar obstáculos na matemática. Para tanto é necessário fazer algumas adaptações. Assim, Brousseau conserva a idéia de que o conhecimento surge a partir da ruptura com um conhecimento anterior. Ou seja, reafirma a posição de Bachelard (1996, p.17) de que *o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior...* .

> O sentido de um conhecimento matemático se define não apenas pelo conjunto de situações onde este conhecimento é realizado como teoria matemática..., não somente pelo conjunto de situações onde o sujeito o encontrou como meio de solução, mas também pelo conjunto das concepções, das escolhas anteriores que ele rejeita, dos erros que ele evita, pelas economias que ele proporciona, as formulações que ele retoma, etc. (BROUSSEAU, 1983, p.170)

Para Brousseau (1983), um obstáculo se manifesta através de um conjunto de dificuldades comuns a diversas pessoas que partilham uma concepção equivocada de uma determinada noção ou conceito matemático, ou melhor, manifesta-se através

> dos erros que são persistentes e reprodutíveis. Estes erros estão ligados entre si por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correto, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo domínio de ação. Erros que não são facilmente explícitos e não podem desaparecer radicalmente, de uma forma instantânea. Persistem num momento, ressurgem em outros, se manifestam muito tempo depois do sujeito ter rejeitado o modelo defeituoso de seu sistema cognitivo. (p.173)

Estes erros não são necessariamente frutos da ignorância, da incerteza ou do acaso, mas fruto de um conhecimento anterior que tinha sentido, era significativo e que agora se revela falso, inadaptado. Estes erros constituem-se em obstáculos tanto para o professor quanto para o aluno.

Portanto, concebe o erro como uma manifestação explícita de um conjunto de concepções espontâneas que se tornam obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos. A superação desses obstáculos deve integrar o projeto de ensino e o erro constituir em passagem obrigatória, uma vez que ele é necessário para desencadear o processo de aprendizagem do aluno e contribuir para o professor situar as concepções deste aluno, compreendendo os obstáculos subjacentes e, assim, poder agir.

No entanto, Brousseau (1983) alerta-nos para o fato de que um obstáculo não se manifesta apenas por meio dos erros, mas também pela impossibilidade de enfrentar certos problemas ou de resolvê-los de maneira satisfatória.

Perrin Glorian (1995) destaca que os conhecimentos sobre as relações entre números naturais constituem-se em obstáculos para a aprendizagem dos decimais. Por exemplo, a idéia bastante difundida de que o quadrado de um número é sempre maior que ele gera um grande conflito quando os alunos se deparam com situações do tipo 0,5 x 0,5 = 0,25, ou seja, a idéia anterior provoca um desequilíbrio e, como conseqüência, provoca a instauração de um obstáculo, pois a tendência é de que este aluno mantenha sua idéia anterior. Assim, aponta algumas dificuldades ligadas a este obstáculo e que foi descrito por Brousseau:

> - Dificuldade em aceitar que se possa obter um aumento por uma divisão e uma diminuição por uma multiplicação;
> - Dificuldade de achar um número inteiro decimal entre dois outros para renunciar a encontrar um sucessor a um decimal;
> - Dificuldade de aceitar a dupla escrita dos decimais (por ex. 1,5 e 1,4999...);
> - Dificuldade de conceber o produto de 2 escalares decimais
> - Dificuldade de conceber novos tipos de divisão... (PERRIN GLORIAN, 1995, p.83)

Para ilustrar essas dificuldades, a autora cita o exemplo de uma aluna de sexta série que não conseguia compreender por que é correto multiplicar 46 por 1,35 para encontrar o preço de 1,35kg de carne a 46 francos o quilo. E atribui essa dificuldade ao fato de que a idéia da multiplicação como uma sucessão de adições normalmente difundida para os números inteiros não faz sentido nesta situação.

Para Brousseau (1983), o aluno só consegue atribuir sentido aos conteúdos, na interação constante com situações problemáticas, interação dialética (uma vez que o sujeito antecipa e finaliza suas ações).

De acordo com Perrin Glorian (1995, p.84), Brousseau retoma as idéias de Duroux para caracterizar o obstáculo que é assim descrito:

> a) Um obstáculo será um conhecimento, uma concepção; não uma dificuldade ou uma falta de conhecimento;
> b) Este conhecimento produz respostas adaptadas num certo contexto, freqüentemente encontrado;
> c) Mas ele produz respostas falsas fora desse contexto. Uma reposta correta e universal exige um ponto de vista notavelmente diferente;
> d) Além disso, esse conhecimento resiste às contradições com as quais ele é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento melhor. Não basta possuir um conhecimento melhor para que o precedente desapareça (...). É então indispensável identificá-lo e incorporar a sua rejeição no novo saber;
> e) Depois da tomada de consciência de sua inexatidão, ele continua a manifestar-se de modo intempestivo e obstinado.

Brousseau (1983, p.177) apresenta diferentes origens para os obstáculos identificados em Didática da Matemática e que correspondem a diversas maneiras de serem tratados no plano didático, haja vista que um obstáculo não desaparece aos poucos pelo esquecimento nem pela aprendizagem forçada de um novo conhecimento. São eles:

Obstáculos didáticos de origem epistemológica*:* inerentes ao conhecimento matemático e identificáveis pelas dificuldades encontradas pelos matemáticos para os superar na história. Exemplo: a associação do número zero com o “nada”.

Obstáculos didáticos de origem didática*:* resultante de uma transposição didática, parece depender de uma escolha do professor ou de um projeto pedagógico. São conhecimentos mal elaborados, incompletos que tendem a ser transmitidos pelos professores. Exemplo: concepção dos números decimais como dois números inteiros separados por uma vírgula.

Obstáculos didáticos de origem ontogênica*:* resultantes da limitação (neurofisiológica entre outras) do aluno em um determinado momento de seu desenvolvimento. Exemplo: a construção do conceito de volume não é possível antes dos 10 anos de idade aproximadamente, segundo a teoria piagetiana.

Obstáculos didáticos de origem cultural[14]: fruto de concepções errôneas, equivalem a certas maneiras de pensar, mas que não correspondem a conhecimentos científicos reconhecidos. Por exemplo, a idéia da multiplicação como uma sucessão de adições; no conceito de probabilidade a idéia de sorte como determinante para se ganhar ou perder um jogo, ou seja, a crença do acaso como determinante do destino.

Brousseau (1983) salienta que o estudo dos obstáculos pelos pesquisadores deve estar voltado para: a) identificar os erros comuns e mostrar que geralmente estes se agrupam em torno de concepções; b) buscar obstáculos na história da matemática; c) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos da aprendizagem para estabelecer seu caráter epistemológico.

Uma crítica comum a esta noção do obstáculo é a idéia de que todas as concepções de senso comum se constituem em obstáculos na aquisição de novos

[14] Apesar de não especificar o obstáculo de origem cultural nesta classificação, em alguns momentos ele sugere esta idéia, por esse motivo o acrescentamos.

conhecimentos. Esta afirmação é verdadeira, no entanto, são poucas as pessoas que apresentam dificuldades suficientemente importantes e comuns para serem tratadas como obstáculos. Nesta direção, Brousseau (1983) argumenta ser relativamente fácil compreender como uma super-aprendizagem precoce pode contribuir para aumentar as possibilidades de transformar um conhecimento necessário em um obstáculo intransponível. Assim, indica o caminho necessário:

> Organizar a superação de um obstáculo consistirá em propor uma situação suscetível de evoluir e de fazer evoluir o aluno segundo uma dialética conveniente. Tratar-se-á não de comunicar as informações que se queira ensinar, mas de encontrar uma situação na qual elas são as únicas a serem satisfatórias ou ótimas – entre aquelas às quais se opõem – para obter um resultado no qual o aluno se dedicou. (BROUSSEAU, 1983, p.179)

Nesse sentido, os estudos de Vergnaud, de que trataremos a seguir, apontam possíveis percursos para a construção e reconstrução de conceitos e suas ligações.

3.3. A teoria dos campos conceituais

A teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gerard Vergnaud *é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente as que dizem respeito às ciências e às técnicas.* (VERGNAUD, 1990, p.133). Nesse sentido, o conhecimento constitui-se e desenvolve-se no tempo em interação do sujeito com as experiências por ele vivenciadas.

O desenvolvimento cognitivo, de acordo com esta teoria, caminha em duas direções complementares: a primeira consiste na utilização de um sistema que tenha como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento; a segunda assegura o deslocamento do interesse das pesquisas, passando do estudo das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação" considerando todas as variáveis envolvidas: informações anteriores, operações de pensamento e suas especificidades tendo como foco de atenção o conteúdo envolvido. (FRANCHI, 1999).

Segundo Vergnaud (1990), o conhecimento revela-se por meio de um campo conceitual – considerado como um conjunto de situações – formando uma espécie de teia. Por isso, defende que nenhum conceito seja explorado isoladamente, mas na inter-relação com outros que dividem o mesmo campo conceitual. Por exemplo, as idéias de razão, proporção, frações, etc, pertencem a um mesmo campo conceitual: multiplicação; fazem parte do que o autor denominou *campo conceitual multiplicativo* ou de *estruturas multiplicativas*. São conceitos que se completam e se complementam. Deste modo estaríamos atribuindo um significado maior e possibilitando aos alunos estabelecerem relações para que, ao resolverem seus problemas, também façam uso desta estratégia, ao contrário do que ocorre freqüentemente.

Em sua teoria, Vergnaud apropria-se da idéia de esquema desenvolvida por Piaget e assegura que este é o centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação. Embora se configure como uma totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito, o esquema nem sempre é reconhecido como tal. São muitas vezes eficazes, mas nem sempre efetivos. (Vergnaud, 1990). Portanto, a Teoria dos Campos Conceituais relaciona-se à psicologia cognitiva centrada nas estruturas lógicas.

Afirma o autor que na resolução de problemas de aritmética elementar, as crianças encontram inúmeras dificuldades conceituais. Por isso, para o autor, é *em termos de esquemas que é preciso analisar a escolha de boas operações e de bons dados para resolver um problema no qual existe muitas possibilidades de escolha.* (VERGNAUD, 1990, p. 141)

Sugere que para a matemática, dois campos conceituais são necessários por alicerçarem todos os demais conceitos matemáticos: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas. O primeiro apresenta-se, às vezes, como o conjunto das situações que envolvem necessariamente uma ou mais adições ou subtrações, portanto, pertencem ao *campo conceitual aditivo* ou das *estruturas aditivas* os conceitos de cardinal, medida de transformação temporal por aumento ou diminuição (ganha/gasta), de relação de comparação quantificada (ter mais que), de número natural, de número relativo, entre outros. O campo conceitual multiplicativo apresenta-se como um conjunto de situações que exigem uma ou mais multiplicações ou divisões. Exemplo: proporção simples e múltipla, função linear e não-linear, número racional, múltiplo e divisor, entre outros.

Ao falar dos campos conceituais, Vergnaud descreve as relações de base que são resultantes de considerações tanto de questões psicológicas quanto de questões matemáticas. Relata que as relações aditivas de base, geralmente conduz, por um lado ao modelo da lei binária interna; à operação unária externa. Por outro lado, recorre aos números relativos para caracterizar certas operações do pensamento das crianças.

No entanto, a análise das estruturas multiplicativas é consideravelmente diferente, pois os problemas envolvidos requerem relações quaternárias uma vez que lidam com duas variáveis, o que permite gerar quatro classes de problemas elementares: a multiplicação; a divisão-partição; a divisão-quotição; a quarta proporcional. É sobre este campo conceitual que trataremos a seguir.

3.3.1 O campo conceitual multiplicativo

Segundo Vergnaud (1994) o campo conceitual multiplicativo pode ser concebido como uma variedade de situações que requerem operações de multiplicação, divisão ou a combinação destas. Além disso, constitui uma diversidade de esquemas que serão utilizados no trabalho com diferentes situações.

Vale lembrar que este autor, inspirado pelas idéias de Piaget, entende por esquema a organização invariante do comportamento para classes bem definidas de problemas, apesar destes poderem ser evocados na solução de novos problemas.

Interpretando o comportamento de uma criança diante de problemas aritméticos simples, Vergnaud (1983) argumenta ser fundamental a distinção entre o que chamou de **cálculo numérico** – referente às operações ordinárias de adição, subtração, multiplicação e divisão, e o **cálculo relacional** – que diz respeito às operações de pensamento necessárias para reconhecer as relações envolvidas em uma situação. Este cálculo geralmente é expresso por meio de teoremas (quando é válido) ou por falsas inferências (quando não é válido). Esses teoremas ou inferências não são necessariamente explicitados pelas crianças. Podem se converterem em hipóteses somente através da observação das ações das crianças, ao que Vergnaud (1983) denominou **teoremas-em-ação.**

Estes teoremas-em-ação são relações matemáticas consideradas pelas crianças ao escolherem a operação ou uma seqüência de operações para resolver um determinado problema. Raramente são expressos verbalmente e podem, inclusive, ser incorretos. Geralmente surgem em contextos simples, desprovidos de validade universal, mas que nos permite compreender o conhecimento matemático ao nível de esquema e ação. As crianças freqüentemente utilizam os teoremas-em-ação em domínios de contextos fáceis e valores numéricos simples. Contudo, constituem-se como a primeira base intuitiva que os professores podem utilizar para ampliar e formalizar os conceitos dos alunos. Cabe ao professor a tarefa de expressar e objetivar os teoremas-em-ação para facilitar às crianças o uso dessas inter-relações em situações mais complexas.

Nehring (2001) em sua tese descreve as categorias apresentadas por Vergnaud acerca dos problemas multiplicativos que as divide em três grupos, a saber: isomorfismo de medida, produto de medida e proporções múltiplas, que serão comentados posteriormente.

Vergnaud (1994) justifica a necessidade de se trabalhar dentro da perspectiva do campo conceitual por este facilitar a compreensão do aluno e permitir que ele estabeleça conexões entre os diversos conceitos envolvidos em um mesmo campo conceitual. Acredita que quando trabalhamos isoladamente os conceitos, além de dificultarmos estas conexões, o aluno levará cerca de 10 anos para aprendê-los em sua totalidade. Ou seja, ao trabalharmos com o campo conceitual além de facilitarmos a compreensão de tais conceitos e as relações existentes entre eles também economizaremos tempo. Promoveremos uma aprendizagem significativa com menor dispêndio de tempo. Também estaremos oferecendo um conhecimento de base que certamente servirá de alicerce para aquisições futuras, ou melhor, ofereceremos subsídios que facilite a compreensão de conceitos novos e mais complexos.

Ao criticar o ensino escolar, Vergnaud (1994) argumenta que este subestima a capacidade do aluno e acredita que este só conseguirá entender se os conceitos forem explorados de maneira isolada, partindo do mais simples para o mais complexo, caso contrário, sua aprendizagem estaria comprometida. A conseqüência deste tipo de ensino é que os alunos dificilmente conseguem entender, por exemplo, por que ao calcular o preço de 5 miniaturas de carro a quatro dólares cada, o valor é dado em dólares em não em carros. (VERGNAUD, 1994, p.47).

As dificuldades das crianças são distintas, mas por volta dos 7-8 anos geralmente reside no fato de não conseguirem lidar com mais de uma variável. Ao contrário, ao trabalharem com situações que envolvem mais de uma variável, a tendência é de que fixem em apenas uma.

Utilizando o exemplo acima, é difícil para uma criança de 7-8 anos entender 4 dólares vezes 5 carros (4 x 5) como sendo a interação do pagamento de 4 dólares, 5 vezes. Ou seja, é difícil explicar para esta idade a propriedade comutativa (4 interações de 5). Dificilmente entenderão 4x5 e 5x4 como similares.

Deste modo é demasiadamente importante a escolha de situações que podem trazer novos conceitos ou novos aspectos em um conceito mais significativo. Para Vergnaud (1994, p.58): *precisamos desenvolver uma teoria mais consistente de ensino de situações casadas com a epistemologia da matemática e da psicologia da aprendizagem matemática.*

Enfim, um grande número de situações precisam ser classificadas e analisadas cuidadosamente, pois um campo conceitual pode descrever a hierarquia de possíveis competências desenvolvidas por alunos dentro e fora da escola.

Assim, estaremos assumindo o compromisso de tornar a matemática acessível à todos, uma vez que esta *consiste em uma espécie de interface entre o espírito humano e o mundo.* Além disso, *a matemática fornece um instrumental de pensamento que é essencial para o exercício da cidadania*. (RUIZ e BELLINI, 2001, p. 1)

3.3.2 Compreendendo as categorias das estruturas multiplicativas[15]

Como comentado anteriormente, Vergnaud categorizou os problemas multiplicativos e os dividiu em três grupos. É sobre estes grupos que falaremos agora, com intuito de explicitarmos ao máximo para que possamos compreendê-los da melhor maneira possível.

a) Isomorfismo de medida

Consiste em uma simples proporção direta entre duas grandezas (pessoas e objetos, bens e custos, tempo e distância, etc.). Este se subdivide em três, de acordo com as operações solicitadas.

[15] As idéias sintetizadas neste item foram extraídas da tese de doutorado de Cátia Maria Nehring, intitulada "Compreensão de texto: enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória" e defendida em 2001 no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSC.

I- Multiplicação

Consiste em situações problemas que envolvem 4 termos, por exemplo:

João comprou 20 balas. Pagou R$0,10 por cada bala. Quanto custaram todas as balas?

Uma fazenda de 112 hectares produz 30.000kg de cebola por hectare. Qual a sua produção total?

Para Vergnaud existem duas maneiras possíveis para a resolução de problemas deste tipo: **Lei binária de composição** – (a x b) neste caso é preciso conceber a e b como números e não como grandezas; **Operação Unívoca –** esta pode ser realizada de dois modos distintos: usando um *operador escalar* (*b* não possui dimensão), uma razão de duas grandezas de mesma espécie ou um *operador de função* (*a* representa o quociente da função-linear), sua dimensão é o quociente de duas outras dimensões.

II- Divisão

Esta subclasse apresenta duas categorias:

Primeira categoria: determinar o valor unitário. Exemplo:

Marília ganhou de sua avó 12 bombons. Ela quer repartir igualmente seus bombons com João e Mariana. Quantos bombons cada um deverá receber?

Marquinhos comprou uma grande quantidade de figurinhas. 10 figurinhas custam R$1,60. Qual o valor que ele pagará por cada figurinha?

Segunda categoria: Encontrar x conhecendo f(x) e f(1). Exemplo:

Vicente possui R$16,00 para comprar picolés. Sabendo-se que cada picolé custa R$0,80, quantos picolés ele poderá comprar?

Uma fábrica de calçados produz 50 pares por hora. Quanto tempo levará para que sejam produzidos 350 pares?

III- Regra de três

Problemas que regra de três permitem procedimentos distintos para sua solução, mas todos envolvem três ou mais variáveis. Exemplo:

Na casa de Jairo são consumidos 75 litros de água por semana. Quantos litros serão consumidos em 30 dias?

Para plantar tomates, um agricultor utiliza 5kg de semente a cada 2 hectares. Quantos quilos de semente serão necessários para plantar 7 hectares?

b) Produto de medida

Consiste na composição cartesiana de duas grandezas para encontrar uma terceira. Desta categoria participam os conceitos relativos à área, volume, superfície, produto cartesiano, além de outros conceitos físicos.

Esta categoria se subdivide em:

I- Multiplicação

Dado o valor da grandeza elementar, determinar o valor do produto da medida.

Exemplo:

Qual a área de um retângulo que possui 6m de comprimento e 3,5m de largura?

Qual o volume de uma jarra que possui 50cm de altura e 4,5cm de área da seção transversal?

De acordo com Nehring (2001) a solução a x b = X não pode ser facilmente analisada em termos de operadores escalares e funcionais, haja visto que implica produto de duas grandezas, tanto no aspecto dimensional como no aspecto numérico: área (m^2) = comprimento (m) x largura (m) e volume (m^3) = comprimento (m) x área da seção (m^2).

Na categoria Isomorfismo de medida, Vergnaud (1990) argumenta a dificuldade da criança em compreender porque ao multiplicar o preço de um objeto pela quantidade destes (centavos por carrinhos) o resultado é dado em centavos e não em carrinhos. Isto se distingue da categoria Produtos de Medida, em que se multiplica, por exemplo, centímetros por centímetros resultando em centímetros quadrados ou ainda meninos dançarinos x meninas dançarinas produz-se pares de dançarinos. Ou seja, para esta categoria é dado o valor de duas grandezas elementares para que seja encontrado o valor de outra grandeza que se constitui uma **relação.**

II- Divisão

Dado o valor do produto de grandezas e o valor de uma grandeza elementar, determinar o valor de outra grandeza. Por exemplo:

A área de um lago artificial é de 150m^2. Foram usados 320m^3 de água para enchê-lo. Qual a profundidade média do lago? (NEHRING, 2001, p.86)

A dimensão da quantidade encontrada, diferentemente do isomorfismo, embora possa ser concebido como um duplo isomorfismo, consiste no quociente da dimensão do produto pela dimensão de outra grandeza elementar.

Volume (m^3) ÷ área (m^2) = comprimento (m)

No entanto, o isomorfismo pode ser considerado como um produto:

tempo x velocidade = distância

volume x volume/massa (densidade) = massa

Para Nehring (2001) nestes casos podemos considerar a velocidade e a densidade como constantes. Contudo, no produto (ex: volume) ambas grandezas elementares (área da base e altura) são variáveis.

A autora ainda ressalta que na categoria do isomorfismo o quociente de dimensões representa uma grandeza derivada e não elementar. Pois tempo x velocidade = distância quer dizer que velocidade = distância ÷ tempo.

III- Produto cartesiano

Para exemplificar esta subclasse, Nehring (2001) recorre ao exemplo apresentado por Vergnaud:

Quatro meninas e três meninos estão dançando. Cada menino quer dançar com cada menina, e cada menina com cada menino. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis?

Neste exemplo, os pares poderão ser constituídos através de uma tabela de dupla entrada. A quantidade de pares é proporcional ao número de meninas, quando o número de meninos é admitido como constante, ou vice-versa.

A estrutura aritmética do produto cartesiano como um produto de medida constitui em grande dificuldade e pode ser concebido como proporção dupla, apesar de inicialmente constituir-se em uma proporção simples.

c) Proporções Múltiplas

Apesar de apresentarem-se de forma semelhante ao produto de medidas possuem uma diferença: grandeza proporcional a duas diferenças grandezas independentes. Por exemplo: *A produção de leite de uma fazenda é (sob certas condições) proporcional ao número de vacas e ao número de dias do período considerado.* (NEHRING, 2001, p.87)

O tempo está freqüentemente envolvido em tais estruturas por intervir em muitos fenômenos como um fator direto de proporcionalidade. Nesta categoria, as grandezas envolvidas possuem seus significados próprios e não podem ser reduzidas ao produto de outras grandezas.

Existem duas subclasses para esta categoria:

a) Multiplicação

Todos os procedimentos são multiplicativos, por exemplo:

Um grupo de 6 amigos decidiu passar 15 dias de férias em um hotel fazenda. O custo da diária por pessoa é de R$90,00. Qual será a despesa total do grupo?

b) Divisão

Dois modelos distintos são apresentados:

I- Determinar o valor unitário f(1,1). Por exemplo:

Um fazendeiro deseja calcular a produção média de leite de suas vacas durante os 180 melhores dias do ano. Com 17 vacas ele tem produzido 70.340 litros de leite durante este período. Qual a produção média de leite por vaca por dia? (NEHRING, 2001, p.88)

II- Determinar x conhecendo f(x, a) = b e f(1,1). Exemplo:

Um mercado tem recebido 500 kg de cereal. A distribuição padrão do cereal é 0,6 kg por pessoa por semana. Existem 236 pessoas no mercado. Por quanto tempo esta quantidade de cereal abastecerá o mercado?

Deste modo, temos que para Vergnaud (1983) uma função bilinear consiste em um modelo adequado para o produto de medida e para a proporção múltipla. Para ele, a relação de multiplicação não constitui uma relação binária, mas sim, quaternária que conduz às três relações explicitadas (Isomorfismo de Medidas, Produto de Medidas e Proporção Múltipla).

Estas idéias foram apresentadas para facilitar a leitura e a compreensão da coleta de dados que será apresentada no capítulo seguinte. Vale ressaltar que a análise dos dados será realizada com base nestas categorias e subsidiadas, também, pelas idéias de obstáculo epistemológico e didático apresentadas anteriormente.

CAPÍTULO 4.

O EXPERIMENTO

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino... Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.
(Paulo Freire)

4.1 Problema de pesquisa e encaminhamento metodológico.

Considerando que a matemática se constitui em uma grande barreira para a maioria dos estudantes provocado, em muitos casos, pela incompreensão de seus conceitos, este trabalho procurou investigar a origem dessa fobia. Assim, nosso problema consistiu em identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos presentes nas soluções dos problemas que envolvem as estruturas multiplicativas (fração, proporção, probabilidade, contagem etc.) para em seguida realizar uma intervenção pedagógica no curso de Pedagogia que permitisse aos seus alunos (futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental) refletir, discutir e, sobretudo, tomar consciência de tais obstáculos como um primeiro passo para sua superação.

Para tanto adotamos procedimentos metodológicos de natureza qualitativa, mais especificamente o estudo de caso, uma vez que este permite *compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas (...) relacionadas à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada a que estão ligadas.* (LUDKE e ANDRÉ, 1986, pp. 18-19).

Ludke e André (1986, p. 18) destacam que, durante um estudo de caso, o pesquisador deverá estar sempre atento a novos (e importantes) elementos que podem surgir, mesmo tendo ele partido de alguns pressupostos teóricos iniciais que se constituíram como o alicerce da pesquisa. Portanto, parte do princípio de que *o conhecimento não é algo acabado, mas uma construção que se faz e refaz constantemente. Assim sendo, o pesquisador estará sempre buscando novas respostas e novas indagações no desenvolvimento do seu trabalho.*

Nisbet e Watt, apud Ludke e André (1986, p. 21), apresentam três fases para caracterizar o estudo de caso, a saber: 1ª - fase exploratória; 2ª – uma fase mais sistemática direcionada à coleta de dados e a 3ª – a fase da análise e da interpretação sistemática dos dados bem como da elaboração do relatório da pesquisa.

A fase exploratória apresenta-se como primordial no sentido de contribuir para uma melhor delimitação do problema a ser investigado. É o momento de se especificar as dúvidas, as questões ou pontos críticos, de estabelecer contatos iniciais para a entrada em campo, entre outros.

Já a segunda fase, consiste na coleta de dados especificamente. Para tanto, o pesquisador terá que utilizar instrumentos e técnicas variadas, de acordo com as características do objeto estudado. Fará um recorte, selecionando os aspectos relevantes, haja vista a impossibilidade *de explorar todos os ângulos do fenômeno num tempo razoavelmente curto.* (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p.22) Este recorte é fundamental para que haja uma melhor compreensão do problema investigado.

A terceira fase consiste em elaborar o relatório. Nessa fase, o pesquisador deverá juntar todas as informações, analisá-las, e disponibilizá-las aos participantes da pesquisa (sujeitos) para que possam manifestar suas reações acerca do estudo desenvolvido, sobre a validade do que foi aprendido.

Essas fases não constituem uma seqüência linear, mas se cruzam em diversos momentos, possibilitando, freqüentemente, o confronto teoria-prática.

Para a segunda fase – coleta de dados – utilizamos a solução de problemas por acreditarmos tratar-se de um mecanismo eficiente para diagnosticar as heurísticas de pensamento dos alunos, suas dificuldades, erros conceituais e, sobretudo, os obstáculos epistemológicos e didáticos que impediram a compreensão de conceitos fundamentais da matemática.

Para Polya (1997, p.1-2), um dos maiores estudiosos do tema, resolver um problema implica *em encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.*

Para este autor, resolver problemas é uma característica intrínseca ao ser humano. Todo e qualquer indivíduo pode se *inflamar e desfrutar a satisfação da descoberta.* No entanto, é preciso oportunizar nossos alunos para que isto ocorra no interior das escolas, o que é impossível em um ambiente que eternizou a reprodução. Portanto, é preciso mudar a prática desde os cursos de formação, criando um espaço para que os futuros professores possam se arriscar por caminhos diferentes, para que fujam do padrão, numa proposta de solução e discussão de situações-problema, o que justifica a opção metodológica adotada.

4.2 Procedimentos:

4.2.1 Etapas do desenvolvimento do experimento:

Pré-teste: Todos os alunos do último ano do curso de Pedagogia (ano de 2004) submeteram-se a uma prova que continha questões que envolviam conceitos fundamentais da matemática e que exploravam as estruturas multiplicativas.

Intervenção: Após o pré-teste, os alunos que manifestaram interesse, participaram de um curso de extensão gratuito com duração de 40 horas onde puderam rever/reelaborar/reconstruir e tomar consciência de suas limitações em relação aos conceitos abordados pela prova aplicada no pré-teste.

Pós-teste: Ao término da intervenção, novamente os participantes foram submetidos a uma prova matemática.

Pós-teste postergado: Este foi aplicado em fevereiro de 2005 aos alunos que passaram pelas três fases anteriores, com intuito de verificar se houve de fato uma melhor compreensão dos conceitos trabalhados.

4.3 . Participantes:

Participaram desta pesquisa sete alunas do último ano do curso de Pedagogia do Centro Universitário Toledo de Araçatuba, sendo que uma já atuava como professora de educação infantil, uma outra atuava como agente de organização escolar (função administrativa), uma terceira trabalhava como alfabetizadora em um programa de alfabetização de adultos. Quatro não atuavam na área.

Cabe ressaltar que a pesquisadora visitou a turma, apresentou seu trabalho e convidou todos os alunos a participarem da pesquisa, mas que o fizessem de livre e espontânea vontade. A princípio, todos se manifestaram favoravelmente. No entanto, ao iniciarmos a intervenção, somente sete alunas compareceram e participaram do pós-teste e do pós-teste postergado devido ao fato de a maioria dos alunos trabalhar no comércio, o que dificulta um horário disponível para participarem de cursos ou eventos que são oferecidos fora do horário de aula.

4.4 Descrição do pré-teste:

O pré-teste foi aplicado em junho de 2004 no horário normal de aula do curso. Antes da aplicação do teste, foram expostos o trabalho e o objetivo da pesquisadora. Em seguida, foi solicitada a participação de todos os alunos na pesquisa, enfatizando a importância deste processo para o crescimento de todos os envolvidos, mas que não se sentissem obrigados a fazê-lo. Todos os 26 alunos presentes na sala participaram do pré-teste. Não houve tempo determinado de prova. Foi sugerido que fizessem durante o tempo que julgassem necessário. No entanto, o último aluno a entregar a prova entregou com 55 minutos após tê-la iniciado. Neste momento percebemos a angústia de muitos alunos. Uma delas chegou a mostrar-se desesperada, extremamente fóbica em relação à matemática a ponto de entregar a prova totalmente em branco.

A prova constava dos seguintes problemas:

1 Na sorveteria "Castelo" há sorvetes de cinco sabores – limão, chocolate, coco branco, creme e uva. Ao comprar um sorvete de duas bolas, de quantas formas posso escolher?

2 Tenho duas jarras; em uma delas despejo 6 copos de água e 3 colheradas de açúcar e na outra 5 copos de água e 2 colheradas de açúcar. Em qual jarra a água fica mais doce?

3 Comente a afirmação abaixo.

"Gosto dos sorteios que aparecem na TV porque minha chance é sempre meio-a-meio – metade ganhar, metade perder."

4 Tenho dois "montes" de fichas brancas. Um monte contém 10 fichas e o outro 5 fichas. No primeiro monte existem 4 fichas marcadas e no segundo

2 fichas marcadas. Em qual dos dois montes tenho melhores chances de pegar, ao acaso, uma ficha marcada?

5 Minha mãe tem uma foto muito especial que mede 10cm por 15cm. Ela quer ampliá-la fazendo o lado menor medir 30cm. Quanto vai medir o lado maior?

6 Tenho duas bolinhas com o mesmo peso, uma de vidro e uma de chumbo. Deixo cair suavemente cada uma delas em um copo totalmente cheio de água. Qual delas fará derramar mais água?

7 O piso de uma sala que mede 3m por 5m vai ser revestido com lajotas quadradas de 25cm de lado. Quantas lajotas serão necessárias?

Vale ressaltar que a opção por estes problemas se deve à tentativa de provocar desequilíbrio, de desestabilizar algumas concepções fortemente arraigadas, tais como a idéia de probabilidade associada à sorte. Portanto, nosso objetivo consiste em provocar a **desconstrução** de alguns conceitos para que, tomando consciência desses erros, as alunas, futuras professoras, possam trabalhar no sentido de reconstruí-los adequadamente.

4.4.1 Resultados obtidos no pré teste:

Questão 1:

Na sorveteria "Castelo" há sorvetes de cinco sabores – limão, chocolate, coco branco, creme e uva. Ao comprar um sorvete de duas bolas, de quantas formas posso escolher?

Para esta questão as respostas foram variadas. Uma das alunas a entregou em branco. Três escreveram todas as combinações que julgavam possíveis:

limão e chocolate; limão e coco branco; limão e creme; limão e uva

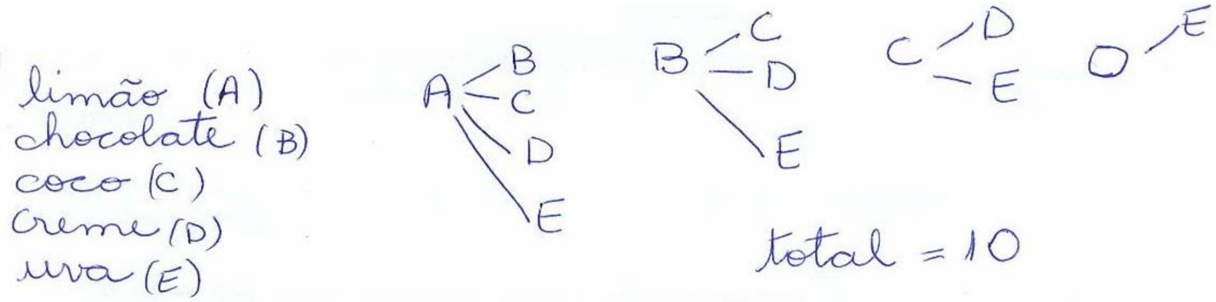
chocolate e coco branco; chocolate e creme; chocolate e uva

coco branco e creme; coco branco e uva

creme e uva.

10 maneiras

Uma delas apresentou o seguinte esquema:



Duas conseguiram, além das anteriores, fazer mais combinações repetindo os sabores: limão e limão; chocolate e chocolate; coco branco e coco branco; creme e creme, uva e uva, conseguindo 15 maneiras distintas. Contudo, uma delas se esqueceu da combinação uva e uva.

Uma outra estudante apresentou a seguinte resposta:

5 sabores – combinações possíveis;

a) 2 bolas divididas em 4 sabores (½ , ½, ½, ½,)

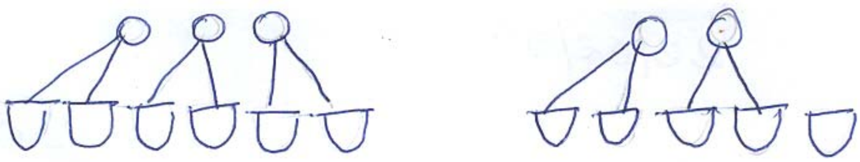
b) 2 bolas com os sabores preferidos

c) 1 bola com 2 sabores e uma bola inteira com um 3º sabor

Questão 2:

Tenho duas jarras; em uma delas despejo 6 copos d’água e 3 colheradas de açúcar e na outra 5 copos d’água e 2 colheradas de açúcar. Em qual jarra a água fica mais doce?

Das 7 alunas envolvidas, uma entregou a questão em branco, três afirmaram que a água mais doce estava na jarra que continha 6 copos d’água, alegando que dava meia colher para cada copo. Uma delas, ainda justificou da seguinte maneira: $6 \div 3 = 2$ e $5 \div 2 = 2{,}5$. As outras duas justificaram através da representação gráfica:



Na jarra com 6 copos de água

Outras 3 alunas responderam ser a segunda jarra, ou seja, a que continha 5 copos de água. Duas não justificaram e uma justificou assim:

$3 \div 6 = 0{,}5$ *e* $2 \div 5 = 0{,}4$

Questão 3*:*

Comente a afirmação abaixo.

“Gosto dos sorteios que aparecem na TV porque minha chance é sempre meio-a-meio – metade ganhar, metade perder.”

Quatro alunas apresentaram a questão em branco. Uma se limitou a dizer que a afirmação era falsa. Outra demonstrou não compreender exatamente o que a questão pedia ao responder: *Falso. Não são apenas os sorteios da TV que tem esta probabilidade de ganhar ou perder.*

E a sétima integrante do grupo, demonstrando muita segurança, respondeu da seguinte forma:

(4) Os sorteios são sempre muito difíceis, então a expressão meio-a-meio, acredito que seja um pouco vaga, pois sabe-se da grande ~~probalid~~probabilidade de se perder. O próprio nome já diz sorteio, quem tiver "sorte"!

Questão 4

Tenho dois "montes" de fichas brancas. Um monte contém 10 fichas e o outro 5 fichas. No primeiro monte existem 4 fichas marcadas e, no segundo, 2 fichas marcadas. Em qual dos dois montes tenho melhores chances de pegar, ao acaso, uma ficha marcada?

10 – 4 = 6 e 5 – 2 = 3. Portanto, no segundo monte onde a chance de erro é menor. (uma aluna apresentou esta resposta)

Uma outra garante que as chances são maiores no segundo monte, e justifica:

No monte com 5 fichas afinal são apenas 3 fichas em branco, enquanto no monte de 10 são 6

10 ÷ 4 = 2,5 e 5 ÷ 2 = 2,5. Nos dois montes as chances são as mesmas. (três alunas responderam desta forma)

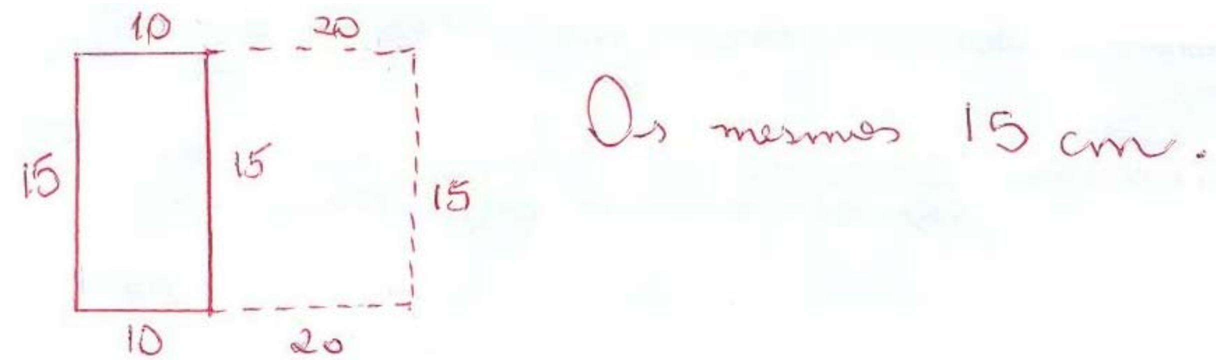
Outras duas não conseguiram resolver a questão.

Questão 5

Minha mãe tem uma foto muito especial que mede 10cm por 15cm. Ela quer ampliá-la fazendo o lado menor medir 30cm. Quanto vai medir o lado maior?

De 10cm para 30cm aumentaram 20cm. Aumentando 20cm no lado maior ele ficará com 35cm. (Essa resposta foi dada por 2 alunas)

Os mesmos 15cm, pois ela não diz que vai aumentar o outro lado. (apenas uma aluna respondeu dessa forma), e sua representação foi a seguinte:



Outras 4 afirmaram ser 45cm e suas justificativas foram:

45cm, pois o lado de 10cm irá medir 30 – duas vezes mais. Sendo assim 15cm x 2 = 30 e 30 + 15cm iniciais = 45cm (duas justificaram desta maneira).

De 10 para 30 triplicou o tamanho. Então tenho que triplicar o outro lado – 15 x 3 = 45 (duas apresentaram esta justificativa).

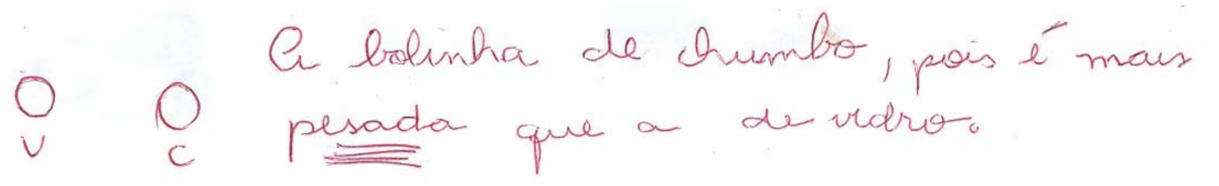
Questão 6

Tenho duas bolinhas com o mesmo peso, uma de vidro e uma de chumbo. Deixo cair suavemente cada uma delas em um copo totalmente cheio de água. Qual delas fará derramar mais água?

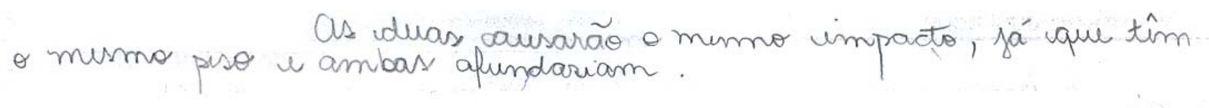
A bolinha de vidro, pois é mais leve e seu tamanho será maior. (duas justificaram assim)

Depende da distância de onde foi lançada (apenas uma resposta deste tipo)

Uma aluna assegura que é a bolinha de chumbo e justifica:



Duas alunas afirmaram que derramariam a mesma quantidade de água, uma vez que ambas têm o mesmo peso:



A sétima componente do grupo entregou a questão sem resposta.

Questão 7

O piso de uma sala que mede 3m por 5m vai ser revestido com lajotas quadradas de 25cm de lado. Quantas lajotas serão necessárias?

Duas alunas fizeram uma tentativa de resposta. Não conseguindo, resolveram entregá-la em branco.

Outras duas simplesmente afirmaram que deveriam haver $15m^2$ de lajotas, mas não conseguiram calcular quantas lajotas seriam necessárias.

Duas alunas calcularam deste modo:

Serão necessárias 60 lajotas

3 x 5 = 15m *1m = 100cm* *1500cm ÷ 25cm = 60*

3m = 300cm

5m = 500cm

E uma outra resposta foi que seriam necessárias 240 lajotas. Para tanto, a aluna recorreu ao esquema gráfico e fez os seguintes cálculos:

Em um metro quadrado cabem 16 lajotas. Para revestir $15m^2$*, vou precisar de 240 lajotas, pois 16 x 15 = 240.*

Após a aplicação do pré-teste verificou-se uma grande quantidade de questões em branco. No entanto, analisando as questões respondidas, observou-se que os conceitos de contagem, probabilidade, proporcionalidade, área, peso e volume apresentavam-se inconsistentes. Por este motivo, elaboramos um curso de extensão com duração de 40hs/a direcionado para a exploração dos conceitos. Para tanto, contamos com a colaboração de um professor licenciado em Matemática com doutorado em Educação que trabalhou como como assessor da pesquisa.

4.5 Descrição da intervenção:

O curso de extensão foi oferecido no mês de outubro de 2004, sempre aos sábados para facilitar a participação das alunas e tinha por objetivo promover a tomada de consciência dos obstáculos identificados no pré-teste, oferecer uma oportunidade aos estudantes de Pedagogia de reverem alguns dos conceitos matemáticos, além de aprofundar os conhecimentos da pesquisadora acerca das concepções que estes estudantes apresentavam sobre os conceitos explorados.

Inicialmente, trabalhamos com o campo conceitual aditivo com intuito de facilitar o trabalho com o campo conceitual multiplicativo, uma vez que se o primeiro apresentasse problemas, teríamos que rever nosso trabalho. Por isso, no primeiro momento, apresentamos um vídeo no qual uma professora de educação infantil explorava com seus alunos as estruturas aditivas através de jogos e brincadeiras, como o pular cordas, por exemplo. Cada criança registrava o número de vezes que conseguia pular. Voltando para a sala de aula, a professora solicitou às crianças que colocassem no quadro a quantidade de vezes que cada um conseguiu pular e começaram os questionamentos: Quem conseguiu pular mais? Quem pulou menos? Quantos pulos faltaram ao Fernando para que ele pulasse a mesma quantidade de vezes que o Lucas? E assim sucessivamente. Após os questionamentos os alunos organizaram os resultados no quadro de forma que estes pudessem se configurar num gráfico de barras. Discutimos o trabalho desenvolvido, o envolvimento das crianças, a maneira como a matemática foi apresentada. Enfim, alguns princípios da Educação Matemática.

Em seguida, propusemos que jogássemos um pouco para entender melhor a proposta de trabalho da professora que aparecia no vídeo. Para tanto, utilizamos vários jogos; alguns industrializados (feche a caixa, pega-varetas, ludo, baralhos, kalah) outros confeccionados (jogo das borboletas[16], bingo, jogo da memória). Alguns jogos foram extraídos do livro de Constace Kamii e Retha DeVries intitulado *Jogos em grupo*, e jogados com o baralho, são eles: vale o maior, faça 10, some 10, subtraia 5). No jogo ludo, foi proposta uma alteração na regra oficial de modo a atender as necessidades. Em todos os jogos, foram exploradas as diferentes maneiras em que as estruturas aditivas podem ser apresentadas às crianças, ou seja, abordamos todas as categorias dos problemas aditivos expostas por Vergnaud (1985). Foram entregues às alunas modelos dos jogos confeccionados e dos jogos realizados com baralho. Além dos modelos, foram especificados, num texto anexo, as regras, o material necessário, o número de participantes e as estruturas aditivas presentes.

Pudemos observar que, quando trabalhamos a matemática de maneira significativa, fugindo da reprodução, o interesse aumenta significativamente. Houve envolvimento total. O fato de conseguirem entender todas as categorias presentes nas estruturas aditivas e poder conceber um outro modo, mais agradável e mais facilmente compreensível de trabalhar com a matemática provocou euforia nas alunas. Tanto que logo no final do primeiro dia, sugeriram que pudéssemos estender o curso, pois acharam que 40 horas seriam insuficientes para reaprenderem os conceitos e fugirem das técnicas que haviam decorado. Interessante foi perceber a reação durante o jogo. A empolgação, a trapaça, o barulho tão evidente entre as crianças também pôde ser percebido entre as

[16] Este jogo foi utilizado anteriormente no desenvolvimento de um mini-curso intitulado Explorando as estruturas aditivas através de jogos" no EPREM (Encontro Paranaense de Educação Matemática) realizado em Foz-do-Iguaçu em 2002 juntamente com as colegas de curso Célia Finck Brandt e Nilcéia Ap. Maciel Pinheiro.

futuras professoras. Jogos que, a princípio deveriam ter sido explorados rapidamente apenas para facilitar a compreensão, exigiram muito mais tempo, pois quando começaram a entender melhor o conceito envolvido, a proposta do jogo e a desenvolver estratégias que pudessem levar à vitória, não queriam parar. A fase da intervenção foi muito interessante e o resultado superou as expectativas.

Num segundo momento, começamos a explorar as estruturas multiplicativas, que eram nosso maior objetivo. Diante da dificuldade de encontrar jogos que abordassem todas as suas categorias, optamos pela solução de problemas. Para tanto, foram propostas algumas situações-problemas que envolviam os conceitos de contagem, probabilidade, proporcionalidade, área, peso e volume. Além disso, retomamos os problemas abordados no pré-teste. Como recurso, utilizamos uma jarra com as unidades de medidas definidas, uma balança, sucatas e pedras. Para este dia, contamos com a participação de um professor de Matemática.

Fig. 1: Parte do material utilizado na intervenção

Começamos por abordar os problemas que elas haviam solucionado no momento do pré-teste. A reação, diferente do momento anterior, foi de estranheza e indignação. A frustração diante da dificuldade de resolver ou de conceber uma solução que não apresentasse fórmulas foi geral. Depoimentos como "assim não vale", ou "pensei que tinha que resolver pela fórmula" dominaram.

A angústia e, em muitos momentos, o aparente desconforto só foram amenizados no decorrer do processo, durante a discussão e a troca de pontos de vista, diante da apresentação e da discussão das diferentes soluções por elas encontradas e dos questionamentos que fizemos acerca da maneira como resolveram. Além disso, não dissemos que suas soluções estavam erradas, mas diante dos questionamentos e das discussões, elas mesmas foram tomando consciência e logo foram apresentando seus erros e justificando-os, descrevendo suas heurísticas de resolução, de pensamento e identificando onde e por que erraram. Só por esta tomada de consciência das limitações já teria valido a pena o trabalho. A partir daí, começamos a ouvir depoimentos como "Eu não sei nada, como vou poder ensinar?"; "Meu Deus, estou perdida!".

No final do dia, após terem resolvido todos os problemas novamente, tirado suas dúvidas, demonstraram sentirem-se melhor, apesar de ainda estarem perplexas com algumas questões que não conseguiam conceber, como a idéia da probabilidade, pois ainda insistiam que era uma questão de sorte e que essa era como a fé: não tinha explicação racional.

4.5.1 Descrição das atividades desenvolvidas na intervenção

De início, exploramos o conceito de contagem refazendo um dos problemas apresentados no pré-teste, na qual deveriam apontar de quantas formas diferentes poderiam pedir um sorvete de duas bolas, considerando a existência de 5 sabores. A princípio, a resposta era simples: 5 sabores x duas bolas = 10. Portanto poderiam pedir de 10 maneiras diferentes. A hipótese de escolherem o mesmo sabor duas vezes foi inicialmente ignorada por algumas alunas. Combinações do tipo uva e creme e creme e uva foram consideradas iguais por algumas e distintas por outras que justificavam com argumento do tipo: *são diferentes porque eu gosto mais de creme, portanto quero chupar o sorvete de creme primeiro*, ou seja, ficou evidente a falta de um critério para a realização da contagem, uma vez que o único critério adotado foi o de colocar um sabor em evidência e fazer todas as combinações possíveis para este sabor e assim sucessivamente, até esgotarem todos os sabores.

Trabalhar com o conceito de proporcionalidade também não foi fácil, pois para o problema que questionava qual limonada era mais forte: a de 3 limões para 5 copos de água ou a de 5 limões para 7 copos de água por exemplo, afirmavam que eram iguais pois aumentaram 2 limões e 2 copos de água. Ficou clara a centração em apenas um elemento, o que é muito comum entre crianças, segundo Piaget (1975). No entanto, algumas hipóteses foram levantadas, até que a suposição de uma aluna fosse discutida: de que cada limão tivesse 100ml de "caldo". Assim, na primeira limonada seriam 300ml de limão para 5 copos de água e na segunda 500ml para 7 copos de água. Portanto, a segunda limonada seria mais forte, uma vez que na primeira teríamos 60ml de limão em cada copo e na segunda, 71,42...ml.

O conceito de probabilidade foi o que se mostrou mais resistente, pois apesar das discussões, não conseguiam, como já foi dito, abandonar a idéia da sorte. Este é, ao nossos olhos, o maior obstáculo a ser superado por este grupo. Os argumentos utilizados pareciam ser insuficientes para que pudessem ao menos pensar. O máximo que conseguimos foi mostrar que em um sorteio em que há milhares de apostas, as chances nunca são de 50%. Para tanto, discutimos o exemplo apontado por Ruiz e Bellini (2001) acerca da promoção dos "500 gols do Faustão" na época da Copa do Mundo de 1998 - embora os autores utilizem o exemplo para denunciarem o analfabetismo matemático dos brasileiros. Foram milhões de ligações, portanto, se um apostador fez apenas uma ligação, a chance de ganhar o carro era de apenas uma em milhões.

Na seqüência abordamos o conceito de volume, uma vez que a idéia de massa e volume se mostrou confusa. Com o uso da balança, de sucatas, pedras e uma jarra com água conseguimos mostrar a diferença. Alguns objetos foram pesados e colocados na jarra com água. Objetos com mesmo peso, mas de "tamanhos" distintos, quando colocados na jarra cheia de água nem sempre provocavam a alteração inicialmente imaginada pelas alunas. Deste modo verificaram que o fato de um objeto ser mais pesado que o outro não implica que ele tenha um volume maior. Mas chegar a esta conclusão não foi tão simples. Muitas hipóteses foram elaboradas e testadas até que esta idéia viesse à tona.

No problema que questionava qual deveria ser a medida do lado maior de uma foto 10 x 15 sabendo-se que ao ampliá-la o lado menor passaria a ter 30cm; as respostas apresentaram-se inconsistentes, pois asseguravam que o lado maior deveria medir 35cm, assim como no problema que indagava acerca da quantidade de lajotas suficientes para revestir uma sala de 3m x 5m sabendo-se que a lajota tinha 25cm de lado. Após argumentarmos a respeito, algumas tentativas de solução foram surgindo, tal como o desenho de um retângulo medindo 3cm X 5cm que foram preenchendo com as lajotas, chegando à conclusão que seriam necessárias 240 lajotas. Neste momento é que se convenceram de que era preciso considerar que a área era dada em metros quadrados, portanto para determinar a quantidade de lajotas deveriam utilizar o mesmo critério.

A resposta de algumas das alunas que inicialmente diziam que em 1m caberiam 4 lajotas e, portanto, seriam necessárias 60 lajotas (15 X 4= 60), o raciocínio utilizado demonstra uma certa coerência, embora tenham considerado 15m e não 15m^2. Logo após, começaram a justificar e verificar onde tinham errado.

Ao final da intervenção solicitamos novamente que tentassem responder aos problemas que resolveram no pré-teste e que havíamos acabado de discutir com intuito de verificar se a intervenção foi suficiente para desestabilizar as concepções fortemente arraigadas.

4.6 Descrição do pós-teste.

No pós-teste os resultados apresentaram avanços significativos em relação ao pré-teste, tanto pelas respostas apresentadas quanto pela discussão provocada após a realização da prova, onde pudemos ouvir frases como: *Desta vez foi mais leve, pois a gente* *já entendeu um pouco!* Foram evidentes o envolvimento do grupo e a satisfação demonstrada ao conseguirem responder algumas questões que anteriormente pareciam impossíveis.

No entanto, algumas concepções ainda se manifestaram resistentes, como por exemplo, a idéia da "sorte" no conceito de probabilidade. Esta idéia está tão arraigada que parecem não existir argumentos suficientes para derrubá-la. Vejamos seus resultados.

4.6.1 Resultados obtidos no pós-teste

Questão 1 – (Combinação de sabores de sorvete)

Uma aluna, fazendo novamente as combinações possíveis de seu ponto de vista, responde que poderiam ser feitas 15 combinações distintas: limão com limão, limão com chocolate, limão com coco, limão com creme e limão com uva; chocolate com coco, chocolate com chocolate, chocolate com creme e chocolate com uva; coco com coco, coco com creme e coco com uva; creme com creme e creme com uva e, por fim, uva com uva.

Uma segunda aluna, julgou possível 30 combinações já que 6 x 5 = 30.

Outras duas recorrem à representação gráfica para assegurarem que seriam possíveis 10 combinações.

Três alunas responderam ser possíveis 25 combinações. Para isso, representaram novamente todas as combinações que julgaram possíveis.

1- limão → chocolate
→ coco branco
→ creme
→ uva,
→ limão

chocolate → limão
→ coco branco
→ creme
→ uva
→ chocolate

coco branco → limão
→ chocolate
→ creme
→ uva
→ coco branco

creme → limão
→ chocolate
→ coco branco
→ uva
→ creme

uva → limão
→ chocolate
→ coco branco
→ creme
→ uva

25 formas de escolha

Questão 2 (jarras de água com açúcar)

Quatro alunas afirmaram que a água mais doce estava na jarra que continha 6 copos de água e justificaram da seguinte maneira:

3 ÷ 6 = 0,5 e 2 ÷ 5 = 0,4. Portanto há mais açúcar na jarra com 6 copos de água e 3 colheres de açúcar.

As outras três alunas asseguraram que a jarra com 5 copos de água e 2 colheres de açúcar continha a água mais doce. Suas respostas foram semelhantes:

A água fica mais doce na opção com 5 copos de água. Eu posso ter 3 colheres de açúcar na opção com 6 copos de água, mas em comparação com a outra, também tenho um copo de água a mais para dividir a quantidade de açúcar, enquanto na primeira opção eu tenho apenas 2 colheres de açúcar para dividir entre 5 copos.

Questão 3 (sorteio da TV)

Nesta questão obtivemos duas respostas em branco e as demais foram variadas:

Esta afirmativa é negativa, pois em sorteios nunca é meio-a-meio, e sim uma chance em milhões. (Apesar de redigirem de formas distintas, atribuímos esta resposta a duas alunas).

As demais integrantes do grupo apresentaram as respostas abaixo:

É preciso analisar os sorteios para verificar se realmente as chances são iguais pra todos.

Falsa. As chances não são de 50%,. Depende do número de cupons.

Falsa, pois a probabilidade de perder é muito maior já que há muitos concorrentes.

Questão 4 (Monte de fichas)

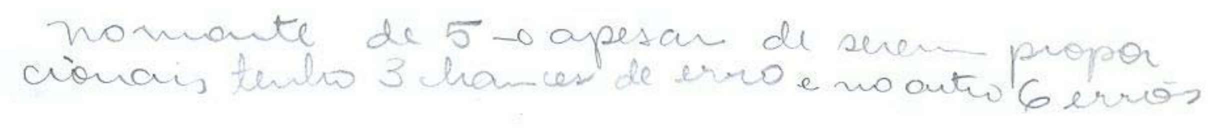
Três alunas apontaram para a igualdade de oportunidades e justificaram

A probabilidade será a mesma, pois $10 \div 4 = 2{,}5$ *e* $5 \div 2 = 2{,}5$

Outras três indicaram o segundo monte como sendo o que oferecia melhores chances de pegar ao acaso uma ficha marcada:

No segundo monte (com 5 fichas). Apesar de serem proporcionais tenho apenas 3 chances de erro, enquanto que no primeiro minhas chances de erro é maior (6).

No entanto, uma delas revela vestígios da noção de proporcionalidade:



E a sétima integrante do grupo apontou o primeiro monte como sendo o de maior probabilidade de acerto, considerando que havia mais fichas marcadas.

Questão 5 (Ampliação da foto)

Quatro alunas responderam que o lado maior medirá 45cm pois, triplicando um lado, deve-se triplicar o outro. E justificam:

15 + 15 + 15 = 45cm

Uma outra, demonstrou dúvida, pois ao fazer o desenho, aumentou 20 cm no lado menor, mas não tinha certeza do que deveria fazer com o lado maior. Por isso sua resposta foi: *Continua medindo 15cm?*

Apenas uma assegurou ser 35cm, pois se se aumentou 20cm de um lado deve-se aumentar igualmente 20cm do outro, ou seja, 10 + 20 = 30 e 15 + 20 = 35. Uma outra entregou a questão em branco.

Questão 6 (bolinhas de vidro e chumbo)

Três alunas indicaram a bolinha de vidro como sendo a que derramaria mais água e suas justificativas giraram em torno disso:

As bola de vidro por ser maior que a de chumbo.

Outras três responderam que ambas derramariam a mesma quantidade de água, considerando que o peso era o mesmo.

A sétima aluna apresentou a seguinte resposta:

A bolinha que fará derramar mais água será aquela que tiver um volume maior que consequentemente ocupará maior espaço no copo d'água.

Questão 7 (quantidade de lajotas necessárias para revestir o piso de uma sala)

Duas alunas recorreram à representação gráfica para responder. No entanto, os desenhos foram distintos. Uma desenhou um quadro utilizando 1cm para cada metro. Verificou que em cada metro poderia colocar 4 lajotas, visto que esta media 25cm. Assim, seriam necessárias 12 lajotas para um lado do retângulo desenhado e 20 lajotas para o outro lado. Em seguida fez a operação 12 x 20 = 240.

A outra desenhou o retângulo, no entanto dividiu-o em 15 quadrados, ou seja $15m^2$. Verificou que para cada m^2, seriam necessárias 16 lajotas; desenhou as 16 lajotas em cada m^2. Ignorou esta informação, contou 12 lajotas em um dos lados do retângulo e 20 lajotas do outro lado do retângulo e multiplicou esses valores: 20 x 12 = 240.

A terceira calculou a área da sala: 3 x 5 = 15m, mas esqueceu-se de que deveria colocar em m^2. Depois calculou 25 + 25 + 25 + 25 = 100cm = 1m, verificando que em 1m caberiam 4 lajotas. Logo multiplicou 15 x 4 = 60.

A quarta aluna a responder a questão desenhou o retângulo dividindo-o em 15 quadrados. Deixou o desenho de lado e fez: b x h = 3m x 5m = $15m^2$. Em seguida, multiplicou 15 x 4 = 60. No entanto, afirmou que 60 lajotas seriam suficientes para apenas $1m^2$. Por isso novamente multiplicou 15 x 60 = 900. Concluiu que seriam necessárias 900 lajotas para revestir todo o piso.

Uma outra aluna fez tudo de forma muito simples: 3 x 5 = 15m – medida da sala. Logo, multiplicou a medida da sala pela medida da lajota: 25 x 15 = 375, afirmando serem necessárias 375 lajotas.

Outra afirmou que em cada m^2 caberiam 16 lajotas. Portanto, multiplicando $15m^2$ por 16 lajotas chegou à resposta. Por isso escreveu:

3 x 5 = $15m^2$

Cada lajota 25cm - 4 x 4 = 16

Cada metro 16 lajotas.

15 x 16 = 240

A sétima aluna apenas afirmou serem necessárias 120 lajotas, mas não justificou.

4.7 Descrição do pós-teste postergado

O pós-teste postergado foi realizado no mês de março de 2005. Novamente foi solicitado às alunas que respondessem as questões da prova que haviam respondido no pré-teste e no pós-teste.

Nesse momento observamos a alegria e, ao mesmo tempo, ansiedade das alunas envolvidas por conseguirem resolver os problemas de maneira muito tranqüila e rapidamente. Foi gratificante ouvir frases como:

Agora que estávamos começando a aprender vão acabar nossos encontros!

Que tal se a gente continuasse, pelo menos uma vez por mês?

Poderíamos formar um grupo de estudos!

Estava começando a gostar de matemática!

Eu estava perdendo o medo, já não estava mais ficando desesperada para responder, como fiquei no primeiro dia!

Desse jeito (referindo-se à maneira como os conceitos foram apresentados e discutidos) *a matemática realmente não é um bicho-de-sete-cabeças! Tem coisas que ainda não entendi, mas se a gente continuasse com certeza ficaria mais claro.*

Além disso, ficou evidente que, após o trabalho realizado, é necessário um tempo para a reflexão, para se "digerir" melhor as idéias e os conceitos que foram reapresentados, revistos, porque os resultados do pós-teste postergado foram superiores aos resultados do pós-teste realizado no final da intervenção, como poderemos observar adiante. Portanto, os resultados foram sendo melhores na medida em que as antigas concepções foram sendo substituídas, ou melhor, no momento em que os conceitos puderam ser re-elaborados, reconstruídos e alguns dos obstáculos superados.

4.7.1 Resultados obtidos no pós-teste postergado

Questão 1

6 alunas fizeram novamente todas as combinações possíveis entre os 5 sabores de sorvete, chegando a conclusão de que poderiam escolher de 25 maneiras distintas.

Uma aluna respondeu de forma bastante simples: *são 5 sabores. Posso fazer 5 combinações com cada sabor. Portanto, 5 x 5 = 25 combinações*

Questão 2

Seis alunas afirmaram ser mais doce a água da jarra que continha 6 copos de água e 3 colheres de açúcar, já que a proporção era de ½ colher da açúcar para cada copo de água..

Apenas uma aluna afirmou ser na jarra que continha 5 copos de água e 2 colheres de açúcar, justificando, através do desenho que, no início, a proporção era a mesma: 1 colher para cada copo de água. (Desenhou 3 copos de água e 3 colheres de açúcar para a primeira jarra e 2 copos e 2 colheres de açúcar para a segunda jarra) Mas, ao acrescentar 3 copos de água em cada jarra, afirma: *a primeira vai ficar* ***menos*** *doce, pois terá mais água.*

Questão 3

Uma aluna respondeu que a afirmação não era verdadeira, pois não se concorre com a TV (no sentido de ser apenas um concorrente), mas sim com centenas de telespectadores.

Três garantiram ser falsa a afirmação, pois para se ter 50% de chances de ganhar seria necessário estar concorrendo com 50% dos bilhetes que estavam presentes no sorteio. Uma delas foi taxativa: *Não concordo com a afirmação, pois a chance não é meio-a-meio e sim uma chance em milhões.*

Duas alunas afirmaram ser falsa, pois as chances dependiam do número de apostadores. *Se fossem apenas dois* (apostadores) *as minhas chances são de 50%. Mais que isso minhas chances diminuem.*

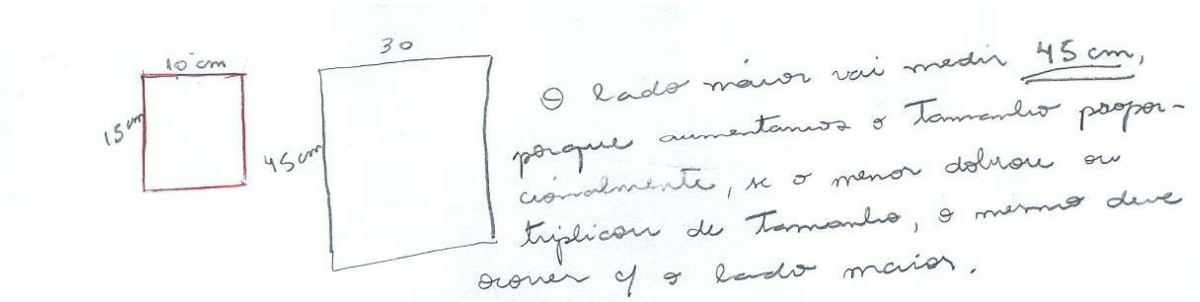
A sétima aluna assegurou que a afirmação era falsa, mas se limitou a dizer: *posso ganhar mais ou menos.*

Questão 4

As sete alunas foram taxativas: *As chances são as mesmas nos dois montes, pois o número de fichas é proporcional.* E, de maneira geral, as justificativas foram semelhantes:

Questão 5

As sete alunas participantes responderam que o lado maior deveria ficar com 45cm, porque triplicando o lado menor, também teria que triplicar o lado maior.



Questão 6

Uma das alunas argumentou que derramaria mais água a bolinha que apresentasse maior volume. Por isso apontou para a bolinha de vidro: *A bolinha que possuir maior volume, acredito que é a de vidro.*

Outras 6 alunas garantiram que era a de vidro, embora as justificativas fossem diferentes:

A de vidro por ser mais densa.

Com o mesmo peso a bola de vidro será maior e por isso ocupará mais espaço no copo, derramando mais água. (três justificaram dessa forma)

A de vidro por ter maior volume (duas apresentaram essa justificativa), uma delas, com muita segurança:

Com o mesmo peso, a bolinha de volume maior, certamente a bolinha de vidro

Questão 7

Três alunas resolveram de maneira simples:

3 m x 5 m = 15 m²

1 metro² = 16 lajotas

16 x 15 = 240 lajotas.

Uma outra (quarta) apenas assegurou serem necessárias 240 lajotas, mas não justificou.

Já a quinta participante resolveu da seguinte maneira:

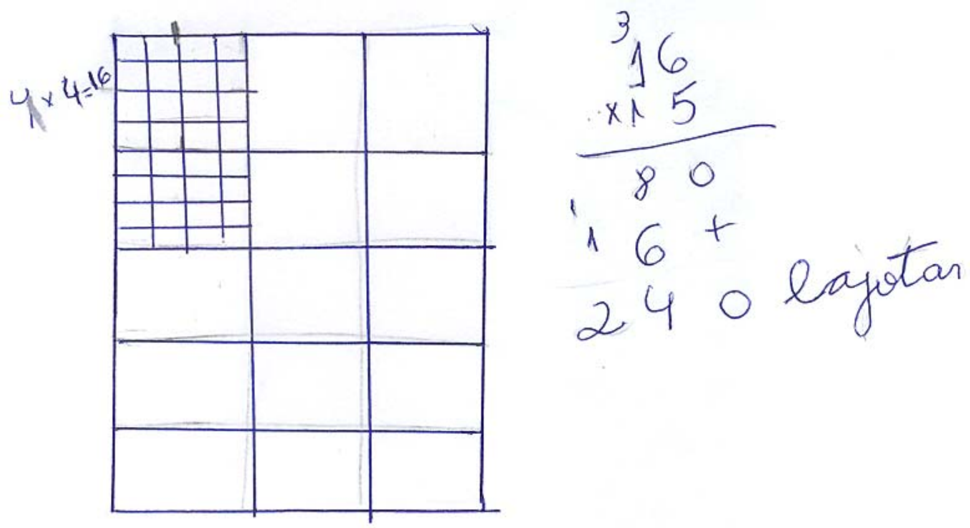
Para cada metro – 4 lajotas – 3 x 4 = 12 lajotas na parede com 3m

Para cada metro – 4 lajotas – 4 x 5 = 20 na parede com 5 metros

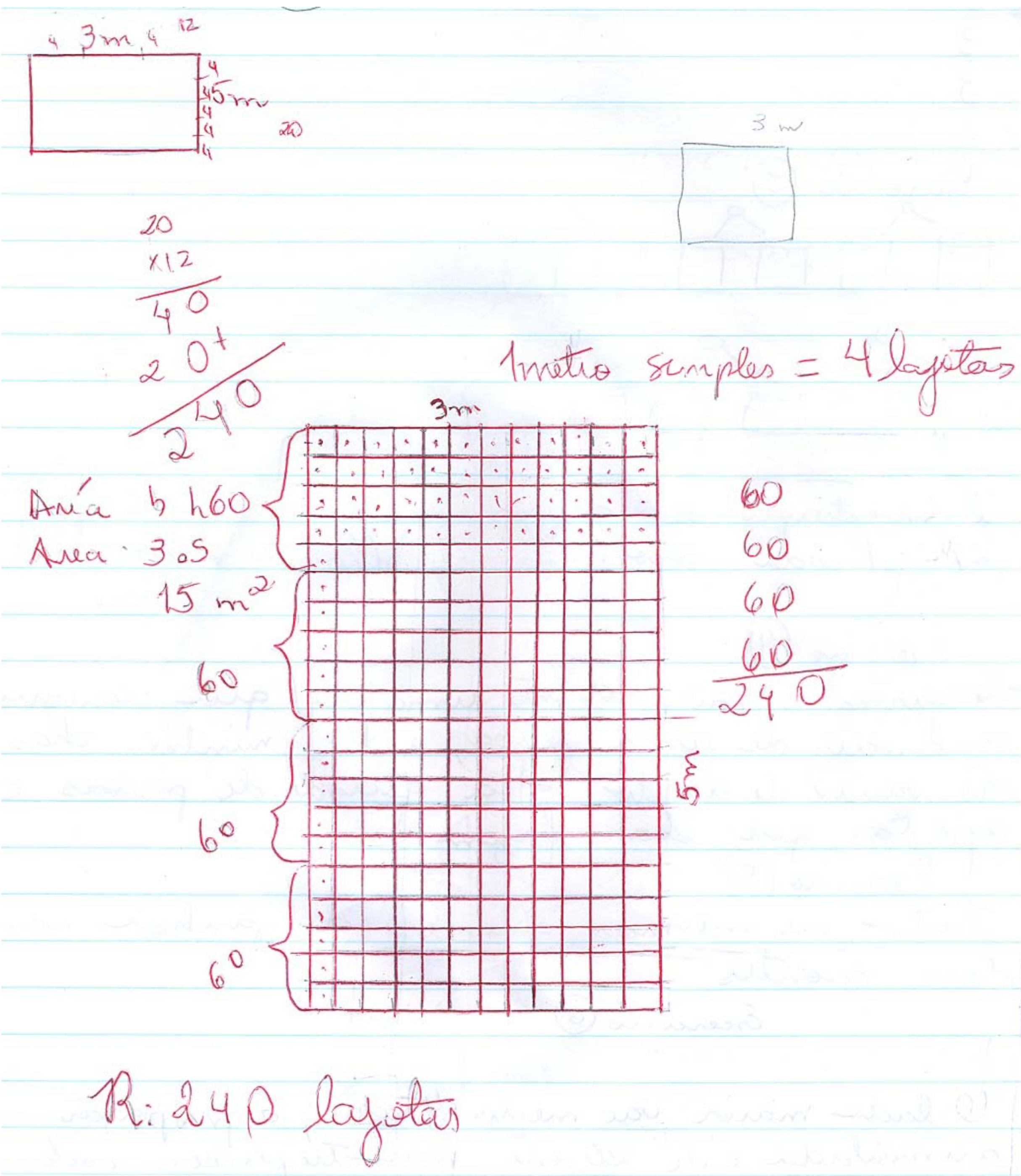
Sala 3 x 5 = 15m²

Fez o desenho de um retângulo com 12 lajotas de um lado e 20 do outro e concluiu: *12 x 20 = 240 lajotas*

Uma outra participante também utilizou-se da representação gráfica para assegurar que seriam necessárias 240 lajotas. Para tanto, calculou a quantidade necessária para 1m² e multiplicou por 15:



Uma das alunas, apoiando-se na representação gráfica, desenhou o retângulo de 3 X 5 e colocou 12 lajotas de um lado e 20 lajotas do outro respectivamente. Depois, contando as lajotas chegou a conclusão que 5 fileiras comportavam 60 lajotas. Assim agrupou 4 conjuntos de 60 lajotas e somou: 60 + 60 + 60 + 60 = 240. Eis a solução desta aluna:



CAPÍTULO 5

TRATAMENTO DOS RESULTADOS:

Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender...
(Paulo Freire)

Neste momento faremos uma leitura a respeito dos resultados encontrados. Identificaremos os obstáculos encontrados em cada solução e faremos uma discussão teórica acerca deste. Para tanto, dialogaremos com os autores utilizados para subsidiar esta pesquisa.

Problema 1:

Problemas de combinatória, classificados por Vergnaud (apud Nehring, 2001) por isomorfismo de medida, envolvem em sua solução a idéia de contagem e incitam raciocínios variados, no entanto, com algo em comum: uma contagem aleatória, desprovida de critérios. Por isso um erro constante identificado é a não utilização de critérios. Conta-se, mais ou menos ao acaso. Por exemplo: tenho cinco sabores de sorvete para fazer combinações com duas bolas, poderei fazer 10 combinações por meio da multiplicação de 2 por 5.

A maneira como o problema foi formulado permitiu interpretações variadas, pois para algumas alunas a ordem dos sabores colocada na casquinha apresentou-se importante. Assim, a opção limão-chocolate foi interpretada como sendo distinta da opção chocolate-limão. Para outras, as duas opções foram consideradas iguais. Por este motivo, os resultados, a princípio, foram bem diferentes (10 maneiras, 20 maneiras e 25 maneiras distintas de se escolher um sorvete de duas bolas), embora com algo em comum: o apelo aos esquemas gráficos, estratégia bastante comum entre crianças. Esta forma de solução, apesar de satisfatória para este problema, implicaria numa variável didática que comprometeria a solução de um problema que envolvesse, por exemplo, 100 sabores distintos de sorvete para se escolher um sorvete de duas bolas. Portanto, verificamos que as participantes se utilizam dos agrupamentos para fazerem os cálculos, mas não o contrário.

Neste caso, acreditamos ter havido um obstáculo didático de origem didática além do obstáculo cultural, haja vista a facilidade com que encontramos, mesmo entre sujeitos não escolarizados, respostas como esta, denunciando a ineficiência da escola na formação matemática dos nossos alunos. Este tipo de solução revela certa ingenuidade de nossas alunas, pois a solução apresentada mostra-se muito semelhante à solução utilizada pelas crianças.

Problemas 2 e 4 e 5

A falta de compreensão da regra de três (isomorfismo de medida) conduz a erros triviais em problemas relacionados à proporcionalidade. A própria escola pode ser a responsável por esta incompreensão na medida em que, nas aulas de matemática, os professores insistem em dizer que quando uma grandeza aumenta e uma outra aumenta também, elas são proporcionais. Esta afirmação inclui as relações de diferença constante e não apenas as de razão constante, ou seja, a escola pouco contribui para a formação do conceito de proporcionalidade. Os estudos de Inhelder e Piaget (1972) mostram que, na construção do conceito de proporcionalidade, as crianças passam por uma fase em que é comum a centração em apenas um dos termos e que, em um passo posterior, concebem a proporção como relação de diferença constante. Apesar de a afirmação estar direcionada a crianças, é muito comum encontrarmos este tipo de atitude em adolescentes e adultos.

Isso justifica o fato de a pessoa não estabelecer a relação entre as quantidades de açúcar e água, por exemplo, ou seja, como as crianças citadas por Piaget e Inhelder (1972), nossas estudantes ainda mostram-se presas à centração. Assim, novamente encontramos um obstáculo didático de origem didática. Também podemos identificá-lo como obstáculo de origem cultural, ou seja, são obstáculos que permearam toda a formação destas alunas, tanto no contexto escolar como fora dele. Novamente observamos o despreparo de nossas alunas, o que está fortemente relacionado à formação que receberam, ou melhor, que não receberam, haja vista que a matemática escolar ainda está pautada na educação bancária, como bem definiu Paulo Freire.

Problema 3

Problemas que lidam com o conceito de probabilidade geralmente são difíceis de serem explorados, pois o conhecimento do senso-comum, bastante difundido e aceito como a idéia da “sorte” acaba por colocar barreiras e, muitas vezes, a recusa em aceitar como verdadeira uma resposta que não considere tal variável. Pessoas que se revelam crentes a esta idéia acabam por atribuir poderes mágicos ou místicos para situações como a enunciada no problema, acreditando ser esta uma questão não matematizável, o que conduz a comentários do tipo: eu tenho muita sorte em bingos! Por isso eu jogo sempre. Ou, ao contrário, eu sou azarada, nunca ganho nada!

A idéia de probabilidade aparecer associada à sorte, não nos causou surpresa, tendo em vista o fato de esta associação estar presente há séculos. Bennett (2003) aponta a existência de registros em escritos das antigas religiões, em que os sacerdotes e os oráculos faziam previsões “jogando ossos” ou observando se um número par ou ímpar de algum tipo de semente (nozes, por exemplo) era despejado em uma cerimônia. Este autor assegura que alguns mecanismos utilizados para tirar a sorte ou como aleatorizadores foram descobertos *em toda a Mesopotâmia, no vale do Egito, na Grécia e no Império Romano. No entanto, os primórdios da compreensão da probabilidade datam de meados do século XVI.* (idem, p.9). O autor ainda ressalta a freqüência com que pressupomos ser óbvio o conceito de aleatoriedade, quando na verdade ainda hoje encontramos diferentes visões a seu respeito entre os especialistas.

Paulos (1994) também nos alerta sobre a dificuldade que a maioria das pessoas possui para lidar com situações que envolvam o conceito de probabilidade. Geralmente as soluções apresentadas para os problemas que lidam com tal conceito, apresentam falhas no sentido lógico. Isso porque a escola, sempre priorizou a formação de hábitos, o emprego de técnicas, e não o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento operatório. Por isso, encontramos várias situações, que como o exemplo abaixo, demonstram o analfabetismo matemático e a carência do pensamento lógico:

> Um homem que viaja muito estava preocupado com a possibilidade de haver uma bomba a bordo do seu avião. Calculou a probabilidade disso, verificou que era baixa, mas não suficientemente baixa para ele, de modo que agora sempre viaja com uma bomba em sua mala de mão. Raciocina que a probabilidade de haver duas bombas a bordo seria infinitesimal. (PAULOS, 1994, p.25)

Por tudo que foi descrito, acreditamos ser este um obstáculo epistemológico, tal como definiu Bachelard (1996), pois, ao observarmos a história da matemática, encontramos problemas semelhantes. Além disso, parece ser uma questão cultural o uso de aleatorizadores para garantir a justiça e evitar desentendimentos quando temos que fazer algum tipo de escolha. Por isso também podemos dizer que se trata de um obstáculo didático de origem cultural.

Problema 6

Muitas pessoas apresentam uma grande dificuldade para lidarem com o produto de medidas, por isso, é comum confundirem massa e tamanho (volume), justificando a crença de que "se é grande, é pesado". Esse erro bastante comum tem uma justificativa: o conceito de volume é bastante difícil e de acesso tardio, segundo pesquisa desenvolvida por Vergnaud e Riccó (1986). No trabalho, os autores estudaram o conceito de volume com adolescentes de 11 a 15 anos, e encontraram 5 procedimentos distintos na solução de problemas, a saber:

- A solução correta: a multiplicação das três dimensões (largura x altura x comprimento;
- A solução do tipo “perímetro”: onde os cálculos se baseiam na soma das arestas, por exemplo:

  - 2 comprimentos + 2 larguras + 2 alturas

  - 2 comprimentos + 2 larguras + 1 altura

  - 4 comprimentos + 4 larguras + 4 alturas
- Solução do tipo “superfície: o cálculo se dá efetuando as áreas e a soma das áreas. Exemplo: 2 (largura x altura) + 2 (comprimento x altura);
- Solução do tipo “mista”: perímetro da base x altura.;
- Outros procedimentos: nesta categoria os autores agruparam as soluções dadas pelos alunos de modo que as respostas fossem do tipo:

  - apenas uma dimensão como a altura, por exemplo;

  - um volume “x” com a justificativa de “tenho algo semelhante em minha casa”.

  - repetição sem cálculo algum, das medidas das dimensões elementares: (“tanto de altura”, “tanto de comprimento”, “tanto de largura”).

Geralmente o conceito de volume quando explorado, com raras exceções, é apresentado de forma pouco compreensível. Além disso, o momento em que este é trabalhado na sala de aula talvez não seja adequado, considerando que, segundo a pesquisa anteriormente citada, este é um conceito de difícil compreensão. Por isso a necessidade de explorá-lo de forma mais sistematizada por volta dos 11 anos aproximadamente, como indicam Piaget e Inhelder (1972), quando a criança já dispõe de estruturas para compreendê-lo. Isto justifica a reprodução de fórmulas e técnicas tão comum entre os estudantes: falta-lhes compreensão. Talvez o trabalho escolar precoce e a não retomada deste conteúdo no decorrer do processo de escolarização tenha contribuído para reforçar a idéia da associação entre tamanho e peso. Apesar de Vergnaud e Riccó (1986) desenvolverem seus trabalhos com crianças, estamos utilizando-os por termos encontrado, mesmo entre adultos, os procedimentos acima mencionados. Não podemos afirmar que isto ocorreu pela exposição precoce do conceito em suas vidas escolares por não termos acompanhado os estudantes. No entanto, podemos desconfiar considerando o conhecimento que temos dos programas escolares e das práticas denunciadas em tantos trabalhos.

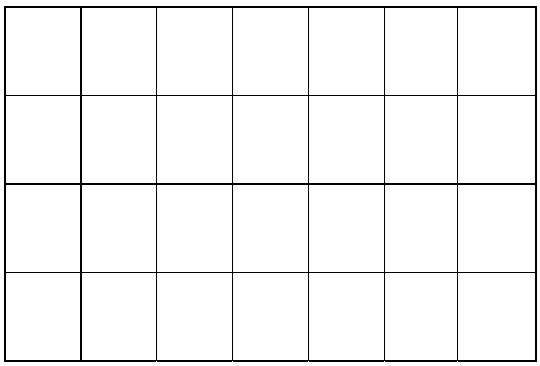
Desta forma, podemos dizer que se trata, também, de um obstáculo tanto de origem didática como de origem ontogênica, uma vez que acreditamos que, no momento em que foi trabalhado este conceito, os estudantes talvez não tivessem plenamente construídas as estruturas (no sentido piagetiano) que permitiriam compreender tal conceito. Assim, a memorização e o domínio de uma técnica, desprovidos de compreensão, provocaram o surgimento deste obstáculo.

Problema 7

A noção de área na escola geralmente é associada ao cálculo lado X lado e a de perímetro como sendo a soma dos lados. Isto justifica a maioria das pessoas se confundirem ao responderem questões que envolvam tais conceitos. Além da idéia de área, estão presentes, neste problema as idéias de proporção e contagem (isomorfismo de medida e/ou produto de medida), idéias já discutidas em problemas anteriores, embora mereçam alguns comentários, uma vez que as estratégias utilizadas para a sua solução, na maioria das vezes, baseavam-se em esquemas gráficos, que, por sua vez, suscitaram a utilização destas idéias.

Nehring (1996) em seu trabalho desenvolvido com crianças de segunda e terceira séries, encontrou estratégias semelhantes àquelas utilizadas pelas participantes desta pesquisa ao solicitar das crianças que respondessem à seguinte questão:

> *Escreva como podemos determinar o número de quadradinhos que possui a figura abaixo:*



Os resultados demonstram que a maioria das crianças responde a esta questão utilizando-se da contagem um a um (44% das crianças envolvidas) e da operação de multiplicação (linha X coluna ou coluna X linha – 25% das crianças), procedimentos estes, utilizados pelas participantes da nossa pesquisa ao responderem quantas lajotas de 25cm de lado seriam necessárias para revestir uma sala de $15m^2$, demonstrado no esquema gráfico apresentado anteriormente nos resultados do pós-teste postergado – problema 7 (p.127). Ao observarmos a solução apresentada, é possível verificar a marca do lápis nos quadros (lajotas) desenhados pela aluna, denunciando a contagem um a um.

Outra estratégia utilizada envolve a idéia de proporção. Neste caso, calcula-se a quantidade de lajotas necessárias para revestir $1m^2$ e multiplica-se este valor por 15, que corresponde à área total a ser revestida. Este tipo de solução provocou alguns equívocos, uma vez que a medida da lajota foi dada em centímetros e a medida da sala em metros. A conversão de medidas mostrou-se, para algumas participantes, um tanto complicada. De qualquer forma, esta estratégia requer um raciocínio mais elaborado.

Estas estratégias revelam a simplicidade e um nível de compreensão bastante elementar em que se encontram nossas futuras professoras, o que evidencia o reprodutivismo característico da nossa escola. Ou seja, nossas participantes, apesar de chegarem ao ensino superior, não conseguiram ampliar a compreensão dos conceitos fundamentais da matemática. Por este motivo, a dificuldade em ampliar a compreensão dos conceitos pode ser indício da existência de obstáculo, que, a nosso ver, pode ser caracterizado por um obstáculo didático de origem didática.

Em um estudo já citado anteriormente, Naracato et al (2004) demonstram como estudantes de Pedagogia apresentam dificuldades em utilizarem estratégias exploratórias de solução de problemas e de explicarem algumas estratégias de solução de problemas apresentadas por alunos do ensino fundamental. Neste estudo, as autoras apresentaram para alunos do curso de Pedagogia o problema abaixo:

> Luiza propôs o seguinte problema a sua classe:
> ‘uma pista circular tem 1.600m de comprimento. Quantas voltas completas dará nesta pista uma pessoa que quer caminhar 7.200m?
> Dentre as soluções corretas apresentadas, Luiza discutiu com a classe a estratégia de 3 crianças:

Estratégia do João	Estratégia da Alice	Estratégia do Marcelo
7.200 | 1600 - 6400 4 Resposta: A pessoa dará 4 voltas completas	1.600 + 1.600 3.200 + 1.600 4.800 + 1.600 6.400 + 1.600 8.000 Resposta: 4 voltas completas.	1.600 6.400 x 4 +800 6.400 7.200 Resposta: A pessoa dará 4,5 voltas

a) Analise cada uma das estratégias apresentadas, explicitando as idéias matemáticas que foram utilizadas.

b) Coloque-se no lugar de Luiza. Como você discutiria com a classe a resposta de Marcelo, que ao considerar a meia volta, é diferente da de seus colegas?

c) Justifique do ponto de vista da E. M., porque Luiza considerou corretas as três estratégias?'

Os resultados demonstram a dificuldade que os estudantes de Pedagogia apresentam em analisar as idéias matemáticas dos alunos, uma vez que limitam-se a descrever os procedimentos utilizados, chegando, muitas vezes, a ignorar a questão conceitual. Além disso, as autoras se surpreenderam com o domínio da tradição pedagógica de um único caminho possível de resolver um problema, evidenciando a presença de filosofias pessoais que necessitam ser explicitadas e trabalhadas, seja em curso de formação inicial, seja em curso de formação continuada. Segundo as autoras:

> (...) Colocados diante de situações em que terão que se posicionar quanto às suas filosofias pessoais e quanto às filosofias da Matemática e da Educação Matemática, os graduandos têm a oportunidade de revisitar suas crenças e valores, podendo refletir significativamente sobre os mesmos e buscar práticas diferenciadas daquelas vivenciadas enquanto estudantes. (NARACATO et al, 2004, p.p. 30-31)

Como mostram os estudos citados e os resultados da presente pesquisa, apesar dos avanços alcançados, nossos estudantes de Pedagogia carecem de uma boa formação matemática. Desta forma, fica evidente a necessidade de mudanças imediatas nos cursos de formação de professores. Mudanças estas que estejam pautadas em práticas inovadoras, numa concepção de Matemática mais aberta e dinâmica e, sobretudo, com um novo conceito de ensino e de aprendizagem da Matemática. Mais que resolver continhas e ensinar nossas crianças a resolvê-las, é preciso ensinar nossos estudantes a pensar matematicamente, a desenvolver diversas habilidades, a preocupar-se com grandes objetivos, como asseguram Lorenzato e Vila (1993). Para estes autores a formação matemática necessária para os estudantes de nosso século deve estar voltada para o desenvolvimento das seguintes habilidades: resolução de problemas; comunicação de idéias matemáticas; raciocínio matemático; aplicação da matemática a situações da vida quotidiana; atenção para com a razoabilidade da resposta; estimação; habilidades apropriadas de cálculo; raciocínio algébrico; medidas; geometria; estatística; probabilidade. (LORENZATO E VILA, 1993).

Podemos verificar que nossos estudantes de Pedagogia não apresentam estas habilidades, portanto, como poderão desenvolvê-las em seus futuros alunos? Mais uma vez fica evidente a necessidade de mudanças na formação de professores, em especial, na formação matemática para que possamos inibir a criação de analfabetos matemáticos, haja vista que *as crianças iniciam suas vidas como aprendizes ávidos e competentes. Aprendem a ter problemas com a aprendizagem em geral e com a matemática em particular.* (PAPERT, 1986, p.34)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Hoje me sinto mais forte, mais feliz quem sabe
Eu só levo a certeza de que muito pouco eu sei,
Que nada sei.
(Almir Sater e Renato Teixeira)

Neste estudo identificamos os obstáculos epistemológicos e didáticos presentes na solução de problemas que envolvem as estruturas multiplicativas entre estudantes do curso de Pedagogia, por acreditarmos que para o futuro professor das séries iniciais é imprescindível o domínio dos conceitos que deverá explorar com seus alunos. Para tanto, faz-se necessário que durante sua formação inicial este futuro professor (estudante do curso de Pedagogia), tenha um momento específico dedicado à revisão e à reconstrução de seus conceitos científicos, em especial os matemáticos por serem estes os que mais provocam fobias e temores entre os estudantes. Assim, o presente estudo buscou promover este momento durante o curso de formação dos estudantes de Pedagogia do Centro Universitário Toledo no município de Araçatuba, interior de São Paulo.

Os resultados encontrados demonstram que práticas como estas valem a pena ser implementadas, uma vez que os estudantes conseguiram amenizar suas dificuldades e tomar consciência de suas limitações, ou seja, conseguimos dar o primeiro passo, um dos mais importantes, no sentido da superação dos obstáculos encontrados, a saber: obstáculo didático de origem didática e de origem cultural (problemas de combinatória, regra de três, proporcionalidade por exemplo); obstáculo didático de origem ontogênica (conceito de volume) . Vale lembrar que estes obstáculos foram chamados por Bachelard (1996) de obstáculos pedagógicos, ou seja, obstáculos provocados pelo próprio professor, no interior das escolas, o que justifica a necessidade de mudanças significativas na formação de professores, pois permitir que nossos alunos terminem a graduação e saiam para o mercado de trabalho provocando obstáculos na aprendizagem de seus alunos ao invés de favorecerem e enriquecerem a aprendizagem dos mesmos é inadmissível em nossos dias!

Apesar dos avanços alcançados pelas estudantes envolvidas neste estudo, como pode ser observado na tabela abaixo, precisaríamos de um tempo maior para promover ao menos o desequilíbrio, de algumas idéias fortemente arraigadas, como, por exemplo, a idéia da probabilidade associada à sorte. Este foi o, único obstáculo epistemológico identificado e aparentemente o único intransponível entre o grupo pesquisado, haja vista que a idéia de sorte associada à probabilidade manteve-se inalterada.

Número de acertos	**Pré-teste**	**Pós-teste**	**Pós-teste postergado**
Problema 01	-	03	07
Problema 02	03	04	06
Problema 03	-	05	06
Problema 04	03	03	07
Problema 05	04	04	07
Problema 06	02	04	07
Problema 07	01	03	07

Tabela 01: Número de acertos no teste aplicado nas 03 fases da coleta de dados

Foi interessante observar, inicialmente, o desconforto e o temor apresentado pela maioria dos participantes, o que, de certa forma, contribuiu para a evasão das etapas posteriores. Mesmo tendo clareza acerca da postura de grande parte dos estudantes de Pedagogia no que diz respeito à falta de atitude, ao baixo desempenho, a pouca vontade de conhecer, de se envolver com pesquisa, a cultura do esperar tudo pronto e o grande temor que demonstram pela matemática, esperávamos um maior envolvimento, tendo em vista as poucas oportunidades de participarem de momentos como este.

No entanto, para os poucos que decidiram enfrentar o que chamaram de "*monstro*", foi gratificante ver o desconforto ser gradativamente substituído pelo sentimento de alívio, pela consciência de que todo este medo surgiu em decorrência do desconhecimento e pela falta de domínio dos conceitos básicos. Mais interessante foi notar a participação, o envolvimento cada dia maior, a "sede" em reconstruir os conceitos que permearam suas vidas por tanto tempo. A mudança de atitude diante de um novo problema, de uma nova situação foi definitiva para que pudéssemos discutir os conceitos a partir de suas concepções prévias e assim problematizá-los, testá-los em diferentes circunstâncias. A abertura oferecida por estas alunas no que diz respeito à exposição de suas limitações, fraquezas, dúvidas, foram definitivas para nosso trabalho. O que foi alcançado facilmente através do diálogo, de questionamentos, mas nunca de forma desrespeitosa ou que insinuasse "falta de inteligência".

Foi muito agradável observar, por exemplo, uma das alunas que respondeu à questão 4 do pré-teste (sorteio da TV), de que a afirmação "gosto dos sorteios que aparecem na TV por que minhas chances são sempre meio-a-meio: metade ganhar e metade perder" era verdadeira de maneira muito tranqüila, se surpreender com seu erro conceitual e, no momento do pós-teste, apresentar dúvidas em relação a este mesmo problema, pois havia respondido corretamente a questão 5, que também envolvia o conceito de probabilidade (tirar fichas marcadas ao acaso) e, no pós-teste postergado responder o problema 4 (sorteio da TV) com a mesma convicção que havia demonstrado no pré-teste, mas feliz por estar correta. Ou seja, fica evidente neste processo a tomada de consciência, pois verificamos a resposta inicial tranqüila, o desequilíbrio provocado em seguida quando surge a dúvida e novamente o equilíbrio quando responde com segurança e corretamente ao problema dado. Este desequilíbrio ficou evidente em alguns momentos, como demonstra a resposta apresentada a questão 5 (ampliação da foto - p.119) no pós-teste.

Deste modo, confirmamos que as idéias defendidas pela maioria dos autores citados neste trabalho de que é preciso criar, durante o curso de formação, momentos de discussão, de que é preciso trabalhar de forma colaborativa, que os saberes dos professores devem constituir temas de discussão, de pesquisa, de que os obstáculos precisam ser superados. E para que isso aconteça, é necessário primeiro, a tomada de consciência de sua existência, uma vez que a maioria dos estudantes de Pedagogia acredita conhecer o suficiente para poder ensinar. Ou seja, estas estudantes acreditam que tendo "`aprendido" as operações fundamentais da matemática (adição, subtração, multiplicação e divisão) enquanto estudantes do ensino fundamental, estão aptas a ensiná-las a seus alunos. No entanto, verificamos que mesmo estes conceitos nem sempre são tranqüilos. Dependendo da forma como são apresentados os problemas que envolvam tais conceitos, estas estudantes não conseguem resolvê-los. [17]

[17] Para maiores informações ver: GOMES, Maristela G.; RUIZ, Adriano R. *Competência matemática e tempo de escolaridade:* uma relação inexistente. Londrina: Cefil, 2001.

Nossa surpresa foi constatar que atitudes, soluções, heurísticas de pensamento esperadas em crianças e adolescentes, como demonstram várias pesquisas como de Vergnaud e Riccó (1986), Inhelder e Piaget (1972) e Nehring (1996) também são encontradas em adultos. Por que isso acontece, constitui um bom tema para outra pesquisa.

No entanto, se houver um momento durante o curso de formação, seja na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, seja em forma de cursos de extensão ou mini-cursos, fora da carga horária desta disciplina ou da grade curricular, como foi o caso desta pesquisa, isso será no mínimo, amenizado, já que a tomada de consciência constitui elemento essencial para a busca de superação de todo e qualquer obstáculo. Pois se não há dúvida, não há o que se questionar. Se tenho certeza do que faço, porque devo procurar outro caminho?

Trabalho interessante neste sentido, encontramos no Centro Universitário Toledo, onde a grade curricular do curso de Pedagogia atualmente contempla uma "disciplina" intitulada *estudos independentes* que deve ser cumprida fora do horário de aula, por meio da participação em seminários, congressos, cursos, enfim, em eventos que promovam aprendizagens diferenciadas, experiências diversificadas. Nesse sentido, muitos cursos têm sido oferecidos para que os alunos possam cumprir suas horas. O curso de extensão ministrado para a coleta de dados desta pesquisa foi novamente ministrado no final do ano passado com validação para os estudos independentes. Como professora da disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática e ministrante do curso R*evisitando a Matemática*, posso afirmar que, após a sua realização, as aulas de metodologia ficaram mais dinâmicas e aumentaram as participações, no que diz respeito aos questionamentos, ao interesse pela matemática, enfim, contribuiu significativamente para amenizar a fobia que muitos apresentavam pela matemática a ponto de no final do curso apresentarem como sugestão um curso sobre a solução de problemas, tendo em vista a dificuldade tanto em resolver como em elaborar problemas para seus alunos, uma vez que sentem uma grande dificuldade em discernir entre exercício e problema, curso este que terá início em agosto de 2006. Em decorrência disso, a proposta do curso de Metodologia do Ensino de Matemática já está sendo alterada para o segundo semestre. Os aspectos positivos serão incorporados em suas aulas. Portanto, a pesquisa desenvolvida também provocou mudanças significativas em minha prática pedagógica, diminuindo a angústia sentida desde o término da graduação.

Enfim, atividades como esta promove uma formação voltada para uma boa Educação Matemática garantindo a compreensão, a mudança de concepção de matemática, de ensino e de aprendizagem, além de promover uma mudança significativa de postura diante de problemas que envolvam qualquer conceito ou idéia matemática, haja vista que a fobia e o medo da matemática sentido pelas participantes da pesquisa e pela maioria dos estudantes dos cursos de Pedagogia, chega a ser critério para definir a opção pelo curso, tendo em vista que sua grade curricular não contempla a matemática, apenas a Metodologia do Ensino de Matemática, que, para estudantes de Pedagogia, está voltada simplesmente para o como ensinar.

Outro fato que merece algumas considerações diz respeito à imaturidade, à simplicidade nas estratégias de solução apresentadas pelas alunas, denunciando uma proximidade muito grande com o pensamento infantil, como demonstram as pesquisas já citadas de Piaget e Inhelder (1972) Vergnaud e Riccó (1986) e Nehring (1996). De certa forma, reflexo da formação escolar que tradicionalmente parte do princípio de que a aprendizagem é sinônimo de reprodução, numa concepção bancária de educação. Assim, nos questionamos por que isso ocorre se inúmeras pesquisas vêm sendo desenvolvidas no Brasil nos últimos anos na área de Educação Matemática. Estamos produzindo tantos conhecimentos a respeito, mas qual a influência que eles exercem na formação de nossas crianças e, antes disso, na formação de nossos professores? Qual formação matemática estamos oferecendo a nossos estudantes? E a resposta: uma formação que concebe a matemática como Ciência puramente abstrata, desprovida de contexto, definitiva, teórica, sem espaço para criatividade; estimulando a heteronomia e criando analfabetos matemáticos, ou seja, a mesma formação que pesquisas têm denunciado há décadas. Até quando isso continuará? É a pergunta que não quer calar, pois os próprios alunos já sentem a necessidade de mudança, de se estabelecer ligações significativas entre o contexto escolar e o contexto em que vivem.

Detalhe interessante e que merece ser mencionado, é que todas as participantes desta pesquisa, sem exceção, após a conclusão do curso, voltaram para fazer Pós-Graduação em Educação Infantil justificando que descobriram que precisam muito mais que uma graduação para estarem preparadas para a sala de aula. Assim, optaram pela Pós-Graduação com intuito não apenas de melhorar a formação, mas de aprender a buscar, a pesquisar, a descobrir suas falhas, a "tomar consciência de nossas limitações e buscar solução, professora". Este foi o argumento utilizado, que mesmo em tom de brincadeira, foi uma frase marcante no final de nossos encontros.

Esta pesquisa provocou uma série de reflexões acerca da minha prática e da minha responsabilidade para com meus alunos, futuros professores. Sabendo que o curso de Pedagogia ainda possui um caráter generalista, como formar esse profissional de forma a atuar de maneira competente em todas as áreas, considerando que a minha formação também foi generalista? Como posso formar pessoas mais competentes, que possam transmitir a idéia de uma matemática não dogmática, mais humana e, sobretudo contextualizada se minha formação não caminhou nesta direção?

A resposta, agora surge de maneira mais tranqüila, porém não menos trabalhosa: através do trabalho colaborativo. Ninguém aprende sozinho, ninguém ensina o que não sabe. Mas juntos podemos ir muito longe!

Confesso que em muitos momentos não me sentia competente para dar respostas aos questionamentos que me foram feitos. No entanto, com ajuda do professor assessor da pesquisa e com a disposição das participantes avançamos muito. Aprendi muito! Parafraseando Almir Sater e Renato Teixeira, realmente "hoje me sinto mais forte" mais segura e, com certeza, minhas aulas já não serão as mesmas, pois eu não sou mais a mesma!

Portanto, se quisermos melhorar a qualidade das aulas de matemática de nossas crianças, temos que começar ouvindo nossos futuros professores, suas inquietações, temores e dificuldades; fazer destas, objetos de estudo, temas para discussão, questionamentos, pois somente deste modo poderemos reverter o analfabetismo matemático tão presente em nossos dias. *Pois cada um possui suas experiências e suas verdades – provisórias, mas através do trabalho conjunto pode-se evoluir com um significativo crescimento par ambas as partes, refletindo diretamente na melhoria da qualidade da educação.* (NEHRING, 1996, p.14).

Temos que promover uma formação que garanta a superação da dicotomia teoria-prática, tanto no que diz respeito à concepção de ensino com também de aprendizagem de todas as Ciências. É preciso criar espaço para promover rupturas, quebrar conceitos erroneamente construídos e fortemente arraigados. Acreditamos que o caminho mais fácil para isso seja durante sua formação inicial onde ainda é possível resgatar interesses, estimular descobertas, enfim, motivar nossos futuros professores para aprender mais, para interagir de maneira mais significativa e, sobretudo, estimular o espírito investigativo, questionador, pois a confiança na verdade do conhecimento transmitido não constitui um ato de fé, mas sim, um ato de razão.

Faz-se necessário que os cursos de Pedagogia incorporem em seus projetos pedagógicos propostas de trabalho que atendam a essas necessidades, que se utilizem das inúmeras pesquisas desenvolvidas no Brasil, que facilitem o acesso aos seus estudantes, que estas pesquisas possam sair das prateleiras. Além disso, é preciso estimular o espírito de curiosidade, de busca; alimentar a vontade de conhecer e reverter a atitude comum e coroada pela nossa cultura de esperar que as coisas aconteçam, que tudo venha pronto.

Naracato et al (2004) discorrem sobre a necessidade de se repensar a formação matemática dos estudantes de Pedagogia. Assim, destacam a importância da disciplina de Fundamentos e Metodologia do Ensino da Matemática como instigadoras de inúmeras reflexões. Asseguram que sem a presença de disciplinas voltadas à Educação Matemática, com uma carga horária compatível, será impossível contemplar questões fundamentais, tais como as filosofias pessoais e resolução de problemas de que se referem no artigo anteriormente citado.

Assim, precisamos nos organizar no sentido de facilitar a divulgação das pesquisas já realizadas, bem como promover reflexões, estudos, melhorar a formação inicial e continuada de nossos professores. Deste modo poderemos exigir dos órgãos competentes as mudanças necessárias, pois somente nós, que estamos diretamente ligados, envolvidos com a Educação conhecemos suas verdadeiras necessidades. Mais que propostas curriculares bem elaboradas, bem fundamentadas como os PCN, precisamos de uma formação docente **decente.**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARROYO, Miguel. Quem de-forma o profissional do ensino? In: *Revista de Educação AEC.* Brasília, n. 14(58), out./dez. 1985

BACHELARD, Gaston. *A formação do espírito científico.* Rio de Janeiro: Contraponto, 1996

BALZAN, Newton César. Hei de vencer, mesmo sendo professor ou a introjeção da ética do dominador. *Revista de educação AEC***.** n. 14 (58). Brasília: out./dez. 1985

BECKER, Fernando. *A epistemologia do professor:* o cotidiano escolar. Rio de Janeiro: Vozes, 1993.

BECKER, Fernando. *A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar.* Porto Alegre: Artmed, 2003.

BENNETT, Deborah J. *Aleatoriedade.* São Paulo: Martins Fontes, 2003 .

BONETE, Izabel Passos. *As Geometrias não-euclidianas em cursos de Licenciatura:* algumas experiências**.** 2000. Dissertação. (Mestrado em Educação: Educação Matemática) Guarapuava/Campinas: UNICENTRO/FE-UNICAMP. Orientador: Dionísio Burak.

BRAGAGNOLO, Isabel Terezinha. *Formação inicial de professores:* uma interlocução entre a matemática das séries iniciais e as questões da realidade social. 2003, 147p. Dissertação. (Mestrado em Educação). CED, UFSC, Florianópolis (SC). Orientador: Méricles Thadeu Moretti

BROUSSEAU, Guy. *Difficultés et obstacles.* 2003. (Não publicado)

__________________. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In : BEDNARZ, Nadine & GARNIER, Catherine. *Construction de savoirs:* obstacles & conflits. Colloque International obstacle épistémologique et conflit sócio-cognitif. Montreal : Agence d'ARC inc. – CIRADE, 1989.

__________________. *Les obstacles epistèmologiques et les problemes en mathématiques.* RDM, v.4, n.2, Grenoble, 1983. (pp. 165-198)

BUÑEL, Pedro Sáenz-López. Buscando un modelo innovador de formación de maestros principiantes de Educación Física. *XXI Revista de Educación: Innovación educativa.* v.2. Universidade de Huelva : Huelva publicaciones, 2000.

CANDAU, Vera Maria F. *Novos rumos da licenciatura.* Brasília: Inep, 1987.

CARAÇA, Bento de J. *Conceitos fundamentais da matemática.* Lisboa: Sá da Costa Editora, 1984.

CARVALHO, Ana Maria P. de; GIL-PEREZ, D. *Formação de professores de Ciências.* 4.ed. São Paulo: Cortez, 2000.

CHASSOT, Áttico. *Alfabetização científica:* questões e desafios para a Educação. Ijuí: Unijuí, 2003.

________________. Saberes populares fazendo-se saberes escolares: uma alternativa para alfabetização científica. In: ROMANOWSKI, Jona Paulin et all. *Conhecimento local e conhecimento universal:* diversidade, mídias e tecnologias na educação. Anais do XII ENDIPE, v. 2. Curitiba: Champagnat, 2004 (pp.53 – 61)

CHIEUS JUNIOR, Gilberto. *Matemática Caiçara – etnomatemáticacontribuindo na formação docente.* 2002. 119p. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientador: Eduardo Sebastiani Ferreira.

CONTRERAS, L. C.; BLANCO, L.. ¿Que conocem los maestros sobre el contenido que enseñan? Um modelo formativo alternativo. *XXI Revista de Educación.* Atención a la diversidad. Universidad de Huelva publicaciones, v.3, 2001.

CURI, Edda. *Formação de professores polivalentes:* uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004, 197p. (Tese de Doutorado em Educação: Educação Matemática). PUC/SP. Orientadora: Célia Maria Carolino Pires.

CURY, Carlos Roberto Jamil. Notas acerca do saber e do saber fazer da escola. *Cadernos de Pesquisa.* São Paulo, n. 40, fev. 1982.

DAMBROS, Adriana Aparecida. *A Educação Matemática e o ensino nas séries iniciais:* a importância dos estudos históricos no trabalho como o sistema de numeração decimal. 2001. 270p. Dissertação (Mestrado em Educação) CED/UFSC, Florianópolis (SC). Orientadora: Regina Flemming Damm.

DELIZOICOV, Demétrio. Resultado da pesquisa em ensino de Ciências: comunicação ou extensão? *Caderno Brasileiro de Ensino Física.* v. 22, n.3. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, dezembro de 2005. (pp. 364 – 378)

_____________________. Problemas e problematizações. In: PIETROCOLA, Maurício (org.). *Ensino de Física*: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis: editora UFSC, 2001

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcantara et all. *Educação matemática:* uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

FIORENTINI, Dario (org.). *Formação de professores de matemática:* explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, 2003.

________________. & JIMÉNEZ, Alfonso (orgs). *Histórias das aulas de matemática:* compartilhando saberes profissionais. Campinas: Unicamp -Gráfica F.E./CEMPEM, 2003.

FREIRE, Paulo. *Comunicação e extensão?* Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

GADOTTI, Moacir. Educação para que e para quem? (A favor de quem, contra quem?) – Ou por um novo projeto de educação. *Caderno Cedes*. Licenciatura. 2.ed., n.8. São Paulo: Cortez, 1987.

GARCIA, Carlos Marcelo. Pesquisa sobre formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. *Revista Brasileira de Educação*: Anped, nº 9, 1998 (p.51-75).

_____________________. *Formação de professores para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora, 1999.

GAUTHIER, C. *Por uma teoria da Pedagogia:* pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Unijuí, 1998.

GIMENO SACRISTÁN, J. Consciência e ação sobre a prática como libertação profissional dos professores. In: NÓVOA, António (org.). *Profissão professor*. 2. ed. Porto: Porto editora, 1995.

GONÇALVES, Tadeu Oliver. *Formação e desenvolvimento profissional de formadores de professores: o caso dos professores de matemática da UFPa*. 2000. 206p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientador: Dario Fiorentini

GONÇALEZ, Maria Helena C. de Castro. *Atitudes (dês)favoráveis com relação à matemática.* 1995, 127p. Dissertação. (Mestrado em Educação: psicologia educacional) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientadora: Márcia Regina F. Brito

GONZÁLEZ URBANEJA, P. M.. Historia de la matemática: integración cultural de lãs matemáticas, gênesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de lãs Ciências.* n.9 (3), 1991. (p. 154-164).

GOMES, Maristela G.; RUIZ, Adriano R. *Competência matemática e tempo de escolaridade:* uma relação inexistente. Londrina: Cefil, 2001.

GRUPO DE PESQUISA-AÇÃO EM ÁLGEBRA ELEMENTAR. *Histórias de aulas de matemática:* trocando, escrevendo, praticando, contando. Campinas: CEMPEM – FE/Unicamp, 2001.

HARGREAVES, Andy. *Os professores em tempos de mudança:* o trabalho e a cultura dos professores na Idade Pós-Moderna. Portugal: McGraw-Hill, 1998

HOYLES, C. & NOSS, R. Synthesizing conceptions and their formalization through the construction of a Logo-based school mathematics curriculum. *International Journal of Mathematics Education in Science Technology.* n. 18 (4), 1987. (pp. 581 – 595)

IMBERNÓN, Francisco. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.* São Paulo: Cortez, 2000.

___________________. *La Formación y el desarrollo profesional Del profesorado. Hacia uma nueva cultura profesional.* Barcelona: Grão, 1994.

INHELDER, Barbel y PIAGET, Jean. *De la lógica del niño a la lógica del adolescente.* Buenos Aires: Paidós, 1972.

JAPIASSU, Hilton F. *Introdução ao pensamento epistemológico.* 7. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1992.

JIMÉNEZ ESPINOSA, Alfonso. *Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram:* re-significação e reciprocidade de saberes. Tese de Doutorado em Educação: Educação Matemática. Campinas: FE/UNICAMP, 2002.

LOPES, Alice R. C.. Contribuições de Gaston Bachelard ao ensino de Ciências. In: *Enseñanza de las Ciências.* Barcelona: Universidade Autônoma de Barcelona, v. 11, n. 3, 1993, p. 324-330.

LOPES, Alice R. C.. Bachelard: o filósofo da desilusão. *Caderno Catarinense de Ensino de Física.* v. 13, n. 3, dez. 1996, p. 248-273.

LORENZATO, Sergio; VILA, Maria do Carmo. Século XXI: qual matemática é recomendável? In: *Zetetiké.* Ano1, n.1. F.E. Unicamp. Campinas, 1993

LOVELL, Kurt. *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

LÜDKE, Menga, ANDRÉ, Marli. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986

LUDKE, Menga. Pesquisa em Educação: conceitos, políticas e práticas. In: Geraldi, Corinta Maria G. et all. (orgs.). *Cartografias do trabalho docente.* Campinas: Mercado das Letras, 1998.

MARTINS, R. Sobre o papel da História da Ciência no Ensino. *Boletim da Sociedade Brasileira de História da Ciência.* n. 9, 2. Agosto, 1990.

MORON, Cláudia Fonseca. *Um estudo exploratório sobre as concepções e as atitudes dos professores de educação infantil em relação à matemática.* 1998, 133p. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia Educacional) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientadora: Márcia Regina F. Brito.

NAGLE, Jorge. As unidades universitárias e suas licenciaturas:educadores X pesquisadores. In: CATANI, Denice Bárbara et al (orgs.). *Universidade, escola e formação de professores.* São Paulo: Brasiliense, 1986.

NARACATO, Adair M.; PASSOS, Carmem Lúcia B.; CARVALHO, Dione L. de. Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. *Zetetiké.* Campinas, Unicamp/FE/CEMPEM, v. 12, n.21, jan/jun 2004.

NEHRING, Cátia Maria. *Compreensão de texto:* enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. 2001. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências Naturais). Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis. Orientadora: Regina Flemming Damm.

______________________. *A multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais.* 1996. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação e Ciência). Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis. Orientadora: Regina Flemming Damm.

NÓVOA, António (org.). *Profissão professor.* 2 ed. Porto: Porto editora, 1994.

NÓVOA, António. As ciências da educação e os processos de mudança. In: PIMENTA, Selma Garrido (org.). *Pedagogia, ciência da educação?* São Paulo: Cortez, 1996.

OLIVEIRA, Isolina; SERRRAZINA, Lurdes. A reflexão e o professor como investigador. In: GTI (org.) *Reflectir e investigar sobre a prática profissional.* Lisboa: APM, 2002.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; PONTE, João Pedro da. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: *VII Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Actas. Lisboa: APM, 1996.

PAPERT, Seymour. *A máquina das crianças.* São Paulo: Brasiliense, 1994.

________________. *Logo:* computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1986.

PAULOS, John Allen. *Analfabetismo em matemática e suas conseqüências.* Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1994.

PAULOS, John Allen. *Mas allá de los números.* Barcelona: Tusquets Editores, 1993

PAULOS, John Allen. *Um matemático lee el periódico.* Barcelona: Tusquets Editores, 1996.

PEREIRA, Júlio Emílio D. *Formação de professores: pesquisas, representações e poder.* Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

PEREZ, Fernanda. Investigando sobre a prática na formação inicial de professores. In: GTI (org.) *Reflectir e investigar sobre a prática profissional.* Lisboa: APM, 2002

PERRIN GLORIAN, Marie Jeanne. Utilização da noção de obstáculo na didática da matemática. Trad. Vicenzo Bongiovanni e Saddo Ag Almouloud. *Caderno de Educação Matemática.* v.2. Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. PUC-SP, 1995.

PIAGET, Jean & INHELDER, Barbel. *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança.* 2.ed. Rio de Janeiro: Zahar editores, 1975.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen & REYS, Robert E. (orgs.) *A resolução de problemas na matemática escolar.* São Paulo: Atual, 1997.

PONTE, João Pedro da. Investigar a nossa própria prática. In: GTI (org.) *Reflectir e investigar sobre a prática profissional***.** Lisboa: APM, 2002.

RUIZ, Adriano Rodrigues e BELLINI, Luzia Marta. *Matemática:* epistemologia genética e escola. Londrina: Cefil, 2001.

SANTOS, Lucíola L. C. P. Formação do(a) professor(a) e pedagogia crítica. In: FAZENDA, Ivani (org.) *A pesquisa em educação e as transformações do conhecimento.* Campinas: Papirus, 1995.

SAVIANI, Demerval. Uma estratégia para a reformulação dos cursos de Pedagogia e Licenciatura: formar o especialista e professor no educador. *Em aberto.* Brasília, n.1 (8):13-18, ago. 1982.

SCHÖN, Donald. *Educando o profissional reflexivo*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000

SERRAZINA, Lurdes. Gestão flexível do currículo no 1º ciclo: algumas reflexões. *Revista Educação e Matemática*: o currículo. Lisboa: APM, n. 55, nov/dez de 1999. (p.39-41)

__________________. A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras. In: SERRAZINA, Lurdes. (org) *A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1º ciclo do ensino básico.* (Cadernos da Formação de Professores n. 3). Porto: Porto editora/ INAFOP, 2002.

__________________. A formação para o ensino de matemática: perspectivas futuras. *Educação Matemática em Revista.* São Paulo, SBEM, ano 10, n.14, ago 2003.

__________________.; OLIVEIRA, Isolina. O professor como investigador: leitura crítica de investigações em educação matemática. In: GTI (org.) *Reflectir e investigar sobre a prática profissional.* Lisboa: APM, 2002.

SHULMAN, L. S. *Those who understand:* knowledge growth in teaching. In: Educational, v.15, n.2, p. 4-14, 1986.

SOARES, Magda Becker. As pesquisas nas áreas específicas influenciando o curso de formação de professores. In: *Cadernos da ANPED*, n.5, set. 1993.

SOUZA, Eliana da Silva. *Um estudo histórico pedagógico das crenças de futuros professores acerca do ensino-aprendizagem da noção de número natural.* 1996, 168p. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientador: Antônio Miguel.

STEWART, Ian. *Os problemas da matemática.* Lisboa: Gradiva, 1996.

TÁBOAS, Carmen Maria G. *O número e sua história cultural:* fundamento necessário na formação do professor. 1993, 221p. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia de Ensino). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientador: Newton César Balzan.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional.* Petrópolis: Vozes, 2002.

TEIXEIRA, M. C. S.. Administração e trabalho na escola: a questão do controle. In: *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos.* Brasília, n. 66(154) set./dez., 1985 (p.432-447)

TRINDADE, José Análio de Oliveira. *Os obstáculos epistemológicos e a Educação Matemática.* Dissertação de Mestrado em Educação: Educação Matemática. Florianópolis: CED/UFSC, 1996.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean. *Didactica das Matemáticas.* Lisboa : Instituto Piaget, 1996.

______________. Multiplicative conceptual field : what and why ? In : GUERSHON, H. & CONFREY, J. (eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.* Albany, N.Y. : State University of New York Press, 1994. (pp. 41-59)

______________. La théorie dês champs conceptuals. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* RDM, 10 (2.3). Grenoble, 1990. (p. 133-169).

______________. L'obstacle des nombres negatifis el l'introduction à algègre. In: BEDNARZ, Nadine & GARNIER, Catherine. *Construction de savoirs:* obstacles & conflits. Colloque international obstacle épistémologique et conflit sócio-cognitif. Montreal: Agence d'ARC inc. - CIRADE, 1989.

______________*. El nino, lãs matemáticas y la realidad.* México:Editorial trillas, 1985

______________. Multiplicative structures. In: LESH, R. & LANDAU, M. (eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New Cork: Academia Press Inc, 1983. (pp. 127 – 174)

______________.; RICCÓ, G. Didactica y aquisicion de conceptos matemáticos. *Revista del Instituto de Investigaciones Educativas.* Argentina, n. 55, 1986. (pp. 67 – 92)